



**EL USO DE GEOGEBRA PARA EL ESTUDIO DE POLIEDROS, COMO
ESTRATEGIA PARA POTENCIAR LOS NIVELES DE ARGUMENTACIÓN**

Fabio Andrés Cardozo Suarez

Lic. en Matemáticas

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MANIZALEZ
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
MANIZALES
2019**

EL USO DE GEOGEBRA PARA EL ESTUDIO DE POLIEDROS, COMO
ESTRATEGIA PARA COMPRENDER LOS NIVELES DE ARGUMENTACIÓN

Autor

FABIO ANDRÉS CARDOZO SUAREZ

Proyecto de grado para optar al título de Magister en Enseñanza de las ciencias

Tutor

ANDRÉS FERNANDO SERRANO

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MANIZALEZ
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

MANIZALES

2019

A DIOS, A MIS PADRES A MI ESPOSA E
HIJOS

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios por brindarme la oportunidad de adquirir nuevos conocimientos en este proceso de formación de maestría. Por las infinitas bendiciones que me llenan cada día de gozo y satisfacción al poder acercarme a este nuevo título.

Gracias a mi esposa, hijos, padres y hermanas, por brindarme su apoyo incondicional siempre, por sus cálidos consejos e insistirme para que no renunciara en mi proceso de aprendizaje y luchara con más fuerza cada día.

Gracias al profesor Andrés Fernando Serrano, quien siempre nos acompañó en nuestro proceso de formación e investigación, porque con su enorme sabiduría guio nuestros pasos en cada momento de la investigación y siempre nos respaldó incondicionalmente ante cualquier duda que nos surgiera, brindándonos su calidad humana, su paciencia y entrega que nos infundió el amor por el aprendizaje y por mejorar nuestras prácticas de enseñanza. Nunca dejaré de agradecerle por todo.

A mis estudiantes y comunidad educativa de la Institución Educativa Gallardo, por permitirme vivenciar cada día a su lado grandes valores de entrega, responsabilidad y humildad disciplina con amor. En este proceso de formación crecimos todos juntos en función de una sola meta: Aprender.

A la universidad autónoma de Manizales y todos los maestros que contribuyeron en cada seminario a fortalecer los conocimientos, mejorar nuestros procesos didácticos y contribuir al fortalecimiento de los procesos en investigación.

RESUMEN

}

En la presente investigación cualitativa de corte descriptiva - comprensiva, se busca Favorecer los niveles de argumentación, al emplear en 8 estudiantes de grado noveno de Institución Educativa gallardo de Suaza (H) al aplicar el estudio de poliedros, teniendo en cuenta los cinco niveles de argumentación propuestos por Erdurán. En esta investigación se tuvieron en cuenta 4 fases que son: En la fase 1 se elaboraron los instrumentos con una clase tradicional, en la fase 2 se aplicó la secuencia didáctica sobre argumentación en el tema de poliedros, en la fase 3 se organizó la información en una matriz y se realizó la interpretación de los resultados y en la fase 4 se realizó el informe escrito con las conclusiones y las recomendaciones.

En esta investigación se pudo determinar en qué nivel estaban los estudiantes al momento de hacerla de forma tradicional, y luego con la secuencia didáctica, por ejemplo se evidenció que los estudiantes de nivel académico superior argumentan mejor de forma gracias a la visualización del Geogebra y así justificar su respuesta y en algunas ocasiones usan teorías o contraargumentos.

Palabras clave: Niveles de argumentación, poliedros, teorías y contraargumentos.
(Tesauro de la UNESCO)

ABSTRACT

In the present qualitative descriptive research - comprehensive, we seek to promote the levels of argumentation, by employing 8 ninth grade students of the Galician Educational Institution of Suaza (H) when applying the study of polyhedra, taking into account the five levels of argumentation proposed by Erdurán. In this investigation, 4 phases were taken into account: In phase 1 the instruments with a traditional class were elaborated, in phase 2 the didactic sequence about argumentation was applied in the topic of polyhedra, in phase 3 the information was organized in a matrix and the interpretation of the results was made and in phase 4 the written report with the conclusions and recommendations was made.

In this investigation it was possible to determine at what level the students were at the time of doing it in a traditional way, and then with the didactic sequence, for example it was evidenced that the students of higher academic level argue better in shape thanks to the Geogebra visualization and thus justify their response and sometimes use theories or counterarguments.

Keywords: Levels of argumentation, polyhedra, theories and counterarguments. (UNESCO Thesaurus)

CONTENIDO

1	ANTECEDENTES.....	11
2	ÁREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN.....	15
2.1	Pregunta que se espera resolver.....	16
3	JUSTIFICACIÓN.....	17
4	REFERENTE TEÓRICO.....	19
4.1	Cuerpos geométricos:	19
4.1.1	Definición y tipos	22
4.1.2	Cuerpos geométricos: Definición y clasificación.....	22
4.1.3	Poliedros: Definición, tipos y nombres	23
4.2	Aprendizaje de cuerpos geométricos	24
4.3	Argumentación.....	26
4.3.1	Estructura de un argumento.....	29
4.3.2	Análisis estructural por medio del modelo de Toulmin	31
4.4	Argumentación en cuerpos geométricos.....	35
4.5	Las TIC como herramienta para enseñar geometría.	37
5	OBJETIVOS.....	41
5.1	Objetivo General.....	41
5.2	Objetivos específicos	41
6	METODOLOGÍA	42
6.1	Técnicas o instrumentos de recolección de datos	43
6.2	Descripción de la población.....	44

7	RESULTADOS.....	45
7.1	Análisis general del grupo	50
7.2	Análisis de los niveles argumentativos	50
8	DISCUSIÓN DE RESULTADOS	62
9	CONCLUSIONES	74
10	RECOMENDACIONES	77
11	REFERENCIAS	78
12	ANEXOS.....	80

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Poliedros regulares	23
Tabla 2 Poliedros irregulares	24
Tabla 3 Niveles argumentativos	28
Tabla 4 Acción del profesor grupo A	32
Tabla 5 Acción del profesor grupo B	33
Tabla 6 Acción del profesor grupo C	34
Tabla 7 Acción del profesor grupo D	35
Tabla 8 Exploración Matriz inicial de los niveles argumentativos.	47
Tabla 9 Matriz ESLM1	54
Tabla 10 ESJQ2	55
Tabla 11 EAVD1	56
Tabla 12 EADD2	57
Tabla 13 EBSML1	58
Tabla 14 EBSEM2	59
Tabla 15 EBJN1	60
Tabla 16 EBBG2	61

PRESENTACIÓN

La presente investigación tiene como principal objetivo Comprender los niveles de argumentación, al emplear Geogebra para el estudio de los Poliedros. Para estudiantes de grado noveno de educación básica secundaria en la Institución Educativa Gallardo del municipio de Suaza, Huila. Los métodos de argumentación en geometría presentan un reto de enseñanza para los docentes, y para los estudiantes un obstáculo para el aprendizaje, es por ello que esta investigación se enfoca en el análisis de la aplicación de una unidad didáctica mediada por software Geogebra que ayuden al proceso enseñanza aprendizaje en la argumentación, su intención es ofrecer a los docentes un instrumento que les permita mejorar su quehacer diario en la enseñanza de la geometría con ayuda de tecnologías de la información y la comunicación (TIC). El trabajo se presenta en cinco capítulos, el primero presenta el planteamiento del problema, la pregunta de investigación, en el capítulo dos deja ver s objetivos y la justificación que permite desarrollar esta investigación.

El capítulo tres se abordan los aspectos teóricos relacionados con los cuerpos geométricos, aprendizaje de cuerpos geométricos, la argumentación sus estructura y análisis las TIC como herramienta para enseñar geometría. En el capítulo cuatro la metodología adoptada para el desarrollo del proyecto y su implementación en el aula, ofrece la discusión e interpretación de los resultados obtenidos y en el capítulo cinco se presentan las conclusiones y recomendaciones de esta tesis.

1 ANTECEDENTES

En los últimos años, en el campo de la educación matemática se ha observado un creciente interés por la problemática de la enseñanza y aprendizaje de la Geometría. La mejor referencia que se puede citar para apoyar esta afirmación es la revista electrónica sobre Representaciones geométricas y argumentaciones en el aula de matemática. Este interés parece justificado por el papel esencial de las situaciones y procesos de validación en la propia geometría, el reconocimiento de la importancia de estos en el aula de clases y el bajo nivel en la argumentación que muestran los estudiantes.

Así mismo, atendiendo al interés compartido por favorecer la enseñanza y aprendizaje de la argumentación geométrica, diferentes investigaciones han sido realizadas desde diferentes enfoques e intenciones. Cabe mencionar algunas de ellas.

En primera instancia, a nivel Internacional está el artículo:

Crespo, (2005). En este trabajo presenta los resultados de una investigación en curso, orientada a determinar las dificultades que se observan en la enseñanza y aprendizaje de las representaciones de cuerpos geométricos en el plano, en las clases de geometría de escuela media y las características de las argumentaciones geométricas que realizan los alumnos. Se propone relacionar el concepto de visualización y las representaciones gráficas de objetos tridimensionales en el plano (Crespo 2014).

En este trabajo se evidencia que los estudiantes presentan dificultades para representar en el plano cuerpos geométricos. El objetivo principal de la investigación es describir la influencia del estudio y aplicación de elementos de perspectiva sobre la visualización de objetos tridimensionales y las argumentaciones que efectúan al respecto los estudiantes.

En el desarrollo de la investigación se busca distintas estrategias y representaciones en el plano de cuerpos geométricos, que intervienen en los pensamientos que tienen los estudiantes para lograr un mejor alcance de cuerpos geométricos y sus propiedades. En donde ese concluye, por una parte, la influencia de los prototipos de representaciones

geométricas que se utilizan en la enseñanza y por otro las dificultades al tener que presentar explicaciones y argumentaciones de las respuestas dadas.

De una forma similar se desarrollará esta investigación, en donde las pruebas externas evidencian el nivel argumentativo bajo de los estudiantes, en el tema de poliedros y el poco manejo que se tiene de los mismos, la poca imaginación y la carencia de términos o conceptos de los mismos.

Finalizando este antecedente ayuda a aclarar las falencias que se tienen al nivel internacional pero que a su vez en la institución donde se desarrollará la investigación tiene similitudes en el poco manejo de los conceptos de los poliedros y sus aportes serán fundamentales para el progreso de esta investigación.

Toro (2014), propone estudiar la argumentación de estudiantes de grado octavo del Colegio Cooperativo “San Antonio de Prado” cuando realizan actividad demostrativa con el apoyo de sistemas de geometría dinámica, en este caso, Cabri. Uno de los objetivos es el interés creciente en la comunidad de educadores matemáticos por incluir la demostración en el currículo de la escuela secundaria; y otro es poder ofrecer alternativas didácticas para la enseñanza de la demostración.

Los argumentos hechos por los estudiantes fueron analizados con el modelo de Toulmin y se identificaron las diferentes acciones del maestro, que facilitaron o no la producción de argumentos, usando categorías propuestas por el grupo de investigación Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría, de la Universidad Pedagógica Nacional.

El diseño metodológico tiene una visión general del tipo de estudio y una descripción detallada del proceso de recolección, procesamiento y análisis de los datos. La metodología es de corte cualitativo, pues el investigador observa la realidad en el contexto mismo que sucede: el aula de clase. Asimismo, el trabajo es catalogado como un experimento de enseñanza: se elaboró una propuesta de enseñanza orientada desde la actividad demostrativa que favoreciera la argumentación. Luego, la propuesta fue implementada, en el cual los estudiantes en equipos colaborativos construyeron y exploraron situaciones en

torno a relaciones y objetos geométricos, descubrieron propiedades y formularon conjeturas, con el fin de conformar un sistema teórico que sirviera como referencia para sus argumentos;

En conclusión, los estudiantes avanzaron en la capacidad para argumentar matemáticamente, acción que no había sido parte de la cultura de clase previamente. Del análisis retrospectivo de la actuación del profesor, se concluye que su papel en propiciar el desarrollo de la capacidad de argumentar de los estudiantes, sino que debe estar presto, en la clase misma, a requerirla cuando ve la oportunidad, indagar para que los estudiantes tengan que producir argumentos, y establecer como norma de la clase justificar cada idea matemática que producen. Es de suma importancia que el docente use metodologías diferentes a las tradicionales que ofrezcan formas alternativas para favorecer un mejor aprendizaje y la argumentación, como el uso de la geometría dinámica, con el fin de formar estudiantes críticos, reflexivos y transformadores de su propia realidad.

Así mismo este trabajo orienta al desarrollo de actividades matemáticas, con ayuda de software matemático y el avance que se tiene con los estudiantes en el argumento matemático desarrollando conjeturas y deduciendo propiedades.

En síntesis, este trabajo muestra algunos avances en los conceptos geométricos de los estudiantes, mejorando de forma argumentativa a los estudiantes y el cual es importante el aporte que hace esta investigación, tanto en la demostración y argumentación matemáticas, como en el desarrollo de sujetos íntegros y competentes.

Díaz Abahonza (2014). Indaga, el proceso de enseñanza aprendizaje de la asignatura de la geometría en el área de las matemáticas, e implementar una estrategia basada en las herramientas Tic como método para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, y que sirva como referente para implementar en otras instituciones educativas de la región y del país. Desde aquí se busca realizar estrategias que le permitirá al estudiante en mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, y utilizar esos conocimientos para utilizarlos en la vida cotidiana. Es decir, a través de la aplicación de las TIC se busca

mejorar el nivel educativo y que los estudiantes vieran de una forma más atractiva la asignatura.

Uno de los principales objetivos que se tuvo en cuenta en este proyecto fue el estudio de caso los estudiantes de grado segundo de primaria, ya que estos grados tenían bajos resultados en las pruebas diagnósticas que realiza el ministerio de educación nacional (MEN) como son las pruebas externas. Luego se identifican las falencias que tienen los estudiantes en la asignatura de geometría con el fin encontrar soluciones o fortalecer esas debilidades de los estudiantes para mejorar la calidad educativa en la institución, y que sirva de insumo para otras instituciones.

Realizado el pretest encontraron las falencias, los investigadores se fundamentan teóricamente para tanto en la geometría como en la aplicación de las TIC y la incidencia que tiene la misma en el aula y sobre todo en los estudiantes. Hallado ya la fundamentación teórica se procede a la metodología como tal, que es la implementación de estas estrategias, en donde se busca desarrollar unas habilidades cognitivas, funcionales y siempre relacionadas con las competencias ciudadanas, para formar un estudiante capaz de darle unas herramientas para que tengan buen ejercicio en la sociedad en la que se desarrolla y que promueva cambios en su medio, como el uso de un lenguaje técnico y resolviendo problemas que se presenten y que estén a la vanguardia en el cual el ciudadano se debe desenvolver.

Como resultado de las estrategias metodológicas ya preparadas las llevaron al aula para su aplicación y enseñanza luego realizaron un pos-test donde la propuesta de la enseñanza de la geometría con el uso de las TIC, específicamente Geogebra, se evidencia que los estudiantes intervenidos con la propuesta superan ampliamente al grupo de control en las respuestas correctas.

En conclusión, el aporte que hace este proyecto al que se realizara es que las estrategias planificadas junto con la implementación de las TIC de una forma se puede lograr el objetivo principal que es que a través de estrategias aplicadas a las TIC pueden mejorar el ambiente escolar y desarrollar competencias en cada una de las áreas desempeñadas.

2 ÁREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

La profesión docente requiere compromiso, razón por la cual es un reto buscar los medios y las formas para llegarle a los estudiantes y lograr que ellos adquieran los conocimientos y competencias, que serán necesarias para la vida y para su futuro desarrollo profesional.

La geometría se encarga de analizar las formas de las cosas, para posteriormente realizar una medición de cada una de sus características y cualidades, teniendo distintas formas de realizarse; Los alumnos presentan serias dificultades para representar en el plano cuerpos geométricos (por ejemplo: cubos o pirámides). Estas dificultades también se reflejan en actividades en las que deben poner en juego la visualización de propiedades geométricas de cuerpos representados o bien de cuerpos que deben imaginar. Crespo (2014). Sus campos de aplicación tienen una muy amplia variedad, desde la hora de crear diseños industriales, hasta su quizá más conocida aplicación en la arquitectura e ingeniería, sea para brindar distintas propiedades a las construcciones (para lo cual también nos ayudaremos con otras ciencias como la física) como también para trabajos artísticos. De acuerdo con lo anterior la geometría es un campo del saber de gran influencia en la historia de la humanidad, donde todo avance tecnológico en las comunicaciones e ingenierías, y aún en muchos campos de las ciencias, tienen inherentemente elementos o fundamentos de la geometría en sus estructuras y desarrollos.

Por esto, la docencia en la actualidad busca formar ciudadanos íntegros que interpreten el mundo presente, en donde el estudiante el cual está determinado por la era electrónica y de las comunicaciones, que se hace necesario que nuestros estudiantes adquieran una formación de la geometría básica que le permita desenvolverse en la vida y en la dinámica del mundo de hoy.

En la Institución Educativa Gallardo del municipio De Suaza Huila, al momento de realizar la clase de geometría existen dificultades para la ejecución de la misma, ya que el estudiante carece de materiales para poder desarrollar las temáticas y necesitan la rigurosidad de las medidas para la aplicación y efectividad de las propiedades geométricas.

Para verificar acerca del poco manejo de cuerpos geométricos de los estudiantes del grado Noveno, se evidencia en la práctica educativa como en los resultados de las pruebas externas, que los estudiantes están en un nivel bajo en el tema de cuerpos geométricos; para esto se realiza una prueba diagnóstica en el grado mencionado anteriormente, en donde se prestará atención a las falencias en cada uno de los aspectos de cuerpos geométricos y en qué pasos de la solución de la prueba el estudiante tiene fallas y con esto buscar las metodologías adecuadas de enseñanza.

