



IDENTIFICACIÓN DE LAS DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS CON EL CONCEPTO DE VOLUMEN

ANGIE ESTHER PINEDA OROZCO

LUZ ESTHER NÚÑEZ URUETA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
MANIZALES

2021

IDENTIFICACIÓN DE LAS DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS CON EL CONCEPTO DE VOLUMEN

Autoras

ANGIE ESTHER PINEDA OROZCO

LUZ ESTHER NÚÑEZ URUETA

Proyecto de grado para optar al título de Magíster en Enseñanza de las Ciencias

Director de tesis

MIGUEL ANGEL VALENCIA RODRÍGUEZ

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
MANIZALES

2021

DEDICATORIA

A Dios, por llevarme de triunfo en triunfo y darme fuerza, salud, conocimiento y motivación para culminar mis estudios, a mis padres por ese deseo de superación que me han inculcado para alcanzar mis metas y a mi esposo e hija por demostrarme su amor y brindarme su apoyo incondicional durante este proceso de formación profesional.

Angie Pineda Orozco

A mi hija Andrea Carolina, por ser la fuente de inspiración para superarme cada día, por motivarme a alcanzar cada logro propuesto y no dejarme vencer por las dificultades, por su apoyo y comprensión.

Luz Núñez Urueta

AGRADECIMIENTOS

Infinitas Gracias Primeramente a Dios, quien nos guía e ilumina con su conocimiento y sabiduría, nos protege y ampara de todo mal y nos fortalece para superar los obstáculos presentados a lo largo de nuestras vidas.

A mis padres Edulfo y Rocío por brindarme su apoyo y motivación para culminar cada fase de mis estudios e inculcarme valores para vivir asertivamente en sociedad.

A mi esposo, quien me ha amado sin reservas y apoyado durante mis estudios para continuar y nunca renunciar, gracias por hacer parte de mi vida.

A mi hija, quien me motiva a alcanzar mis sueños y metas personales y profesionales.

A mi Asesor Miguel Ángel Valencia por su paciencia y acompañamiento permanente en el diseño e implementación de este proyecto y Ana Milena por su invaluable colaboración.

Angie Pineda Orozco

A Dios todopoderoso, por sus infinitas bendiciones.

A mi asesor Miguel Ángel Valencia Rodríguez por su constante disposición y paciencia para orientarme durante el proceso.

A los docentes y tutores de la universidad que compartieron sus conocimientos y me ayudaron a fortalecer mi formación pedagógica, en especial a Ana Milena López Rúa, docente y amiga.

A los estudiantes de 11° de la IED Técnica Guachaca, por su valiosa colaboración y apoyo incondicional.

A mi hija Andrea Carolina, por motivarme cada día a superarme y a vencer cada obstáculo que se presente en mi camino.

Luz Esther Núñez Urueta.

RESUMEN

La presente investigación está centrada en la resolución de problemas y el aprendizaje del concepto de volumen de los estudiantes de grado Undécimo de la IED Técnica Guachaca, con quienes se realizó un estudio de corte cualitativo- descriptivo, con un tipo de investigación fenomenológica, ya que se centra en la caracterización de la realidad del sujeto en torno al aprendizaje de un concepto específico. Se propuso analizar las dificultades que presentan para la resolución de problemas que involucran el concepto de volumen en estudiantes de grado 11° de la IED Técnica Guachaca. El instrumento se aplicó en dos partes: 4 problemas para activar ideas previas y verificar la forma cómo se ha adquirido el concepto; y un ejercicio práctico que permite, mediante la construcción y comparación de dos sólidos, el análisis de las tareas de aprendizaje realizadas por los estudiantes y así cualificar el aprendizaje del concepto de volumen. Entre las conclusiones, se destaca que los estudiantes identifican las variables que intervienen en un problema, logrando extraer la información explícita y con algo de dificultad la información implícita, recurren, en primer lugar, a procesos algebraicos y algorítmicos para llegar a la solución del problema, sin detenerse a plantearse otras posibles estrategias de las que dispone.

Palabras clave: Volumen, Tareas cognitivas, Resolución de problema

ABSTRACT

This research is focused on the problem solving and the development of the concept of volume of the students of the Eleventh grade of the IED Técnica Guachaca, with whom a qualitative-descriptive study was carried out, with a type of phenomenological research, since it focuses on the characterization of the reality of the subject around the learning of a specific concept. It was proposed to analyze the difficulties that they present for the resolution of problems that involve the concept of volume in students of 11th grade of the IED Guachaca Technique. The instrument was applied in two parts: 4 problems to activate previous ideas of the concept of volume; and a practical exercise that allows, through the construction and comparison of two solids, the analysis of the learning tasks carried out by the students and thus to qualify the learning of the concept of volume. Among the conclusions, it is highlighted that students identify the variables involved in a problem, managing to extract the explicit information and with some difficulty the implicit information, they first resort to algebraic and algorithmic processes to reach the solution of the problem, without stopping to consider other possible strategies available to you.

Keywords: Volume, Cognitive task, problem solving

CONTENIDO

| | | |
|-------|--|----|
| 1 | PRESENTACIÓN | 12 |
| 2 | ANTECEDENTES | 14 |
| 3 | ÁREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN | 18 |
| 3.1 | PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA | 18 |
| 3.2 | PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN | 23 |
| 4 | JUSTIFICACIÓN | 23 |
| 5 | REFERENTE TEÓRICO | 28 |
| 5.1 | REFERENTES CONCEPTUALES | 28 |
| 5.1.1 | Enseñanza Y Aprendizaje De Las Matemáticas | 29 |
| 5.1.2 | Enseñanza Y Aprendizaje Del Concepto De Volumen | 30 |
| 5.1.3 | Dificultades en la enseñanza y el aprendizaje del concepto de volumen. | 33 |
| 5.2 | LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS | 35 |
| 6 | OBJETIVOS | 49 |
| 6.1 | OBJETIVO GENERAL | 49 |
| 6.2 | OBJETIVOS ESPECÍFICOS | 49 |
| 7 | METODOLOGÍA | 50 |
| 7.1 | INTRODUCCIÓN | 50 |
| 7.2 | ENFOQUE METODOLÓGICO | 50 |
| 7.3 | CONTEXTO | 51 |
| 7.4 | UNIDAD DE TRABAJO | 51 |
| 7.5 | UNIDAD DE ANÁLISIS. | 51 |
| 7.6 | CATEGORÍAS DE INVESTIGACIÓN | 52 |
| 7.7 | DISEÑO METODOLÓGICO | 55 |
| 7.8 | LAS TÉCNICAS E INSTRUMENTOS | 56 |
| 7.9 | UNIDAD DIDÁCTICA | 56 |
| 7.9.1 | Objetivos De La UD | 57 |
| 7.9.2 | Estructura De La Unidad Didáctica | 57 |

| | | |
|-------|--|----|
| 7.10 | INSTRUMENTOS Y FUENTES DE INFORMACIÓN | 61 |
| 7.11 | PLAN DE ANÁLISIS | 61 |
| 7.12 | SISTEMATIZACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS | 63 |
| 8 | RESULTADOS | 64 |
| 9 | DISCUSIÓN DE RESULTADOS | 65 |
| 9.1 | CATEGORÍA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. | 65 |
| 9.1.1 | Subcategoría Familiarización Con El Problema | 65 |
| 9.1.2 | Subcategoría Búsqueda De Estrategias | 69 |
| 9.1.3 | Subcategoría Desarrollo De La Estrategia | 71 |
| 9.1.4 | Subcategoría Revisión Del Proceso | 74 |
| 9.1.5 | Categoría Dificultades En El Aprendizaje Del Concepto De Volumen | 76 |
| 10 | CONCLUSIONES | 87 |
| 11 | RECOMENDACIONES | 89 |
| 12 | REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 90 |

LISTA DE TABLAS

| | |
|---|----|
| Tabla 1 MEN (2017) Informe por colegio de resultados competencias matemáticas | 20 |
| Tabla 2 Síntesis de actividades para el aprendizaje del concepto de volumen..... | 32 |
| Tabla 3 La resolución de problemas desde diferentes perspectivas. | 40 |
| Tabla 4 Categorías y subcategorías de análisis. | 52 |
| Tabla 5 Unidad didáctica. Solución de problemas con volumen de sólidos. | 59 |
| Tabla 6 Respuesta de los estudiantes a S2P1 y S3P1..... | 65 |
| Tabla 7 Respuestas de los estudiantes a S4P1 y S4P2 | 67 |
| Tabla 8 Respuestas de los estudiantes a S1P1, S2P2 y S4P3..... | 69 |
| Tabla 9 Respuestas de los estudiantes S1P1 y S1P2 | 72 |
| Tabla 10 Respuestas de los estudiantes a S1P4, S2P3 y S4P4..... | 74 |
| Tabla 11 Respuesta de los estudiantes a S1P3 y S3P1 | 77 |
| Tabla 12 Respuesta de los estudiantes a s3p2. | 79 |
| Tabla 13 Respuesta de los estudiantes a P4 y P5 del ejercicio Práctico..... | 80 |
| Tabla 14 Respuesta dada por los estudiantes a S3P1 | 82 |
| Tabla 15 Respuestas de los estudiantes a S4P3..... | 84 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Ilustración 1 Descripción general de los aprendizajes evaluados en prueba externa. | 21 |
| Ilustración 2 Fases de la investigación | 55 |
| Ilustración 3 Modelo de diseño de unidades didácticas. | 58 |

LISTA DE ANEXOS

| | |
|--|-----|
| Anexo 1 Instrumento diagnóstico..... | 95 |
| Anexo 2 Unidad Didáctica Propuesta..... | 104 |
| Anexo 3 Matriz de análisis del estado de los estudiantes con relación a las categorías de investigación. | 133 |
| Anexo 4 Matriz de análisis de la categoría solución de problemas | 134 |
| Anexo 5 Matriz de análisis de la categoría dificultades en el aprendizaje del concepto de volumen | 135 |
| Anexo 6 Matriz para la sistematización y análisis de los resultados. | 136 |

1 PRESENTACIÓN

La enseñanza de las matemáticas en Colombia, está estructurada por las políticas del MEN, donde los organiza en pensamientos y sistemas, a saber: numérico, espacial, métrico, aleatorio, variacional, y que se puede desarrollar en procesos de aprendizajes y contextos en los cuales se ubican el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes. Así mismo, se tienen estructuradas varias competencias, entre ellas se destaca la resolución de problemas, la cual debe ser fortalecida en la academia. Sin embargo, es complejo determinar cómo trabajarla de manera consecuente dentro del aula, aunque se tenga presente los referentes conceptuales y evaluaciones que propenden su análisis y comprensión con la realidad.

De esto surge el interés por este estudio, de profundizar en las dificultades que presentan los estudiantes para resolver problemas, en situaciones reales, basándose en el concepto de volumen, que ha sido, un aspecto donde el desempeño de los estudiantes en las pruebas estatales, ha sido bajo, y que traería un beneficio adicional sobre cómo esta investigación puede dar herramientas que permitan el mejoramiento de las prácticas pedagógicas en el aula, además de compartir los instrumentos utilizados para que la planificación se dé desde el inicio de la educación secundaria, que se proyecte hacia el grado Undécimo y sea fortalecida fuera de la escuela.

Es sabido que, al trabajar una competencia como la resolución de problemas, se desarrollan conceptos matemáticos y, por consiguiente, ésta se convierte en el centro de los procesos de enseñanza y aprendizaje, ya que, por medio de la aplicabilidad de los conceptos en la realidad, perdura el aprendizaje, y desarrolla los pensamientos asociados a las matemáticas (Kilpatrick, 1978, Lester, 1994, Luelmo, 1996, Ponte, 2007). Más allá de ese concepto, se puede interpretar de manera conjunta, que la resolución de problemas, desarrolla habilidades sobre el manejo eficiente de conocimientos matemáticos y actitudes para resolver una situación, además de regular el propio ritmo de aprendizaje.

A lo largo de este trabajo, se da una caracterización del concepto de volumen y la importancia de la aplicabilidad de éste en la realidad, desde el componente didáctico, teórico y metodológico; mediante el rastreo de los elementos más próximos al aula y a través de la planeación y aplicación de situaciones problema que tienen relación con la magnitud volumen.

Es así que, el estudio se centró en la caracterización de las dificultades evidenciadas por los estudiantes de grado 11° de la IED Técnica Guachaca para resolver problemas que involucran el concepto de volumen, bajo una metodología de corte cualitativa- descriptiva, tipo de investigación fenomenológica, ya que se basa en la caracterización de la realidad del sujeto y su evolución en torno al aprendizaje de un concepto específico. De igual manera, se pretende identificar, las principales falencias que evidencian los estudiantes, frente a su aprendizaje en torno al concepto de volumen, para proponer una intervención didáctica que pueda servir de apoyo a futuras investigaciones.

Este informe se encuentra estructurado por capítulos así: el capítulo I, contiene una descripción del problema a investigar y la formulación de la pregunta que orienta todo el proceso de investigación, una explicación de la importancia de este estudio y las razones que motivaron el tema elegido, termina con la presentación de los objetivos que deseamos alcanzar al finalizar el proceso. El capítulo II, presenta los antecedentes de investigaciones sobre el concepto de volumen y la resolución de problemas que se usaron como sustento para este trabajo, además de los referentes conceptuales sobre los cuales se apoya el estudio y nos permiten integrar la teoría con los aspectos que son objeto de análisis. El capítulo III, contiene los elementos metodológicos del estudio, las características de los sujetos y su contexto, las categorías de investigación y una descripción de la metodología empleada para la sistematización y análisis de resultados. El capítulo IV, presenta el análisis de los resultados obtenidos, de acuerdo con las categorías de investigación y los autores de referencia. Para finalizar, presentamos las conclusiones que se originan del análisis de los resultados y las recomendaciones generales que contribuyen a mejorar los procesos pedagógicos.

2 ANTECEDENTES

A continuación, un breve recorrido por diferentes estudios y aportes que se han hecho en torno a la resolución de problemas y a las dificultades en el aprendizaje de un concepto matemático y sus implicaciones, presentando inicialmente dos investigaciones que son de índole internacional: Rabino (2012) y Sanmiguel & Salinas (2011) y luego los autores nacionales.

Rabino (2012) presenta una invitación a crear problemas significativos para los estudiantes, en relación con sus conocimientos previos y en contextos cercanos a su realidad, problemas que sean presentados como desafíos, que permitan abordar diferentes ejes curriculares de las matemáticas y de otras áreas. Plantea que, este tipo de problemas motivan al estudiante a buscar su solución, favoreciendo la construcción de conceptos. También hace referencia a las dificultades que se presentan, cuando se desea utilizar la resolución de problemas como estrategia para el aprendizaje, entre ellas menciona: El sistema de creencias del alumno, en ocasiones transmitido por el docente, de que hay un solo camino para resolver un problema; la incapacidad del docente para apoyar y dar continuidad a las ideas previas de los estudiantes y los diseños curriculares extensos. Además de la invitación a crear problemas significativos, se ofrece una serie de situaciones en contextos reales, que motivan y orientan el proceso de resolución de problemas como estrategia de aprendizaje, y por consiguiente un gran aporte para nuestra investigación.

Sanmiguel & Salinas (2011) presentan parte de los resultados de un proyecto de investigación realizado en relación con el concepto de medida de las magnitudes: longitud, área y volumen; haciendo referencia en este informe a lo relativo al caso del volumen: de qué manera se enfrentan los alumnos a diversas situaciones de medida, qué dificultades se les presentan, qué tipo de estrategias emplean y qué grado de madurez en el concepto reflejan los razonamientos y técnicas empleados. Al analizar las dificultades de los alumnos, pudieron comprobar que éstos recurren más frecuentemente a estrategias de tipo

aritmético, aplicando fórmulas sin comprender su significado, en lugar de usar estrategias relacionadas con razonamientos más abstractos como la estimación o la comparación. En este informe encontramos una caracterización de las dificultades presentadas por el grupo de alumnos observados, muy pertinente y análoga a lo que a través de la experiencia y en la práctica diaria se ha podido observar en nuestros estudiantes. Hacen referencia en su análisis a las posibles causas de esas dificultades, desde las que se derivan del devenir histórico de la geometría, las generadas por las metodologías empleadas en los procesos de enseñanza y las de origen epistemológico.

Molano (2019) da importancia al proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría, especialmente la geometría del espacio a partir del diseño e implementación de actividades que involucren el uso y la manipulación de material concreto y las representaciones mentales de objetos en dos o tres dimensiones. Propone el trabajo con la visualización y las tareas relacionadas con la enseñanza y aprendizaje del concepto de volumen, buscando el acercamiento al concepto y a la adquisición de destrezas y habilidades de visualización, lo que favorece el desarrollo del pensamiento espacial y por consiguiente, la comprensión de los conceptos y su relación con la realidad. La autora nos ofrece una guía en relación con las tareas específicas necesarias para el aprendizaje del concepto de volumen, lo cual nos facilita la identificación de las posibles dificultades que pueden presentar los estudiantes en torno a este proceso.

Caycedo (2018), tras observar las dificultades en los estudiantes como consecuencia de la ausencia de procedimientos adecuados para abordar situaciones problema, propone la vinculación de estrategias meta cognitivas para la solución de problemas basándose en las heurísticas de Miguel de Guzmán. Plantea que, al usar un método adecuado, el estudiante realiza de manera dinámica y sistematizada el proceso de resolución, y que el modelo propuesto ayuda a mejorar los procesos de pensamiento y por ende guían hacia una mejor comprensión de los problemas. Con la intervención didáctica propuesta, logró la interiorización del modelo de Guzmán y sus heurísticas, llevando al estudiante a: identificar

y definir el problema; realizar una representación mental de la situación; buscar, seleccionar y abordar estrategias de solución; hacer seguimiento, verificación y replanteamiento (si se requiere) de las estrategias y generar procesos de reflexión a través de la identificación de errores y la comprobación de la solución. Esta propuesta muestra un especial interés en el modelo de Miguel de Guzmán, como generador de procesos de pensamiento necesarios para abordar de manera adecuada los procesos de resolución de problemas.

La propuesta de Fernández (2018) surge ante las dificultades observadas: los estudiantes no logran aplicar de manera adecuada métodos de resolución de problemas y falencias al comprender en una situación determinada qué es lo que se debe hacer. Así, el autor propone implementar la resolución de problemas como estrategia meta cognitiva, basada en las heurísticas de Miguel de Guzmán, integrando diversas actividades que se constituyen en una guía detallada de lo que se debe tener en cuenta a la hora de resolver un problema y ubicando al estudiante en un contexto adecuado de acuerdo a las características del entorno, logrando su participación de forma crítica y razonable. El enfoque de la propuesta, procura integrar estrategias de planificación y verificación que buscan lograr una mejor comprensión de los procesos que se desarrollan al enfrentarse a la resolución de problemas.

Hernández (2016) en su trabajo de tesis, propone una estrategia basada en la mediación y uso de material concreto, vinculando el origami y las tecnologías digitales, específicamente Geogebra y sweet home 3D, para la enseñanza del concepto de área y volumen. Parte de las dificultades identificadas inicialmente: relacionar conceptos con el entorno y representaciones en el espacio. Dificultades éstas, cuya superación se constituye en la base para la Unidad Didáctica que propone. Esta propuesta ofrece elementos importantes para tener en cuenta en las actividades a realizar en la Unidad Didáctica que proponemos, procurando actividades significativas para el estudiante.

Iriarte & Sierra (2011), hacen un recorrido por las diversas propuestas en torno a la resolución de problemas tales como Orton (1996), Delgado (1999), Polya (1989), Callejo (1998) entre otros; sin embargo, analizan modelos de resolución, cuyo planteamiento se

centran en procesos cognitivos y meta cognitivos y su influencia positiva en aprendizajes asertivos. Dichos modelos un poco más recientes involucran autores como: Guzmán (1991), Pifarré (1998) y Mayer (2002). Además, sugieren que las estrategias basadas en la reflexión de la acción, decisión y el propio conocimiento augura éxito en la planificación, regulación y evaluación de aprendizajes y el desarrollo de habilidades en la competencia de Resolución de Problemas

3 ÁREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

3.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los estudiantes de los niveles de educación básica y media, de la Institución educativa distrital Guachaca presentan dificultades en torno al desarrollo de habilidades y competencias, en especial a la resolución de problemas, específicamente cuando se trata de la interpretación y el acercamiento al concepto de volumen, lo cual ha quedado en evidencia en la observación hecha a las prácticas de aula y al análisis de los resultados de las pruebas internas. En este sentido, es importante afirmar que se evidencian dificultades en los procesos de interiorización de conceptos matemáticos, lo cual se corrobora con el análisis de los desempeños de los estudiantes. Así mismo, se observa que resuelven problemas de forma mecánica, logrando que el proceso de resolución se convierta en una actividad repetitiva. Además, por dicha falencia en la aplicación de los conceptos matemáticos necesarios para la resolución de problemas, se dificulta llevar a la realidad dichos conceptos para llegar a una solución adecuada. Apoyando este argumento, Guzmán (2007) plantea que la resolución de problemas debe poner énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces.

Dentro de los aspectos que originan el bajo desempeño de los estudiantes y que son comunes a varias áreas, se destaca la forma en que se presentan los contenidos por parte de los docentes, y que determina la comprensión de un tema específico; para el caso de las matemáticas, las falencias de los estudiantes están descritas de acuerdo con las estrategias de aprendizaje empleadas en las tareas escolares, junto con las dificultades en el desarrollo de habilidades del pensamiento crítico. Éste último supone algunas dimensiones tales como: argumentación, metacognición, motivación y los que competen a la presente investigación, la Resolución de problemas; además del pensamiento lógico matemático, lo que se puede confirmar con los resultados de pruebas externas.

De acuerdo con lo anterior, se considera la solución de problema, desde una dimensión del pensamiento crítico, como una categoría fundamental para ser una persona

reflexiva y constructiva, transformando los conceptos o contextualizándonos a una realidad específica, que no se reduce al conocimiento y manejo de las operaciones aritméticas o resolver una situación, sino que va más allá, hacia la transformación de la propia realidad. Cabe destacar, que la formación del pensamiento crítico ha sido la búsqueda incesante de muchos docentes en su esfuerzo por lograr aprendizajes conscientes, puesto que éste supone habilidades complejas como la toma de decisiones, la reflexión y motivación de los sujetos, Tamayo (2014) afirma:

“Son muchas las perspectivas teóricas desde las cuales se conceptualiza el pensamiento crítico, tal es el caso de aquellas centradas en el desarrollo de capacidades, en competencias, en habilidades, en disposiciones y en criterios, entre otras. Independientemente del lugar conceptual desde el cual se considere el pensamiento crítico, se requiere que el sistema educativo, como un todo, oriente esfuerzos en función de lograr su formación” (p. 8).

El desarrollo del pensamiento crítico no solamente favorece al desarrollo de habilidades útiles en el proceso de ejecución de una tarea específica, en este caso ; la resolución de problemas sino que, además supone un abanico de posibilidades que facilitan la comprensión de conceptos matemáticos como la medición, la cual surge de la interacción constante del individuo con los diversos elementos del entorno para dar respuesta a problemas de medidas presentados en la cotidianidad a los que éstos se enfrenten. Es por ello, que es relevante introducir al estudiante de manera significativa en el tratamiento de las magnitudes y medidas, dando explicación de la relación que existe con el entorno. Sin lugar a dudas para que esto ocurra, el estudiante debe reconocer su significado y la correlación entre cantidades; esto con la finalidad de que el estudiante reconozca cómo éstas se pueden presentar en una situación específica y explore posibles estrategias de solución.

