



**ARGUMENTACIÓN Y DESEMPEÑO EN LA COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO  
DE FUNCIÓN LINEAL EN ESTUDIANTES DE GRADO NOVENO**

**JORGE ANDRÉS MEJÍA URBANO**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES  
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES  
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS  
MANIZALES**

**2021**

**ARGUMENTACIÓN Y DESEMPEÑO EN LA COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO  
DE FUNCIÓN LINEAL EN ESTUDIANTES DE GRADO NOVENO**

**Autor**

**JORGE ANDRÉS MEJÍA URBANO**

**Trabajo de grado para la Maestría en Enseñanza de las Ciencias**

**Asesor**

**JUAN PABLO MARÍN GRISALES**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES  
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES  
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS  
MANIZALES**

**2021**

## RESUMEN

El presente artículo muestra los resultados de un estudio realizado en la Institución Educativa Municipal Ricaurte Nariño, el cual consistió en describir los niveles de argumentación y desempeño de estudiantes de grado noveno por medio de la aplicación de un cuestionario escrito, el cual se planteó como un diagnóstico de conocimientos previos del concepto de función lineal. Debido a la pandemia causada por el virus COVID-19 el estudio sólo pudo contar con estudiantes que tenían acceso a internet que fueron en total 13, dicho estudio se realizó en dos momentos: el primero de aplicación del diagnóstico y el segundo de análisis de la información recolectada, entre los principales resultados se estableció que un 79% de las evidencias presentan argumentaciones incompletas, así mismo se encontró que el 56% de las evidencias de desempeño fueron de nivel relacional y multiestructural, por último de acuerdo con los resultados de los niveles de argumentación y desempeño se estableció que hay una relación directamente proporcional entre argumentación y desempeño.

**Palabras clave:** Argumentación; Argumentos sustantivos; Desempeño; Función lineal, taxonomía SOLO; Tolmin

## **ABSTRACT**

This article shows the results of a study conducted at the Municipal Educational Institution Ricaurte Nariño, which was to describe the levels of argumentation and performance of ninth grade students through the application of a written questionnaire, which was raised as a diagnosis of prior knowledge of the concept of linear function. Due to the pandemic caused by the COVID-19 virus, the study could only count on students who had access to the Internet, which were 13 in total, and the study was conducted in two stages: Among the main results it was established that 79% of the evidences present incomplete argumentations, likewise it was found that 56% of the performance evidences were of relational and multistructural level, finally according to the results of the argumentation and performance levels it was established that there is a directly proportional relationship between argumentation and performance.

**Keywords:** Argumentation; Substantive Arguments; Performance; Linear function, SOLO taxonomy; Tolmin

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Diagrama del plan de análisis .....	32
Figura 2	Arriba estudiante E3, abajo derecha estudiante E2, abajo izquierda E1.....	34
Figura 3	Prueba diagnóstica pregunta 1 ítem a. ....	35
Figura 4	Arriba: Evidencia nivel 1. Abajo: Evidencia nivel 2. E3.....	36
Figura 5	Evidencia nivel 3. E13.....	38
Figura 6	Evidencia nivel 4. E2.....	39
Figura 7	Resultado nivel de argumentación. Porcentaje de evidencias en cada nivel. ....	40
Figura 8	Nivel de argumentación. Porcentaje de estudiantes por nivel. ....	41
Figura 9	Prueba diagnóstica pregunta 3 ítem b. ....	42
Figura 10	Evidencia Nivel Preestructural E5.....	43
Figura 11	Evidencia Nivel Uniestructural E3. ....	44
Figura 12	Evidencia Nivel Multiestructural E13 .....	44
Figura 13	Evidencia Nivel Relacional E6.....	45
Figura 14	Evidencia Nivel Abstracto-extendido E2. ....	46
Figura 15	Nivel de desempeño. Porcentaje en cada nivel.....	47
Figura 16	Nivel de desempeño. Porcentaje de estudiantes por nivel.....	48
Figura 17	Relación entre niveles de argumentación y niveles de desempeño. ....	51

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Categorías de análisis.....	30
Tabla 2 Estudiantes en cada nivel de argumentación.....	41
Tabla 3 Estudiantes en cada nivel de desempeño .....	49

## CONTENIDO

1	INTRODUCCIÓN .....	9
2	PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN .....	10
2.1	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	10
2.2	PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN .....	11
3	JUSTIFICACIÓN .....	12
4	OBJETIVOS .....	14
4.1	OBJETIVO GENERAL .....	14
4.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	14
5	MARCO REFERENCIAL.....	15
5.1	ANTECEDENTES .....	15
6	MARCO TEÓRICO.....	19
6.1	ARGUMENTACIÓN EN MATEMÁTICAS .....	19
6.1.1	Diferencia Entre Argumentación En Matemáticas Y Demostración .....	19
6.1.2	Modelo Argumentativo .....	20
6.1.3	Niveles Argumentativos .....	21
6.1.4	Definición De Función .....	22
6.1.5	Función Lineal Y Afín .....	22
6.1.6	El Registro Semiótico Como Sistema De Representación.....	23
6.1.7	Tipos De Registros De Representación De La Función Lineal .....	23
6.1.8	Taxonomía SOLO .....	25
7	METODOLOGÍA.....	27
7.1	TIPO Y MÉTODO DE ESTUDIO.....	27

7.2	POBLACIÓN Y UNIDAD DE TRABAJO .....	28
7.2.1	Población.....	28
7.2.2	Unidad De Trabajo .....	28
7.3	MOMENTOS DE LA INVESTIGACIÓN.....	28
7.3.1	Momento I. Diagnóstico.....	28
7.3.2	Momento II. Análisis.....	29
7.4	UNIDAD DE ANÁLISIS.....	29
7.5	INSTRUMENTOS .....	31
7.6	PLAN DE ANÁLISIS .....	32
8	ANÁLISIS DE LA APLICACIÓN DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA.....	33
8.1	ANÁLISIS NIVELES DE ARGUMENTACIÓN.....	33
8.2	ANÁLISIS NIVELES DE DESEMPEÑO.....	42
8.3	RELACIÓN ENTRE NIVELES DE ARGUMENTACIÓN Y NIVELES DE DESEMPEÑO.....	50
9	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	53
9.1	CONCLUSIONES.....	53
10	RECOMENDACIONES .....	55
11	REFERENCIAS .....	56
12	ANEXO 1. CUESTIONARIO DE DIAGNÓSTICO.....	61

## 1 INTRODUCCIÓN

En el ámbito escolar y en especial en el contexto matemático cada día cobra más valor la argumentación como potenciador del aprendizaje, esto, en el sentido que permite a los estudiantes un desarrollo intelectual completo y crítico y propende por el uso de las habilidades de razonamiento y su expresión tanto sea oral como escrita, por tanto, encontrar la línea base en la cual se encuentran los estudiantes con respecto al uso de estructuras argumentativas es imprescindible a la hora de hablar de práctica argumentativa en el aula de matemáticas.

De acuerdo con lo anterior, en el presente proyecto se describen los niveles de argumentación y desempeño que demuestran 13 estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Ricaurte del Municipio de Ricaurte Departamento de Nariño, así mismo se obtiene la relación entre dichos niveles. Para determinar el nivel de argumentación se utiliza la clasificación expuesta por Erduran (2004) y Erduran (2008) citada por (Tamayo, 2012. P. 218) que aplica el modelo de argumentación de Toulmin, y a su vez, se analiza el desempeño de los estudiantes por medio de la taxonomía SOLO propuesta por Biggs y Collis (1982).

Esta investigación es de tipo descriptiva con un enfoque cualitativo de investigación-acción que se realiza en dos momentos: el primero un diagnóstico, realizado por medio de un cuestionario escrito y el segundo momento de análisis que lleva a la obtención de la relación existente entre el desempeño y la argumentación.

## 2 PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

### 2.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los resultados del informe del cuatrienio de las pruebas Saber presentado por el Ministerio de Educación Nacional en el año 2018, indican que durante el año 2017 el 58% de los de los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Ricaurte del Municipio de Ricaurte Departamento de Nariño respondieron de manera incorrecta a preguntas en las cuales estaban relacionadas las competencias de comunicación, razonamiento y resolución de problemas; estos evidenciaron debilidades en cuanto a la argumentación en matemáticas, limitándose solo a resolver situaciones a través de la memorización. De acuerdo con Boavida y Menezes (s.f.) citado por Jiménez Espinosa & Bohórquez Pineda (2012) este tipo de problemas se puede atribuir entre otras cosas a: “la figura de la “transmisión”, que relega al estudiante al simple papel de receptor de información con la única función de memorizar ideas, técnicas y procedimientos, y sin la posibilidad de opinar, preguntar, y, mucho menos, reflexionar sobre lo que debe memorizar” (p.103). Es decir que muchos estudiantes como en el caso de grado noveno solo se limitan a la receptividad de la información dejando a un lado habilidades de razonamiento, capacidad reflexivas y argumentativas.

Es de anotar que siendo estas las debilidades identificadas en cuanto a la argumentación en matemáticas, se pudo observar que el objeto matemático en donde hay mayores dificultades en grado noveno es el concepto de función lineal ya que los estudiantes evidenciaron poca profundidad en el análisis de la información, confusión entre las variables y poca interpretación de las gráficas. Dando lugar a una necesidad inminente de identificar los procedimientos que realizan, los niveles de desempeño y argumentación de cada uno de los estudiantes para establecer un punto de partida que permita diseñar estrategias de intervención frente al concepto de función lineal en la institución. Es por ello que se plantea la siguiente pregunta de investigación:

## **2.2 PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN**

¿Cuáles son los niveles de argumentación y desempeño de los estudiantes de grado noveno de la IE Ricaurte al abordar el concepto de función lineal?

### 3 JUSTIFICACIÓN

La necesidad de implementar prácticas argumentativas en las clases de matemáticas y en especial en la comprensión del concepto de función lineal, reconoce la estrecha relación entre las competencias comunicativas y el aprendizaje, al respecto Aldana (2014) afirma que, “la argumentación es un estilo de enseñanza práctica que garantiza el pensamiento racional, consciente y duradero del estudiante” (p.2). En consecuencia, se resalta la importancia que debe tener los espacios que den cabida a la argumentación como parte de la clase, y se nota la necesidad de tener como punto de partida una descripción de la argumentación que utilizan los estudiantes y cómo se relaciona con el desempeño que demuestran al enfrentarse a contenidos del concepto de función lineal y afín.

De igual manera se acude a la afirmación de Sánchez, Gonzáles y García (2013), que mencionan que:

Argumentar en clase de ciencias, promueve logros como el conocimiento de ciencias naturales y el desarrollo de competencias ciudadanas. Promover la argumentación en el aula implica motivar en los estudiantes la reflexión sobre sus propios procesos de aprendizaje y sobre la forma en que se estructuran sus conocimientos. (p.17).

En línea con lo anterior, la pretensión del proyecto es identificar las estructuras de argumentación y desempeño presentes en los estudiantes de grado noveno como una línea base, llegando a describir cuales son los niveles de argumentación y desempeño para obtener un diagnóstico que permita evaluar cómo los estudiantes entienden y muestran apropiación acerca del concepto de función lineal y afín, con el objetivo de ajustar las prácticas pedagógicas, el plan de área y estrategias para diseñar una unidad didáctica en conjunto con los docentes del área de matemáticas de la Institución Educativa Ricaurte en aras de mejorar el proceso de aprendizaje del concepto de función lineal a través procesos de argumentación que aborden situaciones o fenómenos de variación y cambio; y abran espacios en el aula donde los estudiantes sean los protagonistas de la interacción y el flujo de ideas, comunicando y defendiendo sus razonamientos.

Por otro lado, el presente estudio busca que a través del diagnóstico se puedan identificar mecanismos para mejorar las capacidades comunicativas en cuanto a la oralidad, la escritura y los recursos discursivos, en relación con el contexto social en el cual se desenvuelven los estudiantes, para que esto sea posible, los resultados de esta investigación serían uno de los pilares más importantes al momento de empezar la intervención.

## **4 OBJETIVOS**

### **4.1 OBJETIVO GENERAL**

Describir los niveles de argumentación y desempeño de los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Ricaurte al abordar el concepto de función lineal.

### **4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- ✓ Identificar los niveles de argumentación y los niveles de desempeño en estudiantes de grado noveno al abordar el concepto de función lineal
  
- ✓ Analizar las relaciones entre los niveles de argumentación y el desempeño en los estudiantes de grado noveno.

## 5 MARCO REFERENCIAL

### 5.1 ANTECEDENTES

A continuación, se presentan algunos referentes nacionales e internacionales relacionados con el presente proyecto.

Calderón & León realizaron un estudio de tipo etnográfico en el año 2001 titulado: *El papel de la argumentación en las situaciones de validación del conocimiento matemático en el aula*. En dicho estudio los autores analizaron las dimensiones comunicativa - argumentativa – cognitiva – matemática a partir del análisis de las manifestaciones argumentativas que emplean estudiantes universitarios para la solución de problemas matemáticos. El desarrollo de esta investigación logró una caracterización de las estructuras de comunicación de los estudiantes que permitió caracterizar una tipología de roles discursivos y sus efectos en los procesos de elaboración de conocimiento matemático en el aula y, además, relacionar los niveles de desarrollo de la competencia argumentativa. Este estudio contribuye principalmente en el ámbito metodológico, al mostrar los efectos de una intervención en el aula donde en primera instancia se observó la respuesta de los estudiantes ante una clase diseñada argumentativamente para continuar con la intervención que produjo los resultados mencionados.

