LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE PERÍMETRO Y ÁREA DE CUADRADOS EN CONTEXTOS ARITMETICOS A ALGEBRAICO

VALERIO MORENO MORENO

JUAN CARLOS HENAO MEJÍA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES

FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

MANIZALES

2022

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE PERÍMETRO Y ÁREA DE CUADRADOS EN CONTEXTOS ARITMETICOS A ALGEBRAICO

Autores

VALERIO MORENO MORENO

JUAN CARLOS HENAO MEJÍA

Asesor

MSc ALEXANDER RINCÓN ROJAS

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES

FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

MANIZALES

2022

DEDICATORIA

Dedicamos este título a nuestros padres, nuestras esposas, hijos y familiares por su apoyo incondicional, además a cada una de las personas que directa o indirectamente aportaron en lograr este título

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, a Dios por permitirnos haber culminado con satisfacción la presente investigación, también a las personas tan generosas que contribuyeron al desarrollo de este trabajo, en especial a la Institución Educativa San José Obrero de Apartadó y a los estudiantes involucrados en el proceso de las prácticas, a nuestro Asesor Magíster Alexander Rincón Rojas tutor, por su acompañamiento y sugerencias recibidas que a su debido tiempo fueron oportunas. A la coordinadora del programa de Maestría en Enseñanza de las Ciencias Magíster Ana Milena López Rúa por su entrega incondicional, disposición para atendernos y motivarnos durante los momentos difíciles. Finalmente, muy especialmente mucho agradecimiento merecido a nuestros familiares y amigos por su comprensión, paciencia y palabras de fortaleza. Para todos, Dios les bendiga y les retribuya sus buenas intenciones.

RESUMEN

Buscando mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje se presenta la siguiente investigación cuyo propósito giro en torno a la incorporación de la resolución de problemas en la clase de matemáticas de grado octavo a partir del desarrollo paulatino de situaciones problémicas y ejercicios de perímetro y área de cuadrados en contextos numéricos y algebraicos, los cuales fueron trabajados por los estudiantes de la Institución Educativa San José Obrero, para lo cual se plantearon actividades en tres momentos diferentes: diagnóstico, intervención y evaluación.

Es así como, en el primer momento, las actividades planteadas estuvieron focalizadas al diagnóstico en donde se logró identificar el estado en el proceso de resolución de problemas que tenían los estudiantes frente a situaciones para determinar o usar perímetros y áreas de cuadrados en contextos principalmente numéricos. En el segundo momento o de intervención se introducen los cuatros pasos utilizados por Pólya (1945) para la resolución de problemas y se tienen en cuenta los estudios de Schoenfeld (1985) y De Guzmán (2007) en el diseño de actividades de aprendizaje que, por un lado, debían suplir los vacíos conceptuales y procedimentales hallados en el momento diagnostico y por otro, avanzar en la esquematización de la resolución de problemas e introducir la operatoria algebraica en contextos geométricos. Y el último momento dedicado a la valoración donde se establece el grado de progresión que tuvieron los estudiantes desde el momento inicial y el final.

El trabajo finaliza mostrando como la estrategia de resolución de problemas y la utilización de recursos cognitivos y metacognitivos posibilita un mayor andamiaje entre los conceptos de perímetro y área por parte de los estudiantes y como estos se relacionan en contextos de mayor complejidad

Palabras clave:

Resolución de problemas, área de cuadrados, perímetro de cuadrados.

ABSTRACT

To improve teaching and learning processes, in this research, the purpose of identifying the subcategories is manifested, such as the route, monitoring and assessment in solving area and perimeter problems in squares with the geometric algebra tool evidenced by eighth grade students from the San José Obrero Educational Institution. Some activities were proposed in different moments such as: diagnosis, intervention, and evaluation.

The activities proposed in the diagnosis allowed to identify the previous models of each student where it allowed us to establish metacognitive and heuristic strategies to be used by students in problem solving processes of area and perimeter in squares. The intervention considered the four steps used by Pólya (1945), Schoenfeld (1985) and De Guzmán (2007) where errors were strengthened as well as difficulties in solving problem situations that would allow them through questions to understand the problem or problem situation proposed in order to obtaining the required answers. At the time of evaluation, the results presented showed a progression showing that they are learning to solve area and perimeter problems in squares of geometric arithmetic type, as well as the appropriation of the concepts and procedures for it.

With the strategies and resources used by the students, the importance of applying the strategies and resources used in the teaching and learning process in problem solving is evidenced, as well as the use of geometric algebra as a playful and very dynamic pedagogical strategy where students could minimize or eliminate apathy for mathematics in classroom activities.

Keywords:

Problem solving, geometric algebra, area, perimeter, and strategy.

CONTENIDO

LISTA DE TABLAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE ILUSTRACIONES

1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

La resolución de problemas de perímetros y áreas de cuadrados en contextos aritméticos que se trabaja en ciertos grados de educación básica sirven de insumo para las generalizaciones que se desarrollan posteriormente en el álgebra. Pero cuando estas construcciones presentan alteraciones se posibilita que los estudiantes no puedan relacionar disciplinas (aritmética, álgebra, geometría, cálculo, entre otras) y que al extender las estrategias de resolución estas queden truncadas. A partir de este escenario y de los análisis reflexivos realizados a lo largo de la carrera profesional como docentes con estudiantes de grado octavo del colegio San José Obrero del Municipio de Apartadó, Antioquia, se evidencia entre otras cosas que los avances temáticos y procedimentales dados del grado séptimo al grado octavo conllevan conflictos los cuales están acordes con los planteamientos de Butto y Rojano (2004), que mencionan:

> *La transición de la aritmética al álgebra es un paso importante para llegar a ideas más complejas dentro de las matemáticas escolarizadas. Sin embargo, presenta obstáculos que la mayoría de los adolescentes encuentran muy difíciles de superar. Esto se debe, en parte, a que este contenido matemático se enseña por lo general a partir de fuentes limitadas de significados; usualmente se toma como base el dominio numérico (simbolización numérica), dejando de lado ideas importantes que se interconectan con otros dominios matemáticos, como, el geométrico. (p.3)*

Teniendo en cuenta la premisa anterior, se mencionan otros aspectos que se consideran relevantes para el establecimiento del problema de investigación, entre ellos están:

La dificultad que tienen los estudiantes para establecer relaciones y comprensiones en torno a los temas estudiados en matemáticas, en especial, cuando se llega al álgebra, en el que se evidencian en primera medida que los contextos geométricos pierden relevancia puesto que en cierta forma la base numérica con que venían trabajando sea subestimada o asumida como totalmente comprendida por el docente, lo que los lleva usualmente a una memorización de sus aprendizajes sin un referente real de sus comprensiones, en este sentido, Rojas, Rodríguez, Romero, Castillo y Mora (1999) consideran que

> *Los conceptos matemáticos permanecen para el estudiante en un "limbo" de nombres no contenidos por significación alguna. Se explica entonces por qué la memorización se constituye como única salida de los estudiantes para sobrevivir, temporalmente, en el mundo de las matemáticas. (p.18)*

Y por otro lado, se relaciona con un problema estudiando y documentado con anterioridad por autores como Kieran (1992), Stacey & MacGregor (1999) citados por Khng & Lee (2006); y por el grupo de investigación Pretexto (1999) entre otros, que concuerdan separadamente que dentro "mathematics education, the transition from arithmetic to algebra is often problematic for both students and educators" (khng &Lee, 2006, p.8), y que se vivencia en las aulas escolares en relación a la dificultad en la comprensión de los enunciados de los problemas, en los procedimientos de abordaje, en los cambios de registros.

De igual forma, se observa la dificultad que tienen los estudiantes en extender y usar los conceptos y los procedimientos de la aritmética y la geometría a otros campos disciplinares como el algebraico sobre la base que ciertas propiedades son invariantes, situación que históricamente es retomada por Massa (2001) quien expresa

> *Lo cierto es que a partir de la obra de Descartes y durante un siglo, aproximadamente, se llevó a cabo el proceso de algebrización de las matemáticas, un periodo en el que de una manera de pensar en matemáticas casi exclusivamente geométrica se pasó a un pensamiento matemático más algebraico. (p.708)*

Para hacer de alguna manera, énfasis en las repercusiones que más adelante se darían a nivel de estructura de currículos y planes de estudio de las matemáticas, donde en algunos casos prima las cuestiones de tipo analítico y algebraico sobre lo geométrico, lo métrico y en cierta forma lo aritmético y que hoy en día aún subsisten cuando se presentan problemas desarticulados entre las diferentes disciplinas de las matemáticas a los estudiantes. En este sentido, Oller y Meavilla (2014) expresan, "pensamos que, desde un punto de vista histórico, el álgebra debe entenderse primera y principalmente como un método para resolver problemas” (p.104) que sin duda deben tener una complejidad diferente y que requiere el uso de todos los recursos cognitivos y disciplinares aprendidos por los estudiantes para su solución.

El otro aspecto y sobre el que versa el presente trabajo, tiene que ver con la insuficiencia que pueden mostrar los estudiantes para abordar y resolver problemas, puesto que ellos usualmente están acostumbrados a cumplir con un listado de procedimientos que no tienen valor o sentido, es más no saben para que los utilizan. Situación que no es indiferente cuando se asumen problemas donde intervienen los conceptos de perímetros y áreas de cuadrados y en donde se evidencia también que el quehacer docente en ocasiones descontextualiza los casos de estudio haciendo que la aplicación sea imposible o más difícil de aproximar, es como enseñar solo un cúmulo de resultados propios de la teoría matemática sin una base práctica, produciendo de alguna forma una abstracción tan compleja para los estudiantes que no logran comprender las razones en la utilización de algunos conceptos y procedimientos en la planeación de estrategias para la solución de los problemas. Se debe entender en este apartado que tanto el perímetro y el área de cuadrados son transversales a los contenidos matemáticos, pero es evidente que en algún aparte del camino los estudiantes no comprenden estos conceptos y procedimientos.

De igual forma, a partir de las recomendaciones del ICFES en las evaluaciones externas, de acuerdo al reporte del año 2016 para la competencia con respecto a la resolución de problemas, se tiene que el 66% de los estudiantes no contestó correctamente las preguntas de esta competencia y que, de los aprendizajes evaluados en esta competencia, la institución educativa tiene el 27% de aprendizajes en rojo, el 73% en naranja, el 0% en amarillo y el 0% en verde. Igualmente, el 80% de los estudiantes no contestó correctamente las preguntas correspondientes al primer aprendizaje. Esta interpretación aplica de igual manera para los demás aprendizajes (ICFES, 2016).

Ilustración 1. *Ejemplo para la lectura del reporte, Significado del semáforo*

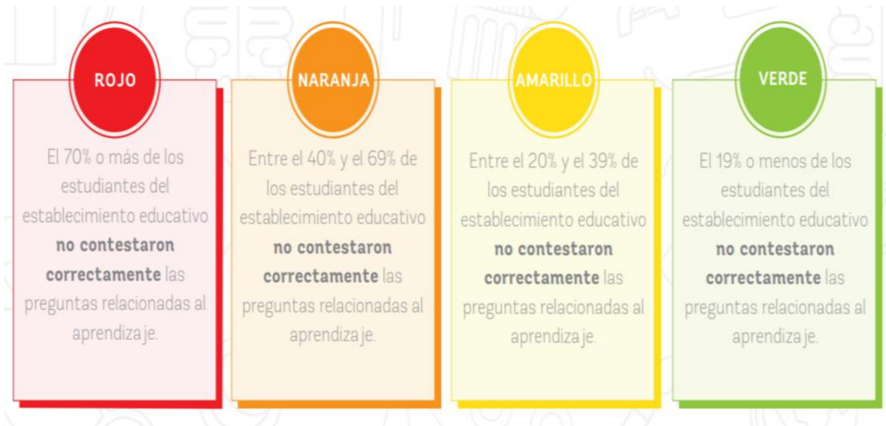
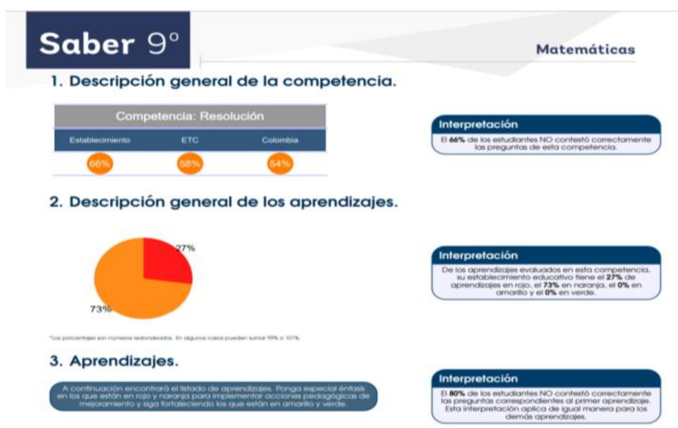


Ilustración 2. *Resultados generales grado 9. I.E. San José Obrero, Apartadó-Antioquia.*



Sobre la base de lo anterior, se puede evidenciar también que los estudiantes de la institución al parecer no cuentan con una estructura clara de abordaje para la resolución de problemas de índole matemático, en el sentido, que al parecer el acompañamiento en la realización de este tipo de actividades por parte del profesor es nula, aun cuando como lo mencionan Sepúlveda, Medina y Sepúlveda (2009) citando a Pólya (1945)

> *Propuso que el profesor apoye y oriente inicialmente a los estudiantes a desarrollar los procesos de resolución de problemas en los que intervienen la heurística y la reflexión, con la intención de que después los estudiantes puedan seguir por sí mismos estos procesos. (p.82)*

Esa desorientación en el abordaje se evidencia también en la forma como los estudiantes asumen los problemas, en cuanto, al establecimiento de un análisis previo real donde se identifiquen las variables y sus posibles relaciones, se diseñe un plan, se ejecute y se verifiquen las respuestas dentro del contexto formulado. Sin hacer mención a la poca negociación de significados entre los actores que convergen dentro de la resolución de problemas.

Los conceptos que se trabajan aquí hacen parte de los pensamientos en matemática y los lineamientos curriculares establecidos por el MEN. Uno de los objetivos al implementar esta unidad didáctica es mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje, además las pruebas externas de la institución y del país. A partir del análisis de los dos textos curriculares, se puede concluir que los estudiantes del grado octavo mejorarán la configuración epistémica y cognitiva del enfoque en la resolución de problemas a través del área y perímetro en cuadrados, utilizando el álgebra geométrica. Los componentes de idoneidad epistémica, cognitivo y afectivo del enfoque permite dar relevancia al trabajo colaborativo, significativo institucional, a la apropiación de los conocimientos y al uso de medios tecnológicos. La metodología en la herramienta es de carácter cualitativo, y se usa el método de análisis de contenido, lo cual permite que las clases de álgebra y geometría se fundamenten en las explicaciones por parte de los docentes.

Igualmente, el proceso de enseñanza y aprendizaje en el currículo del álgebra ha presentado dificultades, por ello se han realizado investigaciones que presentan relaciones entre sí, dentro de las coherencias se encuentran las siguientes: los mismos contenidos curriculares, el proceso de cambio de registro del lenguaje aritmético al algebraico, el proceso operativo de la aritmética al álgebra y las operaciones fundamentales tanto en aritmética como en álgebra. Estos procesos les permiten a los docentes que los educandos tengan mayor comprensión de los conceptos algebraicos de una manera más agradable y atractiva sin dejar de lado la fundamentación teórica, además, permite transformar la historia y que los estudiantes puedan comprender y enriquecer los saberes desde su contexto.

La presente investigación, se refiere a una propuesta de intervención basada en el ámbito aritmético de base geométrica que busca posibilitar la introducción del álgebra en la generalización de los conceptos de área y perímetro en cuadrados, en la que se analiza principalmente el proceso conceptual necesario para el desarrollo de las competencias básicas en matemáticas, la cual permite dinamizar los procesos de enseñanza y aprendizaje desde la visualización y verificación de ejercicios, problemas y situaciones problemas que involucran los conceptos antes mencionados.

Durán, Parra, Cruz, Villamil y Sánchez (2013), a través de su artículo de investigación "Una propuesta de enseñanza del área y perímetro para estudiantes de 4° en un contexto rural", muestran la potencialidad de la elaboración de un trabajo práctico para la determinación del área de un rectángulo y de su perímetro de una manera didáctica para los niños de cuarto grado, que se enfrentarán a esta nueva forma de aprendizaje a través de la cual deberán resolver un problema auténtico como lo es hallar el área y el perímetro de un terreno rectangular que es apto para un cultivo. Se aprecia en la investigación que un error común de los estudiantes es que en ocasiones no son capaces de distinguir entre las dos magnitudes, ocurriendo que pueden dar el valor calculado más alto al área y el menor al perímetro. A pesar de lo anterior, se observa que los estudiantes son capaces de apropiarse de los conceptos de interés y que estos pueden ser cuantificables de manera adecuada mediante figuras geométricas, logrando que ellos interactuaran con situaciones de la vida real y teniendo en cuenta el contexto en el cual se encuentran. En esta investigación se aprecia que se pueden desarrollar actividades prácticas y concretas en la solución de problemas sencillos y auténticos que ayuden a los niños desde temprana edad a ser capaces de aplicar lo aprendido en la escuela. Se tiene que para el desarrollo del trabajo que se pretende realizar aquí hay aplicaciones específicas con cuadrados, en este caso adicionamos el álgebra geométrica para resolver problemas de área y perímetro de cuadrados. La diferencia entre ambos trabajos radica en la aplicación a grados escolares diferentes, cuarto de primaria y octavo grado, donde se incluyen los elementos de la aritmética.

A partir de aquí surge la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuáles son los cambios en los procesos de resolución de problemas que se evidencian en los estudiantes de grado octavo de la institución San José Obrero después de la aplicación de la unidad didáctica referente a perímetro y área de cuadrados sobre una base aritmética y algebraica?

2 JUSTIFICACIÓN

Sustentado de la experiencia formativa como docentes, la presente investigación resulta relevante dentro del contexto explicitado en el planteamiento del problema puesto que contribuye en al menos dos líneas de acción, una claramente centrada en los procesos de aprendizaje y otra focalizada en la forma de enseñar que resultan pertinentes para los estudiantes, los docentes, la institución y por supuesto a la educación matemática.

Es así como la investigación enriquece el proceso de aprendizaje de los estudiantes ya que al establecer formas diversas en el abordaje de la resolución de problemas los estudiantes pueden transferir esas técnicas a otros ámbitos, no solo de la asignatura de matemáticas sino a otros escenarios académicos y no académicos. Por esto se hace necesario que los estudiantes aprendan a interpretar y comprender los enunciados, planteen planes de solución, los lleven a cabo y los verifiquen a la luz de las condiciones iniciales, como también adopten o asuman los cambios en la forma de representar la información a través de números para luego pasar a la variación que otorgan las letras, ya que muchos de los educandos presentan dificultad y confusión al trabajar con ellos.

Además de los objetivos planteados en la investigación también se busca superar ciertas dificultades que presentan los estudiantes para poder comprender y transferir los conceptos de aritmética y geometría a otros contextos, no necesariamente académicos; por esto, se ha diseñado un trabajo secuencial que retoma los conceptos y procedimientos de perímetro y área de figuras geométricas básicas que son contenidos transversales a la educación matemática y llevarlos a otros contextos de mayor complejidad.

De aquí que para motivar al educando para que avance en el proceso de formación de las matemáticas es importante el acompañamiento constante y que el error no se tome como un fracaso sino como un nuevo punto de partida en el proceso de enseñanza y aprendizaje, tanto para el docente como para el estudiante, y el maestro debe estar presto a asesorarlo, siendo el estudio de los errores en la instrucción de las matemáticas de vital importancia para evitar la apatía en la instrucción de esta área, se sabe que en la formación, después de un error el aprendizaje es más profundo que cuando se aprende manera inmediata.Como lo expresa Púñez (2015):

> *De esta manera, error, yerro, equivocación, falla, desacierto, entre otros sinónimos, hoy cumplen una función didáctica cuando el maestro empieza a valorar y reflexionar sobre el proceso del aprendizaje del estudiante, cuando ve la oportunidad de generar un espacio de aprovechamiento metacognitivo, autorregulación, con todo un "arsenal". (p. 93)*

Por lo anterior se requiere propiciar cambios en el desarrollo de las prácticas educativas para que se centre en el individuo no en los resultados de las pruebas, pues el sistema en últimas lo que pide es clasificar a los estudiantes y no potencializarlos; ese es el lineamiento que muchos de los discentes y profesores poseen, ahí precisamente hay que entrar a modificar esa conducta de pensamiento con la ayuda de toda la comunidad académica: docentes, estudiantes, padres de familia, directivos docentes, centros de formación a través de estos procesos de investigación y reflexión, para que de esta manera, la evaluación no sea un proceso coercitivo, castrante de todas las habilidades que tienen los estudiantes y profesores, sino por el contrario, potencializadora de todas las capacidades que los diferentes actores poseen, logrando que todos sean agentes generadores de cambio, que es en última instancia lo que se pretende alcanzar con el proceso enseñanza-aprendizaje-evaluación-retroalimentación y la coevaluación bajo una dinámica de autorregulación.