Dentro de los elementos de la geometría que causa mayor dificultad en los estudiantes de la IED Técnica Guachaca, está la comprensión y aplicación de conceptos como área y volumen, Tal como se evidencia en los resultados de la prueba saber, en las evaluaciones internas y en la observación directa de los desempeños de los estudiantes; de

la mano con eso, el tratamiento y conversión de unidades de medida de dichas magnitudes. Esto teniendo presente los conceptos que evalúa el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior, (ICFES), a saber: a) Situaciones familiares o personales: relacionadas con el ambiente familiar y personal como las finanzas y la gestión del hogar; b) Situaciones laborales y ocupacionales: aquellas que se desarrollan dentro del entorno de trabajo; c) Situaciones comunitarias o sociales: relacionadas a la sociedad como asuntos políticos, económicos, de convivencia y ambientales; d) Situaciones matemáticas o científicas: eventos abstractos propios de las operaciones matemáticas. Por otro lado, se pueden evidenciar en la información suministrada por la entidad antes mencionada, los elementos que evalúa cada una de esos aspectos.

En la interpretación que hace el Ministerio de Educación Nacional (MEN) de los resultados en el informe por colegio 2017, que se muestra en la tabla 1, se describe el estado general de los aprendizajes de cada una de las competencias evaluadas. Se presentan los resultados de acuerdo al número de ítems no respondidos correctamente por los estudiantes, en forma de semáforo en valores de porcentajes. Indicando el número de aprendizajes que se encuentran en rojo, naranja, amarillo y verde. En nuestro caso, los aprendizajes hacen referencia a conceptos asociados a Geometría en la competencia de Resolución de problemas.

Tabla 1 MEN (2017) Informe por colegio de resultados competencias matemáticas

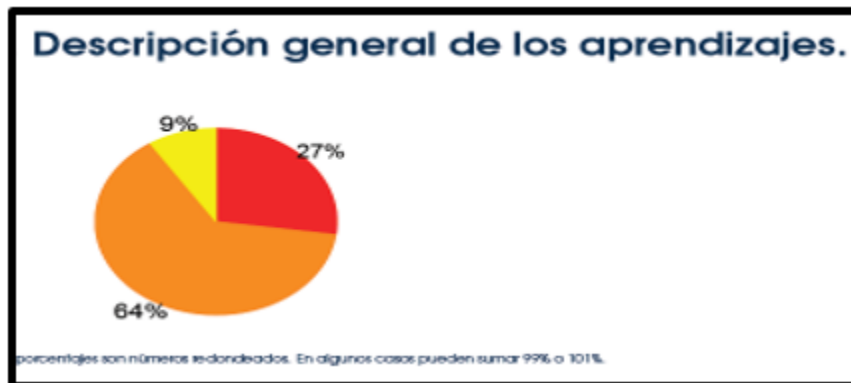
| Rojo | Naranja | Amarillo | Verde |
|---|--|--|---|
| el 70% o más de los estudiantes del establecimiento educativo no contestaron correctamente las | Entre el 40% y el 69% de los estudiantes del establecimiento educativo no contestaron | Entre el 20% y el 39% de los estudiantes del establecimiento educativo no contestaron | El 19% o menos de los estudiantes del establecimiento educativo no contestaron correctamente las |

| | | | |
|-----------------|--------------------------|--------------------------|-----------------|
| preguntas | correctamente las | correctamente las | preguntas |
| relacionadas al | preguntas | preguntas | relacionadas al |
| aprendizaje. | relacionadas al | relacionadas al | aprendizaje. |
| | aprendizaje. | aprendizaje. | |

Fuente Tomado de Informe de Colegios, resultados ICFES 2017

En la figura 1, se puede observar un gráfico que muestra el porcentaje del desempeño de los estudiantes en la competencia de Resolución de Problemas de acuerdo a los resultados de las pruebas saber 2016. De los aprendizajes evaluados en la competencia de resolución, la IED Técnica Guachaca tiene el 27% de los aprendizajes en rojo, el 64% en naranja, el 9% en amarillo y el 0% en verde.

Ilustración 1 Descripción general de los aprendizajes evaluados en prueba externa.



Fuente. Tomado de Informe de Colegios, resultados ICFES 2017

Del análisis de los resultados de la prueba se tomaron específicamente las dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje de conceptos referentes a geometría:

El 76% de los estudiantes tiene dificultades para establecer y utilizar diferentes procedimientos de cálculos para hallar medidas de superficie y volúmenes.

El 63% de los estudiantes tiene dificultades para resolver y formular problemas geométricos o métricos que requieren seleccionar técnicas adecuadas de estimación y aproximación

El 52 % de los estudiantes tiene dificultades para resolver problemas de medición utilizando de manera pertinente instrumentos y unidades de medida.

Estas dificultades se siguen presentando, lo cual se evidencia en la práctica diaria y en los resultados de las pruebas Saber, cuando los estudiantes (de grado 11° para el caso particular) se enfrentan a situaciones de aplicación del concepto de volumen. Por otra parte, los estudiantes en su análisis no usan tareas meta cognitivas, que les permita llegar a la solución cuando abordan problemas matemáticos, en consecuencia, se niegan la oportunidad de comparar procesos de solución y tomar decisiones en cuanto a la asertividad de los procedimientos empleados, decisiones que pueden ser utilizadas en situaciones posteriores ayudándoles a mejorar en su habilidad de resolución de problemas.

Adicionalmente, cabe destacar la importancia de la comprensión del concepto de volumen en los estudiantes de secundaria. Las medidas y magnitudes influyen en la vida del hombre, por esto se hace imprescindible que se comprenda y reconozca tanto el significado como el uso que tienen éstas en su entorno y su conexión con la realidad; otro aspecto fundamental es que el volumen permite identificar la necesidad de usar estas unidades, al referirse a una cualidad específica un objeto, susceptible de ser medida. Es por ello, que se relaciona con la adquisición de las competencias básicas por parte de los estudiantes, tal como se demanda desde los informes PISA de la OCDE, citados por San Miguel y Salinas (2011).

Este trabajo se centra específicamente en las dificultades identificadas en el aprendizaje del concepto de volumen y la aplicación de dicho concepto en la resolución de problemas, al considerar el vínculo entre los conceptos matemáticos y la vida cotidiana del estudiante.

3.2 PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en las evaluaciones internas y externas, la importancia que desde el MEN (1998) tiene la resolución de problemas como competencia a desarrollar desde el área de matemáticas, las dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje y aplicación de los conceptos, situación observada a través de la experiencia y en la práctica diaria; se hace necesario un análisis profundo de la situación que nos lleve a caracterizar las dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje del concepto de volumen y la aplicación de dicho concepto en la resolución de problemas cotidianos.

Por ello se plantea la siguiente pregunta de investigación:

¿Cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes de grado 11° de la IED Técnica Guachaca para resolver problemas que involucran el concepto de volumen?

4 JUSTIFICACIÓN

En este proyecto de investigación, se concibe la resolución de problemas, como una habilidad que facilita los procesos de aprendizaje, comprensión y aplicación de los conceptos que se abordan en el aula; por lo tanto desarrollar esta habilidad en los

estudiantes es fundamental, puede ser utilizada como herramienta pedagógica, que orienta la apropiación de algunos conceptos matemáticos, teniendo en cuenta que ésta le da al estudiante, la oportunidad de participar en la construcción de su conocimiento, logrando así un aprendizaje más asertivo.

En este sentido, la resolución de problemas, desempeña un papel fundamental en el currículo escolar y su implementación es muy importante en el área de matemáticas. Desde los estándares básicos de competencias en matemáticas, del Ministerio de Educación Nacional MEN (2006), se presenta a la resolución de problemas, como una competencia para todas las áreas del conocimiento; por lo tanto, se considera un objetivo fundamental de la enseñanza de las matemáticas y tendencia actual en investigaciones, tal como plantea Polya (1976) “la resolución de problemas, será un instrumento magnífico, para darles oportunidades de desarrollar habilidades intelectuales, de autonomía, de pensamiento, estrategias, para que aprendan a enfrentarse a situaciones complejas, como las que tendrán en el mundo que viene”.

De igual forma, desde los lineamientos curriculares de Matemáticas, MEN (1998), se valora la importancia de la geometría y la necesidad de que los estudiantes posean habilidades relacionadas con ella. Así, atendiendo a esa necesidad, entre los cinco tipos de pensamiento que incluye la actividad matemática, se encuentran el pensamiento espacial y el pensamiento métrico. Estos referentes de calidad, están en constante análisis y renovación, debido a que se presentan nuevos retos educativos, a los que se le deben dar respuesta, y en esta reingeniería, aparecen para complementar los lineamientos; los Derechos Básicos de Aprendizaje, que para el grado 11°, específicamente el número 13, establece que el estudiante: “Razona geométrica y algebraicamente para resolver problemas y para encontrar fórmulas que relacionan magnitudes en diversos contextos”

Los lineamientos curriculares de una u otra forma acompañan a las instituciones en sus procesos académicos; tales como: resignificación del PEI y actualización curricular. No obstante, cada institución debe contextualizar los procesos de enseñanza al entorno del estudiante. Así, la formulación y resolución de problemas basados en temáticas del contexto real del estudiante, estimula la capacidad de crear, inventar, comprender y

analizar, situaciones para luego resolverlas; de acuerdo a su aplicabilidad. Una característica típica de las matemáticas, es la amplitud excepcional de sus aplicaciones que utilizamos constantemente, casi a todas horas, en la esfera económica y en la vida social y privada, los más variados conceptos y resultados de las matemáticas, sin pensar en absoluto en ellos (Romberg, 1991, p.323).

El docente debe mostrar a sus estudiantes la importancia de la comprensión de conceptos geométricos y su aplicación en situaciones cotidianas, debido a su utilidad para la comprensión de conceptos más abstractos propios de la aritmética o el álgebra. Como por ejemplo la explicación geométrica del teorema de Pitágoras o de los productos notables. De igual forma, el concepto de volumen tiene un significado real en el mundo tridimensional en el cual nos movemos, de ahí que se debe lograr conectar el aprendizaje de dicho concepto con la realidad del estudiante y se considera la resolución de problemas como el medio para lograrlo.

La correcta comprensión del concepto de volumen por parte de los estudiantes favorece el desarrollo de habilidades espaciales como son: la visualización, representación y construcción; favoreciendo así, que el estudiante halle sentido al aprendizaje de la geometría y la relacione con situaciones concretas en su vida cotidiana. Por consiguiente, es importante que tanto docentes como estudiantes, cuenten con estrategias que permitan mejorar y facilitar los procesos de enseñanza y aprendizaje, vinculando los conceptos que se trabajan en el aula con el contexto y la realidad inmediata del estudiante.

Entonces, responder a la pregunta ¿Cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes de grado 11° de la IED Técnica Guachaca para resolver problemas que involucran el concepto de volumen? resulta ser un trabajo relevante porque hace parte de los intereses que hoy día tiene la didáctica de las ciencias, y primordialmente por ser de interés y necesidad para los docentes de la institución, ya que al comprender las características de las dificultades que presentan los estudiantes, se pueden plantear actividades específicas, enfocadas a superar dichas dificultades, mejorando así las prácticas de aula y logrando por consiguiente, mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Con este proyecto se busca identificar las dificultades en el aprendizaje del concepto de volumen y la resolución de problemas desde la contextualización propia de la realidad y los resultados de las pruebas internas y externas, al tiempo que se reconocen y brindan estrategias que permita categorizar dichas falencias y, a partir de ahí, proponer actividades de intervención a esas dificultades específicas, con miras a promover el desarrollo de habilidades de pensamiento como la interpretación, análisis y síntesis, brindando elementos necesarios para el desarrollo del pensamiento crítico.

Por todo lo anterior, surge la necesidad de reconocer las características de las dificultades que presentan los estudiantes cuando resuelven problemas con volumen de sólidos, con miras a mejorar las prácticas de aula, teniendo en cuenta el desarrollo de los procesos generales de la actividad matemática según los Estándares Básicos de Calidad del MEN (2006), en especial: La formulación, tratamiento y resolución de problemas, como dimensión del pensamiento crítico.

La investigación es viable ya que se cuenta con la autorización y permisos de los directivos de la Institución Educativa Distrital Técnica Guachaca, compañeros docentes, estudiantes y padres de familia, para realizar las actividades, aplicar los instrumentos y analizar la información recolectada con el fin de mejorar el desempeño académico y los aprendizajes de los estudiantes de la media en torno al concepto de volumen y la solución de problemas.

Se espera que los resultados de esta investigación puedan reorientar las prácticas educativas de los docentes del área, las cuales serán direccionadas por nuevas estrategias, metodologías y actualizaciones pedagógicas que favorezcan el uso de habilidades meta cognitivas en los estudiantes y el modelo de guzmán como contribución a la solución de problemas. Por otra parte, se espera que a través del análisis de los resultados del instrumento inicial se generen espacios de reflexión que permitan satisfacer las necesidades e intereses actuales de los estudiantes y su perspectiva en torno a la resolución de problemas y el concepto de volumen, al igual que los resultados de este proyecto, puedan servir de base para posteriores investigaciones.

5 REFERENTE TEÓRICO

5.1 REFERENTES CONCEPTUALES

Existen unos ejes temáticos de investigación que, aunque están entrelazados en su propósito, tienen características particulares y se establecieron, entre otras razones, con el fin de delimitar el estudio y profundizar desde ciertos intereses y necesidades particulares. Tamayo (2014) refiere que la argumentación, la solución de problemas, la motivación y la metacognición tienen como finalidad brindar elementos que, desde su perspectiva, permitan el desarrollo del pensamiento crítico. Para la presente investigación, se decide tomar la resolución de problemas debido a la necesidad actual de los estudiantes en la apropiación de conceptos geométricos como el volumen y al énfasis que hace el Ministerio de Educación Nacional sobre la importancia de desarrollar habilidades para el planteamiento y solución de problemas como base fundamental para lograr un aprendizaje en profundidad.

En relación con lo anterior, es importante resaltar que el acercamiento de los estudiantes a las matemáticas, a través de situaciones problemáticas procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias es el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas (MEN, 1998).

A continuación, se presenta una descripción de los elementos teóricos que fundamentan la investigación y que determinan los ejes conceptuales sobre los que se apoya el proyecto, por tanto, son necesarios para su comprensión.

Primero, se hace referencia a los principales elementos que caracterizan la didáctica de las matemáticas. Luego, se describen brevemente las implicaciones en la enseñanza y el aprendizaje del concepto de volumen; así como las posibles dificultades y obstáculos que supone dicho proceso. Por último, se presentan diversas perspectivas de algunos autores en torno a la resolución de problemas y, por último, se explica la perspectiva teórica del modelo de Guzmán (2006) que será abordada en la presente investigación.

5.1.1 Enseñanza Y Aprendizaje De Las Matemáticas

La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas son procesos intencionados de apropiación del conocimiento matemático, que se inicia con la reflexión, comprensión, construcción y evaluación de las acciones didácticas que propician la adquisición y el desarrollo de habilidades y actitudes para un adecuado desempeño matemático en la sociedad (Herrera, Montenegro y Poveda, 2012). Así, el aprendizaje de las matemáticas debe proporcionar al estudiante herramientas cognitivas que le permitan actuar asertivamente ante diversas situaciones de la vida cotidiana. Por lo tanto, la actividad pedagógica en el aula debe promover ese acercamiento entre los conceptos matemáticos y la realidad del estudiante. Al respecto Godino, Batanero y Font (2003) afirman: “Cuando los estudiantes pueden conectar las ideas matemáticas entre sí, con las aplicaciones a otras áreas, y en contextos de su propio interés, la comprensión matemática es más profunda y duradera”. Y, es en este sentido que la Resolución de Problemas juega un papel fundamental para la construcción de los conocimientos matemáticos.

Los cinco procesos generales que se contemplan en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, del MEN (1998): formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos; deben ser articulados en la enseñanza de los contenidos matemáticos, no son excluyentes, se interrelacionan y se complementan, permitiendo el engranaje de los conceptos, habilidades y destrezas en el estudiante.

Godino et al. (2003) describen el aprendizaje como "acoplamiento progresivo", ya que, el estudiante llega al aula con un saber preestablecido, y empieza un proceso de organización conceptual para integrar sus preconceptos con los nuevos conocimientos. En este acoplamiento es fundamental la transposición didáctica, que se refiere a las modificaciones que el docente debe hacer al conocimiento para adaptarlo como propósito de enseñanza, teniendo en cuenta las características de los estudiantes.

Otro aspecto interesante para mencionar es la necesidad de identificar las dificultades de los alumnos en el proceso de aprendizaje y sus posibles causas, que pueden estar relacionadas con: La abstracción y generalización de las matemáticas, las

estrategias didácticas implementadas, los conocimientos previos, las condiciones de espacio físico, la motivación de los estudiantes, entre otras. MEN (1998). Sin embargo, lo más importante es que el docente haga una reflexión en torno a esas dificultades, analice las posibles causas y plantee posibles soluciones. Es importante, además, no olvidarse de quien enseña, ya que produce con sus creencias y actitudes, mensajes que afectan el aprendizaje de los estudiantes (Guzmán, 2007).

En las investigaciones de Barrón, Luna, Estrada, Flores y Ramos (2009), se presentan cuatro razones más que dificultan el aprendizaje de las matemáticas, estas dificultades son: La abstracción con que se tratan algunos tópicos de las matemáticas, ya que es casi nula la relación existente entre la realidad del mundo en que vivimos con la teoría expuesta; La falta del razonamiento lógico en el alumno; el método y los recursos de enseñanza que usa el maestro para generar el conocimiento y el abuso indiscriminado de la memorización.

Luego de analizar los elementos que caracterizan la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, se describen algunas implicaciones de la enseñanza y el aprendizaje del concepto de volumen.

5.1.2 Enseñanza Y Aprendizaje Del Concepto De Volumen

La enseñanza y aprendizaje de la geometría ha sido el objeto de estudio en diversas investigaciones, entre ellas están las de Alsina (2007), Campistrous & Rizo (2007), Gamboa y Ballesterio (2010), Gutiérrez (2006), Sarukkai (2008), Acuña (2008), Rojas (2009), entre otros, en muchas de estas investigaciones se reconoce que las mayores dificultades se presentan en la geometría del espacio (Molano, 2019). Esta dificultad se evidencia en la práctica cuando se hace necesario abordar el concepto de volumen, por la deficiente habilidad para representar cuerpos geométricos y realizar transferencias del plano al espacio. Al respecto, Saucedo (2009) hace referencia a los cuerpos geométricos, plantea que éstos pertenecen a un espacio teórico contextualizado y los dibujos que nuestros alumnos realizan son una representación- visualización de esos objetos teóricos. Muchas

veces, cuando un estudiante dibuja una figura, no analiza su concepto ni sus propiedades, solamente dibuja lo que ve.

Sáiz (2003) considera importante tener en cuenta los significados que los niños le atribuyen al vocablo volumen; que son diferentes entre sí y tienen unas implicaciones particulares. Los significados son:

- Volumen interno (la cantidad de unidades de material que conforman un cuerpo)
- Volumen ocupado (la cantidad de espacio que ocupa un cuerpo en relación con otros objetos del entorno)
- Volumen desplazado (el volumen de agua desplazado por un cuerpo que se sumerge en este líquido. (p.21)

Para esta investigación se hará referencia al volumen interno y ocupado, haciendo claridad cuando se requiera de uno u otro.

Ahora bien, para que haya un aprendizaje del concepto de volumen, se deben realizar unas tareas cognitivas específicas, como plantea Molano (2019), con base en lo expuesto en Del Olmo, Moreno y Gil (1993, pp. 115-139):

- Percepción, que hace referencia al conocimiento que se adquiere a partir de las sensaciones transmitidas por los sentidos. Percibir una cualidad en un objeto, implica diferenciarla de las otras. En ese caso particular, distinguir el volumen de un objeto y diferenciarlo de otras cualidades como la masa, por ejemplo.
- Comparación, que se refiere al reconocimiento de las diferencias y semejanzas entre dos o más objetos, por ejemplo, al establecer diferencias y semejanzas entre volumen y capacidad.
- Medición, que consiste en encontrar el valor numérico que corresponde al volumen de un objeto, lo que implica establecer un instrumento de medición adecuado y unas unidades de medida.

- Estimación, proceso que implica deducir la medida del volumen de un objeto sin utilizar instrumentos de medición.
- Aritmetización, que se refiere al cálculo del volumen de un objeto utilizando fórmulas matemáticas.

Estas tareas sugieren un tipo de actividades que activan en el estudiante procesos cognitivos de gran importancia para el aprendizaje del concepto de volumen y su aplicación al entorno, tal como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 2 Síntesis de actividades para el aprendizaje del concepto de volumen

Indicaciones para el aprendizaje del concepto de volumen

| Tareas cognitivas | Tipo de Actividades |
|--------------------|--|
| Percepción | <ul style="list-style-type: none"> • Táctiles • Llenado (empaquetar y llenar objetos) • Observar el comportamiento del volumen (inmersión, hechos físicos) • Distinguir el volumen de otras cualidades |
| Comparación | <ul style="list-style-type: none"> • Comparar capacidades • Comparar volúmenes (inmersión, recuento) • Comparar volúmenes con capacidades |
| Medición | <ul style="list-style-type: none"> • Elección de un patrón de medida • Sistemas de medida • Instrumentos de medida |
| Estimación | <ul style="list-style-type: none"> • Capacidad – capacidad |

- Capacidad – volumen
- Volumen – volumen

Aritmetización

- Cálculo de volúmenes de cuerpos (empaquetado, llenado, rellenado, transformaciones de romper y rehacer)

Fuente. Tabla elaborada con información tomada del libro Superficie y volumen ¿algo más que el trabajo con fórmulas?

Por lo expuesto anteriormente se considera útil y relevante en nuestra investigación para el análisis de las respuestas de los estudiantes, puesto que son los indicadores en el proceso de aprendizaje del concepto de volumen. A continuación, se mencionan algunas dificultades según autores como San Miguel y Salinas (2011) Alsina, Burgués y Fortuny (1987) principalmente.

5.1.3 Dificultades en la enseñanza y el aprendizaje del concepto de volumen.

Las dificultades en la adquisición y apropiación de un concepto matemático suponen una falla en algún proceso de tratamiento y adaptación de la nueva información a nuestros esquemas conceptuales. En lo que concierne la presente investigación, una dificultad es la ausencia de alguna de las siguientes tareas cognitivas: Percepción, comparación, medición, estimación y aritmetización dichas dificultades pueden ser caracterizadas según su origen y procedencia.

Sanmiguel y Salinas (2011) presentan una caracterización de las dificultades más frecuentes al abordar situaciones con contenidos geométricos y de medida, agrupándolas así:

- **Dificultades derivadas del devenir histórico de la Geometría.** Si bien desde la antigüedad la geometría ha ocupado un lugar destacado en la enseñanza, autores como Alsina, Burgués y Fortuny (1987), señalan que a nivel educativo no es totalmente aceptada y si somos realistas, aún en nuestro tiempo la geometría es tratada en la

mayoría de las instituciones como una unidad temática dentro del currículo escolar. Así mismo, Miguel de Guzmán (citado por Sanmiguel y Salinas 2011) afirma que: “Bajo la reforma formalista de la matemática moderna, la geometría elemental y la intuición espacial sufrieron un gran detrimento y, de igual manera, con la sustitución de la geometría por el álgebra la matemática empezó a carecer de problemas interesantes”

- **Dificultades debidas a la metodología empleada.** Clasificadas en cuatro grupos:
 - a) Derivadas de una aparición precoz de las nociones matemáticas y de un modo meramente perceptivo. Lo que conlleva a errores ligados a una presentación estática de figuras que dificulta la representación espacial de las mismas.
 - b) Derivadas de una temprana introducción del lenguaje algebraico. lo que conlleva la tendencia a emplear fórmulas memorísticamente, sin un conocimiento real de su significado.
 - c) Originadas por una aritmetización de la Geometría y de la Medida. Que hace referencia a la tendencia a identificar la geometría con el cálculo de áreas de figuras en el plano y con el cálculo de volúmenes en el espacio, limitando así el alcance de los conceptos.
 - d) Derivadas de una algoritmización de la medida. Limitando la enseñanza y el aprendizaje del concepto al cambio de unidades, lo que conlleva errores como que el alumno no explicita las unidades al expresar resultados o las confunda.