Por su parte Planas & Morero (2012), presentan algunos resultados del proyecto de investigación titulado *Estudio sobre el desarrollo de competencias discursivas en el aula de matemáticas* en donde se profundiza sobre la noción de argumentación en la práctica de aula, en este estudio se expone el propósito de identificar las prácticas argumentativas utilizadas por estudiantes de secundaria y las esperadas por los docentes. Los autores aplicaron dos instrumentos con los cuales se caracterizaron los argumentos de docentes y estudiantes siguiendo el modelo Toulmin. La investigación mencionada aporta al objeto de la presente investigación en cuanto proporciona un análisis de los instrumentos utilizados y brinda conclusiones interesantes sobre el papel que debe tener el docente al abordar esta temática.

Así mismo De Gamboa, Planas, y Edo, (2010), realizaron un estudio exploratorio titulado *Argumentación matemática: prácticas escritas e interpretaciones*, el cual analizó las prácticas escritas e interpretaciones en torno a la argumentación matemática en estudiantes de la facultad de educación. En dicho estudio se identificaron prácticas de argumentación en la resolución escrita de actividades matemáticas y se exploraron la diversidad de interpretaciones sobre la noción de argumentación matemática. Como principales resultados se identificaron las carencias importantes en contenidos conceptuales y procedimientos básicos a partir de la aplicación de un cuestionario sobre argumentación donde se encontró entre otras cosas: confusión práctica entre distintos tipos de razonamiento, concretamente entre argumentación y explicación, dificultades para plantear preguntas que requieran argumentación, y confusión teórica entre distintos tipos de razonamiento, concretamente entre explicación, argumentación y demostración. Los autores concluyen que el futuro maestro debe aprender a distinguir los principales tipos de razonamiento con los que se trabaja en matemáticas: explicaciones, argumentaciones, proposiciones, hipótesis y demostraciones, identificar razonamientos bien estructurados y aprender a plantear preguntas que faciliten la argumentación, estos resultados establecen aportes fundamentales en el diseño de la intervención que se desarrollará en el presente proyecto, al tomar en cuenta el análisis del instrumento aplicado y las recomendaciones de los autores.

Para abordar el concepto de función lineal se tomó como referencia el estudio realizado por Cardozo Roza y Espinel Espinel, (2018) donde se propuso analizar la construcción del concepto de función lineal que hacen los estudiantes de grado noveno a partir de la modelación de situaciones donde sean vinculados el razonamiento covariacional y las representaciones semióticas, los autores lograron desarrollar elementos del razonamiento covariacional vinculados con las diferentes conversiones entre registros de representación en la resolución de situaciones problemáticas de variación constante, además concluyen que el abordaje de la función lineal como modelación de situaciones problemáticas permite que los estudiantes desarrollen sus procesos de razonamiento covariacional y afinen el uso de diversas representaciones, también se menciona, que el asociar acciones mentales a las

posibilidades de utilización o no de conversiones, fue importante en tanto con ello se pudo encontrar que al presentar un orden entre estas conversiones se construye de manera más significativa el concepto de función lineal, sin embargo, existen dificultades entre los estudiantes, los cuales no logran desarrollar la acción mental de verbalizar la cantidad de cambio de valor entre los registros de entrada y salida. Las conclusiones de este estudio son pertinentes y aportan al objeto de la presente investigación en el sentido de guiar la metodología y la intervención de acuerdo con sus hallazgos.

Así mismo se identificaron dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje del concepto de función lineal, los autores López Cahun y Landy Sosa (2008), presentan sus conclusiones al respecto en el estudio titulado *Dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato*, este estudio utilizó una metodología de ingeniería didáctica aplicada a veinte estudiantes de cuarto semestre de bachillerato que se basó en el análisis de errores reportados en algunas investigaciones sobre las definiciones, nociones e ideas relacionadas con la función, entre sus conclusiones se tiene que:

- ✓ Los estudiantes formulan resultados numéricos sin comprender realmente su significado, es decir, priorizan la ejecución de algoritmos matemáticos que tienen poco sentido para ellos.
- ✓ En la clase de matemáticas se trabaja la definición de función como una relación entre conjuntos, sin darle importancia al enfoque dinámico de esta.
- ✓ Es necesario identificar y clasificar los factores que influyen en las dificultades conceptuales y procedimentales asociadas al aprendizaje de funciones puesto que esto permite diseñar e implementar diferentes actividades para superarlas.
- ✓ De los errores evidenciados se resalta que los estudiantes conciben una función como una ecuación y hay confusión entre variables dependientes e independientes.

Ahora bien, dicho estudio permite analizar la implementación de situaciones de contexto con las funciones, en donde la representación algebraica no sea la única que se desarrolle y se maneje un enfoque dinámico en el aula.

## 6 MARCO TEÓRICO

### 6.1 ARGUMENTACIÓN EN MATEMÁTICAS

Aldana (2014) donde expone que:

La argumentación es un proceso que hace referencia al porqué de lo que hace el estudiante mediante la exposición de razonamientos para justificar un procedimiento matemático, para ello parte de la identificación de una situación, para llegar a juicios de razonamiento y análisis desde el saber matemático. El proceso argumentativo lo realiza el estudiante desde dos habilidades propias del lenguaje: la oralidad y la escritura, en este sentido los argumentos que utiliza un aprendiz durante el proceso de aprendizaje de un concepto matemático se evidencian por la capacidad que tenga para mostrar un conjunto de proposiciones que establezcan una relación de coherencia entre lo que el sujeto piensa, dice y demuestra durante la resolución de una tarea en particular. Por ejemplo, el paso del lenguaje hablado al escrito, del lenguaje verbal al lenguaje algebraico, de una representación tabular a la interpretación de una gráfica. (p. 2)

Este planteamiento refuerza la idea de que el lenguaje, en otras palabras, las prácticas discursivas empleadas al defender los razonamientos construidos en un procedimiento matemático obedecen a un nivel de argumentación comúnmente relacionado con la comprensión del tema en cuestión.

#### 6.1.1 Diferencia Entre Argumentación En Matemáticas Y Demostración

Es preciso abordar la diferencia que existe entre demostración y argumentación en matemáticas, al respecto se resalta el aporte de Goizueta y Planas (2015) quienes consideran:

Que la ‘proposición’ y la ‘demostración’ no son capaces de dar cuenta del papel del lenguaje, el discurso y la interacción en la producción de conocimientos, en donde el papel del otro para la revisión, crítica, corrección y validación resulta esencial, pues es así que se despliega la dimensión dialógica de esta unidad. (p.45)

Esta posición respalda la definición de Aldana (2014) anteriormente mencionada, que puede ser complementada con lo expuesto por Sánchez y Lupiáñez, (1999):

Una argumentación no es una demostración, están separadas por vínculos de organización; para que un razonamiento sea considerado una demostración, este debe de ser válido (tener vínculos de validez) y tener como objetivo la verdad, mientras que la argumentación es un razonamiento que obedece a vínculos de pertinencia, tiene como objetivo lo creíble y el convencimiento de los demás o de sí mismo, siendo por tanto más cercano a las prácticas discursivas espontáneas (p.7)

Los planteamientos anteriores esclarecen el objeto de proponer la argumentación en matemáticas como herramienta para validar el conocimiento adquirido sobre el concepto de función lineal.

### **6.1.2 Modelo Argumentativo**

Para desarrollar el modelo argumentativo se precisa la descripción de Toulmin en relación con los *argumentos sustantivos* ofrecida por Pinochet (2015), el cual se compone de 6 elementos, donde los 3 primeros se consideran esenciales para la conformación de un argumento propiamente dicho. Siendo así, un argumento parte de una información inicial y llega a la conclusión mediante el paso por los elementos descritos a continuación:

- ✓ *Datos*: Son los datos iniciales, los antecedentes o los hechos de los cuales se dispone para dar fundamento a la conclusión.
- ✓ *Garantías*: Son las que justifican el paso de los datos a la conclusión, demostrando su validez y legitimidad
- ✓ *Sustento*: Son las circunstancias generales y el respaldo teórico bajo los cuales se apoya la garantía.

- ✓ *Calificador modal*: Estos calificadores hacen explícito el grado de certeza o incertidumbre frente al argumento. Son calificadores modales, por ejemplo, los términos “siempre”, “dependiendo de”, “a veces”, etc.
- ✓ *Condiciones de refutación*: Describen las situaciones bajo las cuales la conclusión no es válida, es decir que establece restricciones.

Estos elementos, su uso o la ausencia de estos dentro de las argumentaciones, permiten establecer una clasificación de acuerdo con el nivel argumentativo de cada estudiante.

### **6.1.3 Niveles Argumentativos**

En la presente investigación se clasificará la capacidad de argumentación de los estudiantes por medio de *Niveles Argumentativos* basados en la clasificación realizada por Erduran (citado por Tamayo, 2012) el cual aplica el modelo Toulmin, las características de cada uno de estos niveles se describen brevemente a continuación:

- ✓ *Nivel 1*: Los argumentos utilizados corresponden a una descripción simple de la vivencia.
- ✓ *Nivel 2*: En los argumentos utilizados se puede identificar de forma clara la existencia de datos y conclusiones.
- ✓ *Nivel 3*: En los argumentos utilizados, además de los datos y la conclusión, se puede evidenciar la existencia de una garantía.
- ✓ *Nivel 4*: En los argumentos utilizados se evidencia la existencia de datos, conclusiones y garantías mediante el uso de calificadores modales y sustento.
- ✓ *Nivel 5*: En los argumentos utilizados se incluyen los 6 elementos, datos, conclusiones, garantías, sustento y condiciones de refutación.

#### **6.1.4 Definición De Función**

El concepto de función ha variado a través de los años, por ello en la actualidad existen varias definiciones que se utilizan en el campo de la enseñanza de las matemáticas, Azcárate y Deulofeu (citado por Ugalde, 2013) realizan una compilación interesante, definen la función desde cuatro perspectivas: como correspondencia entre valores de variables, dependencia entre dos variables, correspondencia entre elementos de dos conjuntos y como conjunto de pares ordenados.

Teniendo en cuenta lo anterior se considera como una definición adecuada para la enseñanza en grado noveno la consignada por Lipschutz (1964) en su libro *Teoría de Conjuntos y Temas Afines*: “Si a cada elemento de un conjunto A se le hace corresponder de algún modo un elemento único de un conjunto B, se dice que esta correspondencia es una función”

Adicionalmente autores como Vasco (2006) definen la función desde una perspectiva dinámica que “intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad”. (p.104), esta definición amplía la visión de la función otorgándole estrecha relación con la realidad.

Estos serán los referentes que se utilizarán en la presente investigación, que toma como complemento la perspectiva dinámica de la función para destacar la importancia de la función como modeladora de situaciones matemáticas.

#### **6.1.5 Función Lineal Y Afín**

Tal como fue mencionado en apartados anteriores, el concepto de función tiene varias definiciones, como correspondencia, como expresión analítica y como relación entre elementos de dos conjuntos, sin embargo, para este trabajo, se asumirá la definición adoptada por Posada y Villa (2006) “se llama función lineal a la relación entre dos cantidades de magnitud cuya razón de cambio es constante” (p. 96).

Teniendo en cuenta la anterior definición y dependiendo del punto de corte con el eje Y, se clasifica la función lineal. Por una parte, cuando la función no pasa por el punto (0,0), se nombra función lineal y cuando pasa por un punto (0, b), se denomina función lineal afín.

#### **6.1.6 El Registro Semiótico Como Sistema De Representación**

Una parte fundamental del proceso de aprendizaje de los conceptos matemáticos son los sistemas de representación, en términos de Duval (1999), no puede haber comprensión matemática si no se distingue un objeto de su representación y que dicha representación es una operación cognitiva, esto responde a la necesidad de expresar relaciones y operaciones matemáticas en un registro distinto al lenguaje natural, entonces, se habla de la transferencia o conversión de los registros.

Para dar mayor claridad se acude al planteamiento de Gonzáles y Flórez (2018) quienes exponen que:

Específicamente una representación semiótica hace referencia a un sistema particular de signos como el caso de las representaciones propias del concepto de función, puede ser el lenguaje, la escritura y los gráficos cartesianos, que a pesar de ser representaciones diferentes son equivalentes en el sentido que representan el mismo objeto (p 56).

Como se mencionó anteriormente la conversión de representaciones semióticas es una de las actividades que genera mayor dificultad en los estudiantes, por ello es necesario que en el aula regular se favorezcan los procesos de enseñanza que involucran la conversión entre diferentes registros de representación de la función lineal.

#### **6.1.7 Tipos De Registros De Representación De La Función Lineal**

Se tendrá en cuenta el planteamiento de Duval (citado por Sánchez, Martínez, y Coronado, 2015) quien afirma que los registros de representación de la función lineal son:

#### **6.1.7.1 Representación verbal o en lenguaje Natural.**

El cual se refiere a cualquier tipo de expresión del lenguaje común que se utilice para representar situaciones en las que intervienen magnitudes variables. Ugalde (2013) afirma sobre este registro. “Mediante el lenguaje común se ofrece una descripción general, cualitativa, de la relación funcional que asigna los elementos del conjunto de salida, con los elementos del conjunto de llegada” (p.19).