Esta investigación proporciona una posible ruta para fortalecer los procesos de enseñanza a partir de las dificultades observadas en las aulas de clase en los grados octavo, especialmente en la institución educativa San José Obrero, además para mejorar las participaciones de los educandos en las clases y la oportunidad de desarrollar aprendizaje a través de la participación activa, fomentando el saber y el saber hacer en el contexto del estudiante, Palarea y Socas (1999-2000), citando a Kieran (1992), plantean entre otras, las siguientes preguntas:

¿Qué hace que la comprensión del álgebra escolar sea una tarea difícil para la mayoría de los estudiantes?, ¿Qué fuerza a muchos estudiantes a recurrir a memorizar reglas del álgebra?, ¿Es el contenido del álgebra la fuente del problema?, ¿Es la forma en que es enseñada lo que causa a los estudiantes no ser capaces de dar sentido a la materia?, ¿Hacen los estudiantes un acercamiento a las tareas algebraicas de una manera que es inapropiada para aprender la materia en cuestión?. (p. 320)

Se debe tener presente que en el proceso de formación hay un factor importante que es la didáctica aplicada por el docente, ya que, si tiene unos conocimientos sólidos de los conceptos a enseñar, será mucho más fácil su transposición, de tal forma que podrán alcanzar nuevos conocimientos y aprendizajes, buscando que los educandos sean ciudadanos autónomos, capaces de comprender su realidad y transformarla a su contexto.

Schoenfeld (1987, p.33) sugiere que para entender como los estudiantes intentan resolver problemas y consecuentemente proponer actividades que puedan ayudarlos, es necesario discutir problemas en diferentes contextos y considerar en las instrucciones matemáticas, dimensiones que influyen en el proceso de resolverlos.

Para la resolución de problemas auténticos, ha de fomentarse en los estudiantes el estudio en profundidad de la situación que se les está presentando, de tal forma que sean capaces de analizarlo, comprenderlo, asimilarlo, plantearlo y representarlo, para que puedan inferir distintas formas de resolverlo, ya que es un error común, pensar o creer que los problemas planteados en las ciencias naturales o exactas sólo tienen una solución en el mejor de los casos y que muchas veces esta es difícil de encontrar y esto puede lograrse empleando diferentes forma de representar tanto al problema como a su forma de solución, logrando de esta forma crear y desarrollar una forma del pensamiento matemático, en términos de Santos Trigo (1997):

En la resolución de problemas se reconoce también que pueden existir caminos distintos para promover el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes, sin embargo, tanto los programas de investigación como las prácticas de instrucción coinciden en reconocer la relevancia de conceptualizar la disciplina en términos de *dilemas o preguntas que los estudiantes necesitan responder y discutir en términos de recursos matemáticos. (p.34)*

Teniendo en cuenta lo anterior es importante comprender los momentos donde los educandos comprenden los contenidos y su representación, de tal forma que puedan asimilar los diferentes contenidos disciplinares aplicando la autorregulación.

A través de la experiencia docente, se considera pertinente implementar una propuesta que conlleve a nivelar el estudio de los conceptos de perímetro y área desde ámbitos aritméticos propiciando la apertura de construcción en otros escenarios. Esta propuesta es una alternativa que conlleva retomar la geometría y la aritmética para potencializarla hacia la enseñanza de expresiones algebraicas donde su componente más sobresaliente es el relativo al álgebra geométrica, el trabajo de construcción es con el área de matemáticas y se utiliza para dar solución a algunas operaciones, además, la aplicación de estas soluciones están relacionadas con el aprendizaje basado en problemas, donde el estudiante no solo desarrolla sus competencias matemáticas sino también la interacción con el grupo, al abordar situaciones de aprendizaje nuevos; así, el álgebra geométrica es en sí misma un reto para los educandos ya que lograrán aplicar el trabajo con áreas y perímetros en la solución de problemas auténticos.

3 OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Describir los cambios en los procesos de resolución de problemas que se evidencian en los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa San José Obrero con relación al perímetro y área de cuadrados sobre una base aritmética y algebraica

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar el estado inicial de los procesos de resolución de problemas que tienen los estudiantes al abordar ejercicios prácticos donde intervienen perímetros y áreas de cuadrados en contextos numéricos.
- Explicar los procesos de comprensión, planeación, monitoreo y evaluación que desarrollan los estudiantes al solucionar problemas donde intervienen perímetros y áreas de cuadrados de contextos numéricos y/o algebraicos
- Interpretar los grados de progresión de los procesos de resolución de problemas con relación a perímetro y área de cuadrados en contextos numéricos y/o algebraicos.

4 MARCO CONCEPTUAL

Los lineamientos curriculares fueron formulados en cumplimiento del artículo 78 de la ley general de Educación 115 de 1994. Estos, además de contener avanzadas conceptualizaciones en las áreas fundamentales y obligatorias del currículo constituyen un soporte para comprender y manejar los logros e indicadores de logro y los proyectos pedagógicos. Representan también un intento por elevar la calidad de la educación democratizando el conocimiento, con la esperanza de servir de ayuda para mejorar los procesos pedagógicos tanto de los profesores como de los estudiantes. Los lineamientos curriculares pretenden generar procesos de reflexión, análisis crítico y ajustes progresivos por parte de maestros, comunidades educativas e investigadores educativos con miras a estimular un cambio profundo hacia nuevas realidades haciendo posible el progreso de la formación. Con los lineamientos curriculares se busca atender la necesidad de tener unas orientaciones y criterios nacionales claros sobre los currículos.

La función de las áreas al igual que los enfoques para comprender el proceso de enseñanza y aprendizaje. En el caso del área de matemática los lineamientos curriculares se proyectan como una propuesta en permanente proceso de cualificación y revisión que gira en torno al mejoramiento de la calidad de la educación matemática. Estos lineamientos proponen una educación matemática que relacione los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los estudiantes y que a su vez los presente y enseñe en un contexto de situaciones problemáticas. En consecuencia, con esta visión los lineamientos de matemáticas organizan el currículo de manera armoniosa a partir de la consideración de los siguientes tres aspectos:

1. Los procesos generales: Están relacionados con el aprendizaje, tales como el razonamiento, la resolución y planteamiento de problemas, la comunicación, la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.
2. Los conocimientos básicos: Son los procesos básicos que desarrollan el pensamiento matemático y los sistemas propios de las matemáticas. Estos procesos específicos se refieren al desarrollo del pensamiento numérico y sistemas numéricos, el pensamiento

espacial y sistemas geométricos, el pensamiento métrico y los sistemas de medida, el pensamiento aleatorio y sistema de datos, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

3. El contexto: son los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprende.

Por lo que respecta a la incorporación de las TIC en los procesos de enseñanza y aprendizaje que durante mucho tiempo se considera que es una herramienta muy importante, pero hay que usarla con una gran perspectiva del aprendizaje, no como una solución de algunas dificultades que se presentan en el aula de clase en el proceso de formación. Además, es importante mirar las TIC como un aspecto de motivación en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Las TIC agilizan más la enseñanza y aprendizaje en el aula ya que el estudiante se involucra más en las actividades a realizar y desarrollar su intelecto fortaleciendo el concepto de manera interactiva.

En este proceso de formación es importante comenzar a definir qué es un ejercicio, qué es un problema y qué es una situación problema y así crear una gama de concepciones y definiciones de diversa naturaleza, esto es utilizado de manera frecuente en el ámbito escolar confundiéndose con diferentes actividades que se proponen a los estudiantes, persiguiendo distintas metas y cuya resolución exige aplicar diferentes conocimientos, estrategias, habilidades y capacidades que generalmente forman parte del currículo de las matemáticas.

De acuerdo a Iriarte y Sierra (2011) el término “problema” se ha definido, según Kilpatrick (citado por Callejo, 1998), desde diferentes perspectivas, la psicológica (el sujeto que aborda el problema y los procesos mentales implicados en su resolución), el curricular (el papel que juegan los problemas en la enseñanza de la matemática), el matemático (definición de qué es un problema) y la didáctico (como se enseña y aprende a resolver problemas). Por esta razón vale la pena discutir sobre la noción de “problema” y de qué manera se aproximaría en este trabajo una concepción a lo que se considera problema.

Desde el punto de vista psicológico según Agre (1982), cuatro son las condiciones que una situación debe cumplir para poder ser llamada problema:

1. Debe haber un sujeto que reconozca la situación problemática conscientemente;
2. Debe ser una situación que genere cierta incomodidad, debe ser, por tanto, indeseable, o dicho en términos positivos, el sujeto debe sentir el deseo de liberarse de la situación;
3. Debe ser una situación con cierto nivel de dificultad, pero sin dejar por ello de tener solución. En este sentido, el autor le da importancia al sujeto y a la situación planteada, dejando de lado el contexto, para él cualquier situación que no cumpla con las anteriores condiciones deja de ser entonces un "problema". Por otra parte, para Jonassen (2000), un problema requiere en primer lugar una situación donde algo es desconocido. En segundo lugar, la resolución de esa incógnita debe poseer valor para la persona, ya sea social, cultural o intelectual. Para él la resolución de problemas no es una actividad uniforme contraponiéndose con lo planteado por Agre, teniendo en cuenta que los problemas no son equivalentes, ya que difieren en forma, contenido o en proceso de resolución.

La resolución de problemas se ha conceptualizado a través del tiempo por varios investigadores, donde podemos citar a: La obra de Pólya invita a los educadores y educandos a través de sus escritos, a que tuvieran una metodología heurística que contribuyera no solo en la solución de problemas matemáticos si no a problemas auténticos. Bajo la primicia que "un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de un problema hay un cierto descubrimiento" Pólya busca motivar y despertar el ingenio del lector para mantenerlo con buen ánimo ante los problemas que pueden ser resueltos. El libro está conformado por cuatro partes: En el salón de clase, como resolver problemas, un breve diccionario de heurística y problemas, sugerencias y soluciones. Para involucrar a sus estudiantes en la resolución de problemas generó un método de cuatro pasos, además cada uno de ellos permite comprender el proceso para llegar a la solución del mismo: entender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan y mirar hacia atrás (Pólya 1965).

El enfoque que se trabaja en el área de matemática es el aprendizaje significativo a través de la resolución de problemas por lo tanto la propuesta antes mencionada es importante porque permite fortalecer el proceso de enseñanza, cada uno de los componentes permite comprender el proceso para llegar a la solución. El primero permite que el estudiante comprenda que dice el problema, comprender el significado de las palabras, reconocer los datos que le dan y que le piden y además tener presente la experiencia con referencia a problemas realizados. En el segundo componente debe realizar el tanteo, comprender que el error se debe mirar como un punto de partida no como un fracaso, además se puede realizar el problema de atrás hacia adelante. En el tercer paso es importante que el educando haga una pausa activa con la idea de refrescar la mente. En el último se debe mirar si la respuesta es acorde con la solución del problema, luego mirar cómo se puede reducir el proceso para obtener una estrategia suficiente y necesaria para desarrollar problemas auténticos.

El modelo de Pólya (1945), consta de cuatro fases que se consideran fundamentales para cimentar algunos puntos del presente estudio. Esto debido a que la mayor parte, sino todos los modelos de resolución de problemas se derivan a partir de este trabajo, estos están estructurados desde un fundamento común, las cuatro fases expuestas por este autor, a saber: comprensión del problema, concepción de un plan, ejecución del plan y visión retrospectiva. Estos cuatro pasos, que se conciben como una estructura metodológica, podrían aplicarse también a problemas incluso no matemáticos de la vida diaria.

En la resolución de problema es importante tener presente algunos referentes, por lo tanto, nos apoyamos en Schoenfeld para entender cómo los estudiantes intentan resolver problemas y consecuentemente proponen actividades que puedan ayudarlos, es necesario discutir problemas en diferentes contextos y considerar en la instrucción matemática dimensiones que influyen en el proceso de resolver problemas. En los escritos de Schoenfeld existen cuatros dimensiones que son fundamentales para la comprensión y resolución de problemas: dominio del conocimiento, estrategias cognitivas, estrategias metacognitivas y sistemas de creencias. La primera se refiere a definiciones, hechos y procedimientos usados en el dominio matemático; la segunda se refiere o incluye métodos heurísticos como descomponer el problema en simples casos, invertir el problema y dibujar diagramas. La tercera se relaciona con el monitoreo empleado al resolver problemas, por ejemplo, seleccionar una estrategia y la necesidad de cambiar una dirección como resultado de una evaluación permanente del proceso. La última dimensión incluye las ideas que los estudiantes tienen acerca de la matemática y como resolver problemas (Schoenfeld 1987d, 1988 d, 1989 d).

En el proceso de enseñanza de las matemáticas los estudiantes difícilmente le dan importancia a los conceptos y a las instrucciones, en su mayoría quieren resolver problemas matemáticos de memoria, olvidando que, para resolverlos, es importante tener en cuenta como punto de partida los conceptos, las instrucciones y teorías matemáticas. Por tal razón le damos importancia a las cuatro dimensiones de Schoenfeld ya que fortalece los procesos de enseñanza y aprendizaje siguiendo la teoría con las dimensiones antes mencionadas. También es importante resaltar algunos principios epistemológicos del área que dicen: encontrar la solución de un problema matemático no es el final sino el punto de partida para lograr otras soluciones, aprender matemática es un proceso colaborativo activo el cual requiere una lluvia de ideas y discusiones que fortalezcan el proceso de enseñanza y obtener buenos resultados, es importante el proceso de práctica ya que activa el pensamiento en la resolución de problemas. En el aprendizaje de las matemáticas se deben tener presente los saberes previos del estudiante, la autonomía en el pensamiento, estrategias cognitivas y la metacognición, así como sus creencias acerca de las matemáticas para fortalecer la formación y el aprendizaje significativo en la resolución de problema

Todas estas dimensiones nos permiten fortalecer el aprendizaje profundo y transferirlos a su contexto social y cultural, además es relevante tener presente la realización de actividades individuales y de forma cooperativa donde podemos concluir con conceptos y procesos significativos.

Schoenfeld (1985) propone un marco con cuatro componentes que sirva para el análisis de la complejidad del comportamiento en la resolución de problemas: 1) Recursos cognitivos: conjunto de hechos y procedimientos a disposición del resolutor, 2) Heurísticas: reglas para progresar en situaciones difíciles, 3) Control: aquello que permite un uso eficiente de los recursos disponibles y 4) Sistema de creencias: nuestra perspectiva con respecto a la naturaleza de la matemática y cómo trabajar en ella. En este modelo se distinguen también cuatro fases: análisis, exploración, ejecución y comprobación. Profundizando en el análisis de la heurística, Schoenfeld retoma algunas ideas de G. Pólya, considerando a la vez la Teoría Psicológica del procesamiento de la información, se vislumbran cuatro dimensiones que se dan en el proceso de resolución de problemas, tal como lo establece Santos-Trigo (1992):

1. Dominio de conocimientos y recursos: se expresa a través de lo que la persona conoce y la forma de aplicación de sus experiencias y conocimientos ante la resolución de un problema.
2. Estrategias Cognoscitivas: Conjunto de estrategias generales que pueden resultar eficaces a la hora de resolver un problema. Dentro de estas se consideran los recursos heurísticos (más adelante se tratará este tema) para abordar los problemas en matemática, tales como: analogía, inducción, generalización entre otros.
3. Estrategias metacognitivas: Se caracteriza por la toma de conciencia mental de las estrategias necesarias utilizadas al resolver un problema, para planear, monitorear, regular o controlar el proceso mental de sí mismo.
4. Sistema de creencias: está conformado por las ideas, concepciones o patrones que se tiene en relación con la matemática y la naturaleza de esta disciplina, además de la relación existente entre esta y la resolución de problema, en relación a este modelo, es importante desde el punto de vista teórico y práctico que se consideren estas categorías cuando se explora el pensamiento matemático de los estudiante, es claro que el trabajo de Schoenfeld es uno de los más completos en relación al análisis de la resolución de problemas matemáticos, pero en el modelo no se manifiesta el carácter contextual y social de la ciencia matemática, lo cual es fundamental.

El modelo de Miguel de Guzmán (1991), sobre las cuatro fases de Pólya, orienta y anima al resolutor en los siguientes aspectos: Familiarízate con el problema en la cual el estudiante trata de entender a fondo la situación. Luego pasa a la búsqueda de estrategias, que le permitan resolver el problema, desde diferentes puntos de vista. Seguidamente el estudiante debe llevar a cabo la estrategia planeada, evaluándola a través de preguntas que evalúen el proceso seguido. Finalmente se llega al proceso de revisión y de establecer conclusiones, examinando todo el camino, preguntándose ¿Cómo se ha llegado a la solución? O bien, ¿Por qué no se llegó?, tratar de entender no solo que el procedimiento funciona, sino por qué funciona, mirar si se encuentra un camino más simple y reflexionar sobre su propio proceso de pensamiento y sacar consecuencias para el futuro. Miguel de Guzmán retoma completamente el modelo de G. Pólya e intenta dar orientaciones específicas sobre el cómo se lleva a cabo cada una de ellas, para esto se basa en preguntas orientadoras del proceso.

el fin de definir al conocimiento sobre cómo conocemos (conocer el propio conocimiento). La definición que le dio Flavell (1976) a este término dice que se “refiere al conocimiento que uno tiene sobre los propios procesos y productos cognitivos o cualquier otro asunto relacionando con ellos. La metacognición se refiere, entre otras cosas a la supervisión activa y consecuente regulación y organización de estos procesos en relación con los objetivos cognitivos sobre los que actúan, normalmente al servicio de una meta u objetivo concreto”. Este concepto enmarca la indagación sobre cómo los seres humanos piensan y controlan sus procesos de pensamiento, analizando el concepto dado por Flavell, se encuentra que los relaciona con los siguientes conceptos: Conocimiento:

La metacognición como producto de la actividad mental, indicando que los seres humanos podemos sistematizar, organizar mediante herramientas simbólicas los procesos asociados a una actividad mental, siendo conscientes de ello y dando cuenta de esto a otros y a sí mismos. Procesos y productos: La actividad mental se compone de procesos (identificar, analizar, inferir, razonar, solucionar problemas,), que pueden ser básicos o superiores, y sus respectivos productos (percepciones, pensamiento, ideas, modelos, conceptos,). Cognitivo: Actividad mental por la cual se construye conocimiento sobre el mundo físico, social y psicológico. Supervisión activa: la metacognición requiere de una permanente conciencia de la persona sobre su actividad mental, considerando para ello una especie de evaluación permanente sobre los procesos y productos de la actividad cognitiva.

La resolución de problemas contextualizados y estrategias didácticas basadas en la metacognición. busca explicar cómo se puede desarrollar un proceso de enseñanza y aprendizaje que conlleve a potenciar la competencia de resolver problemas matemáticos contextualizados utilizando estrategias didácticas de tipo metacognitivo. se define entonces el proceso de enseñanza, en estos momentos desde la perspectiva de la didáctica de la matemática, la cual se preocupa por hacer que los espacios y situaciones de aprendizaje, sean significativos y productivos en el aprendizaje y comprensión de la matemática, esto es lo que le da mayor relevancia a la didáctica de la matemática no solo con los conocimientos declarativos y procedimentales dados desde la escuela, sino también fuera de ella.

De acuerdo con Díaz y Díaz (2018) citando a Müller (1978) y Jungk (1982) conciben un sistema teórico que denominan instrucción heurística, que incluye procedimientos para facilitar la búsqueda de la vía de solución y que se integran en un programa o sistema de procedimientos que incluye: 1) Orientación hacia el problema, 2) trabajo en el problema, 3) solución del problema y 4) evaluación de la solución y su vía de solución.

