



APRENDIZAJE DE LA SIMETRÍA AXIAL A PARTIR DE LA RESOLUCIÓN  
PROBLEMAS EN ESTUDIANTES DE CUARTO GRADO

MARIA DAMARIS NOREÑA HERRERA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES  
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES  
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS VIRTUAL  
MANIZALES  
2020

APRENDIZAJE DE LA SIMETRÍA AXIAL A PARTIR DE LA RESOLUCIÓN  
PROBLEMAS EN ESTUDIANTES DE CUARTO GRADO.

Autora

MARIA DAMARIS NOREÑA HERRERA

Proyecto de grado para optar al título de Magister En Enseñanza De Las Ciencias

Asesor

ANA MILENA LÓPEZ RÚA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES  
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES  
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS VIRTUAL  
MANIZALES

2020

## RESUMEN

La enseñanza de la Simetría Axial, ha presentado dificultades en la asimilación de los conceptos por parte de los educandos, debido a la implementación de procesos de enseñanza tradicionales, cuyas propuestas educativas corresponden a métodos memorísticos y monótonos, generando conocimientos netamente teóricos, que no incentivan la capacidad de raciocinio reflexiva y creativa de los estudiantes. Debido a las limitaciones de carácter cognitivo generadas por dicha situación, se propone que, en los escenarios educativos, se apliquen estrategias, que posibiliten la interacción de los educandos con su entorno, a través de la resolución de problemas que permitan el aprendizaje de la Simetría Axial con un carácter interpretativo y argumentativo. Dicha propuesta se puso en práctica con estudiantes de primaria de cuarto grado, arrojando como resultado, no solo la posibilidad, sino también la necesidad de generar cambios en las estrategias metodológicas de los docentes en los escenarios educativos.

Palabras Clave: Aprendizaje; Matemáticas; Resolución de problemas; Enseñanza; Escenarios educativos; Estrategias; Educandos.

## **ABSTRACT**

Teaching of axial symmetry, has presented difficulties in concepts assimilation from students due to use of traditional learning processes because educational proposes correspond with memory and monotony methods, generating knowledges clearly theoretical which do not motivate the capacity of aware and creative thinking. Spite of learning limitations, it is necessary to propose applying strategies to students to interact with their surroundings through problem resolution thus guarantee learning of Axial symmetry in interpretative and argumentative way. The methodology was used in fourth grade primary school students. As results we obtained the possibility and necessity to generate changes in methodology strategies applied by teachers in educative scenarios.

**Key words:** Learning; Mathematics; Problem resolution; Teaching; Educative scenarios; Strategies; Students.

## CONTENIDO

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 1     | PRESENTACIÓN.....                                   | 8  |
| 2     | ANTECEDENTES.....                                   | 11 |
| 2.1   | RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....                        | 11 |
| 2.2   | CAMBIOS EN EL APRENDIZAJE .....                     | 13 |
| 2.3   | SIMETRÍA AXIAL .....                                | 16 |
| 3     | ÁREA PROLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN .....  | 19 |
| 3.1   | GRAFICOS.....                                       | 21 |
| 4     | JUSTIFICACIÓN.....                                  | 28 |
| 5     | REFERENTE TEÓRICO.....                              | 31 |
| 5.1   | CAMBIOS EN EL APRENDIZAJE .....                     | 31 |
| 5.2   | CAMBIOS EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS .....  | 33 |
| 5.3   | RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....                        | 34 |
| 5.4   | DIMENSIONES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS .....     | 39 |
| 5.4.1 | Recursos .....                                      | 40 |
| 5.4.2 | Heurísticas .....                                   | 40 |
| 5.4.3 | Control .....                                       | 40 |
| 5.4.4 | Sistema De Creencias .....                          | 41 |
| 5.5   | DIFERENCIA ENTRE OBSTÁCULO, DIFICULTAD Y ERROR..... | 45 |
| 5.5.1 | Dificultad .....                                    | 47 |
| 5.5.2 | Error.....  | 47 |
| 5.5.3 | Obstáculo .....                                     | 47 |
| 5.6   | TIPOS DE OBSTÁCULOS.....                            | 48 |
| 5.6.1 | Obstáculos epistemológicos .....                    | 49 |
| 5.6.2 | La experiencia básica o conocimientos previos ..... | 52 |
| 5.6.3 | El obstáculo verbal .....                           | 53 |
| 5.6.4 | Conocimiento pragmático y utilitario.....           | 53 |
| 5.6.5 | Conocimiento general.....                           | 54 |
| 5.6.6 | El obstáculo animista.....                          | 54 |
| 5.7   | SIMETRÍA.....                                       | 56 |
| 6     | OBJETIVOS.....                                      | 59 |

|      |   |    |
|------|---|----|
| 6.1  | OBJETIVO GENERAL.....                                       | 59 |
| 6.2  | OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....                                 | 59 |
| 7    | METODOLOGIA .....   | 60 |
| 7.1  | TIPO DE INVESTIGACIÓN .....                                 | 60 |
| 7.2  | CATEGORIAS .....  | 62 |
| 7.3  | CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN .....                          | 63 |
| 7.4  | POBLACION.....  | 63 |
| 7.5  | UNIDAD DE TRABAJO .....                                     | 64 |
| 7.6  | PROCEDIMIENTO.....  | 64 |
| 7.7  | ETAPAS DE LA INVESTIGACIÓN.....                             | 64 |
| 7.8  | FORMULACIÓN .....   | 65 |
| 7.9  | LA EJECUCIÓN .....  | 65 |
| 7.10 | CIERRE .....  | 66 |
| 8    | TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN ..... | 67 |
| 8.1  | TEST .....  | 67 |
| 8.2  | OBSERVACIÓN PARTICIPANTE.....                               | 67 |
| 8.3  | ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN .....                            | 68 |
| 9    | ANALISIS.....   | 69 |
| 9.1  | CAMBIOS CON RELACION A LA ENSEÑANZA .....                   | 75 |
| 9.2  | CAMBIOS CON RELACIÓN AL SABER ESPECÍFICO ENSEÑADO .....     | 75 |
| 10   | RESULTADOS .....  | 80 |
| 11   | DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....                                | 83 |
| 12   | CONCLUSIONES.....   | 87 |
| 13   | REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS .....                            | 90 |
| 14   | ANEXOS.....   | 96 |

## INDICE DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| Figura No. 1. Resultados más bajos .....                                     | 21 |
| Figura No. 2. Diferencia en promedio de los colegios de la ETC .....         | 22 |
| Figura No. 3. Diferencia en los colegios del País.....                       | 22 |
| Figura No. 4. Resultados en conceptos específicos de la materia .....        | 23 |
| Figura No. 5. Diferencia en el promedio de todos los colegios del País ..... | 23 |
| Figura No. 6 Diferencia con el promedio de los colegios de la ETC .....      | 24 |
| Figura No. 7. Resultados en conceptos específicos de la materia .....        | 24 |

## INDICE DE TABLAS

|                                       |    |
|---------------------------------------|----|
| Tabla 1 Resolución de Problemas ..... | 43 |
| Tabla 2 Categorías .....              | 62 |
| Tabla 3 Análisis .....                | 69 |

## 1 PRESENTACIÓN

En el contexto actual, con las nuevas generaciones, las nuevas formas de enseñanza y estrategias educativas planteadas en el sistema Colombiano, se ha evidenciado un deterioro en los procesos instructivos, que confluye directamente en los educandos, afectando negativamente su interés y motivación frente al pensamiento crítico, capacidad de análisis, interpretación, identificación de destrezas, capacidad de indagar, proponer e innovar, ya que existe una automatización de conceptos y metodologías, que arraiga prácticas rígidas, estáticas y monótonas al interior de las aulas de clases.

Uno de los factores que ha desencadenado dicha situación, es la implementación de la estrategia educativa “aula multigrado”, la cual representa un escenario de aprendizaje único, en el que interactúan estudiantes con diferentes procesos de aprendizaje y diversos niveles cognitivos con una gran variedad de temas y conceptos, en donde se perciben también, avances y retrocesos, entre otros factores; este fenómeno se presenta en la mayoría de áreas del aprendizaje impartidas en los diferentes grados de escolaridad, sin embargo, el área del aprendizaje más afectada, más olvidada y por la que los estudiantes muestran cada vez menos motivación es la de matemáticas, puesto que su orientación se dificulta, debido a los diferentes grados de escolaridad y los procesos y habilidades de cada estudiante dentro de estas aulas multigrupo.

Otro factor importante, hace referencia a los primeros años de escolaridad, en donde se utilizan elementos del entorno, que permiten a los estudiantes interactuar con los conceptos matemáticos, de esta manera descubren, participan y aprenden; no obstante, con el pasar de los años, las estrategias de enseñanza dejan de ser creativas, se vuelven mecánicas y repetitivas, limitando la capacidad de raciocinio y dificultando la competencia para interpretar un problema, realizar inferencias, identificar información para llevar a cabo una operación matemática, desarrollar un proceso, relacionar e identificar las figuras, formas y simetrías en situaciones reales.

La matemática es un área del conocimiento altamente importante para el desarrollo de habilidades del pensamiento, la Simetría Axial, es un concepto de la matemática que

permite a través de una orientación adecuada, fortalecer el pensamiento lógico y espacial, realizando mediciones, movimientos y transformaciones, de figuras bidimensionales y tridimensionales, hallando sus formas simétricas, en relación con las formas que se perciben en el entorno, lo cual permite a su vez obtener una dimensión más concreta del mundo.

“Interpretar, entender y apreciar un mundo que es eminentemente geométrico, constituye una importante fuente de modelación y un ámbito por excelencia para desarrollar el pensamiento espacial y procesos de nivel superior y, en particular, formas diversas de argumentación” (MEN 1998, pág. 17.)

Es importante entonces, generar estrategias para la construcción de conocimientos, a partir de contextos reales, lenguaje y situaciones cotidianas, que impliquen soluciones abordando y aplicando conceptos como, transformaciones en el plano, movimientos rígidos de traslación, rotación y reflexión axial, contenidos en la simetría axial como mecanismo ordenador del mundo, la vida cósmica y el mundo social y natural en general.

Teniendo en cuenta la importancia de la simetría axial, como herramienta para comprender el mundo y fortalecer el pensamiento lógico y espacial, es necesario reestructurar en el ámbito educativo, los modelos tradicionales de enseñanza memorísticos y arcaicos, utilizados usualmente por los docentes actuales, por procesos que generen cambios en el aprendizaje del estudiante a través de actividades que comprendan la resolución de problemas y de esta manera trasciendan de las ideas previas, en aras de contribuir con el descubrimiento y fortalecimiento de destrezas y habilidades individuales, que permitan corregir falencias y llegar a conceptos más estructurados desde lo teórico y práctico, para una mejor comprensión del universo, lo primero que se debe tener presente de acuerdo con Lesh y Zawojewski, 2007 y Polya 1970, citado por Penalva, Posadas y Roig, 2010, pág. 27, es que:

Resolver un problema no es sólo descubrir un procedimiento para llegar desde los "datos" a las "metas" del problema, conlleva el proceso de interpretar una situación matemáticamente, la cual por lo general supone varios ciclos interactivos de expresar, hacer pruebas y revisar interpretaciones matemáticas, y de ordenar, combinar, modificar, revisar o refinar conceptos matemáticos.

Debido a lo expuesto anteriormente se plantea una intervención didáctica, a partir de la resolución de problemas, que beneficie tanto al docente como al estudiante, en la búsqueda constante de superar las dificultades que impiden de alguna manera el desarrollo del pensamiento geométrico, específicamente de simetría Axial.

## **2 ANTECEDENTES**

Para fortalecer el rigor científico que adquiere el presente proyecto en el ámbito académico y su profundidad práctica y metodológica es pertinente citar diferentes proyectos investigativos del ámbito nacional e internacional que, desde sus objetivos, intervención metodológica y práctica, reafirman la trascendencia del presente proyecto investigativo. A continuación, se presentan algunos proyectos organizados en tres categorías: la resolución de problemas, cambios en el aprendizaje y simetría axial, es importante mencionar que se encuentran pocas investigaciones relacionadas con simetría.

### **2.1 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

En primera medida cabe citar el estudio “Reflexión docente sobre situaciones problema para desarrollar el pensamiento matemático” realizada por Jiménez & Herrera (2017) que plantea como objetivo caracterizar aspectos relevantes en la reflexión que hacen los docentes sobre sus prácticas de aula al implementar situaciones problema para desarrollar el pensamiento matemático en los estudiantes de tercero y quinto de la sede primaria urbana. La investigación se cimentó en un enfoque de corte cualitativo, bajo el paradigma crítico social, que asume el conocimiento como una creación compartida a partir de la interacción entre el investigador y el investigado.

A partir de la intervención realizada se encontró como resultado que las estrategias de comprensión aplicadas ( exploración de los saberes previos, observación de imágenes, significación del título, relación título – imagen, contextualización del problema, profundización en el tema, lectura individual, lectura dirigida, elaboración de esquemas) fueron beneficiosas para los estudiantes, ya que permitieron que ellos reconocieran las tareas a resolver, los pasos a seguir, y los conceptos y procedimientos que se necesitaban para solucionar la situación problema y facilitó la comprensión de la situación problema siendo relevante el trabajo en equipo, la socialización de los trabajos y la participación de todos los estudiantes para la consecución de los aprendizajes.

Con todo lo anterior se concluye que, las prácticas de aula permiten (re)significar algunos aspectos didácticos sobre el uso de las situaciones problema para desarrollar el pensamiento matemático en los estudiantes, como el dar mayor atención a los intereses de los estudiantes

con situaciones particulares que les llamen la atención, el integrar varios pensamientos en torno a una misma situación, la relevancia de las orientaciones en el trabajo individual y en grupo, el manejo de estrategias de comprensión, la contextualización de las situaciones problema, la elaboración de esquemas, y el seguimiento de etapas para la resolución de las situaciones problema.

También se encuentra la investigación “Caracterización del proceso de regulación metacognitiva en la resolución de problemas sobre medidas de tendencia central”

Elaborada por Arrieta (2016) con el objetivo principal de caracterizar de qué manera la regulación metacognitiva favorece el manejo de problemas sobre medidas de tendencia central en los estudiantes de grado 8º y como diseño metodológico, el estudio de casos y para alcanzar los objetivos propuestos se evidencia una unidad didáctica de problemas auténticos sobre medidas de tendencia central, la cual consta de tres momentos: momento de ubicación, momento de desubicación y momento de reenfoque, posteriormente realizó el análisis general.

Tras el análisis de resultados, se determina que es muy importante la caracterización de las dimensiones establecidas por Bachelard en la resolución de problemas y que explican el éxito o fracaso de los estudiantes. Además se determina que, la implementación de unidades didácticas en el campo de la matemática, le permite al docente planificar de forma ordenada una serie de actividades en un tiempo determinado, posibilitando mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje y adaptar las acciones teniendo en cuenta el contexto y nivel de los educandos, por lo cual se concluye que esto evita la improvisación del maestro destacando que el tener en cuenta las dimensiones anteriormente mencionadas, sirve para comprender mejor lo que pasa con los estudiantes cuando resuelven problemas y de esta manera poder tomar decisiones y mejorar el alcance del saber.

De igual forma se encuentra el estudio “Estrategia para la resolución de problemas matemáticos desde los postulados de Polya mediada por las TIC”, en estudiantes del grado octavo del Instituto Francisco José de Caldas” realizada por Cárdenas & González (2016). propuesta que tenía como objetivo, determinar las estrategias que utilizan los estudiantes en la resolución de problemas de razonamiento matemático; para implementar una estrategia didáctica basada en los principios de Polya y mediada por el uso de las TIC,

que permita mejorar este proceso en estudiantes del grado octavo del Instituto técnico Francisco José de Caldas.

Para desarrollar el proceso investigativo se empleó un enfoque cualitativo y se regirá por los principios metodológicos de la investigación descriptiva. A partir de esta propuesta se concluye que, la resolución de problemas Matemáticos, es de gran importancia en el avance del razonamiento de los estudiantes, por ello es importante lograr una apropiación de la misma, en el proyecto se evidencia que al implementar el Método de George Polya, los estudiantes encontraron un camino tranquilo y pausado para llegar a la consecución de la respuesta de un problema de razonamiento matemático, siguiendo cada una de sus etapas minuciosamente ya que en el aula virtual se encuentran bien definidas.

Por otra parte, está el estudio “efecto de la enseñanza a través de la resolución de problemas, en el uso de los procesos cognitivos y metacognitivos del estudiante” Lara Escorcía, E. D., & Quintero Miranda, M. D. C. (2016). Para cumplir con lo planteado se estructura desde un enfoque cuantitativo al ser secuencial, probatorio y riguroso, explicando las causales entre los elementos y pretendiendo explicar y predecir los fenómenos investigativos, iniciando con la teoría y de esta se derivan expresiones lógicas denominadas hipótesis como procesos reales en la resolución de problemas, estos son: exploración, comprensión, adquisición de nueva información, análisis e implementación. A partir de lo anterior se concluye que, los resultados muestran diferencias significativas entre el grupo en el que se trabajó la enseñanza a través de la resolución de problemas matemáticos y el grupo que no se le realizó ninguna intervención, ya que tienen diferencias significativas en el proceso Comprende demostrando así, que existe un efecto directo de la enseñanza a través de la resolución de problemas matemáticos en el uso de este proceso cognitivo.

## **2.2 CAMBIOS EN EL APRENDIZAJE**

También se encuentra la propuesta “Aplicación de las estrategias de aprendizaje-enseñanza por los profesores de matemáticas del nivel primario y secundario del colegio Monte María, para lograr aprendizajes significativos” Van Der, A. (2015). Este proyecto tenía como objetivo establecer la manera en que aplican las estrategias de aprendizaje- enseñanza los

profesores de matemáticas de primaria y secundaria del colegio Monte María para lograr aprendizajes significativos. Es una investigación cuantitativa y corresponde a un diseño transversal, descriptivo y de carácter no experimental. La metodología estadística se trabajó con frecuencias y gráfica.

Los resultados de esta investigación establecieron que los sujetos, de manera general y en su mayoría, aplican estrategias variadas y bajo un enfoque socioconstructivista cuando activan presaberes y presentan nuevas estrategias de resolución de problemas; sin embargo, en la evaluación siguen aplicando preguntas y resúmenes finales que no necesariamente evalúan procesos como tal, lo que confirma el tradicional problema de separación o divorcio entre actividades y objetivos de aprendizaje, por una parte y la evaluación por otra. A partir de lo anterior se concluye que, los profesores evidencian activación de presaberes cuando presentan un tema nuevo, cuando inician una unidad o cuando desean presentar una nueva estrategia. El modelaje se perfila como una estrategia que utilizan los profesores cuando desean presentar un nuevo contenido o estrategia a sus estudiantes. Para la presentación de temas nuevos se parte de situaciones problema que servirán para que encuentren significado a lo que aprenden. Al activar presaberes, las estrategias más utilizadas por los profesores son: actividad focal introductoria, discusión guiada y actividades generadoras de información previa. En cuanto a las estrategias para resolver problemas, los profesores manifiestan utilizar en mayor medida las preguntas para resolver problemas y las ilustraciones. Las menos utilizadas son los organizadores textuales y las simulaciones. Las preguntas frecuentes y resúmenes finales son las estrategias más utilizadas por los profesores para evaluar, respondiendo todavía a un modelo tradicional de educación. Las menos utilizadas corresponden a cuadros sinópticos y redes conceptuales. De igual forma está el estudio, “Influencia de las TIC en el aprendizaje del área de geometría en los estudiantes de la institución educativa “Francisco José de Caldas”, ciudad de Manizales – 2015” Echeverry (2018) que tiene como Objetivo: determinar la influencia que el uso de las TIC en el aprendizaje de dicho concepto, para el desarrollo de la propuesta se usó la Metodología: investigación cuasiexperimental aplicando pretest y postest a dos grupos de población homogéneos de grado 9, manteniendo uno de ellos el esquema de enseñanza tradicional y en el otro una estrategia didáctica mediada por las TIC, como

internet, software especializado, videotutoriales y herramientas multimedia, durante 10 semanas.

Los resultados confirmaron la hipótesis general de que las TIC influyen significativamente en el aprendizaje del área de geometría y se concluye que el uso de las TIC en la enseñanza de la geometría influye positivamente el rendimiento de los estudiantes al permitir una mejor comprensión de los conceptos y resolución de problemas con mayor facilidad, lo que permite un aprendizaje significativo a través de un entorno tecnológico que motiva y aporta conocimiento.

De igual forma está el estudio “Dificultades en el aprendizaje de la matemática en la institución educativa Túpac Amaru de Huancayo” elaborada por Zegarra., & Ramírez (2017). que tenía como objetivo dentro del desarrollo del presente proyecto de investigación determinar los factores que inciden para que los estudiantes de secundaria tengan dificultades para aprender matemáticas y diseñar un instrumento de diagnóstico para identificar los factores que inciden y aplicar el instrumento. La investigación está enmarcada en un modelo cuantitativo, por tanto, examinaremos los datos de forma numérica, así mismo es un proyecto factible y orientado hacia una investigación descriptiva.