#### **6.1.7.2 Representación en diagrama sagital, conjuntos o diagramas de Venn.**

En esta representación se utilizan dibujos o diagramas que pueden ser círculos, triángulos, rectángulos o cualquier curva cerrada. Ugalde (2013) la define como una representación “Muy rica visualmente, y guarda estrecha relación con los diagramas de Venn de la teoría de conjuntos. Es muy útil para trabajar con conjuntos finitos, y con fenómenos que no son necesariamente cuantificables” (p.20).

#### **6.1.7.3 Representación Tabular.**

Para esto, se trabaja un arreglo de filas y columnas, donde como regla primordial se encuentra la *correspondencia* entre los valores de una pareja ordenada, las unidades significantes son: las cantidades de magnitud de la situación que se asociarán a una de las columnas (o filas), estableciendo una representación discreta de cada una de dichas cantidades.

#### **6.1.7.4 Representación Gráfica.**

Los ejes ortogonales y los puntos definidos por las parejas ordenadas son considerados como elementos principales, se identifican dos reglas de tratamiento: las escalas y las unidades para graduar los ejes, siendo estas las reglas propias del sistema para efectuar un tratamiento y de vital importancia para conversión con otros registros. Según los lineamientos curriculares, “las gráficas cartesianas hacen posible el estudio dinámico de la variación. La relación explícita entre las variables que determinan una gráfica puede ser iniciada con situaciones de variación cualitativa y con la identificación de nombres para los ejes coordenados” (MEN, 1998, p.50).

#### 6.1.7.5 *Representación Algebraica.*

“En este tipo de representación se busca, mediante una fórmula matemática o ecuación entre los elementos de los conjuntos en cuestión, expresar en forma explícita o implícita, la relación funcional” (Ugalde, 2013, p.21).

#### 6.1.8 **Taxonomía SOLO**

La taxonomía SOLO Structure of the Observed Learning Outcome en español Estructura del Resultado Observado de Aprendizaje, es propuesta en por Biggs y Collis (1982), y es un instrumento que permite determinar el nivel de desarrollo cognitivo de los estudiantes de acuerdo con su interacción en clase. En la taxonomía SOLO se distinguen diferentes niveles de complejidad del conocimiento: preestructural, uniestructural, multiestructural, relacional y abstracto extendido, que caracterizan la calidad de los aprendizajes, que van desde lo más concreto a lo más abstracto.

De manera general se describen los 5 niveles de la taxonomía:

- ✓ En el nivel *Preestructural (P)* se observa en las respuestas que se utilizaron sólo aspectos irrelevantes a la tarea.
- ✓ En el nivel *Uniestructural (U)* las respuestas reflejan sólo un aspecto relevante y por tanto, no se llega a la respuesta correcta.
- ✓ En el nivel *Multiestructural (M)* se identifica en las respuestas varios aspectos relevantes a la tarea, pero no de manera integrada.
- ✓ En el nivel *relacional (R)* las respuestas indican que se identifican los aspectos relevantes a la tarea y se integran de manera conveniente.
- ✓ Finalmente, en el nivel *Abstracto Extendido (AE)* las respuestas reflejan que el estudiante es capaz de generalizar la estructura, para incorporar rasgos abstractos que representan el pensamiento en un modo superior.

Al respecto de la taxonomía SOLO Watson, Kelly, Callingham, & Shaughnessy (2006), comentan que “es un instrumento para clasificar las respuestas de los estudiantes a alguna tarea; enfatiza lo que es observado en dichas respuestas y no en lo que el observador cree que los estudiantes pudieran haber entendido”.

## 7 METODOLOGÍA

### 7.1 TIPO Y MÉTODO DE ESTUDIO

Esta investigación se realiza a través de una investigación con enfoque cualitativo teniendo en cuenta los aportes de Hernández, Fernández, & Baptista (2010), los cuales señalan que “la investigación cualitativa se enfoca en comprender los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con su contexto” (p.358).

Los mismos autores afirman que en la investigación cualitativa: “La acción indagatoria se mueve de manera dinámica en ambos sentidos: entre los hechos y su interpretación, y resulta un proceso más bien “circular” en el que la secuencia no siempre es la misma, pues varía con cada estudio” (p. 7).

Así mismo, se utiliza el método Investigación-Acción, que según Borroto y Aneiros (1992) se define como:

La investigación-acción es una forma de indagación introspectiva colectiva emprendida por participantes en situaciones sociales con objeto de mejorar la racionalidad y la justicia de sus prácticas sociales o educativas, así como su comprensión de esas prácticas y de las situaciones en que éstas tienen lugar” (p. 6).

Por otra parte, la presente investigación se enmarca como un estudio de tipo descriptivo donde se obtendrá una descripción del proceso argumentativo que utilizan los estudiantes de noveno de la Institución Educativa Ricaurte al abordar el concepto de función lineal, como afirma Tamayo y Tamayo (2003) la característica fundamental de este tipo de estudio es presentar una interpretación correcta de la realidad acudiendo a la descripción, registro, análisis e interpretación de la naturaleza, procesos o fenómenos.

## **7.2 POBLACIÓN Y UNIDAD DE TRABAJO**

### **7.2.1 Población**

La presente investigación se desarrolló en la Institución Educativa Ricaurte situada en el municipio de Ricaurte departamento de Nariño, cabe mencionar que esta institución atiende población indígena y población vulnerable del conflicto armado. Para efectos de esta investigación la institución cuenta con 90 estudiantes de grado noveno distribuidos en tres grupos.

### **7.2.2 Unidad De Trabajo**

La coyuntura de pandemia a causa del COVID-19 imposibilitó la asistencia de los estudiantes a las aulas de clase desde el mes de marzo de 2020 hasta el momento, debido a lo anterior el estudio se realizó con los estudiantes de grado noveno que tenían acceso a internet, que fueron en total 13 estudiantes.

## **7.3 MOMENTOS DE LA INVESTIGACIÓN**

Se realizó el estudio en 2 Momentos: Momento diagnóstico y de análisis

### **7.3.1 Momento I. Diagnóstico**

Se realizó una prueba diagnóstica donde se obtuvo el nivel de desempeño y el nivel de argumentación que presentaron los estudiantes al abordar la función lineal, en esta prueba se presentaron situaciones problema diseñadas para estudiar los niveles mencionados anteriormente. Es de anotar que solo se hace el diagnóstico inicial ya que la situación actual impidió un proceso de intervención a través de la unidad didáctica. Por lo tanto, solo se presentan los resultados de este primer análisis y se hace una descripción para dejar como punto de partida en miras a futuras intervenciones que partan de este diagnóstico.

### **7.3.2 Momento II. Análisis**

A partir de los resultados de la prueba diagnóstica (Cuestionario escrito) se recopila y se clasifica la información por categorías de tal manera que se analiza uno a uno los registros, respuestas de los estudiantes y se hace una descripción de los niveles de argumentación y los niveles de desempeño de los estudiantes de grado noveno. En este momento del proyecto se pretende mostrar el análisis de cada categoría definida en el proyecto y describir los resultados.

## **7.4 UNIDAD DE ANÁLISIS**

Para fines del análisis, en el estudio se tuvieron en cuenta dos categorías:

- ✓ *Argumentación.* Se analizó la subcategoría nivel de argumentación. La cual brinda una clasificación del uso de estructuras argumentativas que presentaron los estudiantes en la prueba diagnóstica.
  
- ✓ *Desempeño.* Se analizó la subcategoría de nivel de desempeño, esta subcategoría clasificó las evidencias presentadas por los estudiantes de acuerdo a la taxonomía SOLO descrita anteriormente.

A continuación, se presenta la siguiente tabla en donde se presentan las categorías y subcategorías como también los indicadores.

Tabla 1 Categorías de análisis

CATEGORIAS	SUBCATEGORIAS	INDICADORES
Argumentación	Niveles argumentativos	<p>Nivel 0: Sin respuesta.</p> <p>Nivel 1: Los argumentos utilizados corresponden a una descripción simple de la vivencia.</p> <p>Nivel 2: En los argumentos utilizados se puede identificar de forma clara la existencia de datos y conclusiones.</p> <p>Nivel 3: En los argumentos utilizados, además de los datos y la conclusión, se puede evidenciar la existencia de una garantía.</p> <p>Nivel 4: En los argumentos utilizados se evidencia la existencia de datos, conclusiones y garantías mediante el uso de calificadores modales y sustento.</p> <p>Nivel 5: En los argumentos utilizados se incluyen 6 elementos, datos, conclusiones, garantías, sustento, calificadores modales y condiciones de refutación.</p>
	Argumentos sustantivos	<p>Datos iniciales, antecedentes o los hechos de los cuales se dispone para dar fundamento a la conclusión.</p> <p>Garantía del paso de los datos a la conclusión, demostrando su validez y legitimidad.</p> <p>Sustento general y respaldo teórico bajo los cuales se apoya la garantía.</p>

---

		<p>Calificadores modales que hacen explícito el grado de certeza o incertidumbre frente al argumento.</p> <p>Situaciones bajo las cuales la conclusión no es válida, es decir que establece restricciones</p>
Desempeño	Niveles taxonomía SOLO	<p>Nivel Preestructural: Se observa en las respuestas que se utilizaron sólo aspectos irrelevantes a la tarea.</p> <p>Nivel Uniestructural: Las respuestas reflejan sólo un aspecto relevante y, por tanto, no se llega a la respuesta correcta</p> <p>Nivel Multiestructural: Se identifica en las respuestas varios aspectos relevantes a la tarea, pero no de manera integrada.</p> <p>Nivel relacional: Las respuestas indican que se identifican los aspectos relevantes a la tarea y se integran de manera conveniente.</p> <p>Nivel Abstracto extendido: Las respuestas reflejan que el estudiante es capaz de generalizar la estructura, para incorporar rasgos abstractos que representan el pensamiento en un modo superior</p>

---

Fuente: Elaboración propia

## 7.5 INSTRUMENTOS

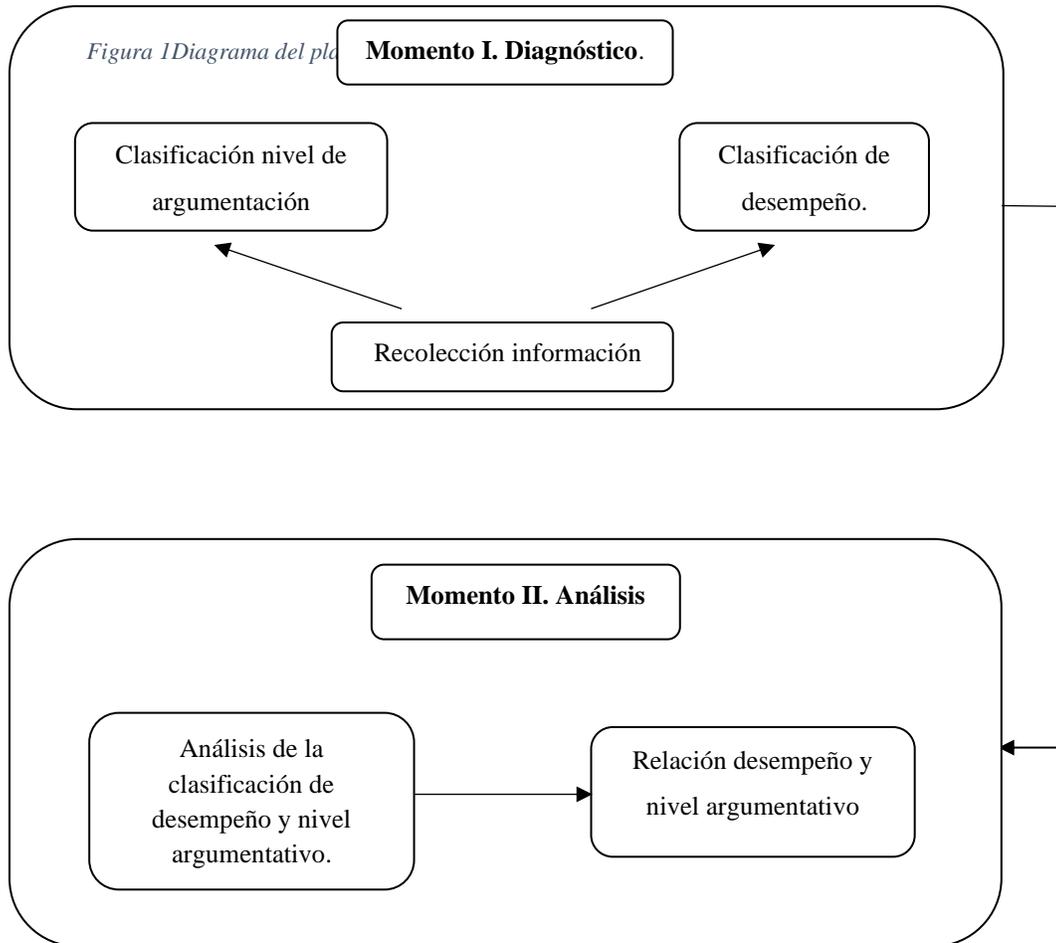
Siendo un proyecto en donde se pretende describir los niveles de argumentación y desempeño de los estudiantes de grado noveno se utiliza solo el cuestionario escrito no estructurado:

- ✓ *Cuestionario escrito (No Estructurado)*: Este instrumento fue el medio para desarrollar el diagnóstico previsto en el primer momento. Se desarrolló un cuestionario escrito que fue enviado por correo electrónico a los estudiantes de

muestra, y su diseño apuntó a determinar el nivel de desempeño y de argumentación de cada estudiante por medio de preguntas abiertas donde los estudiantes pudieron expresar sus argumentos e ideas sobre el concepto de función lineal específicamente situaciones problema de la vida cotidiana y análisis de registros semióticos (ver anexo 1).