Además de reconocer el papel del pensamiento matemático en la formación integral de los estudiantes, identifica como rasgos fundamentales: la movilidad, rapidez, la posibilidad de cambiar de una operación mental a otra, de abarcar estructuras formales, la racionalización del proceso de reflexión mental para llegar al resultado, entre otras. Esta caracterización abarca capacidades matemáticas, destacando los aspectos lógico-deductivos y, en menor medida, heurísticos.

Jungk (1982) identifica, entre otros rasgos del pensamiento matemático: el lógico-deductivo, el pensamiento creativo y con fantasía, la formación lingüística y el pensamiento final; aquí, es importante destacar el pensamiento con fantasía necesario para la estimación, para prever lo que es posible y lo que no lo es y que es propio de los procesos creativos en que se desempeña la actividad del profesional de las ciencias técnicas.

A partir de estas caracterizaciones de *pensamiento matemático* se identifican tres dimensiones esenciales: el razonamiento lógico-deductivo, la heurística como recurso de búsqueda y la metacognición que permite valorar la actividad mental que se realiza.

La medición de estas dimensiones esenciales del pensamiento matemático necesita que se asuman indicadores que permitan su evaluación de manera tangible en cuanto al *razonamiento lógico-deductivo*: aplicar conceptos y proposiciones, organizar y representar la información que brinda el problema, deducir consecuencias de los datos del problema, argumentar y demostrar proposiciones.

Con respecto a la *heurística* se asumen como indicadores: Identificar nexos y relaciones, variar las condiciones iniciales del problema, identificar casos especiales y casos límites y explorar diferentes vías de solución.

En cuanto a la *metacognición* se toman como indicadores: Evaluar los pasos que se realiza, controlar la ejecución de la vía de solución, reflexionar acerca de la vía de solución, identificar alternativas de vías de solución y, lograr precisión en la estructuración de la vía de solución.

En opinión de Jungk (1982), el desarrollo del *pensamiento matemático* transcurre en 4 niveles que se corresponden con el desarrollo de la matemática como ciencia: 1) Operaciones con objetos concretos, como: conjuntos y figuras geométricas, obtención de propiedades por inducción, la identificación a partir del reconocimiento de propiedades, 2) ordenamiento lógico, atendiendo a propiedades, 3) deducciones que preparan al estudiante para asimilar teorías axiomáticas y 4) aprendizaje de sistemas deductivos abstractos.

El pensamiento matemático permite reflejar el mundo objetivo por medio de los conceptos, relaciones, procedimientos de cuantificación y modelación abstraídos de la realidad y, en especial, buscar solución a los problemas.

La enseñanza consciente, planificada y científica de reglas, procedimientos y principios para la exploración y búsqueda de solución a tareas docentes o problemas ha sido denominada por algunos autores *instrucción heurística* (JUNGK, 1982; MÜLLER, 1978; BALLESTER et al., 2001), que se sustenta en la aplicación de programas heurísticos, auxiliado con medios, reglas, y procedimientos.

Los elementos que conforman la heurística son conocidos desde la antigüedad, sin embargo, en la resolución de problemas aún no se aprovechan lo suficiente todas sus potencialidades (JUNGK, 1982; RON, 2007). La heurística facilita al docente conducir al estudiante al descubrimiento de suposiciones, hipótesis y reglas, de forma independiente, a través de impulsos que movilicen su actividad mental.

Entre los procedimientos propios de la heurística se encuentran los principios heurísticos generales: el de analogía, el de reducción y el de inducción (MÜLLER, 1978; BALLESTER et al., 2001). Es importante destacar el de analogía, muy útil para estimular a los estudiantes para que descubran proposiciones, sugerirles el empleo de determinados métodos, procedimientos, o la vía de solución de un problema, a partir de la comparación de las semejanzas entre las estructuras interna y externa de los problemas.

El de reducción posibilita la transformación de un problema desconocido a partir de otro ya conocido, la elaboración de un modelo que represente el problema de forma más conveniente, la búsqueda de proposiciones generales a partir de resultados particulares.

Existen, además, principios especiales, entre otros: el principio de generalización, el principio de movilidad, el principio de medir y probar sistemáticamente y el principio de consideración de casos especiales. Sobre la base de esta concepción Jungk (1982) valora estas preguntas, que identifica como impulsos heurísticos con un importante papel para estimular la actividad mental y el pensamiento de los estudiantes.

Estos impulsos constituyen la herramienta que puede utilizar el docente para estimular la actividad mental del estudiante y lograr que, primero en el plano externo transiten por cada una de las dimensiones del pensamiento matemático para que, luego, internalicen las habilidades propias de cada dimensión y las incorporen a su actividad mental en un nivel superior de desarrollo del pensamiento matemático.

Otros procedimientos heurísticos son las estrategias de búsqueda, que constituyen el método principal para identificar los medios matemáticos que se necesitan para la idea fundamental de solución del problema (MÜLLER, 1978; JUNGK, 1982; BALLESTER et al., 2001). Existen dos que pueden ser aplicadas a cualquier tipo de ejercicio o problema, la primera: el trabajo hacia adelante, que consiste en partir de los datos y a través de inferencias y deducciones llegar a la solución. La segunda, de trabajo hacia atrás se realiza con el análisis del problema a partir de lo que se busca, para identificar relaciones entre las exigencias del problema y la información de que se dispone, de modo que se identifiquen objetivos parciales o los resultados intermedios que habría que plantearse para encontrar la vía de solución. Al respecto, es importante destacar que cuando se es capaz de invertir el proceso de inferencias desde la exigencia hasta los datos se está en mejores condiciones de rastrear los nexos que vinculan la información inicial con el resultado al que se aspira a llegar, desarrollando una actividad mental intensa. La *comprensión del problema* es considerada esencial en todos los métodos, tanto por su papel en la motivación como para la comprensión del enunciado del problema. Se comprende el problema cuando se es capaz de reproducirlo con las propias palabras y de analizar sus elementos esenciales, lo que se puede favorecer a través de impulsos en forma de preguntas que movilicen el pensamiento: *¿de qué trata el problema?, ¿qué datos se dan?, ¿qué se busca?, ¿seré capaz de resolverlo?, ¿son suficientes los conocimientos de que dispongo para buscar la vía de solución?, ¿son suficientes los datos?*

5 PENSAMIENTO NUMÉRICO

Este pensamiento proporciona las herramientas necesarias, para que el estudiante pueda aplicar las reglas cuando desarrolla operaciones matemáticas, ya sean simples o complejas. Los estudiantes tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en sus contextos.

Obando y Vásquez mencionan que Macintosh (1992) amplía este concepto y afirma que “el pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones, junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al usar los números con sus operaciones”.

6 PENSAMIENTO GEOMÉTRICO

El proceso de enseñanza de la geometría se ha dejado de lado en muchas instituciones educativas, ya que le han asignado una menor intensidad horaria, por lo tanto, actualmente se considera una obligación volver a recuperar el sentido espacial, intuitivo en toda la matemática, ya que es usada para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas.

El concepto de espacio está influenciado por las características cognitivas de cada estudiante por el entorno físico, cultural, social e histórico. Lo fundamental es argumentar que el concepto de "*espacio*" se haga a través de modelos y figuras, con palabras del lenguaje ordinario.

Teniendo en cuenta los conceptos del pensamiento geométrico al desarrollar las actividades propuestas en la guía, se ve cómo se les dificulta la interpretación de los conceptos sobre área y perímetro, el término cuadrado y unidad cuadrada. Esto se refleja en las actividades donde los estudiantes deben buscar y diferenciar el área y perímetro de cada figura.

7 PENSAMIENTO ALGEBRAICO

Se puede interpretar el desarrollo del pensamiento variacional como la interacción de conceptos básicos de la matemática con el lenguaje de expresiones complejas y la aplicación de leyes o teoremas, que son indispensables para la resolución de problemas. Esto se le hace más difícil al estudiante porque es allí donde tiene que fusionarlos y aplicarlos todos a la vez. De esta forma se desarrolla la visión de la variación, su estudio se inicia al tratar de cuantificar la variación por medio de las cantidades y las magnitudes.

Estos conceptos ayudan en el estudiante a tener sentido de observación, de registro y a la utilización del lenguaje matemático. En algunas situaciones se considera la variación numérica discreta, y se hace necesario ir construyendo la variación numérica continua. Así mismo, las situaciones problemas deben seleccionarse para que los estudiantes se enfrenten a la construcción de expresiones algebraicas o la aplicación de algunas fórmulas.

8 LOS PROCESOS GENERALES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

8.1 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

En la medida que los estudiantes van resolviendo problemas, van ganando confianza en el uso de las matemáticas, desarrollan una mente investigadora y persistente, aumentan su capacidad de comunicación matemática y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel.

8.2 EL RAZONAMIENTO

En el razonamiento matemático, es necesario tener en cuenta la edad de los estudiantes y su nivel de desarrollo que cada logro alcanzado en un grado inferior se retoma y se amplía en los grados siguientes. Así mismo, se debe partir de los procesos de razonamiento que se dan en los grados inferiores, hasta llegar a niveles más elaborados del razonamiento en los grados superiores.

8.3 LA COMUNICACIÓN

Es importante recordar que la matemática es una de las áreas que tiene su lenguaje propio, por lo tanto, pueden construirse, refinarse y comunicarse a través de diferentes lenguajes con los que se expresan y representan, se leen y se escriben, se hablan y se escuchan. La adquisición y dominio de los lenguajes propios de las matemáticas ha de ser un proceso deliberado y cuidadoso que posibilite y fomente la discusión frecuente y explícita sobre situaciones, sentidos, conceptos y simbolizaciones, para tomar conciencia de las conexiones entre ellos y para propiciar el trabajo colectivo, en el que los estudiantes compartan el significado de las palabras, frases, gráficos y símbolos, aprecien la necesidad de tener acuerdos colectivos y aún universales y valoren la eficiencia y eficacia del lenguaje matemático.

Las distintas formas de expresar y comunicar las preguntas, problemas, conjeturas y resultados matemáticos no son algo extrínseco y adicionado a una actividad matemática puramente mental, sino que la configuran intrínseca y radicalmente, de tal manera que la dimensión de las formas de expresión y comunicación es constitutiva de la comprensión de las matemáticas. (MEN, 1998).

8.4 DESCRIPCIÓN DEL MATERIAL

Utilizando los conceptos de aprendizaje significativo de Ausubel, se desarrolló dicha estrategia.

También se tuvieron en cuenta los postulados de Euclides sobre el álgebra geométrica de los griegos, cuyo método es la implementación de bloques en la enseñanza del álgebra, específicamente la geométrica, y la demostración de áreas y perímetro. Se recortarán los rectángulos y cuadrados utilizando diferentes colores para poder diferenciar las áreas y las unidades de las mismas. Aquí, lo más importante es la medida de los cuadrados y rectángulos.

Para poder acceder al conocimiento del álgebra, no siempre tenemos los recursos e infraestructuras disponibles en las instituciones educativas, de esta manera, se utilizarán materiales que se pudieran elaborar con los estudiantes, como es el caso de los cuadrados y rectángulos hechos en papel foami.

Los cuadrados y rectángulos se pueden elaborar de diversos materiales y dimensiones de acuerdo a su uso.

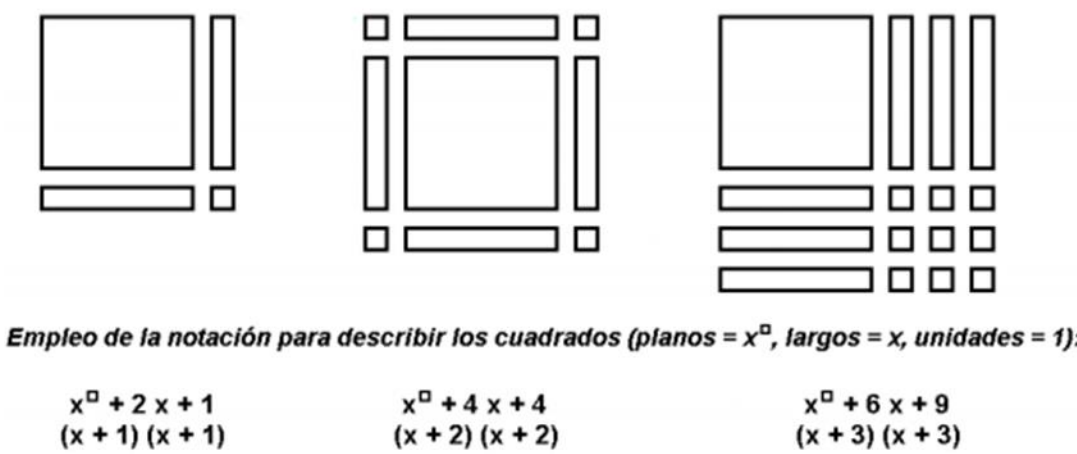
Ilustración 3. *Cuadrados y rectángulos se pueden elaborar de diversos materiales y dimensiones de acuerdo a su uso*

Figuras propuestas en la guía didáctica, para el proceso de factorización. Tomado de: Ospina (2015).

8.5 ASPECTOS A TENER EN CUENTA

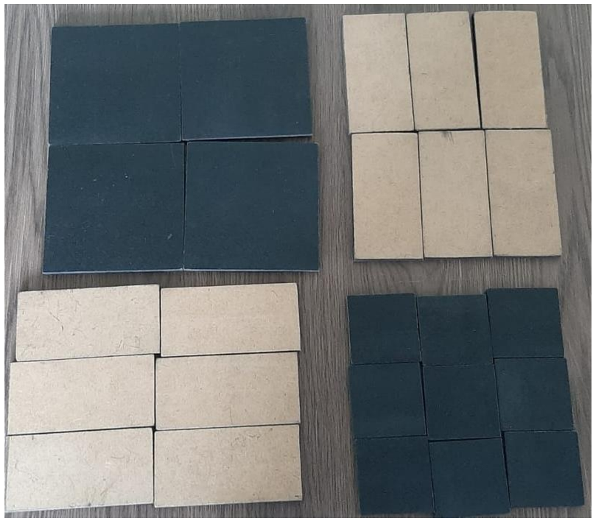
- El lado del cuadrado pequeño es uno de los lados del rectángulo.
- La medida del largo de los rectángulos es la mediada del lado del cuadrado grande.
- Los cuadrados pequeños no cubren exactamente los rectángulos.
- Los rectángulos no cubren exactamente los cuadrados grandes.

Ilustración 4. *Construcción de cuadrados con planos, largos y unidades*



Recuperado de: https://www.google.com/search?q=Construcci%C3%B3n+de+cuadrados+con+planos,+largos+y+unidades&rlz=1C1CHBF_esCO914CO914&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=2ahUKEwiNyuu86Jr0AhVhRjABHeA8Dk4Q_AUoAXoECAEQAw

Ilustración 5. Construcción de cuadrados con planos, largos y unidades con la herramienta álgebra geométrica para la expresión $4X^2+12X+9=(2X+3)^2$



Producción propia

En nuestro proceso de formación aplicando la categoría de resolución de problemas en el área de matemática en las aulas de clase con los estudiantes del grado octavo en la Institución Educativa San José Obrero de Apartadó, hemos podido comprender que los educandos han realizado ejercicios, problemas y situaciones problemas sin aplicar un proceso o un modelo sistematizado a través del cual se pueda evidenciar la aplicación de Schoenfeld, Pólya y De Guzmán u otros.

Cada uno de los estudiantes busca o aplica su estrategia para poder llegar a la respuesta de la variable establecida, por tanto, nuestra intención es implementar e incorporar en el proceso de enseñanza y aprendizaje los modelos propuestos por los autores antes mencionados.

En nuestro proceso de formación queremos incorporar y enfatizar en la resolución de problemas a través de la metodología propuesta por Schoenfeld y Pólya, el primero nos enseña que la base del conocimiento son los recursos cognitivos que poseen los estudiantes y son reconocidos en cada una de las diferentes dimensiones implementadas en la temática de interés, además, es importante que los docentes llevamos al aula de clase estrategias y modelos establecidos para resolver problemas, estas metodologías deben ser estrategias metacognitivas desarrolladas en la unidad didáctica donde intervienen la autoevaluación, heteroevaluación y la autorregulación para que el estudiante pueda asimilarla en el proceso de aprendizaje. Por tanto, no podemos olvidar que los educandos tienen unos modelos o conocimientos previos frente a la resolución de problema donde al observarlo él puede manifestar si puede o no solucionarlo.

En la implementación de los modelos se busca que los estudiantes después de resolver problemas puedan adquirir experiencias e incorporen herramientas, estrategias y recursos cognitivos para poder aplicarlos en otros ejemplos similares de otras áreas del conocimiento y en su diario vivir.

Desde las estrategias planteadas por Pólya, se busca que los estudiantes comprendan y entiendan lo que se expresa en el problema, por tanto se le recomienda leerlo una, dos y si es necesario tres veces, además se puede comprender en su lenguaje para identificar y poder reconocer qué le están pidiendo y qué le están dando en el problema, por tanto le permite buscar una estrategia o un camino para obtener el valor de la incógnita, es muy importante comprender que los errores hacen parte del proceso de enseñanza y aprendizaje en la resolución de problemas, igualmente, le permite al estudiante desarrollar todas las estrategias y las habilidades que ha obtenido en las prácticas referentes a la categoría establecida.

9 METODOLOGÍA

9.1 ENFOQUE Y ALCANCE

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en general son procesos que implican diferentes análisis contextuales y extra contextuales, los cuales deben proporcionar una visión amplia de las actividades cognitivas, metacogntivas y procedimentales que llevan a cabo tanto estudiantes como profesores para el logro de las intencionalidades educativas prefijadas de acuerdo al nivel de escolaridad, bajo esta dinámica, la presente investigación reconoce los beneficios de los enfoques cuantitativos para la clasificación y la categorización de niveles de aprendizaje de los estudiantes pero también reconoce que deja de lado los matices de la realidad y el establecimiento de las relaciones entre los actores educativos que son decisivos para cumplir los propósitos, razón por la cual, el presente trabajo se suscribe bajo una investigación de tipo cualitativo de alcance descriptivo puesto que los sucesos en torno a la enseñanza problémica necesita la recontextualizacion de los escenarios para la toma de decisiones sustentadas.

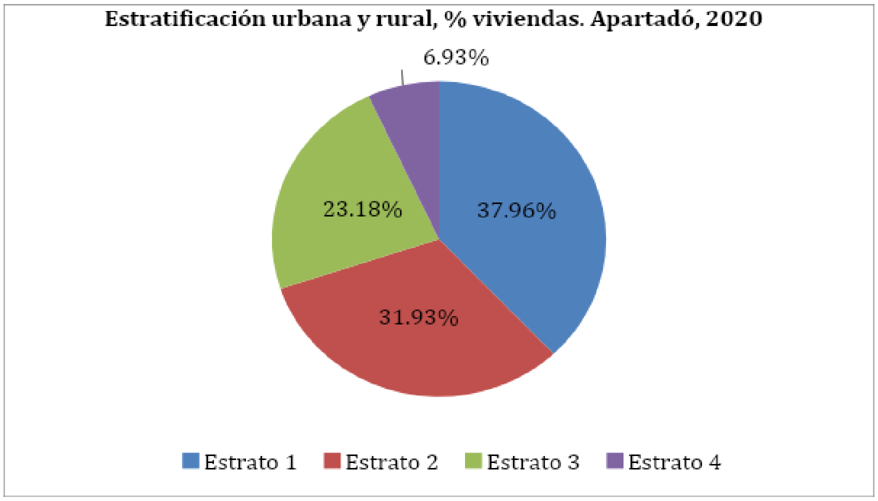
9.2 POBLACIÓN Y CONTEXTO

El municipio de Apartadó se encuentra localizado al noroccidente del departamento de Antioquia, tiene una población estimada de 148.852 habitantes para el año 2020, distribuidos en 31.256 viviendas, según estratos socioeconómicos así:

Tabla 1. *Estratificación Urbana y rural de Apartadó.*

Estratificación Apartadó Urbana y rural		
Estrato	**Nro viviendas**	**%**
E1	11866	37.96
E2	9981	31.93
E3	7244	23.18
E4	2165	6.93
TOTAL	31256	100

Ilustración 6. Estratificación Urbana y rural de Apartadó.