Para Rosario, Jimmy, (2006), Las TIC que significa Tecnologías de la Información y Comunicación han permitido llevar la globalidad al mundo de la comunicación, facilitando la interconexión entre las personas e instituciones a nivel mundial, y eliminando barreras espaciales y temporales. Las TIC permiten la adquisición, comunicación, presentación de informaciones, imágenes entre otras y es aquí es donde se va a aprovechar la ayuda de TIC, para un mejoramiento en la argumentación de poliedros y observar que las TIC mejora en el desarrollo del niño.

2.1 Pregunta que se espera resolver

¿Cómo potenciar los niveles de argumentación de los estudiantes de noveno grado, en el uso del software Geogebra, en el estudio de los Poliedros?

3 JUSTIFICACIÓN

En el devenir de los años se han provocado una serie de innovaciones y cambios tanto teóricos como prácticos en la enseñanza del área del conocimiento en la secundaria como los principales procesos educativos de los estudiantes en la edad escolar. La situación social en la que nos encontramos, caracterizada por nuevos modelos familiares, nuevos entornos profesionales y una mayor diversificación del alumnado, exige un nuevo sistema educativo que, regido por el principio de igualdad de oportunidades, dé respuesta a la nueva sociedad de la información. Díaz (2014). Una de las invenciones es la internet como medio de información, y comunicación, el cual ha transformado las metodologías de la enseñanza a nivel mundial, por lo tanto, se trata de indagar cómo el uso de las tecnologías intervienen en la enseñanza de la geometría en el grado noveno en la Institución Educativa Gallardo la cual será referente como centro de investigación, porque los resultados y las estrategias de este proyecto servirán para mejorar los resultados obtenidos en las otras sedes de la institución, en otras instituciones educativas de la región, del país y del mundo.

“La Matemática, en especial la Geometría, puede abordarse en el aula desde distintos enfoques en los que se hace predominar: la experiencia, la intuición o el razonamiento. Cualquiera sea el anclaje teórico al que se haga alusión, lo que se busca es que el alumno aprenda a ver y a interpretar y a partir de allí pueda desarrollar conceptos teóricos. La importancia de las representaciones de cuerpos tridimensionales se plantea cuando es necesario realizar razonamientos sobre los dibujos de estos cuerpos, entrando en juego el proceso de visualización, requerido para el desenvolvimiento en un mundo tridimensional. Este proceso favorece el análisis de las variables que intervienen en el planteo de un problema matemático”. Crespo (2014). La necesidad de conocer la realidad de la enseñanza de la geometría de grado noveno, y reconocer los nuevos conocimientos didácticos que pueden aportar hacia nuevas estrategias que permitan el estudio de la geometría.

A través de la argumentación, es posible mejorar los niveles argumentativos y dejar a un lado el aprendizaje mecánico de algoritmos matemáticos en el aula de forma habitual. Los estudiantes creen que resolver ejercicios de argumentación, requiere mayor explicación por lo tanto se les dificulta. Según, (Sardá Jorge, Anna Y Sanmartí Puig, 2000), Las distintas formas de argumentar en la clase de geometría permiten que el alumnado progrese en su conocimiento científico, debe llegar a conocer los dos patrones, el temático y el estructural, y que se deben enseñar de forma conjunta. A menudo se piensa que los diferentes géneros lingüísticos se aprenden en las clases de lengua y que no son objeto de aprendizaje en las clases de ciencias, pero sostenemos que las ideas de la ciencia se aprenden y se construyen expresándolas, y que el conocimiento de las formas de hablar y de escribir en relación con ellas es una condición necesaria para su evolución. (pág., 405).

Luego, les permitan enriquecer su manera de razonar ante diferentes aplicaciones matemáticas. La esencia de argumentar es que el estudiante a través de la exploración deduzca frente a lo que se le presente día a día y no solamente en los contenidos matemáticos, sino, que ayuda al desarrollo del pensamiento crítico en la sociedad y en el ámbito científico entre otros.

Ya que se precisa de un reconocimiento de la realidad, en cuanto a la enseñanza de la geometría que vive la Institución Educativa Gallardo; porque es fundamental reconocer las experiencias sobresalientes en la enseñanza de la geometría en la secundaria.

4 REFERENTE TEÓRICO

A continuación, se presentan algunas ideas importantes sobre el aprendizaje de cuerpos geométricos de noveno grado que se han tenido en cuenta para el diseño de la propuesta de enseñanza. Como se verá más adelante, en esta no se abarcó toda la geometría que se enseña en grado noveno, sino que se centró en una parte de esta: conceptos básicos de aprendizaje de poliedros. Esta disminución se hizo por varias razones: la necesidad de concretar el tema para poder desarrollarlo en un tiempo razonable para la propuesta; ser el contenido de un periodo lectivo del curso; como dentro de los objetivos se busca propiciar el desarrollo de la actividad argumentativa y resolución de problemas, se quería ofrecer los elementos necesarios para que los estudiantes pudieran argumentar con base a estos, ya que se tiene la convicción de que la geometría es un espacio propicio para desarrollar estos procesos; y por las dificultades que existen para la enseñanza y el aprendizaje de cuerpos geométricos.

4.1 Cuerpos geométricos:

Naturaleza de los objetos geométricos

Según Juan D. Godino & Francisco Ruiz (2002). Antes de comenzar a estudiar la geometría y de ver cómo podemos ayudar a los niños a que aprendan geometría, consideramos necesario aclarar de qué trata esta rama de las matemáticas y reflexionar sobre la naturaleza de sus objetos. El significado etimológico de la palabra geometría, “medida de la tierra”, nos indica su origen de tipo práctico, relacionado con las actividades de reconstrucción de los límites de las parcelas de terreno que tenían que hacer los egipcios, tras las inundaciones del Nilo. Pero la Geometría dejó hace ya hace mucho tiempo de ocuparse de la medida de la tierra. Con los griegos la geometría se interesó por el mundo de las formas, la identificación de sus componentes más elementales y de las relaciones y combinaciones entre dichos componentes.

La geometría se ocupa de una clase especial de objetos que designamos con palabras como, punto, recta, plano, triángulo, polígono, poliedro, etc. Tales términos y expresiones

designan “figuras geométricas”, las cuales son consideradas como abstracciones, conceptos, entidades ideales o representaciones generales de una categoría de objetos. Por tanto, hay que tener en cuenta que la naturaleza de los entes geométricos es esencialmente distinta de los objetos perceptibles, como este ordenador, una mesa o un árbol. Un punto, una línea, un plano, un círculo, etc., no tienen ninguna consistencia material, ningún peso, color, densidad, etc.

Un problema didáctico crucial es que con frecuencia usamos la misma palabra para referimos a los objetos perceptibles con determinada forma geométrica (“el triángulo es un instrumento de percusión”) y al concepto geométrico correspondiente (el triángulo isósceles). Además, en la clase de matemáticas, y en los textos escolares no se diferencian los dos planos (objeto abstracto, realidad concreta) y encontramos expresiones como: “Dibuja una recta (un triángulo, etc.)”. Como entidades abstractas que son, parece obvio que no se puede dibujar una recta o un triángulo. Lo que se dibuja es un objeto perceptible que evoca o simboliza el objeto abstracto correspondiente. La recta, como entidad matemática, es ilimitada y carece de espesor, no así los dibujos que se hacen de ella. Del mismo modo, un triángulo no es una pieza de material de una forma especial, ni una imagen dibujada sobre el papel: Es una forma controlada por su definición.

Las entidades matemáticas y también las geométricas son creadas en última instancia mediante definiciones, reglas que fijan el uso de los términos y expresiones. Ciertamente que no serán reglas arbitrarias, sino que se harán de manera que sean útiles para la descripción del mundo que nos rodea –o de mundos imaginarios-, pero su naturaleza es la que hace que establecer una propiedad geométrica (por ejemplo, que la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo plano sea un ángulo llano) sea un acto esencialmente distinto a descubrir que todos los leones son carnívoros. Esta naturaleza es de tipo “gramatical” (puesto que se deriva de las reglas de uso de las palabras y expresiones) y es la que concede a las entidades matemáticas su carácter necesario, universal y atemporal.

El “lenguaje” geométrico tiene su origen en nuestra necesidad de describir el mundo de las formas de los cuerpos perceptibles que nos rodean, su tamaño y posición en el espacio.

Aplicaciones de la geometría

La Geometría estudia las formas de las figuras y los cuerpos geométricos. En la vida cotidiana encontramos modelos y ejemplificaciones físicas de esos objetos ideales de los que se ocupa la Geometría, siendo muchas y variadas las aplicaciones de esta parte de las matemáticas.

Una de las principales fuentes de estos objetos físicos que evocan figuras y cuerpos geométricos está en la propia Naturaleza. Multitud de elementos naturales de distinta especie comparten la misma forma, como ocurre con las formas en espiral (conchas marinas, caracoles, galaxias, hojas de los helechos, disposición de las semillas de girasol, etc.). Igualmente encontramos semejanzas entre las ramificaciones de los árboles, el sistema arterial y las bifurcaciones de los ríos, o entre los cristales, las pompas de jabón y las placas de los caparazones de las tortugas. La Naturaleza, en contextos diferentes, utiliza un número reducido de formas parecidas, y parece que tuviese predilección por las formas serpenteantes, las espirales y las uniones de 120° . Pensemos en la disposición hexagonal perfecta de las celdillas de los panales de las abejas, siendo su interior poliedro que recubre el espacio, como el rombododecaedro.

El ser humano refleja en su quehacer diario y en sus obras de arte esas imágenes ideales que obtiene de la observación de la Naturaleza: realiza objetos de cerámica, dibujos, edificios y los más diversos utensilios proyectando en ellos las figuras geométricas que ha perfeccionado en la mente. El entorno artístico y arquitectónico ha sido un importante factor de desarrollo de la Geometría. Así desde la construcción de viviendas o monumentos funerarios (pirámides de Egipto), hasta templos de los más diversos estilos han impulsado constantemente el descubrimiento de nuevas formas y propiedades geométricas.

Muchas profesiones, además de los matemáticos, arquitectos e ingenieros necesitan y usan la Geometría: albañiles, ceramistas, artesanos (objetos de taracea, trabajos de cuero, repujados de latón, tejedores de alfombras, bordadoras, encajes de bolillos, etc.), decoradores, coreógrafos, diseñadores de muebles, etc. Todos ellos de una forma más o menos consciente, utilizan el espacio y las formas geométricas.

También se encuentra la geometría en los juegos: billar (bolas y mesa en forma de doble cuadrado, con rombos en los bordes), parchís, ajedrez, la rayuela, el juego de los barcos, así como multitud de juegos de ordenador. El mundo de los deportes está repleto de figuras geométricas: fútbol (el rectángulo del campo, las áreas, el balón, las porterías, etc.), baloncesto (canastas, zonas, campo, etc.), tenis, rugby, béisbol, etc.

Seguramente el lector puede completar estas listas de situaciones y ámbitos donde podemos encontrar objetos geométricos, y cuyo manejo facilita el conocimiento de tales ámbitos. (Pág.14-16)

Finalmente, la geometría está en todo nuestro entorno y diario vivir, pero es importante que los estudiantes identifiquen de que lo que se observa es algo abstracto que cumple con características y propiedades para ser definidas geoméricamente y que las figuras que se manejan en el aprendizaje de la geometría en el aula de clase pueden ser tangibles, si no que tienen ciertas características similares.

4.1.1 Definición y tipos

“Los cuerpos geométricos, y demás figuras geométricas en general, se estudian con profundidad en matemáticas. Pero también en el arte hace falta tener unos conocimientos básicos de geometría para describir una obra de arte, planificar su construcción o realizar dibujos técnicos.” Sara Lasso, (2017).

4.1.2 Cuerpos geométricos: Definición y clasificación

Un cuerpo geométrico es una figura geométrica con tres dimensiones: altura, longitud y ancho (o profundidad). Entendido como lugar geométrico un cuerpo sólido es un área con volumen cerrada por superficies en un espacio tridimensional. Los cuerpos geométricos se dividen principalmente en dos tipos dependiendo de si sus superficies son planas o curvas: Poliedros y cuerpos redondos.

4.1.3 Poliedros: Definición, tipos y nombres

Poliedro es el cuerpo geométrico delimitado tan solo por polígonos siendo por lo tanto planas todas sus caras. Los poliedros -o cuerpos planos- se clasifican a su vez en dos tipos:

Tabla 1 Poliedros regulares

Poliedros regulares				
<p>También llamados sólidos platónicos, son aquellos cuyas caras son polígonos regulares iguales, del mismo tamaño, con vértices en los que concurren el mismo número de caras y con ángulos idénticos.</p> <p>Los poliedros regulares son cinco y sus nombres se forman con un prefijo que indica su número de caras o, lo que es lo mismo, el número de lados del polígono de la base:</p>				
Tetraedro regular	Hexaedro regular	Octaedro regular	Dodecaedro regular:	Icosaedro regular
Poliedro con cuatro caras iguales con forma de triángulo equilátero.	(Más conocido como cubo): Poliedro con seis caras iguales con forma de cuadrado.	Poliedro con ocho caras iguales con forma de triángulo equilátero.	Poliedro con doce caras iguales con forma de triángulo equilátero.	Poliedro con veinte caras iguales con forma de triángulo equilátero.

“Nota, recuperado de Sara Lasso, (2017).

Tabla 2 Poliedros irregulares

Poliedros irregulares				
Son aquellos con al menos una cara con una forma poligonal distinta a las demás. Los poliedros irregulares principales son el prisma, la pirámide y el tronco de pirámide.				
Prisma	Pirámide			
Es aquel poliedro con tres o más paralelogramos como caras laterales y dos poligonales paralelos iguales como base.	Es aquel poliedro cuyas caras son triángulos con un vértice común (llamado vértice de la pirámide) y su base un polígono. Las pirámides se clasifican a su vez según sus propiedades en base a los siguientes criterios: Según el número de lados del polígono de la base:			
	Pirámide triangular	Pirámide cuadrangular	Pirámide pentagonal	Pirámide hexagonal
	Con un polígono de tres lados como base.	Con un polígono de cuatro lados como base.	Con un polígono de cinco lados como base.	Con un polígono de seis lados como base.

“Nota, recuperado de Sara Lasso, (2017).

4.2 Aprendizaje de cuerpos geométricos

De acuerdo con Costa Rica. Ministerio de Educación Pública, (2005). En la enseñanza de la geometría se debe combinar la intuición, experimentación y la lógica. Además, se debe utilizar construcciones para caracterizar las figuras, para que, a partir de estas, el estudiantado formule deducciones lógicas.

El aprendizaje de la geometría implica el desarrollo de habilidades visuales y de argumentación. Más aún, para lograr un aprendizaje significativo es necesario construir una

interacción fuerte entre estos dos componentes, de manera que el discurso teórico quede anclado en experiencias perceptivas que ayuden a construir su sentido y, a su vez, las habilidades visuales deben ser guiadas por la teoría, para ganar en precisión y potencia.

Estos autores, además, mencionan que el aprendizaje de la geometría se centra principalmente en tres aspectos:

- Los procesos de visualización (que constituyen el soporte de la actividad cognitiva en geometría donde la estudiante y el estudiante “evolucionan” en su percepción de los objetos) y su potencial heurístico en la resolución de problemas.
- Los procesos de justificación propios de la actividad geométrica.
- El papel que poseen las construcciones geométricas en el desarrollo del conocimiento geométrico.

Para que el aprendizaje de la geometría no carezca de sentido, es importante que el grupo docente se preocupe por buscar un equilibrio entre la asociación de habilidades de visualización y argumentación, pues ambas habilidades son fundamentales dentro del proceso formativo del individuo. Es decir, no se trata sólo de enseñar contenidos como una “receta” o por cumplir con lo estipulado en el currículo sino que se pretende que con la enseñanza de la geometría el estudiantado aprenda a pensar lógicamente.

El ser humano, desde su infancia, crea representaciones del mundo físico que le rodea. Estas le generan una necesidad (teórica y práctica) para lograr el entendimiento de ese mundo. El hemisferio derecho del cerebro resulta ser el más beneficiado ante la presencia de estímulos visuales, a diferencia del hemisferio izquierdo, que tiene la responsabilidad de desarrollar las capacidades verbales

El estudio de la geometría contribuye significativamente al desarrollo de esas necesidades espaciales de visualización; sin embargo, hasta una época histórica reciente, que data a partir de la década de los años 50, es cuando educadores matemáticos se interesaron por el estudio de dicho campo, al vincular la capacidad matemática con la capacidad espacial.

Aunque se ha reconocido la importancia de la capacidad aritmética y el desarrollo de la capacidad de razonamiento, los contenidos geométricos asociados a la capacidad espacial han sido desplazados a un segundo plano en importancia, pues prácticamente desapareció de los planes de estudio durante la época de los años sesenta y setenta, como consecuencia del posicionamiento de “Matemáticas modernas”, caracterizadas por su formalismo y la algebrización de la geometría.(Ronny Gamboa 2010 pág. 127-131).

En resumen el aprendizaje de la geometría influye desde el momento en que nacimos, evolucionando como seres humanos; a su vez tiene una gran importancia la argumentación en la geometría, para que el estudiante a través del descubrimiento y con sus bases teóricas puedan argumentar de forma exitosa los diferentes cuerpos geométricos que se muestran en nuestro entorno.

4.3 Argumentación

Tamayo (2012). Argumenta que uno de los componentes del pensamiento crítico que se reconoce hoy como determinante incorpora la dimensión del lenguaje y de manera particular, la argumentación. El estudio del lenguaje y la argumentación en ciencias se constituye en la actualidad en una de las líneas de investigación de mayor prioridad en la didáctica de las ciencias (Lemke, 1997; Sutton, 1998; Candela, 1999). En cuanto a la argumentación en las clases de ciencias, Duschl y Osborne (2002) destacan la importancia de desarrollar investigaciones que permitan que los estudiantes se acerquen desde sus aulas de clase a las formas de trabajo científico propias de las comunidades académicas, dentro de las que se destaca, de manera especial, las referidas a los múltiples usos del lenguaje y de la argumentación. De otra parte, Jiménez y Díaz de Bustamante (2003), Campaner y De Longhi (2007), Sardá, Márquez y Sanmartí (2005), destacan el ámbito de la enseñanza de las ciencias como un espacio en el cual se pueden potenciar las competencias argumentativas de los estudiantes, dado que uno de los fines de la investigación científica es la generación y justificación de enunciados y acciones encaminados a la comprensión de la naturaleza (Jiménez, Bugallo y Duschl, 2000 (citado en Jiménez y Díaz de Bustamante,

2003). Los estudios sobre la argumentación en el aula muestran en general dos tendencias: los de orden estructural, que profundizan en la comprensión de las formas de los argumentos; y los de orden funcional, que tienen como intención entender los usos de la argumentación. En la enseñanza de las ciencias, varios autores han analizado la argumentación en el contexto del aula basándose en los modelos propuestos por Toulmin, Van Dijk y Adam.