A partir de la identificación de las deficiencias y del tipo al que pertenecen, se puede analizar si se relaciona o no con algún tipo de obstáculos, y así poder analizar los pros y contra de la aplicación de una metodología específica; por lo tanto, se especifican la siguiente tipología de obstáculos:

- **Obstáculos ontogenéticos.** Se refieren a la adquisición de la conservación de las magnitudes, lo que no parece ir ligada a una edad fija, sino que también influyen las experiencias respecto de ellas. (Sanmiguel y Salinas, 2011)
- **Obstáculos de origen epistemológico.** Hacen referencia a:
 - a) Confusión entre área y volumen, debido tal vez a la dificultad para realizar representaciones bidimensionales en el plano cartesiano y las tridimensionales en el espacio, y relacionar y/o diferenciar dichas representaciones.
 - b) Dificultad para comprender la estructura multiplicativa del volumen. Como señala Vergnaud (citado por Sanmiguel y Salinas, 2011) el volumen puede ser estudiado como magnitud unidimensional, en la cual se componen aditivamente las dimensiones lineales razonando sobre las aristas del cuerpo o calculando el área de las caras para luego sumarlas. O, bien sea, como magnitud tridimensional que conlleva la estructura multiplicativa y supone, según señala el autor, un pensamiento formal que muchos alumnos aún no alcanzan.

Luego de examinar las implicaciones de la enseñanza y el aprendizaje del concepto de volumen, hablemos un poco sobre ese elemento que articula los procesos matemáticos con la realidad del estudiante, la resolución de problemas.

5.2 LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

En los párrafos siguientes se hace un recorrido por las concepciones que para algunos autores tiene el término “problema”, luego se analizan diferentes perspectivas teóricas sobre la resolución de problemas y, finalmente se presenta una descripción de los modelos de Polya (1976), Shoenfeld (1992) y De Guzmán (2007), haciendo énfasis en el modelo de Guzmán tomado como base para esta investigación.

Polya (1976), define un problema matemático como aquella situación que requiere la búsqueda consciente de una acción apropiada, para el logro de un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de forma inmediata, es decir, el individuo está consciente

que la solución al problema no será fácil de encontrar, ya que necesita el uso de una estrategia que lo conduzca hacia tal solución.

Para Schoenfeld (1992) la dificultad de definir el término “problema” radica en que es relativo: un problema no es inherente a una tarea matemática, más bien es una relación particular entre el individuo y la tarea; utiliza la palabra problema para referirse a una tarea que resulta difícil para el individuo que está tratando de resolverla.

Según Perales (1993) un problema es “Cualquier situación prevista o espontánea que produce, por un lado, un cierto grado de incertidumbre y por el otro una conducta tendiente a la búsqueda de la solución”.

De la misma forma, Charnay (citado por Alfaro y Barrantes, 2008) dice que un problema puede verse como una terna situación-alumno-entorno; el problema se da solo si el alumno percibe una dificultad, en ese sentido lo que es un problema para un estudiante no necesariamente lo es para otro.

De acuerdo con Buschiazzi et al. (Citado por Calvo, 2008) el problema implica una dificultad, ya que se plantea una situación nueva que se debe dilucidar por medio del razonamiento. La superación de esta dificultad, que se habrá de alcanzar a través de algún camino, constituye la resolución del problema.

En la presente investigación se concibe el “problema” como una situación que se le presenta al estudiante y cuya solución no parece ser tan simple; por lo tanto, deben indagar diversos procedimientos y estrategias para llegar a posibles soluciones. Esto genera interés en el estudiante quien considera el problema como propio y se reta a resolverlo.

En cuanto a la resolución de problemas, Pérez y Ramírez (2011) afirman que ésta constituye una herramienta didáctica potente para desarrollar habilidades entre los estudiantes, además de ser una estrategia de fácil transferencia para la vida, puesto que permite al educando enfrentarse a situaciones y problemas que deberá resolver, no solo en el ámbito de las matemáticas, sino en cualquier área del conocimiento y en la vida diaria. la formulación y solución de problemas permite, además, alcanzar metas significativas en el proceso de construcción del conocimiento, para lograr estas metas los

estudiantes tienen que discutir sus ideas, negociar, especular sobre los posibles ejemplos y contraejemplos que ayuden a confirmar o desaprobar sus ideas, lo que favorece el desarrollo de pensamiento crítico. Como lo confirma García (citado por Tamayo, Zona y Loaiza, 2015):

La resolución de problemas genera cambios en la forma de ver y pensar el mundo desde diferentes esferas, como la cognitiva, afectiva y psicomotora, en las cuales se produce adquisición y dominio de saberes de forma autónoma, buscando el significado y comprensión de esos conocimientos necesarios en el aprendizaje de las ciencias. (p. 125)

Los docentes deben buscar estrategias didácticas que favorezcan la resolución de problemas, de manera que sus estudiantes encuentren significado al aprendizaje de conceptos y procedimientos propios de las matemáticas.

Al respecto Polya (citado por Alfaro, 2006) expresa:

Mi punto de vista es que la parte más importante de la forma de pensar que se desarrolla en matemática es la correcta actitud de la manera de cometer y tratar los problemas, tenemos problemas en la vida diaria, en las ciencias, en la política, tenemos problemas por doquier. La actitud correcta en la forma de pensar puede ser ligeramente diferente de un dominio a otro, pero solo tenemos una cabeza y por lo tanto es natural que en definitiva haya sólo un método de acometer toda clase de problemas. Mi opinión personal es que lo central en la enseñanza de la matemática es desarrollar tácticas en la resolución de problemas. (p. 1)

Las matemáticas favorecen un tipo de pensamiento muy particular al permitir el acercamiento a objetos abstractos, y uno de los medios para ese acercamiento es la resolución de problemas. Sin dejar de reconocer que Polya sentó unas bases fuertes y sólidas para estudios e investigaciones sobre resolución de problemas, se aclara que se difiere un poco del hecho de suponer que hay un solo método para abordar las diferentes situaciones problemas que se presentan, ya que al analizar los procedimientos utilizados por los estudiantes en pruebas internas se ha podido confirmar que los estudiantes tienen

diferentes formas de enfrentar situaciones problemas, tales como el ensayo – error, la reversibilidad o la generalización, y que la efectividad de una u otra estrategia se encuentra en estrecha relación con diferentes factores internos o externos al estudiante. Lo que queda es establecer cuál o cuáles de las estrategias que utilizan son más propicias para favorecer el desarrollo de habilidades de pensamiento.

La resolución de problemas se puede concebir desde diferentes perspectivas y disciplinas, puesto que el objetivo primordial es formativo al favorecer en el estudiante el desarrollo de habilidades y herramientas útiles para la solución de problemas cotidianos. Sin embargo, en este proyecto se quiere enfatizar en la resolución de problemas matemáticos y específicamente en la resolución de problemas que involucran el concepto de volumen.

Por último, Guzmán (2007) sostiene que los procesos de pensamiento o procesos mentales de resolución de problemas son el centro de la educación matemática. La enseñanza por resolución de problemas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces.

Se trata de considerar como lo más importante que el alumno:

- Manipule los objetos matemáticos.
- Active su propia capacidad mental.
- Ejercite su creatividad.
- Reflexione sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente.
- Haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental, de ser posible.
- Adquiera confianza en sí mismo.
- Se divierta con su propia actividad mental.

- Se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana.

El MEN en sus documentos (Lineamientos curriculares, Estándares básicos) apoya el desarrollo de teorías, metodologías que han sido exitosas en otros espacios y que pueden ser contextualizadas según los requerimientos de cada una de las instituciones educativas; dentro de esto, la resolución de problemas, juega un papel primordial, que facilita el desarrollo de habilidades de pensamientos y como eje central de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Por consiguiente, debe hacer parte del quehacer diario del docente y del estudiante, lo que lleva nuevamente a plantear la necesidad de implementar estrategias didácticas pertinentes para desarrollar habilidades de resolución de problemas.

5.2.1.1 Algunas perspectivas sobre las estrategias de resolución de problemas.

Diversas investigaciones (Gallastegui, 1989; Luengo, 1998; Pérez y Ramírez, 2011; Buitrago y García, 2012; Moreno y Díaz, 2014) coinciden en la importancia de la resolución de problemas como estrategia de desarrollo cognitivo y conceptual lo que contribuye a la formación de sujetos autónomos, críticos y reflexivos, capaces de cuestionar su realidad y modificarla si lo amerita. Esto ha originado algunas propuestas sobre su enseñanza, entre las cuales las más conocidas son las de los investigadores Polya (1976), Schoenfeld (1992) y Guzmán (2006). No obstante, existen otros autores antes y después de Polya, quienes sugieren una metodología y estrategias para abordar de forma consciente la resolución de problemas.

En la siguiente tabla se muestran algunos autores y sus principales postulados acerca de la resolución de problemas:

Tabla 3 La resolución de problemas desde diferentes perspectivas.

| Resolución de problemas | | | |
|-------------------------|----------------------------------|--|-------------------------------------|
| Polya (1976) | Mason, Burton y Stacey (1989) | Schoenfeld (1992) | Guzmán (2006) |
| | | Sugiere 5 | |
| | -Hacer los primeros contactos | dimensiones que intervienen en la R.P. | -Familiarización con el problema |
| -Comprensión | -Entrar en materia | -D. Cognitiva | |
| -Concepción | -Fermentar | -Heurística | -Búsqueda de estrategias |
| -Ejecución | -Seguir avanzando | | |
| -Visión | -Intuir | -D. Meta cognitivas | -Desarrollo de la estrategia |
| Retrospectiva | -Mostrarse escéptico | -D. Afectiva | - Revisión del proceso |
| | -Contemplar | -Práctica Matemática. | |

Fuente: Elaboración propia.

Polya (Citado por Alfaro, 2006) afirma. “Resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados.

Resolver un problema es encontrar un camino donde antes no lo había, según Schoenfeld (1992) quien ha sido un seguidor del método de Polya, una situación problémica

se convierte en problema cuando éste se asume como propio y existe motivación para buscar las posibles estrategias de solución. Si utilizamos los medios adecuados podemos conseguir el fin deseado, pero no será de manera inmediata.

Como sabemos, un deportista, tiene un objetivo claro y entrena de forma regular y adecuada para poder ganar una competencia deportiva; de igual forma si se utilizan las estrategias acordes y llamativas para que los estudiantes resuelvan problemas matemáticos, se estaría contribuyendo a formar jóvenes críticos, analíticos y creativos; capaces de resolver cualquier situación de su cotidianidad.

La resolución de problemas es concebida por Polya como una dificultad u obstáculo con una solución incógnita pero existente; por ello sugiere el diseño e implementación de unas estrategias que faciliten esta competencia en los estudiantes, dentro de dichas estrategias se encuentra la comprensión y concepción que en palabras de Shoenfeld, más adelante llamaría Dimensión “cognitiva”. De igual forma Polya habla de la visión retrospectiva y Shoenfeld de estrategias meta cognitivas. Ambas fases reafirman la resolución de problemas como una oportunidad de interacción entre el conocimiento, las técnicas empleadas en el proceso y la reflexión en los aciertos y desaciertos del estudiante, a quien se le despierta la curiosidad y el interés, y le genera satisfacción cuando logra resolverlo, como si se tratase de un acertijo; no obstante es importante que los problemas planteados a los estudiantes coincidan con su etapa de desarrollo cognitivo para no llegar a la frustración al no encontrar solución alguna o bien, llegar al otro extremo de diseñar problemas de fácil solución, lo que inhibe el desarrollo de habilidades de pensamiento y los convierte en una serie de ejercicios y aplicación de fórmulas o procesos de cálculo que no despiertan interés alguno.

Veamos ahora, los modelos de resolución de problemas expuestos por los autores mencionados anteriormente y que representan nuestros referentes de investigación.

5.2.1.2 Modelo de Polya.

Polya (1976) sugiere cuatro pasos para resolver problemas y para cada paso una serie de preguntas que el estudiante puede hacer, o de aspectos que debe considerar, lo que se convierte en una brújula para encontrar el camino a la solución.

1. Comprensión del problema
 - ¿Cuál es la incógnita?
 - ¿Cuáles son los datos?
 -
2. Concepción de un plan
 - ¿Se ha encontrado con un problema semejante?
 - ¿Conoce un problema relacionado con éste?
 - ¿Podría enunciar el problema de otra manera?
 - ¿Ha empleado todos los datos?
3. Ejecución del plan
 - ¿Son correctos todos los pasos dados?
4. Visión retrospectiva
 - ¿Puede verificar el resultado?
 - ¿Puede verificar los razonamientos realizados?

El modelo de “heurísticas” mencionado anteriormente, de lo que ocurre durante la Resolución de Problemas, ha servido como punto de partida para otros trabajos, sirve como esquema para deducir modelos e incluso materiales de instrucción y evaluación. Entre otros: Fenell, LeBlanc y sus colaboradores (citados por Gallastegui, 1989) proponen modelos de enseñanza para la resolución de problemas en los primeros grados, basados en las ideas de Polya.

5.2.1.3 Modelo de Shoenfeld.

De la misma forma, Shoenfeld (1992) considera que son fundamentales los procesos de control y la reflexión del conocimiento que el estudiante pueda hacer sobre sí mismo, ya que, aunque reconoce el potencial de las estrategias discutidas por Polya, afirma que todos los estudiantes no aprenden de la misma manera. Por lo tanto, se fundamenta al igual que

Santos Trigo (1992), en la idea de que existen cuatro aspectos que se deben tener en cuenta en el proceso de resolver problemas, y son:

- El dominio del conocimiento, son los recursos matemáticos con los que cuenta el estudiante y que pueden ser utilizados en el problema.
- Estrategias cognoscitivas, que incluyen métodos heurísticos como descomponer el problema en simples casos, establecer metas relacionadas, invertir el problema, dibujar diagramas, el uso de material manipulable, el ensayo y el error, el uso de tablas y listas ordenadas, la búsqueda de patrones y la reconstrucción del problema.
- Estrategias meta cognitivas, relacionadas con el monitoreo y el control.
- El sistema de creencias, se compone de la visión que se tenga de las matemáticas y de sí mismo. Las creencias determinan la manera como se aproxima una persona al problema, las técnicas que usa o evita, el tiempo y el esfuerzo que le dedica, entre otras.

5.2.1.4 *Modelo de Miguel de Guzmán.*

De Guzmán (2006), a partir de las ideas de Polya (1976) y Shoenfeld (1992) propone un método para resolver problemas matemáticos, que consta de cuatro fases que permiten abordar cada aspecto del problema a resolver. Para definir estas cuatro fases, el autor realiza una investigación cuyos resultados se aprecian en su obra *Para pensar mejor* (1995). En este libro propone una reflexión sobre los diferentes bloqueos que pueden presentar los estudiantes al abordar la resolución de problemas, da a conocer las características del modelo propuesto y ofrece orientaciones para ponerlo en práctica en un trabajo en grupo.

Con relación a los bloqueos, los separa en tres grupos:

- Bloqueos afectivos, relacionados con las emociones, entre los que menciona: la apatía, pereza, miedo, ansiedad.
- Bloqueos de tipo cognoscitivo, relacionados con la dificultad para desglosar un problema, escasez de estrategias para abordarlo y la inflexibilidad del pensamiento.

- Bloqueos culturales y ambientales, derivadas de las formas de pensar que se transmiten a través del tiempo y por medio de la comunicación, como la sabiduría popular y los mitos sobre la enseñanza y el aprendizaje.

El modelo propuesto por Miguel de Guzmán, divide el proceso de resolución de problemas en cuatro fases:

5.2.1.4.1 Familiarización con el problema.

Hace referencia a todas las acciones dirigidas hacia la comprensión del problema y de los elementos que lo componen: información relevante o no, explícita o implícita, relaciones entre las variables y la incógnita. Una persona que comprende el problema que va a resolver es capaz de describirlo con sus propias palabras y representarlo de diferentes formas, y para lograrlo puede emprender acciones que conlleven a explorar el problema y analizarlo, haciendo uso de diferentes estrategias que tiene a disposición como: tablas, gráficas, esquemas, diferentes lenguajes (algebraico, geométrico, estadístico), etc.

Para abordar esta fase, se sugiere plantearse interrogantes como: ¿De qué trata el problema? ¿Qué pide encontrar o hacer? ¿Qué información ofrece? ¿La información que ofrece es relevante? ¿La información que ofrece es suficiente? Preguntas que se convierten en orientadoras del proceso y favorecen la conexión entre el punto de partida del problema, los elementos que lo componen y el objetivo del mismo.

En esta fase, para el caso que nos ocupa: la resolución de problemas que involucran el concepto de volumen, es fundamental que el estudiante realice las dos primeras tareas cognitivas propuestas por Molano (2019), con base en lo expuesto en Del Olmo, Moreno y Gil (1993): La Percepción, que lo lleva a establecer diferencias y semejanzas entre dos o más objetos, y a descubrir la existencia de cuerpos combinados, cuerpos dentro de otros cuerpos o cuerpos sobrepuestos. Y, la comparación, que lo lleva a distinguir el volumen de un objeto diferenciándolo de su capacidad, establecer relaciones, diferencias y semejanzas entre dos o más objetos de acuerdo con su volumen. Así, al cumplir correctamente con

estas dos tareas específicas, se garantiza la familiarización con el problema y por lo tanto su comprensión.

- a. Búsqueda de estrategias. Luego de comprender el problema se debe buscar estrategias que permitan abordarlo, la persona que resuelve el problema no debe conformarse con la primera que llegue a su mente, debe plantear diferentes estrategias para seleccionar la que se considere más adecuada y /o conveniente para resolverlo de acuerdo con su naturaleza, características y condiciones. De esta manera, en el caso de la resolución de problemas con el concepto de volumen, pueden recurrir a la medición, estimación y/o aritmetización, apoyados por la percepción y comparación mencionadas en la fase anterior, que son las tareas cognitivas propuestas por Molano (2019), con base en lo expuesto en Del Olmo, Moreno y Gil (1993), y que lo ayudarían a llegar a la solución del problema. Ya quedaría a criterio del estudiante y según las características y naturaleza del problema, decidir cuál o cuáles pueden resultar más asertivas.

Para esta fase, el autor en su obra "*para pensar mejor*" sugiere algunas estrategias heurísticas, entre las que se destacan:

- Ir de lo más simple a lo complejo, es decir empezar por lo fácil. El autor sugiere resolver ejercicios similares e ir aumentando el grado de dificultad paulatinamente.
- Tomar el problema por partes. En ocasiones la situación planteada resulta muy extensa y por lo tanto confusa y difícil de abordar. Por ello se sugiere dividir el problema e ir resolviendo cada parte por separado hasta obtener la solución definitiva.
- El ensayo-error. Consiste en experimentar con el problema, imaginar posibles soluciones y contrastar con las condiciones y características de la situación planteada.
- Realizar diagramas, figuras o tablas. Si se logra la representación adecuada, se facilita el proceso de resolución, ya que visualizar los elementos que componen el problema y las relaciones entre ellos ayuda a comprender mejor la situación.

- Escoger el lenguaje adecuado. En ocasiones un problema se puede expresar usando diferentes tipos de lenguajes (algebraico, geométrico, analítico, estadístico), y algunos son más convenientes y fáciles de comprender de acuerdo con la situación planteada.
 - El razonamiento regresivo. Consiste en suponer una solución para el problema, y tomarla como válida verificando que cumple con las condiciones de la situación planteada.
- b. Llevar adelante la estrategia. Luego de analizar diversas estrategias llevamos a cabo la que se ha seleccionado, para lo cual el autor sugiere: realizar una a una y paso a paso las ideas que se les hayan ocurrido, reflexionar sobre la validez de cada paso, no desanimarse ante los obstáculos que se van presentando, estudiar con detenimiento la solución. Si la estrategia seleccionada no lleva a la solución del problema se recomienda volver a la fase anterior y seleccionar otra o bien modificar las que se han propuesto de acuerdo con lo aprendido en la práctica. Por esto es importante no conformarse con la primera idea que se nos ocurre. Tener diferentes opciones nos permite, además, comparar procesos de solución y decidir sobre la efectividad y conveniencia de uno u otro, para lo cual no debemos olvidar verificar que todos los pasos dados sean correctos y coherentes con la situación planteada.
 - c. Reflexionar sobre el proceso que ha seguido y sacar consecuencias de él. En este momento debemos reflexionar sobre la estrategia seleccionada, revisar el proceso de solución, verificar si se puede generalizar para otras situaciones. Para esta fase, el autor sugiere: analizar el camino seguido, ¿cómo se llegó a la solución? o ¿por qué no se logró?, tratar de encontrar un camino más sencillo, reflexionar sobre el proceso de pensamiento, analizar si la estrategia utilizada se puede usar en otro tipo de situaciones.

La reflexión sobre el proceso de resolución de un problema es fundamental, así cuando nos enfrentamos a otro problema similar no se cometen los mismos errores y, progresivamente, se mejoran las técnicas de resolución haciendo que sean más rápidas y efectivas. Al respecto, Guzmán (1991) expresa “conocernos a nosotros mismos como

resolutores nos proporciona la posibilidad de utilizar nuestros propios recursos de forma más eficaz”. Y, la mejor forma de conocernos a nosotros mismos en ese sentido es mediante la reflexión de los procesos, para compararse tanto con otras personas, como consigo mismo en diferentes situaciones.

En este momento del proceso de resolución, y para el caso específico de la resolución de problemas que involucran el concepto de volumen, ya se deberían haber realizado las tareas cognitivas propuestas por Molano (2019), con base en lo expuesto en Del Olmo, Moreno y Gil (1993), para garantizar el éxito, no sólo en la resolución de problemas, sino también en el aprendizaje del concepto de volumen y su correcta aplicación.

Para esta investigación se decidió adoptar el modelo de Guzmán (2006) para la resolución de problemas, ya que consideramos de gran valor el trabajo realizado por el matemático, el cual brinda estrategias meta cognitivas en aspectos procedimentales como las fases de planificación, aplicación y evaluación; por otra parte se presta especial atención a las habilidades críticas; como la síntesis, el raciocinio, reflexión y aprendizaje colaborativo, que se evidencia en su obra “Para pensar mejor” Guzmán (1991), en el que plantea las diferentes dificultades que tienen los estudiantes cuando se enfrentan a un problema matemático. Con base en las heurísticas por él planteadas se establecen unas subcategorías de investigación que nos permitirán identificar las dificultades que presentan los estudiantes para resolver problemas, en particular con el concepto de volumen.