Con una distribución por edad y sexo de la siguiente forma:

Tabla 2. *Distribución por edad y sexo Apartadó.*

COMUNAS	Masculino				Femenino				Total población
	0-13	14-26	27-55	>55	0-13	14-26	27-55	>55	
TOTAL POBLACIÓN APARTADÓ	**22,486**	**20,010**	**23,808**	**6,298**	**21,988**	**21,096**	**26,802**	**6,364**	**148,852**

Fuente: Sistema de Información SiGess Apartadó-julio2020

Ilustración 7. Distribución por edad y sexo Apartadó

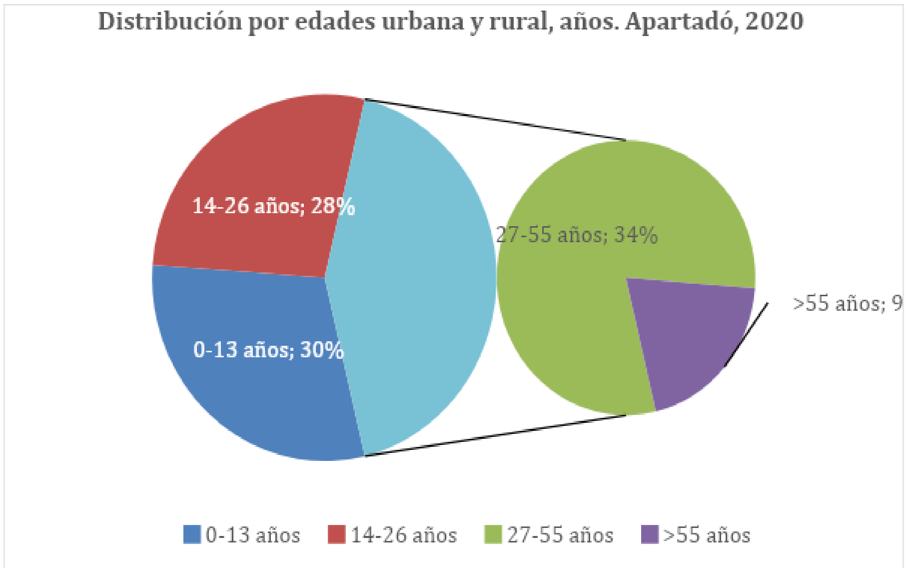


Tabla 3. *Evolución de Sedes por Sector/Zona.*

Sector / Zona	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Oficial Urbana	13	13	14	15	15	17	17	17	18
Oficial Rural	30	32	45	43	46	47	47	47	46
No Oficial Urbana	15	15	14	13	15	11	8	8	9
No Oficial Rural	2	2	1	1	1	1	1	1	1
TOTAL	**60**	**62**	**74**	**72**	**77**	**76**	**73**	**73**	**74**

Ilustración 8. Evolución de Sedes por Sector/Zona.

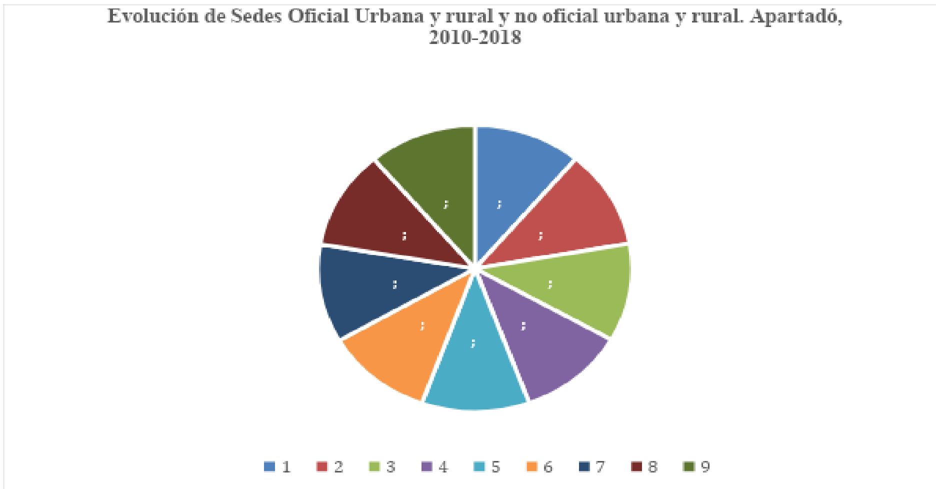
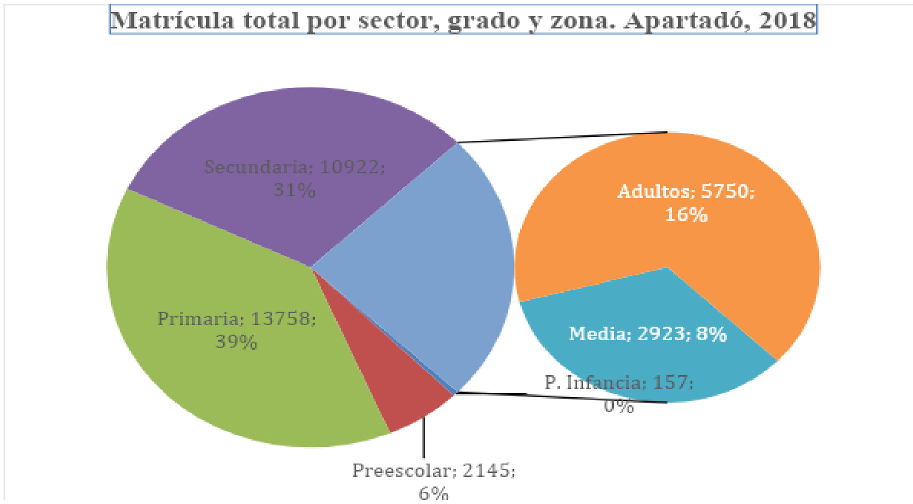


Tabla 4. *Matrícula Total por Sector, Grado y Zona.*

Grado	OFICIAL			CONTRATADA			NO OFICIAL			Total
	Urbana	Rural	Total	Urbana	Rural	Total	Urbana	Rural	Total	
P. Infancia	0	0	**0**	0	0	**0**	92	65	157	157
Preescolar	1.582	375	1.957	0	0	0	139	49	188	2.145
Primaria	9.772	2.992	12.764	0	2	2	712	280	992	13.758
Secundaria	8.140	2.031	10.171	0	0	0	579	172	751	10.922
Media	2.273	396	2.669	0	0	0	198	56	254	2.923
Adultos	979	306	1.285	2.448	1.869	4.317	148	0	148	5.750
Total	**22.746**	**6.100**	**28.846**	**2.448**	**1.871**	**4.319**	**1.868**	**622**	**2.490**	**35.655**

Fuente: Cobertura en Cifras Noviembre 2018

Ilustración 9. Matrícula Total por Sector, Grado y Zona.



9.3 UNIDAD DE TRABAJO

Población: 25 estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa San José Obrero del Municipio de Apartadó, Antioquia.

Unidad de trabajo: 4 estudiantes del grado octavo A de la Institución Educativa San José Obrero del Municipio de Apartadó, Antioquia.

Los estudiantes seleccionados para llevar a cabo el proceso investigativo deben cumplir los siguientes criterios:

1. Estudiantes con asistencia regular
2. Se debe seleccionar hombres y mujeres en la muestra
3. Estudiantes con diferente rendimiento académico
4. Estudiantes con diferentes formas de interacción e interactividad de acuerdo a las condiciones contextuales dadas por la pandemia

Una vez consolidado el grupo se podrán incorporar al menos tres estudiantes por si se presentan algún tipo de contingencia, es adecuado mencionar que las actividades planteadas en el desarrollo de la investigación se harán de forma general, pero se centrarán los análisis en los estudiantes seleccionados.

9.4 CONSIDERACIONES ÉTICAS

Los estudiantes que participarán serán menores de edad, por lo que a los padres de familia se les solicitará su consentimiento informado para la participación de los alumnos en el estudio y la recolección de las evidencias necesarias para su análisis. Se hará una reunión previa con estudiantes seleccionados y padres para explicar el proceso investigativo y establecer su consentimiento.

9.5 UNIDAD DE ANÁLISIS

Para adelantar la intencionalidad investigativa se tendrá en cuenta la siguiente categorización que establece las principales relaciones a tener en cuenta a una gran columna vertebral que emerge de la resolución de problemas

Tabla 5. *Categoría, subcategorías e indicadores de análisis*

CATEGORIA	SUBCATEGORIA	INDICADOR
La resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados en contextos numéricos y/o algebraicos	Rutas en la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados	Expresa/comunica formas de solución de problemas de perímetros y áreas de cuadrados
		Representa de alguna forma la estructura de la situación problema para establecer una ruta de solución
		Explica la selección para la resolución de problemas planteados
		Manifiesta de alguna forma las dificultades para comprender el problema
	Seguimiento durante la resolución de problemas de	Establece formas de monitoreo a las rutas de solución a los problemas planteados

perímetro y área de cuadrados en contextos numéricos y/o algebraicos	Da razón de la acciones que implementa en cualquier momento del desarrollo de lo planeado
	Identifica errores en los procesos algorítmicos y/o de formulación de soluciones a los problemas planteados
Valoración de las rutas para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados en contextos numéricos y/o algebraicos	Reconstruye los procesos que realizó para llegar a las respuestas
	Expresa las dificultades /avances encontrados durante la ejecución y reconstrucción de los problemas
	Valora la ruta para la resolución de problemas de estructura aditiva

9.6 TÉCNICAS Y FUENTES DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN:

Para la recolección de la información se recurrirá:

- Entrevistas semiestructuradas en contexto, esta técnica permite indagar por los procesos que adelanta cada estudiante en el momento real de la situación, haciendo que el entrevistado sea autentico en las respuestas puesto que las preguntas se hacen sobre la evidencia presente. La entrevista será registrada por medios magnéticos o audiovisuales.
- Diario de campo, mediante este recurso los estudiantes registran los diferentes apartados que se desarrollan en la unidad didáctica planteada, además de plasmar las actividades de aprendizaje y desarrollo autónomo que se propongan.
- Grupos focales de valoración, esta dinámica permite vislumbrar como los integrantes comparten apreciaciones y hacen precisiones de sus avances, dificultades y expectativas frente al trabajo planteado. Esta técnica se realiza sobre una lista de observación y registro de apreciaciones de los miembros del grupo.

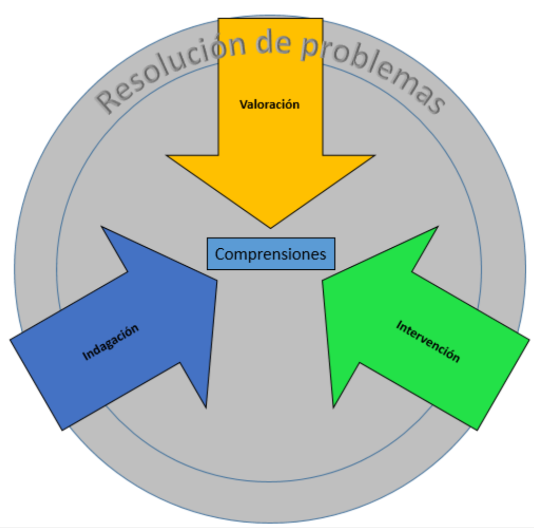
9.7 UNIDAD DIDÁCTICA

La estructura de la unidad didáctica consta de 3 momentos: indagación o diagnóstico, intervención y valoración, tal como se explicita en la metodología.

La indagación o diagnóstico, es el momento en que se realiza el levantamiento de los conceptos o ideas previas que tienen los estudiantes frente a problemas donde intervienen los conceptos de perímetro y área de cuadrados. De los resultados obtenidos de este momento se rediseña y el docente debe acomodar su estrategia de enseñanza, teniendo como punto de partida los conocimientos previos de los estudiantes.

9.8 DISEÑO METODOLÓGICO

La metodología utilizada se realizará en tres fases consecutivas a explicar que independiente de su ejecución debe llevar a tener comprensiones intrínsecas y extrínsecas del proceso desarrollado y mediado por las intencionalidades planteadas en la Unidad Didáctica.



Fases metodológicas planteadas para el desarrollo de la propuesta investigativa.

Fase 1 o de diagnóstico, en esta etapa se hace un levantamiento de las comprensiones que tienen los estudiantes frente a problemas de tipo aritmético y/o geométrico de los conceptos de perímetro y área de diferentes figuras planas en contextos problémicos cercanos. De los resultados obtenidos de esta fase se rediseña y acomoda las propuestas consecuentes.

Fase 2 o de intervención, durante este momento se desarrolla un acompañamiento en la construcción y ampliación de las comprensiones que tienen los estudiantes frente a los conceptos y procedimientos indagados bajo una perspectiva de resolución de problemas, en este sentido, durante la intervención se realizan los procesos académicos pertinentes que logren por un lado nivelar a los estudiantes en los conceptos y procedimientos núcleo de investigación para luego establecer ciertos niveles de desarrollo propios de su estado escolar.

Fase 3 o de valoración, en esta etapa se reconstruye los trayectos de los estudiantes valorando sus avances y retrocesos en la dinámica de resolución de problemas de tipo numérico y/o algebraico. En esta etapa también se hace una valoración de los momentos del diseño, material e intervenciones de las asesorías con los estudiantes, de tal forma que permitan tener una visión de los procesos desarrollados.

9.9 PLAN DE ANÁLISIS

Para el análisis de la información y dado el carácter cualitativo que se ha fijado en las diferentes fases de desarrollo del proyecto, se propone recurrir a dos tipos de acciones a explicar:

- Análisis de contenido, que básicamente consiste en confrontar las respuestas dadas por los estudiantes a través de los instrumentos diseñados y adaptados para tal fin. Este tipo de análisis permitirá develar comprensiones, pero también dificultades que tienen los estudiantes a la luz de la teoría de resolución de problemas.
- Valoración de las comprensiones en términos de la zona próxima de desarrollo que permite interpretar el grado de progresión de los estudiantes antes, durante y después de realizada la propuesta didáctica y concretada en la Unidad didáctica referente.

10 ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En este capítulo se realizará el análisis de cada momento partiendo desde la categoría, siguiendo con la subcategoría y nos lleva a los objetivos. Los momentos a analizar son los siguientes:

Momento de diagnóstico.

Momento de intervención.

Momento de finalización o evaluación.

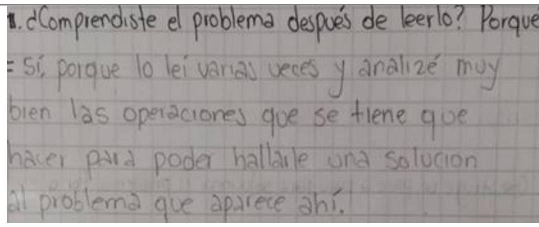
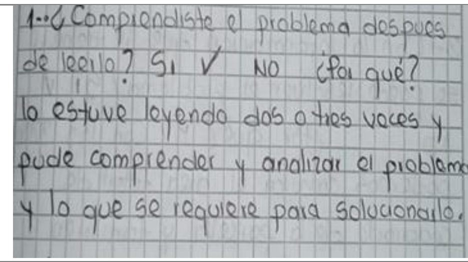
Para llevar cada uno de los momentos mencionados, se implementaron las actividades de aula planteando algunas preguntas relacionadas con los conceptos de área y perímetro en cuadrados y en la resolución de problemas, además empleando la herramienta didáctica del álgebra geométrica.

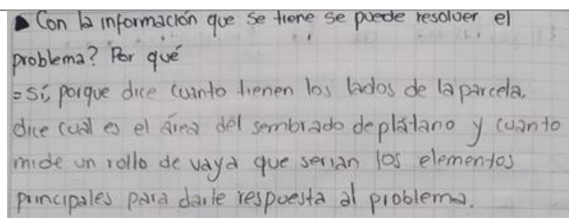
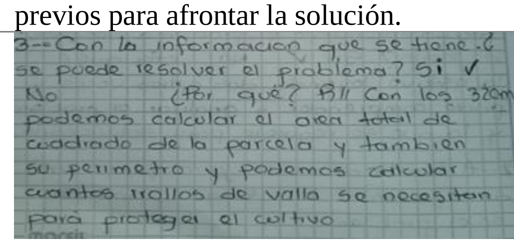
10.1 Categoría de análisis: La resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados en contextos numéricos y/o algebraicos.

10.1.1 Subcategoría 1: Rutas en la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados. Momento de diagnóstico.

En el **ANEXO 1**, página 79 aparece la situación problema planteada. En la tabla 6 aparece el análisis realizado del momento de diagnóstico, subcategoría 1.

Tabla 6. *Análisis momento de diagnóstico. Subcategoría 1.*

Pregunta 1 o cuestión 1	**¿Comprendiste el problema después de leerlo**? Ver **ANEXO 1**. Pág 80	
Respuesta	 1. ¿Comprendiste el problema después de leerlo? Porqué = Sí, porque lo leí varias veces y analizé muy bien las operaciones que se tiene que hacer para poder hallarle una solucion al problema que aparece ahí.	 1.-¿Comprendiste el problema despues de leerlo? Si ✓ NO ¿Por qué? lo estuve leyendo dos o tres veces y pude comprender y analizar el problema y lo que se requiere para solucionarlo.

Análisis particulares	Es importante que, en la ruta para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados, el estudiante reconozca las variables y los datos para resolverlo, en este caso, el estudiante reconoce las operaciones involucradas en el problema permitiéndole hallar el valor de cada una de las variables. En términos de Schoenfeld (1985), el estudiante tiene claro qué le pide el problema, puesto que debe buscar el valor de las variables y sus magnitudes.	La necesidad de lectura repetitiva indica por un lado la necesidad mental de organizar la información y por otro de establecer relaciones para poder ejecutar acciones sobre las variables, así como lo indica Montealegre (2007) "el dominio del sistema del lenguaje garantiza el salto desde el conocimiento sensorial al racional. Por medio del lenguaje el ser humano puede: a) salir de los límites de la impresión inmediata; b) organizar su pensamiento dirigido a un fin; c) descubrir los enlaces y relaciones complejas, los cuales no son alcanzables por medio de la percepción inmediata; d) transmitir la información, y e) permitir sacar conclusiones" (p. 21) En términos de Barrantes (2006, pág 2), citando a Schoenfeld, el estudiante tiene claro qué le pide el problema, ya que los estudiantes tienen los conocimientos previos para afrontar la solución.
¿Con la información que se tiene se puede resolver el problema?, ¿por qué?	 Con la información que se tiene se puede resolver el problema? Por qué =Sí, porque dice cuanto tienen los lados de la parcela. dice cual es el área del sembrado de plátano y cuanto mide un rollo de vaya que serian los elementos principales para darle respuesta al problema.	 3-=Con la informacion que se tiene ¿se puede resolver el problema? Si ✓ No ¿Por qué? R// Con los 320m podemos calcular el area total de cuadrado de la parcela y tambien su perimetro y podemos calcular cuantos rollos de valla se necesitan para proteger el cultivo
Análisis particulares	Es relevante que en la ruta para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados, el estudiante reconozca las variables y los datos para resolverlo, en este caso, el estudiante reconoce los valores y las variables involucrados en el problema. De acuerdo a De Guzmán (2007), reconoce los datos y variables del problema y los posibles resultados a obtener; igualmente, identifica si debe hallar: áreas, perímetros, longitudes, entre otros.	Es importante reconocer que el estudiante comprendió el problema ya que identifica la forma para hallar el valor del área y el perímetro solicitados. Así mismo, el estudiante establece relaciones entre datos numéricos, conceptos y procedimientos, es decir, identifica variables intervinientes y cómo estas se relacionan, lo cual indica que el estudiante puede establecer las dimensiones del cuadrado y obtener otros datos como el área. De acuerdo con De Guzmán (2007), reconoce los datos y variables del problema y los posibles resultados a obtener; igualmente, identifica si debe

	hallar: áreas, perímetros, longitudes, entre otros.
Análisis global	De acuerdo a la subcategoría denominada "**rutas en la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados**", de acuerdo a lo presentado, se puede establecer que los estudiantes para comprender una situación problémica sencilla deben leer varias veces el enunciado, lo cual indica que hay una necesidad de dominar el medio conflictivo que se les presentó dado que la solución no es inmediata y que la situación utilizada es llamativa para el estudiante en términos de los problemas relevantes y auténticos dado que como lo expresa Cáceres, et al (2015) "la naturaleza de la enseñanza en el aula afecta significativamente a la naturaleza y al nivel del aprendizaje de los estudiantes" (p.202). Posibilitando develar acciones antes no evidenciadas en la práctica educativa, pero también se revela que el estudiante posee unas rutas de resolución asociadas a formas utilizadas en problemas académicos anteriores y que evoca para dar explicación de sus procesos, conllevando una identificación de variables y su relacionamiento antes de poder ser operadas con un fin, en este sentido, el estudiante resuelve un problema cuando conoce el valor de las variables y sus magnitudes (Schoenfeld, 1985, citado en Barrantes, 2006).