Del análisis y discusión hechos se puede concluir que: 1 La competencia del profesor de matemática es un aspecto esencial en el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje de esta disciplina, lo cual incluye, entre otros aspectos, no solo un profundo dominio del contenido matemático, sino también del pedagógico y de la didáctica de la matemática, 2 el proceso de aprendizaje matemático se concibe como un proceso unidireccional de conocimientos «empaquetados», sin dar lugar a una interacción social y cognitiva auténtica entre implicados y entre estos y los contenidos, lo que dificulta una verdadera elaboración de aprendizajes significativos, sustituidos por la apropiación mecánica de formulaciones verbales carentes de significado y de «rituales» de actuación. 3. El alumno se somete a actividades que no comprende, que facilitan también la aparición de actitudes de rechazo ante la materia y un lugar destacado como el fracaso en su aprendizaje y entre este factor también se asocia la formación matemática del profesor que es mas más deficitarios, porque no existe nada para dotar a los futuros profesores (incluso, a los profesores en ejercicio) del

conocimiento psicopedagógico necesario para aprender a ayudar a otros a aprender matemáticas.

### **2.3 SIMETRÍA AXIAL**

También está el estudio “Enseñanza de la Simetría Axial utilizando situaciones a-didácticas y SGD, Car Metal como medio” Santacruz, J. E. F. (2016) que plantea como objetivo Implementar las actividades propuestas por el grupo EDUMAT para la enseñanza de la simetría axial, soportadas en la teoría de Situaciones didácticas y utilizando el SGD Car-metal, como medio, con el propósito de analizar el impacto que tengan en el aprendizaje de los alumnos y la gestión de la experiencia por parte del profesor, Se asume la metodología Ingeniería Didáctica, cuya pretensión es precisar y confrontar las hipótesis y variables didácticas que orientan el diseño y la implementación de las actividades de clase, los resultados arrojaron que los métodos o estrategias de enseñanza actualmente utilizados por los profesores no están produciendo los resultados esperados; por lo tanto, parte de la resolución del problema debe consistir en modificar esas prácticas pedagógicas; se deben utilizar nuevas estrategias que permitan a los alumnos una verdadera construcción y asimilación del conocimiento geométrico.

Por lo cual se concluye que, se encuentra un comportamiento no adecuado por parte del profesor, en el momento donde hacía la conexión de los conocimientos construidos de manera grupal por los alumnos con la asociación del saber; esto lo llevó en algunos casos a transmitir directamente la solución, generando aprendizaje por autoridad en los alumnos. también se menciona que el uso del SGD y la TSD es algo eficaz y potente, pero es difícil porque requiere un esfuerzo consciente de lo que se está haciendo, requiere la contribución de toda una comunidad para diseñar una actividad y analizar ese diseño para que el profesor tenga una herramienta en la toma de decisiones en la clase. A pesar de que la tecnología es estupenda para generar aprendizajes por adaptación, el profesor es actor fundamental al interior del proceso de enseñanza pues es quien prepara la situación adidáctica seleccionando cuidadosamente el medio y el problema que planteará a los alumnos. Durante la situación a-didáctica, se restringe de comunicar el saber para garantizar un aprendizaje por adaptación de los alumnos. Sin embargo, sigue interviniendo, motivando a

los alumnos a resolver el problema, para posibilitarles tomar conciencia de las acciones que puede realizar y de las retroacciones del medio, dejando que sean ellos quienes validen sus propias acciones). Para finalmente una vez termina la situación a-didáctica, relacionar en el proceso de institucionalización el conocimiento construido con el saber que se quiere enseñar.

Finalmente, está la tesis “Uso de cabri para la enseñanza de la simetría axial” elaborada por Cruz. (2016) Esta tenía como objetivo analizar la implementación de actividades para la enseñanza de la simetría axial en un grado sexto del colegio Pompilio Martínez, para identificar los aprendizajes por adaptación que se produjeron y las dificultades de gestión de las actividades por parte de la profesora.

Para esta propuesta se utilizó la metodología Ingeniería Didáctica, es de la escuela francesa y hace una confrontación entre un análisis a priori y un análisis a posteriori. El análisis a priori es un conjunto de hipótesis sobre el aprendizaje que se puede lograr considerando a un estudiante y controlando un conjunto de variables didácticas en el funcionamiento del medio con el cual el estudiante va a interactuar para resolver un problema. El análisis a posteriori es la confrontación de esas hipótesis con los datos recogidos de un experimento aplicado a una población determinada. (p 29)

A partir de lo anterior se concluye que, tanto las actividades como el medio cumplieron con el objetivo de posibilitar un aprendizaje por adaptación y obtiene la solución del problema Sin embargo, este aprendizaje no corresponde a un conocimiento sobre la simetría axial ya que los estudiantes no buscan la perpendicularidad, sino que se limitan a superponer dos puntos en la pantalla, fue posible ver que algunas de las acciones de los estudiantes y de la profesora no estaban previstas en el análisis a priori, como por ejemplo, exhibir estrategias de representación y desplazamiento de las figuras, se debería trabajar mejor la formación de los docentes que van a aplicar la actividad, con el fin mejorar la gestión de las puestas en común y las puestas en escena. Por otro lado, es necesario ser más cuidadoso al momento de la recolección de los datos puesto que hubo información perdida, lo cual dificultó el análisis de las actividades.

En síntesis, los proyectos descritos son muestra de procesos investigativos que reafirman este tipo de experiencias de aprendizaje como las nuevas dinámicas de construir el

conocimiento, ese tipo de procesos rigurosos y repletos de científicidad permiten abordar en el aula múltiples realidades y problemáticas que convierten los procesos de enseñanza y aprendizaje en espacios únicos de reflexión, interacción y construcción del conocimiento y sin duda la sociedad de la información y la comunicación avanza a pasos agigantados y exige de experiencias lúdicas y dinámicas que aporten nuevas formas donde los estudiantes sean protagonistas de su proceso al razonar, diferenciar y accionar además se sientan más motivados tanto de forma intrínseca y extrínseca, de forma consciente y eficaz ante los cambios de aprendizaje en las matemáticas y conceptos específicos como la simetría y resolución de problemas y aprenden de sus errores y fortalezcan sus aciertos, además enriquece la profesión docente ya que permite comprender más de cerca lo que motiva al estudiante a un conocimiento perdurable y práctico tanto en el contexto escolar como en el mundo social, se aleja de los modelos y patrones tradicionales de enseñanza y le da más sentido a su labor pedagógica, de igual forma se comprende la necesidad de seguir profundizando en este tipo de trabajos ya que como se había mencionado con anterioridad no son muchos los estudios de simetría siendo la cantidad de bibliografía y de estudios limitada, lo cual le otorga mayor trascendencia y valor al presente proyecto.

### 3 ÁREA PROLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

Hace ya varios siglos que la contribución de las matemáticas a los fines de la educación no se pone en duda en ninguna parte del mundo. Ello, en primer lugar, por su papel en la cultura y la sociedad, en aspectos como las artes plásticas, la arquitectura, las grandes obras de ingeniería, la economía y el comercio; en segundo lugar, porque se las ha relacionado siempre con el desarrollo del pensamiento lógico y finalmente, porque desde el comienzo de la Edad Moderna su conocimiento se ha considerado esencial para el desarrollo de la ciencia y la tecnología. MEN (Ministerio de educación, 2007)(p.1).

Sin duda la matemática es un área del conocimiento altamente interdisciplinar y la practicidad y profundidad educativa en conceptos como la simetría axial ha estado limitada y condicionada por ambientes tradicionales, donde las enseñanzas del docente y los aprendizajes que adquieren los estudiantes muchas veces se convierten en contenidos, se carece de practicidad y profundidad desde la perspectiva educativa, lo cual desmotiva y obstaculiza el desarrollo del saber, por lo tanto es momento de que la educación en su deber de formación continua, reestructure los modelos de enseñanza desde lo teórico y práctico y permita:

“Interpretar, entender y apreciar un mundo que es eminentemente geométrico, constituye una importante fuente de modelación y un ámbito por excelencia para desarrollar el pensamiento espacial y procesos de nivel superior y, en particular, formas diversas de argumentación” MEN1998, pág. 17).

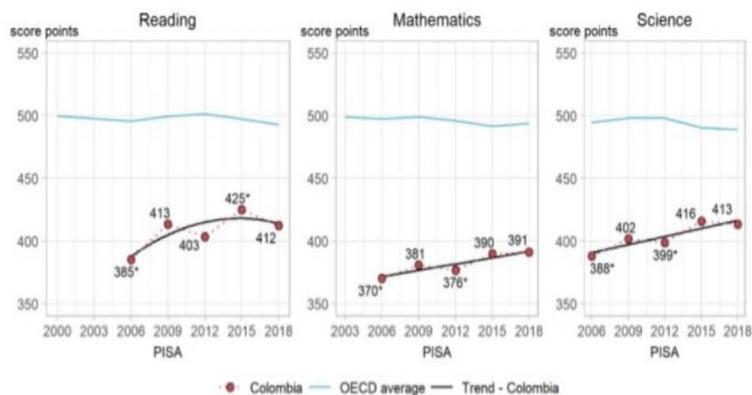
Por lo cual es momento en el ámbito educativo reestructurar los modelos de enseñanza y establecer mecanismos de relación con actividades como la resolución de problemas que permiten de forma espontánea enlazar cada objeto a una situación que da un acercamiento a la comprensión del universo y lo primero que se debe tener presente de acuerdo con Lesh y Zawojewski (2007) y Polya (1970) citado por Penalva, Posadas y Roig (2010) es que:

Resolver un problema no es sólo descubrir un procedimiento para llegar desde los "datos" a las "metas" del problema, conlleva el proceso de interpretar una situación matemáticamente, la cual por lo general supone varios ciclos iterativos de expresar, hacer pruebas y revisar interpretaciones matemáticas, y de ordenar, combinar, modificar, revisar o refinar conceptos matemáticos p.27).

De esta forma las mediciones, movimientos, transformaciones de figuras bidimensionales y tridimensionales al hallar sus formas simétricas fortalece el pensamiento espacial y su relación a través de la exploración y la relación con formas que se perciben en el entorno para tener una dimensión más concreta del mundo y para eso es importante otorgarle un contexto problémico, para lo cual se debe generar estrategias en las que los conocimientos partan de un contexto real, lenguaje y situaciones cotidianas, y así abordar conceptos como transformaciones en el plano y movimientos rígidos de traslación, rotación y reflexión axial que fortalecen el pensamiento espacial y la comprensión de la simetría como mecanismo ordenador del mundo, la vida cósmica y el mundo social y natural en general. Teniendo en cuenta lo anterior cabe mencionar que, la problemática es generalizada en los procesos de enseñanza, el sistema educativo Colombiano se está quedando muy corto ya que de acuerdo con los resultados de las pruebas PISA en cinco ocasiones que ha participado el país, se evidencia cómo está muy por debajo del promedio entre los miembros participantes de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico, en los resultados del área de matemáticas, se mantienen puntajes entre 370 y 391 cuando el promedio rodea los 500 puntos.

### 3.1 GRAFICOS

Figura No. 1. Resultados más bajos



Fuente: Colombia, el país de la OCDE con los resultados más bajos. Revista semana (2019)

Además, en el contexto local de la Institución Educativa Juan Crisóstomo Osorio en el desarrollo de las clases del área de matemáticas es donde se evidencia mayores dificultades en los estudiantes y esto se ha visto reflejado en los resultados de las pruebas saber en el último informe suministrado por el Ministerio de Educación entre los años 2014 y 2017 en los cuestionarios aplicados a los estudiantes en cuanto a los ítems referidos a las habilidades de razonamiento y resolución.

A continuación, se muestran los resultados obtenidos de forma comparativa entre el número de respuestas contestadas de forma incorrecta de cada año por los estudiantes de grado tercero de la institución educativa en comparación con los colegios de la misma entidad territorial y con las instituciones a nivel nacional en el periodo de tiempo mencionado.

Figura No. 2. Diferencia en promedio de los colegios de la ETC



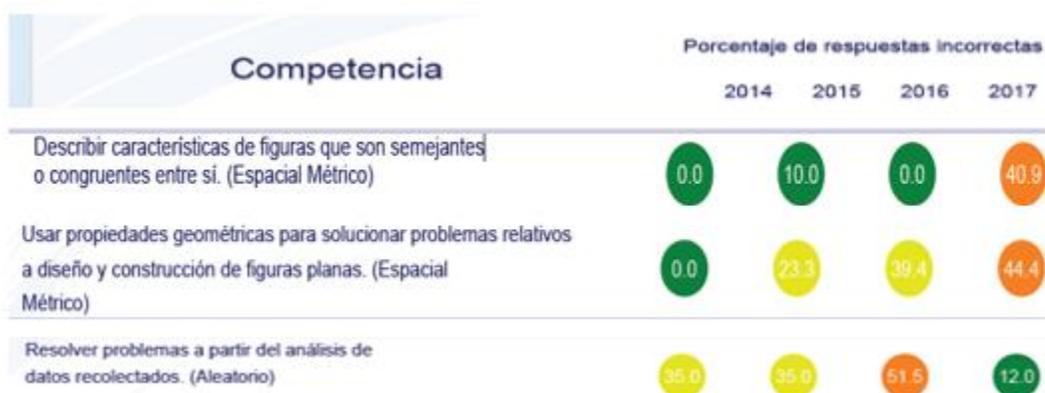
Fuente: informe suministrado por el Ministerio de Educación Nacional a la Institución Educativa ENSSC.

Figura No. 3. Diferencia en los colegios del País



Fuente: informe suministrado por el Ministerio de Educación Nacional a la institución Educativa ENSSC. Resultados en conceptos específicos abordados en las pruebas relacionados con el tema que se está abordando en grado tercero

Figura No. 4. Resultados en conceptos específicos de la materia



Fuente: Informe suministrado por el Ministerio de Educación Nacional a la Institución Educativa ENSSC. Grado quinto

Figura No. 5. Diferencia en el promedio de todos los colegios del País



Fuente: informe suministrado por el Ministerio de Educación Nacional a la Institución Educativa ENSSC.

Figura No. 6 Diferencia con el promedio de los colegios de la ETC



Fuente: informe suministrado por el Ministerio de Educación Nacional a la Institución Educativa ENSSC. Resultados en conceptos específicos abordados en las pruebas relacionados con el tema que se está abordando en grado cuarto

Figura No. 7. Resultados en conceptos específicos de la materia



Fuente: Informe suministrado por el Ministerio de Educación Nacional a la Institución Educativa. ENSSC.

En este análisis se evidencia que el porcentaje de respuestas incorrectas en el grado tercero en las habilidades relacionadas con el razonamiento cada año es mayor y a pesar de tener

una media por encima del promedio nacional y a nivel de la entidad territorial, los resultados son negativos ya que se evidencia un incremento porcentual del 23% en el año 2014 de forma creciente hasta llegar a más de un 48% en la realización de las pruebas en 2017 es decir, casi la mitad de los ítems fueron contestados de forma incorrecta y la situación no es muy diferente en las habilidades de resolución ya que de igual forma está por encima del promedio nacional pero se tuvo una variación porcentual negativa alta a pesar de mostrar una leve mejoría en la última edición analizada. Lo anterior da muestra de falencias en diferentes conceptos que se van a abordar en la presente propuesta, cómo es el caso en la descripción de figuras con semejanza o congruencia, uso de propiedades geométricas para la resolución de problemas con datos recolectados.

Por otra parte, en el grado quinto de acuerdo con los resultados la institución se encuentra debajo del promedio nacional en las habilidades de razonamiento y resolución así como a nivel de la entidad territorial lo cual es aún más preocupante para las metas institucionales, los estudiantes han mostrado un porcentaje de errores que ha superado el 40% y el 50% en cada una de las últimas ediciones en la que se realizó la prueba, además tienden a ser aún más altos en conceptos específicos como el uso de representaciones geométricas, compararlas y clasificarlas y establecer relaciones de semejanza y congruencia para la resolución de problemas, esto demuestra que se les dificulta a los estudiantes solucionar problemas y realizar procesos de conteo, operaciones básicas, encontrar el procedimiento más adecuado la situación tiende a ser aún menos efectiva si se emplea la identificación de figuras planas o bidimensionales, tridimensionales, y la identificación de sus propiedades y componentes.

Sin duda estos resultados ponen en evidencia que aún hay mucho por trabajar en el manejo de las habilidades lógico matemáticas y aunque no se cuenta con informes más recientes ya que en el 2018 no se llevó a cabo la prueba y en el 2019 no se tiene aún el informe, los datos anteriormente evidenciados no difieren mucho de la realidad actual en la cotidianidad escolar ya que los estudiantes en los resultados de las evaluaciones realizadas demuestran dificultades para identificar semejanzas, diferencias y características de las figuras, sus semejanzas, relaciones, propiedades, características y dificultades en conceptos

relacionados con la simetría como la traslación, rotación, reflexión y la interpretación y solución de problemas matemáticos.

Al respecto, cabe mencionar que uno de los factores detonantes de esta situación es la enseñanza en un aula multigrado, ya que representa un escenario de aprendizaje único, puesto que son muchos los elementos que entran en juego como los diferentes procesos de aprendizaje, los diversos niveles cognitivos de los educandos, los avances y retrocesos, la gran cantidad de temas y conceptos que se deben manejar en un solo día, todo esto se debe poner en perspectiva ya que trae consecuencias en el aula para la enseñanza de las diferentes áreas ya que cada estudiante y grado escolaridad tienen procesos y habilidades diversas respecto a la lógica matemática, el pensamiento espacial, mediciones etc.

Otro factor a tener en cuenta en el aula, es que es usual que en los primeros años de escolaridad se haga uso de material concreto y elementos del entorno para que los estudiantes se comiencen a familiarizar con los conceptos matemáticos y a descubrir, participar, aprender pero se ha evidenciado que a medida que avanzan los años la motivación hacia esta área del aprendizaje se va desvaneciendo, ya que las estrategias de enseñanza se van volviendo más estáticas, rígidas y el material concreto y explicativo de la temática se cambian por procedimientos arcaicos, memorísticos, y muchas veces carecen de un contexto real lo cual hace que los educandos de grados más avanzados demuestren vacíos conceptuales en sus ideas previas, conocimientos lógico matemáticos poco profundos, es decir, se les dificulta interpretar un problema, inferir información, encontrar la operación que se debe realizar, desarrollar un proceso, y relacionar e identificar las figuras, formas y simetrías en situaciones reales.

También es importante mencionar que, como docente es común caer en los modelos tradicionales de enseñanza con estrategias arcaicas y procesos memorísticos sin practicidad o profundidad, hace falta realizar procesos que generen cambio en el aprendizaje del estudiante que transite de las ideas previas, fortalecer las destrezas y corregir las falencias y llegar a conceptos más estructurados lo cual se denomina como cambio conceptual, en este con el caso del aprendizaje de simetría axial donde se evidencia en la población de estudio dificultades en las competencias (interpretativa, argumentativa, propositiva) además de la movilización espontánea del pensamiento ya que se suele caer en el error de

que el educando asimile contenidos, representaciones sin antes explorar las concepciones, representaciones mentales y formas del entorno, esto genera desmotivación por parte de los estudiantes y aprendizajes que no perduran en el sentido de que independientemente el nivel de comprensión obtenido son conocimientos fácilmente olvidables que no impactan la estructura conceptual del educando ya que difícilmente los recordará cuando no hay elementos tangibles que lo hagan asociar y apropiarse de la información.

Lo anterior pone en perspectiva la gravedad de la problemática en el aula y permite poner en marcha acciones de mejora de procesos de evaluación y autoevaluación e intervención sin contar con que son pocas las investigaciones que se encuentran acerca de geometría y específicamente simetría para primaria, lo que genera una gran desventaja puesto que la información es escasa, por eso se necesitan más herramientas teóricas y prácticas que se pueden adoptar en el avance del pensamiento geométrico en el desarrollo de habilidades de demostración. Por lo tanto, atendiendo a estas exigencias surge el proyecto de investigación con la pregunta problema:

¿Cuáles son los obstáculos epistemológicos que sobre simetría axial tienen los estudiantes de cuarto grado, durante la solución a problemas?

## 4 JUSTIFICACIÓN

La geometría se ha visto como un concepto complejo tanto para su enseñanza como para su aprendizaje. Sin embargo, en la educación para las ciencias no es desconocido que hace parte de la vida diaria ya que se encuentra inmersa en el entorno, tanto en el paisaje de las ciudades como en la naturaleza, las construcciones, el arte, y en cualquier lugar por situaciones que se presentan en las actividades que hacen parte de la cotidianidad.

Teniendo cuenta lo planteado por Camargo y Acosta (2012)

La geometría es una rama multifacética relacionada a la vida cotidiana y sus dimensiones, en lo biológico desde lo espacial y visual, desde lo físico aborda sus propiedades espaciales y representaciones, desde lo teórico y práctico aborda ámbitos del conocimiento que son ejemplo de rigor. Esta multidimensionalidad se ha originado a partir del cambio de la matemática, que ha comenzado a verse como una actividad humana y no únicamente como una disciplina.

1. Sin embargo, en conceptos del pensamiento geométrico como la simetría axial son diferentes las barreras que se presentan como la falta de motivación por parte de los estudiantes, los vacíos curriculares, la falta de pedagogía y lúdica para su enseñanza y en el contexto escolar se debe analizar qué factores contribuyen a mitigar la problemática y así lograr la construcción del conocimiento. Por lo cual es conveniente realizar el presente proyecto ya que se plantea una intervención didáctica que pretende beneficiar tanto al docente como el estudiante en la búsqueda constante de superar las dificultades que impiden de alguna manera el desarrollo del pensamiento geométrico y de forma específica la simetría axial.