5.2.1.4.2 Procesos cognitivos involucrados en la resolución de problemas Según el Modelo de Guzmán (2006).

Miguel de Guzmán (2006) Retoma el modelo de Polya en sus cuatro fases con la variación del empleo de la reflexión y preguntas orientadoras en cada una de ellas, lo que favorece su comprensión y, por ende, su resolución o alcance. durante cada fase enfatiza en la selección de una estrategia pertinente y su aplicación y a través de las preguntas orientadoras se promueve la reflexión, regulación y evaluación de cada procedimiento

llevado a cabo por los estudiantes para la resolución del problema matemático. Lo anterior supone tareas cognitivas ya que se requiere de una frecuente supervisión y conciencia de los procedimientos utilizados y las razones por las cuales se escogieron dichos procedimientos

Una estrategia cognoscitiva es aquella designada simplemente a llevar al individuo a conseguir algún objetivo o sub-objetivo cognoscitivo. Por ejemplo, sacar la cuenta de la lista de lo que se debe en la tienda, necesita una estrategia cognoscitiva para sumar las cantidades y de esta manera obtener el resultado. En la misma situación, una estrategia de tipo meta cognitiva sería realizar una segunda y tercera suma para estar seguros del resultado, ya el objetivo de estas operaciones es diferente que el de la primera, el propósito ya no es alcanzar el objetivo (estrategia cognoscitiva), sino sentirse seguro de que se ha conseguido dicho objetivo (estrategia meta cognitiva) (Iriarte & Sierra, 2011, p.68).

Si las matemáticas en el aula fuesen abordadas desde la metacognición, los conceptos serían el resultado de la interacción entre el sujeto y el objeto, es decir, de procesos cognitivos y no como erróneamente se cree en las instituciones educativas que el conocimiento debe partir de un concepto o definición cuando realmente el conocimiento se debe propiciar en entornos contextualizados y situaciones concretas que le permitan al mismo estudiante crear y comprender los conceptos porque ya tuvo una previa experiencia con su significado.

Es importante que como docentes se favorezca el uso de estrategias meta cognitivas en sus clases, sin importar el área, No sólo porque se puede mejorar la comprensión y el acceso al conocimiento por parte de los estudiantes, sino porque además podemos re direccionar las prácticas educativas de acuerdo a las dificultades y necesidades detectadas en el proceso.

6 OBJETIVOS

6.1 OBJETIVO GENERAL

Caracterizar las dificultades que presentan los estudiantes de 11° de la IED Técnica Guachaca para resolver problemas que involucran el concepto de volumen.

6.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Identificar, mediante un estudio diagnóstico, las dificultades presentadas por los estudiantes de grado 11° de la IED Técnica Guachaca, para resolver problemas que involucran el concepto de volumen.

Reconocer las dificultades de los estudiantes en el aprendizaje del concepto de volumen tomando como base las tareas cognitivas que realizan.

7 METODOLOGÍA

7.1 INTRODUCCIÓN

Este capítulo muestra de forma detallada el diseño, la estructura y el proceso metodológico que se empleó en la investigación; Se presenta el tipo de estudio, unidad de análisis, unidad de trabajo, técnicas e instrumentos de recolección de información, sistematización y análisis de datos. De igual forma describe el contexto, las categorías de análisis, el procedimiento de codificación de la información y se explica la fundamentación teórica del diseño de la unidad didáctica que se propone para favorecer el aprendizaje del concepto de volumen a través de la resolución de problemas.

7.2 ENFOQUE METODOLÓGICO

Esta investigación es de corte cualitativo con alcance descriptivo, ya que se centró en la caracterización de la realidad del sujeto y su evolución en torno al aprendizaje de un concepto específico. “El análisis cualitativo surge de aplicar una metodología específica orientada a captar el origen, el proceso y la naturaleza de estos significados que brotan de la interacción simbólica entre los individuos” (Ruiz, 2012, p. 15).

Se pretende caracterizar las dificultades que presentan los estudiantes de grado 11° de la IED Técnica Guachaca para resolver problemas que involucran el concepto de volumen. Para ello se analizaron las estrategias que usaron para resolver problemas, de acuerdo con el modelo de Miguel de Guzmán y se evaluaron las tareas cognitivas desarrolladas, referidas al concepto de volumen. Como resultado de ello, se propone una intervención didáctica que fortalezca el proceso de aprendizaje en busca de mejorar nuestras prácticas de aula. Ruiz (2012) sostiene que “hablar de métodos cualitativos, en definitiva, es hablar de un estilo o modo de investigar los fenómenos sociales en el que se persiguen determinados objetivos para dar respuesta a unos problemas concretos a los que se enfrenta la investigación” (p. 23).

7.3 CONTEXTO

El presente trabajo se desarrolló en la Institución Educativa Distrital Técnica Guachaca, la cual se encuentra ubicada en las estribaciones de la Sierra Nevada de Santa Marta; específicamente en el km 42 vía Santa marta - Riohacha, troncal del caribe, es una institución de carácter oficial que atiende a una población de 850 estudiantes aproximadamente, en los niveles de Preescolar, Básica Primaria, Básica secundaria y Media. Actualmente cuenta con 6 sedes: 3 de multigrados, 2 de básica primaria y 1 de básica secundaria y media. Esta población pertenece a los estratos 0 y 1 del corregimiento Guachaca, zona rural de la ciudad de Santa Marta.

La I.E.D. Técnica Guachaca fundamenta su propuesta educativa en un enfoque Crítico - Social (Desarrollista) y tiene un énfasis en la formación de informadores turísticos, debido a su ubicación en el corredor turístico de la Sierra Nevada de Santa Marta y a la alta demanda de visitas de propios y extraños en esta zona en la que predominan cabañas ecoturísticas, hostales, hoteles, posadas y balnearios.

7.4 UNIDAD DE TRABAJO

La investigación se realizó en el grado 11° de dicha institución, son sujetos pertenecientes a ambos sexos, sus edades oscilan entre los 15 y 17 años, debido a la emergencia sanitaria presentada, sólo 4 de ellos tuvieron la oportunidad de participar en el desarrollo de la actividad propuesta. Esto se constituye en la unidad de trabajo de la presente investigación.

7.5 UNIDAD DE ANÁLISIS.

La unidad de análisis, para la presente investigación, es la identificación de las dificultades relacionadas con la resolución de problemas que involucran el concepto de volumen en estudiantes de grado 11° de la Institución Educativa distrital Técnica Guachaca. A partir de esta unidad de análisis se proponen las siguientes categorías de investigación:

7.6 CATEGORÍAS DE INVESTIGACIÓN

Teniendo en cuenta lo expuesto en el planteamiento del problema y los referentes teóricos se plantean dos categorías de estudio: la resolución de problemas y las dificultades en el aprendizaje del concepto de volumen. Para el análisis de resultados, en cuanto a la categoría resolución de problemas, se categorizaron las respuestas de los estudiantes por indicadores, de acuerdo con el modelo de Guzmán (2006) adoptado en esta investigación. La categoría dificultades en el aprendizaje del concepto de volumen, se analiza a la luz de las tareas cognitivas necesarias para que se dé el aprendizaje del concepto, planteadas por Molano (2019) con base en lo expuesto en Del Olmo, Moreno y Gil (1993)

La siguiente tabla muestra las categorías y subcategorías de análisis con sus respectivos indicadores.

Tabla 4 Categorías y subcategorías de análisis.

| Categorías | Subcategorías | Indicadores |
|---|--|---|
| Resolución de problemas que involucran el concepto de volumen (Guzmán, 2006) | Familiarización con el problema | <ul style="list-style-type: none"> - Comprende de qué trata el problema. - Reconoce los datos y variables del problema - Representa de múltiples formas el problema. - Simplifica el problema para poder abordarlo. |
| | Búsqueda de estrategias | <ul style="list-style-type: none"> - Propone múltiples estrategias para resolver el problema. . Considera las operaciones como herramienta de solución. |

| | | |
|---|------------------------------------|--|
| | Desarrollo de la estrategia | <ul style="list-style-type: none">- Elige la estrategia que mejor puede resolver el problema.- Regresa a la fase anterior y selecciona otra estrategia.- Considera nuevas estrategias que no tuvo en cuenta antes. |
| | Revisión del proceso | <ul style="list-style-type: none">- Explica cómo llegó a la solución.- Reflexiona sobre el éxito del ejercicio.- Analiza qué otros posibles resultados tiene el problema. |
| Aprendizaje del concepto de volumen (Molano, 2019) | Percepción | <ul style="list-style-type: none">-Establece diferencias y semejanzas entre dos o más objetos, relacionadas con el volumen y la capacidad.-Descubre cuerpos combinados: cuerpos dentro de otros, cuerpos sobrepuestos. |

Comparación.

-Distingue el volumen de un objeto como característica particular y lo diferencia de su capacidad.

-Establece diferencias y semejanzas entre dos o más objetos.

-Relaciona un objeto con otro de acuerdo a su volumen.

Medición.

-Establece el instrumento de medición adecuado.

- Selecciona la unidad de medida correspondiente.

Estimación.

-Deduca la medida del volumen de un objeto.

-Se aproxima a la medida del volumen de un objeto con relación a otro.

Aritmetización.

Aplica directamente la ecuación de volumen correspondiente.

Fuente. Elaboración propia con base al Modelo de Guzmán (2006) y molano (2019).

De acuerdo con las categorías, subcategorías e indicadores anteriormente expuestos, se realizó el análisis de las respuestas de los estudiantes al instrumento planteado, se caracterizaron las dificultades encontradas y, por último, se propone una Unidad Didáctica con miras a favorecer la superación de dichas dificultades

7.7 DISEÑO METODOLÓGICO

A continuación, en la figura 2 se exponen las fases que se llevaron a cabo para la consecución de los objetivos propuestos en la presente investigación.

Ilustración 2 Fases de la investigación



Fuente. Elaboración propia.

Haciendo énfasis en la aplicación y análisis del instrumento diagnóstico y basándonos en las fases anteriormente descritas, se realizaron las siguientes actividades:

Fase 1. En esta primera fase se realizó una revisión bibliográfica, se recopilaron y analizaron los referentes conceptuales para el diseño de los instrumentos diagnósticos y la Unidad Didáctica, a partir de los objetivos propuestos.

Fase 2. En esta fase se realizó el diseño y validación del instrumento diagnóstico, a partir de los objetivos propuestos y las categorías y subcategorías de investigación, teniendo en cuenta que estos arrojen datos importantes que aporten a la investigación. Esta fase incluye la validación por pilotaje de los instrumentos y juicio de expertos.

Fase 3. Corresponde a la aplicación de instrumentos diagnósticos que permiten identificar las dificultades que presentan los estudiantes frente a la conceptualización del volumen y la resolución de problemas.

Fase 4. En esta última fase, se realizó el análisis e interpretación de las respuestas de los estudiantes, con el fin de caracterizar las estrategias empleadas en la resolución de problemas y las dificultades que evidencian en cuanto al aprendizaje del concepto de volumen. A partir de los resultados obtenidos, se diseñó una Unidad Didáctica que se propone como instrumento para favorecer la superación de las dificultades evidenciadas. Para finalizar se obtienen las conclusiones y recomendaciones.

7.8 LAS TÉCNICAS E INSTRUMENTOS

La observación, grupo focal y cuestionarios escritos, se implementaron en la investigación para la recolección de información. Además, se aplicó un instrumento de indagación con el cual se identificaron las dificultades más frecuentes de los estudiantes al abordar la resolución de problemas con el concepto de volumen, a partir de esas dificultades se propone la Unidad Didáctica que se presenta a continuación, vale aclarar que, por cuestiones relacionadas con la emergencia sanitaria y los tiempos no se alcanzó a aplicar la unidad didáctica, sin embargo se dejó planteada teniendo en cuenta algunos aspectos que se resaltan a continuación:

7.9 UNIDAD DIDÁCTICA

Es importante resaltar el concepto, la importancia del diseño y aplicación de unidades didácticas, cuya intencionalidad según Orrego, Tamayo y Ruiz (2016) es conocer los modelos explicativos expresados por los estudiantes, identificar los obstáculos de diferente naturaleza que se pueden presentar en el proceso de aprendizaje de los temas enseñados y proponer un conjunto de actividades orientadas al logro de los aprendizajes (p. 24-25).

Lo anterior, muestra la intencionalidad de la UD, la cual se diseñó con el fin de favorecer el aprendizaje del concepto de volumen mediante la resolución de problemas basados en las heurísticas del modelo de Guzmán (2006).

Se propone la aplicación de una unidad didáctica en un periodo de 6 semanas de clase, cada una con un tiempo de 4 horas. Se diseñaron entonces, una serie de actividades, las cuales serán aplicadas durante el transcurso de dicha unidad, con el fin de promover y reflexionar sobre el aprendizaje del concepto de volumen, los procesos de resolución de problemas que llevan a cabo los estudiantes y cómo afectan éstos al aprendizaje de dicho concepto.

7.9.1 Objetivos De La UD

El objetivo primordial de la unidad didáctica es proponer algunas estrategias que faciliten la comprensión del concepto de volumen a través de la resolución de problemas. Estas estrategias van enfocadas a:

- Promover el desarrollo del pensamiento espacial.
- Favorecer el aprendizaje del concepto de volumen y su relación con el entorno.
- Sensibilizar frente a la necesidad de ser conscientes de los procedimientos que se desarrollan al resolver un problema.
- Contextualizar la resolución de problemas, buscando aprendizajes en profundidad.

7.9.2 Estructura De La Unidad Didáctica

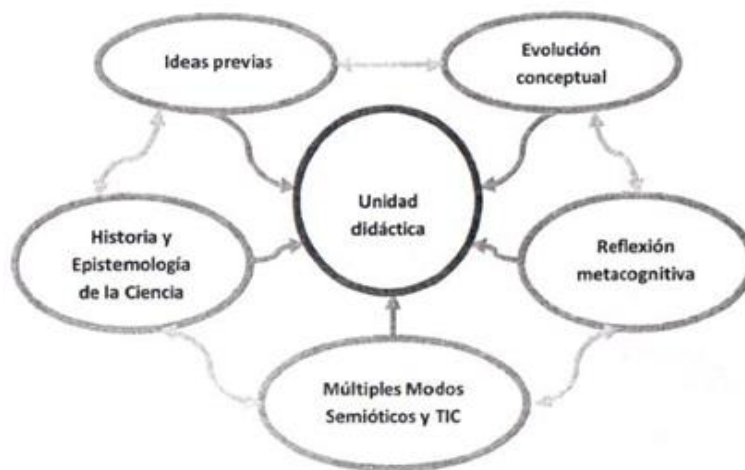
La actividad de intervención propuesta se basa en el modelo de Guzmán (2006) para la resolución de problemas, atendiendo a las heurísticas por él planteadas, de manera que se logre un control y monitoreo de los procesos cognitivos realizados por los estudiantes. Las actividades diseñadas tienen como objetivo guiar al estudiante hacia la resolución de problemas matemáticos por medio de diferentes interrogantes que lo llevan a ser consciente de dicho proceso. “Para el diseño de las unidades didácticas se requiere que los profesores identifiquen claramente los obstáculos de los estudiantes frente a los nuevos conocimientos

que se les presentan, para lo cual se sugiere que los profesores modelicen el pensamiento de sus estudiantes, lo cual lleva a la identificación de obstáculos” (Orrego et al, 2016, p. 24).

En el diseño de unidades didácticas se tiene en cuenta el modelo propuesto por Tamayo (Citado por Álvarez, 2013) y sus componentes conceptuales tal como se observa en la figura 2.

En nuestra unidad se incorporarán las dimensiones: Historia y epistemología del campo disciplinar (Matemáticas), las ideas previas de los estudiantes, se promueve la reflexión meta cognitiva, la evolución conceptual y representaciones de los múltiples modos semióticos. Además, se favorece el desarrollo del pensamiento en dominios específicos del conocimiento a través de actividades manipulativas con material concreto que despiertan interés en el estudiante y contribuyen a la construcción del concepto de volumen, con un procedimiento práctico y significativo.

Ilustración 3 Modelo de diseño de unidades didácticas.



Fuente. Tomado del modelo de unidad didáctica adoptado por Tamayo (2016).

La unidad didáctica propuesta (Anexo 2), se diseñó para trabajar en 12 sesiones (cada sesión tiene una duración de 2 horas), 2 sesiones que se utilizaron para la

implementación del instrumento inicial o diagnóstico, a través del cual se pudo identificar las dificultades que presentan los estudiantes, 8 sesiones para el desarrollo de las actividades tendientes a intervenir dichas dificultades y 2 sesiones para una segunda implementación del instrumento que permitirá evaluar el impacto de las actividades realizadas.

Es importante señalar que, cada actividad propuesta en la Unidad Didáctica está orientada a favorecer la superación de alguna de las dificultades identificadas a partir del análisis e interpretación de las respuestas de los estudiantes, mediante el fortalecimiento de la fase de resolución de problemas o la tarea cognitiva involucrada en dicha dificultad. En el documento anexo se puede observar para cada fase, la categoría y subcategorías que se busca intervenir específicamente.

Debido al aislamiento preventivo y cese de actividades escolares desde el 17 de marzo hasta la fecha en curso por la Emergencia Sanitaria Covid - 19 no se pudo aplicar la Unidad didáctica sino sólo el instrumento inicial o diagnóstico, ya que la Institución Técnica Guachaca es de zona rural y los estudiantes carecen de dispositivos Smartphone, computadores o portátiles para acceder a encuentros virtuales sincrónicos. Por lo tanto, La Unidad Didáctica es una propuesta que sirve de apoyo para fortalecer la práctica pedagógica o bien sea como base para futuras investigaciones. La tabla 5 presenta una síntesis de la estructura de la unidad didáctica propuesta.

Tabla 5 Unidad didáctica. Solución de problemas con volumen de sólidos.

| UNIDAD DIDÁCTICA: SOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON VOLUMEN DE SÓLIDOS | | |
|---|---|------------|
| Área: Matemáticas | Nivel: Media | Grado: 11° |
| Categoría 1: Solución de problemas | Categoría 2: Dificultades en el aprendizaje del concepto de volumen | |
| Subcategorías: | Subcategorías: | |

-
- | | |
|------------------------------------|-------------------|
| ❖ Familiarización con el problema. | ❖ Percepción. |
| ❖ Búsqueda de estrategias. | ❖ Comparación. |
| ❖ Desarrollo de la estrategia. | ❖ Medición. |
| ❖ Revisión del proceso | ❖ Estimación. |
| | ❖ Aritmetización. |

OBJETIVO GENERAL: Cualificar el aprendizaje del concepto de Volumen, a partir de la resolución de problemas.

COMPETENCIA A DESARROLLAR: Modelación, planteamiento y resolución de problemas.

| FASE DIAGNÓSTICA | FASE DE DESARROLLO | FASE DE EVALUACIÓN |
|---|---|---|
| Sesión 1 y 2: Primera aplicación del instrumento diagnóstico. | Sesión 1: Exploración de ideas previas. Sesión 2 y 3: Conceptualización. Sesión 4: Modelo de Miguel De Guzmán. Sesión 5: Práctica guiada. Sesión 6 y 7: Ejercitación. Sesión 8: Practiquemos lo aprendido. | Sesión 11 y 12: Segunda aplicación del instrumento. |

Fuente. Elaboración propia.

Cabe resaltar que, los instrumentos diagnósticos se aplicaron a través de actividades impresas que fueron dejadas en algunos puntos para que los estudiantes las recogieran y las orientaciones fueron dadas a través de llamadas de voz.

7.10 INSTRUMENTOS Y FUENTES DE INFORMACIÓN

El diseño, validación y aplicación del instrumento diagnóstico y el análisis e interpretación de las respuestas de los estudiantes, hacen parte de las fases 2 y 3 de nuestra investigación y se realizó con el fin de identificar las posibles dificultades que presentaron los estudiantes cuando abordan la resolución de problemas que involucran el concepto de volumen. Este instrumento (Anexo 1) se diseñó y aplicó en dos partes: un cuestionario formado por 4 problemas que dan cuenta de las ideas previas de los estudiantes respecto al concepto de volumen y las estrategias que utilizan para resolver problemas; y un ejercicio práctico que permite, mediante la construcción y comparación de dos sólidos, el análisis de las tareas de aprendizaje realizadas por los estudiantes. Fue elaborado para indagar las dificultades que se pueden encontrar, respecto al concepto y la utilización del volumen en situaciones problémicas, contextualizadas a su realidad, teniendo en cuenta el modelo de Guzmán (2006).

El instrumento fue piloteado con algunos estudiantes distintos a los focalizados para el estudio, luego, se replantearon algunas preguntas y se ajustaron algunos aspectos de forma y fondo del instrumento planteado y además, fue sometido a valoración de expertos y evaluadores con el fin de determinar la pertinencia y coherencia con el problema de la presente investigación. 9

7.11 PLAN DE ANÁLISIS

Con la investigación, a partir de la aplicación de instrumento diagnóstico se logró la caracterización de las dificultades evidenciadas en los estudiantes con relación al aprendizaje del concepto de volumen y la identificación de las estrategias de resolución de problemas de acuerdo al modelo de Miguel de Guzmán, y a partir de ellas se proponen las actividades de intervención en la UD (Anexo 2), que sirven de apoyo en la planeación pedagógica de aula y para futuras investigaciones.

Para la organización de la información arrojada, se utilizaron los programas de Microsoft Word y Excel, en cuanto al procesamiento de textos y la realización de tablas que facilitaron organizar los hallazgos en los sujetos. En cuanto al análisis de contenido, se

usaron matrices donde se evidencian los resultados y la triangulación de la información arrojada por los instrumentos de investigación.

El anexo 3, que se refiere al Análisis del estado de los estudiantes con relación a las categorías de investigación, facilita la organización y sistematización de la información, lo que permitió la interpretación en detalle, de la situación de cada estudiante con respecto a las categorías, aprendizaje del concepto de volumen y la manera en que éste lo abordó. Se planteó el análisis por situación propuesta, de acuerdo con la forma de solucionarla y las respuestas de los estudiantes; esta tabla se usó tanto en la fase 2 como en la fase 4, para la interpretación de resultados.

De igual manera, el Anexo 4 consistente en la recopilación de la manera cómo el estudiante soluciona el problema, permitió establecer el estado de los estudiantes, en relación con los razonamientos empleados para la interpretación y aplicación del concepto de volumen en una situación específica, hasta llegar a la manera cómo se soluciona, con base en el modelo de Guzmán (2006).

Las nomenclaturas utilizadas en el análisis de los resultados son **E** (estudiante), **S** (situación problema) **P** (pregunta), de esta manera logramos diferenciar la participación de cada uno de los sujetos en la investigación **E1**, **E2**, **E3** y **E4**. Y las respuestas dadas por cada uno a las situaciones planteadas. Así, por ejemplo, **S1P4** corresponde a la respuesta dada a la pregunta 4 de la situación problema 1, **S3P2** corresponde a la respuesta dada a la pregunta 2 de la situación problema 3. Luego, para referirnos a la respuesta dada por el estudiante 1 a la pregunta 4 de la situación 2, escribiremos: La respuesta de **E1** para **S2P4**.

La matriz que se muestran en el anexo 5 (Matriz de Análisis de las dificultades en el aprendizaje del concepto de volumen), permite establecer el estado de los estudiantes, con relación al aprendizaje del concepto de volumen de acuerdo con los razonamientos empleados para la solución de las situaciones propuestas. Se plantea el análisis por situación propuesta de acuerdo con las tareas cognitivas necesarias para el aprendizaje del concepto, en concordancia con los planteamientos de Molano (2019), con base en lo expuesto por Del Olmo, Moreno y Gil (1993).