## 7.6 PLAN DE ANÁLISIS

En la Figura 1 se describe el plan de análisis realizado en el presente proyecto de investigación.



Fuente: Elaboración propia.

## **8 ANÁLISIS DE LA APLICACIÓN DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA**

En este capítulo se presentan los resultados de la intervención del momento I, en esta se aplicó una prueba diagnóstica, mediante la cual se analizaron las categorías de argumentación y desempeño que a su vez arrojaron las subcategorías de niveles de desempeño y niveles de argumentación de los estudiantes sobre el concepto de función lineal, este diagnóstico constituye el punto central del presente estudio, en cuanto, se identifican las características argumentativas y de desempeño que manifiestan los estudiantes, así como la relación que existe entre ellas.

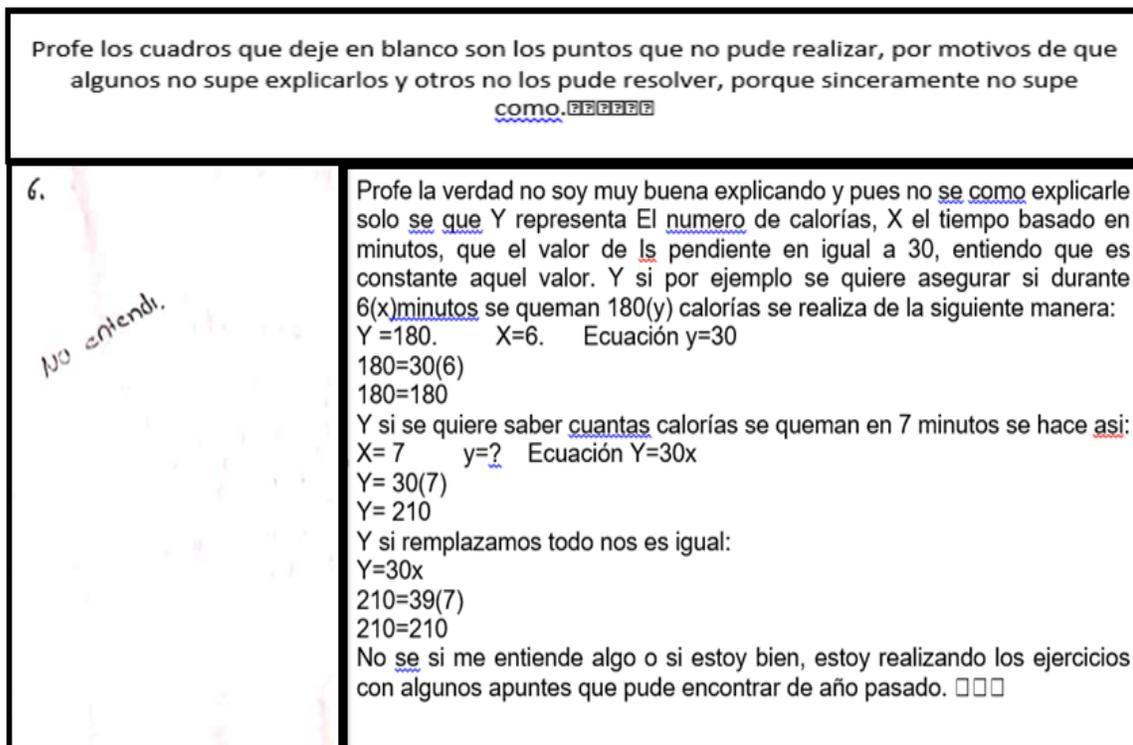
La prueba diagnóstica consistió en un cuestionario de 6 preguntas con respectivos ítems (Anexo 1), en total se respondieron 17 ítems por cada estudiante, éstos se analizaron de forma diferenciada para los niveles de argumentación y niveles de desempeño. De acuerdo con lo anterior al analizar los niveles de argumentación se obtuvieron 143 evidencias y en cuanto a los niveles de desempeño se obtuvieron 221 evidencias, teniendo un total de 364 evidencias que sustentan el posterior análisis.

A continuación, se presenta el análisis de los resultados para las subcategorías de los niveles de argumentación y desempeño.

### **8.1 ANÁLISIS NIVELES DE ARGUMENTACIÓN**

Al abordar el análisis de los resultados, en específico, de los argumentos sustantivos que componen un argumento como son: los datos, conclusiones, garantías, sustento, calificador modal y condiciones de refutación, se encontraron casos de estudiantes que tuvieron dificultades para comprender lo que requería el problema, específicamente, algunos estudiantes no presentaron evidencias dejando en blanco el espacio asignado para el ejercicio, otros, expresaron textualmente no entender el problema evidenciando ausencia conceptual además de dificultad para expresarse.

Figura 2 Arriba estudiante E3, abajo derecha estudiante E2, abajo izquierda E1.



Fuente: Elaboración propia

La Figura 2 muestra tres ejemplos de respuestas de estudiantes que presentaron impedimentos al responder alguna pregunta del diagnóstico, por su parte, el estudiante E1 mostró inexistencia de respuesta al problema y en su lugar dio una explicación textual muy simple de su dificultad, por otro lado, el estudiante E3 manifestó textualmente: “algunos no supe explicarlos y otros no los pude resolver” refiriéndose a los problemas planteados, en este caso se demuestra ausencia teórica y argumentativa al no saber cómo explicar los razonamientos realizados, así mismo, se muestra que el estudiante E2 al igual que el caso anterior demostró una ausencia de bases teóricas que además viene desde aprendizajes anteriores, esto se deduce a partir de sus explicaciones donde se menciona textualmente “estoy realizando los ejercicios con algunos apuntes que pude encontrar del año pasado”, es decir, que presenta una dificultad de aprendizaje del concepto de función lineal y afín desde años escolares anteriores.

Las evidencias como las anteriores, que resultan no válidas como argumento, constituyen un 11% del total obtenido en el diagnóstico. En estos casos no se encuentra ningún argumento sustantivo y no se pudo clasificar en niveles de argumentación, debido a esto, se creó un Nivel 0 que agrupa las evidencias de este tipo.

Cabe mencionar el planteamiento de Haidar (2000) sobre la argumentación: “la argumentación es un procedimiento por el cual una persona, o grupo de personas, intenta persuadir a un auditorio para que adopte determinada posición, recurriendo a argumentos que buscan demostrar la validez de lo propuesto” (p. 75). Como se puede observar, este proceso necesita que las “personas”, en este caso los estudiantes busquen “argumentos” para justificar sus respuestas. El nivel 0 mencionado apunta a mostrar niveles de no existencia, de no exponer “ideas” aunque estas sean muy sencillas.

Para ilustrar los siguientes niveles de argumentación, se presentan algunas respuestas características, analizando evidencias de la misma pregunta (P1a), mostrada en la figura 3.

Figura 3 Prueba diagnóstica pregunta 1 ítem a.

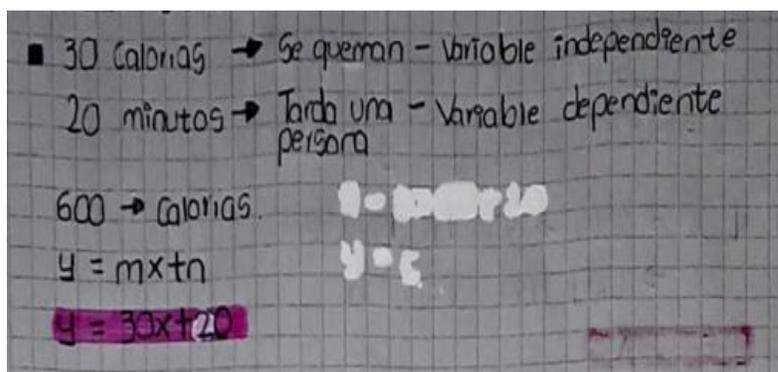
- |   |
|---|
| <p>1. En un gimnasio, hay una caminadora la cual permite observar el número de calorías quemadas por una persona teniendo en cuenta el tiempo de uso que se le dé a ésta. Por cada minuto transcurrido en la caminadora se queman 30 calorías, de acuerdo con lo anterior, una persona tarda 20 minutos en quemar las calorías que tiene una hamburguesa (600 calorías).</p> <p>a. Explica con tus propias palabras o a través del procedimiento que consideres pertinente ¿Cómo se obtiene el anterior resultado (600 calorías)?</p> |
|---|

Fuente: Elaboración propia

Este problema evalúa de manera explícita cómo los estudiantes por medio de la argumentación pueden expresar un procedimiento matemático referente al concepto de función lineal, de acuerdo con esto, problema planteado pide describir la forma de llegar al resultado con base en la información suministrada en el problema.

La figura 4 muestra la respuesta de los estudiantes E1 y E3, por su parte, E1 demostró que tomó varios datos de la pregunta expuesta en el ejercicio, pero identificó incorrectamente las variables de la función lineal y su relación, se resalta que los datos que empleó son confusos y no arrojaron una conclusión válida, en contraste, E3 presentó poca información condensada en una sola frase, pero con una conclusión que resulta válida. El primer caso analizado (E1) corresponde a una evidencia característica de Nivel 1 donde sólo se evidencian claramente los datos, el segundo caso (E3) demuestra una evidencia de Nivel 2 ya que presenta datos y conclusión válida.

Figura 4 Arriba: Evidencia nivel 1. Abajo: Evidencia nivel 2. E3.



Se multiplica los 20 minutos por las 30 calorías que nos da igual a 600 calorías

Fuente: Elaboración propia

Las evidencias de nivel 1 revelan que los estudiantes expresan de manera simple sus argumentos, utilizando de manera errónea y confusa los datos o elementos del problema, por lo cual, los resultados en dicho nivel presentan soluciones incorrectas a las situaciones planteadas. En tanto en el nivel 2 los estudiantes pueden identificar de manera adecuada los datos, sin embargo, los estudiantes no apoyan sus argumentos en otros elementos como lo son las garantías y el sustento teórico, y no utilizan recursos que afianzan el argumento propuesto como pueden ser las definiciones o conocimientos matemáticos, propiedades y comparaciones acerca del concepto de función lineal. Es decir que para argumentar se requiere un lenguaje pero que según (Ramírez, 2008) el solo conocimiento de las palabras y

la gramática de una lengua no garantiza el éxito de la comunicación para ello se necesitan sustentos y garantías que den cumplimiento a una validez del argumento.

Teniendo en cuenta lo anterior, se puede afirmar que hasta este punto los estudiantes no tienen una práctica argumentativa que les permita sustentar sus procedimientos, ya que, si bien en algunos casos, los estudiantes identifican datos y conclusiones sus justificaciones carecen de otros elementos de la argumentación. Según plantea la teoría de los niveles de argumentación de Toulmin, el argumento no puede considerarse argumento propiamente dicho cuando carece de los otros elementos de la argumentación y en el cual se establece que como mínimo debe tener el elemento garantía para ser válido (Toulmin, citado por Pinochet, 2015). A continuación, se presenta el planteamiento de Toulmin para reafirmar lo expresado anteriormente.

Un argumento sustantivo va desde los datos (D) a la conclusión (C), donde D corresponde a la información, antecedentes o hechos de los cuales disponemos para dar fundamento a TAP también incorpora la garantía (G), el sustento (S), el calificador modal (Q) y las condiciones de refutación (R). Además, Toulmin supone que un argumento propiamente dicho consiste en al menos tres componentes esenciales: D, C y G. (Toulmin, como se citó en Pinochet, 2015).

Los niveles 1 y 2 presentan la mayor cantidad de evidencias en todas las unidades de registro, con 34% en el nivel 1 y 34% en el nivel 2, sí a estos porcentajes se le suma el 11% de las evidencias que se encontraron en blanco (Nivel 0), resulta un total de 79% de evidencias, que, de acuerdo a lo planteado anteriormente, no poseen argumentaciones propiamente dichas, es decir, contemplan argumentaciones incompletas.

Siguiendo con el análisis de las evidencias encontradas se muestra la figura 5, que contiene el caso del estudiante E13, el cual, evidencia una argumentación de mayor nivel al incorporar elementos adicionales a los vistos anteriormente, concretamente, E13 identificó los datos del problema y además utilizó la función en dos situaciones: en la primera, utilizó la información del problema para sacar una conclusión válida presente en el enunciado y en

la segunda situación vuelve a realizar el mismo procedimiento pero con los datos que el ejercicio pide corroborar, lo cual, funciona como garantía para el apoyo en la conclusión presentada, sin embargo, el estudiante no utilizó argumentos sustantivos como sustento teórico ni calificadores modales propios de niveles de argumentación superiores, es por ello que la anterior evidencia se categoriza en el nivel 3.

Figura 5 Evidencia nivel 3. E13.