Toulmin (2012), considera como argumento todo aquello que es utilizado para justificar o refutar una proposición. Aunque no ofrece los rasgos lingüísticos de su modelo, éstos han sido inferidos a partir de los elementos funcionales de aquél (Parodi, 2005). Según Sardá y Sanmartí, citadas anteriormente, el modelo de Toulmin permite que los alumnos y alumnas reflexionen sobre la estructura del texto argumentativo. Sin embargo, Driver y Newton (1997) indican que el modelo toulminiano presenta el discurso argumentativo de forma descontextualizada, sin tener en cuenta que depende del receptor o receptora y de la finalidad con la cual se emite. Los autores y autoras consideran útil el modelo para tomar conciencia de la estructura de la argumentación.

Para el análisis de la información se tomaron como punto de partida algunos de los aportes derivados de las matrices argumentativas presentadas por Toulmin (2007), con el fin de crear las categorías que serán el punto de partida en el presente informe de investigación. De acuerdo con Erdurán et ál. (2004) y Erdurán (2008), la calidad de los argumentos se puede evaluar desde los siguientes niveles argumentativos (tabla 1). (Tamayo 2012)

Tabla 3 Niveles argumentativos

Niveles Argumentativos	Características
Nivel 1	Comprende los argumentos que son una descripción simple de la vivencia.
Nivel 2	Comprende argumentos en los que se // identifican con claridad los datos (data) y una conclusión (claim).
Nivel 3	Comprenden argumentos en los cuales se identifican con claridad los datos (data), conclusiones (claim) y justificación.
Nivel 4	Comprende argumentos constituidos por datos, conclusiones y justificaciones (warrants), haciendo uso de // cualificadores (qualifiers) o respaldo teórico (backing).
Nivel 5	Comprende argumentos en los que se // identifican datos, conclusión(es), justificación(es), respaldo(s) y contraargumento(s).

“Nota. Recuperado de Tamayo 2011.

Método de Toulmin

Profundizado en Toulmin, Rieke, and Janik (1984), se relaciona con las reglas de una argumentación en pasos que pueden ser precisados en cualquier tipo de disciplina o espacio abierto a la disertación, al debate. Mediante este modelo, los docentes pueden motivar a los estudiantes a encontrar la evidencia que fundamenta una aserción. Se aprende que la excelencia de una argumentación depende de un conjunto de relaciones que pueden ser precisadas y examinadas y que el lenguaje de la razón está presente en todo tipo de discurso.

4.3.1 Estructura de un argumento

Toulmin (2012), considera que las argumentaciones cotidianas no siguen el clásico modelo riguroso del silogismo y crea uno adecuado para analizar cualquier tipo de argumentación en el marco de los discursos sociales: conversación, periódico, televisión, radio, prensa escrita, entrevista, interacción docente alumno, médico-paciente, abogado-cliente. Considera que un “argumento” es una estructura compleja de datos que involucra un movimiento que parte de una evidencia y llega al establecimiento de una aserción. El movimiento de la evidencia a la aserción es la mayor prueba de que la línea argumental se ha realizado con efectividad. La garantía permite la conexión. De Gamboa (2009) indica como el esquema propuesto por Toulmin proporciona una herramienta valiosa para analizar la argumentación de los estudiantes desde una perspectiva formal; incluso Pedemonte (2007) muestra cómo este modelo permite comparar la estructura de un argumento y la estructura del correspondiente paso en la demostración.

En particular, el modelo de Toulmin, según Sardá y Sanmartí (2000) se basa en un esquema de argumentación, compuesto por:

Datos: evidencias, hechos, informaciones o ejemplos, utilizados para justificar y validar la aserción.

Aserción: el enunciado conclusión.

Garantía: razones (reglas, principios,...) que conecta los datos con la aserción, es decir, indica como la aserción se obtiene de los datos.

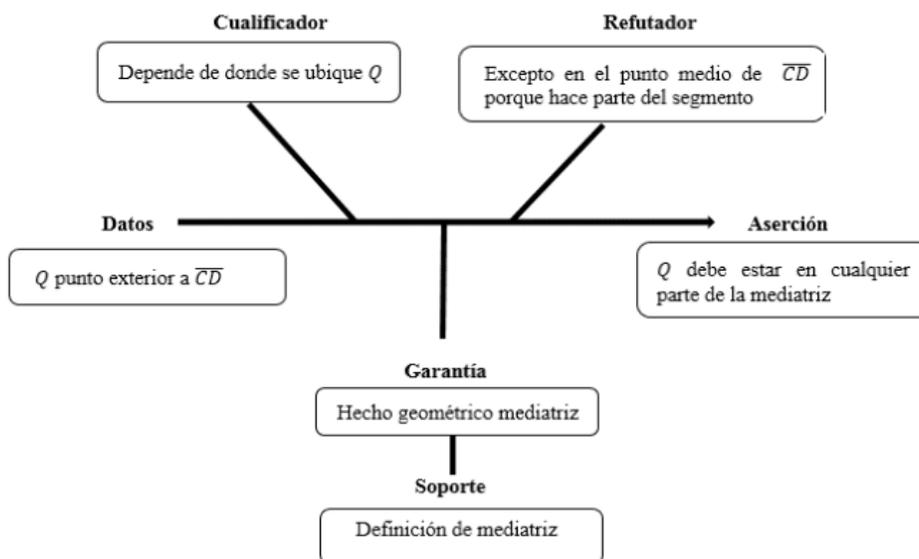
Calificadores modales: aportan comentarios implícitos (quizá, probablemente, algunas veces, la mayoría, etc.) de la justificación; son la fuerza que la justificación confiere a la argumentación.

Soporte: respaldos que permiten asegurar la justificación.

Refutadores: aportan comentarios implícitos, señalando las circunstancias en que las justificaciones no son ciertas.

La figura 1 muestra los elementos del modelo Toulmin en un posible argumento al problema 10 de la Actividad 1 (Ver anexo 1). En el cual se pregunta las posibles posiciones de un punto Q que no pertenece al \overline{CD} de tal manera que su distancia a cada extremo del segmento sea igual (Toro 2014)

Ilustración 1 Esquema de argumento en el modelo Toulmin



“Ilustración. Esquema de argumento en el modelo Toulmin, *Acercamiento a la argumentación en un ambiente de geometría dinámica: grado octavo 2014*.

4.3.2 Análisis estructural por medio del modelo de Toulmin

La conexión lógica entre los enunciados en una argumentación, aduce Pedemonte (2007), difiere de la conexión lógica en una demostración. Cada paso de una demostración puede ser descrito como un paso deductivo, pero la estructura de la argumentación no siempre obedece a una estructura deductiva, sino que puede estar compuesta de pasos de diferente naturaleza, tales como pasos abductivos o pasos inductivos. Pedemonte (citada por Fiallo, 2010) menciona tres tipos de argumentación:

Argumentación deductiva: tiene la misma forma que la demostración deductiva, pero con algunos aspectos diferentes. La demostración deductiva utiliza los objetos de manera formal, recurriendo a una teoría matemática; en cambio, la argumentación deductiva puede utilizar el lenguaje natural y puede no estar apoyada por una teoría matemática. Por ende, es aceptado el hecho de que las deducciones puedan ser falsas. En un paso deductivo en el modelo Toulmin, la aserción se deduce a partir de los datos y la garantía, elementos determinados de antemano.

Argumentación inductiva: a diferencia de la deducción que parte de lo general para concluir casos específicos, el proceso inductivo parte de la observación o de la recolección de ciertos hechos o datos para concluir una regla. La inducción conduce a la construcción de nuevos conocimientos, a partir de la observación de casos particulares que se generalizan en un conjunto de casos. Los datos recogidos o los hechos observados se comparan el uno con el otro con el fin de determinar sus relaciones mutuas para poder abstraer una regla general. Algunas de las herramientas de la inducción son la generalización, la particularización y la analogía.

Argumentación abductiva: En la abducción, se empieza por una conclusión y se procede a derivar las condiciones que podrían hacer a esta conclusión válida. En otras palabras, se trata de encontrar las mejores o más plausibles explicaciones para el ensamble de los hechos dados, en otras palabras, la búsqueda de los datos. En el modelo Toulmin, un

argumento es abductivo si teniendo la aserción, se buscan posibles garantías y se formulan posibles datos de acuerdo a ello.

Acciones del profesor

Se estudia el rol del profesor específicamente en torno al favorecimiento o no de la argumentación en los estudiantes. Samper, Camargo y Perry (2006) señalan que la actividad argumentativa en el aula no surge de manera independiente, por lo que es obligatorio que el docente lleve a cabo acciones que propicien un ambiente adecuado. Es decir, los profesores tienen una doble responsabilidad, apoyar a los estudiantes en el desarrollo de la actividad y generar experiencias de aprendizaje que lleven a los estudiantes a argumentar.

Samper et al (2006) organizan una serie de acciones en cuatro grupos, según el objetivo de cada una, y las definen. A continuación, se exponen las principales ideas que los investigadores establecen:

Tabla 4 Acción del profesor grupo A

GRUPO	DEFINICION	Acciones		
A	Contiene las acciones que apuntan a la creación o consolidación de condiciones para constituir una comunidad de práctica (comunidad formada por los estudiantes y profesor, donde el profesor tiene condición de miembro de esa comunidad como el representante de la disciplina de las matemáticas).	Proporciona espacio de reflexión	Sugiere exploración con geometría dinámica	Acepta el uso de geometría dinámica como medio de validación

“Nota. Acercamiento a la argumentación en un ambiente de geometría dinámica: grado octavo 2014.

Tabla 5 Acción del profesor grupo B

GRUPO	DEFINICION	Acciones							
B	Se conforma de las acciones que contribuyen a iniciar, desarrollar y/o consolidar una práctica discursiva. Es decir, con estas acciones el profesor busca involucrar al estudiante en los acontecimientos matemáticos de la clase, usando las ideas del estudiante para ampliar el tema, para corregir errores, a la vez que está introduciendo el objeto matemático de estudio de la clase.	Reacción con aclaración o precisión	Aprocheamiento con intervención del estudiante	Concreta resultados hasta el momento	Institucionaliza el saber	Reacción de manera lacónica	declaración, indica, , explica o corrige el error	Aprueba aporte del estudiante	Repregunta

“Nota. Acercamiento a la argumentación en un ambiente de geometría dinámica: grado octavo 2014.

Tabla 6 Acción del profesor grupo C

GRUPO	DEFINICION	Acciones				
C	Se incluyen las acciones que se ocupan directamente de la formación de miembros activos de la comunidad de práctica de indagación matemática. Estas acciones tienen como propósito que los estudiantes expresen claramente sus ideas, escuchen críticamente las de sus compañeros para argumentar si las aceptan o no, y justifiquen sus propias ideas.	Incentiva discusión entre estudiantes	Busca o rescata aportes del estudiante	Exige justificación	Exige justificación	Indaga

“Nota. Acercamiento a la argumentación en un ambiente de geometría dinámica: grado octavo 2014.

Tabla 7 Acción del profesor grupo D

GRUPO	DEFINICION	Acciones			
D	Se caracterizan acciones con las que el profesor, en calidad de experto local, aporta directamente elementos de la matemática misma para la construcción del saber de la comunidad. En estas acciones el profesor provee información sobre cómo se hace matemáticas, qué es matemáticas, o para que el saber matemático que se está tratando en clase evolucione, provea sugerencias o exponga parte del contenido	Establece el foco de atención en el que se centrará la discusión o la tarea a realizar	Hace comentarios relativos al sistema axiomático a la demostración	Problematiza situación	Provee justificación o información

“Nota. Acercamiento a la argumentación en un ambiente de geometría dinámica: grado octavo 2014.

En resumen, la argumentación con el método de Toulmin, se puede definir en qué nivel argumentativo se encuentra el estudiante. El docente a través de su experiencia tiene un rol fundamental en la preparación de las clases de tal forma que motive al estudiante a argumentar de forma acertada y ayude al estudiante a potenciar sus competencias argumentativas; de tal forma que con ayuda de un conjunto de datos de forma inductiva pueda plantear o deducir reglas que le ayuden a solucionar ciertos problemas geométricos.

4.4 Argumentación en cuerpos geométricos

Crespo (2014), expone que la Matemática, en especial la Geometría, puede afrontar en el aula desde distintos enfoques en los que se hace predominar: la experiencia, la intuición o el razonamiento. Cualquiera sea el anclaje teórico al que se haga alusión, lo que se busca es que el alumno aprenda a ver y a interpretar y a partir de allí pueda desarrollar conceptos teóricos. La importancia de las representaciones de cuerpos tridimensionales se plantea cuando es necesario realizar razonamientos sobre los dibujos de estos cuerpos, entrando en juego el proceso de visualización, requerido para el desenvolvimiento en un mundo tridimensional.

Este proceso ayuda el análisis de las variables que actúan en el planteo de un problema matemático. La visualización ha sido abordada desde diferentes marcos teóricos. De acuerdo a los conceptos vertidos por la visualización no podemos entenderla como el simple acto de ver, sino como “la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual en el pensamiento y el lenguaje del que aprende.

“Para realizar la labor de visualización se requiere de la utilización de nociones matemáticas relacionadas con el campo de lo numérico, gráfico, algebraico, verbal y también de lo gestual. En consecuencia, la visualización opera con el funcionamiento de las estructuras cognitivas, las relaciones entre las diversas representaciones de un objeto matemático y además intervienen en una determinada cultura”. Vinner, (1981). Define los conceptos básicos se pueden describir como una asociación de las propiedades que poseen y de los atributos relevantes e irrelevantes Tenemos tres elementos a considerar:

La imagen del concepto: se refiere al conjunto de estructuras cognitivas que se relacionan con el concepto, que incluyen imágenes mentales, propiedades asociadas y procesos asociados. Se construye a lo largo de los años a través de experiencias de todo tipo y cambia a medida que la persona se encuentra con nuevos estímulos y madura. La imagen del concepto puede no ser coherente en su totalidad. La imagen se forma a través de un grupo de ideas y a diferentes estímulos la persona evoca distintas partes de la imagen. Se

define entonces la imagen evocada de un concepto. Los conflictos surgirán sólo en caso que partes contradictorias de la imagen del concepto sean evocadas en simultáneo.

La definición del concepto: se refiere al conjunto de palabras que se usan para especificar ese concepto. Su aprendizaje puede ser memorístico, construido por él, significativo o no. El alumno tendrá entonces una definición personal del concepto y será la forma en la que él explicita la imagen del concepto que él tiene y que será distinta a la definición formal del concepto (aceptada por la comunidad científica). La definición del concepto genera en cada individuo una imagen del concepto que será coherente o no con la imagen global del concepto. Se concluye que los conflictos son causados por la enseñanza.

“Se definen los factores potenciales de conflicto a la parte de la imagen o definición de un concepto que pueden entrar en conflicto con otras partes cuando son evocadas juntas generando un factor de conflicto cognitivo. Dentro de los factores potenciales de conflicto se consideran aquellos en los cuales la imagen de un concepto contradice a la definición formal del concepto, lo que impide el aprendizaje formal, dado que es imposible formar una imagen del concepto asociada a esa definición. Un grupo de operaciones mentales o físicas como ciertas operaciones lógicas. O sea, el alumno comprende e interpreta modelos visuales y, por otra parte, refleja en imagen visual información recibida en forma simbólica”. (Cantoral & Montiel, pág. 16, 2002).

Por último, es importante la argumentación geométrica ya que el estudiante aprenda e identifique en imágenes abstractas de la vida cotidiana, de tal forma de que pueda justificar las características y propiedades de los cuerpos geométricos en nuestro entorno.

4.5 Las TIC como herramienta para enseñar geometría.

Matemáticas e Innovación en las Prácticas Pedagógicas

El apoyo a entregar a los docentes para que puedan orientar e incidir significativamente en que sus alumnos logren fortalecer habilidades propias de la visualización, en tanto proceso para conformar imágenes mentales, ya sea con lápiz y papel o con apoyo de herramientas

tecnológicas, se hará a partir de la concepción constructivista del aprendizaje. Se trata de favorecer la comprensión y el descubrimiento de conceptos matemáticos, como también la apropiación y destrezas para el uso del tiempo y el espacio. ROMÁN C. (2005),

Desde el constructivismo, tanto la enseñanza como el aprendizaje son comprendidos como procesos complejos que se sostienen sobre la acción coordinada e integrada del alumno y del docente. En dicho proceso el alumno lleva a cabo la apropiación de la nueva información confrontándola con los vacíos y/o con los saberes y esquemas previos, elaborando un nuevo esquema de conocimiento más enriquecido y operativo. Por su parte, el profesor orienta y guía la actividad del alumno ofreciéndole los andamiajes necesarios para el proceso de construcción del nuevo saber. Desde esta perspectiva la enseñanza debe considerarse un proceso continuo de negociación de significados, cuyo análisis debe contemplar la trama de relaciones que se establecen en el aula y el aporte de todos los actores que participan en ella. Coll, C. y Solé I. (1990).

Según ROMÁN C. (2005), La adecuada enseñanza de la matemática, asume que los conceptos matemáticos tienen más de una forma para representarlos, por lo cual su enseñanza debe focalizarse en profundizar estas formas de representación múltiples, de manera tal que los alumnos se muevan libremente de una representación a otra. Es ahí, donde adquiere relevancia la adecuada enseñanza de la geometría dado que ello favorece la adquisición de habilidades y destrezas de percepción visual, necesarias para que el alumno identifique y reconozca formas geométricas, así como relaciones y propiedades en una, dos y tres dimensiones. (Alsina y otros 1995. Pág. 8).