7.12 SISTEMATIZACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para la sistematización de resultados se tomó como base la matriz de análisis que se muestra en el anexo 6, donde se tienen en cuenta aspectos como el objetivo al cual responden los resultados, las preguntas realizadas, los resultados, la categoría que se está analizando, la codificación y la interpretación realizada a la luz de la teoría y los indicadores planteados.

8 RESULTADOS

Al diseñar y aplicar el instrumento diagnóstico sobre la resolución de problemas con volumen de sólidos, cuyo objetivo primordial fue identificar las dificultades de los estudiantes para resolver problemas con el concepto de volumen, con preguntas y situaciones que pueden encontrar en la vida diaria, o en la presentación de una de las pruebas estatales, se pudo evidenciar que es necesario la dinamización de la capacidad de resolución de problemas, que es transversal a todas las áreas del conocimiento. Es importante tener en cuenta, que se categorizaron las preguntas de los instrumentos utilizados, con la intención de analizar el concepto de volumen y, cómo éste puede ser llevado de manera activa en los procesos de enseñanza y aprendizaje, ya que los estudiantes presentan, en ocasiones, dificultades para pasar de la teoría del concepto de volumen a la práctica. El análisis estuvo determinado por las respuestas de los sujetos participantes, desplegadas en categorías y subcategorías.

9 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

9.1 CATEGORÍA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

A continuación, se presentan los resultados del instrumento aplicado y que dan cuenta de las características de las estrategias utilizadas por los estudiantes en el proceso de resolución de problemas específicamente con el concepto de volumen. Para la exposición y análisis de resultados, se presentan las características de las respuestas, las distintas deducciones e interpretaciones que se realizan a partir de ellas y el análisis a la luz de la teoría expuesta, esto, teniendo en cuenta las subcategorías planteadas:

9.1.1 Subcategoría Familiarización Con El Problema

De acuerdo con De Guzmán (1993, 2007) la familiarización con el problema hace referencia a la comprensión del problema, de los elementos que lo componen: información relevante o no, explícita o implícita, relaciones entre las variables y la incógnita. Es decir, se tiene en cuenta cómo el estudiante comprende el problema y reconoce los datos y variables implicadas. Para la indagación de dicho componente, en la presente investigación se usaron 5 preguntas. La tabla 6 muestra las respuestas de los estudiantes a **S2P1** y **S3P1** y algunos aspectos que se consideran importantes y que serán objeto de análisis a continuación:

Tabla 6 Respuesta de los estudiantes a S2P1 y S3P1.

| | |
|---|--|
| S2P1: ¿Qué cantidad de agua descargan los tanques, luego de aplicar esta medida? | S3P1: ¿Cuál es el volumen interno de la caja que elabora Andrés? |
| E1: Descargaría un total de 7 L aproximadamente. | E1: $V = (25 \text{ cm} \cdot 15\text{cm}) \cdot 5 \text{ cm}$ |

$$V = 3,14 (5 \text{ cm})^2 \cdot 20 \text{ cm} = 3,14 \cdot 25 \text{ cm}^2 \cdot 20 \text{ cm} = 1,570 \text{ cm}^3 \times 1000 = 1.570.000$$

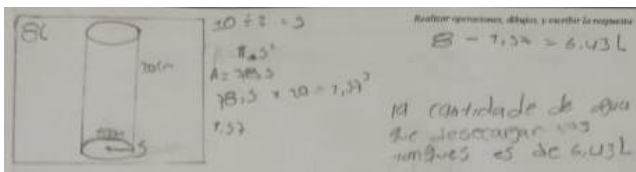
$$8 \times 1000 = 8000$$

$$1.570.000 - 8.000$$

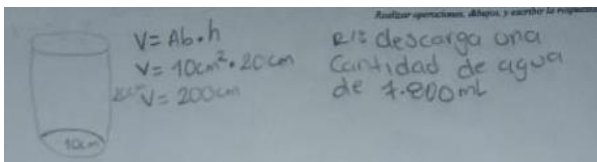
$$1562000$$

R/: sería que se podrían disminuir 1 litro y medio de agua

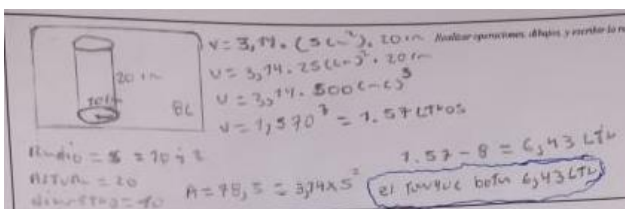
E2:



E3:



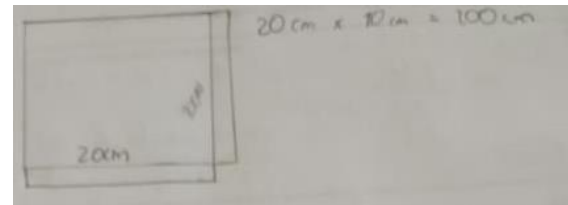
E4:



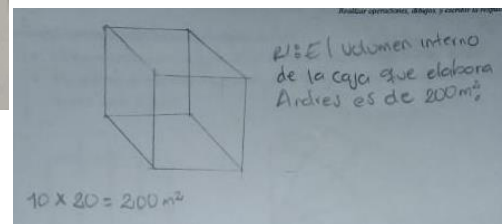
$$V = 1875 \text{ cm}^3$$

El volumen interno que tiene la caja que hizo Andres es de: 1875 cm^3

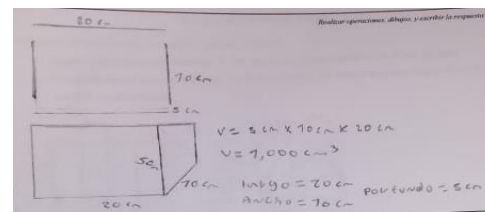
E2:



E3:



E4:



Fuente. Elaboración propia

Las expresiones y procedimientos realizados por los estudiantes y expuestos anteriormente muestran que; para familiarizarse y comprender el problema, éstos, usan distintas formas. Mientras que **E1** no considera la realización de dibujos, **E2**, **E3** y **E4** representan gráficamente la situación, dibujan el cilindro, algunos señalan sus partes: la altura, el diámetro y radio de la base, asimismo, dibujan el prisma (la caja), señalan las aristas y sus medidas. Con respecto a esto, Santos (1992) plantea que para la comprensión

del problema el estudiante pone en juego distintas estrategias cognoscitivas, que incluyen métodos heurísticos como descomponer el problema en simples casos, establecer metas relacionadas, invertir el problema, dibujar diagramas, el uso de material manipulable, el ensayo y el error, el uso de tablas y listas ordenadas, la búsqueda de patrones y la reconstrucción del problema.

El hecho que los estudiantes, comprendan el problema, es un elemento sumamente importante para llegar a una solución del mismo y de acuerdo a diversos autores el primer acercamiento es determinante para el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas, requiere la detección de las variables, la incógnita, los datos y la transcripción mental del problema (Schoenfeld, 1992; Polya, 1976; De Guzmán, 2007). Los estudiantes, en su mayoría (**E1**, **E3** y **E4**), detectan las variables explícitas que están involucradas en el problema: el radio y la altura del cilindro, así como el largo, ancho y altura de la caja, lo que se evidencia en su proceso de solución y en los gráficos realizados, y en su mayoría identifican la incógnita que requieren encontrar.

Por otro lado, en la tabla 7, se muestran las respuestas de los estudiantes a **S4P1** y **S4P2**

Tabla 7 Respuestas de los estudiantes a S4P1 y S4P2

| S4P1: ¿Comprendes de qué se trata la situación planteada? Explica | S4P2: ¿Cuáles son los datos que necesitarías para responder la pregunta? Justifica |
|---|---|
| E1: De poder calcular el volumen del cuerpo, pero pues no se tienen las medidas de sus lados | E1: Necesitaría la medida del ancho, largo y altura del poliedro |
| E2: tengo solo una idea y es el volumen | E2: Las medidas de ancho, alto y largo |
| E3: Si, se trata de saber comprender el volumen de un cuerpo. | E3: Necesitaría las medidas del cubo |
| E4: No se No tengo, solo tengo una sola idea, solo me pides sacar el volumen de la figura. | E4: creo que el largo, ancho y alto de la figura |

Fuente. Elaboración propia

El otro aspecto importante relacionado con la familiarización del problema es la detección de variables, datos e incógnitas inmersos en la situación problema planteada (De Guzmán, 2007). Los estudiantes expresan claridad en lo que deben calcular, pero la forma del sólido crea confusión en la manera de hacerlo. **E1** expresa literalmente que sabe que debe encontrar el volumen, pero como no tienen las medidas de sus lados no sabe cómo hacerlo. Así mismo los estudiantes detectan las variables largo, ancho y alto, que para el caso específico corresponden al lado del cuadrado, pero no logran inferir la relación existente entre ese lado y las partes faltantes. De las situaciones anteriormente expuestas de acuerdo a la presentación de sus ejercicios situacionales sobre el volumen, se infiere que poseen falencias en cuanto a la escogencia de los datos, ya que no escogieron las incógnitas precisas, y, por consiguiente, afectó la búsqueda de la estrategia para la solución del problema. También se evidenció, teniendo en cuenta la ejecución de los sujetos, que no detectan los datos dentro de la comprensión propia del problema, otros los extraen, pero no se relacionan con la situación expresada.

Al respecto Polya (1976) propone dos preguntas orientadoras de este proceso: ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? Este tipo de estructuras mentales debería orientar parte de la familiarización con el problema y constituirse en elementos clave de los procesos de razonamiento de los estudiantes. Los estudiantes logran responder asertivamente a la pregunta ¿cuál es la incógnita?, pero, al no tener datos numéricos específicos se crea confusión en la manera cómo debe ser abordado el problema y al parecer se asume que no existen tales datos.

Con relación a la subcategoría familiarización con el problema, Podemos concluir con lo anteriormente expresado, que los estudiantes tuvieron diferentes maneras de abordar los problemas planteados, algunos por dibujos como **E2**, otros por despeje como **E1**, lo que se encuentra en contraste con lo que nos afirma Polya (citado por Alfaro 2006) "... es natural que en definitiva haya un sólo método de acometer toda clase de problemas..." y en total acuerdo con las estrategias heurísticas que sugiere De Guzmán (2006). Además, detectan las variables y datos explícitos de la situación planteada y las relaciones entre

ellos, pero se evidencia dificultad para extraer la información implícita, en palabras de Guzmán, dificultad para desglosar el problema.

9.1.2 Subcategoría Búsqueda De Estrategias

Una vez el estudiante ha comprendido el problema, debe pasar a buscar un método de solución. La búsqueda de estrategias, de acuerdo con De Guzmán (1993, 2007), implica seleccionar, de entre algunas estrategias conocidas, la que se considere más conveniente de acuerdo con las características del problema. Así, el estudiante puede considerar: representar el problema de diversas formas, simplificarlo para hacerlo más fácil, proponer diferentes estrategias o bien, considerar las operaciones como herramientas de solución. Para esta fase del proceso de resolución, De Guzmán (1991) sugiere algunas estrategias heurísticas, entre las que se destacan: ir de lo más simple a lo complejo, tomar el problema por partes, el ensayo-error, realizar diagramas, figuras o tablas y el razonamiento regresivo. Para indagar en este componente se usaron 3 preguntas. A continuación, en la tabla 8 se muestran las respuestas de los estudiantes a **S1P1**, **S2P2** y **S4P3** y algunos aspectos interesantes.

Tabla 8 Respuestas de los estudiantes a S1P1, S2P2 y S4P3.

| S1P1. Describe los pasos que puedes seguir para determinar el tiempo que tardaría en llenarse la alberca. | S2P2 ¿Podrías responder a la pregunta anterior usando otra estrategia? Explica. | S4P3 ¿Cómo podrías responder la pregunta? |
|--|--|--|
| <p>E1: Paso 1: Debo calcular el volumen Paso 2: Debo pasar de m³ a lt. Paso 3: Debo dividir los 12.000 l:70 l Paso 4: Luego dividir 171 ÷ 60</p> <p>E2: Paso 1: Cuantos litros le caben a la alberca</p> | <p>E1: En si la cantidad numérica que se poria disminuir pues no, Pero por lógica pues se puede determinar que si se puede reducir el agua usando esa estrategia.</p> <p>E2: Si utilizando $V = \pi \cdot R^2 \cdot h$</p> <p>E3: Si, porque hay varias formulas de calcularla</p> | <p>E1: Paso 1: Teniendo las medidas Paso 2: Calculando su volumen Paso 3: Determinando su volumen Paso 4: Respondiendo la pregunta</p> <p>E2: Paso 1: con un procedimientos</p> |

| | | |
|--|--|--|
| <p>Paso 2: Saco el volumen macimo</p> <p>Paso 3: calculo cuantos litros por min le caben a la alberca</p> <p>Paso 4: los minutos los convierto en horas</p> <p>E3:</p> <p>Paso 1: Calcular las dimensiones de la alberca</p> <p>Paso 2: medir el tiempo</p> <p>Paso 3: multiplicar el agua x las dimensiones de la alberca</p> <p>Paso 4: dividir la capacidad de la alberca por la cantidad de agua después de a ver pasado el minuto</p> <p>E4:</p> <p>Paso 1: sacar cuanta agua le puede caber a la alberca</p> <p>Paso 2: multiplicar lado por lado para poder buscar la cantidad</p> <p>Paso 3: ver cuantos minutos por agua llenan la alberca</p> <p>Paso 4: pasar los minutos a horas</p> | <p>E4: si se puede con otra formula se puede utilizando</p> $V = A \cdot h$ | <p>Paso 2: calcularía las medidas</p> <p>Paso 3:</p> <p>Paso 4:</p> <p>E3:</p> <p>Paso 1: Calcular la medida del cubo</p> <p>Paso 2: Calcular las medidas de las esquinas faltantes.</p> <p>Paso 3: multiplicar la base x la altura</p> <p>Paso 4: Restarles las esquinas.</p> <p>E4:</p> <p>Paso 1: si tubiera las medidas</p> <p>Paso 2: hacer un procedimiento</p> <p>Paso 3: y multiplicaría los lados como vengo</p> <p>Paso 4: haciendo con el resto</p> |
|--|--|--|

Fuente. Elaboración propia

Los procedimientos descritos por los estudiantes y que se muestran en la tabla 8, evidencian que hay una tendencia a aritmetizar las situaciones, en palabras de San Miguel y Salinas (2011) y para el caso específico que nos ocupa, una tendencia a identificar la geometría con el cálculo de volumen en el espacio, utilizando fórmulas y/o procedimientos para ello, dejando de lado las diferentes posibilidades que se tienen, entre las que se destacan: experimentar; realizar diagramas, dibujos o tablas; hacer uso del lenguaje geométrico, entre otras ya mencionadas y propuestas por Miguel De Guzmán, considerando los procesos de cálculo el único medio para llegar a la solución. Similar a Santos (1996), quien encontró que los estudiantes seleccionan el método algebraico como la forma obligada para resolver casi cualquier problema y les dan poca importancia a otras

alternativas, destacando que, aunque cuentan con diversos recursos para abordar los problemas, no desarrollan estrategias que les permitan acceder a ellos de manera eficiente. Sobre el particular, Rabino (2012) expresa: “En general existe la creencia de que existe un sólo camino que lleva a la solución de un problema”.

Esta fase es muy importante, dado que el estudiante debe diseñar diferentes estrategias y después seleccionar la más conveniente, por lo tanto, estará realizando un proceso de resolución de manera organizada y dinámica. Para orientar este proceso, Polya (1976) sugiere responder las siguientes interrogantes: ¿Conoce un problema relacionado con este? ¿Podría enunciar el problema de otra manera? Las respuestas que los estudiantes consideren, serán la base para el diseño de sus estrategias.

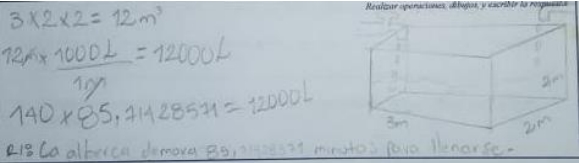
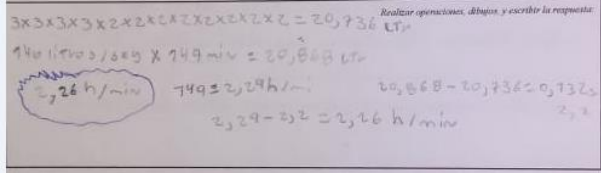
En conclusión, respecto al componente de búsqueda de estrategias, los estudiantes cuentan con diversos recursos que les permiten abordar una situación problema, pero no se evidencian habilidades que les faciliten la interacción con estos recursos, para una situación determinada. Asimismo, de acuerdo a las respuestas expuestas en la tabla 8, parecen tener dificultad para comunicar adecuadamente sus estrategias y métodos de solución, se observa confusión en la explicación de sus procedimientos, y en ocasiones no hay coherencia entre la descripción del procedimiento y el desarrollo del mismo, como se observa en las tablas 8 y 9, específicamente las respuestas de **E2** y **E4**. Los estudiantes proponen una serie de pasos que, a su modo de ver, los llevaría a la solución correcta, pero al momento de realizarlos se encuentran variaciones que, acertadas o no, difieren de lo anteriormente planteado.

9.1.3 Subcategoría Desarrollo De La Estrategia

Después de familiarizarse con el problema, plantear diversas estrategias de solución y seleccionar la más adecuada, llega el momento de poner en marcha la estrategia seleccionada. Para esta fase De Guzmán (2006) sugiere: realizar una a una y paso a paso las ideas que se les hayan ocurrido, reflexionar sobre la validez de cada paso, no desanimarse ante los obstáculos que se van presentando, estudiar con detenimiento la solución. Y, si no se acierta con la solución, volver a la fase anterior y empezar de nuevo el proceso.

Para indagar en este componente se usaron 3 preguntas, en la tabla 9 se muestran las respuestas de los estudiantes a **S1P1** y **S1P2** y luego se exponen algunas inferencias realizadas a partir de los resultados.

Tabla 9 Respuestas de los estudiantes S1P1 y S1P2

| S1P1 Describe los pasos que puedes seguir para determinar el tiempo que tardaría en llenarse la alberca. | S1P2 ¿Cuánto tiempo tardará en llenarse? |
|---|--|
| <p>E1: Paso 1: Debo calcular el volumen Paso 2: Debo pasar de m³ a lt. Paso 3: Debo dividir los 12.000 l ÷ 70 l Paso 4: Luego dividir 171 ÷ 60</p> | <p>E1 $V = (3m \cdot 2m) \cdot 2m = 12 m^3$ $12 \times 10 \times 10 \times 10 = 12.000lt$ $12.000 l \div 70 l = 171$ $171 \div 60 = 2,85 - 3$</p> |
| <p>E2: Paso 1: Cuantos litros le caben a la alberca Paso 2: Saco el volumen macimo Paso 3: calculo cuantos litros por min le caben a la alberca Paso 4: los minutos los convierto en horas</p> | <p>Tardará en llenarse aproximadamente 3 h E2 $3m \times 2m = 6m \quad 6m \times 2m = 12m$ 12.000 horas $140 \times 86 = 12.000 \quad 60min = 1h$ 1h : 26m en ese tiempo se llena la alberca 1:26</p> |
| <p>E3: Paso 1: Calcular las dimensiones de la alberca Paso 2: medir el tiempo Paso 3: multiplicar el agua x las dimensiones de la alberca Paso 4: dividir la capacidad de la alberca por la cantidad de agua después de a ver pasado el minuto</p> | <p>E3  $3 \times 2 \times 2 = 12 m^3$ $12 m^3 \times 1000 L = 12000 L$ $140 \times 85,71428571 = 12000 L$ Es la alberca demora 85,71428571 minutos para llenarse.</p> |
| <p>E4: Paso 1: sacar cuanta agua le puede caber a la alberca Paso 2: multiplicar lado por lado para poder buscar la cantidad</p> | <p>E4  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 20,736 LT$ $140 \text{ litros/seg} \times 149 \text{ min} = 20,868 LT$ $2,26 \text{ h/min}$ $149 = 2,29 \text{ h/min}$ $20,868 - 20,736 = 0,132$ $2,29 - 2,2 = 0,09 \text{ h/min}$</p> |

Paso 3: ver cuantos minutos por agua llenan la alberca

Paso 4: pasar los minutos a horas

Fuente. Elaboración propia

A partir de los resultados anteriores, con respecto a la subcategoría desarrollo de la estrategia, se puede observar que **E1** y **E3** siguen paso a paso el procedimiento descrito. Se evidencia coherencia entre la descripción del procedimiento y el desarrollo del mismo. En el caso de **E3** se llega a una solución correcta. **E2** y **E4** realizan un procedimiento distinto al planteado. Para el caso de **E2**, aunque no hay coherencia entre la descripción del procedimiento y el desarrollo del mismo, se llega a una solución correcta. Esto parece indicar que los estudiantes tienen dificultad para seguir una secuencia de pasos planificados que les permitan resolver un problema. Al respecto, Buitrago y García (2012) encontraron que los estudiantes evidencian dificultades para describir las acciones de verificación que realizan para seguir la estrategia propuesta.

En esta fase es muy importante mantener el interés a pesar de las dificultades que se presenten, procurar llevar la estrategia hasta el final y si no se obtiene una solución adecuada, regresar a la fase anterior y seleccionar otra estrategia o permitirse considerar otras nuevas. Para orientar el proceso de desarrollo de la estrategia, o bien sea la ejecución del plan, en palabras de Polya (1976), el autor sugiere que, al desarrollar la estrategia, el alumno se cuestione ¿son correctos todos los pasos dados?, y de esta manera pueda confirmar su efectividad.

En conclusión, respecto a la fase de desarrollo de la estrategia, se puede inferir que los estudiantes presentan dificultades para seguir una secuencia de pasos estratégicos que le permitan llegar a la solución de un problema. Resolviendo la situación propuesta sin una guía clara del camino a seguir, que en algunos casos pueden llegar a una solución correcta, pero en la mayoría de ellos no.

9.1.4 Subcategoría Revisión Del Proceso

Al terminar la fase de desarrollo de la estrategia puede suceder que se llegue a una solución correcta, que se llegue a una solución incorrecta o que no se llegue a una solución. Ahora, se debe reflexionar sobre el proceso, preguntarse si las estrategias utilizadas han sido o no pertinentes, verificar los resultados y explicar por qué se llega o no a la solución correcta. De esta manera, al abordar problemas similares no se cometen los mismos errores, logrando mejorar las estrategias de resolución y haciendo que los procesos sean más efectivos. Al respecto, De Guzmán (1991) expresa “conocernos a nosotros mismos como resolutores nos proporciona la posibilidad de utilizar nuestros propios recursos de forma más eficaz”.

Para indagar en este componente se usaron 3 preguntas. A continuación, en la tabla 10, se socializan las respuestas a **S1P4**, **S2P3** y **S4P4**, al igual que algunas interpretaciones que surgen a partir de ellas.