Se queman 30 calorías en un minuto, entonces:	
Si una persona hace 20 minutos de ejercicio en la caminadora y se queman 30 calorías por minuto, entonces $20 \cdot 30 = 600$ calorías. $X = \text{minuto}$	
$F(1) = 30 \text{ calorías} \cdot 1 \text{ minuto}$	$F(20) = 30 \text{ calorías} \cdot 20 \text{ minutos}$
$= 30 \text{ calorías quemadas en 1 minuto}$	$= 600 \text{ calorías quemadas en 20 minutos}$

Fuente: Elaboración propia

El nivel 3 corresponde al 20% de las evidencias, que se caracterizan porque los estudiantes además de utilizar los datos de manera adecuada y presentar conclusiones acertadas de acuerdo al ejercicio, logran relacionar la información y expresar elementos en el desarrollo del mismo que sirven como garantía de la conclusión, no obstante, se encuentra una ausencia marcada de bases teóricas del concepto de función lineal que impide identificar sus variables, pendiente, intercepto, ecuación general, y demás elementos de este concepto.

Finalmente, la figura 6 muestra la única evidencia encontrada de un nivel superior a los expuestos anteriormente, siendo esta de nivel 4. En este caso, y a diferencia de las evidencias de nivel 3, E2 utilizó de forma clara el sustento teórico del concepto de función lineal para identificar variables, pendiente, intercepto y ecuación general, con estos elementos organizó ecuaciones como garantía de la respuesta, así mismo, desarrolló su argumento por medio de calificadores modales como: “Primero”, “en este caso”, “entonces”, “Y así”, etc., para finalmente, realizar una conclusión válida de todo lo planteado.

Figura 6 Evidencia nivel 4. E2.

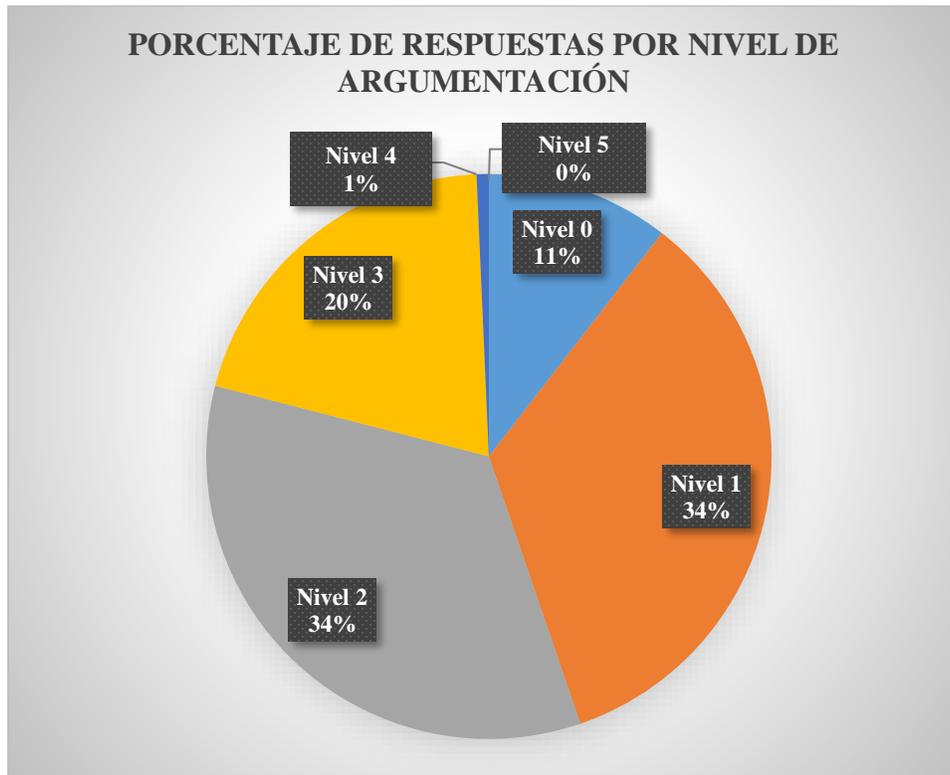
Primero voy a encontrar El valor de  $b$  en la ecuación  $y=mx+b$ , en este caso el valor de  $b=0$  se sabe porque es el punto de corte con el eje  $Y$ , y en este caso corta con el eje  $Y$  en  $0$ . Ahora se reemplaza en  $y=mx+b$  así:  
 $Y=mx+b \rightarrow y=mx+0 \rightarrow y=mx$   
Ahora busco El valor de  $m$  (pendiente) y para ellos escogemos un punto de la función, y el para ordenado series  $(1x,30y)$ , este se nos da en el enunciado y claro yo tome a  $X$  como el tiempo (minutos) y a  $Y$  como El número de calorías quemadas. Entonces quedaría que por cada minuto son 30 calorías quemadas. Reemplazo en  $y=mx$   
 $Y= m \cdot x$   
 $30=m \cdot 1$  El valor de la pendiente sería igual a 30, luego volvemos a reemplazar así:  
 $30= m$   $y=mx \rightarrow y=30x \rightarrow$  Esta sería la ecuación (creo)  
Como me pide identificar como se saca El resultado de quemar 600 calorías en 20 minutos realice lo siguiente:  
Intente encontrar El número de calorías quemadas en 20 minutos, sabiendo que se queman 30 por minuto.  
 $X=20$ .  $Y=?$  Ecuación  $y=30x$   
Reemplazo:  
 $Y= 30(20)$   
 $Y= 600$   
Y así obtuve que durante 20 minutos se queman 600 calorías, solo reemplace valores y desarrolle la operación. (creo que es así)

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con los resultados del diagnóstico, sólo el 1% de los estudiantes alcanzó el nivel 4 y ninguno el nivel 5, es decir, que ningún estudiante utilizó en sus respuestas los 6 argumentos sustantivos propios del modelo del modelo Toulmin, es importante, hacer hincapié en que los elementos menos utilizados son los sustentos teóricos, calificadores modales y menos las condiciones de refutación, que no se hicieron presentes en ningún argumento. Al respecto, Walton (2009) establece que una refutación tiene como objetivo mostrar que el argumento que se dirige en contra es cuestionable, de acuerdo con esto, se resalta que en ningún caso se presentó cuestionamientos al resultado expuesto en el ejercicio planteado, cabe agregar que, según Lo Cascio (1998), en el modelo toulminiano, no todos los elementos se encuentran necesariamente presentes.

La Figura 7 condensa los resultados expuestos anteriormente, mostrando el porcentaje de las evidencias encontradas para cada nivel de argumentación.

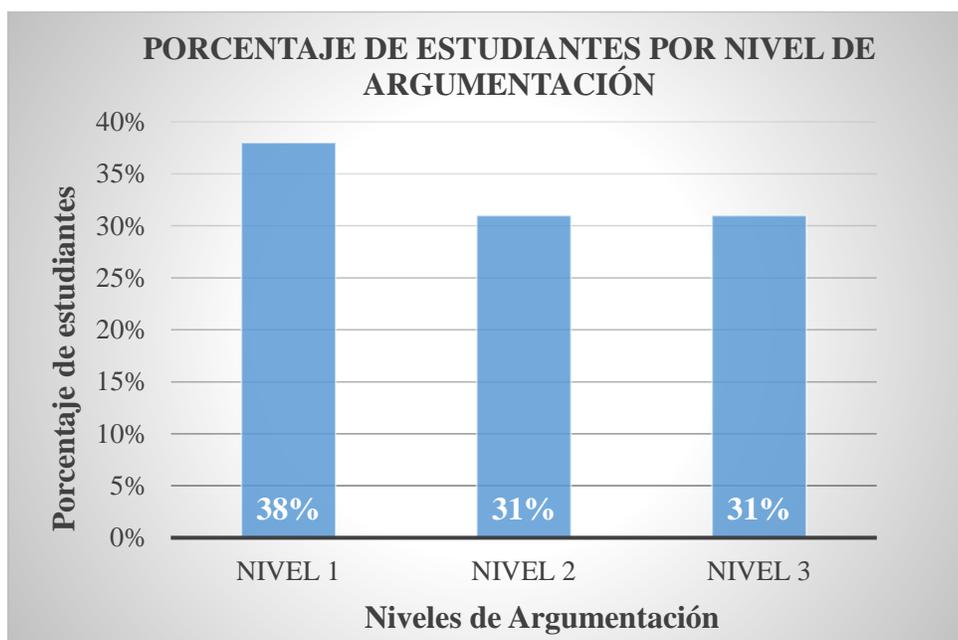
Figura 7 Resultado nivel de argumentación. Porcentaje de evidencias en cada nivel.



Fuente: Elaboración propia

Así mismo se presenta la Figura 8, donde se evidencia el porcentaje de estudiantes por cada nivel de argumentación, esta clasificación fue posible considerando el nivel de argumentación de la mayoría de las evidencias expuestas por cada estudiante sin contar las evidencias de nivel 0 dado que ellas son respuestas vacías, de esta manera, se muestra que la mayoría de los estudiantes, es decir, un 69% se ubican en los niveles 1 y 2, y que en ninguno de los casos se observa que un estudiante se ubique en un nivel 4 o 5

Figura 8 Nivel de argumentación. Porcentaje de estudiantes por nivel.



Fuente: Elaboración propia

Es de anotar que los estudiantes que están en cada nivel se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 2 Estudiantes en cada nivel de argumentación

Nivel de Argumentación	Estudiante
Nivel 1	E1, E3, E5, E9, E11
Nivel 2	E7, E8, E12, E13.
Nivel 3	E4, E6, E10, E2
Nivel 4	-
Nivel 5	-

Fuente: Elaboración propia

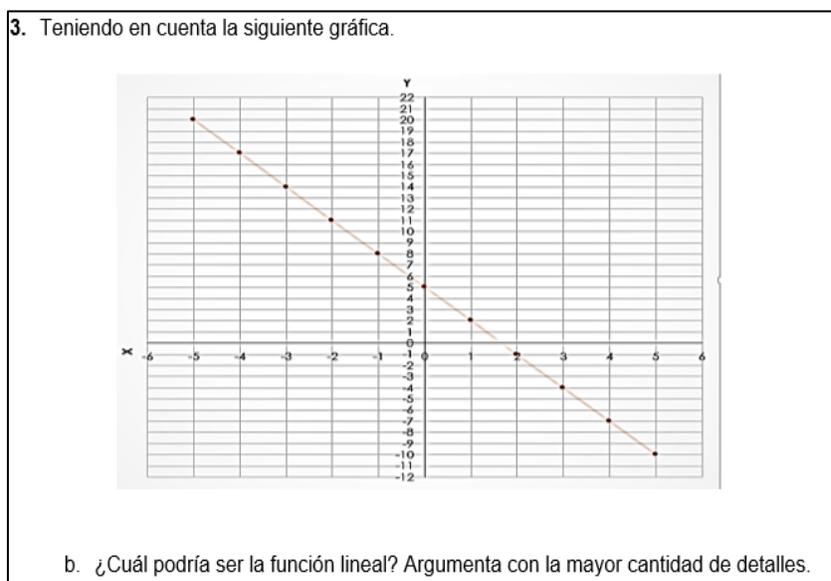
Ante este panorama, es importante una intervención didáctica que permita mejores niveles y propicie avances significativos en esta competencia para el aprendizaje. De

acuerdo a Perry (2009) la comunicación y la argumentación se concibe como una actividad fundamental para el proceso mismo de aprendizaje, y no sólo para la expresión de lo aprendido.

## 8.2 ANÁLISIS NIVELES DE DESEMPEÑO

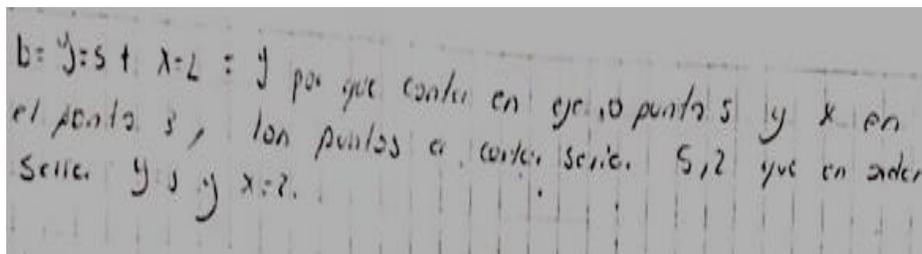
Para continuar el estudio del desempeño demostrado por los estudiantes, se presenta un análisis de las respuestas características en cada nivel, esto, para una misma pregunta del cuestionario de diagnóstico que para este caso es la que se muestra en la figura 9 y que corresponde a la pregunta 3 ítem b.

Figura 9 Prueba diagnóstica pregunta 3 ítem b.



Fuente: Elaboración propia

Figura 10 Evidencia Nivel Preestructural E5



Fuente: Elaboración propia

En la figura 10 se presenta la evidencia del estudiante E5, el cual, enunció algunos datos correctos que extrajo de la representación gráfica de la función, como el punto de cruce con el eje Y, sin embargo, evidencia ausencia de bases teóricas al no utilizar más elementos del registro gráfico para obtener la estructura de la ecuación de la función lineal afín, por ello su respuesta es errónea y el proceso de justificación no es el adecuado. De acuerdo con lo mencionado, esta evidencia se clasifica en nivel preestructural de desempeño y hace parte del 11% del total de evidencias, en este nivel, los estudiantes sólo logran identificar elementos que arroja lo que plantea el problema, pero que no son relevantes para la solución del mismo, los estudiantes mencionan datos de la situación pero no logran establecer una relación y estructurarla hacia el concepto de función lineal y afín, además, no presentan elementos de justificación válidos, evidenciando dificultad y ausencia marcada de bases teóricas sobre el concepto de función lineal y sus representaciones semióticas. Es de anotar que en este nivel a los estudiantes se les dificulta transformar una representación gráfica en una algebraica lo que significa que los estudiantes tienen inconvenientes para identificar los parámetros de la función lineal en su forma gráfica.