Elaboración propia.

10.1.2 Subcategoría 1: Rutas en la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados. Momento de intervención.

En el **ANEXO 1**, página 79 aparece la situación problema planteada. En la tabla 7 aparece el análisis realizado del momento de intervención, subcategoría 1.

Tabla 7. *Análisis momento de intervención. Subcategoría 1.*

Pregunta	**¿Comprendiste el problema después de leerlo?** Ver ANEXO 1. Pág 80	
Respuesta	1. ¿Comprendiste el problema después de leerlo? Si. No.... ¿por qué? EXELENTE POR QUE? TUVE LA CAPACIDA DE LEER Y ENTENDER MUY BIEN Y ESO ME LLEVO ACABO A EXPLICARLE A MIS COMPAÑEROS.	1. ¿Comprendiste el problema después de leerlo? Si. No.... ¿por qué? Exelende Por qe? tuve la capacida de leer y entender muy ben.
Análisis particular	De acuerdo a lo observado, el estudiante leyó y comprendió el problema, ya que lo socializó con sus compañeros, manifestando una buena comunicación expresando formas de cómo solucionar el problema asignado de perímetro y área de cuadrado. De acuerdo a Schoenfeld (1985) el estudiante tiene claridad acerca de lo que trata un problema antes de empezar a resolverlo.	El estudiante manifiesta comprender el problema, pero no demuestra con argumentos su comprensión. De acuerdo a Schoenfeld (1985) cuando un estudiante comprende el problema es porque tiene claridad acerca de lo que trata antes de empezar a resolverlo.

		Según Pólya (1945) el estudiante comprende el problema cuando identifica las incógnitas y los datos involucrados.
Pregunta	Describe con tus propias palabras el ejercicio planteado	
Respuesta	PARA MI EL EJERCICIO PLANTEADO ES ES PARTIR LA MITAD DEL TERRENO PARA PARCELA A CADA NIETO PARA QUE QUEDEN IGUAL, DE LADOS IGUALES	pues para mi el ejercito planteado es partir la mitad del terreno
Análisis particular	El estudiante describe el problema en sus propias palabras ya que puede especificar la intención fundamental que se plantea en la situación, ya que identifica la incógnita de interés. De acuerdo a Pólya (1945), el estudiante visualiza el problema y reconoce la incógnita ya que se apropió de la situación planteada y la reformula utilizando su propio lenguaje sin cambiar el sentido del contexto. Teniendo en cuenta a De Guzmán (2007), el estudiante explica con sus propias palabras de qué trata el problema, mostrando familiarización con él.	. De acuerdo a lo expresado por el estudiante, se aprecia que describe el problema en sus propias palabras, pero su argumentación es incompleta, le queda faltando más claridad en su explicación. En palabras De Guzmán (2007) le faltó explicar el problema de una manera más simple. De acuerdo a Pólya (1945) el estudiante visualiza el problema cuando lo describe con sus propias palabras.
Análisis global	De acuerdo a la subcategoría denominada "rutas en la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados", se aprecia que los estudiantes evidencian una dificultad en la comprensión del problema, por eso manifiestan que deben leerlo varias veces. En algunas actividades se pueden observar las dificultades que muchos estudiantes presentan para hallar la relación o la diferencia existente entre lo que leen en el texto y en el contexto (Duval, 2016). Igualmente, se observó que los estudiantes encontraron la intención fundamental planteada en el problema, aun cuando no argumentaron de manera coherente y precisa la justificación dada. En esta fase de comprensión del problema, los estudiantes reconocen la incógnita involucrada, reformulando la situación planteada en sus propias palabras, conservando su realidad (Pólya, 1945).	

Elaboración propia

10.1.3 Subcategoría 1: Rutas en la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados. Momento de finalización o evaluación.

10.1.3.1 En el **ANEXO 1**, página 79 aparece la situación problema planteada. En la tabla 8 aparece el análisis realizado del momento de finalización o evaluación, subcategoría 1.

Tabla 8. *Análisis momento de finalización o evaluación. Subcategoría 1.*

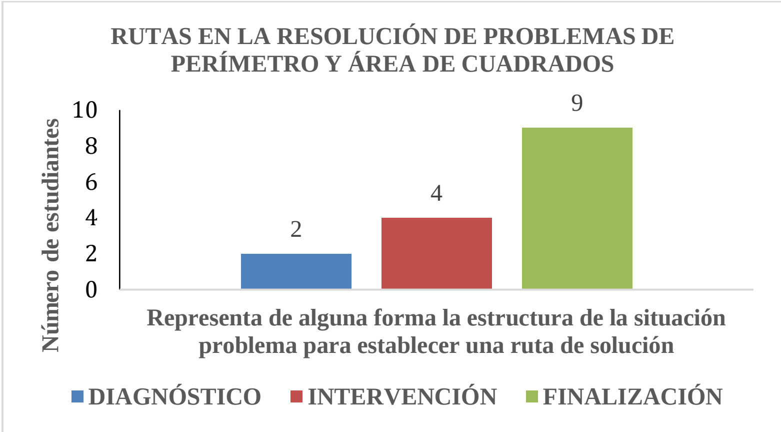
Pregunta	**¿Sabes que te piden en el problema? Si… No… ¿Por qué?** Ver ANEXO 1. Pág 81.	
Respuesta	1. ¿sabes que te piden en el problema? Si..X.. No.... ¿Por qué? Porque Estamos Reconociendo lo que nos estan Pidiendo hayar en el Problema	1. ¿sabes que te piden en el problema? Si.X.. No.... ¿Por qué? porque estamos reconociendo lo que nos estan pediendo hallar el area y el perimetro del terreno y el polideportivo.
Análisis particular	En la ruta de resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados, es fundamental que los estudiantes sepan lo que pide el problema: variables e incógnitas para lograr su mejor comprensión. El estudiante manifiesta reconocer lo que le piden en el problema aunque no lo expresa de manera taxativa sus argumentos, por lo tanto, no se sabe si tiene claridad sobre las variables o incógnitas que están involucradas. Según Pólya (1945) el estudiante comprende el problema cuando identifica las incógnitas y los datos involucrados.	En la ruta de resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados, es fundamental que los estudiantes sepan lo que pide el problema: variables e incógnitas para lograr su mejor comprensión. Se aprecia que el estudiante reconoce lo que le piden en el problema, al manifestar que debe hallar el área y el perímetro. De acuerdo a Schoenfeld (1985) cuando un estudiante comprende el problema es porque tiene claridad acerca de lo que trata antes de empezar a resolverlo.
Pregunta	Describe con tus propias palabras el ejercicio planteado	
Respuesta	2. Describe con tus propias palabras el ejercicio planteado hayar o darle el metro o la medida de la cancha ·o del Terreno de la Polideportiba	2. Describe con tus propias palabras el ejercicio planteado Hay que hallar el perimetro y el area del terrero y del polideportivo y representar el problema con un dibujo.
Análisis particular	En la ruta de resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados, es importante que los estudiantes expliquen con sus propias palabras la situación planteada para lograr su mejor comprensión. El estudiante en su respuesta presenta dificultades al expresar la forma en que resolvería el problema, aun cuando le falta claridad al decirlo en sus propias palabras.	En la ruta de resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados, es importante que los estudiantes expliquen con sus propias palabras la situación planteada para lograr su mejor comprensión. El estudiante en su respuesta expresa en sus propias palabras la forma en que comprende el problema. Teniendo en cuenta a De Guzmán (2007), el estudiante describe el problema cuando lo explica con sus propias palabras.

	Teniendo en cuenta a De Guzmán (2007), el estudiante describe el problema cuando lo explica con sus propias palabras. De acuerdo a Pólya (1945), el estudiante visualiza el problema cuando lo describe con sus propias palabras.	De acuerdo a Pólya (1945), el estudiante visualiza el problema cuando lo describe con sus propias palabras.
Análisis general	De acuerdo con la subcategoría denominada "rutas en la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados", se pudo apreciar que los estudiantes manifestaron saber lo que les pedía el problema. Igualmente, se observó que los estudiantes describieron o expresaron en sus propias palabras lo que comprendieron del problema. Es importante que en la resolución de problemas de área y perímetro de cuadrados los estudiantes expresen la comprensión de este utilizando sus propias palabras para tratar de comprenderlo y describirlo ya que es fundamental reconocer las variables, las incógnitas y los datos de la situación planteada. En esta etapa de finalización o evaluación del proyecto de investigación se aprecia el avance por parte de los estudiantes al implementar las rutas en la resolución de los problemas de perímetro y área de cuadrados, ya que sus respuestas en las diferentes preguntas planteadas fueron aumentando en coherencia con los logros obtenidos.	

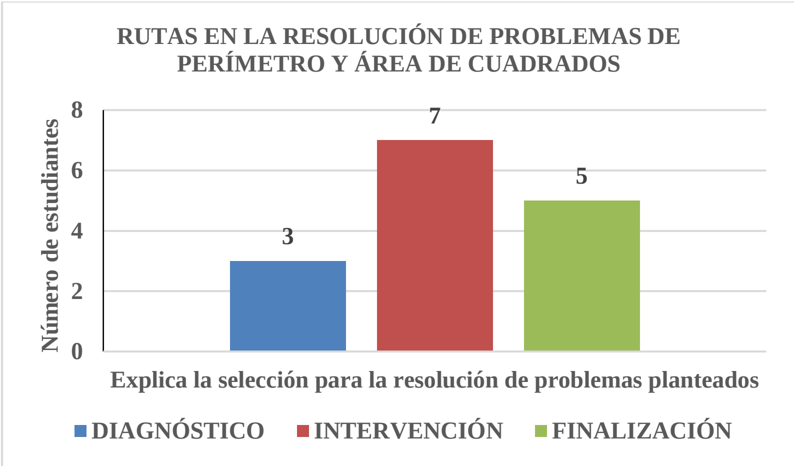
Elaboración propia

Gráfica 1. *Indicador expresa/comunica formas de solución de problemas de perímetros y áreas de cuadrados. Momento de diagnóstico subcategoría 1.*

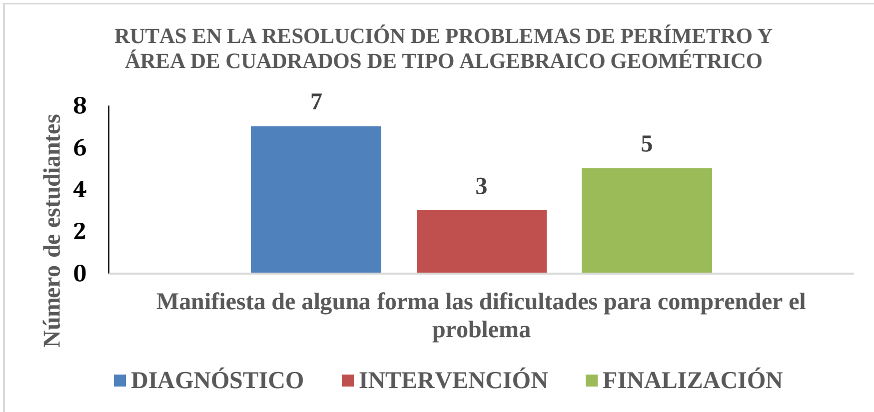
Gráfica 2. *Indicador representa de alguna forma la estructura de la situación problema para establecer una ruta de solución. Momento de diagnóstico subcategoría 1.*



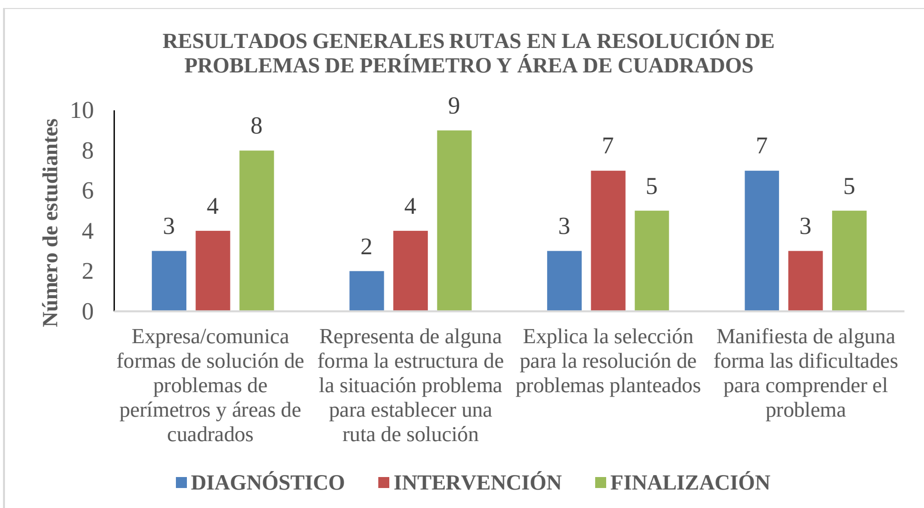
Gráfica 3*. Indicador explica la selección para la resolución de problemas planteados. Momento de diagnóstico subcategoría 1.*



__Gráfica 4__. Indicador manifiesta de alguna forma las dificultades para comprender el problema. Momento de diagnóstico subcategoría 1.



__Gráfica 5__. Resultados generales de los indicadores de la subcategoría 1.



Para la subcategoría rutas en la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados, de acuerdo con la **gráfica 5**, se puede resaltar lo siguiente:

En el primer indicador, “expresa/comunica formas de solución de problemas de perímetros y áreas de cuadrados”, los estudiantes presentaron avances significativos al expresar las formas de solucionar los problemas de área y perímetro durante los 3 momentos de ejecución del trabajo de investigación.

En el segundo indicador, “representa de alguna forma la estructura de la situación problema para establecer una ruta de solución”, los estudiantes presentaron una progresión en cada uno de los momentos durante la investigación.

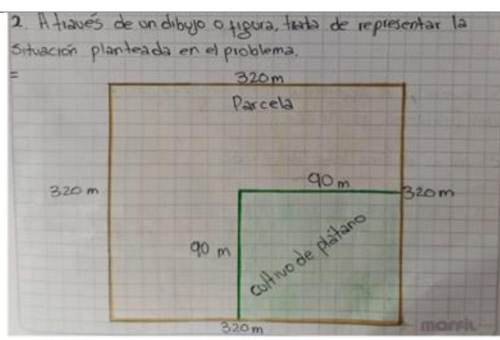
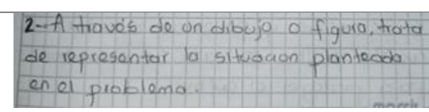
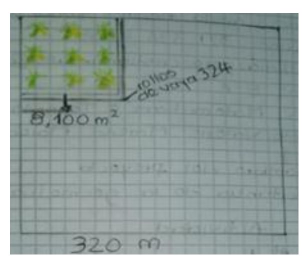
En el tercer indicador, “explica la selección para la resolución de problemas planteados”, los estudiantes no presentan avances progresivos, ya que en el momento de finalización o evaluación registran un declive.

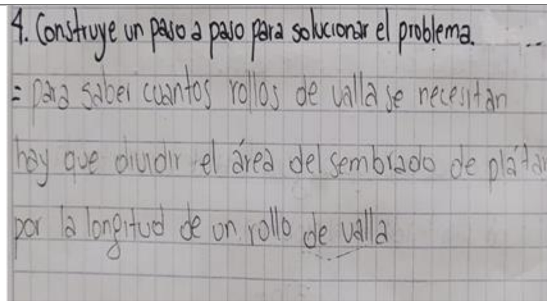
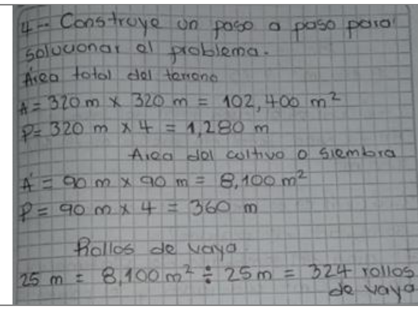
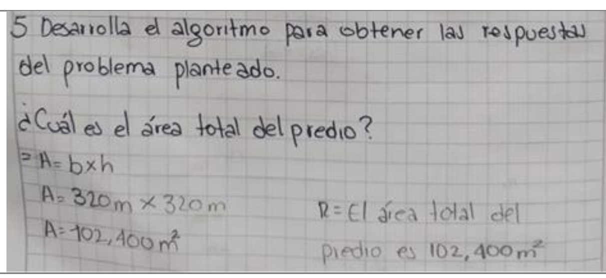
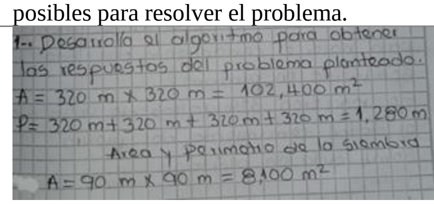
En el cuarto indicador, “manifiesta de alguna forma las dificultades para comprender el problema”, los estudiantes no presentan avances progresivos, ya que en el momento de finalización o evaluación registran un declive.

10.1.4 Subcategoría 2: Seguimiento durante la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico. Momento de diagnóstico.

En el **ANEXO 2**, página 79 aparece la situación problema planteada. En la tabla 9 aparece el análisis realizado del momento de diagnóstico, subcategoría 2.

Tabla 9*. Análisis momento de diagnóstico. Subcategoría 2.*

Pregunta 2 o cuestión 2	**A través de un dibujo trata de representar la situación planteada en el problema.** Ver ANEXO 1. Pág 80	
Respuesta		 
Análisis particulares	En la figura se pueden observar varias acciones desarrolladas por el estudiante, dentro de las cuales cabe resaltar. Primero, las formas de la figura en relación entre el todo y una parte que según Ibarra (2014, pág 60) citando a Freundenthal y los Van Hiele menciona que "la razón no se concibe desde su contexto numérico sino que se fundamenta en sus raíces geométricas" para potencializar las comprensiones que muestran las personas	En la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico, es fundamental que el estudiante planteé un método de cómo resolverlo, permitiéndole ser coherente en la solución y poder obtener las respuestas deseadas; en este caso, el estudiante emplea un método gráfico

	a partir de sus representaciones, en este sentido, el estudiante logra establecer relaciones de orden e inclusión entre dimensiones lo cual permite que él tenga control sobre las variables intervinientes en el proceso. Segundo, el estudiante identifica valores, pero no evidencia una proporcionalidad entre el sector mayor y el menor con relación a las medidas de las dimensiones de los cuadrados, lo cual hace pensar que hace una simulación gráfica no necesariamente reflexiva sino de construcción por reflejo, quitándole atributos a la figura y posibilitando una mala comprensión posterior de los datos obtenidos.	tratando de comprender satisfactoriamente el problema, mostrando la variación en el tamaño del predio. De acuerdo a Barrantes (2006, pág 4), citando a Schoenfeld, empleó un método a través del cual puedo resolver el problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico.
Construye un paso a paso para solucionar el problema	 4. Construye un paso a paso para solucionar el problema. = para saber cuantos rollos de valla se necesitan hay que dividir el área del sembrado de plátan por la longitud de un rollo de valla	 4.- Construye un paso a paso para solucionar el problema. Área total del terreno A = 320 m x 320 m = 102,400 m² P = 320 m x 4 = 1,280 m Área del cultivo o siembra A = 90 m x 90 m = 8,100 m² P = 90 m x 4 = 360 m Rollos de vaya 25 m = 8,100 m² ÷ 25 m = 324 rollos de vaya
Análisis particulares	En la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico, es importante que el estudiante planteé un método de cómo resolverlo, permitiéndole ser coherente en la solución y poder obtener las respuestas deseadas; en este caso, el estudiante presentó dificultades en construir un paso a paso que le pudiera permitir reconocer los valores, realizar las operaciones y poder hallar los resultados esperados. De acuerdo a Barrantes (2006, pág 3), citando a Schoenfeld, el estudiante no estructura de manera adecuada y coherente los pasos posibles para resolver el problema.	En la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico, es importante que el estudiante planteé un método de cómo resolverlo, permitiéndole ser coherente en la solución y poder obtener las respuestas deseadas; en este caso, el estudiante realizó un paso a paso aplicando los algoritmos de las operaciones involucradas con la dificultad en una operación para hallar el número de rollos necesarios y suficientes para delimitar el predio. De acuerdo a Barrantes (2006, pág 3), citando a Schoenfeld, el estudiante no estructura de manera adecuada y coherente los pasos posibles para resolver el problema.
Desarrolla el algoritmo para obtener las respuestas del problema planteado	 5 Desarrolla el algoritmo para obtener las respuestas del problema planteado. ¿Cuál es el área total del predio? = A = b×h A = 320m × 320m A = 102,400 m² R = El área total del predio es 102,400 m²	 1.- Desarrolla el algoritmo para obtener los respuestos del problema planteado. A = 320 m x 320 m = 102,400 m² P = 320 m + 320 m + 320 m + 320 m = 1,280 m Área y perímetro de la siembra A = 90 m x 90 m = 8,100 m²
Análisis particulares	En la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico, es importante que el estudiante planteé un método de cómo resolverlo, permitiéndole ser coherente en la solución y poder obtener las respuestas deseadas; en este caso, el estudiante presentó dificultades en reconocer la fórmula para hallar el área del cuadrado, aunque realizó adecuadamente la operación obteniendo el valor correcto de la variable de interés. De acuerdo a Barrantes (2006, pág 2), citando a Schoenfeld, el estudiante presenta dificultades al desarrollar el algoritmo para resolver el problema.	En la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico, es importante que el estudiante planteé un método de cómo resolverlo, permitiéndole ser coherente en la solución y poder obtener las respuestas deseadas; en este caso, el estudiante reconoce la fórmula para hallar el área del cuadrado y del perímetro. En términos de Barrantes (2006, pág 2), citando a Schoenfeld, el estudiante desarrolla el algoritmo para resolver el problema.