Tabla 10 Respuestas de los estudiantes a S1P4, S2P3 y S4P4.

| S1P4 ¿Qué dificultades tuviste para resolver este problema? ¿Qué hiciste para superar estas dificultades? | S2P3 ¿Cuál de las estrategias planteadas te parece más conveniente? Justifica. | S4P4 ¿Por qué crees que el procedimiento que escribiste responde a la pregunta? Justifica |
|--|--|---|
| <p>E1: La dificultad que tuve fue que no me acordaba muy bien del tema, pero lo resolví leyendo unos libros de matematicas que me ayudaron mucho.</p> <p>E2: Seme dificulta el tema pero ise lo que pude con esfuerzo</p> <p>E3: Al principio no sabia como hacer el procedimiento pero</p> | <p>E1: Yo diría que es mejor la exacta para saber exactamente cuanto se reduce, pero tambien se podría usar la lógica.</p> <p>E2: la estrategia mas conveniente para mi seria la primera</p> <p>E3: me parece bien la medida de los anques porque haci se reduce el gasto de agua</p> | <p>E1: Porque son los pasos que se siguen para encontrar el volumen de un solido a parir de unas medidas.</p> <p>E2: Por que no tengo conocimiento de mas procedimientos</p> <p>E3: porque haciendo ese procedimieno podemos calcular el volumen de la figura.</p> |

| | | |
|---|--|---|
| después me puse a mirar y pensar en posibles respuestas. | E4: Pues el primero porque para mi es mas fácil | E4: porque es casi lo mismo de lo que estamos haciendo |
| E4: Pues todas porque no entendí casi nada pero me concentre y lo hice como me parecia | | |

Fuente. Elaboración propia

Lo expresado por los estudiantes, hace suponer que no se da una revisión adecuada de los procesos, se infiere que tal vez los estudiantes no son conscientes de sus propias dificultades o les resulta complicado expresarlas y además, en la mayoría no se observa la verificación de la solución obtenida para confirmar que cumple con las condiciones de la situación planteada, lo que se evidencia también en las respuestas de **E1** y **E4** para **S1P2**, mostradas en la tabla 9. **E1** y **E3** para **S2P1** y de **E1**, **E2** y **E3** para **S3P1**, mostradas anteriormente en la tabla 6.

Esta parte del proceso es fundamental, dado que a partir de ella se logra identificar las propias dificultades y proponer estrategias para superarlas. Para De Guzmán (2006), esta fase implica explicar la manera cómo se llega a la solución del problema, reflexionar sobre el éxito o fracaso de las estrategias utilizadas para llegar a la solución y el análisis de la posibilidad de otras soluciones para el mismo problema. En nuestro caso, los estudiantes al parecer, no se dan la oportunidad de reflexionar en torno a sus dificultades, por lo tanto, no son conscientes de ellas, como se observa en las respuestas presentadas en la tabla 10, en particular de **E1** y **E4**.

Polya (1976) llamó a esta fase visión retrospectiva, y propone para guiar la reflexión dos preguntas orientadoras ¿Puede verificar el resultado? ¿Puede verificar los razonamientos realizados? La verificación de los razonamientos llevaría al estudiante a ser consciente de sus fortalezas y debilidades, lo que le ayuda a mejorar en su habilidad de resolución de problemas, en tanto se ocupe de ellas.

De acuerdo con las respuestas, no se observa una revisión adecuada de sus procesos de solución, no se evidencia que verifiquen los resultados obtenidos, al parecer no son conscientes de las dificultades que se originan en el camino recorrido para llegar a resolver

el problema. Sobre el particular, Caycedo (2018) en su investigación encontró que los estudiantes basan la evaluación de los procesos en la validez de la respuesta encontrada y en términos de la valoración emitida por el docente, sin realizar reflexión alguna que los lleve a mejorar en su habilidad de resolución de problemas. Es importante también, guiar al estudiante para que luego de reflexionar sobre los resultados del proceso y a partir de las ideas que surgen pueda verificar si existe una forma más sencilla de resolver la situación planteada.

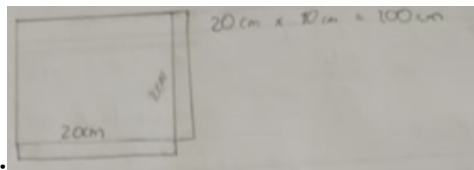
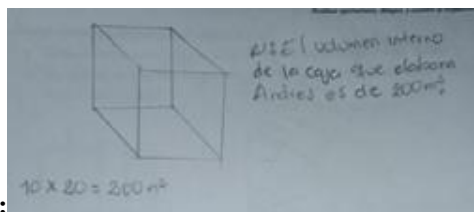
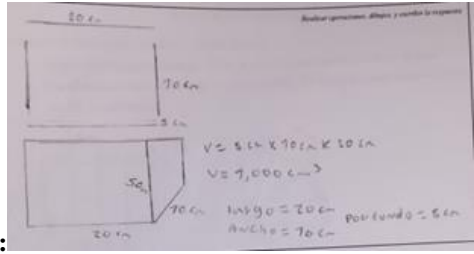
9.1.5 Categoría Dificultades En El Aprendizaje Del Concepto De Volumen

Esta categoría se trabajó a partir de las tareas cognitivas planteadas por Molano (2019), con base en lo expuesto por Del Olmo, Moreno y Gil (1993). Por ello, se muestra el análisis de cada tarea (Percepción, comparación, medición, estimación y aritmetización) que, de acuerdo con los autores, se evidencian en la comprensión del concepto de volumen. A continuación, se presenta de una manera general, los resultados de la aplicación del instrumento para esta categoría, aunado con las observaciones realizadas en la categoría anterior.

9.1.5.1 Subcategoría Percepción

Esta subcategoría hace referencia al conocimiento que se tiene a partir de las sensaciones transmitidas por los sentidos, todo aquello que el estudiante puede detectar por medio de la observación de las características de un objeto, de la manipulación de material concreto o por los saberes transmitidos por otros. En la tabla 11 se muestran las respuestas dadas por los estudiantes a **S1P3** y **S3P1**, y el análisis que surge a partir de esas respuestas.

Tabla 11 Respuesta de los estudiantes a S1P3 y S3P1

| | |
|---|---|
| <p>S1P3 Cuando se pregunta por la cantidad de agua necesaria para llenar la alberca, ¿a cuál característica de la alberca se hace referencia?</p> <p>Explica</p> | <p>S3P1 ¿Cuál es el volumen interno de la caja que elabora Andrés?</p> |
| <p>E1 Para mi se refiere a la capacidad de la alberca, ya que con ella se puede determinar cuanta agua puede contener</p> <p>E2 Hace referencia al volumen interno de la alberca</p> <p>E3 Se hace referencia a los m³ cúbicos de almacenamiento de la alberca.</p> <p>E4 Para mi es el área de la alberca</p> | <p>E1: $V = (25 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm}) \cdot 5 \text{ cm}$ $V = 1875 \text{ cm}^3$</p> <p>El volumen interno que tiene la caja que hizo Andres es de: 1875 cm^3</p> <p>E2: </p> <p>E3: </p> <p>E4: </p> |

Fuente. Elaboración propia

Para el caso de **S1P3**, cuando se les pregunta a los estudiantes sobre la característica que indica la cantidad de agua necesaria para llenar la alberca, **E1** sabe que hace referencia a la “capacidad de la alberca” y explica que, conociendo esta característica, “se puede determinar el agua que debe contener”. Por otro lado, las respuestas de **E2** y **E3** demuestran conocimiento de la magnitud a la que se hace referencia (volumen), pero no explican las

razones. Las respuestas de los estudiantes hacen suponer que hay claridad en cuanto a la percepción de la característica del cuerpo (volumen interno) y su relación con la capacidad. Al respecto, Saucedo (2009) expresa que la mayoría de las experiencias cotidianas se deben al volumen interno y no al volumen ocupado, por lo tanto, es común que exista un mayor acercamiento y asimilación a esta concepción de volumen.

En la tabla 11, en la respuesta de **E4**: “para mi es el área de la alberca”, se puede observar que confunde los conceptos de área y volumen. Sobre el particular, San Miguel y Salinas (2011) plantea que esta confusión es uno de los obstáculos de origen epistemológico más comunes, que originan una gran dificultad cuando se aborda el concepto de volumen.

Para el caso de **S3P1**, en todos los estudiantes se evidencia dificultad para visualizar y representar el objeto, bien sea porque no tienen en cuenta su carácter tridimensional o porque dejan de lado las diferencias observables en sus dimensiones. Al respecto Saucedo (2009) plantea que, muchas veces los alumnos al representar-visualizar un objeto, no tienen en cuenta su concepto ni sus propiedades, sino que sólo dibujan lo que ven.

En conclusión, para la subcategoría percepción, si bien los estudiantes perciben las características de los objetos, diferenciando volumen interno y volumen ocupado, y relacionando éstos con la capacidad; observando y diferenciando también sus dimensiones, al momento de representar gráficamente ese objeto se evidencia una dificultad en la visualización, ya que no tienen en cuenta las características propias del mismo: largo, ancho, altura, forma, etc... La percepción del volumen de un objeto supone para el individuo un grado de complejidad mayor que la percepción del área, ya que la primera no alcanza ser percibida en su totalidad mediante la observación, requiere entonces de una representación mental del objeto, y es en esta representación mental en la que, al parecer se encuentran las dificultades de los estudiantes.

9.1.5.2 Subcategoría Comparación.

Esta subcategoría hace referencia al reconocimiento de las diferencias y semejanzas entre dos o más objetos, para ello el estudiante debe distinguir el volumen de un objeto y diferenciarlo de su capacidad, establecer diferencias y semejanzas entre dos o más objetos y relacionar un objeto con otro de acuerdo a su volumen.

Con relación al primer indicador, distingue el volumen de un objeto y lo diferencia de su capacidad, analicemos las respuestas de los estudiantes a **S3P2**, mostradas en la tabla 12.

Tabla 12 Respuesta de los estudiantes a s3p2.

| |
|---|
| S3P2 ¿Qué representa la expresión “Volumen interno”? |
| E1: Yo pienso que el volumen interno es la unidad que puede caber en la caja. |
| E2: calculando las dimensiones interiores del recipiente decido el volumen por las partes internas |
| E3: representa las dimensiones internas de la caja |
| E4: Pues yo entiendo que el volumen es la capacidad que tiene un cuerpo por sus dimensiones |

Fuente. Elaboración propia

Si bien se percibe la cualidad del objeto volumen interno y la relacionan con su capacidad, como se indicó en la subcategoría anterior, en las respuestas de los estudiantes se evidencia confusión entre volumen ocupado y volumen interno. Con relación a cada uno, Sáiz Roldán (2003) considera importante tener en cuenta los significados que los niños le atribuyen al vocablo volumen; que son diferentes entre sí y tienen unas implicaciones particulares. Los significados que asigna en particular son:

- Volumen interno (la cantidad de unidades de material que conforman un cuerpo)
- Volumen ocupado (la cantidad de espacio que ocupa un cuerpo en relación con otros objetos del entorno)

Y, como lo manifiesta Saucedo (2009) en el contexto real del estudiante se tiene mayor interacción con el volumen interno que con el volumen ocupado, por lo tanto, esta experiencia cotidiana facilita la interiorización del concepto. Lo que indica que es

indispensable proponer actividades que favorezcan esta conexión entre el estudiante y su contexto en relación al concepto de volumen ocupado.

Con relación a los otros dos indicadores, establecer diferencias y semejanzas entre dos o más objetos y relacionar un objeto con otro de acuerdo a su volumen, observamos en la tabla 13, las respuestas de los estudiantes al ejercicio práctico, preguntas 4 y 5.

Tabla 13 Respuesta de los estudiantes a P4 y P5 del ejercicio Práctico.

| | |
|--|---|
| <p>Utilizando cartulina, regla, escuadra y compás, elabora:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Un prisma rectangular que tenga 10 cm de altura y base cuadrada de 6 cm de lado. ● Una pirámide de base cuadrada igual a la del prisma y las aristas que convergen al vértice de 10,5 cm de longitud. | |
| <hr/> | |
| <p>P4. ¿Cuál de los sólidos posee mayor volumen? Justifica tu respuesta.</p> <p>E1: <i>a. $6\text{cm} \cdot 6\text{cm} \cdot 10\text{cm} = 360\text{cm}^3$</i> <i>b. $6\text{cm} \cdot 6\text{cm} \cdot 10,5\text{cm} = 378\text{cm}^3$</i> <i>R/: El solido que tiene mayor volumen es el prisma con 360cm^3</i></p> <p>E2: <i>ha simple vista la prisma tiene mas volumen que la pirámide ya que es mas ancho y grande</i></p> <p>E3: <i>El prisma rectangular es el que posee mayor volumen a pesar de que los dos tienen casi la misma medida porque por su formas es mas grande.</i></p> <p>E4: <i>Pues a simple vista la prisma tiene mayor volumen que la pirámide por mayor espacio por lo tanto es mas grande que la pirámide.</i></p> | <p>P5. Utiliza granos de maíz para comparar el volumen interno de los sólidos construidos. ¿Qué concluyes?</p> <p>E1: <i>Concluyo que un solido tiene más volumen que el otro y lo comprueba lo escrito anteriormente</i></p> <p>E2: <i>Llegue a la conclusión de que es el doble mas grande que la piramide</i></p> <p>E3: <i>Que el prisma rectangular por su forma tiene mayor volumen interno y le caben mas granos.</i></p> <p>E4: <i>Pues con el experimento vimos que la prisma es y tiene mas volumen que la pirámide y los granos que utilizamos demuestran que la prisma es el doble que la pirámide.</i></p> |

Fuente. Elaboración propia

Con estas preguntas, se pretendía llevar a los estudiantes a la percepción, comparación, estimación para llegar por último a la medición y aritmetización, tareas de aprendizaje necesarias para lograr el aprendizaje del concepto. Tal como plantea Molano (2019), con base en lo expuesto en Del Olmo, Moreno y Gil (1993), de acuerdo con sus respuestas podemos inferir que hay dificultades de tipo cognitivo, como son la confusión entre volumen y área, que afecta el acercamiento a dichas tareas de manera adecuada. Al respecto, Saiz (2003) expresa que uno de los problemas detectados con relación al aprendizaje de volumen tiene que ver con las relaciones entre el volumen y otras magnitudes, y cita a Janvier (1994) quien subraya el problema de la confusión entre capacidad y volumen. Para el análisis de la subcategoría comparación y específicamente los dos últimos indicadores a que hacemos referencia, establecer diferencias y semejanzas entre dos o más objetos y relacionar un objeto con otro de acuerdo a su volumen, podemos observar que, aunque se perciben las características propias de cada objeto, y se establecen relaciones entre ellos de acuerdo a sus dimensiones, al compararlos no se establecen las relaciones adecuadas. Lo que conlleva a inferir que tienen dificultades para establecer relaciones entre dos o más objetos de acuerdo a su volumen, relacionadas con las expuestas por San Miguel y Salinas (2011), derivadas de la aparición precoz de los conceptos matemáticos y de un modo meramente perceptivo, lo que conlleva la inadecuada comparación de dos o más objetos.

Para concluir, con relación a la subcategoría comparación se observa que, si bien los estudiantes logran identificar diferencias y semejanzas entre dos o más objetos, al compararlos se presenta confusión para establecer las relaciones adecuadas. Comparar dos o más objetos conlleva a establecer relaciones de orden: mayor que, menor que, igual que; relaciones de equivalencia de acuerdo al volumen, como en el caso de un prisma y una pirámide que tengan igual base y altura, relaciones que se comprueban fácilmente en el aula con actividades de llenado o envasado.

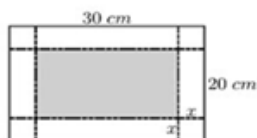
9.1.5.3 Subcategoría Medición.

Esta subcategoría hace referencia a la tarea de asignar un valor numérico al volumen de un objeto. Para lograrlo el estudiante debe establecer un instrumento de medición apropiado y seleccionar la unidad de medida correspondiente. Aquí, en palabras de Molano (2019), el término medida se orienta a un número que muestra el tamaño o la cantidad de algo.

Con relación a esta subcategoría, veamos en la tabla 14 las respuestas dadas por los estudiantes a **S3P1**, y el análisis que surge alrededor de ellas.

Tabla 14 Respuesta dada por los estudiantes a S3P1

Situación 3: En clase de Artística, la profesora pide elaborar una caja sin tapa y con base rectangular, para ello cada estudiante dispone de un cartón de 30 cm de largo y 20 cm de ancho. Para hacerla, en cada esquina del cartón se corta un cuadrado de lado X (como se ve en la figura) y se doblan los lados hacia arriba. Si Andrés decide hacer $X = 5$ cm.



P1 ¿Cuál es el volumen interno de la caja que elabora Andrés?

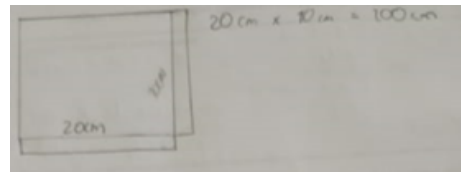
E1:

$$V = (25 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm}) \cdot 5 \text{ cm}$$

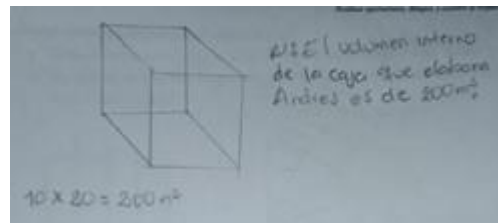
$$V = 1875 \text{ cm}^3$$

El volumen interno que tiene la caja que hizo Andrés es de: 1875 cm^3

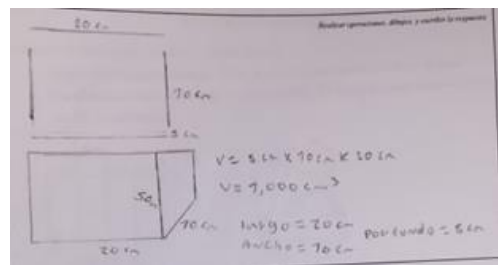
E2:



E3:



E4:



Fuente. Elaboración propia

Cómo se puede observar, los estudiantes asignan un número y una unidad a la cualidad volumen solicitada, sin tener una correcta comprensión de su significado, ya que se aprecia errores en las unidades utilizadas y los valores propuestos no son acordes a la situación planteada, como se evidencia, por ejemplo, en la respuesta de **E2** (200 cm). En este sentido se infiere una dificultad, según lo planteado por San Miguel y Salinas (2011), en la confusión de las unidades utilizadas y tal vez una confusión entre área y volumen.

9.1.5.4 Subcategoría Estimación.

Estimar es llegar a una medida sin la ayuda de algún instrumento de medición. Para lograrlo el estudiante debe deducir la medida del volumen de un cuerpo o aproximarse a la medida del volumen de un objeto con relación a otro. Al respecto Molano (2019) expresa: “La estimación es un proceso mental, aunque frecuentemente hay aspectos visuales y

manipulativos en él”. Esto se asocia a las dificultades encontradas en la subcategoría Percepción, en especial a lo relacionado con las encontradas para descubrir cuerpos combinados, cuerpos dentro de otros o cuerpos sobrepuestos.

Lo anterior se evidencia en las respuestas a **S4P3** y se muestra en la tabla 15.

Tabla 15 Respuestas de los estudiantes a S4P3

Situación 4: ¿Cómo calcularías el volumen del cuerpo que se observa en la figura?



P3 ¿Cómo podrías responder la pregunta?

E1:

Paso 1: Teniendo las medidas

Paso 2: Calculando su volumen

Paso 3: Determinando su volumen

Paso 4: Respondiendo la pregunta

E2:

Paso 1: con un procedimiento

Paso 2: calcularía las medidas

Paso 3:

Paso 4:

E3:

Paso 1: Calcular la medida del cubo

Paso 2: Calcular las medidas de las

esquinas faltantes.

Paso 3: multiplicar la base x la altura

Paso 4: Restarles las esquinas.

E4:

Paso 1: si tubiera las medidas

Paso 2: hacer un procedimiento

Paso 3: y multiplicaría los lados como

Fuente. Elaboración propia

Podemos inferir, por las respuestas dadas por los estudiantes, una dificultad para estimar el volumen del cuerpo presentado, dado que en sus respuestas no hay evidencia de un proceso que lo lleve a aproximarse su valor. Todos los estudiantes plantean la necesidad de conocer las medidas correspondientes a las dimensiones del objeto, dejando de lado la posibilidad de aproximarse al volumen utilizando las características del mismo. Lo que nos muestra una vez más, la imperiosa necesidad de proponer actividades que lleven a una verdadera interiorización de los conceptos que se trabajan en el aula.

9.1.5.5 Subcategoría Aritmetización.

Esta subcategoría hace referencia al cálculo del volumen de un cuerpo de forma práctica mediante el uso de fórmulas, aplicando correctamente la ecuación del volumen correspondiente. Para hacerlo asertivamente, el estudiante debe comprender el significado de los elementos que componen la ecuación, y su importancia para la misma. En los instrumentos aplicados a los estudiantes se pudo observar que, si bien utilizan fórmulas adecuadas para el cálculo del volumen de un cuerpo, parece que lo hacen de manera memorística y repetitiva. Se observa una escasa comprensión de lo que ella plantea y de los elementos que la componen, esto se puede constatar en varias de las respuestas dadas por los estudiantes y expuestas anteriormente, por ejemplo, a **S1P2** en la tabla 9, a **S2P1** y **S3P1** en la tabla 6. y en el ejercicio práctico **P4** y **P5**, que se muestran en la tabla 13.

Si comparamos las respuestas dadas a **P4** y **P5** en especial **E1**: “Concluyo que un sólido tiene más volumen que el otro”, respuesta dada luego de aplicar las fórmulas que corresponden al volumen de cada sólido, podemos observar que, aunque se conocen y utilizan las ecuaciones correspondientes para el cálculo de volumen, el estudiante parece no identificar los elementos que la componen por lo tanto no logra inferir la relación existente.

Esto se puede constatar también en el día a día, en la práctica diaria con los estudiantes. Lo que conlleva a una reflexión sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, las actividades y estrategias que se proponen dentro de los planes de aula para lograr la correcta comprensión de las ecuaciones y los elementos que la componen.

Si bien, la aritmetización es una tarea importante dentro de la actividad matemática, y en particular para el cálculo del volumen de un cuerpo, ésta es inútil cuando no se comprende realmente el sentido y significado de una ecuación. Al respecto, Sáiz (2003) expone que a los estudiantes se les dificulta determinar el volumen de cuerpos geométricos donde no se evidencian claramente las tres dimensiones (largo, ancho y profundidad), esto porque asocian de manera exclusiva el volumen con la ecuación ($V=abc$). Lo mismo sucede con objetos que presentan forma irregular, quizá por la ausencia de una fórmula específica para hacer el cálculo suponen que no tiene un volumen específico. Lo anterior muestra como la aritmetización, en ocasiones, limita el concepto que tiene el estudiante y su interpretación en situaciones cotidianas (Sáiz, 2003).

Respecto al tema, la autora también destaca que uno de los problemas en la enseñanza y el aprendizaje del concepto de volumen es la reducción del concepto a la aplicación de una ecuación sin tener en cuenta el significado de la misma y de los elementos que la conforman. Esto implica la prevalencia de elementos cuantitativos sobre los cualitativos en la comprensión del concepto (Sáiz, 2003). Ahora bien, lo ideal es que se llegue a una comprensión equilibrada y que los estudiantes no sólo puedan aplicar la fórmula para hallar el volumen, sino que comprendan el concepto en todas las dimensiones.

10 CONCLUSIONES

El análisis de los resultados y en general todo el proceso investigativo conlleva un proceso de reflexión que permite responder a la pregunta de investigación: ¿Cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes de grado 11 de la IED Técnica Guachaca para resolver problemas que involucran el concepto de volumen? En este sentido, la reflexión se orienta en dos direcciones: las estrategias utilizadas por los estudiantes cuando abordan la solución de problemas y las dificultades en el aprendizaje del concepto de volumen.