Esta posibilidad se ve reforzada y potenciada a través del uso de un software en matemática (particularmente de geometría), ya que de manera individual y colectiva permite al estudiante desarrollar la visualización, imaginar y concretizar múltiples representaciones; establecer hipótesis y conjeturas sobre el comportamiento de figuras, cuerpos en marcos temporales y espacios definidos. Es a partir de estos procesos cercanos a su propia experiencia, que los alumnos/as construyen conocimiento y sentidos que les permiten apropiarse de aprendizajes significativos y estables.

Por consiguiente, el modelo didáctico, enfocado hacia la enseñanza de la geometría, debe considerar la generación de condiciones para el docente cuente con una variedad de medios y estrategias que le permitan atender adecuadamente las diferentes necesidades que aparezcan durante el proceso, a la vez que sean un recurso pedagógico que lleve a los niños/as a encontrar el sentido a lo que hacen, motivarlos y comprometerlos con su proceso de aprendizaje.

Integración de las Tics en la planificación y trabajo en aula

Según ROMÁN C. (2005), La integración exitosa de las Tics en la sala de clase implica una articulación de componentes y factores que tienen relación directa con acto educativo en sí mismo y no sólo con la disponibilidad de infraestructura tecnológica. Resultados de investigaciones señalan que, en algunos casos es la organización de los recursos informáticos, más que la cantidad de los mismos, lo que determina la extensión con los cuales estos son utilizados. Se requiere por tanto revisar, planificar y alterar de alguna manera la estrategia que plantea el docente para el desarrollo de la clase, la organización de la sala y la interacción con los recursos educativos disponibles.

“Al abordar este conjunto articulado de componentes, estamos haciendo referencia al “dispositivo pedagógico” que se pone en juego en todo acto educativo, sea el mismo totalmente consciente o no para el docente y los alumnos. El investigador belga Marcel Lebrun, conceptualiza al “dispositivo pedagógico” como el modo concreto de articular diferentes componentes tales como: objetivos, recursos, relaciones, tecnologías, prácticas y el medioambiente que las enmarcan, procurando que ocurra un acto educativo (unidad pedagógica) significativo y eficiente. El dispositivo pedagógico, según este autor, incluye cinco componentes:

- El contexto, que debe ser desmenuzado, hecho cercano y accesible para un aprendizaje significativo y con sentido para el alumno. El significado es dado a través de la estructura, por tanto, como aprender la estructura y sus relaciones permite acceder a la significación. El proceso más importante de esta fase consiste en considerar el contexto para motivar al alumno.

- la información propuesta por el profesor debe provenir de una amplia gama de recursos e incentivar a que sea investigada por los alumnos, ya que el profesor no es la fuente de información, sino que su rol es estimular para que el alumno gestione sus propias fuentes. El proceso fundamental de esta fase consiste en informar para desarrollar en los alumnos una actitud proactiva, es decir promover en ellos el “aprender a aprender”.
- Las tecnologías e instrumentos que se incorporen en la clase deben ser usados para legitimar el conocimiento y proveer ejemplos. El proceso central de esta etapa consiste en analizar y promover la relación y manipulación de diferentes formas de representación del saber (impreso, auditivo, visual, multimedia), para que este conocimiento tenga legitimidad, validez, autoridad y sentido para los alumnos.
- Las evidencias de investigación señalan que las Tics pueden ser usadas en un amplio rango de diferentes formas para mejorar la enseñanza y el aprendizaje, yendo desde tareas individuales de los alumnos, tareas grupales hasta la totalidad del grupo clase”. (Higgins, 2003 pág. 8-10).

En resumen, la idea de trabajar la geometría con ayuda de las Tic, es motivar al estudiante para que fortalezca sus habilidades argumentativas, mejorando el laso de aprendizaje entre estudiante- docente y sea un aporte mutuo, para desarrollar habilidades geométricas para que el estudiante imagine múltiples figuras abstractas de tal forma que el docente planifique, organice sus actividades para que el estudiante llegue a un aprendizaje significativo y a la vanguardia.

5 OBJETIVOS

5.1 Objetivo General

Favorecer los niveles de argumentación, al emplear el Geogebra para el estudio de los Poliedros.

5.2 Objetivos específicos

- Identificar los niveles de argumentativos iniciales de los estudiantes de noveno.
- Analizar los cambios que presentan los estudiantes, con relación a los niveles argumentativos, empleando el uso de Geogebra en el estudio de los poliedros.

6 METODOLOGÍA

Esta investigación se aborda bajo el paradigma de investigación cualitativa, Los autores Blasco y Pérez (2007:25), señalan que la investigación cualitativa estudia la realidad en su contexto natural y cómo sucede, sacando e interpretando fenómenos de acuerdo con las personas implicadas. Utiliza // variedades // instrumentos para recoger información como las entrevistas, imágenes, observaciones, historias de vida, en los que se describen las rutinas y las situaciones problemáticas, así como los significados en la vida de los participantes. Esta investigación se trata de acceder al estudio de los niveles argumentativos de los estudiantes en el contexto mismo en que sucede: el aula de clase, en particular en la clase de geometría, cuando se usa el software de geometría Geogebra. En este sentido, se enmarca en los parámetros que establecen. El objetivo de la investigación cualitativa es identificar la naturaleza de las realidades, su estructura, aquella que da razón plena del comportamiento, estudiando la realidad en su contexto natural, tal y como sucede, intentando dar interpretación a los fenómenos de acuerdo con los significados que tienen para las personas implicadas; de igual forma, el estudio se plantea siguiendo un diseño que se aproxima a un experimento de enseñanza. Un experimento de enseñanza contempla, según (como cito Gravemeijer y Simón citados por Callejo, Valls y Llinares), tres fases:

Significa entonces, que esta investigación puede ser entendida como un experimento de enseñanza, pues se realizó el estudio en tres etapas: la primera centrada en la elaboración de la unidad didáctica; la segunda será la implementación de esta en el aula con un grupo de estudiantes de noveno grado; y la tercera consiste en el análisis de los resultados obtenidos, de un lado caracterizando los argumentos bajo el modelo Toulmin, usando las categorías de análisis propuestas por el grupo. Además, el método de la investigación es el estudio de casos, ya que solo se analiza la producción de un grupo reducido de estudiantes cuando argumentan un problema.

Toro (como cito en Samper 2006 2014), Para el desarrollo de la investigación en el aula, se realizará una clase en donde se observaran que los estudiantes tienen falencias en la enseñanza de conceptos, características que impliquen actividades argumentativas, en donde se retomaran aspectos característicos de la aproximación metodológica planteada por el grupo.

En primer lugar, las soluciones que los estudiantes dan a los problemas geométricos que les plantea el profesor son la fuente principal para proveer elementos que contribuyen al análisis de las actividades propuestas. En segundo lugar, la intervención del profesor a los estudiantes, con el software investigando dar un aprendizaje adecuado, para favorecer la actividad argumentativa y de apoyar el aprendizaje individual. En tercer lugar, el uso de un software de geometría Geogebra, es un medio para posibilitar la participación de los estudiantes; este recurso les proporciona un entorno en el cual se propicie la exploración, la comunicación y la validación.

El análisis se llevará cabo en dos fases: Identificar los niveles de argumentación que realizan los estudiantes, cuando es una clase habitual y otro cuando emplean el Geogebra. La caracterización de los niveles argumentativos, teniendo en cuenta dos de los objetivos específicos de la investigación. En el caso de la caracterización de los argumentos se utiliza un conjunto de categorías, unas tomadas del marco teórico; de otro lado está Analizar los niveles argumentativos que evidencian los estudiantes en el estudio de los poliedros, que como se mencionó en el marco teórico, fueron seleccionadas según la intencionalidad del estudio, de las propuestas, por ser las que parecían más pertinentes para la situación a analizar, ya sea porque debieron suceder o porque habría sido bueno que sucedieran.

6.1 Técnicas o instrumentos de recolección de datos

Teniendo en cuenta la investigación y el tipo de experimentación que es, junto con sus objetivos, en un salón de clases, es necesario tratar de obtener la mayor cantidad posible de información de los estudiantes. Por estas razones se filmaron y se tomaron fotos de algunos momentos de la sesiones, y se harán grabaciones de audio y video cuando los estudiantes.

Las grabaciones de audio y video se usaron para construir analizar las diferentes respuestas de los estudiantes. Las transcripciones serán claves para la realización del estudio de los argumentos de los estudiantes. Así mismo, las hojas de trabajo de los estudiantes, en donde escribirán sus respuestas a las actividades de la propuesta de enseñanza.

6.2 Descripción de la población

Se hará seguimiento a los estudiantes del grado 901 de la Institución Educativa Gallardo del municipio de Suaza. .sus edades oscilan entre los 14 y 16 años; Estos estudiantes son de la zona rural, el estrato socio económico de los estudiantes es 1, son muy pocos los que tiene acceso a celulares o pc, cabe resaltar que en esta zona aún no hay acceso a señal de celular y navegación de internet con facilidad; El desempeño de los estudiantes es básico, el grado noveno (901) sería experimentación al que se le aplicara la metodología de TIC con ayuda del Geogebra ; este grupo recibirá las clases en la sala de tecnología donde se tendrán estudiante por pc ; con la ayuda del video beam y del televisor se proyecta la pantalla del computador donde se va a enseñar el manejo del Geogebra, que es el software que se va a trabajar; también se utilizara PoWer Point para la proyección de diapositivas con contenido para la clase y muestra de videos.

El grupo experimental sería el 901 que tiene una intensidad horaria de 1 hora por semana. Al final de la ejecución de nuestra propuesta se aplicó la prueba, el pos test a dos estudiantes por el desempeño bajo, 2 en el desempeño básico, 2 en el desempeño alto y dos en el desempeño superior; en el cual revelara los resultados obtenidos.

7 RESULTADOS

Analizamos la información recogida durante la aplicación del presente proyecto a partir de las reflexiones planteadas por Toulmin (2007), con el fin de crear las categorías que serán el punto de partida en el presente informe de investigación. De acuerdo con Erdurán et ál. (2004) y Erdurán (2008), la calidad de los argumentos se puede evaluar desde los niveles argumentativos. (Tamayo 2012).

De igual forma, analizamos la información suministrada en los diferentes momentos y actividades de aplicación del proyecto investigativo, mediante la técnica de estudio de caso estructural por medio del modelo de Toulmin, donde hacemos reflexiones de forma descriptiva sobre “ESLM1, ESJQ2, EAVD1, EADD2, EBSML1, EBSEM2, EBJN1 y EBBG2” que son los códigos de los estudiantes del grado 9º, entorno a los niveles argumentativos de cada uno de ellos, al igual que su estructura argumentativa en las respuestas dadas a cada instrumento de recolección de información. Posterior a esto, se da una visión general de los casos para identificar tendencias al interior del grupo de estudio.

Este análisis de información, se llevará cabo en dos fases: Identificar los niveles de argumentación que realizan los estudiantes, cuando es una clase habitual y otro cuando emplean el Geogebra. La caracterización de los niveles argumentativos, teniendo en cuenta dos de los objetivos específicos de la investigación. En el caso de la caracterización de los argumentos se utiliza un conjunto de categorías, unas tomadas del marco teórico; de otro lado está Analizar los niveles argumentativos que evidencian los estudiantes en el estudio de los poliedros, que como se mencionó en el marco teórico, fueron seleccionadas según la intencionalidad del estudio, de las propuestas, por ser las que parecían más pertinentes para la situación a analizar, ya sea porque debieron suceder o porque habría sido bueno que sucedieran.

Momento 1: Exploración inicial de los niveles argumentativos.

Para la identificación de los modelos niveles argumentativos iniciales de ESLM1, ESJQ2, EAVD1, EADD2, EBSML1, EBSEM2, EBJN1y EBBG2, se aplicó un instrumento de lápiz y papel, donde se propusieron a los estudiantes una clase habitual donde se les da el tema su significado y sus ejercicios posteriormente.

A través de la implementación de una matriz de análisis de contenido, reflexionamos de forma particular en cada caso en torno a las expresiones de los estudiantes para identificar en que niveles iniciales estaban.

Erdurán (2008). La información obtenida en estos dos instrumentos fue analizada a través del uso de matrices donde a partir de las expresiones del grupo de estudio, identificamos Conclusiones, Datos, Aserción, Garantía, Calificadores modales, Soporte, Refutadores, para ubicar a cada estudiante en un nivel determinado con base a los niveles argumentativos planteados por, Tamayo (2012).

A continuación presentamos la matriz y posteriormente, las reflexiones en torno al análisis de cada caso en los modelos explicativos y su argumentación frente a los temas propuestos:

Tabla 8 Exploración Matriz inicial de los niveles argumentativos.

Estudiante	PREGUNTA	RESPUESTA	NIVEL ARGUMENTATIVO	EXPLICACION DEL NIVEL ARGUMENTATIVO
ESLM1- EBSML2	4 ¿Cuál de los poliedros tiene igual número de vértices que de caras?	El tetraedro, porque es más complejo tiene más definidas sus vértices 4, caras 4.	Nivel 3	El nivel 3, Comprenden argumentos en los cuales se identifican con claridad los datos (data), conclusiones (claim) y justificación
ESJQ2, EADD2, EBSEM2, EBJN1 y EBBG2	4 ¿Cuál de los poliedros tiene igual número de vértices que de caras?	Rta: El tetraedro, porque tiene más definidas sus vértices, caras y aristas.	Nivel 2	Comprende los argumentos en los que se identifican con claridad los datos (data) y una conclusión (claim).

Caso 1 ESLM1 y EBSML1

Ubicamos a ESLM1 y EBSML1 en el Nivel 3 que según De acuerdo con Erdurán et ál. (2004) y Erdurán (2008), se caracteriza Comprenden argumentos en los cuales se identifican con claridad los datos (data), conclusiones (claim) y justificación.

A modo de ejemplo, presentamos a continuación algunas respuestas planteadas por ESLM1 y EBSML1 para considerar que dicha estudiante se ubica en el Nivel 3, ante una de las preguntas que se le planteó en el instrumento de lápiz y papel:

¿Cuál de los poliedros tiene igual número de vértices que de caras?

Rta: El tetraedro, porque es más complejo tiene más definidas sus vértices 4, caras 4.

El uso del conector “porque”, después de cada sentencia propuesta por ESLM1 y EBSML1, nos lleva a proponer una posible justificación de ellas a cada idea, como lo propone Lo Cascio (1998) citado por Cano i Ortiz (2010), quien lo describe como una marcador lingüístico, propio de las justificaciones, teniendo en cuenta la estructura interna de una argumentación. Sin embargo, como lo manifestase Rodríguez Bello (2004), dentro de la estructura argumentativa propuesta por Toulmin (1993), las justificaciones se caracterizan por establecerse como puente entre los datos y la conclusión, permitiendo evaluar en el argumento si la conclusión se basa en los datos.

La anterior respuesta presentada por ESLM1 y EBSML1, nos lleva a ubicarla en este instrumento escrito en un nivel 3 que de acuerdo De acuerdo con Erdurán et ál. (2004) y Erdurán (2008):

“El nivel 3, Comprenden argumentos en los cuales se identifican con claridad los datos (data), conclusiones (claim) y justificación.

Anteriormente pertenecen a un nivel 3 dado que en este nivel, se encuentran los argumentos en los cuales se identifican con claridad los datos conclusiones y justificación. Compartida por Tamayo (2011).

Como notamos, en el escenario argumentativo, los argumentos de ESLM1 EBSML1 se caracterizan tener datos y a partir de ellos conclusiones y justificación, los argumentos de ESLM1 y EBSML1 se encuentran en un nivel 3, y que es indispensable en ella, lograr procesos argumentativos más profundos, a través del diseño de ambientes de enseñanza y aprendizaje orientados al desarrollo de habilidades argumentativas, además de la reflexión en torno a la estructura de argumentos sólidos en componentes como conclusiones, justificaciones, respaldos teóricos y contraargumentos. (Tamayo, 2011).

Caso 2 ESJQ2, EADD2, EBSEM2, EBJN1 y EBBG2

Posteriormente de llevar a cabo el estudio en torno a las reflexiones hechas por ESJQ2, EADD2, EBSEM2, EBJN1 y EBBG2 para establecer el nivel argumentativo al que se aproxima en la mayoría de las ocasiones, podemos identificar en las respuestas de los estudiantes, conceptos como las que se ilustran a continuación nos llevan a establecer como tal, el nivel 2, planteado anteriormente a partir de frase conector clave como: “porque”.

A continuación, brindamos las respuestas planteadas por los estudiantes de las cuales tomamos como referencia para respaldar lo anteriormente planteado:

¿Cuál de los poliedros tiene igual número de vértices que de caras?

Rta: El tetraedro, porque tiene más definidas sus vértices, caras y aristas.

Sin embargo, dentro de la estructura argumentativa propuesta por Toulmin (1993), las justificaciones se caracterizan por establecerse como puente entre los datos y la conclusión, permitiendo evaluar en el argumento si la conclusión se basa en los datos.

La anterior respuesta presentada por, ESJQ2, EADD2, EBSEM2, EBJN1 y EBBG2, nos lleva a ubicarlo en este instrumento escrito en un nivel 2 que de acuerdo De acuerdo con Erdurán et ál. (2004) y Erdurán (2008):

“El nivel 2, Comprende los argumentos en los que se identifican con claridad los datos (data) y una conclusión (claim).

Para Erduran, argumentos como los descritos anteriormente pertenecen a un nivel 2 dado que en este nivel, se encuentran los argumentos que presentan afirmaciones o que presentan datos que dan soporte a la conclusión, perspectiva que también es compartida por Tamayo (2011).

Como notamos, en el escenario argumentativo, los argumentos de ESJQ2, EADD2, EBSEM2, EBJN1 y EBBG2 se caracterizan tener datos y a partir de ellos dar una conclusión, los argumentos de ESJQ2, EADD2, EBSEM2, EBJN1 y EBBG2 se encuentran en un nivel 2, y que es indispensable en él, lograr procesos argumentativos más profundos, a través del diseño de ambientes de enseñanza y aprendizaje orientados al desarrollo de habilidades argumentativas, además de la reflexión en torno a la estructura de argumentos sólidos en componentes como conclusiones, justificaciones, respaldos teóricos y contraargumentos. (Tamayo, 2011).

7.1 Análisis general del grupo

En este apartado creamos algunas reflexiones en torno a las generalidades de los estudiantes para este primer momento de indagación de sus niveles argumentativos iniciales, tratando de reunir en las observaciones descritas anteriormente para cada caso, las características comunes que definen el estado inicial de los estudiantes en este primer momento, para la identificación de obstáculos y la posterior planeación e intervención didáctica en el aula. (Orrego, et al., 2016)

7.2 Análisis de los niveles argumentativos

Exponemos a continuación, algunas reflexiones generales en cuanto a la estructura argumentativa de los estudiantes en el primer momento del desarrollo de la UD, luego de aplicados el instrumento de argumentación escrito y el escenario argumentativo, fundamentado en la reflexión en torno a las problemáticas presentadas en tema de Cuerpos geométricos, poliedros en el municipio de Suaza Huila.

Se analizaron los argumentos planteados por los estudiantes en las respuestas al instrumento escrito y las intervenciones hechas durante el desarrollo del escenario argumentativo, donde observamos que de los niveles argumentativos de los estudiantes se encuentran predominante en los primeros niveles argumentativos, siendo el nivel 2 el de mayor número de casos.

Aquí podemos recordar que el Nivel 2 según De acuerdo con Erdurán et ál. (2004) y Erdurán (2008), (Tamayo 2012), comprende argumentos en los que se identifican con claridad los datos y una conclusión. Ejemplo de esto, se puede evidenciar en respuestas dadas al instrumento escrito y al comienzo del escenario argumentativo donde los estudiantes sólo presentan las características y la respuesta sin justificar ni dando un contraejemplo, como se muestra a continuación:

¿Cuál de los siguientes poliedros tienen igual número de vértices y caras? Cubo.

A. Tetraedro

B. pirámide cuadrangular.

ESLM1: tetraedro *ESJQ2: tetraedro*

EAVD1: tetraedro *EADD1: tetraedro*

EBSML1: tetraedro *EBSEM2: tetraedro*

EBJN1: tetraedro *EBBG2: tetraedro*

Como podemos observar en los ejemplos anteriores, ninguno de los estudiantes intentan brindar algunos datos o justificaciones ante las preguntas que hace el docente, y esto se llega solo cuando el docente estimula a que complementen mejor sus argumentos ante sus respuestas, como se muestra en el siguiente ejemplo, a algunas justificaciones a sus argumentos. Cano i Ortiz (2010) cuando se hace uso del conector “porque” como un marcador lingüístico, propio de las justificaciones, de acuerdo a la estructura de la argumentación. Lo Cascio (1998).

ESLM1: Grafica 2 es cóncavo porque sus ángulos interiores parecen que miden menos de noventa grados. Grafica 2: es convexo porque sus ángulos a pesar de que son menores que noventa al sumar pueden dar 180

ESJQ2: No Se puede encontrar la fórmula porque no hay relación entre las caras y vértices

No obstante, es importante, como lo expresa De Gamboa (2009) indica como el esquema propuesto por Toulmin proporciona una herramienta valiosa para analizar la argumentación de los estudiantes desde una perspectiva formal; incluso Pedemonte (2007) muestra cómo este modelo permite comparar la estructura de un argumento y la estructura del correspondiente paso en la demostración. En particular, el modelo de Toulmin, según Sardá y Sanmartí (2000) se basa en un esquema de argumentación, compuesto por: Datos, aserción, garantía, calificadores modales, soporte, refutadores., posiblemente la estructura argumentativa de los estudiantes presentan datos aserción pero le falta la garantía que soporten sus ideas, sino opiniones del porqué de sus respuestas, que no representan hechos o condiciones observables. (Tamayo, 2012)

En resumen, con base a la categoría de análisis de la estructura argumentativa, se puede concluir en este primer momento, que se evidencia un predominio del nivel 2 en los argumentos enunciados por los estudiantes, dado que aun cuando a lo largo del desarrollo del escenario argumentativo, para defender sus conclusiones.

Con base a lo anterior, se cree que es necesario que se deban realizar y construir estrategias didácticas que ayuden a superar mejorar los niveles argumentativos de los estudiantes, que transborden a los estudiantes hacia procesos argumentativos más profundos.

Momento 2: Intervención didáctica

En este segundo momento, luego de identificados los niveles argumentativos iniciales de los estudiantes, se diseñó y aplicó la unidad didáctica con el fin de observar en los estudiantes los posibles cambios en los niveles argumentativos y el aporte que estas pudieran dar al cambio en la argumentación en geometría en la temática de cuerpos geométricos en los estudiantes.

Para esta intervención didáctica que se desarrolló a lo largo de 8 semanas académicas, se siguieron los aportes y el modelo conceptual propuesto por Orrego et al., (2016), sobre la estructuración y aplicación de unidades didácticas en el aula con base a las necesidades particulares del grupo, a través de actividades como la reflexión sobre la historia y epistemología, la identificación de componentes, conectores y estructura argumentativa, al igual que el planteamiento y desarrollo de un escenario argumentativo al final de este momento.

Esta aplicación de la unidad didáctica argumentativo fue grabado en algunas clases, también por medio escrito y posteriormente copiado para reconocer en las intervenciones llevadas a cabo ESLM1, ESJQ2, EAVD1, EADD2, EBSML1, EBSEM2, EBJN1y EBBG2, los posibles cambios en sus niveles argumentativos y posibles cambios, a través del análisis en matrices de cada caso que vemos a continuación y luego su respectivo análisis:

Tabla 9 Matriz ESLM1

ESLM1					
	PREGUNTA		RESPUESTA	NIVEL ARGUMENTATIVO	EXPLICACION DEL NIVEL ARGUMENTATIVO
sesión 1	3	¿Cuál es la diferencia de un rectángulo y una caja?	Pues que el rectángulo no tiene altura y es una figura plana, mientras que la caja tiene una mayor cantidad de caras y vértices. Por ejemplo, un edificio lo podemos ver tocar tiene una altura y la otra pues sería una fotocopia tiene un largo y un ancho mas no una altura por lo tanto es una figura plana	Nivel 5	Comprende argumentos en los que se identifican datos, conclusión(es), justificación(es), respaldo(s) y contraargumento(s).
sesión 4	3	¿Cuál creería usted que es la respuesta? y ¿Por qué?	Que el cubo tiene vértices 8 aristas 12 caras6 Tetraedro caras 4 aristas 6 vértices 4	Nivel 5	Comprende argumentos en los que se identifican datos, conclusión(es), justificación(es), respaldo(s) y contraargumento(s).
sesión 8	8	Si duplico su arista, ¿se duplica sus áreas y volumen?, explique su respuesta	AL=418.45 AT=1914.94 V=13967,26 No se duplican igualmente porque el área lateral se cuadruplica, el área total también se cuadruplica y el volumen se octuplico	Nivel 4	Comprende argumentos constituidos por datos, conclusiones y justificaciones (warrants), haciendo uso de cualificadores (qualifiers) o respaldo teórico (backing).

Tabla 10 ESJQ2

ESJQ2					
	PREGUNTA		RESPUESTA	NIVEL ARGUMENTATIVO	EXPLICACION DEL NIVEL ARGUMENTATIVO
sesión 1	3	¿Cuál es la diferencia de un rectángulo y una caja?	La diferencia entre la caja y el rectángulo es que el rectángulo solo tiene 2 dimensiones (ancho y largo) en cambio la caja tiene 3 (ancho, largo y alto)	Nivel 3	Comprende argumentos en los que se identifican con claridad los datos (data) y una conclusión (claim).
sesión 4	3	¿Cuál creería usted que es la respuesta? y ¿Por qué?	Tetraedro 4caras 4 vértices 6 aristas Cubo 8 vértices 12 aristas 6 caras Prisma 6 vértices 5 caras 9 aristas Tetraedro porque tiene el mismo número de caras y de vértices	Nivel 5	Comprende argumentos en los que se identifican datos, conclusión(es), justificación(es), respaldo(s) y contraargumento(s).
sesión 8	8	Si duplico su arista, ¿ se duplica sus áreas y volumen?, explique su respuesta	El área se cuadriplica El volumen se octuplica	Nivel 2	Comprende argumentos en los que se identifican con claridad los datos (data) y una conclusión (claim).

Tabla 11 EAVD1

EAVD1					
	PREGUNTA		RESPUESTA	NIVEL ARGUMENTATIVO	EXPLICACION DEL NIVEL ARGUMENTATIVO
sesión 1	3	¿Cuál es la diferencia de un rectángulo y una caja?	Que el rectángulo es una figura plana y la caja una tridimensional	Nivel 2	Comprende argumentos en los que se identifican con claridad los datos (data) y una conclusión (claim).
sesión 4	3	¿Cuál creería usted que es la respuesta? y ¿Por qué?	Que el cubo tiene vértices 8 aristas 12 caras 6 Tetraedro caras 4 aristas 6 vértices 4 Prisma aristas 9 caras 5 vértices 6 Por lo tanto el tetraedro	Nivel 5	Comprende argumentos en los que se identifican datos, conclusión(es), justificación(es), respaldo(s) y contraargumento(s).
sesión 8	8	Si duplico su arista, ¿ se duplica sus áreas y volumen?, explique su respuesta	El área lateral se cuadriplica El área total se cuadriplica El volumen se octuplico.	Nivel 2	Comprende argumentos en los que se identifican con claridad los datos (data) y una conclusión (claim).

Tabla 12 EADD2

EADD2					
	PREGUNTA		RESPUESTA	NIVEL ARGUMENTATIVO	EXPLICACION DEL NIVEL ARGUMENTATIVO
sesión 1	3	¿Cuál es la diferencia de un rectángulo y una caja?	El rectángulo tiene largo y ancho y la caja alto largo y ancho	Nivel 2	Comprende argumentos en los que se identifican con claridad los datos (data) y una conclusión (claim).
sesión 4	3	¿Cuál creería usted que es la respuesta? ¿Por qué?	Que el cubo tiene vértices 8 aristas 12 caras Tetraedro caras 4 aristas 6 vértices 4 Prisma aristas 9 caras 5 vértices 6 Por lo tanto el tetraedro porque al contar el número de caras y de vértices de cada polígono la respuesta correcta es el tetraedro ya que tiene 4 caras y 4 vértices.	Nivel 5	Comprende argumentos en los que se identifican datos, conclusión(es), justificación(es), respaldo(s) y contraargumento(s).
sesión 8	8	Si duplico su arista, ¿se duplica sus áreas y volumen?, explique su respuesta	AL=418.45 AT=1914.94 V=13967,26 No se duplican igualmente porque el área lateral se cuadruplica, el área total también se cuadruplica y el volumen se divide en 8 partes	Nivel 4	Comprende argumentos constituidos por datos, conclusiones y justificaciones (warrants), haciendo uso de calificadores (qualifiers) o respaldo teórico (backing).

Tabla 13 EBSML1

EBSML1					
	PREGUNTA		RESPUESTA	NIVEL ARGUMENTATIVO	EXPLICACION DEL NIVEL ARGUMENTATIVO
sesión 1	3	¿Cuál es la diferencia de un rectángulo y una caja?	Es que el rectángulo es de dos dimensiones (largo y ancho) y la caja es de 3 (largo ancho y alto)	Nivel 2	Comprende argumentos en los que se identifican con claridad los datos (data) y una conclusión (claim).
sesión 4	3	¿Cuál creería usted que es la respuesta? y ¿Por qué?	Tetraedro 4 caras 4 vértices Cubo 12 caras 6 vértices Prisma 4 caras 8 vértices.	Nivel 5	Comprende argumentos en los que se identifican datos, conclusión(es), justificación(es), respaldo(s) y contraargumento(s).
sesión 8	8	Si duplico su arista, ¿se duplica sus áreas y volumen?, explique su respuesta	AL=418.45 AT=1914.94 V=13967,26 El área se cuadriplica El volumen se octuplica	Nivel 4	Comprende argumentos constituidos por datos, conclusiones y justificaciones (warrants), haciendo uso de calificadores (qualifiers) o respaldo teórico (backing).

Tabla 14 EBSEM2

EBSEM2					
	PREGUNTA		RESPUESTA	NIVEL ARGUMENTATIVO	EXPLICACION DEL NIVEL ARGUMENTATIVO
sesión 1	3	¿Cuál es la diferencia de un rectángulo y una caja?	Es que el rectángulo es de dos dimensiones y la caja es de 3	Nivel 2	Comprende argumentos en los que se identifican con claridad los datos (data) y una conclusión (claim).
sesión 4	3	¿Cuál creería usted que es la respuesta? y ¿Por qué?	Tetraedro porque tiene el mismo número de caras y de vértices	Nivel 4	Comprende argumentos constituidos por datos, conclusiones y justificaciones (warrants), haciendo uso de calificadores (qualifiers) o respaldo teórico (backing).
sesión 8	8	Si duplico su arista, ¿se duplica sus áreas y volumen?, explique su respuesta	AL=418.45 AT=1914.94 V=13967,26	Nivel 1	Comprende los argumentos que son una descripción simple de la vivencia.

Tabla 15 EBJN1

EBJN1					
	PREGUNTA		RESPUESTA	NIVEL ARGUMENTATIVO	EXPLICACION DEL NIVEL ARGUMENTATIVO
sesión 1	3	¿Cuál es la diferencia de un rectángulo y una caja?	Es que el rectángulo es de dos dimensiones y la caja es de	Nivel 2	Comprende argumentos en los que se identifican con claridad los datos (data) y una conclusión (claim).
sesión 4	3	¿Cuál creería usted que es la respuesta? y ¿Por qué?	Sería el triángulo porque todos sus lados son iguales	Nivel 1	Comprende los argumentos que son una descripción simple de la vivencia.
sesión 8	8	Si duplico su arista, ¿se duplica sus áreas y volumen?, explique su respuesta	AL=418.45 AT=1914.94 V=13967,26	Nivel 1	Comprende los argumentos que son una descripción simple de la vivencia.

Tabla 16 EBBG2

EBBG2					
	PREGUNTA		RESPUESTA	NIVEL ARGUMENTATIVO	EXPLICACION DEL NIVEL ARGUMENTATIVO
sesión 8	8	Si duplico su arista, ¿se duplica sus áreas y volumen?, explique su respuesta	AL=418.45 AT=1914.94 V=13967,26	Nivel 1	Comprende los argumentos que son una descripción simple de la vivencia.

8 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Caso 1: ESLM1.

Durante el segundo escenario de discusión se evidenciaron algunos cambios en los niveles argumentativos propuesta por **ESLM1**. Sobre los niveles argumentativos, podemos observar que la estudiante lleva a cabo tres intervenciones de las cuales podríamos indicar en su mayoría se aproximan a un nivel argumentativo 4 como se muestra en el siguiente ejemplo:

¿Cuál es la diferencia de un rectángulo y una caja?

Rta/ Pues que el rectángulo no tiene altura y es una figura plana, mientras que la caja tiene una mayor cantidad de caras y vértices. Por ejemplo, un edificio lo podemos ver tocar tiene una altura y la otra pues sería una fotocopia tiene un largo y un ancho mas no una altura por lo tanto es una figura plana

En el anterior ejemplo podemos evidenciar como la estudiante intenta acudir a datos presentados por la percepción obtenida, a través de la herramienta Geogebra para apoyar su conclusión, ya que en el software ayuda en el momento de la construcción a mostrar con gran notoriedad las diferencias de un objeto bidimensional con uno tridimensional.

Reafirmando de esta forma, uno de los postulados, “El aprendizaje de la geometría implica el desarrollo de habilidades visuales y de argumentación. Más aún, para lograr un aprendizaje significativo es necesario construir una interacción fuerte entre estos dos componentes, de manera que el discurso teórico quede anclado en experiencias perceptivas que ayuden a construir su sentido y, a su vez, las habilidades visuales deben ser guiadas por la teoría, para ganar en precisión y potencia”. Costa Rica. Ministerio de Educación Pública, (2005)

También hay que tener en cuenta que cumple el nivel 5, el cual el estudiante comprende argumentos en los que se identifican datos, conclusión(es), justificación(es), respaldo(s) y

contraargumento(s). De acuerdo con Erdurán et ál. (2004) y Erdurán (2008), la calidad de los argumentos se puede evaluar desde los niveles argumentativos. (Tamayo 2012).

En la segunda sesión la intervención de la estudiante llama mucho la atención la forma en que responde la pregunta, ya que identifica los datos, justifica, concluye respalda y contra argumenta por qué no es ninguna de las opciones

- *Al graficar en Geogebra un tetraedro, hexaedro, un prisma triangular. ¿Cuál de los anteriores poliedros, tiene igual número de vértices que de caras?, ¿Cuál creería usted que es la respuesta? y ¿Por qué?*

Rta/ Que el cubo tiene vértices 8 aristas 12 caras 6 Tetraedro caras 4 aristas 6 vértices 4 por lo tanto es el tetraedro.

Al observar la respuesta de la estudiante se evidencia que ya a través de la construcción de los prismas en el software comienza a identificar las características fundamentales de los poliedros para así mismo dar un concepto una justificación y un contraargumento para dar un veredicto final.

El ejemplo anterior podría evidenciar que los elementos de los niveles argumentativos fueron adquiridos durante la intervención didáctica, y que “El nivel 5, el cual el estudiante comprende argumentos en los que se identifican datos, conclusión(es), justificación(es), respaldo(s) y contraargumento(s)”. De acuerdo con Erdurán et ál. (2004) y Erdurán (2008), la calidad de los argumentos se puede evaluar desde los niveles argumentativos. (Tamayo 2012).

En la tercera intervención la estudiante muestra como a través de su interpretación y visualización llega a deducir conceptos como vamos a ver a continuación.