De acuerdo a Hoch y Dreyfus (2004) algunas dificultades de los estudiantes con el álgebra simbólica y el manejo de signos se debe en parte a la comprensión de las expresiones. Siendo esta una dificultad recurrente en los estudiantes.

Figura 11 Evidencia Nivel Uniestructural E3.

$$Y = 2x + 5$$

Fuente: Elaboración propia

Siguiendo con el análisis, se presenta la figura 11 donde se evidencia que el estudiante E3 enunció aspectos relevantes a una función lineal afín como su estructura y el intercepto, pero no identificó correctamente la pendiente, por ello, el resultado es invalido. Esta evidencia es propia de nivel Uniestructural que tiene un porcentaje de evidencias del 13%, en este nivel los estudiantes logran destacar un sólo aspecto relevante a la solución problema, sin embargo, ignoran otros elementos que les permitan reconocer de manera eficiente lo que el ejercicio propone, por lo cual, la solución del problema se genera de manera incorrecta. En este nivel al igual que en el caso anterior del nivel preestructural, se presenta un vacío teórico sobre el concepto de función lineal, a pesar de ello, los estudiantes logran reconocer o destacar un aspecto importante para el desarrollo de la solución del problema, pero que no es suficiente para llegar a una respuesta correcta, es decir, hasta este punto no tienen un concepto amplio de función lineal y afín que les permita identificar los aspectos relevantes y resolver el ejercicio de manera adecuada.

Figura 12 Evidencia Nivel Multiestructural E13

La función lineal podría ser:

$$Y = -3x + 5$$

Porque al realizar la tabla de tabulación los resultados nos dan igual a los de la gráfica anterior

F (x)	20	17	14	11	8	6	3	-1	-4	-7	-10
X	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5

Fuente: Elaboración propia

Por otra parte, en la figura 12 se muestra la respuesta del estudiante E13, característica de nivel multiestructural que corresponde a un 21% del total de evidencias, E13 presentó la

representación tabular y algebraica de manera correcta pero no realizó un procedimiento para unir los dos elementos de manera acertada, además, no manifestó la conexión con la representación gráfica de la función lineal afín enunciada en el enunciado. En este nivel se puede identificar que los estudiantes presentan varios aspectos relevantes a lo requerido en el problema, pero con poca conexión, es decir, los estudiantes toman elementos del problema que aportan información acertada para la resolución del problema, sin embargo, estos elementos se presentan de manera distante unos de otros demostrando carencia a la hora de reconocer formas de conectar la información que se presenta. Por tal razón en el proceso de reconocer, o manejar una estructura hay muchas demandas cognitivas que el estudiante tiene que complementar para poder operar con símbolos algebraicos: comprender los significados de los símbolos, elegir el que mejor se ajusta, reconocer los símbolos que se representan, tanto para el resultado como para el proceso (Sfard y Linchevski, 1994).

Figura 13 Evidencia Nivel Relacional E6.

¿Cuál podría ser la función lineal?  
 Argumenta con la mayor cantidad de detalles  
 $n = 5$   
 $m = \frac{du}{dn} = \frac{-3}{1} = -3$        $F = -3x + 5$   
 Se sale de la gráfica en el eje y la n  
 que es un punto donde está en este eje que  
 es 5. Luego salamos desplazamiento vertical y  
 desplazamiento horizontal para sacar la pendiente.

Fuente: Elaboración propia

Para ilustrar al segundo nivel superior de desempeño, es decir, el nivel relacional que corresponde a un 35% del total de evidencias, se presenta el ejemplo mostrado en la figura 13 que corresponde a la respuesta del estudiante E6, el cual utilizó correctamente la información de la representación gráfica del enunciado y la relacionó con la representación algebraica en cuanto a estructura, pendiente, e intercepto de la función lineal afín. Las evidencias presentadas en este nivel demuestran que los estudiantes poseían un nivel de

conocimientos previos que les permitió comprender de manera amplia la información aportada por el enunciado, pudiendo relacionar los conceptos propios de la función lineal y afín como su estructura, definición y representaciones semióticas, generando así argumentos adecuados y una solución correcta. A pesar de que el nivel relacional es un nivel que se puede considerar superior por que obtiene una respuesta correcta con todos los datos relevantes a la tarea, no es el nivel más alto, para llegar al nivel superior propuesto en por Biggs y Collis (1982) hace falta incorporar rasgos abstractos que representen el pensamiento en un modo superior.

Figura 14 Evidencia Nivel Abstracto-extendido E2.

Se sabe que la formula de una funcionara lineal es  $y = mx + b$  entonces:

Primero encontramos El valor de  $b$ , este se lo encuentra ya que es el punto de corte con el eje  $y$ , y en este caso corta con el eje  $y$  en  $5$ ,  $b = 5$

La funcionara quedaría asi:

$Y = mx + b \rightarrow y = mx + 5$

Ahora encontramos El valor de  $m$  (pendiente) y para ellos voy a elegir cualquier punto de la gráfica y en este caso tomare el partido ordenado  $(1, 2)$  en el cual  $1 = x$  y  $2 = y$  ahora remplazamos en  $y = mx + 5$  y resolvemos:

$Y = mx + 5$

$2 = m \cdot 1 + 5$

$2 - 5 = m$

$-3 = m$

Ahora remplazamos  $m$  en la funcion:

$Y = mx + 5$

$Y = -3x + 5$

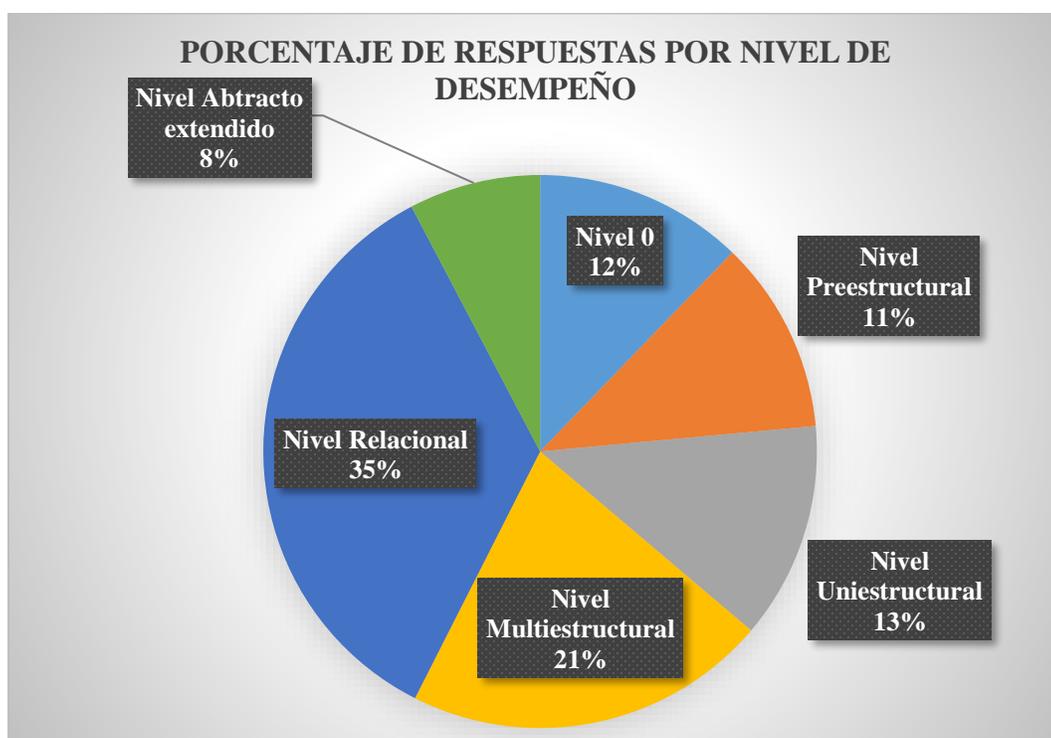
Fuente: Elaboración propia

Finalmente se presenta la figura 14 con la respuesta del estudiante E2, que es propia del nivel abstracto extendido considerado el nivel superior, ya que, se recurre a conceptos abstractos e ideas teóricas. Esta respuesta hace parte del 8% de las evidencias y refleja que E2 utilizó un procedimiento matemático con apoyo de un sustento teórico del concepto de función lineal y especificó el procedimiento con un resultado coherente con el proceso realizado, demostrando una fuerte interacción con el enunciado de la pregunta y

relacionándolo con sus conocimientos previos sobre el concepto de función lineal, lo cual denota un manejo excelente de los registros semióticos propios de este concepto.

En ese contexto Duval (2006, p. 145) afirma “La actividad matemática requiere que, aunque los individuos emplean diversos sistemas de representación semiótica (registros de representación), sólo elijan una según el propósito de la actividad. En otras palabras, la actividad matemática requiere una coordinación interna, que ha de ser construida entre los diversos sistemas de representación que pueden ser elegidos y usados. Sin esta coordinación, dos representaciones diferentes significarían dos objetos diferentes, sin ninguna relación entre ambos, incluso si se tratara de dos contextos de representación diferentes del mismo objeto”. (Duval, 2006, p. 145)

Figura 15 Nivel de desempeño. Porcentaje en cada nivel.



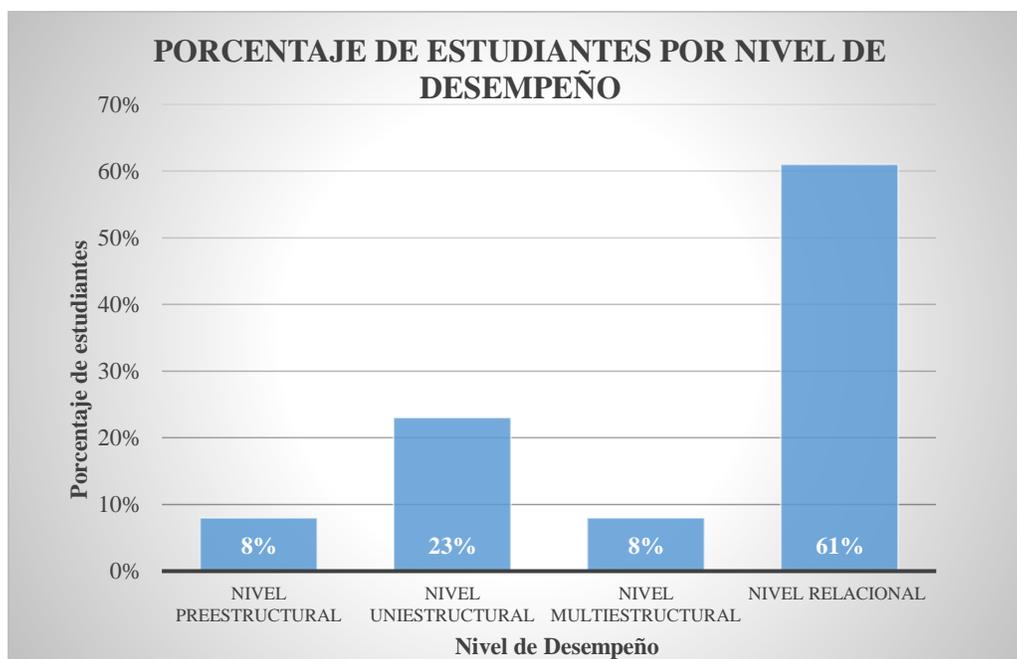
Fuente: Elaboración propia

La Figura 15 resume los resultados expuestos anteriormente, mostrando el porcentaje de las evidencias encontradas para cada nivel de desempeño, cabe mencionar que además de los niveles analizados anteriormente, se presentó que en un 12% de las respuestas no se

mostraron evidencias dejando espacios en blanco, debido a esto, y al igual que en el caso de la argumentación, se creó el nivel 0 de desempeño al que corresponde este porcentaje.

Así mismo se presenta la Figura 16, donde se evidencia el porcentaje de estudiantes por cada nivel de desempeño, esta clasificación fue posible considerando el nivel de desempeño de la mayoría de las evidencias expuestas por cada estudiante sin contar las evidencias de nivel 0 dado que ellas son respuestas vacías.

Figura 16 Nivel de desempeño. Porcentaje de estudiantes por nivel.



Fuente: Elaboración propia

Los estudiantes que están en cada nivel de desempeño se presentan en la Tabla.

Tabla 3 Estudiantes en cada nivel de desempeño

<b>Nivel de Desempeño</b>	<b>Estudiantes</b>
Nivel preestructural	E1
Nivel Uniestructural	E3, E5, E11
Nivel Multiestructural	E9
Nivel Relacional	E4, E6, E7, E8, E10, E12, E13, E2
Nivel Abstracto Extendido	-

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con lo anterior, la mayoría de los estudiantes, es decir, el 61% de ellos se encuentran en el nivel relacional, lo que significa que los estudiantes son capaces de comprender y estructurar de manera relevante los requerimientos del problema e integrarlos de manera adecuada, no obstante, carecen de una profundidad teórica y abstracta que son características propias del nivel superior, ya que en sus proposiciones no emplean el uso de elementos de nivel teórico que afiancen su solución al problema y le den un mayor nivel de validez, al respecto Riffart, Monsalve, y Sepúlveda, (2003) exponen:

Que las respuestas relacionales y abstractas dadas por los estudiantes permiten juzgar el aprendizaje como comprendido, muestra que ha conseguido el dominio, que no hay tareas que no se hayan resueltas. El estudiante no sólo logra interrelacionar la información, sino que recurre a conceptos abstractos e ideas teóricas para dar una explicación más acabada (p.209).

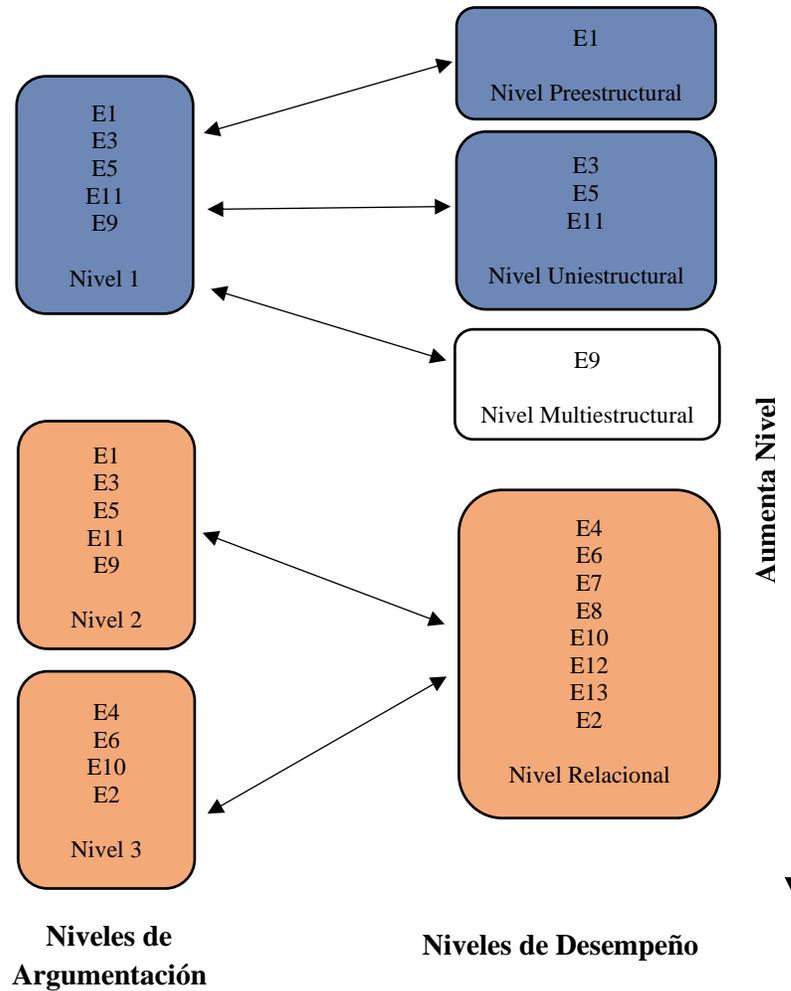
Por otro lado, se analizó que el 39% de los estudiantes se ubican en niveles por debajo del nivel descrito anteriormente (relacional), es decir, que las respuestas de los estudiantes responden desde los niveles preestructural, uniestructural o multiestructural, lo que indica que los estudiantes pueden destacar aspectos relevantes del problema, pero no relacionan los datos de manera conveniente para llegar a una respuesta correcta.

De esta manera, se infiere que los estudiantes situados en los niveles más bajos que no logran una respuesta satisfactoria y que constituyen un porcentaje considerable, tienen deficiencias en la conceptualización de la función lineal y afín, su estructura y características y también la falta de claridad en los diferentes tipos de representaciones, por medio de sus registros semióticos, por ello, las estrategias de aprendizaje deben apuntar no solo al aprendizaje del concepto de función lineal y afín propiamente dicho, si no también, hacia el fortalecimiento de las habilidades relacionales y abstractas en los estudiantes.

### **8.3 RELACIÓN ENTRE NIVELES DE ARGUMENTACIÓN Y NIVELES DE DESEMPEÑO**

Para analizar la relación existente entre los niveles de argumentación y los niveles de desempeño se estudiaron las tablas 2 y 3, estas tablas contienen la clasificación de los estudiantes en cada nivel de argumentación y desempeño, a partir de esta información se comparó la ubicación de cada estudiante tanto en argumentación como en desempeño y se obtuvo la figura 17.

Figura 17 Relación entre niveles de argumentación y niveles de desempeño.



Fuente: Elaboración propia

Como se evidencia en la figura 17, se presentan algunas relaciones entre los niveles de argumentación y los niveles de desempeño que permite inferir que existe una relación directamente proporcional, es decir, que a mayor nivel de argumentación mayor nivel de desempeño. Obsérvese que cuando los estudiantes alcanzan el nivel 2 y 3 de argumentación hay niveles de desempeño de tipo relacional y esto implica que los estudiantes puedan identificar aspectos relevantes de la tarea e integrar procesos convenientes. Es de anotar que para efectos ilustrativos se presentan los casos de los estudiantes E1 y E2, en donde el primero de ellos, E1, se ubica en los niveles más bajos: nivel 1 de argumentación y en el

nivel preestructural de desempeño, seguidamente, E2 se ubica en los niveles más altos: nivel 3 de argumentación y en nivel relacional de desempeño.

En el mismo sentido, cabe resaltar el análisis de los dos bloques que se encuentran cada uno de un color representativo: En el primer caso, El nivel 1 de argumentación abarca los niveles de desempeño preestructural y uniestructural, lo cual tiene sentido ya que son los niveles que no conducen a una conclusión válida o respuesta correcta. En el segundo bloque, el nivel relacional de desempeño se corresponde con los niveles 2 y 3 de argumentación esto quiere decir que los estudiantes que demuestran la incorporación de más argumentos sustantivos en sus respuestas presentan un nivel de desempeño mayor, dado que se facilita la integración de información y generación de estructuras de pensamiento más sólidas, al respecto Hernández (2009) afirma que la argumentación en el área matemática influye en el desarrollo del pensamiento del individuo, así como en la adquisición de nuevos conocimientos, los cuales van siendo construidos por el estudiante partiendo de su entorno, y, por lo tanto, este desarrollo y esta adquisición de conocimientos va ligada a la comprensión misma del problema y por ende a sus argumentos.

## 9 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

De acuerdo con el análisis realizado a lo largo de esta investigación se obtienen las siguientes conclusiones y recomendaciones:

### 9.1 CONCLUSIONES

El proceso de argumentación concibe la comprensión del problema para adoptar posiciones que demuestren validez a lo propuesto. Es decir, se requiere que los estudiantes busquen argumentos para justificar sus respuestas, adicionalmente, se requieren bases teóricas ya que su inexistencia conlleva a que el estudiante realice esfuerzos por explicar sus razonamientos obteniendo soluciones erróneas de los problemas planteados.

Un 79% de las evidencias de argumentación demuestran que al elaborar un argumento los estudiantes no utilizan recursos matemáticos relacionadas con el concepto de función lineal para afianzar su argumento, es decir, presentan argumentaciones incompletas, si bien los estudiantes en algunos casos identifican datos y conclusiones sus justificaciones carecen de garantías que es el argumento sustantivo mínimo para considerarse como argumentación propiamente dicha.

Así mismo el 20% de las evidencias de argumentación mostraron la utilización de una garantía como soporte de los razonamientos, sin embargo, sigue existiendo una ausencia de bases teóricas del concepto de función lineal que impide identificar variables, pendiente, intercepto, etc., elementos que junto con los calificadores modales conllevan a un argumento de mayor nivel.

Otro resultado que arrojó el diagnóstico fue que ningún estudiante utilizó en sus respuestas los 6 argumentos sustantivos propios del modelo del modelo Toulmin, los elementos menos utilizados fueron los sustentos teóricos, calificadores modales y en ningún caso se utilizaron condiciones de refutación.

En cuanto al desempeño de los estudiantes se obtuvo que la mayoría de las evidencias presentadas, es decir, el 56% de ellas se ubican en el nivel relacional y multiestructural, lo que significa que los estudiantes son capaces de comprender y estructurar de manera relevante los requerimientos del problema para obtener una conclusión correcta, aunque en el caso del nivel multiestructural no se evidencia una integración óptima de la información, no obstante, los dos niveles carecen de una profundidad teórica y abstracta que son características propias del nivel superior.

Así mismo, el diagnóstico arrojó que el 36% de las evidencias de desempeño muestran niveles por debajo del nivel relacional, es decir, que las respuestas de los estudiantes responden desde los niveles cero, preestructural y uniestructural, lo que indica que los estudiantes pueden destacar aspectos relevantes del problema, pero no llegan a una respuesta correcta, en estos casos la ausencia de bases teóricas es mucho más profunda y evidente.

El estudio reveló una importante relación que existe entre los niveles de argumentación y los niveles de desempeño presentados por cada estudiante, de acuerdo a esto se puede afirmar que esta relación es directamente proporcional, es decir a mayor nivel de argumentación mostrado por un estudiante, mayor es su nivel de desempeño.

Los estudiantes incorporan mayor número de argumentos sustantivos en sus respuestas presentan un nivel de desempeño mayor, dado que estos argumentos facilitan la integración de información y generación de estructuras de pensamiento más sólidas.

## 10 RECOMENDACIONES

Como primera recomendación se hace necesario nombrar la continuidad de este estudio en la Institución Educativa Municipal Ricaurte-Nariño, con el diseño y aplicación de una unidad didáctica que tome como base los hallazgos de esta investigación.

Se recomienda que la intervención en el aula que implique estrategias para profundizar la práctica argumentativa desde los docentes hacia los estudiantes, y de los estudiantes hacia los docentes, es decir, que exista un espacio donde se propicie un proceso retroalimentativo, que contemple estrategias didácticas, uso del lenguaje y diferentes espacios donde el estudiante deba expresarse y busque mejorar la forma de comunicar sus razonamientos incorporando argumentos sustantivos y utilizando las bases teóricas que la unidad didáctica le otorgue.

Por último, es importante avanzar en la creación de conciencia institucional en apoyo a la formación matemática basada en la argumentación, el panorama que brindó este estudio pudo visibilizar la pertinencia de estas políticas institucionales en los planteles educativos, eso ayudaría en gran medida a alcanzar el objetivo de formar estudiantes integrales que logren niveles más altos de desempeño y argumentación.

## 11 REFERENCIAS

- Acevedo Marín, G. (2017). *La resolución de problemas para el aprendizaje de funciones*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Aldana Bermúdez, E. (2014). La argumentación como estrategia de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas.
- Biggs, J., & Collis, K. (1982). *Evaluating the quality of learning: The taxonomy*. New York.
- Borroto Cruz, R., & Aneiros Riba, R. (1992). Action Research.
- Calderón, D. I., & León C., O. L. (2001). *El papel de la argumentación en las situaciones de validación del conocimiento matemático en el aula*.
- Cardozo Roza, H. G., & Espinel Espinel, L. A. (2018). *Construcción del concepto de función lineal a partir del razonamiento covariacional en estudiantes de grado noveno*. Bogotá: Pontificia universidad javeriana.
- De Gamboa, G., Planas, N., & Edo, M. (2010). Argumentación matemática: prácticas. *Suma+*.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y Pensamiento Humano, traducido por Myriam Vega Restrepo*. Santiago de Cali: Artes Gráficas Univalle.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143-168.

- Goizueta, M., & Planas, N. (2015). *Aspectos epistemológicos de la argumentación en el aula de matemáticas*. Barcelona: Universidad Autónoma de Barcelona.
- González Vargas, J. E., & Flórez Vásquez, J. M. (2018). *La Modelación Matemática y la Construcción de la Covariación Lineal*. Bogotá: Pontificia Universidad Javeriana.
- Haidar, Julieta (2000) "La argumentación: problemáticas, modelos operativos", en Norma del Río Lugo, coord., *La producción textual del discurso científico*, Universidad Autónoma Metropolitana-Xochimilco, México.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, M. d. (2010). *Metodología de la investigación. Quinta edición*. Mexico: Mc Graw Hill.
- Hernández, S. (2009). *Estrategias didácticas que favorecen el razonamiento lógico-matemático a través de la etnomatemática de los alumnos de tercer ciclo (5° y 6°) de la escuela primaria bilingüe "Vicente Guerrero"*. Mexico: Universidad Tangamanga Plantel Huasteca.
- Hoch, M., & Dreyfus, T. (2004). Structure sense in high school algebra: The effect of brackets. En M. J. Høines y A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol.3.*, 49-56.
- Jiménez Espinosa, A., & Bohórquez Pineda, L. (2012). Comunicación y Argumentación en clase de matemáticas. *Educación y Ciencia*, 101-116.
- Lo Cascio, V. (1998). *Gramática de la argumentación*. Madrid: Alianza Editorial.
- Lipschutz, S. (1964). *Teoría de conjuntos y temas afines*. McGraw-Hill.