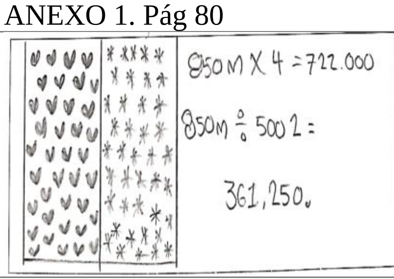
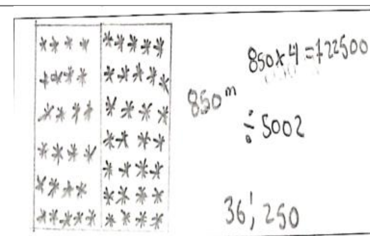
Análisis global	De acuerdo a la subcategoría denominada "**seguimiento durante la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico**", es importante reconocer que los estudiantes aun cuando representaron el problema para poder comprenderlo, tuvieron en comprenderlo, tienen dificultades para construir un paso a paso que les permitiera obtener los valores de las incógnitas involucradas y sus magnitudes; así mismo, se pudo observar que no realizaron satisfactoriamente los algoritmos. En la resolución de problemas es muy importante que tanto docentes como estudiantes tengan presente crear un paso a paso y representar gráficamente la situación planteada y realizar satisfactoriamente los algoritmos involucrados.

Elaboración propia

10.1.5 Subcategoría 2: Seguimiento durante la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico. Momento de intervención.

En el **ANEXO 2**, página 79 aparece la situación problema planteada. En la tabla 10 aparece el análisis realizado del momento de intervención, subcategoría 2.

Tabla 10*. Análisis momento de intervención. Subcategoría 2.*

Pregunta	**A través de un dibujo representar la situación planteada en el problema.** Ver ANEXO 1. Pág 80	
Respuesta		
Análisis particular	Se pudo observar que el estudiante representa a través de una figura geométrica la situación planteada en el problema, agrega una operación aritmética tratando de hallar el perímetro, pero en su respuesta ubica el valor correspondiente al área, lo cual indica que no realizó coherentemente el seguiemiento, ya que la figura no es la adecuada con sus valores reales. Se identifica que en la respuesta no se hace énfasis en la representación objeto de estudio que es el cuadrado. De acuedo a Schoenfeld (1985), el estudiante debe representar gráficamente el problema para su mejor seguimiento.	Se pudo observar que el estudiante representa a través de una figura geométrica la situación planteada en el problema, agrega una operación aritmética tratando de hallar el perímetro, pero en su respuesta ubica el valor correspondiente al área, lo cual indica que no realizó coherentemente el seguiemiento, ya que la figura no es la adecuada con sus valores reales. Se identifica que en la respuesta no se hace énfasis en la representación objeto de estudio que es el cuadrado. De acuedo a Schoenfeld (1985), el estudiante debe representar

		gráficamente el problema para su mejor seguimiento.
Pregunta	Construye un paso a paso para solucionar el problema	
Respuesta	PUES PARA El PASO A PASO TENEMOS QUE SUMAR Y DIVIDIR El RESULTADO.	Pue Para el paso a paso tenemos que sumar dividir el resultado
Análisis particular	El estudiante a través de su respuesta manifiesta llevar a cabo un paso a paso consistente en las operaciones de suma y división para hallar los resultados de las variables involucradas, por tanto, muestra un seguimiento sin explicar la forma en que lo haría para encontrar una respuesta precisa y razonable. En términos de Schoenfeld (1985) el estudiante debería presentar el paso a paso para resolver el problema. De acuerdo a De Guzmán (2007), el estudiante debe elaborar un esquema donde organice un paso a paso a seguir para resolver el problema desde algunos métodos. Así mismo, de acuerdo a Pólya (1945) el estudiante debe verificar el razonamiento efectuado y mirar hasta que punto su respuesta es precisa y razonable y eliminar las opciones de las respuestas que no son coherentes o razonables.	El estudiante a través de su respuesta manifiesta llevar a cabo un paso a paso consistente en las operaciones de suma y división para hallar los resultados de las variables involucradas, por tanto, muestra un seguimiento sin explicar la forma en que lo haría para encontrar una respuesta precisa y razonable. En términos de Schoenfeld (1985) el estudiante debería presentar el paso a paso para resolver el problema. De acuerdo a De Guzmán (2007), el estudiante debe elaborar un esquema donde organice un paso a paso a seguir para resolver el problema desde algunos métodos. Así mismo, de acuerdo a Pólya (1945) el estudiante debe verificar el razonamiento efectuado y mirar hasta que punto su respuesta es precisa y razonable y eliminar las opciones de las respuestas que no son coherentes o razonables.
Análisis general	De acuerdo a la subcategoría denominada "seguimiento durante la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico", se pudo observar que los estudiantes representan a través de una figura geométrica la situación planteada en el problema, ya que a través de la misma les permite realizar un seguimiento identificando los datos, las incógnitas realizando las operaciones que permitan hallar las respuestas, además la figura debe ser realizada con sus valores reales, es importante que la representación gráfica esté acorde con el objeto de estudio que es el cuadrado. Los estudiantes a través de sus respuestas manifiestan llevar a cabo un paso a paso consistente en las operaciones de suma y división para hallar los resultados de las	

	variables involucradas, por tanto, muestra un seguimiento sin explicar la forma en que lo haría para encontrar una respuesta precisa y razonable. De acuerdo a lo anterior, es importante que los estudiantes se acostumbren a representar gráficamente la situación problema de una forma transversalizada que incluya los datos, variables y magnitudes, así como crear el paso a paso como punto de partida en la solución para responder las preguntas de interés.

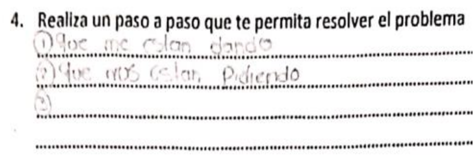
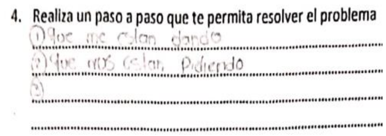
Elaboración propia

10.1.6 Subcategoría 2: Seguimiento durante la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico. Momento de finalización o evaluación.

10.1.6.1 En el **ANEXO 2**, página 79 aparece la situación problema planteada. En la tabla 11 aparece el análisis realizado del momento de finalización o evaluación, subcategoría 2.

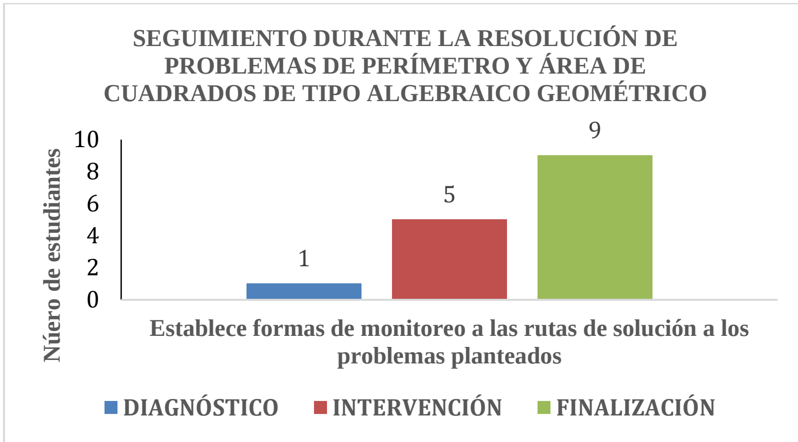
Tabla 11. *Análisis momento de finalización o evaluación. Subcategoría 2.*

Pregunta	**Representa el problema con un dibujo.** Ver **ANEXO 1,** pág 81.	
Respuesta		
Análisis particular	En el seguimiento durante la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados, es importante realizar la representación de la situación planteada a través de un dibujo para mejorar la comprensión y análisis requerido.En este caso, el estudiante representa a través de un cuadrado el área total y dentro de esta la cancha del polideportivo, incluyendo solo el valor del lado del polideportivo. De acuedo a Schoenfeld (1985), el estudiante debe representar gráficamente el problema para su mejor seguimiento.	En el seguimiento durante la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados, es importante realizar la representación de la situación planteada a través de un dibujo para mejorar la comprensión y análisis requerido.En este caso, el estudiante representa a través de un cuadrado el área total y dentro de esta la cancha del polideportivo, sin incluir los valores de los lados. De acuedo a Schoenfeld (1985), el estudiante debe representar gráficamente el problema para su mejor seguimiento.
Pregunta	Realiza un paso a paso que te permita resolver el problema	

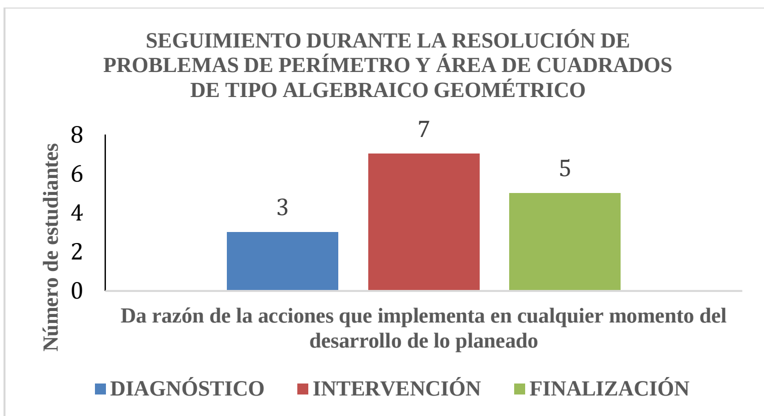
Respuesta	 4. Realiza un paso a paso que te permita resolver el problema ① que me estan dando ② que nos estan pidiendo ③	 4. Realiza un paso a paso que te permita resolver el problema ① que me estan dando ② que nos estan pidiendo ③
Análisis particular	En el seguimiento durante la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados, es importante realizar un paso a paso para mejorar la comprensión y análisis requerido. El estudiante a través de su respuesta manifiesta llevar a cabo un paso a paso consistente en reconocer los elementos involucrados en el problema tales como saber qué le están dando y qué le están pidiendo aunque no lo expresa de manera tácita.En términos de Schoenfeld (1985), el estudiante presenta un paso a paso para resolver el problema. De acuerdo a De Guzmán (2007), el estudiante elabora un esquema donde organiza un paso a paso a seguir para resolver el problema desde algunos métodos.	En el seguimiento durante la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados, es importante realizar un paso a paso para mejorar la comprensión y análisis requerido. El estudiante a través de su respuesta manifiesta llevar a cabo un paso a paso consistente en reconocer los elementos involucrados en el problema tales como saber qué le están dando y qué le están pidiendo aunque no lo expresa de manera tácita.En términos de Schoenfeld (1985), el estudiante presenta un paso a paso para resolver el problema.De acuerdo a De Guzmán (2007), el estudiante elabora un esquema donde organiza un paso a paso a seguir para resolver el problema desde algunos métodos.
Análisis general	De acuerdo a la subcategoría denominada "seguimiento durante la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico", se pudo observar que los estudiantes representan a través de una figura geométrica la situación planteada en el problema, ya que a través de la misma les permite realizar un seguimiento identificando los datos, las incógnitas realizando las operaciones que permitan hallar las respuestas, además la figura debe ser realizada con sus valores reales, es importante que la representación gráfica esté acorde con el objeto de estudio que es el cuadrado. Los estudiantes a través de sus respuestas manifiestan llevar a cabo un paso a paso consistente en las operaciones de suma y multiplicación para hallar los resultados de las variables involucradas, por tanto, muestran un seguimiento explicando la forma en que lo harían reconociendo los valores involucrados para encontrar una respuesta precisa y razonable. De acuerdo a lo anterior, es importante que los estudiantes se acostumbren a representar gráficamente la situación problema de una forma transversalizada que incluya los datos, variables y magnitudes, así como crear un paso a paso como punto de partida en la solución para responder las preguntas de interés. En esta etapa de finalización o evaluación del proyecto de investigación se aprecia el avance por parte de los estudiantes al implementar el seguimiento durante la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados, ya que comprendieron la importancia de realizar un dibujo y crear un paso a paso con la idea de dar solución a la situación problema donde ellos pueden llevar a cabo un mejor proceso para obtener el valor de las incógnitas y variables planteadas.	

Elaboración propia.

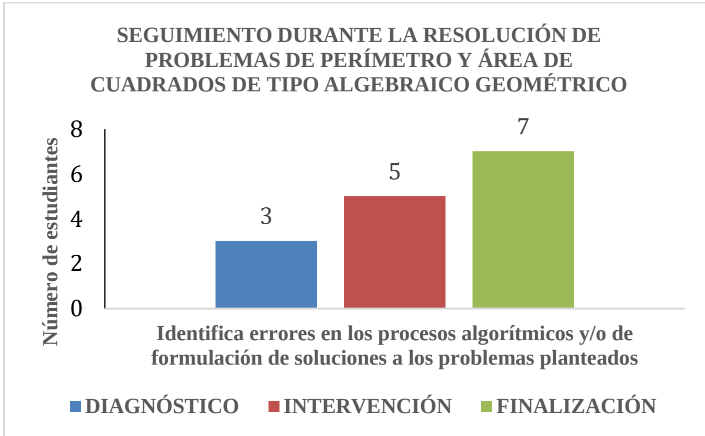
Gráfica 6. *Indicador establece formas de monitoreo a las rutas de solución a los problemas planteados. Momento de intervención subcategoría 2.*



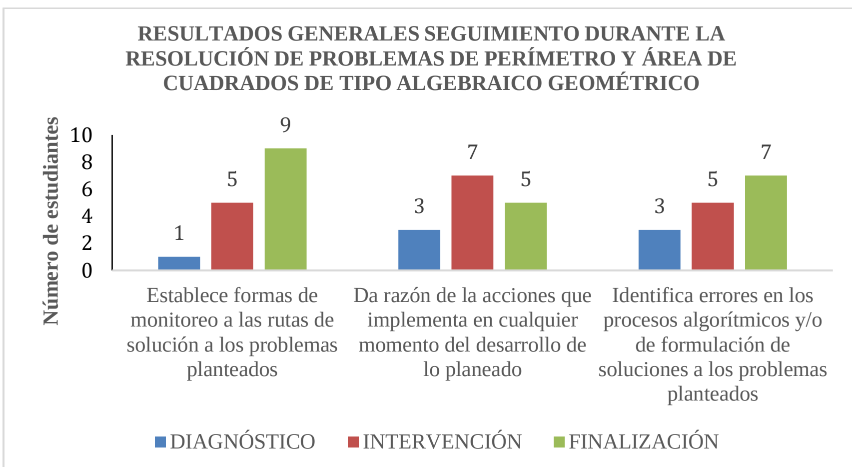
Gráfica 7. *Indicador da razón de las acciones que implementa en cualquier momento del desarrollo de lo planeado. Momento de intervención subcategoría 2.*



__Gráfica 8__. Indicador identifica errores en los procesos algorítmicos y/o de formalización de soluciones a los problemas planteados. Momento de intervención subcategoría 2



***Gráfica 9.** Resultados generales de los indicadores de la subcategoría 2.*



Para la subcategoría seguimiento durante la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico, de acuerdo a la **gráfica 9**, se puede resaltar lo siguiente:

En el primer indicador, "establece formas de monitoreo a las rutas de solución a los problemas planteados", los estudiantes presentaron avances significativos al establecer las formas de monitoreo a las rutas de solución a los problemas planteados durante los 3 momentos de ejecución del trabajo de investigación.

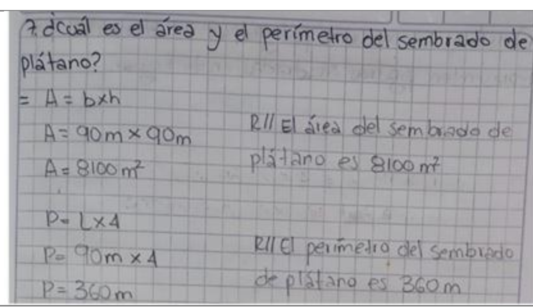
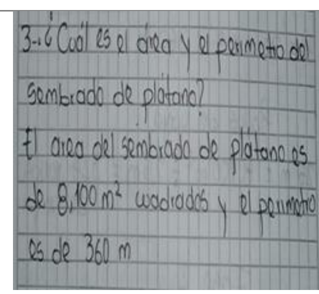
En el segundo indicador, “da razón de las acciones que implementa en cualquier momento del desarrollo de lo planeado”, los estudiantes no presentan avances progresivos, ya que en el momento de finalización o evaluación registran un declive.

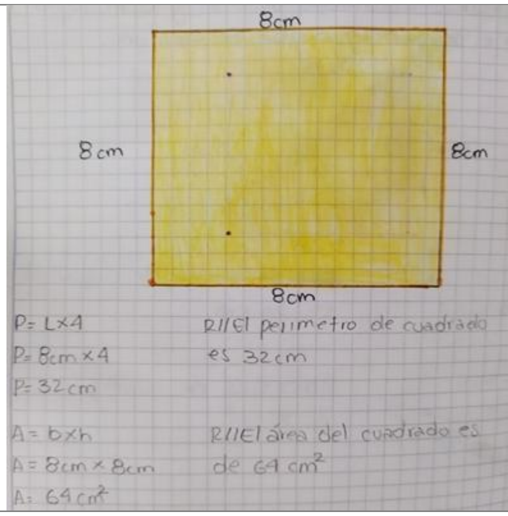
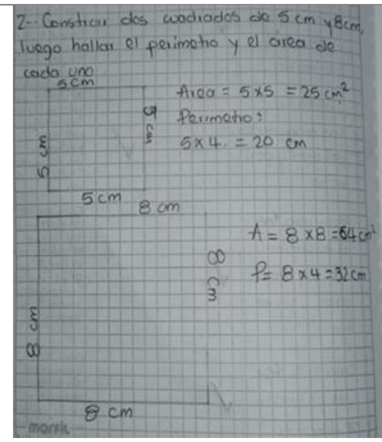
En el tercer indicador, “identifica errores en los procesos algorítmicos y/o de formulación de soluciones a los problemas planteados”, los estudiantes presentaron avances importantes al identificar errores en los procesos algorítmicos y/o de formulación de soluciones a los problemas planteado durante los 3 momentos de ejecución del trabajo de investigación.

10.1.7 Subcategoría 3: Valoración de las rutas para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados en contextos numéricos y/o algebraicos. Momento de diagnóstico.

En el **ANEXO 3,** página 80 aparece la situación problema planteada. En la tabla 12 aparece el análisis realizado del momento de diagnóstico, subcategoría 3.

Tabla 12. *Análisis momento de diagnóstico. Subcategoría 3.*

Pregunta 3 o cuestión 3	**¿Cuál es el área y el perímetro del sembrado de plátano?** Ver **ANEXO 1**, pág 80.	
Respuesta	 7. ¿Cuál es el área y el perímetro del sembrado de plátano? = A = bxh A = 90m x 90m A = 8100 m² P = L x 4 P = 90m x 4 P = 360m R// El área del sembrado de plátano es 8100 m² R// El perímetro del sembrado de plátano es 360 m	 3.- ¿Cuál es el área y el perímetro del sembrado de plátano? El área del sembrado de plátano es de 8.100 m² cuadrados y el perímetro es de 360 m
Análisis particulares	En la valoración de las rutas para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico, es fundamental realizar la verificación de las respuestas con el objetivo de mirar si son coherentes y precisas con lo solicitado. De acuerdo a la respuesta expresada por el estudiante presentó dificultades en reconocer la fórmula para hallar el área del cuadrado, aunque realizó adecuadamente la operación obteniendo el valor correcto de la variable de interés. De acuerdo a De Guzmán (2007), el estudiante utiliza cálculos numéricos para determinar el área y perímetro solicitado.	En la valoración de las rutas para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico, es fundamental realizar la verificación de las respuestas con el objetivo de mirar si son coherentes y precisas con lo solicitado. De acuerdo a la respuesta expresada por el estudiante presentó dificultades en realizar las operaciones para obtener el valor del área del cuadrado, aunque presentó la respuesta correcta de la variable de interés. De acuerdo a De Guzmán (2007), el estudiante no utilizó cálculos numéricos para determinar el área y perímetro solicitado.

<table>
<tr>
<td>Construir dos cuadrados de 5 cm y 8 cm, luego hallar el perímetro y el área de cada uno</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Análisis particulares</td>
<td>En la valoración de las rutas para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico, es fundamental realizar la verificación de las respuestas con el objetivo de mirar si son coherentes y precisas con lo solicitado.
De acuerdo a la respuesta expresada por el estudiante presentó dificultades en reconocer la fórmula para hallar el área del cuadrado, aunque realizó adecuadamente la operación obteniendo el valor correcto de la variable de interés.
De acuerdo a De Guzmán (2007), el estudiante utiliza cálculos numéricos para determinar el área y perímetro solicitado.</td>
<td>En la valoración de las rutas para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico, es fundamental realizar la verificación de las respuestas con el objetivo de mirar si son coherentes y precisas con lo solicitado.
De acuerdo a la respuesta expresada por el estudiante realiza las operaciones para hallar el área y el perímetro del cuadrado pero obviando sus fórmulas, aunque realizó adecuadamente las operaciones para obtener los valores correctos de las variable de interés.
De acuerdo a De Guzmán (2007), el estudiante utiliza cálculos numéricos para determinar el área y perímetro solicitado.</td>
</tr>
<tr>
<td>Análisis global</td>
<td colspan="2">De acuerdo a la subcategoría denominada "valoración de las rutas para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico", es fundamental realizar la verificación de las respuestas con el objetivo de mirar si son coherentes y precisas con lo solicitado.
De acuerdo a las respuestas expresadas por los estudiantes presentaron dificultades en reconocer la fórmula para hallar el área del cuadrado, aunque realizaron adecuadamente la operación obteniendo el valor correcto de la variable de interés.
Es importante que los estudiantes presenten el proceso de las operaciones que les permitan demostrar el valor de las variables, ya que facilita argumentar las respuestas obtenidas.

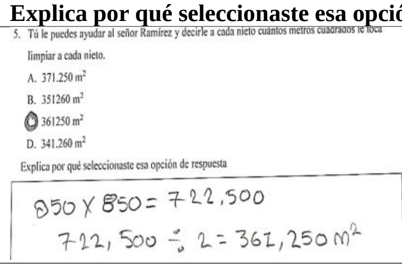
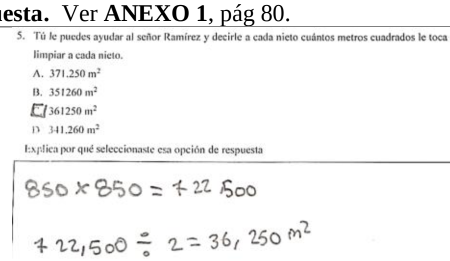
Teniendo en cuenta los indicadores de esta subcategoría los estudiantes presentaron avances en cuento a expresar la forma de solución de los problemas, representar de alguna forma la estructura de la situación problema para establecer una ruta de solución, y descendieron en cuanto a explicar la selección para la resolución de problemas planteados y manifestar de alguna forma sus dificultades para comprender el problema.</td>
</tr>
</table>

Elaboración propia.

10.1.8 Subcategoría 3: Valoración de las rutas para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados en contextos numéricos y/o algebraicos. Momento de intervención.

En el **ANEXO 3**, página 80 aparece la situación problema planteada. En la tabla 13 aparece el análisis realizado del momento de intervención, subcategoría 3.

Tabla 13.*Análisis momento de intervención. Subcategoría 3.*

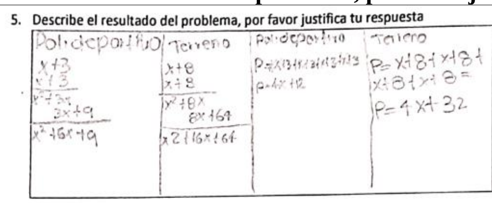
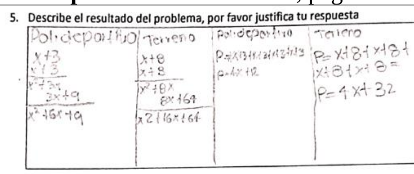
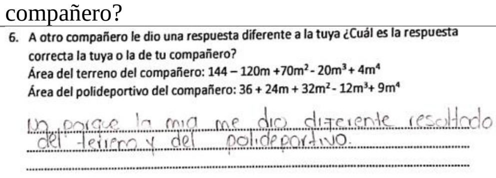
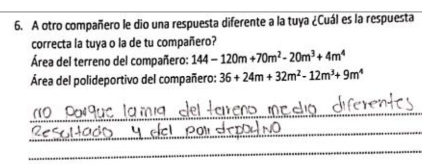
Pregunta	**Explica por qué seleccionaste esa opción de respuesta.** Ver **ANEXO 1**, pág 80.	
Respuesta	 5. Tú le puedes ayudar al señor Ramírez y decirle a cada nieto cuántos metros cuadrados le toca limpiar a cada nieto. A. 371.250 m² B. 351260 m² 361250 m² D. 341.260 m² Explica por qué seleccionaste esa opción de respuesta 850 X 850 = 722,500 722,500 ÷ 2 = 361,250 m²	 5. Tú le puedes ayudar al señor Ramírez y decirle a cada nieto cuántos metros cuadrados le toca limpiar a cada nieto. A. 371.250 m² B. 351260 m² 361250 m² D. 341.260 m² Explica por qué seleccionaste esa opción de respuesta 850 x 850 = 722 500 722,500 ÷ 2 = 36, 250 m²
Análisis particular	El estudiante realiza las operaciones numéricas indicadas para hallar el área, pero inicialmente no indica su magnitud; posteriormente realiza la división hallando el área que le corresponde limpiar a cada uno de los nietos, por tanto, la valoración por parte del estudiante es coherente al hallar el valor de la magnitud de las incógnitas. En términos de Schoenfeld (1985), el estudiante realiza seguimientos a los métodos elegidos para resolver el problema. De acuerdo a De Guzmán (2007) el estudiante utiliza cálculos numéricos para determinar el área y perímetro solicitado. Según Pólya (1945) el estudiante debe escribir expresiones numéricas que le permitan resolver el problema y poder explicar su razonamiento.	El estudiante realiza las operaciones numéricas indicadas para hallar el área, pero inicialmente no indica su magnitud; posteriormente realiza la división hallando el área que le corresponde limpiar a cada uno de los nietos, por tanto, la valoración por parte del estudiante es coherente al hallar el valor de la magnitud de las incógnitas. En términos de Schoenfeld (1985), el estudiante realiza seguimientos a los métodos elegidos para resolver el problema. De acuerdo a De Guzmán (2007) el estudiante utiliza cálculos numéricos para determinar el área y perímetro solicitado. Según Pólya (1945) el estudiante debe escribir expresiones numéricas que le permitan resolver el problema y poder explicar su razonamiento.
Análisis general	De acuerdo a la subcategoría denominada "valoración de las rutas para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico", se aprecia que los estudiantes realizan las operaciones indicadas para hallar el área, pero inicialmente no expresan su magnitud; realizan el seguimiento para observar lo acertado del método escogido con la ayuda de cálculos numéricos para hallar la valoración de las rutas para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico. Por lo anterior, es fundamental que los estudiantes al momento de realizar la valoración de las rutas para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico numérico efectúen las operaciones indicadas teniendo en cuenta las magnitudes de las variables y realicen el seguimiento para la comprobación de sus respuestas, de tal forma que sean coherentes con lo solicitado.	

Elaboración propia

10.1.9 Subcategoría 3: Valoración de las rutas para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico. Momento de finalización o evaluación.

En el **ANEXO 3**, página 80 aparece la situación problema planteada. En la tabla 14 aparece el análisis realizado del momento de finalización o evaluación, subcategoría 3.

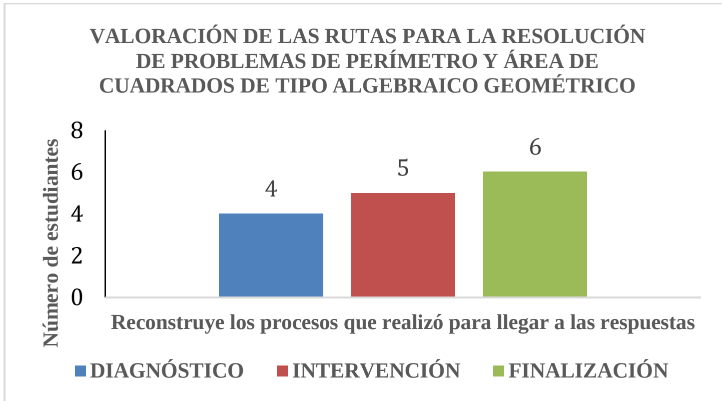
Tabla 14. *Análisis momento de finalización o evaluación. Subcategoría 3.*

Pregunta	**Describe el resultado del problema, por favor justifica tu respuesta.** Ver **ANEXO 1**, pág 81.	
Respuesta	 5. Describe el resultado del problema, por favor justifica tu respuesta Polideportivo: x+3 · x+3 · x²+3x · 3x+9 · x²+6x+9 Terreno: x+8 · x+8 · x²+8x · 8x+64 · x2+16x+64 Polideportivo: P=x+3+x+3+x+3+x+3 · p=4x+12 Terreno: P= x+8+x+8+x+8+x+8= · P=4x+32	 5. Describe el resultado del problema, por favor justifica tu respuesta Polideportivo: x+3 · x+3 · x²+3x · 3x+9 · x²+6x+9 Terreno: x+8 · x+8 · x²+8x · 8x+64 · x2+16x+64 Polideportivo: P=x+3+x+3+x+3+x+3 · p=4x+12 Terreno: P= x+8+x+8+x+8+x+8= · P=4x+32
Análisis particular	En la valoración de las rutas para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico, es importante que los estudiantes lleven a cabo las operaciones conducentes a obtener los resultados o valores de las incógnitas. En este caso, el estudiante realiza las operaciones numéricas indicadas para hallar el área y el perímetro, por tanto, su valoración es coherente al hallar el valor de las incógnitas. En términos de Schoenfeld (1985), el estudiante realiza seguimientos a los métodos elegidos para resolver el problema. De acuerdo a De Guzmán (2007), el estudiante utiliza cálculos numéricos para determinar el área y perímetro solicitado. Según Pólya (1945), el estudiante debe escribir expresiones numéricas que le permitan resolver el problema y poder explicar su razonamiento.	En la valoración de las rutas para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico, es importante que los estudiantes lleven a cabo las operaciones conducentes a obtener los resultados o valores de las incógnitas. En este caso, el estudiante realiza las operaciones numéricas indicadas para hallar el área y el perímetro, por tanto, su valoración es coherente al hallar el valor de las incógnitas. En térmminos de Schoenfeld (1985), el estudiante realiza seguimientos a los métodos elegidos para resolver el problema. De acuerdo a De Guzmán (2007), el estudiante utiliza cálculos numéricos para determinar el área y perímetro solicitado. Según Pólya (1945), el estudiante debe escribir expresiones numéricas que le permitan resolver el problema y poder explicar su razonamiento.
Pregunta	A otro compañero le dio una respuesta diferente a la tuya ¿Cuál es la respuesta correcta la tuya o la de tu compañero?	
Respuesta	 6. A otro compañero le dio una respuesta diferente a la tuya ¿Cuál es la respuesta correcta la tuya o la de tu compañero? Área del terreno del compañero: $144 – 120m + 70m^2 - 20m^3 + 4m^4$ Área del polideportivo del compañero: $36 + 24m + 32m^2 - 12m^3 + 9m^4$ no porque la mia me dio diferente resultado del terreno y del polideportivo.	 6. A otro compañero le dio una respuesta diferente a la tuya ¿Cuál es la respuesta correcta la tuya o la de tu compañero? Área del terreno del compañero: $144 – 120m + 70m^2 - 20m^3 + 4m^4$ Área del polideportivo del compañero: $36 + 24m + 32m^2 - 12m^3 + 9m^4$ no porque la mia del terreno me dio diferentes Resultado y del polideportivo
Análisis particular	En la valoración de las rutas para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico, es importante que los	En la valoración de las rutas para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico, es importante que los

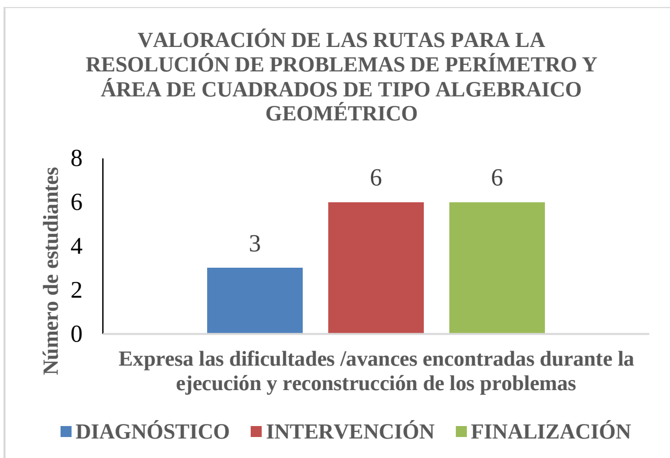
	estudiantes sustenten sus argumentos frente a las respuestas obtenidas para que al momento de comparlas con otras puedan ser conscientes del valor verz de las incógnitas. En este caso, el estudiante realiza la comparación con la respuesta de su compañero determinando que esta es incorrecta ya que lo confirma porque realizó los algoritmos para encontrar el valor de cada una de las incógnitas planteadas. De acuerdo a Schoenfeld (1985), el estudiante identifica las similitudes y diferencias a otros problemas entorno a concepto de la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico. En términos de Pólya (1945), el estudiante mirando hacia atrás puede comparar y eliminar las respuestas no correctas.	estudiantes sustenten sus argumentos frente a las respuestas obtenidas para que al momento de comparlas con otras puedan ser conscientes del valor verz de las incógnitas. En este caso, el estudiante realiza la comparación con la respuesta de su compañero determinando que esta es incorrecta ya que lo confirma porque realizó los algoritmos para encontrar el valor de cada una de las incógnitas planteadas. De acuerdo a Schoenfeld (1985), el estudiante identifica las similitudes y diferencias a otros problemas entorno a concepto de la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico. En términos de Pólya (1945), el estudiante mirando hacia atrás puede comparar y eliminar las respuestas no correctas.
Análisis general	De acuerdo a la subcategoría denominada "valoración de las rutas para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico", se aprecia que los estudiantes realizan las operaciones indicadas para hallar el área y el perímetro, realizan el seguimiento para observar lo acertado del método escogido con la ayuda de cálculos numéricos para encontrar la valoración de las rutas para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico y además comparan sus respuestas con las de otros compañeros. Por lo anterior, es fundamental que los estudiantes al momento de realizar la valoración de las rutas para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico numérico efectúen las operaciones indicadas teniendo en cuenta las expresiones algebraicas y realicen el seguimiento para la comprobación de sus respuestas, de tal forma que sean coherentes con lo solicitado. En esta etapa de finalización o evaluación del proyecto de investigación se aprecia el avance por parte de los estudiantes al implementar la valoración de las rutas para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico geométrico, ya que en el proceso se pudo observar el progreso en los educandos al realizar los algoritmos coherente y significativamente para poder hallar los valores de las variables y además poderlos comparar con los de sus compañeros.	

Elaboración propia.

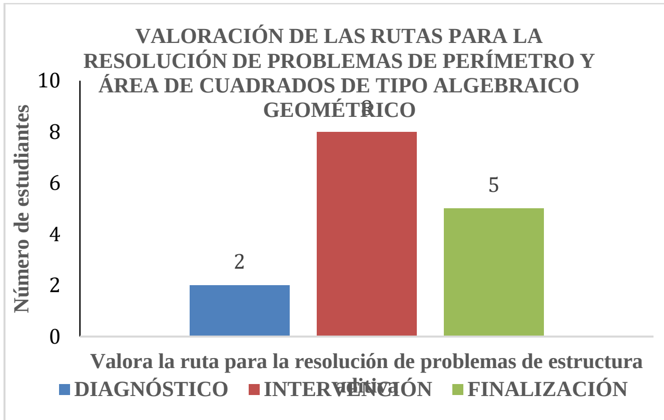
Gráfica 10. *Indicador reconstruye los procesos que realizó para llegar a las respuestas. Momento de valoración subcategoría 3.*



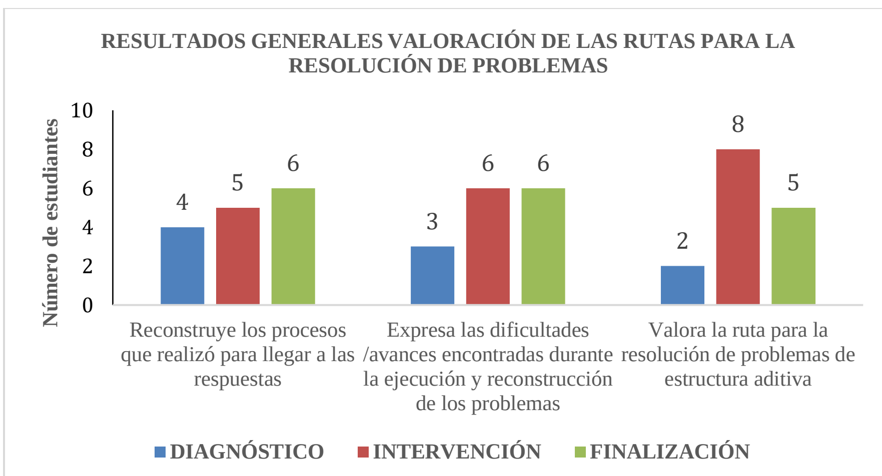
Gráfica 11. *Indicador expresa las dificultades /avances encontrados durante la ejecución y reconstrucción de los problemas. Momento de valoración subcategoría 3.*



Gráfica 12. *Indicador valora la ruta para la resolución de problemas de estructura aditiva. Momento de valoración subcategoría 3.*



Gráfica 13. *Resultados generales de los indicadores de la subcategoría 3.*



Para la subcategoría valoración de las rutas para la resolución de problemas, de acuerdo a la **gráfica 13**, se puede resaltar lo siguiente:

En el primer indicador, los estudiantes presentaron avances al establecer la reconstrucción de los procesos realizados para llegar a las respuestas durante los 3 momentos de ejecución del trabajo de investigación.

En el segundo indicador, los estudiantes presentan avance del diagnóstico a la intervención, sosteniendo el resultado de este a la finalización o evaluación.

En el tercer indicador, los estudiantes no presentan avances progresivos, ya que en el momento de finalización o evolución registran un declive.