- ❖ *Grafica en Geogebra una pirámide hexagonal regular cuya arista mide 12cm y su altura es de 14 cm. ¿Qué pasa con sus áreas y volumen si duplicamos sus arista y altura? ¿el área y el volumen se duplica?,*

Rta/ AL=418.45

$$AT=1914.94$$

$$V=13967,26$$

No se duplican igualmente porque el área lateral se cuadriplica, el área total también se cuadriplica y el volumen se octuplica

Al ver la respuesta de la estudiante, ella gráfica, luego hace el proceso matemático y lo corrobora con el software, luego hace la segunda grafica con la duplicación hace le proceso matemático y se da cuenta que el área varía mucho más que su doble. Se evidencia que conoce los datos, a través de la visualización que hace con ayuda del Geogebra llega a una conclusión y emite un concepto

Como lo define Crespo “El alumno aprenda a ver y a interpretar y a partir de allí pueda desarrollar conceptos teóricos. La importancia de las representaciones de cuerpos tridimensionales se plantea cuando es necesario realizar razonamientos sobre los dibujos de estos cuerpos, entrando en juego el proceso de visualización, requerido para el desenvolvimiento en un mundo tridimensional”. Crespo (2014).

Por último, sobre el nivel argumentativo de ESLM1, podemos ver como en el escenario argumentativo la estudiante presenta otras intervenciones, de las cuales podemos inferir se encuentran en un nivel 4, ya que justifica con datos, conclusiones y justificaciones, haciendo uso de calificadores o respaldo teórico.

Con base a los primeros ejemplos, creemos que la estudiante puede presentar argumentos sólidos de forma escrita con el tiempo pertinente para construir dichos contraargumentos, y que pensar en la estructura argumentativa al momento de debatir sus ideas en el escenario argumentativo, requiere que el estudiante puede justificar e porque esa respuesta y no la otra.

Caso 2: ESJQ2 y EAVD1.

En ESJQ2 y EAVD1 se evidenciaron algunos cambios en los niveles argumentativos en la propuesta. Sobre los niveles argumentativos, podemos observar que el estudiante lleva a

cabo tres intervenciones de las cuales podríamos indicar en su mayoría se aproximan a un nivel argumentativo 3 como se muestra en el siguiente ejemplo:

¿Cuál es la diferencia de un rectángulo y una caja?

Rta ESJQ1 / La diferencia entre la caja y el rectángulo es que el rectángulo solo tiene 2 dimensiones (ancho y largo) en cambio la caja tiene 3 (ancho, largo y alto)

Rta EAVD1/ Que el rectángulo es una figura plana y la caja una tridimensional

En las anteriores respuestas podemos evidenciar como los estudiantes intentan acudir a datos presentados por la percepción obtenida, a través de la herramienta Geogebra para apoyar su conclusión, y de ahí emitir un concepto.

Reafirmando de esta forma, uno de los postulados propuestos por (Costa Rica. Ministerio de Educación Pública, 2005). “El aprendizaje de la geometría implica el desarrollo de habilidades visuales y de argumentación. Más aún, para lograr un aprendizaje significativo es necesario construir una interacción fuerte entre estos dos componentes, de manera que el discurso teórico quede anclado en experiencias perceptivas que ayuden a construir su sentido y, a su vez, las habilidades visuales deben ser guiadas por la teoría, para ganar en precisión y potencia”. (Costa Rica. Ministerio de Educación Pública, 2005)

También hay que tener en cuenta que cumple el nivel 3, ya que el estudiante comprende argumentos en los que se identifican datos, conclusión(es), justificación(es), más no respaldo(s) y contraargumento(s). De acuerdo con Erdurán et ál. (2004) y Erdurán (2008), la calidad de los argumentos se puede evaluar desde los siguientes niveles argumentativos. (Tamayo 2012).

En la segunda sesión la intervención de los estudiantes llama mucho la atención la forma en que responde la pregunta, ya que identifica los datos, justifica, concluye respalda y contra argumenta por qué no es ninguna de las opciones

- *Al graficar en Geogebra un tetraedro, hexaedro, un prisma triangular. ¿Cuál de los anteriores poliedros, tiene igual número de vértices que de caras?, ¿Cuál creería usted que es la respuesta? y ¿Por qué?*

Rta ESJQ2/ Tetraedro 4caras 4 vértices 6 aristas, Cubo 8 vértices 12 aristas 6 cara, Prisma 6 vértices 5 caras 9 aristas, Tetraedro porque tiene el mismo número de caras y de vértices.

Rta EAVD1/ Tetraedro caras 4 aristas 4 vértices 4 Prisma aristas 9 caras 5 vértices 6 Por lo tanto el tetraedro porque al contar el número de caras y de vértices de cada polígono la respuesta correcta es el tetraedro ya que tiene 4 caras y 4 vértices.

El ejemplo anterior podría evidenciar que los estudiantes ya identifican los elementos de los poliedros dan un contraejemplo y emiten una conclusión y que fueron adquiridos durante la intervención didáctica.

Al observar las justificaciones de los estudiantes, entonces, se encuentran en “El nivel 5, el cual el estudiante comprende argumentos en los que se identifican datos, conclusión(es), justificación(es), respaldo(s) y contraargumento(s)”. De acuerdo con Erdurán et ál. (2004) y Erdurán (2008), la calidad de los argumentos se puede evaluar desde los niveles argumentativos. (Tamayo 2012).

En la tercera intervención la estudiante muestra como a través de su interpretación y visualización llega a deducir conceptos, como vamos a ver a continuación.

- ❖ *Grafica en Geogebra una pirámide exagonal regular cuya arista mide 12cm y su altura es de 14 cm. ¿Qué pasa con sus áreas y volumen si duplicamos sus arista y altura? ¿el área y el volumen se duplica?,*

RtaESJQ2/ El área se cuadruplica

El volumen se octuplica

RtaEAVD1/ El área lateral se cuadruplica, El área total se cuadruplica,

El volumen se octuplico.

Al ver la respuesta de la estudiante se evidencia que conoce los datos, pero con ayuda del software solo a través de la visualización que hace con ayuda del Geogebra llega a una conclusión y emite un concepto. Pero no da un contraejemplo

Como lo define Crespo (2014), “El alumno aprenda a ver y a interpretar y a partir de allí pueda desarrollar conceptos teóricos. La importancia de las representaciones de cuerpos tridimensionales se plantea cuando es necesario realizar razonamientos sobre los dibujos de estos cuerpos, entrando en juego el proceso de visualización, requerido para el desenvolvimiento en un mundo tridimensional”. Crespo (2014).

Finalmente, sobre el nivel argumentativo de *ESJQ2 Y EAVDI*, podemos ver como en el escenario argumentativo los estudiantes presentan otras intervenciones, de las cuales podemos inferir se encuentran en un nivel 3, ya que justifican con datos, conclusiones y justificaciones, haciendo uso de calificadores.

De esta forma tomando los anteriores ejemplos, creemos que la estudiante puede presentar argumentos sólidos de forma escrita con el tiempo pertinente para construir dichas justificaciones y contraargumentos, que pensar en la estructura argumentativa al momento de debatir sus ideas en el escenario argumentativo, requiere que el estudiante puede justificar el porqué de esa respuesta y no otra.

Caso 3 EADD2, EBSML1

Con EADD2, EBSML1, al igual que con los anteriores se evidenciaron algunos cambios en los niveles argumentativos en la propuesta. En ellos vamos a observar en las tres intervenciones de las cuales podríamos indicar en su mayoría se aproximan a un nivel argumentativo 3 como se muestra en el siguiente ejemplo:

¿Cuál es la diferencia de un rectángulo y una caja?

RtaEADD2/ El rectángulo tiene largo y ancho y la caja alto largo y ancho

RtaEBSML2/ Es que el rectángulo es de dos dimensiones (largo y ancho) y la caja es de 3 (largo ancho y alto)

En el anterior ejemplo podemos evidenciar como los estudiantes al igual que ESJQ1 y EAVD1, intentan acudir a datos presentados por la percepción obtenida, a través de la herramienta Geogebra para apoyar su conclusión, identificando sus características y así emitiendo una conclusión.

Confirmando de esta forma, uno de los postulados propuestos por (Costa Rica. Ministerio de Educación Pública, 2005). “El aprendizaje de la geometría implica el desarrollo de habilidades visuales y de argumentación. Más aún, para lograr un aprendizaje significativo es necesario construir una interacción fuerte entre estos dos componentes, de manera que el discurso teórico quede anclado en experiencias perceptivas que ayuden a construir su sentido y, a su vez, las habilidades visuales deben ser guiadas por la teoría, para ganar en precisión y potencia”. (Costa Rica. Ministerio de Educación Pública, 2005)

De igual forma se debe tener en cuenta que cumple el nivel 2, ya que los estudiantes comprenden argumentos en los que se identifican datos, conclusión(es), mas no justificación(es), respaldo(s) y contraargumento(s). De acuerdo con Erdurán et ál. (2004) y Erdurán (2008), la calidad de los argumentos se puede evaluar desde los siguientes niveles argumentativos. (Tamayo 2012).

En la segunda intervención de los estudiantes llama mucho la atención la forma en que responde la pregunta, ya que identifica los datos, justifica, pero no concluyen

- *Al graficar en Geogebra un tetraedro, hexaedro, un prisma triangular. ¿Cuál de los anteriores poliedros, tiene igual número de vértices que de caras?, ¿Cuál creería usted que es la respuesta? y ¿Por qué?*

RtaEADD2/ Que el cubo tiene vértices 8 aristas 12 caras6, Tetraedro caras 4 aristas 6 vértices 4, Prisma aristas 9 caras 5 vértices 6 Por lo tanto el tetraedro porque al contar el número de caras y de vértices de cada polígono la respuesta correcta es el tetraedro ya que tiene 4 caras y 4 vértices.

<i>RtaEBSML2/</i>	<i>Tetraedro</i>	<i>4</i>	<i>caras</i>	<i>4</i>	<i>vértices</i>
<i>Cubo</i>	<i>12</i>	<i>caras</i>		<i>6</i>	<i>vértices</i>

Prisma 4 caras 8 vértices.

El ejemplo anterior podría evidenciar que los estudiantes identifican datos, de cada uno de los poliedros, dando así contraejemplos para así mismo dar respuesta.

Aquí se evidencia que los estudiantes están en “El nivel 5, el cual, el estudiante Comprende argumentos en los que se identifican con claridad los datos (data) y una conclusión (claim).”. De acuerdo con Erdurán et ál. (2004) y Erdurán (2008), la calidad de los argumentos se puede evaluar desde los siguientes niveles argumentativos. (Tamayo 2012).

En la tercera intervención pasa algo muy importante los estudiantes ya muestran como a través de su interpretación y visualización llega a deducir conceptos, como vamos a ver a continuación.

- ❖ *Grafica en Geogebra una pirámide hexagonal regular cuya arista mide 12cm y su altura es de 14 cm. ¿Qué pasa con sus áreas y volumen si duplicamos sus arista y altura? ¿el área y el volumen se duplica?,*

RtaEADD2/ AL=418.45

AT=1914.94

V=13967,26

No se duplican igualmente porque el área lateral se cuadruplica, el área total también se cuadruplica y el volumen se divide en 8 partes

RtaEBSML2/ AL=418.45

AT=1914.94

$$V=13967,26$$

El área se cuadruplica

El volumen se octuplica

Se evidencian en la respuesta de los estudiantes se evidencia que conoce los datos, pero con ayuda del software solo a través de la visualización que hace con ayuda del Geogebra llega a una conclusión y emite un concepto, pero no da un contraejemplo

Como lo define Crespo (2014). El alumno aprenda a ver y a interpretar y a partir de allí pueda desarrollar conceptos teóricos. La importancia de las representaciones de cuerpos tridimensionales se plantea cuando es necesario realizar razonamientos sobre los dibujos de estos cuerpos, entrando en juego el proceso de visualización, requerido para el desenvolvimiento en un mundo tridimensional". Crespo (2014).

En conclusión, sobre el nivel argumentativo de EADD2, EBSML1, podemos ver como en el escenario argumentativo la estudiante presenta otras intervenciones, de las cuales podemos inferir se encuentran en un nivel 3, ya que justifica con datos, conclusiones y justificaciones, haciendo uso de calificadores, pero eso se evidenció que a través que iba avanzando la unidad iban mejorando.

De esta forma tomando los anteriores ejemplos, creemos que las estudiantes pueden presentar argumentos sólidos de forma escrita con el tiempo pertinente para construir dichas justificaciones y contraargumentos, que pensar en la estructura argumentativa al momento de debatir sus ideas en el escenario argumentativo, requiere de que el estudiante puede justificar el porqué de esa respuesta y no otra.

Caso 4 EBSEM2, EBJN1 y EBBG2

Con EBSEM2, EBJN1y EBBG2, no se evidenciaron algunos cambios en los niveles argumentativos en la propuesta. En ella vamos a observar en las tres intervenciones de los

tres estudiantes de las cuales podríamos indicar en su mayoría se aproximan a un nivel argumentativo 2 como se muestra en el siguiente ejemplo:

¿Cuál es la diferencia de un rectángulo y una caja?

RtaEBSEM2/ Es que el rectángulo es de dos dimensiones y la caja es de 3

RtaEBJN1/ Es que el rectángulo es de dos dimensiones y la caja es de

RtaEBBG2/ Es que el rectángulo es de dos dimensiones y la caja es de 3

En el anterior ejemplo al igual que en los anteriores análisis podemos comprobar como los estudiantes, intentan acudir a datos presentados por la percepción obtenida, a través de la herramienta Geogebra para apoyar su conclusión,

Apoyando de esta forma, uno de los postulados propuestos por (Costa Rica. Ministerio de Educación Pública, 2005). “El aprendizaje de la geometría implica el desarrollo de habilidades visuales y de argumentación. Más aún, para lograr un aprendizaje significativo es necesario construir una interacción fuerte entre estos dos componentes, de manera que el discurso teórico quede anclado en experiencias perceptivas que ayuden a construir su sentido y, a su vez, las habilidades visuales deben ser guiadas por la teoría, para ganar en precisión y potencia”. (Costa Rica. Ministerio de Educación Pública, 2005)

De igual forma se debe tener en cuenta que cumple el nivel 2, ya que el estudiante comprenden argumentos en los que se identifican datos, conclusión(es), mas no justificación(es), respaldo(s) y contraargumento(s). De acuerdo con Erdurán et ál. (2004) y Erdurán (2008), la calidad de los argumentos se puede evaluar desde los niveles argumentativos. (Tamayo 2012).

En la segunda intervención responden la pregunta, ya que identifica los datos, y concluyen

- *Al graficar en Geogebra un tetraedro, hexaedro, un prisma triangular. ¿Cuál de los anteriores poliedros, tiene igual número de vértices que de caras?, ¿Cuál creería usted que es la respuesta? y ¿Por qué?*

- *RtaEBSEM2/ Tetraedro porque tiene el mismo número de caras y de vértices*
- *RtaEBJN1/ Sería el triángulo porque todos sus lados son iguales*
- *RtaEBBG2/ EL TETRAEDRO*

El ejemplo anterior podría evidenciar que el estudiante *RtaEBSEM2* identifica los datos y concluye, pero no justifica, el estudiante *EBBG2* emite una respuesta pero con ayuda de la visualización del software; en cambio el estudiante *RtaEBJN1* no comprende la diferencia de polígono y poliedro.

Los elementos del nivel argumentativos fue “El nivel 3, 2,1, respectivamente, el cual el estudiante en el nivel 3, comprenden argumentos en los cuales se identifican con claridad los datos (data), conclusiones (claim) y justificación. El nivel 2 los argumentos en los que se identifican con claridad los datos (data) y una conclusión (claim). Y el 1 comprende argumentos que son una descripción simple de la vivencia”. Erdurán (2008),

En la tercera intervención los estudiantes ya muestran como a través de su interpretación y visualización llega a deducir conceptos, como vamos a ver a continuación.

❖ *Grafica en Geogebra una pirámide hexagonal regular cuya arista mide 12cm y su altura es de 14 cm. ¿Qué pasa con sus áreas y volumen si duplicamos sus arista y altura? ¿el área y el volumen se duplica?,*

❖ *RtaEBSEM2/ AL=418.45*

AT=1914.94

V=13967,26

❖ *RtaEBJN1/ AL=418.45*

AT=1914.94

V=13967,26

$$\diamond RtaEBBG2/AL=418.45$$

$$AT=1914.94$$

$$V=13967,26$$

Al ver la respuesta de los estudiantes se evidencia que conoce los datos, a través de la visualización que hace con ayuda del Geogebra respaldan con fórmulas matemáticas, pero no llega conclusión.

“El alumno aprenda a ver y a interpretar y a partir de allí pueda desarrollar conceptos teóricos. La importancia de las representaciones de cuerpos tridimensionales se plantea cuando es necesario realizar razonamientos sobre los dibujos de estos cuerpos, entrando en juego el proceso de visualización, requerido para el desenvolvimiento en un mundo tridimensional”. Crespo (2014).

Finalmente, sobre el nivel argumentativo de EBSEM2, EBJN1y EBBG2, podemos ver como en el escenario argumentativo los estudiantes se encuentran en un nivel 2, ya que justifica con datos, conclusiones pero no mejoraron en la justificación, respaldo y contraejemplo.

Asimismo, tomando los anteriores ejemplos, creemos que las estudiantes pueden demostrar argumentos sólidos de forma escrita con el tiempo pertinente para construir dichas justificaciones y contraargumentos.

9 CONCLUSIONES

Diseño metodológico.

- ❖ Es importante hacer una prueba diagnóstica para saber cómo llegan nuestros estudiantes al aula, para así mismo realizar un refuerzo en las falencias que tienen y luego preparar una unidad didáctica pertinente para el transcurso de enseñanza aprendizaje. Donde el docente debe proporcionar de recursos y estrategias planeadas intencionalmente, para motivar el aprendizaje en los estudiantes, para desarrollar habilidades en este caso argumentativas y poderlos asesorar en la planificación y solución de algunas actividades, en el aula.
- ❖ Es significativo en la preparación de las clases, las ideas previas ya que con eso el estudiante va a saber para qué sirve la temática que va a abarcar, a través de lo que sabe desde su contexto y experiencia personal y las pueda relacionar con su área de conocimiento.
- ❖ Las preguntas de orden metacognitivo permiten constituir referentes para el diseño en la preparación de las unidades didácticas que fortalecen el razonamiento, para que el estudiante justifique sus respuestas y sean críticos de manera autónoma y que no dependan solamente del docente.
- ❖ La necesidad del docente en realizar cuestionarios que tengan problemas geométricos ya que proporcionan al estudiante a evolucionar su conocimiento de los objetos planos, tridimensionales de tal forma que contribuyen al análisis de las actividades propuestas en el aula.
- ❖ Es de utilidad hacer estudios cualitativos ya que con ellos se puede observar los comportamientos, discursos, respuestas abiertas para la posterior interpretación e identificación de los estudiantes en los diferentes momentos de la clase.

Argumentación

- ❖ La identificación de los niveles argumentativos en geometría, ayudan al docente a que indague estrategias de aprendizaje, para la progreso en la enseñanza y aprendizaje de las propiedades geométricas.
- ❖ Es importante desarrollar la argumentación en unidades didácticas en las clases de geometría, que permitan que los estudiantes se acerquen desde sus aulas de clase a las formas de trabajo científico donde aprenda a observar, identificar, y a partir de sus descubrimientos en el aula pueda generar conceptos.
- ❖ Es de suma importancia desde la primaria diseñar clases argumentativas identificando los niveles donde estén los estudiantes y desde ahí diseñar e implementar estrategias donde los estudiantes desde sus inicios argumenten de forma acertada identificando las propiedades y a partir de ellas justificar o refutarlas.

Geogebra

- ❖ La implementación del software son aplicables en el proceso educativo, ya que mejora las prácticas educativas del docente y estudiante, mejorando el aprendizaje en la geometría; motivando a los estudiantes por el estudio de la asignatura y la práctica de la misma en sus tiempos libres.
- ❖ Con ayuda del software fortaleció en algunos casos la comprensión y el descubrimiento de conceptos matemáticos, como también la apropiación y destrezas para el uso del tiempo y el espacio.
- ❖ El software refuerza los conceptos en geometría, donde el estudiante adquiere habilidades geométricas llegando a un aprendizaje de tal forma que lo pueda utilizar y practicar en sus tiempos libres.

Entorno escolar

- ❖ El ambiente escolar cambio ya que dejo de ser la clase tradicional a una clase entretenida, desarrollando actitudes positivas hacia la enseñanza y el aprendizaje de la geometría donde pueda valorar la importancia de la misma para su futuro profesional.
- ❖ Los estudiantes se motivan a trabajar en la asignatura, las herramientas tecnológicas y el nuevo software, son estrategias, donde el estudiante y profesor relacionarse no solo con objetos, estáticos, sino que se les puede dar animación, lo cual es muy entretenido para aprender y enseñar de una manera llamativa, siempre buscando renovar los temas a tratar. Con el uso de este tipo de estrategias. ya que las herramientas tecnológicas que no tienen en la casa, los impulsa a querer más clases y aprovecharlas al máximo.
- ❖ La clase de geometría se puede transversalizar con tecnología e informática desarrollando habilidades en ambas asignaturas, por que proponen ayuda al docente para que el estudiante interactúe con herramientas digitales que hacen parte de la vida cotidiana de cada estudiante y del mismo docente, y los utilice como su medio de aprendizaje.

10 RECOMENDACIONES

- ❖ Modificar el pensamiento del docente de matemáticas y geometría en sus clases de tal forma que no vea como una especie de obstáculo la implementación de las diferentes herramientas educativas que están en la actualidad,
- ❖ Es importante que los estudiantes tengan el manejo de los computadores, tabletas y celulares, porque en el caso de esta investigación, los estudiantes nunca habían manejado este software, es decir se debe implementar desde la primaria el manejo nivelación de los estudiantes para que estas dificultades no afecten el desarrollo de la clase, y así no dedicar tiempo a estos contratiempos.
- ❖ Realizar ajustes al proceso de investigación, con herramientas de recolección de datos que permitan realizar un análisis íntegro de la información de tal forma que fortalezca la argumentación geométrica.
- ❖ Implicar a todos los docentes de matemáticas geometría e informática de la institución, en el proceso de investigación como parte fundamental para el diseño de la secuencia didáctica, para así mismo Tranversalizar la geometría con la informática desde la primaria.

11 REFERENCIAS

- Blanco, Haydeé y Crespo, Cecilia. (2014). Representaciones geométricas y argumentaciones en el aula de matemática volumen 1 pág. 2-20. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/228644709_Representaciones_geometricas_y_argumentaciones_en_el_aula_de_matematica .
- Edwin Holman Díaz Abahonza. (2014). El uso de las tics como medio didáctico para la enseñanza de la geometría. Estudio de caso: grados segundos de básica primaria de la institución educativa seminario (Ipiales- Nariño). (Tesis de maestría). Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/43056/1/8413024.2014.pdf> .
- Erdurán, S. (2008). Methodological foundations in the study of argumentation in science classroom. In: Jiménez-Alexandre y Erduran (Eds.) Argumentation in Science Education. Perspectives from classroom-based research (pp 47-69). USA: Springer.
- Jorge Andrés Toro Uribe. (2014). Acercamiento a la argumentación en un ambiente de geometría dinámica: grado octavo, Medellín. (Tesis de maestría). Recuperado de <http://repository.udem.edu.co/bitstream/handle/11407/298/Acercamiento%20a%20la%20argumentaci%C3%B3n%20en%20un%20ambiente%20de%20geometr%C3%ADa%20din%C3%A1mica%20Grado%20octavo.pdf?sequence=1>
- Juan D. Godino (2002). Geometría y su didáctica para maestros: Universidad de Granada. Proyecto de Investigación: Recuperado de <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>

Lasso Sara. (2017). Cuerpos geométricos. País Vasco: ABOUT ESPAÑOL. Recuperado de <https://www.aboutespanol.com/cuerpos-geometricos-definicion-y-tipos-180299> .

Marcela Román c. (2005). Fortaleciendo la enseñanza de la geometría en NB2 mediante el uso de Tics. Recuperado de: <http://repositorio.uahurtado.cl/handle/11242/9121>

Martín-Laborda Rocío. (2005). Las nuevas tecnologías en la educación. Madrid España- Auna Fundación. Recuperado de <http://giovannipf.260mb.net/tecnologiaenlaeducacion.pdf?i=1> .

Orrego, M. C., Tamayo, Ó.E., & Ruiz, F.J. (2016). *Unidades didácticas para la enseñanza de las ciencias*. Manizales: Universidad Autónoma de Manizales.

Ronny Gamboa Araya y Esteban Ballesteros Alfaro (2010 diciembre). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. Revista Electrónica Educare. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/1941/194115606010.pdf>

SARDÀ JORGE, ANNA y SANMARTÍ PUIG, (2000). Enseñar A Argumentar Científicamente: Un Reto De Las Clases De Ciencias. Departament de Didáctica de la Matemàtica i de les Ciències Experimentals. UAB. Recuperado de: <https://ddd.uab.cat/pub/edlc/02124521v18n3/02124521v18n3p405.pdf>

Tamayo Alzate, Oscar Eugenio, La argumentación como constituyente del pensamiento crítico en niños. Hallazgos [en línea] 2012, 9 (Enero-Junio): [Fecha de consulta: 7 de junio de 2018] Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=413835215010> ISSN 1794-3841.

12 ANEXOS

ANEXO 1 UNIDAD DIDACTICA

FABIO ANDRES CARDOZO SUAREZ

PROFESOR: Mg. ANDRES FERNANDO SERRANO

UNIVERSIDAD // AUTÓNOMA DE MANIZALES

2019

Objetivo general

Diseñar una unidad didáctica desarrollando niveles argumentativos a través de las TIC, que motive a los estudiantes del grado 901 de la Institución Educativa Gallardo de Suaza a identificar y utilizar relaciones entre el volumen, áreas y la capacidad de algunos poliedros (Prisma, pirámide,) con referencia a las situaciones escolares y extraescolares.

Objetivos específicos

Estima la capacidad de objetos con poliedros.

Construye poliedros usando diferentes estrategias.

Compara y representa las relaciones que encuentra de manera experimental entre el volumen, área y la capacidad de objetos con poliedros.

Explica la pertinencia o no de la solución de un problema de cálculo de área o de volumen, de acuerdo con las condiciones de la situación.

CLASE 1

FASE 1

Los poliedros a través de la historia

Los poliedros han sido en todas las épocas símbolo y expresión placentera de la belleza ideal, de ahí su presencia en la composición de muchas obras y tratados de artistas y teóricos renacentistas (Piero della Francesca, Pacioli, Leonardo, Durero,...), que diseñan y escriben entre el Arte y la Geometría, tomando como argumento el encanto y la seductora perfección de los sólidos platónicos.

En los tiempos modernos los poliedros han sido un importante nexo que vincula cuestiones de Matemática superior (Topología algebraica, Teoría de Grupos, ...) con la resolución de ecuaciones algebraicas y la Cristalografía, pero también, por su belleza y misterio, una fuente inagotable de inspiración que enciende la fantasía de creadores, diseñadores y artistas, entre los que sobresale la espectacularidad de los impresionantes trabajos de aplicación de los poliedros en Gaudí, Escher y Dalí, que como sus antepasados, geómetras y artistas, imputan a su geometría funciones de orden estético, cosmológico, científico, místico y teológico.

Ideas previas

Vamos observar el siguiente video:

<https://www.youtube.com/watch?v=uduLJyplzaQ>

Luego, vamos a responder las siguientes preguntas:

¿Qué figuras geométricas conocidas hay en el video?

¿Para que utilizan los seres humanos los poliedros?

¿Los cuerpos geométricos solo con creaciones del hombre?

FASE 2

POLIEDROS

Vamos a observar las siguientes imágenes,



¿Qué características tienen en comun estas imágenes?

Vamos a observar el siguiente video:

[unidad\LOS POLIEDROS Vídeos Educativos para niños.mp4](#)

¿Cómo definiría usted un poliedro?

Un **poliedro** es un cuerpo geométrico de caras planas (la palabra viene del griego, poli- significa "muchas" y -edro significa "cara").

Cada cara plana (simplemente "cara") es un polígono. Así que para ser un poliedro no tiene que haber **ninguna superficie curva**.

Ejemplos de poliedros:

PRISMA TRIANGULAR	CUBO	DODECAEDRO
unidad\PRISMA.ggb	unidad\CUBO.ggb	unidad\dodecaedro.ggb

FASE 3

Vamos a realizar el siguiente ejercicio

Grafica un rectángulo en Geogebra con las siguientes medidas 5cm de alto y 8cm de largo.
Luego construye una caja con 4 cm de ancho 3 cm de largo y 2cm de alto

Responde:

¿Cuántos vértices y caras tiene el rectángulo?

¿Cuántos vértices y caras tiene la caja?

¿Cuál es la diferencia de un rectángulo y una caja?

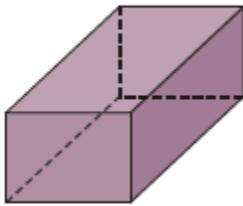
¿Con el software es más fácil de hallar las características y diferencias, por qué?

VAMOS A JUGAR EL MEMOPOLIEDROS



ACTIVIDAD EN CASA

Describe la siguiente figura atendiendo a sus características: y da respuesta a las siguientes preguntas:



¿Grificalo en Geogebra?

¿Cuáles son los pasos que haría para resolver el ejercicio?

¿Cuáles son las principales características de la figura?

¿Es un poliedro?, argumenta tu respuesta

¿Se le dificulto realizarlo en el software o le facilito utilizarlo? ¿Por qué?

Materiales

Video beam

Pc

Tablets

REFERENCIAS

Sánchez Blanco, G. y Valcárcel Pérez, M.; (1993). Diseño de unidades didácticas en el área de ciencias experimentales. Enseñanza de las Ciencias, 11 (1) 33– 44.

Tamayo, O., Vasco, C. E., Suárez, M. M., Quiceno, H., GARCÍA, L. I. Y Giraldo, A. (2011). La clase multimodal y la formación y evolución de conceptos científicos a través del uso de tecnologías de la información y la comunicación. Manizales: Universidad Autónoma de Manizales.

CLASE 2

Clasificación de los poliedros

FASE 1

Ideas previas

Vamos observar el siguiente video:

[actividad clases 2\actividad clase 2.mp4](#)

Luego, vamos a responder las siguientes preguntas:

¿Los poliedros son creados por el ser humano?

FASE 2

Los poliedros tienen múltiples clasificaciones según su procedencia, por ello podemos hablar de **Convexos, Cóncavos, Regulares y e Irregulares.**

Poliedro Convexo	Poliedro Cóncavo
Se dice que un poliedro es convexo cuando toda recta sólo pueda cortar a su superficie en dos puntos. Ejemplo: unidad\CONVEXO.ggb	Se dice que un poliedro es cóncavo cuando una recta corta su superficie en más de dos puntos, por lo que posee algún ángulo diedro entrante. Ejemplo: unidad\CONCAVO.ggb

FASE 3

Vamos a realizar el siguiente ejercicio

En las siguientes figuras, tienes dibujados algunos cuerpos

[actividad clases 2\actividad1.ggb](#)

[actividad clases 2\actividad2..ggb](#)

¿Qué características comunes vez en todos ellos?

¿Hay alguna diferencia?

¿Cuál de las dos figuras es un poliedro convexo y cóncavo?

ACTIVIDAD EN CLASE

Dibuja otros 2 cuerpos con las mismas características en Geogebra.

Resuelve las siguientes preguntas

¿Cuáles son los pasos que haría para resolver el ejercicio?

¿Cómo lo comprobaría?

¿Se le dificultó realizarlo en el software?

Piensa objetos reales en los que aparezcan poliedros.

VAMOS A JUGAR EL MEMOPOLIEDROS



ACTIVIDAD EN CASA

Busca en tu entorno figuras que sean poliedros regulares e irregulares y responde las siguientes preguntas.

¿Grafica el dibujo en Geogebra?

¿Cuáles son los pasos que haría para resolver el ejercicio?

¿Cómo lo comprobaría?

¿Se le dificulto realizarlo en el software?

Materiales

Video beam

Pc

tablets

REFERENCIAS

Sánchez Blanco, G. y Valcárcel Pérez, M.; (1993). Diseño de unidades didácticas en el área de ciencias experimentales. Enseñanza de las Ciencias, 11 (1) 33– 44.

Tamayo, O., Vasco, C. E., Suárez, M. M., Quiceno, H., GARCÍA, L. I. Y Giraldo, A. (2011). La clase multimodal y la formación y evolución de conceptos científicos a través del uso de tecnologías de la información y la comunicación. Manizales: Universidad Autónoma de Manizales.

CLASE 3

Poliedro Regular

FASE 1

Ideas previas

Vamos observar el siguiente video:

[actividad clase 3\poliedros regulares.mp4](#)

Luego, vamos a responder las siguientes preguntas:

¿Qué figuras geométricas conocidas hay en el video?

¿Para que utilizan los seres humanos los poliedros?

¿En la naturaleza hay poliedros regulares? ¿Cuáles?

Poliedro Regular

Poliedro cuyas caras son polígonos regulares iguales y todas sus aristas son de igual longitud; en consecuencia, todos sus vértices están contenidos en una esfera.

Los cinco poliedros regulares son:

Tetraedro	Cubo	Octaedro	Dodecaedro	Icosaedro
unidad\TETRAED RO.ggb	unidad\CUB O.ggb	unidad\OCTAED RO.ggb	unidad\dodecaed ro.ggb	unidad\ICOSAED RO.ggb

FASE 3

Vamos a realizar el siguiente ejercicio

¿Cuántas caras pentagonales, vértices y aristas, tiene un prisma pentagonal?

¿Grafica la figura en Geogebra?

¿Cuáles son los pasos que haría para resolver el ejercicio?

¿Cómo lo comprobaría?

¿Se le dificulto realizarlo en el software?

ACTIVIDAD EN CLASE

Un prisma triangular, ¿Cuántas aristas, caras y vértices tiene?

¿Grafica la figura en Geogebra?

¿Cuáles son los pasos que haría para resolver el ejercicio?

¿Cómo lo comprobaría?

¿Puede deducirlo o encontrar una fórmula para resolverlo?

¿Se le dificulto realizarlo en el software?

ACTIVIDAD EN CASA

Al realizar un prisma, ¿son siempre rectangulares las caras laterales?, da un ejemplo.

¿Grafica el dibujo en Geogebra?

¿Cuáles son los pasos que haría para resolver el ejercicio?

¿Cómo lo comprobaría?

¿Se le dificulto realizarlo en el software?

VAMOS A JUGAR EL MEMOPOLIEDROS



Materiales

Video beam

Pc

tablets

REFERENCIAS

Sánchez Blanco, G. y Valcárcel Pérez, M.; (1993). Diseño de unidades didácticas en el área de ciencias experimentales. Enseñanza de las Ciencias, 11 (1) 33– 44.

Tamayo, O., Vasco, C. E., Suárez, M. M., Quiceno, H., GARCÍA, L. I. Y Giraldo, A. (2011). La clase multimodal y la formación y evolución de conceptos científicos a través del uso de tecnologías de la información y la comunicación. Manizales: Universidad Autónoma de Manizales.

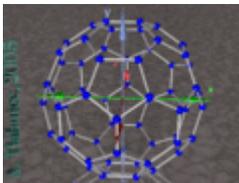
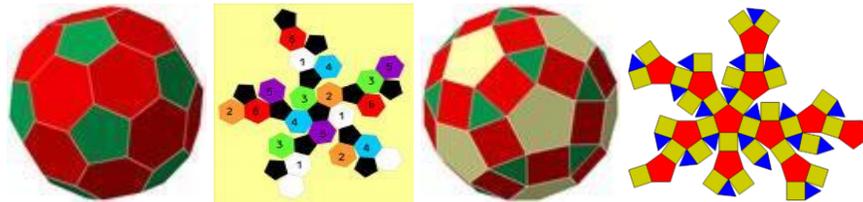
CLASE 4

FASE 1

Ideas previas

Poliedros en la vida cotidiana

Las pelotas de fútbol siempre han estado hechas con 12 pentágonos y 20 hexágonos (icosaedro truncado), aunque hoy en día algunas han cambiado por otra forma poliédrica más redondeada (el pequeño rombosidodecaedro) que tiene 20 triángulos, 30 cuadrados y 12 pentágonos.