- López Cahun, J., & Landy Sosa, M. (2008). Dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 21.
- MEN, M. d. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*.
- Olarte Brijaldo, D. V., Rojas Cano, M., & Rincon Lozano, D. F. (2018). *Descripción de dificultades que presentan los estudiantes de grado noveno al realizar conversiones de representaciones de covariación lineal de un registro semiótico a otro*. Bogotá.
- Perry, P. (2009). La comunicación en la clase de matemáticas, mediadora del aprendizaje. *Revista El Educador*, 4. Recuperado de:  
[http://eleducador.com/index.php?option=com\\_content&view=article&id=114:articulo-revista-eleducador-numero-4-la-comunicacion-en-la-clase-de-matematicas-mediadora-del-aprendizaje&catid=45:revista-eleducador](http://eleducador.com/index.php?option=com_content&view=article&id=114:articulo-revista-eleducador-numero-4-la-comunicacion-en-la-clase-de-matematicas-mediadora-del-aprendizaje&catid=45:revista-eleducador)
- Pinochet, J. (2015). El modelo argumentativo de Toulmin y la educación en ciencias: una revisión argumentada. *Ciência & Educação (Bauru)*.
- Planas, N., & Morero, L. (2012). *La argumentación en la matemática escolar: Dos ejemplos para la formación del profesorado*.
- Posada, F., & Villa, J. (2006). *Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional*. Universidad de Antioquia .
- Ramírez, R. (2008). *Breve historia y perspectivas de la argumentación*. Pasto:: Universidad de Nariño.
- Riffart Richards, G., Monsalve Uribe,, M., & Sepúlveda Obreque, A. (2003). El aprendizaje de la Biología desde la taxonomía SOLO. Niveles SOLO en estudiantes universitarios. *Contextos: Estudios de humanidades y ciencias sociales*, 199-212.

- Sánchez Artunduaga, P., Martínez Muñoz, M. Á., & Coronado, A. (2015). Una caracterización de la Competencia Matemática Representar: el caso de la función lineal. *Amazonia Investiga*, 19-28.
- Sánchez Mejía, L., González Abril, J., & García Martínez, Á. (2013). *LA ARGUMENTACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS*.
- Sánchez, A., & Lupiáñez, J. (1999). El Razonamiento Matemático: Argumentación y Demostración.
- Sfard, A., & Linchevski, L. (1994). The gains and the pitfalls of reification: The case of algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 191-228.
- Tamayo Alzate, O. (2012). La argumentación como constituyente del pensamiento crítico en niños. *Hallazgos*.
- Tamayo y Tamayo, M. (2003). *el proceso de la investigación científica*. Editorial LIMUSA.
- Ugalde, W. J. (2013). Funciones: desarrollo histórico del concepto y actividades de enseñanza aprendizaje. *Matemática, Educación e Internet*.
- Vasco, C. (2006). El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías. *Memorias del XVI Encuentro de Geometría y sus aplicaciones -*.
- Walton, D. (2009). *Objections, Rebuttals and Refutations*.
- Watson, J. M., Kelly, B. A., Callingham, R. A., & Shaughnessy, J. M. (2006). The Measurement of School Students' Understanding of Statistical Variation.

*International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(1),  
1-29.

## 12 ANEXO 1. CUESTIONARIO DE DIAGNÓSTICO.



**INSTITUCION EDUCATIVA RICAURTE**  
INSCRIPCIÓN – DANE 152612000012  
**APROBADA MEDIANTE RESOLUCIÓN**  
**No. 2570 DEL 30 DE SEPTIEMBRE DE 2002**  
**NIT. 891201878-5**

### **AREA DE MATEMATICAS**

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_

GRADO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

### **PRUEBA DIAGNÓSTICA FUNCIÓN LINEAL**

**INSTRUCCIÓN:** Esta prueba hace parte de un diagnóstico que será la base para el desarrollo de las clases del concepto de función lineal y tiene como objetivo conocer los conocimientos previos que posees sobre esta temática. Por lo anterior la prueba no tendrá calificación, pero la entrega es obligatoria y es importante que deposites las justificaciones que se piden de manera personal ya que hace parte de tu proceso de formación.

Por favor responde las siguientes preguntas:

1. En un gimnasio, hay una caminadora la cual permite observar el número de calorías quemadas por una persona teniendo en cuenta el tiempo de uso que se le dé a ésta. Por cada minuto transcurrido en la caminadora se queman 30 calorías, de acuerdo con lo anterior, una persona tarda 20 minutos en quemar las calorías que tiene una hamburguesa (600 calorías).

- a. Explica con tus propias palabras o a través del procedimiento que consideres pertinente ¿Cómo se obtiene el anterior resultado (600 calorías)?



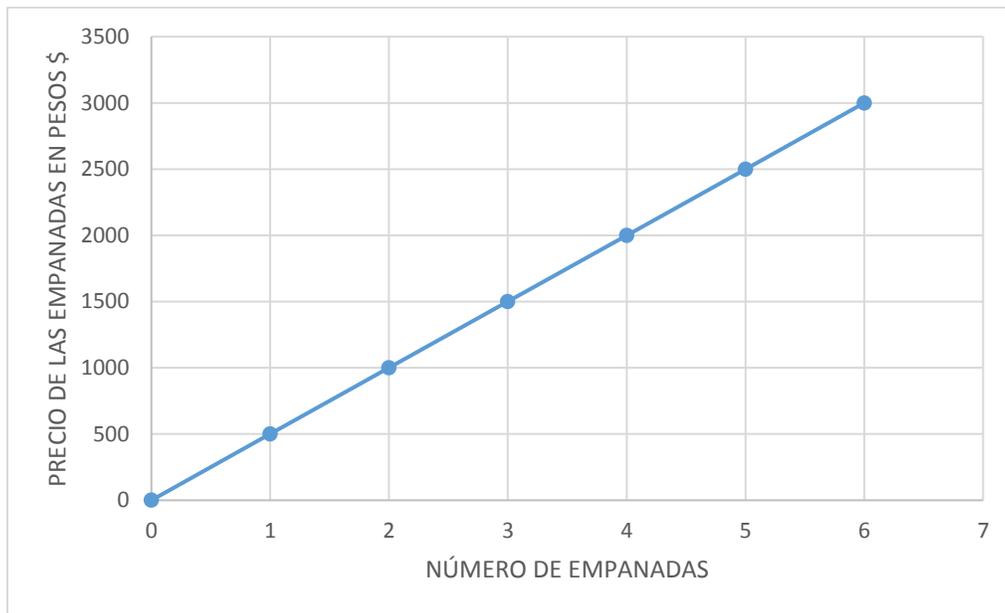
- b. Escribe la función que representa la anterior situación.



- c. Explica con tus palabras ¿Por qué la función anterior representa la situación?



2. En la cafetería, doña Irene presenta la siguiente gráfica para ilustrar el precio de las empanadas:



- a. De acuerdo con la gráfica anterior, ¿Cómo explicas la relación entre el número de empanadas y el precio de estas? Escríbelo con tus palabras.

- b. Si “x” representa el número de empanadas y “y” representa el precio de las empanadas ¿Cuál de las siguientes funciones lineales representa la gráfica anterior? Explica con detalles el porqué.

- A.  $x = y$
- B.  $y = 500y + x$
- C.  $y = 500x$
- D.  $y = x + 500$

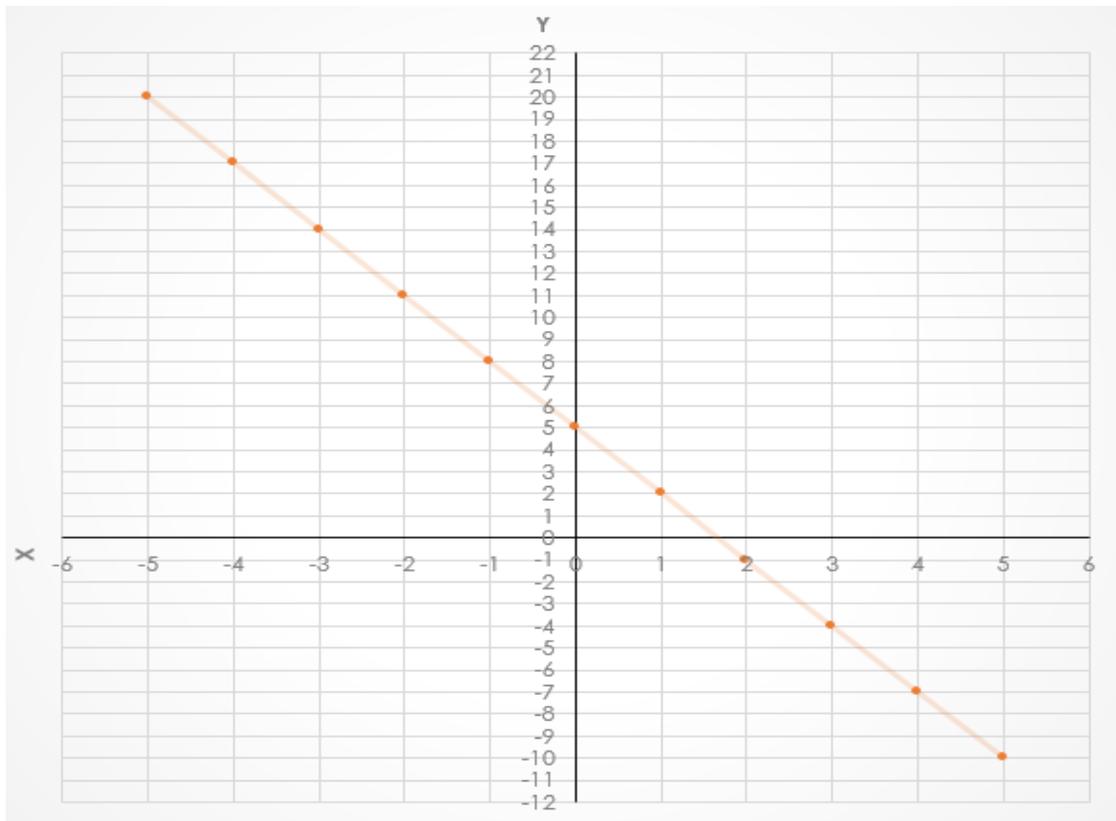
- c.** ¿Cuánto debe pagar una persona al consumir 9 empanadas y tomarse un café de 1000 pesos? Justifica tu respuesta.

- d.** ¿Es posible describir la situación anterior a partir de una función lineal? Justifica.

- e.** En caso de que la respuesta al ítem anterior sea afirmativa, Escribe la función lineal.

- f. Si una persona siempre debe acompañar cualquier cantidad de empanadas con un solo café que cuesta 1000 pesos y la función lineal que representa la situación es  $Y = mx+b$  ¿Qué representaría cada elemento de la función en esta situación? Explica (puedes explicar con tus propias palabras, con dibujos, con funciones etc).

3. Teniendo en cuenta la siguiente gráfica.



- a. Argumenta por qué la siguiente función lineal no representa la gráfica.

$$y = 3x + 5$$

b. ¿Cuál podría ser la función lineal? Argumenta con la mayor cantidad de detalles.

4. Juan se pone la meta de bajar de peso para mejorar su imagen y decide hacer ejercicio para lograr su peso ideal. Al cabo de un tiempo, Juan registra mes a mes su peso para analizar el resultado. La siguiente tabla muestra los resultados de los primeros 5 meses.

Mes	Peso de Juan (Kilos)
Peso Inicial	205
1	200
2	195
3	190
4	185
5	180

El entrenador manifiesta que la ecuación que describe exactamente el comportamiento del peso es la siguiente:

$$y = 200 - 5x$$

a. ¿Tendrá razón el entrenador? Justifica tu respuesta:

b. Si la meta de Juan es llegar a los 90 Kilos ¿Cuántos meses debe hacer ejercicio?  
Describe paso a paso como llegaste a la solución:

5. En una factura de energía eléctrica el cargo fijo que ofrece CEDENAR tiene un valor de \$4000, y por cada Vatio/hora consumido se cobra \$0.5 pesos.

a. Explica paso a paso, cómo se puede diseñar una función que represente el total de una factura en cualquier consumo dadas las condiciones anteriores. ¿Cuál será esa función?

- b. Imagina que tú eres un funcionario de servicio al cliente de la empresa CEDENAR en Ricaurte y que entre tus funciones debes resolver las dudas de los usuarios. Dos usuarios llegan en este momento, y están esperando una explicación a sus casos.

A continuación, se describe las peticiones de cada usuario. Escribe en cada caso cómo resolverías sus dudas.

1. Doña María tiene un restaurante, ella utiliza una pipeta de gas mensual que cuesta 75000 pesos y **quiere saber si al utilizar una estufa que consume 1000 wattios/hora puede ahorrar más.**

Nota: (recuerda que por cada Vatio/hora consumido se cobra \$0.5 pesos) y que de acuerdo con la información de la señora ella solo utiliza su estufa 5 horas al día. Escribe paso a paso como se puede resolver esta inquietud

La señora queda con algunas dudas y vuelve nuevamente para solicitar le muestres la función que permite calcular el consumo al transcurrir cualquier cantidad de días del mes y **te pide que le muestres un ejemplo de cómo calcular y representar el consumo durante los 4 primeros días.**

2. Don Henry tiene un supermercado en el parque central de Ricaurte y está enojado porque este mes le llegó el recibo de energía por un valor de 1200000 pesos por lo cual acude al servicio al cliente de CEDENAR para reclamar. Según Don Henry el solo se consume en promedio 5000 Vatios/hora y el supermercado está abierto solo 12 horas. Escribe paso a paso como verificar si el señor tiene o no la razón y muéstranos los procedimientos matemáticos