Por esta razón, surge la resolución de problemas como la forma predilecta de fortalecer el aprendizaje de dicho concepto, ya que se requiere del uso de situaciones que apelan a dilemas con elementos del entorno y cercanos con la realidad del educando, y la simetría es un concepto que está en todas partes ya que el mundo desde su composición es eminentemente simétrico, cómo la imagen que se refleja en el espejo, el cuerpo humano (parte izquierda y derecha) y el eje vertical que cruza por el centro desde la cabeza a los pies, también en las casas, edificios, el arte, la pintura, la escultura, la naturaleza, donde se mire o donde vaya siempre va a encontrar un elemento que analizar, esto permite que se

den aprendizajes fructíferos referentes a ubicación espacial y la identificación de formas simétricas.

Por eso se necesita que el conocimiento sea mucho más accesible y cotidiano que permita relacionar lo teórico con lo práctico de una forma más comprensible para el educando, lo que da muestra de la trascendencia del proyecto investigativo al dar una perspectiva contextual al saber, se busca un impacto en el entorno educativo que sirva como ejemplo de prácticas de enseñanza en el área de matemáticas que se aleje de los modelos tradicionales, y se convierta en una oportunidad de dejar atrás las perspectivas arcaicas y descontextualizadas que han supuesto en tantas ocasiones el fracaso en la construcción conceptual de dicho saber y generar cambios en el aprendizaje del estudiante que sienta el conocimiento más dinámico, cercano, que no sean conocimientos efímeros y memorísticos sino aprendizajes a profundidad, y así buscar que se mejoren los resultados de los educandos en el alcance de logros y los resultados de pruebas externas.

Además, la propuesta se sustenta teóricamente en las diferentes categorías que son abordadas en la propuesta, se buscan que elementos pueden generar cambios en el aprendizaje del estudiante para eso es importante trabajar la categoría de resolución de problemas a partir de los niveles planteados por (Tamayo, 2014) que establece una secuencia para analizar qué cambios se da en la interpretación y argumentación de situaciones problema dando una visión más amplia de las situaciones que lo rodean y cómo puede solucionarlas, también para el aprendizaje de la simetría axial se abordan los obstáculos epistemológicos de Bachelard citado por Zamora (2002) que determinan una serie de impedimentos que presenta el estudiante al momento de construir el aprendizaje empírico debido a vacíos conceptuales o experiencias de enseñanza no satisfactorias. Estos aportes teóricos enriquecen el sentido pedagógico y riguroso del proyecto ya que le otorga una perspectiva más clara y concisa para intervenir en el aula y entrar a analizar los elementos que se dan durante el proceso, además son mecanismos que capacitan al docente y lo hacen más perceptivo y consciente de los diferentes ritmos de aprendizaje y los mecanismos que se deben emplear y que la propuesta permita adquirir bases sobre nuevas formas de enseñanza y para fortalecer los procesos de visualización, construcción y razonamiento con relación al pensamiento geométrico.

Este proceso pedagógico e investigativo supone un trabajo serio y responsable dentro del aula que parte experiencias de aprendizaje que van a ser analizadas rigurosamente con instrumentos de recolección de información que innovan en la forma en la que el docente está más abierto al cambio, a reconocer sus errores y fortalezas y las de sus estudiantes y evidenciar los cambios que se dan a partir de la intervención se analiza desde varias perspectivas, esto determina parte del éxito de la propuesta, ya que se toma mayor conciencia de la responsabilidad y rigurosidad dando se accede a los nuevos conceptos desde un punto de vista reflexivo en el que se identifican las fortalezas procesos reflexivos, metacognitivos en su función práctica y pedagógica que tienen un impacto positivo en mecanismos para el desarrollo del pensamiento geométrico y específicamente el aprendizaje de la simetría axial enriqueciendo las bases teóricas y prácticas en los que tanto el rol del docente y del estudiante (la unidad de trabajo) le aporta herramientas metodológicas y prácticas claves en la ubicación espacial, reconocimiento del entorno, solución de dilemas desde la cotidianidad y conceptos claves en el desarrollo de su pensamiento lógico matemático.

## 5 REFERENTE TEÓRICO

### 5.1 CAMBIOS EN EL APRENDIZAJE

El aprendizaje es el proceso en el que se adquieren diferentes habilidades, competencias, conocimientos y comportamientos a partir de procesos de estudio como la observación, la experimentación, la enseñanza, la comprensión y el razonamiento, ha sido un proceso fundamental en la vida ya que ha permitido la evolución y desarrollo de la especie humana desde los valores éticos y morales, la comprensión de normas, el cambio conceptual, la adquisición de destrezas y todo lo relacionado con la educación y el desarrollo personal. Por eso ha sido tema de estudio de diferentes pensadores y teorías de aprendizaje donde entran diferentes elementos como la pedagogía, la ciencia, la investigación. destacando la importante función del aprendizaje como fuente de desarrollo personal y colectivo.

Es por eso que, han surgido escenarios como las escuelas que desde su origen han buscado que el ser humano adquiera aprendizajes a profundidad que contribuyan a su desarrollo y su proyecto de vida que movilicen su pensamiento y lo inviten a ir más allá de sus capacidades Al respecto Pérez (2001) define el aprendizaje cómo:

Los procesos subjetivos de captación, incorporación, retención y utilización de la información que el individuo recibe en su intercambio continuo con el medio y Zabalza (2000) considera el aprendizaje como un proceso en que se involucran tres dimensiones: lo teórico en sí, las tareas y acciones del alumno y las tareas y actividades de los profesores; esto es, el conjunto de factores que pueden intervenir sobre él. citado por Pérez, & Ospina (2010 p1)

De acuerdo con lo anterior, el aprendizaje es un proceso dinámico que se construye gracias a la interacción con las personas, la comunicación es un proceso fundamental en el que el emisor y receptor dan a conocer sus ideas, sentimientos, emociones, pensamientos y cada persona toma diferentes elementos que enriquecen su subjetividad e identidad, y en este proceso existen tres dimensiones fundamentales de interacción; la parte teórica que está relacionada con todo ese aprendizaje que la persona adquiere con ayuda de recursos bibliográficos, contenidos pedagógicos y lúdicos, por otro lado están las habilidades que

adquiere de forma autónoma y finalmente está la interacción que se construye entre estudiante y docente.

Todo este proceso Sarmiento, Maldonado, Vargas & Ortega lo contemplan como:

Un proceso de cambio que se produce en el organismo, en su conducta, en sus capacidades cognitivas/cognoscitivas, en su motivación y en sus emociones, como resultado de la acción o experiencia del individuo, la asociación entre estímulos y respuestas, la apropiación del contexto sociocultural y de las organizaciones que se hacen sobre el conocimiento. Citado por citado por Pérez, & Ospina (2010 p1)

Es por eso que, cada vez se busca concebir diferentes mecanismos teóricos, metódicos y didácticos que permitan movilizar el pensamiento y desde la pedagogía afianzar el conocimiento y generar cambios en los aprendizajes, en la cotidianidad escolar es común que se presenten diferentes dificultades en la construcción conceptual y práctica de conocimiento, los vacíos conceptuales, diversos ritmos de aprendizaje, los métodos obsoletos de enseñanza, y la dificultad de las instituciones educativas para responder a los requerimientos actuales genera brechas entre las ideas previas y el nuevo conocimiento, lo cual no es una tarea fácil ya que muchas veces no se cuenta con la capacitación o con los métodos más oportunos para llegar al aprendizaje.

Es ahí donde entran en juego los mecanismos cómo los procesos investigativos aplicados al aula de clase que han permitido vivir experiencias enriquecedoras donde se han analizado desde diferentes métodos de enseñanza y técnicas de recolección de información, diversas problemáticas en el aula, los métodos de enseñanza del docente, sus estrategias y desafíos y los intereses y motivaciones de los estudiantes de acuerdo a las exigencias del mundo actual.

De acuerdo con: García, M. R. M., & Montero, I. G. (2003):

Uno de los retos principales planteado a estas ciencias es la búsqueda de mecanismos y vías para la formación eficiente del que aprende. Reto que, sin duda alguna, está siendo cada vez más condicionado por las exigencias del mundo de hoy, marcado por las dinámicas del cambio, el desarrollo tecnológico y científico acelerados, así como la conformación de lo que se ha denominado “sociedad del conocimiento”, reflejo del abundante manejo de la información y de su continua generación y difusión. (p.1)

## 5.2 CAMBIOS EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Teniendo en cuenta lo anterior, es importante en áreas específicas como las matemáticas generar cambios en el aprendizaje de los estudiantes ya que la sociedad exige de personas competentes con aprendizajes claros y concisos, que le ayuden a desenvolverse en el diario vivir, y sin duda una de las áreas básicas y altamente interdisciplinarias son las matemáticas está presente en cada dinámica de la vida desde realizar ejercicios de conteo cotidianos en actividades diarias que lo exigen, ubicarse en un espacio, entender las formas y componentes del mundo, o desempeñarse profesionalmente y por eso intervenir en el aula de forma investigativa debe ser una prioridad y encontrar que cambios se logran en el aprendizaje a partir de criterios claros.

Desde el punto de vista pedagógico es importante tener en cuenta lo siguiente planteado por García, MRM, & Montero, IG (2003.)

1- La enseñanza ha de cambiar: - de estabilizadora, a problematizadora.

- de una didáctica para el aprendizaje, a una didáctica desde el aprendizaje.
- del empleo de estrategias homogéneas, a la utilización de variedad como reconocimiento de las diferencias.
- de la evaluación de productos, al monitoreo de los procesos.
- del programa cerrado regido por la “ingeniería curricular”, al programa abierto regido por los valores humanos.

2- El maestro debe cambiar: - de transmisor, a consejero y tutor. - de inquisidor, a promotor de la indagación. -de observador externo, a observador participante. (p.3)

Sin duda para que el aprendizaje se lleve a cabo de forma efectiva es preciso tener en cuenta elementos como la autorregulación, humanizar y contextualizar el proceso educativo que cada sujeto pueda estructurar modelos mentales, aprender de la experiencia y de los errores, potenciar el desarrollo de la creatividad, la innovación. Por eso se desea intervenir en el aula con el objetivo de describir qué cambios que se dan en el aprendizaje de simetría axial a partir de la resolución de problemas en estudiantes de cuarto grado y diagnosticar los obstáculos epistemológicos presentes en los estudiantes y para eso es importante entender el aprendizaje como una cualidad de cambio que modifica la estructura cognitiva de la persona y requiere de la experiencia. De acuerdo con Vygotski es necesario generar

ambientes de seguridad y confianza que ayuden a responder a las necesidades particulares de los sujetos, pero a su vez atender a los requerimientos colectivos de forma que se promueva el trabajo mancomunado y aprender entre todos y así contribuir al proceso de aprendizaje y desarrollo de cada uno y procesos de retroalimentación responsable y constructiva.

Y para esto es importante reconocer que: en Rodríguez-Mena, M. citado por García & Montero. (2003)

- Los aprendizajes son cambios.
- Los aprendizajes potencian el desarrollo.
- Los aprendizajes tienen una naturaleza social.
- Los aprendizajes se basan en la experiencia.
- Los aprendizajes anticipan.
- Los aprendizajes integran múltiples procesos
- Los aprendizajes están mediados.
- Los aprendizajes son actos perfectibles. (p 4).

Sin duda hay conceptos como la resolución de problemas matemáticos que se relacionan directamente con las características mencionadas anteriormente ya que los problemas integran múltiples procesos, se basan en experiencias, potencian el desarrollo del aprendizaje, siempre y cuando estén mediados por el desarrollo de elementos tangibles, reales, basados en situaciones concretas, además este tipo de aprendizajes potencian el desarrollo de los educandos para el alcance de habilidades como la argumentación, la interpretación, el análisis de la información y la solución de dilemas.

### **5.3 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

Para desarrollar los hábitos matemáticos apropiados y disposiciones de interpretación y encontrar sentido a las ideas matemáticas también como los modos apropiados de pensamiento matemático- las comunidades de práctica en la cual ellos [los estudiantes] aprenden matemáticas deben reflejar y promover esas formas de pensamiento. Es decir, los

salones de clase deben ser comunidades en los cuales el sentido matemático, del tipo que esperamos desarrollen los estudiantes, se practique. Santos (2008, pág. 345)

Desde esta perspectiva, se define el aula de clase como un espacio en el cual se debe interactuar y profundizar en el aprendizaje de forma didáctica a través de técnicas y métodos de enseñanza que promuevan entornos de sano esparcimiento, con el fin de, fortalecer el proceso de enseñanza a través de actividades que ajusten las temáticas abordadas a las características del contexto, para dejar atrás uno de los principales problemas de esta área del saber al percibirse como conceptos poco aplicables y desligados de la realidad.

A partir de este requerimiento surge la resolución de problemas que se precisa como los múltiples recursos que se emplean al momento de solventar una determinada situación que genera un conflicto y se pueden presentar en diversos contextos problémicos, por esa razón “La resolución de problemas debe contemplarse como una práctica habitual integrada en todas y cada una de las facetas que conforman el proceso de enseñanza y aprendizaje” Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España (2004, p. 5766) citado por Puig, L. (2008). Esto facilita la puesta en marcha de un proceso secuencial en el cual en primera medida se caracterizan qué factores generan el dilema y así hallar posibles respuestas para llegar a la parte final que es encontrar la mejor solución posible.

De esta manera, al abordar el concepto desde el contexto de las matemáticas cabe citar el siguiente aporte de Lesh&Zawojewski, 2007 citado por Santos (2008) quienes definen la resolución de problemas como:

El proceso de interpretar una situación matemáticamente, la cual involucra varios ciclos interactivos de expresar, probar y revisar interpretaciones y de ordenar, integrar, modificar, revisar o redefinir grupos de conceptos matemáticos desde varios tópicos dentro y más allá de las matemáticas (p. 782).

Es por eso que, resulta pertinente involucrar los dilemas para el aprendizaje a través de situaciones contextuales que partan de un problema como medio que permita al educando relacionar sus representaciones mentales previas con el nuevo conocimiento e identificar en el entorno diversas figuras y objetos en la cotidianidad.

Y para dicho proceso es clave tener en cuenta lo siguiente:

La resolución de problemas exitosa requiere del conocimiento del contenido matemático, del conocimiento de estrategias de resolución de problemas, de una automonitoreo efectiva, y una disposición productiva a plantear y resolver problemas. La enseñanza requiere aún más de los profesores, ya que deben ser capaces de promover tal conocimiento y actitudes en sus estudiantes. ...La enseñanza en sí misma es una actividad de resolución de problemas. National Council of Teachers of Mathematics, (2000, p. 341) citado por Santos (2008)

Esto quiere decir que, el docente debe implementar dichas situaciones al momento de abordar diversos conceptos matemáticos ya que le otorga al aprendizaje una perspectiva más práctica de forma asociativa de lo teórico a lo aplicable, ante lo cual se debe tener claridad en qué medida la intervención didáctica ha sido pertinente en el diario acontecer pedagógico dado que si se procede de forma errónea sin movilizar el pensamiento del educando hacia un contexto problémico en el cual emplee diversos recursos mentales, se cuestione y busque respuestas constantemente, no se obtendrán óptimos resultados para que el aprendizaje sea perdurable en conceptos como la simetría donde las representaciones gráficas surge de la relación de elementos y dimensiones reales.

Es así como, abordar este concepto en el aula, es llevar a cabo un estudio ampliamente interdisciplinar que está inmerso en la vida cotidiana de todas las personas y muchos son los autores que han centrado sus estudios a otorgarle a este tipo de procedimientos una perspectiva más real de todos los beneficios que trae para el aprendizaje en el aula de clase. A continuación, se realiza un recorrido por tres de los autores más representativos que abordan la resolución de problemas dentro de sus estudios donde se destaca algunos de sus principales aportes.

### **GEORGE POLYA:**

Es importante destacar el legado que dejó Pólya, el cual enriqueció a las matemáticas con un invaluable aporte en la enseñanza de estrategias para resolver problemas. En primer momento resulta importante citar los Diez Mandamientos de Pólya citados por Cortes & Galindo (2006, p 38.39)

1. Interés en su materia.
2. Conozca su materia.

3. Trate de leer las caras de sus estudiantes; trate de ver sus expectativas y dificultades; póngase usted mismo en el lugar de ellos.
4. Tenga en cuenta que la mejor manera de aprender algo es descubriéndolo por uno mismo.
5. De a sus estudiantes no sólo información, sino el conocimiento de cómo hacerlo, promueva actitudes mentales y el hábito del trabajo metódico
6. Permítales aprender a conjeturar.
7. Permítales aprender a comprobar.
8. Advierta que los rasgos del problema que tiene a la mano pueden ser útiles en la solución de problemas futuros: trate de sacar a flote el patrón general que yace bajo la presente situación concreta.
9. No muestre todo el desarrollo inicialmente: deje que sus estudiantes hagan sus conjeturas antes y encuentren por ellos mismos las soluciones.
10. Sugiera procedimientos; no que los acepten a la fuerza

Estos 10 aspectos importantes definidos como mandamientos sin duda contribuyen tanto a la labor docente como el aprendizaje del estudiante ya que propone que el educador debe ser el primero que este motivado por el área que está enseñando, tenga dominio de la misma y que descubra que factores potencian o mitigan la motivación intrínseca y extrínseca de los educandos y propone el desarrollo de aprendizajes autónomos por parte de los educandos donde aprendan a interpretar, analizar, establecer posibles respuestas y tener la capacidad de argumentar el procedimiento elegido.

De esta forma, el autor realizó a lo largo de su vida valiosos aportes referentes a la resolución de problemas matemáticos a través de estudios de elementos procedimentales que favorecen el desarrollo de los mismos, siendo un pionero en la consolidación de estudios de la temática, otorgándole una perspectiva global no acartonada como una serie de elementos que se aplican desde la realidad, y que potencia tanto la intervención pedagógica del docente como los procesos de aprendizaje del estudiante.

Polya citado por el IES Rosa Chacel (sf, p 1 y 2) también se introduce más dentro de la naturaleza del problema y en su libro cómo plantear y resolver problemas, plantea cuatro

pasos para resolver un problema (heurísticas) entre ellos se encuentran: Las discusiones sobre las estrategias (o heurísticas) de resolución de problemas en matemática comienzan con Polya, quien plantea cuatro etapas:

Paso 1: Entender el Problema. Replantear en sus propias palabras cuáles son los datos que quieres llegar y si la información que hay es suficiente o le resulta familiar para asociar el conocimiento.

Paso 2: Configurar un plan y hallar cuántas variables hacen parte de la propuesta.

Paso 3: Ejecutar el Plan. Implementar las estrategias hasta solucionar completamente el problema o tomar un nuevo curso

Paso 4: Mirar hacia atrás. Mirar si la solución es correcta y satisface lo establecido en el problema.

De esta manera, se busca desarrollar un aprendizaje y pensamiento crítico en la educación, dejar atrás los temores y que no existan límites para el conocimiento, ya que aprender de los errores es parte de cada ámbito de la vida y resulta como prioridad mirar cual es la estrategia y secuencia procedimental más efectiva, relacionando sus ideas previas y el nuevo conocimiento teniendo la capacidad de establecer diferentes argumentos o formas de llegar a la respuesta de una situación problema.

### **ALLAN SCHOENFELD:**

Allan Schoenfeld (1992) con aportes de Polya (sf) plantea procesos de gran practicidad donde analiza de forma minuciosa tanto el rol del docente como el del estudiante al momento de abordar situaciones problema, dado que especifica diversas hipótesis, interrogantes, análisis y conclusiones lo que constituye una estructura conceptual y práctica que resulta más que interesante, al plasmar sus memorias personales, las aportaciones del autor mencionado y su constante proceso investigativo en el cual se introdujo en la cotidianidad escolar a través de la observación constante de las prácticas pedagógicas para ser un espectador de la interacción entre los educandos con los educadores apreciándose sus impresiones, conflictos al igual que los recursos didácticos, procedimentales y estratégicos, sin olvidar los conceptos previos al momento de resolver

determinadas situaciones problema, siendo todo lo descrito desarrollado mediante una descripción cualitativa y diversos registros.

Ante lo planteado cabe mencionar que, en muchas ocasiones en la adquisición del proceso del aprendizaje se suele culpar al educando por no prestar la atención suficiente para adquirir el saber y al docente se le atribuyen prácticas poco eficaces para lograr que el estudiante adquiera el saber.

Schoenfeld llegó a la conclusión de que cuando se tiene o se quiere trabajar con resolución de problemas como una estrategia didáctica hay que tener en cuenta situaciones más allá de las puras heurísticas; de lo contrario no funciona, no tanto porque las heurísticas no sirvan, sino porque hay que tomar en cuenta otros factores. Citado por Barrantes (2006, pág. 2)

Estos otros factores los denomina como “dimensiones” que de acuerdo con sus postulados permiten observar qué cambios se dan tanto en la forma de solucionar los problemas y en el dominio conceptual del tema al hacer de los contenidos mecanismos más veraces que permitan dejar atrás procesos estáticos descontextualizados que carecen de propósitos.