Las actividades realizadas permitieron identificar las dificultades de aprendizaje y fortalecimiento que tenían los estudiantes frente a los conceptos de área y perímetro de cuadrados, esto llevó a retroalimentar los conceptos, ya que en su mayoría estaban descontextualizados frente a sus definiciones. **Ver las fotos 1 y 2.**

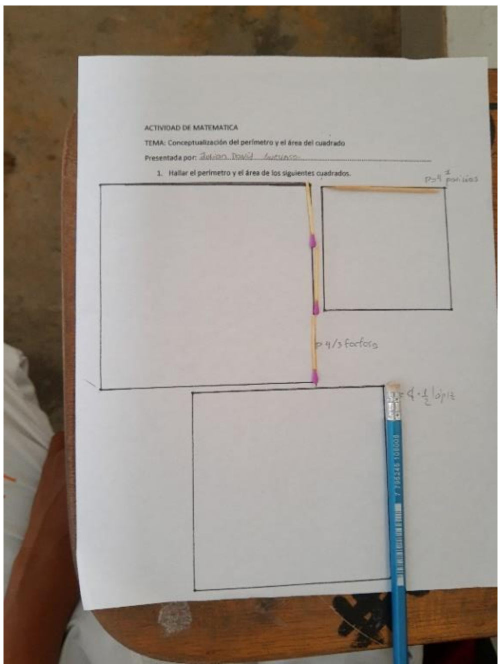


Foto 1. Momento de diagnóstico en la resolución de problemas.

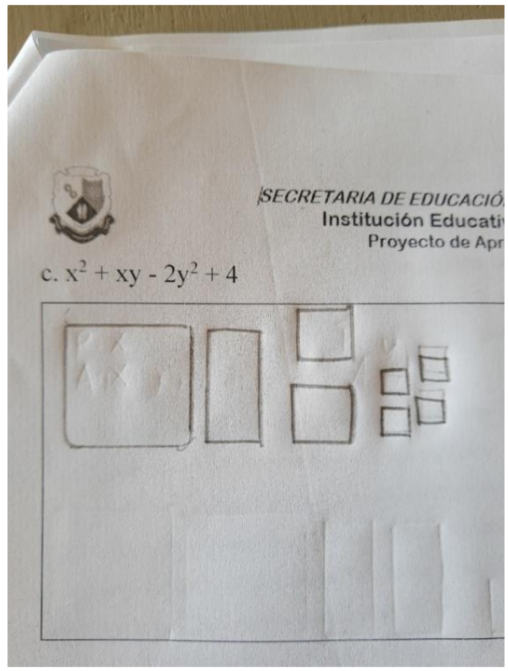


Foto 2. Momento de diagnóstico en la resolución de problemas.

En el momento de intervención se desarrollaron actividades a través de las cuales los estudiantes realizaron situaciones problémicas de área y perímetro en cuadrados, vinculados a su vida cotidiana empleando el material didáctico álgebra geométrica.

El objetivo fundamental en este momento era resolver problemas de perímetro y área de cuadrado respondiendo preguntas vivas, **Ver fotos 3 y 4**.

Foto 3. Uso de la herramienta didáctica para el álgebra geométrica.

Foto 4. Uso de la herramienta didáctica para el álgebra geométrica.

10.2 REFLEXIÓN PEDAGÓGICA

Es importante tener presente que la labor del docente es formar integralmente a los estudiantes fortaleciendo sus habilidades, logrando mejorar su forma de pensar a través de las estrategias y las investigaciones. En su formación se tuvieron presentes tres momentos:

Momento de diagnóstico: se plantearon unidades didácticas con el propósito de realizar una retroalimentación sobre los conceptos de área y perímetro en cuadrados con expresiones algebraicas, los estudiantes presentaban dificultades en la comprensión de los conceptos mencionados, por lo que se plantearon actividades donde se pudiera fortalecer dichas dificultades, al momento de medir, utilizaron unidades de medidas no tradicionales tales como fósforos, palos de paletas y baldosas, entre otros.

Momento de intervención: se plantearon situaciones problema utilizando el contexto de los estudiantes, empleando medidas comunes y expresiones algebraicas, posteriormente, antes de responder la pregunta de la situación planteada, se indicaban algunos interrogantes que les permitiera comprenderlo partiendo del objetivo pasando por las subcategorías y la categoría, ya que las preguntas planteadas y las estrategias utilizadas les permiten familiarizarse y demostrar la comprensión de las situaciones planteadas.

Momento de la evaluación se pudo observar que las subcategorías utilizadas a través de las preguntas formuladas les permitieron a los estudiantes comprender e interpretar las situaciones planteadas y responder la pregunta de la misma mucho más fácil, además, la utilización del álgebra geométrica les permitió dinamizar a través de la lúdica las clases y la resolución de problemas con área y perímetros en cuadrados con expresiones algebraicas.

11 CONCLUSIONES

Durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta investigación se pudieron identificar algunos métodos que presentaban los estudiantes al abordar o solucionar problemas en el ámbito numérico (dando cumplimiento al objetivo específico 1), ya que se pudieron superar las dificultades utilizando estrategias y métodos que les permitieran resolver situaciones problema de la vida cotidiana; todo esto permitió utilizar categorías y subcategorías en el proceso de formación empleando algunas preguntas que permitieran identificar la progresión (dando cumplimiento al objetivo específico 2) en algunos indicadores en relación con la resolución de problemas de índole aritmético en la extensión de área y perímetro en cuadrados. En este sentido, se debe entender que desarrollar geométrica y aritméticamente en forma paralela una situación problema posibilita establecer relaciones entre las variables intervinientes que antes los estudiantes no develaban en contextos puramente analíticos, de igual forma, el dosificar la resolución de problemas mediante preguntas y cuestionamientos en el momento de la ejecución de la actividad de aprendizaje permite el avance gradual en el aprendizaje de estrategias en la resolución de problemas.

Al diseñar e implementar unidades didácticas que giren en torno a la resolución de problemas cercanos a los estudiantes para la enseñanza de conceptos y procedimientos matemáticos se posibilita que ellos exploren formas de comprensión diferentes a las expositivas que usualmente son desarrolladas en clases de matemáticas, permite identificar obstáculos, dificultades y errores en los contextos geométricos-aritméticos, y propicia instaurar estrategias para resolver problemas en los términos de Pólya (1945), Schoenfeld (1985) y/o De Guzmán (2007), dando respuesta a la pregunta de investigación.

En cuanto a la valoración de las rutas para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico numérico que se implementó en la unidad didáctica a través de la sistematicidad establecida se puede advertir que este es un proceso transferible a otras situaciones que impliquen la conjugación e interpretación de situaciones asociadas a gráficas regulares en contextos aritméticos a través de los desarrollos procedimentales y de control dados por la dosificación de las preguntas formuladas y en contextos de problemas cercanos a los estudiantes.

En general, en el desarrollo del proyecto de investigación se aprecia el avance por parte de los estudiantes al implementar la valoración de las rutas para la resolución de problemas de perímetro y área de cuadrados de tipo algebraico aritmético con la ayuda de la herramienta didáctica álgebra geométrica, ya que en el proceso se pudo observar el progreso en los educandos en el momento de comprender el problema, identificar las variables, las relaciones, representar gráfica y algebraicamente las relaciones entre variables, establecer estrategias de solución, llevarlas a cabo, valorar los procesos e identificar los errores y valorar sus hallazgos y trabajar colaborativamente superando la enseñanza memorística y lineal.

Finalmente, es importante insistir en la aplicación de la metodología de los autores mencionados, utilizando unidades didácticas ya que nos permitió desarrollar las habilidades de los estudiantes en la resolución de problemas de área y perímetro de cuadrados con expresiones algebraicas con la ayuda de la herramienta didáctica álgebra geométrica para poder fortalecer los procesos formativos integrales y críticos en los estudiantes dado que su aporte fue muy significativo y apropiado en el trabajo realizado (dando cumplimiento al objetivo específico 3).

12 RECOMENDACIONES

Es importante implementar en el proceso de enseñanza y aprendizaje del grado octavo como en su currículo el álgebra geométrica en el área de matemática para poder potenciar el nivel de razonamiento matemático geométrico en el transcurso del proceso de formación, además, es necesario continuar con el proceso en el desarrollo de actividades que permitan fortalecer sus habilidades y obtener el progreso en razonamiento a través de la resolución de problemas de área y perímetro.

Desde el punto de vista metodológico, se recomienda que en la resolución de problemas de área y perímetro de cuadrados con expresiones algebraicas no se limite únicamente a resolver los algoritmos, sino que los estudiantes puedan resolver problemas de su contexto tratando de familiarizarlos con las situaciones problemas y mitigar un poco la apatía por las matemáticas aplicando los conocimientos en su vida cotidiana.

Teniendo presente la formación de los estudiantes, es importante que en el aula sean relevantes las estrategias aplicadas en la investigación realizada que permitan fortalecer o mejorar los procesos de formación, además, permitirles que puedan visualizar y comprender su progreso y habilidades convirtiéndolos en actores críticos y activos en su proceso de formación, por lo que se requiere que los docentes evalúen las estrategias empleadas y les permitan buscar diferentes destrezas para fortalecer su proceso.

Por lo anterior se recomienda implementar los métodos de Pólya (1945), Schoenfeld (1985) y De Guzmán (2007) en la resolución de problemas de área y perímetros en cuadrados con expresiones algebraicas con la ayuda de la herramienta didáctica álgebra geométrica, como también en otros temas de matemáticas con la idea de fortalecer y mejorar los procesos de formación.

Igualmente, esta tesis de investigación puede ser la continuación para desarrollos investigativos posteriores que permitan avanzar tanto en la resolución de problemas contextualizados y reales no sólo de área y perímetro de cuadrados sino de otras figuras geométricas a través de la implementación de unidades didácticas basadas en la herramienta proporcionada por el álgebra geométrica.

13 REFERENCIAS

Butto, C; Trojano, T. (2004). Introducción temprana al pensamiento algebraico: abordaje basado en la geometría. Educación Matemática, vol. 16, núm. 1, abril, 2004, pp. 113-148.

Cáceres, M,J.; Chamoso, J.M.; y Cárdenas, J.A. (2015). Situaciones problemáticas auténticas propuestas por estudiantes para maestro. Recuperado de: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/viewer.html?pdfurl=http%3A%2F%2Ffunes.uniandes.edu.co%2F8773%2F1%2FCaceres2015Situaciones.pdf&clen=552379&chunk=true

Durán, A.F.; Parra, J.E.; Cruz, J.D; Villamil, M.J.; y Sánchez S.E. (2013). Una propuesta de enseñanza del área y perímetro para estudiantes de 4° en un contexto rural. Revista Científica / ISSN 0124 2253/ octubre de 2013 / Edición Especial / Bogotá, D.C. pp-pp 538-542. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/6717/1/Sanchez2013Propuesta.pdf

Duval, R.; Sáenz-Ludlow, A.; D´Amore, B. y Vasco, C.E. (2016). Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas. Recuperado de: https://die.udistrital.edu.co/publicaciones/comprension_y_aprendizaje_en_matematicas_perspectivas_semioticas_seleccionadas.

ICFES, (2017). Informe por colegio 2017 –Resultados-. Pruebas Saber 3°, 5° y 9°. 2016. I.E. SAN JOSÉ OBRERO.

Iriarte, A; Sierra, I. (2011). Estrategias metacognitivas en la resolución de problemas. Sistema de Universidades Estatales del Caribe Colombiano-SUE.

hng, F. (2009), nhibiting interference from prior knowledge: Arithmetic intrusions in algebra word problem solving. Recuperado de:

https://www.researchgate.net/publication/223183832_Inhibiting_interference_from_prior_knowledge_Arithmetic_intrusions_in_algebra_word_problem_solving

Massa, M. (2001). Las relaciones entre el álgebra y la geometría en el siglo XVII. Recuperado de: https://www.google.com/search?rlz=1C1CHBF_esCO914CO914&sxsrf=ALeKk00-inYMiM9vNvMBYix_k2WPnFfEKg%3A1600702510152&ei=LshoX83sCKaB5wK6-p7gDA&q=las+relaciones+entre+el+%C3%A1lgebre+y+la+geometr%C3%ADa+en+el+siglo+XVII+maria+rosa+massa&oq=las+relaciones+entre+el+%C3%A1lgebre+y+la+geometr%C3%ADa+en+el+siglo+XVII+maria+rosa+massa&gs_lcp=CgZwc3ktYWIQAzoECAAQRzoHCCMQrgIQJ1C9hgFYm8UBYMbHAWgEcAF4AIABkAKIAe4fkgEGMC4xNC43mAEAoAEBqgEHZ3dzLXdpesgBCMABAQ&sclient=psy-ab&ved=0ahUKEwjNu4jEyfrrAhWmwFkKHTq9B8wQ4dUDCA0&uact=5

Montealegre, R. (2007). La solución de problemas cognitivos. Una reflexión cognitiva sociocultural. Avances en Psicología Latinoamericana, vol. 25, núm. 2, julio-diciembre, 2007, pp. 20-39 Universidad del Rosario Bogotá, Colombia. Recuperado de: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/viewer.html?pdfurl=https%3A%2F%2Fwww.redalyc.org%2Fpdf%2F799%2F79925203.pdf&clen=433451

Díaz, J. y Díaz, R. (2018). Los Métodos de Resolución de Problemas y el Desarrollo del Pensamiento Matemático. Bolema, Rio Claro (SP), v. 32, n. 60, p. 57 - 74, abr. 2018. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/324972414_Los_Metodos_de_Resolucion_de_Problemas_y_el_Desarrollo_del_Pensamiento_Matematico

De Guzmán, M (2007): Enseñanza de las ciencias y la matemática. Revista Iberoamericana de Educación. Madrid, España. pp. 19-58.

Flavell, J. H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. En: L. B. Resnik (ed.). *The nature of intelligence* (pp. 231-235). Hillsdale, N.J.: Erlbaum.

barra, T, (2014). Relaciones proporcionales entre segmentos en el contexto del modelo de Van Hiele. Recuperado de: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/viewer.html?pdfurl=http%3A%2F%2Fbibliotecadigital.udea.edu.co%2Fbitstream%2F10495%2F6491%2F1%2FTanithIbarra_2014_segmentosvanhiele.pdf&clen=3587178

Oller, A.; Maevilla E. (2014). Entre la aritmética y el álgebra. Un análisis histórico de los "problemas de grifos". Recuperado de: http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v26n1/v26n1a5.pdf

Sepúlveda, A.; Medina, C.; Sepúlveda D. (2009). La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v21n2/v21n2a4.pdf.

Obando, G.; Vásquez, N. (2008). *Pensamiento numérico del preescolar a la educación básica.* Curso dictado en 9° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (16 al 18 de octubre de 2008). Valledupar, Colombia. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/933/

Ospina, M. (2015). Guía didáctica para el aprendizaje de la factorización en estudiantes del CLEI IV del ITM. Universidad Nacional de Colombia Facultad de Ciencias Medellín, Colombia.

Oviedo, L.; Kanashiro, A.; et al. (2012). Los registros semióticos de representación en matemática. Revista Aula Universitaria 13 | año 2012 | Págs. 29 a 36. Recuperado de: https://www.google.com/search?q=Los+registros+semi%C3%B3ticos+de+representaci%C3%B3n+en+matem%C3%A1tica+Revista+Aula+Universitaria+13+%7C+a%C3%B1o+2012+%7C+P%C3%A1gs.+29+a+36&rlz=1C1CHBF_esCO914CO914&oq=Los+registros+semi%C3%B3ticos+de+representaci%C3%B3n+en+matem%C3%A

1tica+Revista+Aula+Universitaria+13+%7C+a%C3%B1o+2012+%7C+P%C3%A1gs.+29+a+36&aqs=chrome..69i57.1518j0j7&sourceid=chrome&ie=UTF-8

Palarea, M.M.: Socas, M.M. (1999-2000). Procesos cognitivos implicados en el aprendizaje del lenguaje algebraico. Un estudio biográfico. Universidad de La Laguna. El Guiniguada N° 8-9. Recuperado de: https://sudocument.ulpgc.es/bitstream/10553/5407/1/0235347_01999_0020.pdf

Pólya, G. (1945). LAS IDEAS DE PÓLYA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. file:///C:/Users/Administrador/Downloads/6967-Texto%20del%20art%C3%ADculo-9551-1-10-20130124.pdf

Púñez, F. (2015). Evaluación para el aprendizaje un propuesta para una cultura evaluativa. Recuperado de: https://webgrid.autonoma.edu.co/uamvirtual/pluginfile.php/551947/mod_resource/content/1/Evaluaci%C3%B3n%20para%20el%20aprendizaje%20una%20propuesta%20para%20una%20cultura%20evaluativa

Rojas, P.; Rodríguez, J.; Romero J.; Castillo, E.; Mora, L. (1999) La transición aritmética-álgebra, Recuperado de; http://edumat.udistrital.edu.co:8080/documents/47902/262723/LibroTransicion+Aritmetica-Algebra_Grupo+MESCUD_U_Distrital_1999.pdf

Santos Trigo, L.M. (1992). Resolución de problemas; el trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a considerar en el aprendizaje de las matemáticas. Revista Educación Matemática Vol 4 No 2 agosto 1992.

Santos Trigo, L.M. (1997). La transferencia del conocimiento y la formulación o rediseño de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2748785

Schoenfeld, A. (1985). Mathematical problem solving. Recuperado de: https://books.google.com.co/books?hl=es&lr=&id=0cbSBQAAQBAJ&oi=fnd&pg=PP1&dq=alan+schoenfeld+mathematical+problem+solving&ots=82qvSz2T55&sig=fMA-iHo3FiaHaB_eyfNT-4s_YBg&redir_esc=y#v=onepage&q=alan%20schoenfeld%20mathematical%20problem%20solving&f=false

Sepúlveda, Medina y Sepúlveda (2009). La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. Educación Matemática, vol. 21, núm. 2, agosto de 2009. Recuperado de: http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v21n2/v21n2a4.pdf

14 ANEXOS

ANEXO 1

ACTIVIDAD 1: MOMENTO DE DIAGNÓSTICO

La familia de Marcela tiene una parcela en forma cuadrada cuyo lado mide 320 metros y en el interior de ella hay una parte sembrada con plátano cuya área es de 8100 metros cuadrados. Los dueños quieren poner una valla de protección alrededor del cultivo para evitar el ingreso de intrusos.

Si un rollo de vaya tiene una longitud de 25 metros, ¿cuántos rollos de valla se necesitan para proteger el cultivo?

Antes de resolver el ejercicio, por favor contesta las siguientes preguntas y cuestiones:

1. ¿Comprendiste el problema después de leerlo? Si… No…. ¿por qué?
2. A través de un dibujo o figura, trata de representar la situación planteada en el problema.
3. Con la información que se tiene ¿se puede resolver el problema? Si…. No…. ¿Por qué?
4. Construye un paso a paso para solucionar el problema:
5. Desarrolla el algoritmo para obtener las respuestas del problema planteado.
6. ¿Cuál es el área y el perímetro del sembrado de plátano?
7. construir dos cuadrados de 5cm y 8cm, luego hallar el perímetro y el área de cada uno

ACTIVIDAD 2: MOMENTO DE INTERVENCIÓN.

El abuelo de la familia Ramírez tiene un terreno en forma de cuadrado que mide de lado 850 m, él tiene dos nietos y les pide el favor a cada uno que se encargue de limpiar la mitad del terreno ¿cuántos metros cuadrados le toca limpiar a cada nieto de la familia Ramírez.? Responde las siguientes preguntas

1. ¿Comprendiste el problema después de leerlo? Si… No…. ¿por qué?
2. Describe con tus propias palabras el ejercicio planteado.

3. A través de un dibujo representar la situación planteada en el problema.
4. Construye un paso a paso para solucionar el problema.
5. Tú le puedes ayudar al señor Ramírez y decirle a cada nieto cuántos metros cuadrados le toca limpiar a cada uno.

ACTIVIDAD 3. MOMENTO DE FINALIZACIÓN O EVALUACIÓN.

El rector de la I.E. San José Obrero compró el terreno que está ubicado al frente de la sede bloque III y que tiene forma cuadrada que mide de lado X+8 y quiere construir un polideportivo de forma de cuadrado que mide de lado X+3 para que los estudiantes aprovechen este espacio donde puedan realizar actividades deportivas y recreativas. La profe de educación física quiere saber ¿Cuál es el perímetro y el área del terreno y del polideportivo?

Responde las siguientes preguntas.

1. ¿sabes que te piden en el problema? Si…. No…. ¿Por qué?
2. Describe con tus propias palabras el ejercicio planteado
3. Representa el problema con un dibujo
4. Realiza un paso a paso que te permita resolver el problema.
5. Describe el resultado del problema, por favor justifica tu respuesta