En 1.996 se concedió el premio Nobel de Química a tres investigadores por el descubrimiento del fullereno (C₆₀), cuya forma es un icosaedro truncado.



Los panales de abejas tienen forma de prismas hexagonales

El virus de la poliomielitis y de la verruga tiene forma de Icosaedro. Las células del tejido epitelial tienen forma de cubos y prismas.

En sus formas naturales, muchos minerales cristalizan formando poliedros característicos:



Luego, vamos a responder las siguientes preguntas:

¿Qué figuras geométricas conocidas hay en él la lectura?

¿Para que utilizan los seres humanos los poliedros?

¿En la naturaleza hay poliedros irregulares? ¿Cuáles?

FASE 2

El matemático Leonard Euler demostró que la siguiente relación se cumple para todos los poliedros convexos:

$$C + V - A = 2$$

C = número de caras

V= número de vértices

FASE 3

Vamos a realizar el siguiente ejercicio

Al graficar en Geogebra un tetraedro, hexaedro, un prisma triangular. ¿Cuál de los anteriores poliedros, tiene igual número de vértices que de caras?

¿Qué datos nos están dando?

¿Cuáles serían los pasos a seguir?

¿Cuál creería usted que es la respuesta? y ¿Por qué?

¿Hay otros poliedros con las mismas características?, ¿Cuáles?

ACTIVIDAD EN CLASE

Al recordar la fórmula del matemático Leonard Euler para todos los poliedros convexo. Al dibujar el cubo en Geogebra se puede evidenciar que se cumple esta relación porque su número de caras, vértices y aristas es, respectivamente:

3, 4 y 5

3, 8 y 9

6,4 y 8

6,8 y 12

¿Grafica el ejercicio en Geogebra?

¿Cuáles son los pasos que haría para resolver el ejercicio?

¿Cómo lo comprobaría?

¿Se le dificulto realizarlo en el software?

ACTIVIDAD EN CASA

Vamos a realizar en Geogebra un prisma cuadrangular. Y responde las siguientes preguntas:

¿Cuántas caras tiene?

¿Cuántos vértices tiene?

¿Cuántas aristas tiene?

Verifica el teorema de Euler con el software

Con cuál de las dos opciones se facilitó más?, ¿Porque?

Materiales

Video beam

Pc

tablets

REFERENCIAS

Sánchez Blanco, G. y Valcárcel Pérez, M.; (1993). Diseño de unidades didácticas en el área de ciencias experimentales. Enseñanza de las Ciencias, 11 (1) 33– 44.

Tamayo, O., Vasco, C. E., Suárez, M. M., Quiceno, H., GARCÍA, L. I. Y Giraldo, A. (2011). La clase multimodal y la formación y evolución de conceptos científicos a través del uso de tecnologías de la información y la comunicación. Manizales: Universidad Autónoma de Manizales.

CLASE 5

FASE 1

Ideas previas

Vamos observar el siguiente video:

[actividad clases 4\poliedros irregulares.mp4](#)

Luego, vamos a responder las siguientes preguntas:

¿Qué figuras geométricas conocidas hay en el video?

¿Para que utilizan los seres humanos los poliedros

¿En la naturaleza hay poliedros irregulares? ¿Cuáles?

FASE 2

Poliedro Irregular

Un poliedro es irregular si alguna de sus caras no es igual a las demás.

Hay infinidad de poliedros irregulares.

Dos de las clases fundamentales de los poliedros irregulares son las **pirámides** y los **prismas**.

Pirámide pentagonal	Prisma hexagonal
actividad clases 4\piramide pentagonal.ggb	actividad clases 4\prisma Hexagonal.ggb

FASE 3

Vamos a realizar el siguiente ejercicio

¿Realiza en el software Geogebra un tetraedro y una pirámide con base cuadrada y observa, vértices y aristas?

Responde:

¿Grafica la figura en Geogebra?

¿Cuáles son los pasos que haría para resolver el ejercicio?

¿Cuál es la diferencia del poliedro regular al irregular?

¿hay alguna relación entre vértices, aristas y caras?

ACTIVIDAD EN CLASE

Un prisma triangular, ¿Cuántas aristas, caras y vértices tiene? ¿Las caras son iguales?

¿Grafica la figura en Geogebra?

¿Cuáles son los pasos que haría para resolver el ejercicio?

¿hay algún prisma regular que sea irregular?

¿puede dar un ejemplo de otro prisma triangular?

¿Con el software es más fácil de entender las características? ¿Por qué?

ACTIVIDAD EN CASA

Existen poliedros regulares que son irregulares? Si lo hay de un ejemplo con las siguientes indicaciones:

¿Grafica el dibujo en Geogebra?

¿Cuáles son los pasos que haría para resolver el ejercicio?

¿Cómo lo comprobaría?

¿Se le dificulto realizarlo en el software?

VAMOS A JUGAR EL MEMOPOLIEDROS



Materiales

Video beam

Pc

tablets

REFERENCIAS

Sánchez Blanco, G. y Valcárcel Pérez, M.; (1993). Diseño de unidades didácticas en el área de ciencias experimentales. Enseñanza de las Ciencias, 11 (1) 33– 44.

Tamayo, O., Vasco, C. E., Suárez, M. M., Quiceno, H., GARCÍA, L. I. Y Giraldo, A. (2011). La clase multimodal y la formación y evolución de conceptos científicos a través del uso de tecnologías de la información y la comunicación. Manizales: Universidad Autónoma de Manizales.

CLASE 6

Vamos a observar el siguiente video

[actividad clases 7\videoplayback.webm,](#)

¿Qué características observas en este video?

¿Cómo definiría usted un desarrollo?

El desarrollo de los poliedros y superficies en general consiste en desdoblarse la superficie total, colocando todas las aristas o generatrices en un mismo plano, y conservando este plano su posición relativa en el espacio.

El desarrollo muestra la cara interior de la superficie, presentando la verdadera magnitud de todos los bordes (aristas o generatrices) y la de las áreas que la componen.

Un desarrollo se inicia con la arista o generatriz de menor tamaño y presenta las áreas adyacentes como tales.

Si tomamos como ejemplo un poliedro regular, podremos efectuar el desdoblamiento de las caras (polígonos regulares) teniendo como bisagras determinadas aristas del poliedro; luego el desarrollo estará compuesto por figuras regulares planas unidas por las aristas que sirvieron de bisagras.

Ejemplos de desarrollos:

[actividad clases 7\cubo.ggb](#)

[actividad clases 7\tetraedro.ggb](#)

FASE 3

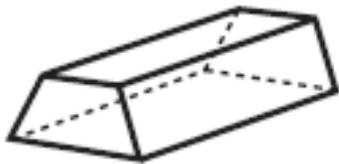
Vamos a realizar el siguiente ejercicio

Vamos a realizar un prisma Heptagonal en Geogebra y Con este desarrollo plano se puede construir el prisma heptagonal, porque:

- A. el desarrollo plano tiene 7 cuadrados y el prisma tiene 7 caras cuadradas.
- B. el número total de lados de los polígonos que conforman el desarrollo plano es igual al número de aristas del sólido.
- C. los polígonos del desarrollo plano corresponden a las caras del sólido y están correctamente ubicados.
- D. el desarrollo plano tiene 2 heptágonos y el prisma tiene 2 caras heptagonales.

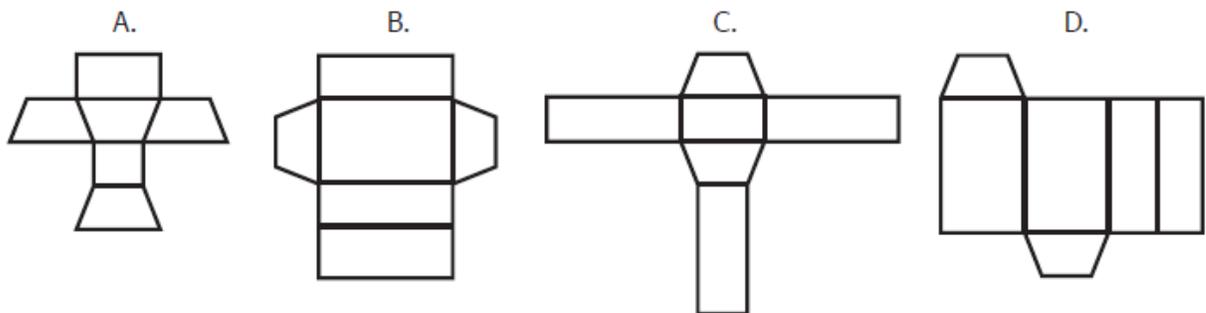
ACTIVIDAD EN CLASE

Una empresa que produce barras de chocolate empaca su producto en cajas como la que se muestra en la figura



Figura

¿Con cuál de los siguientes moldes se puede armar la caja?



ACTIVIDAD EN CASA

La figura 1 muestra el molde que permite armar un sólido y la figura 2 muestra una de las vistas del sólido armado.

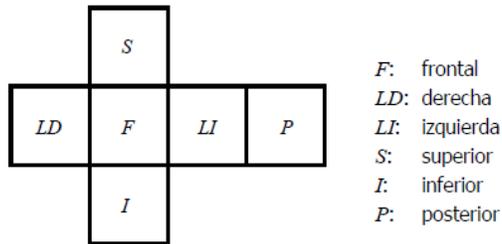


Figura 1. Desarrollo de un sólido.



Figura 2. Vista del sólido.

¿A qué vista del sólido corresponde la figura 2?

- A. A cualquiera de las 6 vistas, pues con el molde se arma un cubo.
- B. A 4 de las 6 vistas, pues con el molde se arma un prisma rectangular.
- C. A 2 de las 6 vistas, pues solamente la cara frontal y posterior del sólido son cuadradas.
- D. A 1 de las 6 vistas del sólido, pues cada vista del sólido es distinta de las demás.

VAMOS A JUGAR EL MEMOPOLIEDROS



Materiales

Palillos de pincho

Plastilina

Video beam

Pc

Tablets

REFERENCIAS

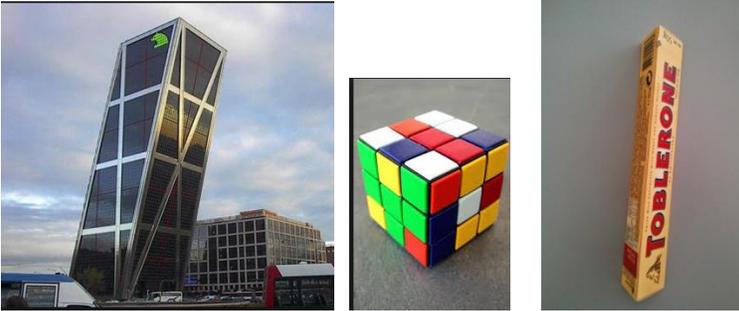
Sánchez Blanco, G. y Valcárcel Pérez, M.; (1993). Diseño de unidades didácticas en el área de ciencias experimentales. *Enseñanza de las Ciencias*, 11 (1) 33– 44.

Tamayo, O., Vasco, C. E., Suárez, M. M., Quiceno, H., GARCÍA, L. I. Y Giraldo, A. (2011). La clase multimodal y la formación y evolución de conceptos científicos a través del uso de tecnologías de la información y la comunicación. Manizales: Universidad Autónoma de Manizales.

CLASE 7

Prisma

Vamos a observar las siguientes imágenes,



¿Qué características tienen en común estas imágenes?

Vamos a observar el siguiente video:

¿Cómo definiría usted un prisma?

Un **prisma** es un poliedro limitado por dos polígonos congruentes y paralelos llamados bases y varios paralelogramos llamados caras laterales.

Los prismas se clasifican según el polígono que corresponde a sus bases. Por tanto, hay prismas triangulares, pentagonales, hexagonales, entre otros. Además, las primas se pueden clasificar en rectos y oblicuos. Un prisma recto es aquel en que sus caras laterales son perpendiculares a las bases. En cambio, si las caras laterales no son perpendiculares a las bases, el prisma es oblicuo.

Ejemplos de PRISMAS:

PRISMA HEXAGONAL RECTO	CUBO	PRISMA PENTAHONAL
-----------------------------------	-------------	------------------------------

		OBLICUO
unidad/prismahexagonalrecto.ggb	unidad/Elementosdeunprisma.ggb b	unidad/prismapentagonaloblicuo.ggb

En un prisma se pueden calcular las siguientes medidas:

Área lateral (A_L): es la suma de las áreas de las caras laterales, la cual equivale al producto de la altura del prisma por el perímetro de una de sus bases. Esta dada por la expresión:

$$A_L = P_B \cdot h$$

Área total (A_T): es la suma del área de las dos bases y el área lateral del prisma. Esta dada por la expresión:

$$A_T = A_L + 2 \cdot A_B$$

Volumen (V): es el producto del área de la base por la altura del prisma. está dado por la expresión:

$$V = A_B \cdot h$$

FASE 3

Vamos a realizar el siguiente ejercicio

Graficar en Geogebra un prisma cuadrangular regular de arista 3cm y de altura de 5cm.

Calcular:

El área lateral

Área total

El volumen?

Si duplico su arista, ¿ se duplica sus áreas y volumen?, explique su respuesta

ACTIVIDAD EN CLASE

Sabiendo que el área total de un tetraedro regular es de $16\sqrt{3}$ y calcula:

Grafícalo en Geogebra

Área lateral

Volumen

¿Qué pasa con las aristas y su volumen si se duplica el valor de su área total?

Grafica el nuevo prisma en Geogebra

ACTIVIDAD EN CASA

Halla la arista de un cubo y su volumen, sabiendo que su área total es de 384cm^2

¿Grafica el dibujo en Geogebra?

¿Qué pasa con las aristas si duplico su área?

VAMOS A JUGAR EL MEMOPOLIEDROS



Materiales

Palillos de pincho

Plastilina

Video beam

Pc

Tablets

REFERENCIAS

Sánchez Blanco, G. y Valcárcel Pérez, M.; (1993). Diseño de unidades didácticas en el área de ciencias experimentales. *Enseñanza de las Ciencias*, 11 (1) 33– 44.

Tamayo, O., Vasco, C. E., Suárez, M. M., Quiceno, H., GARCÍA, L. I. Y Giraldo, A. (2011). La clase multimodal y la formación y evolución de conceptos científicos a través del uso de tecnologías de la información y la comunicación. Manizales: Universidad Autónoma de Manizales.

CLASE 8

PIRÁMIDE

Vamos a observar las siguientes imágenes,



¿Qué características tienen en común estas imágenes?

¿Cómo definiría usted una pirámide?

Una **pirámide es un poliedro limitado por una sola base poligonal y por varias caras laterales con forma triangular que tiene un vértice en común llamado cúspide.**

[unidad\ELEMENTOSDEUNAPIRAMIDE.ggb](#)

Las pirámides se clasifican según el polígono de su base en triangulares, cuadradas, pentagonales, hexagonales, entre otras. Además, una pirámide puede ser recta u oblicua. Una pirámide es recta si todas sus caras laterales son triángulos isósceles y es oblicua si alguna de sus caras laterales no es un triángulo isósceles.

Ejemplos de pirámides:

Pirámide triangular	Pirámide cuadrada	Pirámide pentagonal
unidad\PIRAMIDETRIANGULAR.ggb	unidad\PIRAMIDECUADRADA.ggb	unidad\PIRAMIDE PENTAGONAL.ggb

En una pirámide se pueden calcular las siguientes medidas:

Área lateral (A_L): es la suma de las áreas de las caras laterales. Por tanto en una pirámide recta, si la base es un polígono regular de n lados y A es el área de una de las caras laterales se tiene que:

$$A_L = n \cdot A$$

Área total (A_T): es la suma del área de las dos bases y el área lateral del prisma. Esta dada por la expresión:

$$A_T = A_L + A_B$$

Volumen (V): es el producto del área de la base por la altura del prisma. está dado por la expresión:

$$V = \frac{1}{3}(A_B \cdot h)$$

FASE 3

Vamos a realizar el siguiente ejercicio

Dibuja una pirámide cuadrangular regular cuya altura mide 18cm y el lado de la base mide 15 cm

Calcula:

Grafícalo en Geogebra

Halla el área lateral

Halla el área total

Calcula su volumen

ACTIVIDAD EN CLASE

Grafica en Geogebra una pirámide exagonal regular cuya arista mide 12cm y su altura es de 14 cm.

Halla el área lateral

Halla el área total

Calcula su volumen

Que pasa con sus áreas y volumen si duplicamos sus arista y altura? ¿el área y el volumen se duplica?, justifica tu respuesta.

ACTIVIDAD EN CASA

Grafica en Geogebra una pirámide regular cuya base es un triángulo equilátero de 8cm y su altura es de 24 cm.

Halla el área lateral

Halla el área total

Calcula su volumen

Que pasa con sus áreas y volumen si duplicamos sus arista y altura? ¿el área y el volumen se duplica?, justifica tu respuesta.

VAMOS A JUGAR EL MEMOPOLIEDROS



Materiales

Palillos de pincho

Plastilina

Video beam

Pc

Tablets

REFERENCIAS

Sánchez Blanco, G. y Valcárcel Pérez, M.; (1993). Diseño de unidades didácticas en el área de ciencias experimentales. *Enseñanza de las Ciencias*, 11 (1) 33– 44.

Tamayo, O., Vasco, C. E., Suárez, M. M., Quiceno, H., GARCÍA, L. I. Y Giraldo, A. (2011). *La clase multimodal y la formación y evolución de conceptos científicos a través del uso de tecnologías de la información y la comunicación*. Manizales: Universidad Autónoma de Manizales.