Haciendo referencia a las estrategias utilizadas para abordar la solución de problemas y tomando como base el modelo de Guzmán (2006), se encontró que: los estudiantes tienen diversas maneras de familiarizarse con el problema, a través de gráficas o por despeje de fórmulas, logrando reconocer la incógnita, las variables y la información explícita, pero se les dificulta extraer información implícita. Con relación a la búsqueda de estrategias es importante señalar que no se tiene el hábito de explorar diversas posibilidades, los estudiantes recurren como primera opción y casi que obligada, a los métodos algebraicos dejando de lado la posibilidad de plantearse nuevas estrategias que conlleven a la solución de manera más adecuada. En este sentido, las fases búsqueda de la estrategia y desarrollo de la estrategia se sobreponen, haciendo que la solución de problemas se convierta en un ejercicio memorístico y repetitivo. La evaluación sobre el proceso es una tarea casi inexistente en el quehacer del estudiante, no se detienen a analizar si la solución encontrada satisface o no las condiciones del problema, por tanto, no se da una reflexión sobre el proceso.

Por las dificultades encontradas, se hace necesario fomentar actividades que promuevan la aplicación de un modelo de resolución de problemas definido que les permita, a través de la autorreflexión, el desarrollo de habilidades de pensamiento propias del quehacer matemático, facilitando la comprensión de los elementos del problema a resolver y aumentando considerablemente las posibilidades de éxito.

Con relación a las dificultades en el aprendizaje del concepto de volumen, se encontraron algunos aspectos importantes que ponen de manifiesto los errores conceptuales de los estudiantes, estas dificultades se relacionan con el desarrollo de las tareas cognitivas, planteadas por Molano (2019), necesarias para que se dé la interiorización de dicho concepto: percepción, comparación, medición, estimación y aritmetización. Al respecto se encontró que los estudiantes presentan dificultades para visualizar-representar cuerpos geométricos, establecer relaciones entre dos cuerpos de acuerdo a su volumen y estimar la medida del volumen de un cuerpo teniendo en cuenta sus características. Además, se pudo verificar que recurren a la aritmetización de la geometría sin abordar las primeras tareas, lo que conlleva que no se obtenga un aprendizaje en profundidad. Por tanto, se considera fundamental fortalecer los planes de aula de manera que se le dé mayor importancia a estos contenidos geométricos y se privilegie el desarrollo de las tareas cognitivas.

Por otro lado, es importante considerar la relación entre la solución de problemas y el aprendizaje de conceptos específicos, ya que dicha relación es el escenario más adecuado para lograr mostrar al estudiante la aplicación de éstos en su vida cotidiana, favoreciendo así la comprensión e interiorización de dichos conceptos.

11 RECOMENDACIONES

Los docentes participantes en esta investigación consideran fundamental profundizar en el campo de la identificación de dificultades en la resolución de problemas, con el concepto de volumen u otro concepto matemático, ya que a partir de ella se puede diseñar, adaptar e implementar estrategias para lograr procesos cognitivos intencionados en los estudiantes, siguiendo un modelo definido, que le permita ser consciente de sus fortalezas y debilidades, procurando vencer las debilidades y hacerse cada vez mejor en sus fortalezas, llevar un control sobre su proceso de resolución y por tanto mejorar cada vez más en su proceso de aprendizaje. Por lo anterior y teniendo en cuenta lo aprendido en el transcurso de nuestra maestría, se dan las siguientes recomendaciones generales:

Diseñar y aplicar un instrumento inicial de indagación que permita recolectar información de los conocimientos previos de los estudiantes acerca del concepto a trabajar; esto nos permitirá reconocer las estrategias y técnicas empleadas por los estudiantes al resolver problemas y la cercanía que tienen con el concepto.

Dedicar el tiempo necesario al aprendizaje de conceptos de la geometría, profundizando en el desarrollo de habilidades para aplicarlos en contextos cotidianos.

Diseñar y adaptar unidades didácticas intencionadas y articuladas a otras áreas del conocimiento que respondan a las necesidades particulares de las instituciones educativas objetos de estudio. Siendo asertivos en los métodos y recursos empleados según la temática propuesta y el contexto escolar.

Utilizar los resultados de la presente investigación y la Unidad Didáctica propuesta como insumo para futuros procesos investigativos en estudios de postgrados, en su etapa inicial de diagnóstico o indagación de dificultades, en torno al aprendizaje del concepto de volumen y/o la solución de problemas. La UD está diseñada para favorecer la superación de las dificultades identificadas, ya que permite inducir al estudiante al desarrollo de habilidades en la resolución de problemas siguiendo las cuatro fases del Modelo de Guzmán a la vez que propone actividades que orientan el desarrollo asertivo de las tareas cognitivas promoviendo así, un aprendizaje en profundidad del concepto de volumen.

12 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acuña, C. &. (2008). Prototypes and learning of geometry. A reflection on its pertinence and its causes. ICMI 11.
- Alfaro, C. (2006). Las ideas de Polya en la resolución de problemas. *Cuadernos de Investigación y formación en educación matemática*. (1), 2-4.
- Alfaro, C., Barrantes, H. (2008). ¿Qué es un problema matemático? Percepciones en la enseñanza media costarricense. *Cuadernos de Investigación y formación en educación matemática*. (4), 83-98.
- Alsina, C. (2007). Educación matemática e imaginación. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática* (11), 9-17.
- Alsina, C., Burgués, C., Fortuny, J.M. (1987). *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid: Síntesis.
- Álvarez, O. (2013). Las unidades didácticas en la enseñanza de las ciencias naturales, educación ambiental y pensamiento lógico - matemático. *Itinerario educativo*, (62), 115-135.
- Barrón, J., Luna, J., Estrada, J., Flores, S., Estrada, F., y Ramos, M. (2009). La ecuación de la línea recta en la modelación de fenómenos físicos. *CULCyT Educación* (31), 26-34.
- Buitrago, S., García, L. (2012). *Procesos de Regulación Metacognitiva en la resolución de problemas matemáticos*. (Tesis doctoral)
- Caicedo, C. (2018). *La resolución de problemas desde la regulación metacognitiva, hacia el aprendizaje del concepto de fracción*. (Tesis de maestría). Universidad Autónoma de Manizales.
- Calvo, B. (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas. *Revista Educación* 32(1), 123-138

- Campistrous, L., & Rizo, C. (2007). Geometría dinámica en la escuela, ¿ mito o realidad?.
Uno: *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 13(45), 61-79.
- Fernández, Dalila. (2018). *Estrategias metacognitivas en la resolución de problemas para el aprendizaje de los números enteros*. (Tesis de maestría). Universidad Autónoma de Manizales.
- Gallastegui J.J. (1989). La resolución de problemas y la educación matemática hacia una mayor interrelación entre investigación y desarrollo curricular. *Enseñanza de las ciencias*, 7(1). 63-71.
- Gamboa, A., & Ballesteros, A. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría, la perspectiva de los estudiantes. *Electrónica Educare*, 14(2), 125-142
- Godino, J; Batanero, C; Font, V. (2003). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. *Matemáticas y su Didáctica para Maestros*. 7-155
- Guzmán M. De. (1991). *Para pensar mejor*. Barcelona. Labor Editorial S.A.
- Guzmán, M. De. (2006). *Para pensar mejor. Desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos*. Madrid, España. Editorial Pirámide.
- Guzmán, M. De. (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Iberoamericana de educación* (43), 19-58.
- Gutiérrez, A. (2006). *La investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la geometría. Geometría para el siglo XXI*, Madrid. Síntesis, S.A.
- Hernández, E. (2016). *Estrategias para la enseñanza de los conceptos de área y volumen utilizando como mediadores de aprendizaje el origami y las tecnologías digitales*. (Tesis de maestría). Universidad de Medellín.
- Herrera. N., Montenegro, W., Poveda, S. (2012). Revisión teórica sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*. (35), 254-287

- Iriarte, A., & Sierra, I. (2011). Estrategias Metacognitivas en la resolución de problemas Matemáticos. *Fondo editorial Universidad de Córdoba*. (Tesis De Maestría) SUE - Montería.
- Luengo, M. (1998). Taxonomía de capacidades aplicada a las Matemáticas. *Aula abierta* (71), 213-212
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (1989). *Pensar Matemáticamente*, Madrid, España. Editorial Labor S.A.
- Ministerio de Educación Nacional MEN (Ed.). (2006). *Estándares Básicos de Calidad, Matemáticas*. Bogotá, Colombia: Escribe y edita.
- Ministerio de Educación Nacional MEN (1998). *Lineamientos Curriculares en matemáticas*. 52, 53. Recuperado de:
https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-339975_matematicas.pdf
- Molano, C. (2019). *La visualización en el pensamiento espacial a partir del cálculo de volúmenes*. (Tesis de maestría). Universidad pedagógica y tecnológica de Colombia.
- Moreno, A; Díaz, B. (2014). *Incidencia de estrategias metacognitivas en la resolución de problemas en el área de matemática*. (Tesis de maestría). Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá.
- Olmo, M. del., Moreno, M.F. & Gil, F. (1993). *Superficie y volumen. ¿Algo más que el trabajo con fórmulas?* Madrid: Síntesis, S.A.
- Orrego, M., Tamayo, O.E. y Ruiz, F.J. (2016). *Unidades didácticas para la enseñanza de las ciencias*. Manizales, Colombia. Editorial Universidad autónoma de Manizales.
- Perales, F. J. (1993) La resolución de problemas: una revisión estructurada. *Enseñanza de las ciencias*. 11(2), 170-178
- Pérez, Y., Ramírez, R (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos, fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de investigación*, 35. (73), 169 - 194

- Polya, G. (1976). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: D.F. Editorial Trillas.
(Trabajo original publicado en 1945)
- Rabino, A. (2012). Enseñar matemáticas a través de problemas. ¿Pero cómo? *Novedades Educativas*. (26) 66-71
- Rojas, O. (2009). *Modelo didáctico para favorecer la enseñanza aprendizaje de la Geometría del espacio con un enfoque desarrollador*. (Tesis doctoral). Instituto Superior Pedagógico “José De la Luz y Caballero”. Holguín.
- Romberg, T. A (enero-abril, 1991). Características problemáticas del Currículo Escolar de Matemáticas. *Revista de Educación*, Vol 1 (294). p. 323.
- Ruiz, J. (2012). *Metodología de la investigación cualitativa*. Bilbao, España. Universidad de Deusto. 5a Edición.
- Sáiz, R. M. (2003). Algunos objetos mentales relacionados con el concepto de volumen de maestros de primaria. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 8(18), 447-478.
- Sanmiguel, M. Salinas, M. (2011). *Dificultades en el razonamiento del alumnado de 2° de ESO relacionadas con el concepto de volumen y su medida*. (Trabajo de investigación). Universidad de Santiago de Compostela.
- Santos, L. (1992). Resolución de problemas; el trabajo de Alan Shoenfeld: una Propuesta a considerar en el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Educación Matemática*. 4(2). 16-24
- Sarukkai, S. (2008). *Mathematics and Visuality*. National Institute of Advanced Studies. Indian Institute of Science Campus. ICMI.
- Saucedo, G. (2009). Hacia la construcción del concepto de volumen. *Sociedad Argentina de Educación Matemática*.
- Schoenfeld, A. (1992). *Learning to think Mathematically: Problem solving, metacognition and sense making in Mathematics*, Handbook of Research on Mathematics teaching and Learning, Macmillang Publishing Company.

Tamayo, O. (2014). Pensamiento crítico dominio-específico en la didáctica de las ciencias.

TED- 36. Universidad de Caldas-Universidad Autónoma de Manizales. 25 - 46

Tamayo, O.; Zona, R., & Loaiza, Z. (2015). El pensamiento crítico en la educación.

Algunas categorías centrales en su estudio. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*. 11 (2). 111 – 133

ANEXOS

Anexo 1 Instrumento diagnóstico

Sesión 1: Solución de problemas.

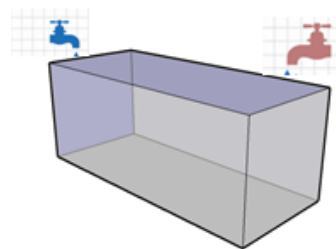


INSTRUMENTO DIAGNÓSTICO

Nombre: _____ Fecha: _____

En esta prueba no existen respuestas correctas o incorrectas, Por favor lee con atención cada problema planteado y resuelve de acuerdo a lo que crees que es correcto. Si deseas puedes escribir, trazar, rayar y dibujar. Deja volar tu imaginación y exprésate con libertad.

1. La alberca del colegio está totalmente vacía. Para llenarla se cuenta con dos llaves que vierten 70 litros de agua por minuto cada una (ver figura). La alberca tiene 3 m de largo, 2 m de ancho y 2 m de profundidad.



- A. Describe los pasos que puedes seguir para determinar el tiempo que tardaría en llenarse la alberca.

Paso 1:

Paso 2:

Paso 3:

Paso 4:

B. ¿Cuánto tiempo tardará en llenarse?

| |
|--|
| <i>Realizar operaciones, dibujos, y escribir la respuesta:</i> |
|--|

C. Cuando se pregunta por la cantidad de agua necesaria para llenar la alberca, ¿a cuál característica de la alberca se hace referencia? Explica.

D. ¿Qué dificultades tuviste para resolver este problema? ¿Qué hiciste para superar estas dificultades?

2. Debido a los problemas de agua que afronta la institución, los estudiantes de grado 11° han decidido tomar medidas para controlar el consumo de agua. Una de las medidas consiste en introducir en los tanques de agua de las baterías sanitarias un objeto cilíndrico de 20 cm de altura y 10 cm de diámetro en su base. Si se sabe que los tanques utilizan 8 litros en cada descarga.

A. ¿Qué cantidad de agua descargan los tanques, luego de aplicar esta medida?

Realizar operaciones, dibujos, y escribir la respuesta:

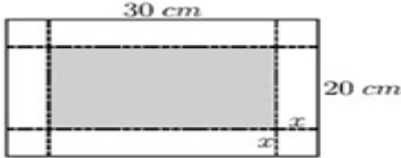
B. ¿Podrías responder a la pregunta anterior usando otra estrategia? Explica.

C. ¿Cuál de las estrategias planteadas te parece más conveniente? Justifica.

D. ¿Consideras que este tipo de problemas son interesantes y llaman tu atención?
Justifica.

E. ¿Consideras que esta medida ayuda a resolver los problemas de agua de la institución? Justifica.

3. En clase de Artística, la profesora pide elaborar una caja sin tapa y con base rectangular, para ello cada estudiante dispone de un cartón de 30 cm de largo y 20 cm de ancho. Para hacerla, en cada esquina del cartón se corta un cuadrado de lado X (como se ve en la figura) y se doblan los lados hacia arriba. Si Andrés decide hacer $X = 5$ cm.



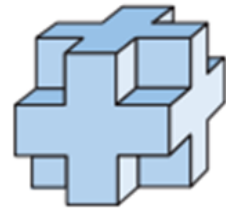
A. ¿Cuál es el volumen interno de la caja que elabora Andrés?

Realizar operaciones, dibujos, y escribir la respuesta:

B. ¿Qué representa la expresión “Volumen interno”?

4. ¿Cómo calcularías el volumen del cuerpo que se observa en la figura?

A. ¿Comprendes de qué se trata la situación planteada? Expl



B. ¿Cuáles son los datos que necesitarías para calcular el volumen del cuerpo?

Justifica

C. ¿Cómo podrías responder la pregunta?

Paso 1:

Paso 2:

Paso 3:

Paso 4:

D. ¿Por qué crees que el procedimiento que escribiste responde a la pregunta? Justifica.

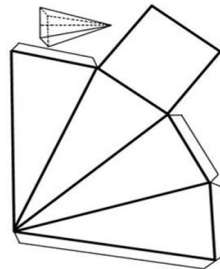
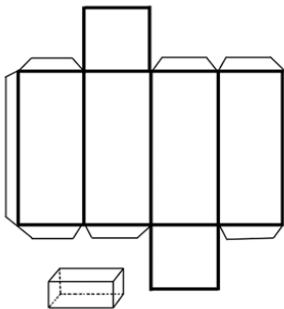
E. ¿Podrías imaginar otros posibles procedimientos? Justifica

Sesión 2: Ejercicio práctico.

Ejercicio práctico

Utilizando cartulina, regla, escuadra y compás, elabora:

- Un prisma rectangular que tenga 10 cm de altura y base cuadrada de 6 cm de lado.
- Una pirámide de base cuadrada igual a la del prisma y las aristas que convergen al vértice de 10,5 cm de longitud.



1. ¿Comprendes de qué se trata el ejercicio planteado? Justifica

2. Describe los pasos que seguiste para elaborar tus sólidos.

Paso 1:

Paso 2:

Paso 3:

Paso 4:

3. Una vez los hayas elaborado, compara tu estrategia con la de tus compañeros y reflexiona sobre las diferencias y semejanzas entre ellas.

| Descripción de la estrategia de mi compañero | Semejanzas | Diferencias |
|--|------------|-------------|
|--|------------|-------------|

| | | |
|--|--|--|
| | | |
|--|--|--|

4. ¿Cuál de los sólidos posee mayor volumen? Justifica tu respuesta.

Realizar operaciones, dibujos, y escribir la respuesta:

5. Utiliza granos de maíz para comparar el volumen interno de los sólidos construidos.
¿Qué concluyes?

6. ¿Consideras que esta actividad te ayuda a comprender el concepto de volumen? Justifica.

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON VOLUMEN DE SÓLIDOS

ÁREA: Matemáticas

Nivel: Media

Grado: 11°

Categorías:

1. Resolución de problemas.
2. Aprendizaje del concepto de volumen

Temporalización: (sesiones o períodos clase de 120 min)

- Fase inicial: 2
- Fase de desarrollo: 8
- Fase de evaluación: 2

Total de sesiones: 12

OBJETIVO GENERAL: Cualificar el aprendizaje del concepto de Volumen, a partir de la resolución de problemas.

COMPETENCIA A DESARROLLAR: Modelación, planteamiento y resolución de problemas.

Fase inicial: Diagnóstico (2 sesiones)

Objetivo: Identificar las dificultades que presentan los estudiantes para la resolución de problemas que involucran el concepto de volumen.

Conceptos a trabajar: Resolución de problemas - Volumen de sólidos.

Categoría 1: Resolución de problemas

Subcategorías:

- Familiarizarse con el problema
- Búsqueda de estrategias
- Desarrollo de la estrategia
- Revisión del proceso

Categoría 2: Aprendizaje del concepto de volumen.

Subcategorías:

- Percepción.
- Comparación.
- Medición.
- Estimación.
- Aritmetización.

Estrategia: Libre

Fase de desarrollo (8 sesiones)

Sesión 1. Exploración de ideas previas.

Objetivo: Identificar las ideas previas de los estudiantes con relación al concepto de volumen

Conceptos a trabajar:

- Volumen de sólidos.
- Unidades de medida.

Categoría: Aprendizaje del concepto de volumen.

Subcategorías:

- Percepción.
- Aritmetización.

Actividad didáctica:

Exploración:

- Realizar, un cubo haciendo uso de la técnica del Origami. Ver video en el siguiente link:
<https://www.youtube.com/watch?v=LhDBs8jEAew>.
- Escribir las características del sólido construido.

Estructuración y síntesis:

Con un compañero:

- discutir las características descritas del sólido construido.
- Concluir el concepto y las características del mismo.

Ejecución:

- Responder las preguntas orientadoras.

Preguntas Orientadoras

1. ¿Conocías este procedimiento para construir un cubo?

SI _____ NO _____

2. ¿Te fue fácil construir el sólido con la técnica propuesta? Explica

3. ¿Conoces otro procedimiento, con la misma técnica, que te permita hacer el cubo?

NO ____ SI ____ ¿Cuál?

4. ¿Ese procedimiento que conoces es más conveniente que el propuesto en la actividad?

Explica.

5. Con ayuda de una regla, mide la longitud del lado del cubo.

¿Cuál es su valor? _____

6. ¿Cómo crees que hubiesen medido la longitud del lado del cubo, antes de la existencia de las unidades de medida como las conocemos hoy día? Explica

7. ¿Sabes qué es el volumen de un cuerpo? Escríbelo.

8. ¿Podrías determinar la medida del volumen del cubo? ¿Cómo la encontrarías?

9. ¿Cuál es el volumen del cubo?

| |
|---|
| <p><i>Realiza aquí el procedimiento</i></p> |
|---|

10. ¿Crees que puede existir otra respuesta correcta para las preguntas 8 y 9? Escríbelas.

-
11. Si unimos varios de los cubos construidos, se forman nuevos sólidos. Dibuja los sólidos que se te ocurran.

*Dibuja aquí
tus sólidos*

12. ¿Cómo podrías determinar el volumen de los sólidos que dibujaste con varios cubos, suponiendo que son iguales en tamaño al que construiste? Explica

13. Escribe el volumen de cada sólido dibujado. Lo puedes hacer al lado de cada dibujo en el punto 11.

Evaluación:

- Socializar las conclusiones con el grupo.
- Conclusiones generales.

Sesión 2 y 3. Conceptualización del volumen.

Objetivo:

Conceptos a trabajar:

- Volumen de sólidos.

Categoría: Aprendizaje del concepto de volumen.

Subcategorías:

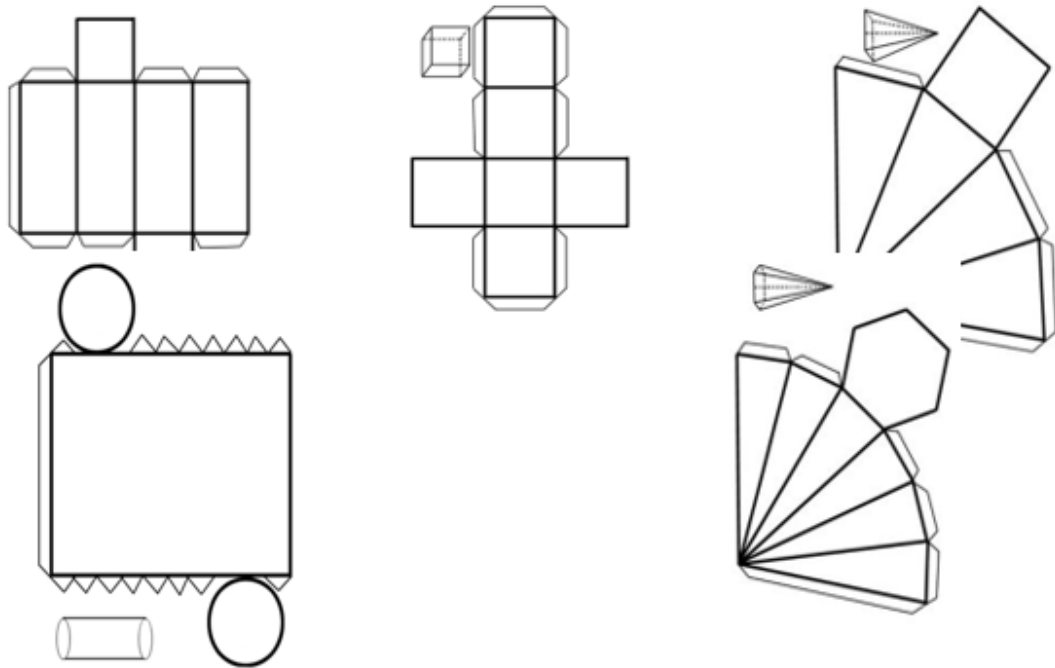
- Percepción.
- Comparación.