A continuación, se realiza una descripción detallada de las diferentes dimensiones planteadas por el autor y los aspectos que aborda.

#### **5.4 DIMENSIONES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

Schoenfeld (1992) citado por Santos (2008) define las dimensiones como determinantes en el éxito o fracaso de los educandos al momento de confrontar la resolución de una situación problema por ello las define en dos elementos centrales:

(a) el conocimiento o recursos básicos que incluye definiciones, hechos, fórmulas, algoritmos y conceptos fundamentales asociados con un dominio matemático particular o tema; (b) estrategias cognitivas o heurísticas que involucran formas de representar y explorar los problemas con la intención de comprender los enunciados y plantear caminos de solución (p6).

Por esta razón es fundamental conocer más a fondo las dimensiones y para ello se da una descripción comprensiva a continuación:

#### **5.4.1 Recursos**

Éstos son los conocimientos previos que posee el individuo; se refiere, entre otros, a conceptos, fórmulas, algoritmos, y, en general, todas las nociones que se considere necesario saber para enfrentarse a un determinado problema”, Schoenfeld Citado por Barrantes (2006, pág. 2).

#### **5.4.2 Heurísticas**

Este concepto se establece como destrezas mentales y motrices que el sujeto desarrolla a partir de experiencias en las que deja que sus sentidos y razonamiento formen estructuras de representaciones y múltiples recursos mentales para ingeniar estratégicamente determinada manera gráfica, textual, el uso de ejemplos o algún otro tipo de estrategia que surgen de un pensamiento lateral, cuyo objetivo es que explore todo su potencial de crear un posible camino que llegue a solventar una determinada situación.

#### **5.4.3 Control**

Esta dimensión hace referencia a los múltiples recursos conceptuales que el educando debe emplear para encontrar no exclusivamente a través de instrucciones una solución a un problema, sino también de forma autónoma hallar posibles maneras de llegar a una óptima respuesta, para ello entra en juego el término control que hace referencia al proceso consciente que debe realizar el alumno para analizar y determinar si la manera en la cual está interviniendo sobre el problema es la correcta o por el contrario fue errónea, esto moviliza su pensamiento de forma que le permite saber qué otra opción procedimental tomar.

#### **5.4.4 Sistema De Creencias**

Esta dimensión se define como una serie de ideas o factores contextuales percibidos por los educandos y docentes que parten de la subjetividad y afectan de forma negativa o positiva el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Schoenfeld citado por Barrantes (2006) expone que:

Las creencias sobre la matemática inciden notablemente en la forma en que los estudiantes, e incluso los profesores, abordan la resolución de algún problema. Esto afecta, por ejemplo, cuando un estudiante toma un problema y a los cinco minutos lo abandona o no; es decir, lo que él piense que es un problema puede incidir incluso en el tiempo que dedique a la resolución de cierto ejercicio (p.4).

Sin duda alguna, lo empírico, creativo y ágil que puede resultar la solución de un determinado problema implica el análisis a profundidad de muchos elementos que entran en juego en las estrategias, agilidad mental, procedimientos que el educando elige y la finalidad que no solo debe ser calificar un resultado de bueno o malo con un valor numérico que categorice al estudiante, es necesario analizar qué elementos en este caso las dimensiones contribuyen a lograr procesos metacognitivos, prácticos y efectivos donde el estudiante interprete el problema, lo resuelva y argumente por qué llegó a ese resultado, que medios empleo y las razones por las cuales cometió determinado error o acierto.

#### **OSCAR EUGENIO TAMAYO ALZATE**

Este autor ha dedicado su vida al estudio de la didáctica de las ciencias de la enseñanza o de la forma que se pasa de la enseñanza al aprendizaje a través del desarrollo de un pensamiento crítico entre los diferentes agentes que hacen parte del sistema educativo en especial los docentes y estudiantes y los diferentes contenidos que imparten en la clase, ante esto expone que se requiere:

Considerar la escuela como un escenario que brinda la posibilidad no solo de acceder al conocimiento, sino también como el espacio en donde el niño enriquece su intelecto y donde recoge aportes fundamentales para construir o reconstruir el conocimiento de manera consciente. citado por Tamayo., Zona & Loaiza (2015, p 117).

Desde esta perspectiva, promueve firmemente el desarrollo de currículos flexibles dentro de los entornos educativos donde se vivencien experiencias de aprendizaje dinámicas y lúdicas en las que se movilicen procesos del aula desde la motivación del educando y el educador y así potenciar el objeto de estudio de la didáctica de las ciencias de la enseñanza y cómo esto lleva al aprendizaje desde el desarrollo de mecanismos reflexivos en los que deben existir factores motivacionales y acogedores para el educando y los demás partícipes del proceso educativo desarrollen actitudes críticas en la comprensión y adquisición de su saber convirtiendo los entornos de aprendizaje en lugares únicos de interacción y socialización, consolidando procesos que logran una modificación conceptual, actitudinal y vivencial en los educandos.

Dentro de las razones para proponer esta movilización (Tamayo, 2009) cita las siguientes La dificultad que tienen los estudiantes para utilizar los conocimientos que tienen en la explicación y comprensión de fenómenos cotidianos, la ineficiencia de las acciones didácticas tradicionales en función de lograr que los estudiantes aprendan los conceptos fundamentales de las ciencias y no una caricatura de ellos, así como su incapacidad para entender el funcionamiento de las máquinas que usan a diario y de aplicar los principios de su funcionamiento” citado por Tamayo., Zona & Loaiza (2015, p 114).

De esta manera, el autor realiza una crítica muy precisa a las múltiples formas desde las cuales se concibe en la actualidad el aprendizaje en el aula donde las confusiones por elegir cual es el modelo pedagógico más efectivo es un dilema constante. Tamayo en su artículo “Pensamiento crítico dominio específico en la didáctica de las ciencias” inicia con una crítica muy precisa a las múltiples formas desde las cuales se concibe en la actualidad el aprendizaje en el aula donde las confusiones por elegir cual es el modelo pedagógico más efectivo es un dilema constante, por un lado están los modelos tradicionales que aún persisten en los entornos educativos y obstruyen los aprendizajes al concebir el estudiante como solo un receptor de información y el educador solo se dedica a transmitir sus aprendizajes de una forma descontextualizada y por otro lado está el uso de las nuevas tecnologías que han surgido como una forma de facilitar el acceso a la información pero que son ineficientes sino se llevan a cabo procesos contextuales y efectivos y obstruyen los

aprendizajes al concebir el estudiante como solo un receptor de información y el educador solo se dedica a transmitir sus aprendizajes.

“El desarrollo del pensamiento crítico tanto estudiantes como de profesores, implica concebir la educación como un proceso reflexivo que deberá partir de enfocar esfuerzos hacia la identificación y resolución de problemas, donde juegan papel determinante la observación, la creatividad, la discusión racional, etc” citado por Tamayo., Zona& Loaiza (2015, p 114).

Es así como, el autor reconoce la importancia de solucionar problemas para generar cambios la forma de ver y pensar el mundo desde diferentes perspectivas otorgando una visión más amplia de las situaciones que lo rodean y cómo puede confrontarlas, por lo cual propone diferentes niveles o categorías de análisis que potencian los procesos metacognitivos y propone diferentes niveles que contribuyen a desarrollar procesos más compactos que facilitan la adquisición del aprendizaje desde la interpretación, argumentación y desarrollo de una determinada situación problema. Álzate (2014).

Tabla 1 Resolución de Problemas

| <b>RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS</b> |   |
|--------------------------------|---|
| Nivel 1                        | Redescripción de la experiencia, enuncia el problema y describe el experimento según sus observaciones o utiliza datos de las instrucciones para justificar sus respuestas.     |
| Nivel 2                        | Redescripción de la materia de manera libre, ha realizado la experiencia anteriormente, utiliza opiniones, describe lo que sintió durante las experiencias o utiliza analogías. |
| Nivel 3                        | Identificación de una o dos variables, en este nivel se reconocen las variables sin realizar algún tipo de relación entre ellas.  |

|   |  |
|---|--|
| Nivel 4   | Resolución del problema de manera inadecuada identificando y relacionando variables justificando o no dichas relaciones. |
| Nivel 5   | Resolución del problema de manera adecuada identificando, relacionando variables y justificando o no dichas relaciones.  |
| La evaluación de la categoría metacognición se realizó a partir de tres subcategorías: tipo de conocimiento, conciencia metacognitiva y regulación (Tamayo,2006). Los análisis se realizaron teniendo en cuenta las experiencias nucleares (Chomsky, 2004) elaboradas por los estudiantes y los profesores. |  |

Fuente: elaboración propia

Tamayo también desarrolló una propuesta investigativa con 256 estudiantes y 5 maestros en instituciones educativas de Manizales en la que abordó tres dimensiones fundamentales en la formación del pensamiento crítico de los estudiantes, resolución de problemas, argumentación y metacognición:

En cuanto a la resolución de problemas los estudiantes mostraron cierta tendencia al empleo de niveles más exigentes a medida que la intervención de aula avanza. Esto nos permite afirmar que los estudiantes tienen comprensiones superficiales de los fenómenos presentados. Se requieren intervenciones didácticas que permitan desarrollar habilidades (cognitivas, cognoscitivas, metacognitivas, actitudes y herramientas heurísticas).

En cuanto al contexto concluye que, es considerado como un detonador del pensamiento crítico. Es asumido como un espacio donde se aplican y construyen conocimientos; por consiguiente, una implicación didáctica consiste en enseñar y aprender desde diversos contextos y espacios; es decir, los laboratorios, museos, zoológicos, espacios virtuales, entre otros, pueden conducir a desarrollar habilidades y actitudes que constituyen el pensamiento crítico.

Las dificultades que plantean los maestros de básica primaria se centran en cinco categorías: desarrollo de habilidades mentales, aspectos motivacionales, poco apoyo

familiar, conocimiento superficial, políticas institucionales. Sin embargo, los maestros no ponen en manifiesto dificultades que vinculen su formación académica, con el fin de mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje en las aulas de clase. Las dificultades señaladas por los profesores se centran en el desempeño de los estudiantes y no en las actuaciones de los profesores. Es decir, la debilidad en cuanto al pensamiento crítico en los estudiantes se debe, según los profesores, a las condiciones de los propios estudiantes y no a las de los docentes.

Se requieren propuestas y programas orientados a articular horizontalmente esfuerzos de diferente naturaleza en función de potenciar el pensamiento crítico en la escuela. En pocas palabras, formar en pensamiento crítico no es solo un desafío de la escuela como institución. En síntesis, los tres autores mencionados aportan valiosos elementos para entender como las matemáticas han sido tema constante de estudio desde diferentes conceptos y perspectivas debido a su valor práctico y la utilidad que representa, sin duda todos coinciden en que el estudiante debe ser el centro del proceso educativo y se deben destinar todos los esfuerzos pedagógicos y curriculares necesarios para que se brinden procesos de calidad y logre aprendizajes a profundidad, y esto debe ser un trabajo conjunto entre todos los miembros de la comunidad educativa, y sin duda la labor docente debe estar consciente de la responsabilidad que tiene en sus manos de capacitar y sacar lo mejor de los estudiantes y enfrentar los obstáculos que no permiten llegar a las metas.

## **5.5 DIFERENCIA ENTRE OBSTÁCULO, DIFICULTAD Y ERROR**

El proceso de aprender siempre ha estado ligado a la vida humana desde la adaptación para la supervivencia de la especie hasta procesos más complejos de pensamiento en donde se ha ido más allá de lo imaginado y el ser humano ha promovido su desarrollo constante moldeando el mundo a sus intereses individuales y colectivos al mostrar su enorme capacidad de transformar lo establecido y pensar hacia el futuro para promover la evolución de su especie siendo materializado en una sociedad cada vez más evolucionada y que exige de personas más competentes a la dinámica del mundo actual.

Este proceso ha requerido de acciones oportunas como la educación no solo aquella que viene desde el hogar y define las normas, valores y el desarrollo afectivo y social del ser humano, sino también el ámbito académico el cual ha tenido gran protagonismo ya que se ha encargado de potenciar desde edades tempranas las habilidades y potencialidades de las personas en un constante aprendizaje de autoconocimiento, socialización e interacción y uno de los aspectos fundamentales es aprender a partir las fortalezas y debilidades y es ahí donde surgen diferentes aspectos a analizar cómo las dificultades, obstáculos y errores que se presentan a lo largo de la adquisición de nuevos aprendizajes y que muchas veces es ajeno a los conocimientos y estrategias utilizadas por los docentes los cuales deben ser abordados y confrontados desde el aula de clase.

En primera medida es necesario establecer una diferencia entre los conceptos de error, obstáculo y dificultad para así saber a qué apuntan los contenidos que se están brindando y asignar a los procesos de aprendizaje una perspectiva más amplia, interdisciplinar y precisa a la hora de determinar qué es lo que está obstruye el aprendizaje del educando y como se debe actuar ante esto en el trabajo del aula.

Es así como, en áreas como la matemática son muchas las dificultades, obstáculos y errores que se pueden presentar debido a las habilidades de memorización, procesos y habilidades de resolución que exige y es necesario establecer mecanismos de diferenciación ya que el conocimiento es muy amplio y exige que el docente centre sus contenidos y estrategias pedagógicas con una perspectiva clara enfocada a abordar determinados aprendizajes aspectos por mejorar y así lograr aprendizajes a profundidad que no solo permitan cumplir de forma óptima la labor pedagógica que tiene el docente, sino también que se logre en el educando avances efectivos en su crecimiento cognitivo.

A continuación, se realiza una descripción teórica de cada uno de los conceptos: citado por Aponte & Rivera (2017, p 8,9)

### **5.5.1 Dificultad**

La palabra dificultad hace referencia al problema. brete o aprieto que surge cuando una persona intenta lograr algo. Las dificultades, por lo tanto, son inconvenientes o barreras que hay que superar para conseguir un determinado objetivo. (Pérez Porto & Merino, 2008)

### **5.5.2 Error**

Brousseau, David y Werner (citados en Rico 1995) señalan cuatro vías mediante el error puede presentarse, las que enuncian del siguiente modo:

Los errores son a menudo el resultado de grandes concepciones inadecuadas acerca de aspectos fundamentales de las matemáticas,

Frecuentemente los errores se presentan como resultado de la aplicación correcta y crédula de un procedimiento imperfecto sistematizado, que se puede identificar con facilidad por el profesor

También los errores pueden presentarse cuando el alumno utiliza procedimientos imperfectos y posee concepciones inadecuadas que no son reconocidas por el profesor

Los alumnos con frecuencia inventan sus propios métodos, no formales, pero altamente originales, para la realización de las tareas que se le proponen y la resolución de problemas

### **5.5.3 Obstáculo**

Los obstáculos no se tratan de limitaciones o debilidades de los sentidos o la mente del sujeto. Son en sí mismo un conocimiento o una concepción, no una falta de conocimiento. Dicho conocimiento le ha resultado útil al sujeto dentro de determinado contexto, pero fuera de dicho contexto conduce a respuestas falsas, generando un conflicto en el sujeto. (Villalobos p 9)

En síntesis, cuando se pretende llevar a cabo un proceso pedagógico e investigativo en el aula de clase establecer esta diferencia conceptual es clave puesto que se puede caer en el error de plantear elementos descontextualizados e inaplicables a los vacíos del aprendizaje. Ante esto cabe mencionar que, las dificultades o errores pueden representar falencias en el conocimiento debido a factores psicológicos o falencias en el aprendizaje del educando o problemas con los contenidos ofrecidos, falta de dominio conceptual y todo lo referente a

concepciones equivocadas que distorsionan los aprendizajes y la consolidación de procesos mientras que los obstáculos no son factores limitantes en la comprensión del educando se tratan de aprendizajes obtenidos que pueden ser válidos y hacen parte del saber pero que se convierten en hábitos y aprendizajes de análisis que se han adquirido a lo largo de la vida pero que al momento de enfrentar proceso más complejos representan mecanismos que no son precisos.

## 5.6 TIPOS DE OBSTÁCULOS

De acuerdo con (Brousseau, 1989 citado por Andrade (2008, p.1000) los obstáculos en los procesos de enseñanza y aprendizaje son factores limitantes que impiden avanzar en la construcción del nuevo conocimiento. Pueden ser de tres tipos, según de dónde provengan: ontogenéticos, epistemológicos y didácticos.

**Los obstáculos ontogenéticos** provienen de condiciones genéticas específicas de los estudiantes y, por lo tanto, no se pueden evitar mediante la formación de docentes.

**Los obstáculos epistemológicos** son parte del proceso de aprendizaje y no solo no se deben evitar, sino que se deben enfrentar porque juegan un papel muy importante en la adquisición del nuevo conocimiento. Por ejemplo, el salto conceptual entre los números naturales y los números racionales

Por el contrario, los obstáculos didácticos provienen de la enseñanza, y se deben evitar porque impiden superar los obstáculos epistemológicos, es decir, impiden ver las cosas de una nueva manera. Por esta razón, no se puede seguir aplazando la reflexión sobre estos obstáculos, porque si se conocen se pueden evitar.

En síntesis, los tres tipos de obstáculos a diario se presentan en el aula de clase como factores que pueden limitar el aprendizaje del estudiante de una forma óptima a lo largo de los encuentros pedagógicos y las razones pueden ser variadas, por un lado se encuentra el docente y sus métodos de enseñanza los cuales pueden ser inadecuados para lograr aprendizajes profundos en el educando y las razones pueden ser muchas desde la falta de dominio conceptual por parte del educador, falta de pedagogía en la enseñanza, también puede ser desde la misma estructura del currículo y las estrategias pedagógicas desarrolladas las cuales pueden obstruir el aprendizaje debido a contenidos

descontextualizados, poco prácticos, desligados de un uso real, deben brindar la oportunidad de superar dichos obstáculos.

A continuación, se abordan los obstáculos epistemológicos de forma específica ya que son los que se van a trabajar en la presente propuesta puesto que la propuesta se enfoca en el protagonismo del estudiante como protagonista en la construcción de su propio aprendizaje y cómo enfrenta las dificultades que se pueden presentar en su adquisición, promoviendo procesos metacognitivos y autónomos.

### **5.6.1 Obstáculos epistemológicos**

Los aportes realizados por Bachelard han otorgado a la educación actual y a la moderna teoría del conocimiento una perspectiva más amplia de la forma en la que se aprende y qué acciones se deben tener en cuenta para que no existan limitantes.

La noción de obstáculo epistemológico de Bachelard citado por Zamora (2002) se define como:

Las limitaciones o impedimentos que afectan la capacidad de los individuos para construir el conocimiento real o empírico. El individuo entonces se confunde por el efecto que ejercen sobre él algunos factores, lo que hace que los conocimientos científicos no se adquieran de una manera correcta, lo que obviamente afecta su aprendizaje (pág. 2).

Lo que quiere decir que, el individuo posee un conocimiento, pero no sabe si lo ha adquirido de forma correcta o no, estos elementos obstruyen que el intelecto logre el conocimiento preciso y se pase de concepciones pre-científicas a un lenguaje más estructurado, conciso, preciso, con objetividad y claridad, un deseo insaciable de encontrar respuesta a múltiples aspectos que dificultan su desarrollo personal y social. Francis Bacon fue quien dio inicio a esta perspectiva nueva de entender el conocimiento al estudiar el hombre desde sus habilidades, actitudes y acciones previas para enfrentar el conocimiento así como la eliminación de predisposiciones, prejuicios, que limitan la capacidad analítica y crítica del educando, todo con un objetivo común y es encontrar en la científicidad la oportunidad de hallar un espíritu transformador, que organiza sus ideas, desarrolla actitudes científicas, concibe nueva realidad al rejuvenecer espiritualmente, en especial la

historia del conocimiento presentes en los sujetos existentes veces únicamente como símbolos matemáticos.

Ante esto es importante abordar algunos aportes de Godino (matemático, educador e investigador en didáctica de la Matemática), cita lo siguiente:

El trabajo intelectual debería ser algo equivalente a una actividad científica. Para lograr ello sería necesario que el estudiante actúe, formule, pruebe, especule, demuestre, logre la construcción de modelos, de nociones y teorías. No solo debe aprender definiciones y teoremas y saber cuándo aplicarlos para resolver problemas. Citado en Bonilla Tumialán (2013, p33)

Esta comparación resulta precisa para entender las dinámicas que surgen al momento de adquirir el aprendizaje desde los entornos pedagógicos y lo que sucede al momento de abordar los obstáculos epistemológicos ya que muchas veces al planear y desarrollar las clases se suele creer que se debe trabajar únicamente sobre el concepto que se pretende desarrollar con contenidos específicos y estáticos donde se niega la existencia de elementos claves que entran en juego al momento de aprender, pero se ignoran esas concepciones espontáneas y perspectivas que el estudiante ha construido a lo largo de su vida desde su subjetividad y colectividad cómo la experiencia previa, los preconceptos, las ideas generales que carecen de precisión conceptual que limitan el conocimiento pero influyen en la forma en la que se aprende, pero no por eso se deben ignorar, es necesario trabajar sobre estas para guiar el aprendizaje y analizar de lo que se ha aprendido que aporta y que no para el avance conceptual y la construcción de aprendizajes más estructurados.

Esto mismo sucede con la ciencia, el científico se prepara todo el tiempo para lograr avances significativos en sus descubrimientos y para ello utiliza métodos de aprendizaje en donde observa el contexto y aprende a través de una experiencia sensorial, para lo cual es inevitable que haga uso de sus recursos previos, sus perspectivas subjetivas, preconceptos, aprendizajes cotidianos que ayudan en la construcción de las hipótesis, que pueden limitar el rigor científico del estudio pero que a su vez brinda ideas que pueden complementar el conocimiento y ayudar a desmentir o confirmar estas ideas a lo largo del proceso práctico y tener bases más sólidas de aprendizaje científico.

De acuerdo con (Godino, 2010)

Para lograr que el estudiante pueda simular realizar una actividad científica el profesor debe elaborar situaciones susceptibles de ser vividas por el estudiante y plantearlas, de tal manera que descubra la solución óptima a los problemas mediante el uso de los conocimientos que el profesor desea que aparezcan. Citado en Bonilla Tumialán (2013 p.33)

Esto sin duda, reafirma que el proceso pedagógico científico y académico están estrechamente ligados, es necesario que lo teórico y experimental llegue a las aulas de clase de una forma entendible, contextual y dinámica para el educando. Esto necesita por parte del docente una adaptación continua de diferentes métodos y propuestas de enseñanza para estimular esa inquietud por el saber, que el estudiante explore el aprendizaje de forma individual y colectiva, confronte sus pre saberes y los complemente con el nuevo aprendizaje, perfeccione sus ideas y argumentos y aprenda a identificar los obstáculos epistemológicos que obstruyen el aprendizaje.

Según Godino (2001) Citado por Moreno & García (2009):

Estas propuestas didácticas basan su práctica docente en la interacción permanente de diversos principios pedagógicos derivados de varias teorías del aprendizaje, lo que les proporciona una base psicológica y social más sólida que la enseñanza derivada de la aplicación de los principios didácticos provenientes de una teoría en particular. (p 230) Esto quiere decir que, el aula de clase requiere que el docente tenga gran rigurosidad y veracidad al momento de abordar sus clases de matemáticas, es necesario cambiar continuamente las estrategias y métodos utilizados ya que continuamente el estudiante interpreta y reinterpreta los contenidos de diferentes formas, además no todos aprenden de la misma forma y la interacción cognitiva y social con la que disponen varía en cada sujeto, esto representa todo un reto continuo para trabajar en el aula de clase y para entender mejor los retos presentes es necesario abordar los cinco obstáculos epistemológicos que Bachelard expone como principales.

1. Los conocimientos previos
2. El obstáculo verbal
3. El peligro de la explicación por la utilidad

4. El conocimiento general
5. El obstáculo animista

A continuación, se da una descripción más detallada de cada uno de los obstáculos:

### **5.6.2 La experiencia básica o conocimientos previos**

Este es un obstáculo que predomina en gran medida al momento de desarrollar los conceptos, ya que es frecuente que saberes adquiridos con anterioridad estén arraigados en el educando al relacionar contenidos ya que son el compendio de experiencias del contexto inmediato, el entorno familiar y los medios de comunicación y en algunas ocasiones, estos conocimientos se convierten en un tropiezo para el proceso en el sentido de que es común encontrar errores conceptuales y creencias que obstruyen la adquisición del nuevo aprendizaje.

Según Zamora (2002)

Al analizar la situación de los y las estudiantes en la escuela, se observa que al tratar de comprender un concepto y explicarlo, elaboran construcciones personales con base en lo que han observado a su alrededor y en su interacción cotidiana con las personas que les rodean y con los medios de comunicación, como la televisión. Se forman así conocimientos que, aunque no son correctas desde el punto de vista científico, le sirven al estudiante para comprender los conceptos estudiados. (p.2)

Cabe mencionar que, estos conocimientos previos se dividen en tres categorías;

La primera se define como **concepciones espontáneas**, las cuales surgen a partir de las vivencias que el educando graba en su mente de acuerdo a la experiencia de sus sentidos en el contexto en el que se desenvuelve;

Luego se encuentran **las concepciones inducidas, que** inician al interactuar a diario con familiares, amigos, docentes que influyen directamente en la perspectiva que se tiene respecto a muchas cosas;

Finalmente se abordan las **concepciones analógicas** como procesos de comparación que usualmente se adquieren y se llevan a cabo para asociar determinados objetos y elementos. De esta forma el autor desglosa los múltiples elementos del entorno que entran en juego al momento de la construcción del aprendizaje con lo cual el docente a diario debe tener en

cuenta al momento de planear y ejecutar las clases, cada estudiante tiene sus propias vivencias, ideas, concepciones por lo cual encontrar siempre procesos estáticos y moldeados es imposible, es necesario interpretar la realidad que acontece en el aula desde una perspectiva más flexible donde hay espacio para argumentar, debatir y aprender a partir de elementos reales y prácticos.

### **5.6.3 El obstáculo verbal**

Bachelard citado por Zamora (2002) considera que:

Otro de los obstáculos epistemológicos del léxico es el obstáculo verbal, el cual se presenta cuando mediante una sola palabra o una sola imagen se quiere explicar un concepto. Así es como hábitos puramente verbales, se convierten en obstáculos del pensamiento científico. (p.8).

Como es bien sabido, los procesos de comunicación son de gran importancia para todo tipo de conocimientos y sin duda alguna en el desarrollo de la lógica matemática a través de expresiones, modelos, descripciones de los gráficos y demás terminología requerida, sin embargo, es habitual que el educando no identifique ciertos términos o exprese incorrectamente descripciones cortas en las que se suprime elementos y propiedades de los objetos.

### **5.6.4 Conocimiento pragmático y utilitario**

El utilitarismo aborda una serie de problemas al momento de definir un término, en el sentido de que tiene una tendencia a reducir o sintetizar su definición, resumiendo y dando a conocer únicamente la idea general de utilidad o beneficio que representa. Para Bachelard: "En todos los fenómenos se busca la utilidad humana, no sólo por la ventaja positiva que pueda procurar sino como principio de explicación" (Bachelard, p 110). Sin duda como los demás obstáculos epistemológicos no es algo que debe ser eliminado ya que sintetizar la información es un aspecto que entra en juego al momento de adquirir conocimientos, sin embargo todo debe tener un equilibrio y esa tendencia de los niños a darle unidad a los conceptos algunas veces reducen la percepción global de todo lo que

aborda el concepto teniendo solo en cuenta muchas veces solo uno de los aspectos de la realidad y la relación con los beneficios que generan al medio o a las personas.

### **5.6.5 Conocimiento general**

Este obstáculo abarca muchas dimensiones y competencias que el educando debe poner en marcha al momento de adquirir determinado concepto y el docente al explorar las ideas previas del alumno en el momento que le pide dar razón por determinada explicación, ante lo cual resulta frecuente percibir respuestas en las que se suprimen los detalles clave y se caen en redundancias o prolongaciones del discurso, que al final no expresan mucho y por el contrario solo se aborda el tema con poca profundidad y afirmaciones erróneas o incompletas.

De esta manera:

Al explicar mediante el uso de generalizaciones un concepto, se cae, en la mayoría de las veces, en equivocaciones, porque los conceptos se vuelven vagos, e indefinidos, ya que se dan definiciones demasiado amplias para describir un hecho o fenómeno y se deja de lado aspectos esenciales, los detalles que son los que realmente permiten exponer con claridad y exactitud los caracteres que permiten distinguirlos y conceptuarlos correctamente Zamora (2002, pág. 5).

Sin duda este obstáculo es todo un reto por enfrentar en el aula de clase y es que no solo es un resultado de los vacíos que surgen del proceso mismo del aprendizaje, sino también de la edad en la que se encuentra el educando ya que cada nivel de escolaridad emplea recursos verbales diferentes para dar a conocer lo que ha entendió de acuerdo al tema visto, por eso los escenarios educativos no se deben limitar al seguimiento de patrones se deben crear entornos flexibles en los que se adquiriera un léxico más preciso y mayor apropiación conceptual que le otorgan mayor sentido a la idea que desea transmitir de una forma que se exprese correctamente sin la necesidad de omitir información relevante.

### **5.6.6 El obstáculo animista**

Este obstáculo hace referencia a la tendencia presente en el lenguaje de los niños al momento de explicar determinado fenómeno u otorgar una definición a determinado

concepto realizando analogías con la naturaleza animada. De acuerdo con Bachelard: "Los fenómenos biológicos son los que sirven de medios de explicación de los fenómenos físicos. Esta característica de valorizar el carácter biológico en la descripción de hechos, fenómenos u objetos, representan claramente el carácter del obstáculo animista" (Bachelard, p. 186).

El autor plantea como ejemplo que cuando se les pregunta a niños de nueve años de elementos referentes al lenguaje científico se nota la presencia del animismo en la construcción del aprendizaje, un ejemplo que cita es el siguiente. Movimiento: Es aquello que se mueve como los animales y la gente.

Esto significa que el estudiante sabe a qué hace referencia el concepto pero se le dificulta encontrar dentro de su estructura cognitiva cuales son los términos lingüísticos adecuados para explicar el concepto como tal, por lo cual busca en el medio aspectos menos complejos que ayuden a ejemplificar, como todos los obstáculos no es algo que debe ser eliminado ya que hace parte de la forma en la cual se adquiere el conocimiento y hace que se relacione el concepto como el mundo real pero debe enfrentarse y modificarse a través de la construcción de conceptos más profundos que le otorguen al educando la capacidad lingüística de ser más preciso en su comprensión y explicación de determinado concepto o fenómeno.

Finalmente cabe mencionar que, los tres obstáculos que se van a abordar en la propuesta son la experiencia básica o conocimientos previos, el obstáculo verbal y el conocimiento general se relacionan estrechamente con el desarrollo del concepto y propósito del presente proyecto investigativo porque la simetría abordada desde la resolución de problemas requiere que el educando aprenda a identificar en primera medida que aprendizajes adquiridos le sirven y cuales le obstruyen desarrollar el ejercicio de manera precisa. Por eso no se puede caer en generalizaciones erróneas cuando se necesita analizar formas y múltiples características respecto a la posición de las figuras, al identificar similitudes como elementos de correspondencia simétrica, para lo cual también es necesario comprender el lenguaje empleado y que esto no se convierta en un obstáculo.

## 5.7 SIMETRÍA

Palacios (2007) citado por Maldonado (2013) establecen que:

“La noción de simetría es un concepto preciso que viene dado por medio de una aplicación entre elementos de conjuntos. Dado un cuerpo, una configuración espacial, es simétrico con respecto a un punto, a una recta o a un plano dado  $E$  si se transforma en sí mismo al reflejarse en  $E$ ” (p.20)

En un lenguaje menos estructurado podría relacionarse con lo que sucede cuando en el espejo se duplica una figura, para llegar a esta definición muchos fueron los estudios que se llevaron a cabo ya que desde el inicio de los tiempos el hombre comenzó a interactuar y jugar con las formas de las figuras y elementos y adaptarlas a partir de sus necesidades como una forma de expresarse y comunicarse.

Para apoyar lo abordado cabe mencionar lo planteado por Weyl (1952) citado por Varela (1998)

El concepto de simetría, como cualquier otro, se ha desarrollado paulatinamente, tiene su historia. Seguramente, como lo indica la etimología de esta palabra griega, inicialmente denotada la proporcionalidad y el equilibrio observado en muchas de las concretas de la naturaleza, o también el término medio de las cosas que, observadas desprevenidamente, nos agradan. (p.27)

Es así como, la simetría se construyó a partir de la percepción de los sentidos del hombre de dichas formas con relación a su creatividad, inteligencia y el deseo creciente de evolucionar, promover el crecimiento de su pueblo y reflejar su cultura en sus manifestaciones artísticas y religiosas. Lo que dio origen a grandes imperios y civilizaciones, lo que comenzó como una necesidad del contexto para elaborar sus elementos de acuerdo tamaño, forma y posición a partir de un aprendizaje empírico fue evolucionando siendo puntos esenciales al momento de hablar de simetría.

Bohorquez, Franchi, Hernández, Salcedo, & Morán (2008) **expresan** al respecto que: Quizás el solo término geometría nos lleva casi de inmediato al concepto de simetría, a imágenes simétricas, armónicas. Comúnmente se consideran como figuras o diseños geométricos únicamente aquellos que presentan un cierto orden, regularidad y grado de simetría: triángulos, polígonos regulares, círculos etc., o combinaciones de ellos. Sin

embargo, la ciencia geométrica no contempla esas restricciones que pretendemos imponer. Para la geometría cualquier conjunto de puntos constituye una figura tan geométrica como la más bella y proporcionada estrella de cinco puntas. (p.478)

De esta forma, los filósofos y matemáticos griegos y otros lugares originaron estudios de dicho concepto de forma conexa con la geometría en elementos como la música con las notas de las cuerdas y su longitud lo que a su vez se entrelaza con el aprendizaje de las matemáticas y dan toda la armonía musical.

Ante esto cabe mencionar lo planteado por Cobos & Vallejo (2015):

Para el pueblo griego el saber científico se identifica con la matemática entendiéndola desde la geometría como el intento de llegar a la belleza, equilibrio y armonía, siendo un rasgo característico de interpretación del universo como única respuesta válida impregnado en el pensamiento de la cultura occidental donde la simetría de las formas geométricas y otros objetos se aborda desde las transformaciones, movimientos o intercambios. (p.199)

De esta forma, al tomar algunos aportes de Urubetto y Rivera (2007) cabe mencionar que, los griegos, romanos y árabes con sus templos, iglesias góticas, los panteones, villas y templos renacentistas, expusieron al mundo imponentes construcciones donde se muestra el dominio de la simetría en las ideas de quienes elaboraron estas increíbles edificaciones desde la forma de las paredes, la utilización del espacio mediante planos y traslaciones las mezquitas árabes, también en Egipto se obtuvieron importantes avances puesto que la cultura de dicho país sus creencias y costumbres los llevaron a desarrollar una civilización imponente con construcciones, monumentos, joyas, pinturas, esculturas que se convirtieron como formas de expresión que mostraban el poder, el rol que se desempeñaba en el pueblo y constituyeron una impactante y sólida cultura que dejó un legado inquebrantable y solo es un ejemplo de muchos que se podrían mencionar a lo largo de la historia ya que el hombre siempre ha buscado en las formas y el estudio de las mismas una manera de expresarse, explorar el mundo y cambiar su realidad. Le dieron a la simetría el reconocimiento necesario ya que los proyectos arquitectónicos o urbanísticos con el uso de la geometría y la simetría traspasaron las culturas antiguas.

De igual manera, es importante mencionar que algunos exponentes del renacimiento en la edad media e inicios de la edad contemporánea hicieron que la matemática, la música, el

arte y la simetría se desarrollan una simbología única que va más allá de lo que salta a la vista, se dieron emblemáticas obras de artistas como Leonardo Da Vinci o los estudios de las proporciones el equilibrio y la belleza” del cuerpo humano de los textos de arquitectura de Vitrubio y un sin número de obras y manifestaciones que guardan un gran misterio y siguen siendo admiradas y estudiadas.

Para concluir este recorrido histórico es importante mencionar que el ámbito educativo en su deber formativo no ha sido ajeno a toda esta evolución del pensamiento por lo cual de acuerdo con el Ministerio de Educación Nacional, se potencia el pensamiento espacial y sistemas geométricos con el fin de comprender de una forma más eficaz el entorno a partir de un contexto histórico y cultural, es por eso que el docente debe considerar la simetría como un concepto que le permite al educando descubrir muchas cosas que usualmente se ignoran como la proporción y armonía de un mundo lleno de formas y desplazamientos en el entorno con movimientos como rotación y traslación que trasciende las aulas a través de una metodología práctica y perdurable.

Es por eso que, para el pensar crítico, dinámico y contextual que se le debe dar al proceso educativo que por su parte resolución de problemas está inmersa en la cotidianidad de las personas y es fuente inigualable del desarrollo de procesos efectivos del pensamiento que contribuyen al desarrollo de actitudes críticas y reflexivas. En este caso para el análisis de los cambios que se dan en el aprendizaje de simetría axial a partir de la resolución de problemas ya que incentiva a llevar a cabo procedimientos que desde la misma construcción e intervención metodológica se tornan más lúdicos, contextuales y con propósitos claros, lo que permite que el educador elabore contenidos con una intencionalidad clara para poner a prueba las destrezas mentales, los recursos conceptuales, la capacidad de entender el problema, el control que tiene del mismo, y las habilidades de argumentación y metacognición.

## **6 OBJETIVOS**

### **6.1 OBJETIVO GENERAL**

Caracterizar los obstáculos epistemológicos que sobre simetría axial tienen los estudiantes de cuarto grado, durante la solución a problemas

### **6.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

Diagnosticar los obstáculos epistemológicos presentes en los estudiantes al momento de solucionar problemas

## 7 METODOLOGIA

### 7.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN

La presente propuesta pretende describir los obstáculos epistemológicos de simetría que a partir de la resolución de problemas tienen los estudiantes de cuarto grado; para ello, se apela a la metodología cualitativa de tipo descriptivo, siendo una investigación que busca la forma de producir conocimiento científico desde una perspectiva más cercana a la realidad de los sujetos participantes ya que la Investigación cualitativa (2002), según su autor Carlos Sandoval Casilimas, citado por Upegui Torres, Y. M. (2018). Afirma que:

Los acercamientos de tipo cualitativo reivindican el abordaje de las realidades subjetiva e intersubjetiva como objetos legítimos de conocimiento científico; el estudio de la vida cotidiana como el escenario básico de construcción, constitución y desarrollo de los distintos planos que configuran e integran las dimensiones específicas del mundo humano y, por último, ponen de relieve el carácter único, multifacético y dinámico de las realidades humanas. (p. 15).

Es así como, este tipo de estudio permite adentrarse a las realidades que convergen en el mundo social otorgándole al proceso de investigación una perspectiva más cercana a las realidades que acontecen en los entornos educativos que no son más que un pequeño universo en el que convergen muchas son las situaciones, actitudes, puntos de vista que influyen en el desarrollo conceptual del educandos, por eso se elige la investigación cualitativa en este caso involucrando la descripción en la investigación cualitativa ya que “La investigación cualitativa esencialmente desarrolla procesos en términos descriptivos e interpreta acciones, lenguajes, hechos funcionalmente relevantes y los sitúa en una correlación con el más amplio contexto social” Martínez (2011, pág. 11) esto se convierte en una forma de llegar al conocimiento más apegada a los hechos que acontecen en esa realidad observable de la cual se desprende el objeto de estudio.

De acuerdo con la propuesta de Sandelowski citado por Aguirre & Jaramillo (2015).

La descripción es protagónica a la hora de responder preguntas cualitativas con un interés específico, sin necesidad de adornarla con otros enfoques; además, ocupa un lugar definido

en cada uno de los métodos cualitativos y podría decirse que su papel consiste en la preservación de los hechos precaución para no hacer de ellos una ficción. (p.181). Esto significa que, el método cualitativo de tipo descriptivo- permite que las palabras, expresiones, actitudes y las conductas sean observables desde una perspectiva más tangible donde las experiencias sensoriales, las ideas que convergen, los aprendizajes adquiridos son manifestados y registrados. Esto permite el manejo del problema desde una postura más contextual, flexible y analítica donde lo práctico toma protagonismo y permite acercarse a las características, vivencias, experiencias y aprendizajes de la población de estudio. En este orden de ideas una de las técnicas más oportunas para llevar a cabo dicho proceso de acuerdo a lo descrito es el estudio de casos el cual se puede definir como:

“El vehículo por medio del cual se lleva al aula un trozo de realidad a fin de que los alumnos y el profesor lo examinen minuciosamente. Un buen caso mantiene centrada la discusión en alguno de los hechos obstinados con los que uno debe enfrentarse en ciertas situaciones de la vida real. Lawrence, 1953, pág. 215, citado por (Wassermann, 1999). Dicho método al involucrar los procesos mencionados accede a espacios de aprendizajes interactivos, lúdicos y dinámicos que modifican los escenarios tradicionales donde lo teórico y memorización de los contenidos no es la única finalidad del proceso ya que entra en juego una parte cualitativa donde el educador asume una postura objetiva y autocrítica, por lo cual no se deben contemplar juicios a priori que obstruyan y perjudiquen la observación del proceso, por el contrario se necesita confrontar y reflexionar respecto a la información que surge, lo que quiere decir que “describe características de un conjunto de sujetos o áreas de interés y se interesa en describir, no en explicar” Martínez (2011, pág. 9).

## 7.2 CATEGORIAS

Tabla 2 Categorías

| Categorías              | Subcategorías                                     | Indicadores   |
|-------------------------|---|---|
| Resolución de problemas | Niveles de resolución de problemas (Tamayo, 2014) | <p>Nivel 1: Redescrición de la experiencia, enuncia el problema y describe el experimento según sus observaciones o utiliza datos de las instrucciones para justificar sus respuestas.</p> <p>Nivel 2: Redescrición de la materia de manera libre, ha realizado la experiencia anteriormente, utiliza opiniones, describe lo que sintió durante las experiencias o utiliza analogías.</p> <p>Nivel 3: Identificación de una o dos variables, en este nivel se reconocen las variables sin realizar algún tipo de relación entre ellas.</p> <p>Nivel 4: Resolución del problema de manera inadecuada identificando y relacionando variables justificando o no dichas relaciones.</p> <p>Nivel 5: Resolución del problema de manera adecuada identificando, relacionando variables y justificando o no dichas relaciones.</p> |

|   |  |   |
|---|--|---|
| Los obstáculos epistemológicos sobre simetría axial | La experiencia básica o conocimientos previos. | concepciones espontáneas,<br>concepciones inducidas<br>concepciones analógicas      |
|   | el obstáculo verbal                            | hábitos verbales<br>lenguaje científico<br>fluidez verbal                           |
|   | El conocimiento general                        | uso de generalizaciones para describir un hecho o fenómeno<br>conceptos indefinidos |

Fuente: elaboración propia

### 7.3 CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN

Esta propuesta de investigación se desarrolla en una institución ubicada en Aránzazu, municipio del departamento de Caldas, ubicado en la región centro occidente de Colombia, con una población de 12.181 habitantes, aproximadamente. Está ubicado al norte del departamento, a 52 kilómetros de la capital del departamento, Cortar. Pueblo de costumbres conservadoras, apacible con respecto a la violencia que se vive en varias regiones del país, cada dos años realiza las Fiesta de la Cabuya, celebradas en honor del cultivo del fique, del que se extrae la cabuya. Es un municipio comercial, de, debido a su ubicación geográfica; sus habitantes poseen buena habilidad para el comercio, su economía principal es el café. Este municipio es considerado un remanso de paz.

### 7.4 POBLACION

Dicha población pertenece a la Institución Educativa Juan Crisóstomo Osorio Sede Campoalegre, del municipio de Aránzazu Caldas ubicada en la zona rural a una distancia de 8 kilómetros del casco urbano, la cual cuenta con 37 estudiantes desde transición hasta el grado noveno de Básica Primaria. Estrato socioeconómico 1 y 2 y de familias bien constituidas conformadas por padre y madre quienes no han tenido estudios de básica primaria.

## **7.5 UNIDAD DE TRABAJO**

La unidad de trabajo se encuentra conformada por 4 estudiantes de grado cuarto de primaria sus edades oscilan entre los 9 y 10 años.

Se busca promover mecanismos efectivos en el aula que potencien los procesos del pensamiento lógico matemáticos en factores motivacionales, el aprendizaje y la profundidad de los contenidos ofrecidos a partir de las dificultades en la enseñanza que se evidencian con mayor reiteración en los grados superiores de primaria ya que la motivación, interés, la curiosidad, movilización espontánea del pensamiento, construcción colectiva se va perdiendo a medida que avanza en el sistema escolar, se ven disminuidas a procesos estáticos y nada dinámicos, caso que se evidencia de forma reiterada en conceptos como la simetría el cual es fundamental ya que permite conocer y apropiarse de las formas del entorno y la ubicación espacial donde se ha caído en procedimientos memorísticos y estáticos que dificultan el aprendizaje del educando y de acuerdo a lo establecido en los derechos básicos del aprendizaje de grado cuarto es un concepto clave en este grado de escolaridad.

## **7.6 PROCEDIMIENTO**

A continuación, se hace la descripción del proceso que se va a desarrollar para llevar a cabo la propuesta

## **7.7 ETAPAS DE LA INVESTIGACIÓN**

La ruta procedimental de la propuesta apela a una intervención didáctica en el desarrollo del aprendizaje de la simetría axial, para ello se utiliza los entornos educativos como forma de hallar que cambios se dan en su aprendizaje mediante la resolución de problemas y que los obstáculos epistemológicos se presentan en los estudiantes, dándose un proceso en el que se aprende de los errores y fortalezas el análisis y la confrontación de la información. De esta forma, el desarrollo de proyecto se da en cuatro momentos planteados por Quintana (1996) formulación, diseño, ejecución y cierre. Propios de un estudio descriptivo que permite acercarse a la realidad pedagógica y social:

## **7.8 FORMULACIÓN**

El proyecto surge a partir de la necesidad de crear una propuesta que permita encontrar una forma diferente de enseñar la simetría axial debido a la desmotivación, falta de asimilación de los contenidos e interés presentes en la población de estudio, lo cual ha dificultado el desarrollo de procesos efectivos, por lo cual se pretende describir los cambios que se dan en su aprendizaje y los obstáculos presentes a partir de la resolución de problemas en estudiantes de cuarto grado.

En esta parte el proyecto se describe el problema, se justifica la propuesta, se trazan los objetivos, se estructura los aportes desde los referentes que sustentan la propuesta que aborda los niveles de resolución de problemas desde la labor docente y desde lo metodológico, se establece la investigación cualitativa descriptiva de tipo interpretativo como manera de llegar al conocimiento. Además, se realiza un instrumento diagnóstico para saber cómo diseñar e intervenir en el aula.

Diseño: En esta parte del trabajo se diseña un test con base en los elementos teóricos y prácticos apelando a actividades contextuales y prácticas relacionadas con el tema central de la propuesta que abordan la problemática y permiten realizar una observación efectiva del contexto como una forma de analizar y comparar la información, lo cual es determinante para un estudio cualitativo, descriptivo de tipo interpretativo, con el fin de tener una percepción más cercana de la población de estudio, a partir de la planificación, monitoreo y evaluación reconociendo sus necesidades, motivaciones, estas con el fin de establecer mecanismos de regulación del aprendizaje, todo esto permite organizar, proyectar y dinamizar el proceso escolar

## **7.9 LA EJECUCIÓN**

En esta parte radica la aplicación del test en el aula de clase teniendo en cuenta todo lo mencionado con anterioridad, ya que la parte teórica y práctica formulada convergen en un escenario común que es el aula de clase, donde es fundamental activar los sentidos y el análisis exhaustivo de la información mediante los instrumentos de recolección y análisis de la información, para eso se confrontan situaciones, se observan conductas desde una postura objetiva siendo el diálogo y la reflexión protagonistas. Este proceso requiere que

todos los agentes que intervienen desempeñen de forma efectiva su rol, en el caso del docente ser apoyo y gestor del aprendizaje y el educando debe tomar una postura autocrítica de su propio proceso, esto permite cumplir con su función práctica y metacognitiva y que se lleven a cabo espacios efectivos de autoaprendizaje en los que los errores cometidos y obstáculos en el procedimiento se convierten en experiencias de aprendizaje en las que el estudiante es capaz de identificar que parte de su proceso está resultando exitosa y en cuál ha fallado y a su vez que tanto están ayudando las estrategias empleadas para llegar a la solución, el docente por su parte le permite ser partícipe del contexto problémico y realizar un análisis de una forma descriptiva de tipo interpretativo.

### **7.10 CIERRE**

Es el punto crucial del proceso donde se sintetiza todo lo elaborado anteriormente, por lo cual se requiere llevar a cabo análisis, síntesis y reflexiones claves, siendo un proceso que debido a su carácter cualitativo no se deben tomar evidencias a la ligera, por el contrario, se debe analizar lo conseguido de forma exhaustiva desde lo teórico y lo práctico haciendo uso de las técnicas de recolección y análisis de la información con el objetivo de tomar elementos importantes de la problemática abordada y con las evidencias halladas generar procesos de reflexión que sirvan como base de reflexión para el abordaje de la problemática en el aula y establecer conclusiones y recomendaciones.

## **8 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN**

A continuación, se describen los instrumentos que se van a emplear para la recolección y análisis de la información en las diferentes fases del proyecto.

Todos estos instrumentos se aplican de manera individual a los 4 educandos (muestra de estudio- A continuación, se definen y se desglosan sus características.

### **8.1 TEST**

Se va utilizar un test con diferentes ejercicios relacionados con la simetría axial y la resolución de problemas como herramienta pedagógica para la planeación y ejecución diversas actividades que permiten analizar en los estudiantes los cambios en los aprendizajes de los estudiantes en la simetría axial mediante la resolución de problemas y qué obstáculos epistemológicos se presentan y cómo influyen en su aprendizaje.

### **8.2 OBSERVACIÓN PARTICIPANTE**

Tamayo (2013) establece que:

El profesor debe en primera instancia desarrollar un ejercicio de observación para identificar a nivel general y particular en el aula cómo es que sus estudiantes evolucionan conceptualmente, posteriormente empieza a identificar cada uno de los factores que favorece y desfavorece dicha evolución y de esta forma cualificar su ejercicio docente llevando a que sus alumnos logren evolucionar sus conceptos. (p.130)

Es así como la observación participante se convierte en un mecanismo que va más allá de la acción de mirar es el estudio y análisis del contexto y lo que acontece dentro de este lo que se convierte en un factor procedimental y crucial a la hora de analizar los procesos que emergen dentro del aula cada procedimiento, aporte lingüístico, actividad desarrollada tiene muchos elementos en los que se deben activar los sentidos, apreciar las cualidades del entorno y los protagonistas de dicha interacción, interpretar y comprender, registrar y utilizar de mejor forma.

Estos instrumentos en la presente propuesta que van a permitir una observación mucho más partícipe para analizar la información de una forma más compacta del grupo en general

permitiendo llevar a cabo procesos de análisis al tener en cuenta como elementos que retratan experiencias únicas de interacción que ponen evidencia elementos como el nivel de comprensión obtenida, las dificultades que aún persisten, la motivación hacia el aprendizaje, el manejo de las situaciones, el nivel de interacción en el aula. Son elementos de autoevaluación y retroalimentación constante del conocimiento que permiten la adquisición de entornos de confianza, dinamismo, análisis y confrontación de la información.

### **8.3 ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN**

Para el análisis de la información se usaron datos cualitativos de tipo descriptivo interpretativo con el análisis crítico del contenido ya que permite una interpretación más precisa del fenómeno observado al llevar a cabo procesos de análisis y comparación de resultados, lo que valida y a su vez profundiza en los elementos teóricos y prácticos analizados en el contexto, se utiliza como técnica central que permite tener una perspectiva más descriptiva y cualitativa de la población.

Al respecto, (Urra, Muñoz, & Peña, 2013) citan lo siguiente:

Se refiere al uso del lenguaje de individuos relacionado a la formación cultural, social y política determinada por sus interacciones dentro de la sociedad. Los discursos, así, emanan de interacciones sociales compartidas entre los grupos sociales y de las estructuras complejas de la sociedad donde los discursos son capturados, y van más allá del lenguaje mismo al incluir las acciones y conductas de las personas.

## 9 ANALISIS

El siguiente análisis se desarrolla de la siguiente manera:

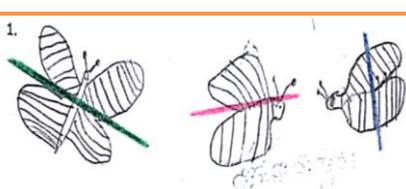
Se realiza el análisis del test realizado respecto a los procesos de los estudiantes en cuanto a la simetría axial y la resolución de problemas, con base en los niveles de Tamayo (2014).

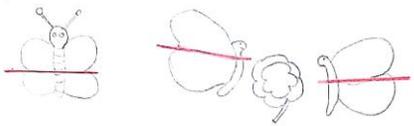
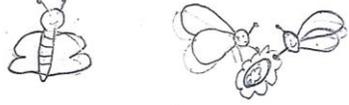
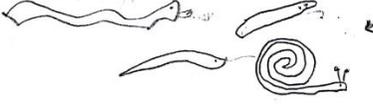
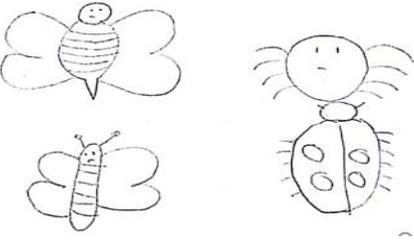
Posteriormente se aborda el análisis de lo realizado por los estudiantes respecto a cada uno de los obstáculos y sus subcategorías para describir cómo se encuentran los educandos ante cada uno de estos.

Seguidamente se realiza una reflexión respecto a los conocimientos sobre simetría axial a partir de la resolución de problema.

| Preguntas   | Estudiantes | Respuesta | Análisis |
|---|-------------|-----------|----------|
| <p><b>Situación problema:</b> En el patio de la I.E Juan Crisóstomo Osorio sede Campoalegre los estudiantes de grado cuarto diariamente observan diversos animales, pero se han visto atraídos por las mariposas más comunes de la vereda. Por los comentarios entre compañeros y por lo que han manifestado, llaman su atención por la forma de sus alas y la proporcionalidad de estas.</p> |             |           |          |

Tabla 3 Análisis

| Descripción de la actividad  | Estudiantes | Respuesta  |
|--|-------------|--|
| Elaborar un dibujo de las mariposas, en el que se identifique la proporcionalidad y tamaño, trazando una línea que las divida en partes iguales. | E1          |  <p>Se parece porque lo dibuje igual</p> |
|  | E2          |    |

|   |    |  |
|---|----|--|
|   | E3 |    |
|   | E4 |  <p data-bbox="852 535 1282 577">que por la selva hay mas.</p> |
| <p>Dibujar seres vivos (cuatro en total) que tengan proporcionalidad en su forma y tamaño tomando como referencia el eje de simetría.</p> | E1 |    |
|   | E2 |   |
|   | E3 |    |
|   | E4 |    |

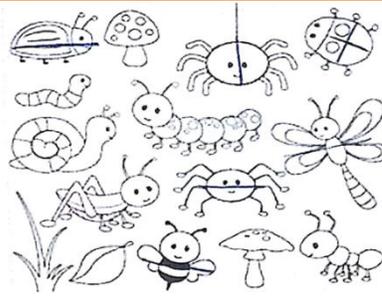
|  |           |  |
|--|-----------|--|
| <p>Observar las imágenes e identificar cuales se pueden dividir en dos partes iguales, teniendo en cuenta la proporcionalidad en forma y tamaño.</p> | <p>E1</p> | <p>la hoja si es proporcional en forma y tamaño porque se puede partir en dos partes</p> <p>la libelula si es proporcional en forma y tamaño porque puede partir en dos partes</p>                 |
|   | <p>E2</p> | <p>la hoja si tiene mitad.</p> <p>la libelula si tiene sus lados iguales por que se puede partir por la mitad de sus alas y sus lados son de igual tamaño.</p>                                     |
|    | <p>E3</p> | <p>la hoja tiene proporcionalidad en forma y tamaño ya que tiene dos partes iguales.</p> <p>la libelula tiene proporcionalidad en forma y tamaño ya que no tiene un ala mas grande que la otra</p> |
| <p>De acuerdo con la actividad anterior responder: ¿Entiendes de qué se trata el problema que debes resolver? Explícalo con tus palabras.</p>        | <p>E4</p> | <p>trazar a mitad</p> <p>es muy ruidosa y huele muy fuerte y sus alas son muy azules su alas muy grandes</p>   |
|  | <p>E1</p> | <p>se trata de un problema que tiene que ser dividido en dos partes</p>  |
|  | <p>E2</p> | <p>si se trata de encontrar la mitad a los animales</p>  |
|  | <p>E3</p> | <p>si trata de trazar una línea en cada animal y así quedan dos partes iguales</p>   |

|   |    |  |
|---|----|--|
|   | E4 | salita tenía que trazar<br>pero no encontraba como                                 |
| ¿Sabes cuáles son los datos<br>que te proporciona el<br>problema?         | E1 | 5. Sanita entusiasmada con lo visto en<br>la clase de geometría se fue de salida.  |
|   | E2 | 5. Tengo que encontrar la mitad de<br>algunos animales                             |
|   | E3 | 5. si y toca trazarle una línea a<br>cada dibujo                                   |
|   | E4 | 5. salita tenía que trazar<br>ala mitad de cada animal                             |
| Diseña una estrategia para<br>resolver el problema.<br>Hazlo paso a paso. | E1 | mirar bien, pensar y averlo bien   |
|   | E2 | mirar los animales, coger la regla<br>medirlos y hacer con un color                |
|   | E3 | 1. observar el animal 2. dibujar<br>el animal 3. trazar una línea a<br>cada animal |
|   | E4 | 5. cojo la regla y trazo   |

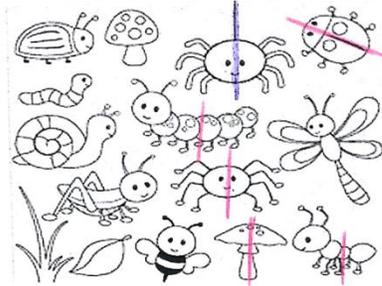
Realiza la representación gráfica.



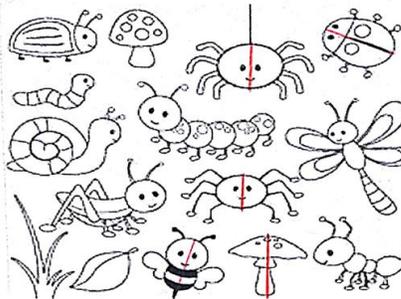
E1



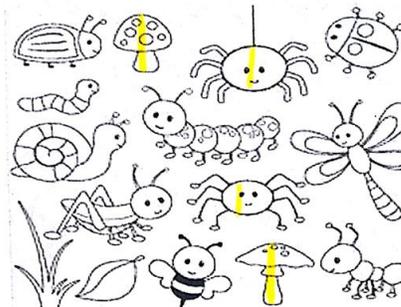
E2



E3



E4



Según el dibujo, ¿en qué animales la línea trazada permitió observar

E1

la araña, la mariposa y la abeja  
 si son proporción en forma y tamaño  
 porque son igual de tamaño

|  |    |   |
|--|----|---|
| proporcionalidad en tamaño y forma?  | E2 | los arácnos, la mariposa, el topo, la hormiga y el hongo            |
|  | E3 | en la araña la mariposa el hongo y la abeja.                        |
|  | E4 | el arácnos la araña   |
|  | E1 | que son iguales   |
| ¿Qué características tienen los otros animales en los que no se pudo observar la proporcionalidad? | E2 | si se trata de encontrar la mitad de los animales                   |
|  | E3 | que no son iguales. a los que les trazamos la línea                 |
|  | E4 | que tiene más patas y que salta                                     |
|  | E1 | que son iguales   |
| ¿Obtuviste con facilidad las simetrías o tuviste dificultad para hallarlas?                        | E1 | porque lo trazo con regla   |
|  | E2 | si todo quedaba a la salida a encontrar la simetría de los animales |
|  | E3 | si porque utilice la regla  |
|  | E4 | si la trazo que de los animales que eran                            |

Fuente: elaboración propia

A partir del análisis del instrumento desde los niveles de resolución de problemas y los obstáculos epistemológicos y simetría axial, surgen las siguientes reflexiones del proceso.

### **9.1 CAMBIOS CON RELACION A LA ENSEÑANZA**

En primera medida cabe destacar que, la aplicación y desarrollo de este proceso permite idear nuevos escenarios de aprendizaje y brindar nuevas herramientas para la planeación y ejecución de las clases respecto al proceso de enseñanza que se venía manejando en conceptos como la simetría axial y la resolución de problemas, sin duda muestra un nuevo escenario de interacción y aprendizaje que implementado a largo plazo puede brindar una mejor interpretación de los procesos al reinventar el sentido que se le da a la enseñanza como mecanismo que requiere rigurosidad, direccionamiento estratégico, profundidad conceptual, contextualización de la temática y abordarse como algo que no surge de forma espontánea, requiere de un proceso secuencial y dinámico que se construye paso a paso. Todo lo anterior, permite entender que es necesario ahondar en las ideas previas de los estudiantes y prepararlos para el nuevo conocimiento, interpretar las situaciones con elementos que partan de su realidad subjetiva y colectiva, entender lo que lo motiva intrínseca y extrínsecamente al abordar situaciones del entorno y representaciones mentales del contexto que habita.

Todo esto incentiva la apropiación teórica y práctica del saber dado que, logra una planificación, monitoreo y evaluación óptima partiendo de las necesidades, motivaciones y acciones autónomas del educando, lo que permite organizar, proyectar y dinamizar el proceso escolar.

### **9.2 CAMBIOS CON RELACIÓN AL SABER ESPECÍFICO ENSEÑADO**

Durante el proceso se evidenciaron en los estudiantes dificultades para: Seguir instrucciones, interpretar enunciados y contenidos gráficos, interpretar y definir vocabulario básico, falencias al momento de hacer representaciones en actividades relacionadas con simetría axial, desconocimiento de conceptos como proporcionalidad en forma y tamaño, ausencia de relación al hablar del concepto de simetría y al trazar el eje

que divide la figura y escasez de estrategias para la solución de problemas debido a falencias de interpretación, análisis o ausencia total del entendimiento del procedimiento. Estas dificultades dan muestra de obstáculos abordados por Bachelard (1976) citado por Zamora (2002) como la experiencia básica o conocimientos previos, el obstáculo verbal y el conocimiento general ya que los estudiantes presentan concepciones espontáneas, o inducidas de aprendizajes adquiridos con anterioridad que predisponen su aprendizaje al nuevo conocimiento, o limitan su comprensión al desconocer cierta terminología o poca fluidez en el lenguaje para expresar sus ideas, por ejemplo al “explicar mediante el uso de generalizaciones un concepto, se cae, en la mayoría de las veces, en equivocaciones, porque los conceptos se vuelven vagos, e indefinidos” Zamora (2002, pág. 5).

Esta implementación permite reflexionar como docente que hacen falta espacios pedagógicos y experiencias de aprendizaje que permitan al educando ser partícipe de su propio aprendizaje, partiendo desde sus experiencias previas, en el sentido de que dicho obstáculo no es algo que se debe superar o ignorar se debe trabajar a partir de estas concepciones. Según Zamora (2002) Se forman así conocimientos que, aunque no son correctas desde el punto de vista científico, le sirven al estudiante para comprender los conceptos estudiados. (p.2). Por esta razón, se deben corregir aquellas concepciones erróneas, pero complementar y reafirmar los pre conceptos que ya estaban bien estructurados, clarificar ideas, resolver dudas buscar situaciones problémicas de la cotidianidad, construir nuevos conceptos.

De igual forma, es importante seguir trabajando en conceptos como la ubicación espacial, la proporcionalidad existente en las figuras y la habilidad para resolver situaciones problémicas en dimensiones como recursos, heurísticas y control (propuestas por Schoenfeld 1992 citado por Santos 2008) ya que muestran mejores habilidades para utilizar sus aprendizajes previos, autonomía para resolver problemas, mejores Habilidades de razonamiento lógico, capacidad interpretativa, analítica y formas de hallar la respuesta gracias a un proceso secuencial, estructurado y que invita a la rigurosidad teórica y práctica

De igual forma, en el proceso pedagógico se evidencian cambios en los estudiantes al abordar aprendizajes como la simetría axial con actividades como la resolución de problemas, en cuanto a lo motivacional y actitudinal ya que una de las problemáticas latentes en el contexto era la desmotivación hacia las matemáticas por parte de los educandos, pero este proceso práctico muestra cambios en la motivación intrínseca hacia esta materia, ya que expresan sus ideas libremente, manifiestan agrado por el trabajo asignado, sus inquietudes con confianza y esto sin duda es de gran importancia ya que la escuela debe verse como “un escenario que brinda la posibilidad no solo de acceder al conocimiento, sino también como el espacio en donde el niño enriquece su intelecto y donde recoge aportes fundamentales para construir o reconstruir el conocimiento de manera consciente citado por Tamayo., Zona & Loaiza (2015, p 117) y este tipo de aprendizajes los adquiere el educando en espacios donde se sienten más protagonistas de dicha interacción y pueden interpretar y comprender, registrar y utilizar el conocimiento de forma autónoma, contextual y dinámica.

**Durante este proceso aprendí que:**

Los estudiantes se muestran receptivos a cada una de las actividades propuestas para el análisis de conocimiento en simetría axial. El material implementado y las preguntas realizadas, recibieron un ajuste conveniente para que de esta manera pudieran ser interpretados sin problema por los niños. En general, se pudo observar cómo los estudiantes evaluados se esforzaron por conseguir un desarrollo apropiado a las acciones propuestas y, la elaboración de un paso a paso para cumplirlas y/o justificarlas. Es necesario mencionar que muchas de las respuestas no fueron satisfactorias, en un caso particular (Estudiante 4), la mayoría de las actividades se encontraron parcial o totalmente alejadas de lo que era requerido, lo que dejó al descubierto un desarrollo un poco corto a la hora evaluar la capacidad argumentativa en cada estudiante.

El elemento que se trató esta vez, fue el concepto de simetría axial, abordado desde la bilateralidad en seres vivos, que se pueden encontrar fácilmente en el entorno en el que se desenvuelven los estudiantes evaluados, el tema se trabajó con ilustraciones, tomando

términos como, eje central, proporcionalidad, tamaño y forma, para mejorar la comprensión de la simetría axial como piedra angular del tema.

Hubo muchas respuestas acertadas a lo largo del ejercicio, sin embargo, aquellas actividades que tuvieron mayor aceptación, además de haber sido resueltas con menores equivocaciones, fueron aquellas en donde existían ilustraciones, teniendo en cuenta que uno de los grandes propósitos del ejercicio era trabajar las propiedades propositiva (preguntas 1,2, 6,7), interpretativa, argumentativa (preguntas 3, 4, 5, 8, 9, 10) y conceptual (todas las anteriores) de la matemática. Así mismo, se vuelve necesario aclarar que, aunque el intento por resolver las actividades en su totalidad, mostraron en algunos puntos una mejor interpretación del concepto de simetría axial, aquellas en las que se proponían instrucciones de ejecución, tuvieron un mayor alcance, pese a las dificultades personales.

Dichas dificultades u obstáculos, se pueden resumir en problemas de conocimientos previos, evidenciados en la generalización de respuestas, pues los elementos que los estudiantes expresaron, algunas veces portaban relación directa con la pregunta, aunque sin especificar de forma concreta la secuencia que se abordaba para desarrollar de forma estratégica una situación problema o dar una explicación más precisa de la dificultad o facilidad con la cual halló la simetría en determinadas figuras.

La generalización no es en esencia el único obstáculo recurrente, se pudo apreciar en casos particulares escasos en el discurso, ideas ajenas al tema tratado y total carencia de un lenguaje refinado, esto no conlleva más que a concluir que los estudiantes se encuentran en un proceso de construcción verbal que se consigue con ejercicios cotidianos, tal acontecimiento se asocia con la baja capacidad analítica y argumentativa, marcando un sesgo a la hora de resolver problemas de interpretación. Una anotación positiva es que a medida que las actividades fueron desarrolladas, los estudiantes fueron adaptando términos correspondientes al concepto de simetría axial, por consiguiente, se refleja un hábito de apropiación de concepciones inducidas.

Para cambiar el proceso de enseñanza, se propone la implementación de una unidad didáctica que facilite la apropiación de términos asociados al concepto de simetría axial, esta unidad se desarrolla en tres momentos conocidos como, ubicación (evaluación de conocimientos previos desde la experiencia), desubicación (donde se buscará otorgar bases

teóricas de forma interactiva) y reenfoque (un espacio de aplicación de los conocimientos adquiridos), de este modo y junto a un acompañamiento docente se asegura un desarrollo conveniente del tema.

Por otro lado, se vuelve necesario avanzar sobre los obstáculos verbales y de generalización en los estudiantes, ya que son estas dificultades las más evidentes y recurrentes. Afinar la fluidez, además de añadir vocabulario de tinte científico al discurso de los niños, es un factor que se puede mejorar con la lectura. Crear planes lectores acordes al nivel de escolaridad, la edad y el entorno, motiva los esfuerzos de los estudiantes y deja al descubierto cualidades que serán mejor explotadas a la hora de plantear ejercicios que evalúen las propiedades conceptuales, interpretativa, argumentativas y propositivas no solo en matemáticas, sino en otras áreas del conocimiento.

## 10 RESULTADOS

Respecto al proceso de enseñanza tradicional que se ha venido ejecutando a lo largo de los años al interior de las aulas clase, en conceptos como la Simetría Axial y la resolución de problemas, se evidencia la posibilidad de crear nuevos escenarios de aprendizaje, innovando en la implementación de estrategias de interacción, que contribuyan con una mejor interpretación de los procesos de aprendizaje, teniendo en cuenta que la enseñanza se debe abordar como un mecanismo que implica rigurosidad, direccionamiento estratégico, profundidad conceptual, contextualización de la temática, pues esta no se da de manera espontánea, por lo tanto requiere de un proceso secuencial y dinámico que se construya paso a paso.

Para ello, se identificó que el dinamismo en la enseñanza, se logra de manera más efectiva cuando se conocen las ideas previas de los estudiantes y se identifican sus destrezas y habilidades, ya que esto permite prepararlos y direccionarlos en procesos de aprendizaje que generen nuevos conocimientos, a partir de la interpretación y capacidad de raciocinio. Con relación al saber específico enseñado, se identificó en los estudiantes dificultades para seguir instrucciones, interpretar enunciados y contenidos gráficos, definir vocabulario básico, además de falencias al momento de hacer representaciones en actividades relacionadas con simetría axial, desconocimiento de conceptos como proporcionalidad en forma y tamaño, ausencia de relación al hablar del concepto de simetría y al trazar el eje que divide la figura y escasez de estrategias para la solución de problemas debido a la falta de interpretación, análisis o ausencia total del entendimiento del procedimiento.

Estas dificultades dan muestra de obstáculos, que Bachelard (1976) citado por Zamora (2002), aborda cómo la experiencia básica o conocimientos previos, el obstáculo verbal y el conocimiento general, ya que los estudiantes presentan concepciones espontáneas, o inducidas de aprendizajes adquiridos con anterioridad que predisponen su aprendizaje al nuevo conocimiento, o limitan su comprensión al desconocer cierta terminología o poca fluidez en el lenguaje para expresar sus ideas, por ejemplo, al “explicar mediante el uso de generalizaciones un concepto, se cae, en la mayoría de las veces, en equivocaciones, porque los conceptos se vuelven vagos, e indefinidos” (Zamora 2002, pág. 5).

Estas dificultades dan cuenta de las limitaciones en los espacios pedagógicos y experiencias educativas de los educandos, al no ser partícipe de su propio aprendizaje partiendo desde sus experiencias previas. Según Zamora (2002, pág. 2), de esta manera se forman conocimientos que, aunque no son correctos desde el punto de vista científico, le sirven al estudiante para comprender los conceptos estudiados. Por esta razón, es necesario corregir las concepciones erróneas, complementar y reafirmar los pre conceptos estructurados, resolver dudas y buscar situaciones de la cotidianidad que permitan construir nuevos conceptos.

Durante la aplicación del proceso se pudo deducir, que es importante implementar el material apropiado, brindar la información concreta y realizar preguntas acordes a la edad, contexto y necesidades de la población objeto de estudio, esto con el fin de facilitar su comprensión e interpretación y obtener mejores resultados, por lo cual se realizaron los ajustes pertinentes, cuando fue necesario.

Pese a que los estudiantes evaluados, se mostraron en su mayoría con una disposición asertiva, para desarrollar apropiadamente las acciones propuestas y la elaboración de un paso a paso para cumplirlas y justificarlas, muchas de las respuestas no cumplieron con los objetivos planteados, ya que los parámetros establecidos, fueron abordados parcialmente debido a limitaciones en la capacidad interpretativa y argumentativa, de cada estudiante.

El concepto de simetría axial, fue abordado como eje central, en aras de mejorar su comprensión en los estudiantes evaluados, este fue abordado desde la bilateralidad, en seres vivos, que se pueden encontrar fácilmente en el entorno en el que se desenvuelven los educandos, el tema se trabajó con ilustraciones, tomando términos como, proporcionalidad, tamaño y forma, para una mejor comprensión de los mismos, como parte fundamental de la simetría axial.

Hubo muchas respuestas acertadas a lo largo del ejercicio, sin embargo, aquellas actividades que tuvieron mayor aceptación, además de haber sido resueltas con menores equivocaciones, fueron aquellas en donde existían ilustraciones, teniendo en cuenta que uno de los grandes propósitos del ejercicio era trabajar las propiedades propositiva, interpretativa, argumentativa y conceptual de la matemática. Así mismo, se hace necesario aclarar que, aunque el intento por resolver las actividades en su totalidad, mostraron en

algunos puntos una mejor interpretación del concepto de simetría axial, aquellas en las que se proponían instrucciones de ejecución, tuvieron un mayor alcance, pese a las dificultades personales.

Dichas dificultades u obstáculos, se pueden resumir en problemas de conocimientos previos, evidenciados en la generalización de respuestas, pues los elementos que los estudiantes expresaron, algunas veces portaban relación directa con la pregunta, aunque sin especificar de forma concreta la secuencia que se abordaba para desarrollar de forma estratégica una situación problema o dar una explicación más precisa de la dificultad o facilidad con la cual se halló la simetría en determinadas figuras.

La generalización no es en esencia el único obstáculo recurrente, se pudo apreciar en casos particulares escasos en el discurso, ideas ajenas al tema tratado y total carencia de un lenguaje acorde al mismo, esto no conlleva más que a concluir que los estudiantes se encuentran en un proceso de construcción verbal que se consigue con ejercicios cotidianos, tal acontecimiento se asocia con la baja capacidad analítica y argumentativa, marcando un sesgo a la hora de resolver problemas de interpretación. Una anotación positiva es que a medida que las actividades fueron desarrollándose, los estudiantes fueron adaptando términos correspondientes al concepto de simetría axial, por consiguiente, se refleja un hábito de apropiación de concepciones inducidas.

En este orden de ideas, para cambiar el proceso de enseñanza, se propone la implementación de una unidad didáctica que facilite la apropiación de términos asociados al concepto de simetría axial, esta unidad se desarrolla en tres momentos conocidos como, ubicación (evaluación de conocimientos previos desde la experiencia), desubicación (donde se buscará otorgar bases teóricas de forma interactiva) y reenfoque (un espacio de aplicación de los conocimientos adquiridos), de este modo y junto a un acompañamiento docente se asegura un desarrollo conveniente del tema.

## 11 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Los procesos de enseñanza y aprendizaje al interior de las aulas, paradójicamente han contribuido con la creación de limitaciones de carácter interpretativo y argumentativo en la adquisición de conocimientos de los educandos, debido a los procedimientos tradicionales y monótonos, que lejos de incentivar la creatividad y la autonomía intelectual, refuerzan la automatización a través de instrucciones de carácter memorístico, impartiendo una información netamente teórica, que difícilmente es comprensible y cuestionable ya que no se puede comprobar, debido a la ausencia de interacción, práctica y reflexión.

Una de las situaciones más comunes que se presentan con los docentes en sus prácticas de aula es la dificultad para generar en los estudiantes el desarrollo de habilidades del pensamiento matemático, ya que no se ejecutan procesos reflexivos desde escenarios cotidianos, por este motivo se plantea la importancia de implementar situaciones problema para desarrollar el pensamiento matemático.

Jímenez & Herrera (2017) hacen referencia a este tema, en cuanto a la implementación de situaciones problema para desarrollar el pensamiento matemático, lo cual precisa la necesidad generalizada de reestructurar los procesos educativos, a partir de los intereses de los estudiantes, la relevancia de las orientaciones en el trabajo individual y en grupo, el manejo de estrategias de comprensión, la contextualización de las situaciones problema, la elaboración de esquemas, y el seguimiento de etapas para la resolución de las situaciones problema.

En su mayoría, los sujetos, aplican diferentes estrategias de resolución de problemas cuando acuden a sus presaberes, estas estrategias, responden por lo general a la motivación de una situación en particular, los docentes normalmente activan esta característica cuando presentan un nuevo tema o metodología dentro del aula, para esta acción utilizan herramientas como actividad focal introductoria, discusión guiada y actividades generadora de información previa, los maestros manifiestan utilizar en mayor medida, preguntas e ilustraciones para resolver problemas, además las preguntas frecuentes y resúmenes finales son las estrategias más utilizadas para evaluar, respondiendo todavía a un modelo tradicional de educación (Van Der, A. 2015).

Un aspecto esencial en el desarrollo del proceso de enseñanza de la matemática es la competencia del docente, la cual implica un profundo dominio del contenido, de la pedagogía y la didáctica, sin embargo, este se concibe erróneamente, como un proceso unidireccional, sin dar lugar a una interacción social y cognitiva auténtica entre los actores y los contenidos, lo que dificulta la elaboración de aprendizajes significativos; como consecuencia los educandos, se someten a actividades que no comprenden y que por ende generan desmotivación y rechazo frente al área de aprendizaje y al aprendizaje mismo.

En cuanto a los estudiantes se concluye que es necesario continuar desarrollando este tipo de propuestas dentro del aula de clase ya que se evidencian cambios positivos en los estudiantes al abordar la simetría axial desde la resolución de problemas en aspectos como su ubicación espacial, reconocimiento de las formas del entorno, interpretación y resolución de problemas, capacidad de argumentar, conjeturar, comprobar, además su motivación, interés, curiosidad y movilización espontánea del pensamiento tanto de forma colectiva como subjetiva.

Lo que resulta un proceso altamente interdisciplinar y dinámico, puesto que cambia los escenarios y métodos tradicionales de enseñanza e invita a ver el aula de clase como un escenario único de aprendizaje mutuo entre estudiantes y docente, donde todos pueden participar, interactuar, y construir el aprendizaje de forma subjetiva y colectiva, aún es pronto para lograr avances trascendentales en los procesos de los estudiantes pero este proceso educativo ha servido como una muestra de que a largo plazo los resultados de los educandos pueden mostrar aun resultados más satisfactorios.

De igual forma, los estudiantes poseen la tendencia a ser poco específicos a la hora de expresar sus ideas basados en instrucciones previamente establecidas, y se les dificulta interpretar y analizar problemas, este fenómeno se atribuye a la falta de dominio de su lenguaje, que puede en muchas ocasiones verse limitado por factores como la generalización de conceptos o el acopio de conocimiento por nociones inducidas, haciendo referencia a los conceptos que se han quedado en el imaginario de los niños por ejercicios académicos frecuentes, o nociones espontáneas, estas hacen parte del material cognitivo de los estudiantes, pero fueron adquiridas al estar en contacto con elementos fácilmente detectables en su entorno.

En este orden de ideas, el proceso de afianzamiento de conceptos por parte de los niños, debe efectuarse con acompañamiento docente, y es importante seguir haciendo uso de elementos teóricos como los niveles de Tamayo o los obstáculos epistemológicos que le brinden al educador elementos teóricos y prácticos que consoliden los procesos de enseñanza y aprendizaje del educando, de este modo asegurar una mayor calidad en los contenidos y elementos teóricos y prácticos más profundos y efectivos.

Para complementar el proceso y cumplir a cabalidad con el objetivo de describir cambios en el aprendizaje de simetría axial a partir de la resolución de problemas, se propone la implementación de una guía didáctica que facilite desde la adaptación del entorno académico, a uno más natural, la asimilación del contenido pertinente. A futuro, esta información podrá ponerse en marcha en cualquier tipo de ambiente.

Desde la vivencia docente se considera que este proceso investigativo ha dejado grandes experiencias para el quehacer pedagógico ya que muchas veces se entra en una zona de confort donde las clases se tornan monótonas y estáticas en el aula y los resultados no son los esperados en áreas como la matemática, pero esta fundamentación teórica y práctica generada en el desarrollo del proceso permite redefinir el rol que se está tomando en el aula y dar más protagonismo al educando en su propio aprendizaje.

Esta oportunidad se propone junto a la ejecución de estrategias lúdicas que permitan una mayor interacción entre los elementos del entorno social, familiar y cultural, con elementos académicos, aportando mejores herramientas a la enseñanza tradicional, convirtiéndola en un aprendizaje de mayor aceptación por los educandos y estudiantes y que complementa la formación del maestro, ya que este también tendrá la oportunidad de aprender a partir de las experiencias resueltas al interior del aula de clases.

Finalmente, se menciona que al estandarizar metodologías de enseñanza dinámicas, proponer planes de lectura para incrementar el vocabulario de los estudiantes y así generar en ellos un pensamiento crítico, con gran capacidad de interpretación y argumentación; además de promover en su que hacer cotidiano un hábito investigativo, mejorarán notablemente su desempeño no solo en el aprendizaje de la simetría axial, sino también en las pruebas externas, que tienen por competencias la lectura crítica, razonamiento cuantitativo y aptitudes ciudadanas, así como el propósito de evaluar el grado de

desempeño de los estudiantes a nivel cognitivo, brindando las herramientas adecuadas para su autoevaluación y adelanto de su proyecto de vida.

## 12 CONCLUSIONES

En cuanto a los estudiantes se concluye que es necesario seguir desarrollando este tipo de propuestas dentro del aula de clase ya que se evidencian cambios en los estudiantes al abordar la simetría axial desde la resolución de problemas en aspectos como su ubicación espacial, reconocimiento de las formas del entorno, interpretación y resolución de problemas, capacidad de argumentar, conjeturar, comprobar, además su motivación, interés, curiosidad y movilización espontánea del pensamiento tanto de forma colectiva y subjetiva.

Lo que resulta un proceso altamente interdisciplinar y dinámico, puesto que cambia los escenarios y métodos tradicionales de enseñanza e invita a ver el aula de clase como un escenario único de aprendizaje mutuo entre estudiantes y docente, donde todos pueden participar, interactuar, y construir el aprendizaje de forma subjetiva y colectiva, aún es pronto para lograr avances trascendentales en los procesos de los estudiantes pero este proceso educativo ha servido como una muestra de que a largo plazo los resultados de los educandos pueden mostrar aun resultados más satisfactorios.

De igual forma, los estudiantes poseen la tendencia a ser poco específicos a la hora de expresar sus ideas basados en instrucciones previamente establecidas, y se les dificulta interpretar y analizar problemas, este fenómeno se atribuye a la falta de dominio de su lenguaje, que puede en muchas ocasiones verse limitado por factores como la generalización de conceptos o el acopio de conocimiento por nociones inducidas, haciendo referencia a los conceptos que se han quedado en el imaginario de los niños por ejercicios académicos frecuentes, o nociones espontáneas, estas hacen parte del material cognitivo de los estudiantes, pero fueron adquiridas al estar en contacto con elementos fácilmente detectables en su entorno.

En este orden de ideas, el proceso de afianzamiento de conceptos por parte de los niños, debe efectuarse con acompañamiento docente, y es importante seguir haciendo uso de elementos teóricos como los niveles de Tamayo o los obstáculos epistemológicos que le brinden al educador elementos teóricos y prácticos que consoliden los procesos de enseñanza y aprendizaje del educando, de este modo asegurar una mayor calidad en los contenidos y elementos teóricos y prácticos más profundos y efectivos.

Luego se podrán tratar sin complicaciones términos pertenecientes al concepto de simetría axial, que es el que compete en este trabajo. Además, para cumplir a cabalidad con el objetivo de describir cambios en el aprendizaje de simetría axial a partir de la resolución de problemas, se propone la implementación de una guía didáctica que facilite desde la adaptación del entorno académico, a uno más natural, la asimilación del contenido pertinente. A futuro, esta información podrá ponerse en marcha en cualquier tipo de ambiente.

Desde la vivencia docente considero que este proceso investigativo ha dejado grandes experiencias para mi quehacer pedagógico ya que muchas veces se cae en una zona de confort donde las clases se vuelven monótonas y estáticas en el aula y los resultados no son los esperados en áreas como la matemática, pero esta fundamentación teórica y práctica generada en el desarrollo del proceso permite redefinir el rol que se está tomando en el aula y dar más protagonismo al educando de su propio aprendizaje, movilizar su pensamiento y motivar intrínseca y extrínsecamente, reconocer el contexto, la cotidianidad como fuentes de aprendizaje y la importancia de un proceso secuencial y práctico para llegar a construcción de aprendizajes a profundidad, el entender que el conocimiento no surge de forma espontánea sino por el contrario es un proceso que se construye paso a paso y requiere de un rigor teórico y práctico que se adecue a las características y necesidades de los educandos.

Esta oportunidad se propone junto a la ejecución de estrategias lúdicas que permitan una mayor interacción entre los elementos del entorno social, familiar y cultural, con elementos académicos, aportando mejores herramientas a la enseñanza tradicional, convirtiéndola en un aprendizaje de mayor aceptación por los educandos y estudiantes y que complementa la formación del maestro, ya que este también tendrá la oportunidad de aprender a partir de las experiencias resueltas al interior del aula de clases.

Finalmente, se menciona que al estandarizar metodologías de enseñanza dinámicas, proponer planes de lectura para incrementar el vocabulario de los estudiantes y así generar en ellos un pensamiento crítico, con gran capacidad de interpretación y argumentación; además de promover en su que hacer cotidiano un hábito investigativo, mejorarán notablemente su desempeño no solo en el aprendizaje de la simetría axial, sino también en

las pruebas externas, que tienen por competencias la lectura crítica, razonamiento cuantitativo y aptitudes ciudadanas, así como el propósito de evaluar el grado de desempeño de los estudiantes a nivel cognitivo, brindando las herramientas adecuadas para su autoevaluación y adelanto de su proyecto de vida.

### 13 REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Acosta, M., & Camargo, L. (Julio a diciembre de 2012). La geometría, su enseñanza y su aprendizaje. Scielo: Obtenido de [http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0121-38142012000200001](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-38142012000200001)
- Aguirre, J. C., & Jaramillo, L. G. (2015). El papel de la descripción en la investigación cualitativa. *Cinta de moebio*, (53), 175-189. Recuperado de <https://scielo.conicyt.cl/pdf/cmoebio/n53/ar06.pdf>
- Alzate, Ó. E. T. (2014). Pensamiento crítico dominio específico en la didáctica de las ciencias. *Tecné Episteme y Didaxis TED*, recuperado de: <http://www.scielo.org.co/pdf/ted/n36/n36a03.pdf>
- Andrade, C. (2011). Obstáculos didácticos en el aprendizaje de la matemática y la formación de docentes. <http://funes.uniandes.edu.co/5056/1/EscobarObst%C3%A1culosALME2011.pdf>
- Anipedia.Net. Vida de las mariposas. [Figura 1]. Recuperado de <https://www.anipedia.net/mariposas/vida-mariposas/>
- Anipedia.Net.Mariposa. [Figura 2]. Recuperado de <https://www.anipedia.net/mariposas/>
- Arrieta Jaraba, A. (2016). Caracterización del proceso de regulación metacognitiva en la resolución de problemas sobre medidas de tendencia central. recuperado de: [http://167.249.43.80/jspui/bitstream/11182/271/1/Caract\\_proce\\_regula\\_metacog\\_resolu\\_proble\\_medid\\_tenden\\_central.pdf](http://167.249.43.80/jspui/bitstream/11182/271/1/Caract_proce_regula_metacog_resolu_proble_medid_tenden_central.pdf)
- Ape, D. (2015). Animals Backgrounds In High Quality, [Figura 5]. <http://6iee.com/596970.html>
- Aponte Bello, P. A., & Rivera Martínez, M. A. (2017) Dificultades, Obstáculos y Errores en el Aprendizaje del Numero Entero Presentadas en un Objeto Virtual de Aprendizaje. Recuperado de: <http://repository.udistrital.edu.co/bitstream/11349/12897/2/AponteBelloPaulaAndrea2018.pdf>

- Barrantes, H. (2006). *Resolución de problemas el trabajo Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, Obtenido de:  
<https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6971/6657>
- Bohórquez, H. J., Franchi Boscán, A., Hernández, A. I., Salcedo, S., & Morán, R. (01 de septiembre de 2008). *La concepción de la simetría en estudiantes como un obstáculo epistemológico para el aprendizaje de la geometría*. Investigación arbitrada, Obtenido de: <http://www.scielo.org.ve/pdf/edu/v13n45/art22.pdf>
- Bonilla Tumialán (2013), El franqueamiento de obstáculos epistemológicos de la noción límite en un entorno de geometría dinámica. , recuperado de  
[http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/20.500.12404/4949/BONILLA\\_TUMIALAN\\_MARIA\\_FRANQUEAMIENTO\\_DINAMICA.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/20.500.12404/4949/BONILLA_TUMIALAN_MARIA_FRANQUEAMIENTO_DINAMICA.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Cárdenas Devia, C. C., & González Gutiérrez, D. H. (2016). Estrategia para la resolución de problemas matemáticos desde los postulados de Pólya mediada por las tic, en estudiantes del grado octavo del instituto Francisco José de Caldas. recuperado de:  
<https://repository.unilibre.edu.co/bitstream/handle/10901/9559/TESIS.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Cobos, J. M., & Vallejo, J. R. (2015). *Simetría y Geometría en la obra de Francisco de Zurbarán*. Dialnet, Obtenido de: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/5343154.pdf>
- Cortes Méndez, M., & Galindo Patiño, N. (2006). El modelo de POLYA centrado en resolución de problemas en la interpretación y manejo de la integral definida. Recuperado de  
<http://repository.lasalle.edu.co/bitstream/handle/10185/1552/TM85.07%20C818m.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Cruz Rodríguez, J. D. (2016) Uso de Cabri para la enseñanza de la simetría axial. Recuperado de: <http://repository.udistrital.edu.co/handle/11349/23154>
- Díaz-Bravo, L., Torruco-García, U., Martínez-Hernández, M., & Varela-Ruiz, M. (2013). La entrevista, recurso flexible y dinámico. Investigación en educación médica. Recuperado de: <http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S2007->

50572013000300009&script=sci\_arttext

Echeverry Cárdenas, G. O. (2018). Influencia de las TIC en el aprendizaje del área de geometría en los estudiantes de la institución educativa “Francisco José de Caldas”, ciudad de Manizales–2015..recuperado de <http://repositorio.uwiener.edu.pe/xmlui/bitstream/handle/123456789/1631/MAESTRO%20%20Echeverry%20C3%A1rdenas,%20Giovanny%20Octavio.pdf?sequence=1>

Flórez Santacruz, J. E. (2016). Enseñanza de la simetría axial utilizando situaciones adidácticas y SGD Car Metal como medio. recuperado de:

<http://www.ojs.asocolme.org/index.php/RECME/article/view/180/0>

García, M. R. M., & Montero, I. G. (2003). El aprendizaje para el cambio. Papel de la educación. *Convergencia Revista de Ciencias Sociales*, (32). Recuperado de:

<http://biblioteca.clacso.edu.ar/ar/libros/cuba/cips/caudales05/Caudales/ARTICULOS/ArticulosPDF/05GR107.pdf>

Jiménez Parra, J. A., & Herrera Reyes, F. J. (2017). Reflexión docente sobre situaciones problema para desarrollar el pensamiento matemático. recuperado de:

[https://repositorio.uptc.edu.co/bitstream/001/2487/1/TGT\\_1181.pdf](https://repositorio.uptc.edu.co/bitstream/001/2487/1/TGT_1181.pdf)

Lara Escorcía, E. D., & Quintero Miranda, M. D. C. (2016). *Efecto de la enseñanza a través de la resolución de problemas, en el uso de los procesos cognitivos y metacognitivos de los estudiantes* (Master'sthesis, Universidad del Norte).recuperado de:

<http://manglar.uninorte.edu.co/bitstream/handle/10584/7615/eivis.pdf?s>

Maldonado Rodríguez, L. (2013). *Enseñanza de las simetrías con uso de geogebra según el modelo de Van Hiele*. Universidad de Chile: Obtenido de

<http://repositorio.uchile.cl/bitstream/handle/2250/133875/TESIS%20FINAL%20OCT-2013.pdf;sequence=1>

Martínez Rodríguez, J. (Julio – diciembre de 2011). *Métodos de investigación cualitativa*.

Revista de la Corporación Internacional para el Desarrollo Educativo, Obtenido de <http://www.cide.edu.co/doc/investigacion/3.%20metodos%20de%20investigacion.pdf>

- Ministerio de Educación Nacional. (7 de junio de 1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional, Obtenido de:  
[http://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-339975\\_matematicas.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf)
- Ministerio de educación. (2007). *Estándares Básicos de Competencias*. Ministerio de Educación Nacional, Obtenido de: [https://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- Mora Zamora, A. (2002). *Obstáculos epistemológicos que afectan el proceso de construcción del concepto del área de ciencias en niños de Edad Escolar*. UAEM Redalyc.org, Obtenido de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=66630507>
- Moya, M. Curiosidades sobre los Osos polares. [Figura 4].  
[https://www.muyinteresante.es/naturaleza/fotos/fotos-osos-polares-reyes-hielo/fotos-evolucion\\_2487](https://www.muyinteresante.es/naturaleza/fotos/fotos-osos-polares-reyes-hielo/fotos-evolucion_2487)
- Moreno, C., & García, M. (2009). La epistemología matemática y los enfoques del aprendizaje en la movilidad del pensamiento instruccional del profesor. *Investigación y Postgrado*, 24(1), 218-240. recuperado de  
<http://www.redalyc.org/pdf/658/65815763009.pdf>
- Palacio, D. (2017). ¿Cómo son realmente las alas de una mariquita? [Figura 3]. Recuperado de <https://www.nosabesnada.com/naturaleza/como-son-realmente-las-alas-de-una-mariquita/>
- Penalva, M. C., Posadas, J. A., & Roig, A. I. (diciembre de 2010). *Resolución y planteamiento de problemas: Contextos para el aprendizaje de la probabilidad*. Obtenido de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-58262010000300003](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262010000300003)
- Pérez, G. E., & Ospina, P. G. (2010). Estilos de aprendizaje y rendimiento académico en estudiantes de Psicología. *Diversitas*, 6(1), 97-109. Recuperado de:  
[http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1794-99982010000100008](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1794-99982010000100008)
- Puig, L. (2008). Presencia y ausencia de la resolución de problemas en la investigación y el currículo. Universidad de Valencia/Centro de investigación y de Estudios avanzados,

- México. Obtenido de:  
[http://funes.uniandes.edu.co/1190/1/Puig2008Presencia\\_SEIEM\\_93.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1190/1/Puig2008Presencia_SEIEM_93.pdf)
- Revista Semana ( 2019) Colombia, el país de la OCDE con los resultados más bajos en las pruebas pisa 2018 recuperado de: <https://www.semana.com/educacion/articulo/como-le-fue-a-colombia-en-las-ultimas-pruebas-pisa/642984>
- Santos Trigo, M. (2008). *La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica*. Centro de Investigación y d Estudios Avanzados, Cinvestav-IPN, Obtenido de:  
<https://www.uv.es/puigl/MSantosTSEIEM08.pdf>
- Santacruz, J. E. F. (2016). Enseñanza de la simetría axial utilizando situaciones a didácticas y SGD, Car Metal como medio. *RECME-Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 1(1b), 37-38 recuperado de:  
<http://www.ojs.asocolme.org/index.php/RECME/article/view/180/0>
- Santos Trigo, M. (2008). *La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica*. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Cinvestav-IPN, Obtenido de:  
<https://www.uv.es/puigl/MSantosTSEIEM08.pdf>
- Tamayo, O. E., Zona, R., & Loaiza, Y. E. (2015). EL PENAMIENTO CRITICO EDUCACIÓN. ALGUNAS CATEGORÍAS CENTRALES EN SU ESTUDIO. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (Colombia)*, 11(2). Recuperado de:  
<https://www.redalyc.org/html/1341/134146842006/>
- Upegui Torres, Y. M. (2018). *La influencia de la lectura de poesía en el quehacer de los maestros de lengua castellana en la media vocacional* (Bachelor's thesis, Escuela de Educación y Pedagogía). Recuperado de:  
<https://repository.upb.edu.co/bitstream/handle/20.500.11912/3667/La%20influencia%20e%20la%20lectura%20de%20poes%C3%ADa%20en%20el%20quehacer%20de%20os%20maestros.....pdf?sequence=1>
- Urraa, E., Muñoz, A., & Peña, J. (2013). El análisis del discurso como perspectiva metodológica para investigadores de salud. Obtenido de Universidad de la Serena, Chile: recuperado de: <http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665->

70632013000200004&script=sci\_arttext

Van Der, A. (2015). Aplicación de las estrategias de aprendizaje-enseñanza por los profesores de matemáticas del nivel primario y secundario del colegio Monte María, para lograr aprendizajes significativos. *Guatemala. Universidad Rafael Landívar*. recuperado de: <http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesiseortiz/2015/05/84/Van-Ana.pdf>

Wassermann, S. (1999). *el estudio de casos como método de enseñanza*. Obtenido de [http://www.habilidadesparaadolescentes.com/archivos/1994\\_El\\_estudio\\_de\\_casos\\_como\\_metodo.pdf](http://www.habilidadesparaadolescentes.com/archivos/1994_El_estudio_de_casos_como_metodo.pdf)

Zegarra Corilloclla, P. J., & Ramírez Salazar, J. I. (2017). Dificultades en el aprendizaje de la matemática en la institución educativa Tupac Amaru de Huancayo. recuperado de: <http://repositorio.uncp.edu.pe/bitstream/handle/UNCP/3449/Zegarra%20%20Corilloclla-Ramirez%20Salazar.pdf?sequence=1>

## 14 ANEXOS

### INSTRUMENTO DIAGNÓSTICO

**Situación problema:** En el patio de la I.E Juan Crisóstomo Osorio sede Campoalegre los estudiantes de grado cuarto diariamente observan diversos animales, pero se han visto atraídos por las mariposas más comunes de la vereda. Por los comentarios entre compañeros y por lo que han manifestado, llaman su atención por la forma de sus alas y la proporcionalidad de estas.

#### Anexo No. 1



Anipedia.Net. Vida de las mariposas. [Figura 1].



Anipedia.Net.Mariposa. [Figura 2].

Partiendo de esta situación la docente orientó su clase de geometría, para lo cual deben realizar las actividades que se indican:

Realizar el dibujo de las mariposas y compararlos con las imágenes de las que son más comunes en la vereda. Después trazar la línea que divide la imagen en partes iguales. Cada uno expone su trabajo ante los compañeros y el maestro justificando su respuesta.

Dibujar seres vivos (4) que tengan proporcionalidad en su forma y tamaño tomando como referencia el eje de simetría.

Observa los siguientes seres de la naturaleza para identificar en cuales se puede trazar la línea que divide la imagen en dos partes teniendo en cuenta la proporcionalidad en forma y tamaño y en cuales no justificando la respuesta.



Ape, D. (2015). Animals Backgrounds In High Quality, [Figura 5].



123rf.com. Hoja fresca de Tilia cordata árbol, [Figura 6].

### **ANALIZA**

Sarita, entusiasmada con lo visto en la clase de geometría, se fue de salida al campo para seguir observando animales creyendo que en todos había la igualdad de sus partes, para ello, empezó a dibujarlos todos en una hoja de papel, al caer la tarde se fue corriendo a casa para mostrar a su mamá lo que había hecho. Muy inquieta observaba una y otra vez sus dibujos porque no encontraba como trazar la línea que le permitía encontrar el equilibrio en forma y tamaño de todos los animales. Ayuda a Sarita a realizar su trabajo.

¿Entiendes de qué se trata el problema que debes resolver? Explícalo con tus palabras.

¿Sabes cuáles son los datos que te proporciona el problema? Enuméralos.

Diseña una estrategia para resolver el problema. Hazlo paso a paso.

Realiza la representación gráfica.



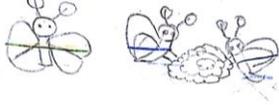
¿Según el dibujo, en qué animales la línea trazada permitió observar proporcionalidad en tamaño y forma? Justifica tu respuesta.

¿Qué características tienen los otros animales en los que no se pudo observar la proporcionalidad en ellos?

Trazar la línea para hallar simetría en las figuras facilita el trabajo, ¿Obtuviste con facilidad las simetrías o tuviste dificultad para hallarlas? ¿Por qué?

## Anexo No. 2

1.



Se parece porque los dibujos igual



### Respuestas del taller Estudiante 1



La libelula si es proporcional en forma y tamaño porque puede partir en dos partes.



La hoja si es proporcional en forma y tamaño porque se puede partir en dos partes.

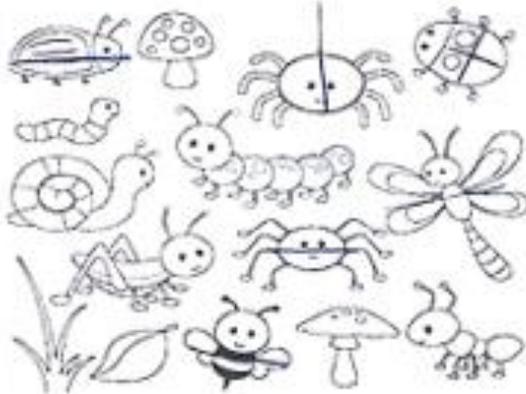
a. objeto de un problema que tiene solución

b. Santa Catalina mudo con lo visto en la clase de semántica se fue de adios

c. miraban, pensar y averiguar



La libelula si es Depredadora en  
terreno y acuatico porque puede picar en las  
partes



La culebra, la ranita, la abeja  
y la avispa en los campos y la tierra  
Porque son igual de tamaño

son igual de tamaño

Porque lo traen con la regla

Estudiante 2



La libelula si tiene sus lados iguales  
Por que se puede partir por la  
mitad de sus lados y sus lados son  
de igual tamaño.



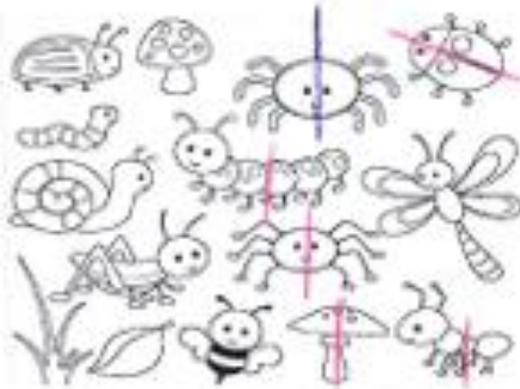
La luna al leer volar

si se trata de recibir la  
misma de las actividades

largo que recibir la misma de  
algunas actividades

si se trata de recibir la misma de  
algunas actividades

2



las mismas la misma de el 100 recibe el mismo  
o el mismo

si se trata de recibir la misma de  
las mismas

si se trata de recibir la misma de  
las mismas de los animales

Estudiante 3



la libélula tiene proporcionalidad en forma  
y tamaño ya que no tiene un ala mas  
grande que la otra



1. En una hoja, dibujamos el verso  
y el recto de la hoja que está  
dentro.

2.

2. Vamos a tomar una hoja en cada  
casa, y no queda una hoja  
dentro.

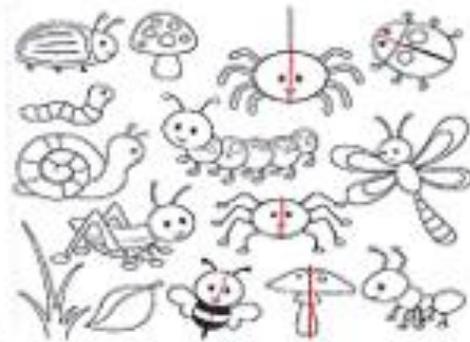
3.

3. En una hoja, vamos a usar la  
cama blanca.

4.

4. Observamos el animal y dibujamos  
el animal y tomamos una hoja en  
cada casa.

5.



6.

6. En la casa la mariposa el verso  
y el recto.

7.

7. Que en sea iguales a los que  
les tomamos la hoja.

8.

8. Porque utilizo la hoja.

## Estudiante 4



1. La libelula tiene proporcionalidad en forma y tamaño ya que no tiene un ala más grande que la otra.



2. La hoja tiene proporcionalidad en forma y tamaño ya que tiene dos partes iguales.

4.

3. Si se traza una línea en cada animal y así quedan las partes iguales.

5.

Si se traza una línea a cada dibujo.

6.

1. observar el animal 2. dibujar el animal 3. trazar una línea a cada animal.