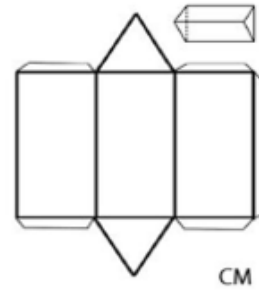
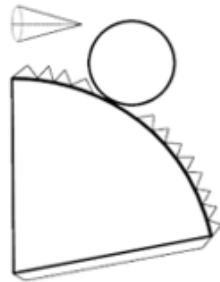
Actividad didáctica:

Exploración:

Actividad 1. Presentar a los estudiantes los desarrollos geométricos de varios sólidos y la imagen de sólidos contruidos, e identificar el sólido que se obtiene de cada uno, con su respectivo nombre.

Desarrollo Planos de Algunos Cuerpos Geométricos.



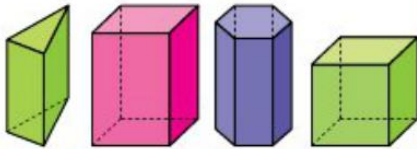


Nombramos los cuerpos geométricos

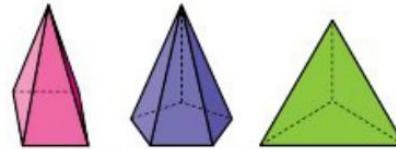
Para describir e identificar los objetos que nos rodean necesitamos distinguir y nombrar sus formas.

Así, podemos clasificar los cuerpos geométricos en:

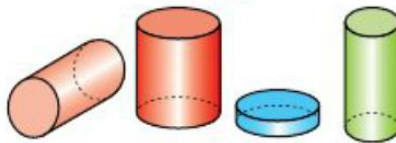
PRISMAS



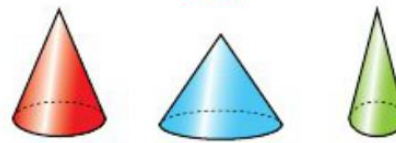
PIRÁMIDES



CILINDROS



CONOS



ESFERAS



Actividad 2. Construir los sólidos propuestos.

Estructuración y síntesis:

Actividad.

- Identificar en los sólidos construidos los polígonos que forman sus caras. Verificar cómo se forman a partir de ellos las aristas y los vértices.

Conceptualización.

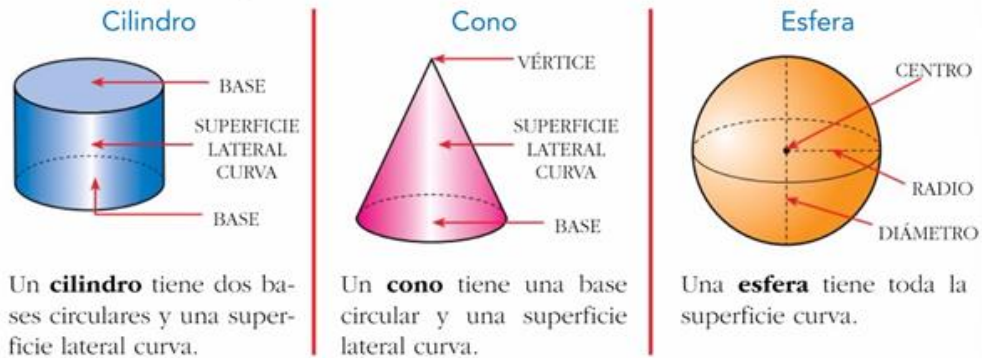
Sólidos geométricos: Un sólido o cuerpo geométrico es una figura geométrica de tres dimensiones (largo, ancho y alto), que ocupa un lugar en el espacio y en consecuencia, tienen un volumen. Los cuerpos geométricos pueden ser:

- Poliedros: Son sólidos geométricos de 4 o más caras poligonales.
- Cuerpos Redondos: Son cuerpos geométricos compuestos total o parcialmente por figuras geométricas curvas; como por ejemplo el cilindro, la esfera o el cono.



CUERPOS REDONDOS

Los cuerpos redondos son cuerpos geométricos que tienen, al menos, una de sus caras o superficies curvas.

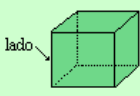
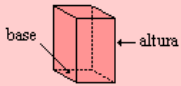

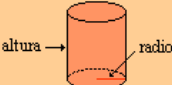
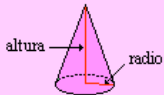



Elementos de los sólidos:

- Caras: Son las superficies planas (polígonos) que forman el poliedro, las cuales se interceptan entre sí.
- Aristas: Son los segmentos formados por la intersección de dos (2) caras.
- Vértices: Son los puntos donde se interceptan 3 o más aristas.

□ Definir el concepto de volumen y la forma de calcularlo para cada sólido propuesto.

- Volumen interno: corresponde a la cantidad de unidades de material que conforman un cuerpo. Está relacionado con la capacidad del cuerpo.
- Volumen ocupado: es la cantidad de espacio que ocupa un cuerpo en relación con otros objetos del entorno.

| | | |
|--|--|---|
| <p style="text-align: center;">Cubo</p>  <p style="text-align: center;">Volumen cubo = l^3</p> <p style="text-align: center;">El volumen de un cubo se obtiene elevando al cubo la longitud de su arista</p> | <p style="text-align: center;">Prisma</p>  <p style="text-align: center;">Volumen prisma = $\text{sup. base} \times h$</p> <p style="text-align: center;">El volumen de un prisma se obtiene multiplicando la superficie de su base por la altura del prisma.</p> | <p style="text-align: center;">Pirámide</p>  <p style="text-align: center;">Volumen pirámide = $\frac{\text{sup. base} \times h}{3}$</p> <p style="text-align: center;">El volumen de una pirámide es equivalente a un tercio del volumen de un prisma de igual base y altura.</p> |
| <p style="text-align: center;">Cilindro</p>  <p style="text-align: center;">Volumen cilindro = $(\pi \times r^2) \times h$</p> <p style="text-align: center;">El volumen de un cilindro se obtiene multiplicando la superficie de su base por la altura del cilindro.</p> | <p style="text-align: center;">Cono</p>  <p style="text-align: center;">Volumen cono = $\frac{(\pi \times r^2) \times h}{3}$</p> <p style="text-align: center;">El volumen de un cono es equivalente a un tercio del volumen de un cilindro de igual base y altura.</p> | <p style="text-align: center;">Esfera</p>  <p style="text-align: center;">Volumen esfera = $\frac{4}{3} \times \pi \times r^3$</p> <p style="text-align: center;">El volumen de una esfera es igual a $\frac{4}{3}$ de π por el radio al cubo.</p> |

Ejecución:

Actividad

- Identificar las características de los sólidos construidos.

Características de los sólidos construidos.

| SÓLIDO | POLIGONO DE SUS CARAS | No. DE CARAS | No. DE VÉRTICES | No. DE ARISTAS |
|--------|-----------------------|--------------|-----------------|----------------|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

- Encontrar el volumen de cada uno.

Evaluación.

Socialización de los resultados de la actividad.

Sesión 4. Modelo De Guzmán

Objetivo: Conocer el Modelo De Guzmán, para resolver problemas.

Conceptos a trabajar: Solución de problemas que involucran el concepto de volumen.

Categoría 1: Resolución de problemas

Subcategorías:

- Familiarizarse con el problema
- Búsqueda de estrategias
- Desarrollo de la estrategia
- Revisión del proceso

Categoría 2: Aprendizaje del concepto de volumen.

Subcategorías:

- Medición.
- Estimación.
- Aritmetización

Actividad didáctica:

Exploración:

Utilizando un cono y un cilindro de base y altura congruentes (previamente contruidos), y algunos granos (puede ser maíz, frijoles, etc...) verificar la relación entre el volumen de un cono y el volumen de un cilindro.

Volumen de un cono y un cilindro

Actividad.

1. Tomar el cilindro y el cono, (previamente contruidos) verificar que sus alturas y sus bases son congruentes.
2. Llenar el cono con los granos, vaciar el contenido del cono en el cilindro y hacerlo las veces necesarias hasta que el cilindro quede lleno.
3. Responder:
 - a) ¿Cuántas veces pudiste vaciar el contenido del cono en el cilindro?

 - b) ¿Qué crees que significa lo anterior?

 - c) Escribe una expresión que represente la relación entre el volumen del cono y el volumen del cilindro.

 - d) ¿Recuerdas la expresión que permite calcular el volumen de un cono y el volumen de un cilindro? Escríbelas y compáralas.

 - e) Calcula el volumen del cono y el volumen del cilindro.

Realiza aquí tus

f) Escribe tus conclusiones de la actividad.

g) ¿Esta actividad te ayuda a comprender la relación que existe entre el volumen de un cono y el volumen de un cilindro? Justifica.

Estructuración y síntesis:

Explicación de las cuatro fases del modelo de Guzmán para resolver problemas.

Ejecución:

Se resolverá el problema propuesto, siguiendo el modelo de Guzmán, a partir de las preguntas orientadoras.

Aplicación del Modelo De Guzmán.

Lee atentamente la siguiente situación.

Juliana hará los recordatorios para su fiesta de 15 años, algunos en forma de cilindro y otros en forma de cono rellenos de chocolate. Ella quiere que la base y la cantidad de chocolate en ambos recipientes sean iguales.

- a) ¿Cómo debe ser la altura del recipiente en forma de cono, con relación a la altura del recipiente con forma de cilindro?
- b) Realiza una tabla en la que muestres 5 posibles valores para la altura de los recipientes y la cantidad de chocolate que contienen, si la base se hace de 5 cm de diámetro.

Responde cada pregunta.

1. ¿Comprendes de qué trata el problema? Explica.

2. ¿Qué información explícita o implícita te brinda el enunciado?

3. ¿Cómo puedes representar la situación?

Representa aquí la situación

4. Escribe los pasos que podrías seguir para resolver el problema.

Parte A

Paso 1.

Paso 2.

Paso 3.

Paso 4.

Parte B

Paso 1.

Paso 2.

Paso 3.

Paso 4.

5. Desarrolla los pasos descritos en el punto anterior.

Parte A

Parte B

*Desarrolla aquí los
pasos*

6. ¿Los pasos descritos fueron suficientes para resolver la situación? Explica.
-

7. ¿Cómo puedes saber que la solución es correcta?

8. ¿Crees que puedes resolver de otra manera?

¿Cuál? _____

9. ¿Qué dificultades tuviste para llegar a la solución? ¿Cómo las superaste?

10. ¿Consideras que hay otras posibles soluciones?

¿Cuáles? _____

Evaluación:

Rúbrica de autoevaluación.

Rúbrica de autoevaluación.

Marca, para cada criterio, en la casilla correspondiente según consideres.

| INDICADOR | NADA | POCO | SUFICIENTE | MUCHO |
|--|------|------|------------|-------|
| Las preguntas planteadas en la actividad son fáciles de responder. | | | | |
| Las preguntas planteadas me ayudan a comprender la situación. | | | | |
| Las preguntas planteadas orientan el proceso de solución. | | | | |
| El modelo propuesto me facilita la resolución de problemas. | | | | |
| Resolver problemas me ayuda a comprender el concepto de volumen | | | | |

Sesión 5. Práctica guiada

Objetivo: Familiarizarse con el Modelo De Guzmán, para resolver problemas.

Conceptos a trabajar: Solución de problemas que involucran el concepto de volumen, usando el modelo de Guzmán.

Categoría 1: Resolución de problemas

Subcategorías:

- Familiarizarse con el problema
- Búsqueda de estrategias
- Desarrollo de la estrategia

- Revisión del proceso

Categoría 2: Aprendizaje del concepto de volumen

Subcategorías:

- Percepción.
- Comparación
- Estimación.

Actividad didáctica:

Exploración:

Vamos a utilizar: un prisma con base cuadrada de 6 cm de lado y altura 8 cm, un cilindro de 6 cm de diámetro en su base y 10 cm de altura. (Previamente construidos)

A partir de la observación de los sólidos, los estudiantes deben responder las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál de ellos ocupa mayor espacio? ¿Por qué?

2. Selecciona uno de los sólidos, ubícalo en posiciones diferentes. ¿Qué pasa con el espacio que ocupa? Explica.

Estructuración y síntesis:

Recordemos las fases del modelo de Guzmán para la resolución de problemas.

Ejecución:

Vamos a practicar el modelo de Guzmán para la resolución de problemas. Para ello utilizaremos los mismos sólidos. (Prisma y cilindro ya construidos).

Resolvamos el siguiente problema:

En la tienda escolar se tienen paquetes de galletas con las formas y tamaños de nuestros sólidos. Carlos, un estudiante de 11° es el encargado de organizar los productos en el estante. Cada división del estante tiene 32 cm de largo, 20 cm de ancho y 42 cm de alto. Se deben ubicar productos de un tipo en cada división.

¿De cuántas formas diferentes se pueden organizar las galletas en el estante? Ayuda a Carlos a decidir cuál es la más conveniente, de modo que se coloque la mayor cantidad en cada caso.

1. Familiarización con el problema

¿Cómo explicarías a un compañero de qué trata la situación?

¿Cuáles son las variables que intervienen en el problema?

¿De qué manera se puede representar la situación?

¿Se puede encontrar la solución de otra forma? Explique

3. Desarrollo de la estrategia

Resuelve la situación usando las diferentes formas planteadas.

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

4. Revisión del proceso

Verifica que la solución encontrada cumple con las condiciones del problema.



¿Utilizaste diferentes formas para encontrar la solución? _____

¿Cuál forma resultó más sencilla? ¿Por qué?

¿Cuál forma es la más adecuada? ¿Por qué?

Evaluación:

Socialización de la experiencia con el modelo de Guzmán.

Sesión 6 y 7: Ejercitación.

Objetivos: Practicar el Modelo De Guzmán, en la solución de problemas.

- Fortalecer el aprendizaje del concepto de volumen

Conceptos a trabajar: Solución de problemas que involucran el concepto de volumen.

Categoría 1: Resolución de problemas.

Subcategoría:

- Familiarizarse con el problema
- Búsqueda de estrategias

Categoría 2: Aprendizaje del concepto de volumen.

Subcategorías:

- Percepción
- Comparación
- Estimación

Actividad didáctica:

Exploración:

Vamos a dibujar cubos.

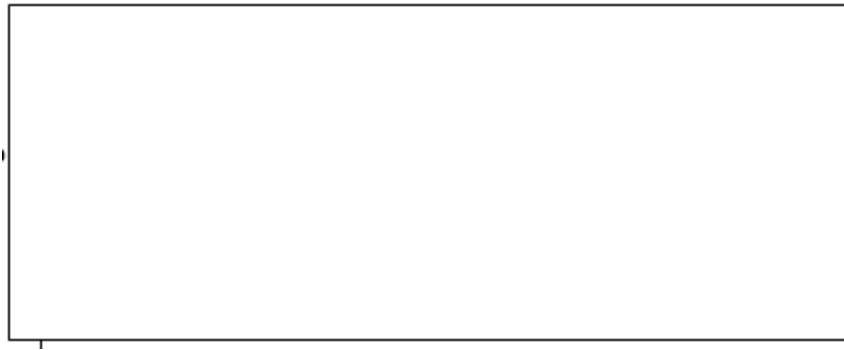
- Dibuja un cubo de 1 cm de lado. ¿Cuál es el volumen de ese cubo?



- Dibuja un cubo que contenga 8 cubitos de 1 cm de lado. ¿Cuál es la medida del lado del cubo? ¿Cuál es el volumen del cubo?



- Dibuja usando cubitos de 1 cm de lado, un cubo que tenga 27 cm^3 de volumen. ¿Cuál es la medida de su lado?



Estructuración y síntesis:

Resolvamos la siguiente situación. Para ello responde cada una de las preguntas que se plantean.

En clase de artística se pide a los estudiantes construir un cubo de 1.000 cm^3 de volumen, usando icopor de 1 cm de ancho. El cubo construido será usado como caja para regalo. Indica cuántas piezas se deben cortar en el icopor y de qué medidas, de manera que se obtenga el cubo solicitado.

1. ¿Cómo representarías la situación para comprenderla mejor?



2. ¿Qué información se encuentra explícita en el problema?

3. ¿Qué información se puede deducir del texto presentado?

4. ¿De qué manera puedes determinar, el número de piezas y las medidas necesarias para construir el cubo?

5. Describe paso a paso el procedimiento que usarás para construir el cubo solicitado.

Paso 1: _____

Paso 2: _____

Paso 3: _____

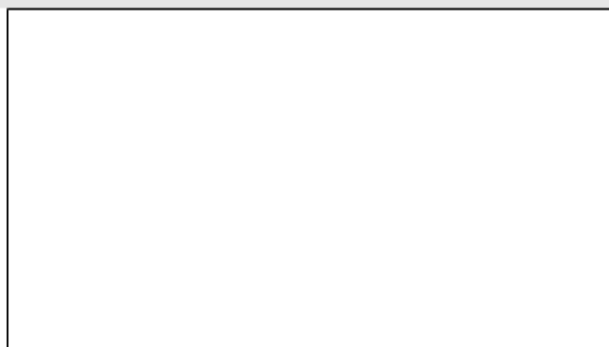
Paso 4: _____

- 6. Desarrolla cada paso descrito en el punto anterior.
- 7. Verifica que el cubo que obtuviste tiene las características solicitadas.
- 8. ¿Con los pasos descritos lograste construir el cubo solicitado? Si tu respuesta es SI, continúa con el punto 8. De lo contrario vuelve al punto 5.
- 9. ¿Lograste construir el cubo en el primer intento? _____
- 10. ¿Qué dificultades tuviste? ¿Qué hiciste para superarlas?

11. Realiza un dibujo del cubo que construiste. Coloca en tu dibujo la medida de sus lados.



12. ¿Calcula el volumen interno del cubo?



13. ¿Qué representa el volumen interno?

14. ¿Se puede guardar en el cubo un regalo que tenga 9 cm de alto y 8 cm de ancho? Justifica.

15. Explica la diferencia entre volumen interno y volumen ocupado.

Evaluación:

Rúbrica de autoevaluación.

Marca, para cada criterio, en la casilla correspondiente según consideres.

| INDICADOR | NADA | POCO | SUFICIENTE | MUCHO |
|--|------|------|------------|-------|
| Las preguntas planteadas en la actividad son fáciles de responder. | | | | |
| Las preguntas planteadas me ayudan a comprender la situación. | | | | |

| | | | | |
|---|--|--|--|--|
| Las preguntas planteadas orientan el proceso de solución. | | | | |
| El modelo propuesto me facilita la resolución de problemas. | | | | |
| Resolver problemas me ayuda a comprender el concepto de volumen | | | | |

Sesión 8. Verifiquemos lo aprendido.

Objetivo:

Conceptos a trabajar: Solución de problemas que involucran el concepto de volumen.

Categoría 1: Resolución de problemas.

Subcategoría: Revisión del proceso

Categoría 2: Aprendizaje del concepto de volumen.

Subcategorías:

- Percepción.
- Comparación.
- Medición.
- Estimación.
- Aritmetización.

Actividad didáctica:

Exploración:

Para un proyecto de artística, la profesora plantea elaborar velas decorativas. A continuación se muestra el producto de 4 estudiantes.



1. Escribe el nombre del sólido que forma cada vela.
2. Teniendo en cuenta que todas las velas fueron empacadas en cajas cúbicas de 10 cm de lado, escribe para cada una sus posibles dimensiones.



Dimen



Dimen



nen

Estructuración y síntesis:

Resuelve:

1. Teniendo en cuenta las dimensiones planteadas en el ejercicio anterior, determina la cantidad de material que compone a cada vela.

A. ¿Cómo explicarías a un compañero en qué consiste el problema?

B. ¿Qué información se tiene para resolver el problema?

C. Representa la situación mediante un dibujo.

Realiza aquí tu dibujo.

D. Describe los pasos que seguirás para resolver el problema.

Paso 1.

Paso 2.

Paso 3.

Paso 4.

E. Desarrolla cada uno de los pasos descritos en el punto anterior.

F. Verifica tus respuestas.

2. Andrea y Carolina decidieron elaborar en sus casas las velas que se muestran. Andrea hizo la vela con forma de cubo de 8 cm de lado y Carolina hizo la suya con forma de prisma, de la misma altura y con base cuadrada que tiene de lado la mitad del lado del cubo de Andrea. Encuentra la relación entre las cantidades de material que tienen cada una de las velas.



Evaluación:

Rúbrica de autoevaluación.

Marca, para cada criterio, en la casilla correspondiente según consideres.

| INDICADOR | N UNCA | AL GUNAS VECES | C ASI SIEMPRE | SI EMPRE |
|--|-----------|----------------------|---------------------|-------------|
| Identifico información relevante para la solución de un problema. | | | | |
| Utilizo diferentes formas de representación para comprender mejor un problema. | | | | |
| Considero diferentes estrategias que me permitan resolver un problema. | | | | |
| Sigo paso a paso las estrategias planteadas para la resolución de un problema. | | | | |

| | | | | |
|---|--|--|--|--|
| Verifico que las soluciones encontradas cumplen las condiciones del problema propuesto. | | | | |
| Relaciono un objeto con otro de acuerdo con su volumen. | | | | |
| Selecciono unidades de medida apropiadas para el volumen de un cuerpo. | | | | |
| Puedo deducir la medida aproximada del volumen de un cuerpo en relación con otro. | | | | |
| Reconozco y utilizo la ecuación correspondiente para el cálculo del volumen de un cuerpo. | | | | |

Fase de Evaluación (2 sesiones)

Objetivo: Evaluar el impacto de la estrategia utilizada para la solución de problemas, en el aprendizaje del concepto de volumen.

Categoría 1: Resolución de problemas.

Subcategorías:

- Familiarizarse con el problema
- Búsqueda de estrategias
- Desarrollo de la estrategia
- Revisión del proceso

Categoría 2: Aprendizaje del concepto de volumen.

Subcategorías:

- Percepción.
- Comparación.
- Medición.
- Estimación.
- Aritmetización.

Actividad: Se aplicará nuevamente el instrumento inicial.

Anexo 3 Matriz de análisis del estado de los estudiantes con relación a las categorías de investigación.

| Situación 1: | | | |
|---------------------|--|--|--|
| Preguntas | Respuestas | Interpretación (Resolución de problemas) | Interpretación (Concepto de volumen) |
| P1 | E1: E2: E3: E4: | E1: E2: E3: E4: | E1: E2: E3: E4: |
| P2 | | | |
| P3 | | | |

Anexo 4 Matriz de análisis de la categoría solución de problemas

| Estudiante 1 | | |
|---------------------------------------|---|--|
| SUBCATEGORÍA | Evidencia (respuesta del estudiante) | ANÁLISIS |
| Familiarizarse con el problema | Transcripción de la respuesta del estudiante | Análisis con respecto a la subcategoría familiarizarse con el problema. |
| Búsqueda de estrategias | | |
| Desarrollo de la estrategia | | |
| Revisión del proceso | | |

Anexo 5 Matriz de análisis de la categoría dificultades en el aprendizaje del concepto de volumen

| SITUACIÓN 1 | | |
|-----------------------|---|--|
| SUBCATEGORÍA | Evidencia (respuesta del estudiante) | ANÁLISIS |
| Percepción | Transcripción de la respuesta del estudiante | Análisis con respecto a la subcategoría Percepción. |
| Comparación | | |
| Medición | | |
| Estimación | | |
| Aritmetización | | |

Anexo 6 Matriz para la sistematización y análisis de los resultados.

| Problema | Objetivo | Resultados | subcategorías de análisis | Códigos y subcategorías analizadas | Interpretación de Resultados |
|-----------------|-----------------|-------------------|----------------------------------|---|-------------------------------------|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |