



**Acreditación Institucional
DE ALTA CALIDAD**
Resolución 009527 Mineducación Sep. 6 de 2019

**APRENDIZAJE DE LAS CUATRO ENTRADAS CLÁSICAS A TRAVÉS DEL
USO DE GEOGEBRA**

JHON KENNEDY NIETO CERÓN

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS- MODALIDAD VIRTUAL
MANIZALES
2022**

APRENDIZAJE DE LAS CUATRO ENTRADAS CLÁSICAS A TRAVÉS DEL
USO DE GEOGEBRA

Autor

JHON KENNEDY NIETO CERÓN

Proyecto de grado para optar al título de magister en enseñanzas de las ciencias

Tutor

JUAN PABLO MARIN GRISALES

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS MODALIDAD VIRTUAL
MANIZALES
2022

DEDICATORIA

Dedicó de todo corazón este trabajo a mi abuela María por ser la persona que siempre confió en mí, la cual me enseñó que los grandes esfuerzos siempre son premiados y reconocidos, a mi hija Violeta Aysell por darme una voz de aliento para salir cada mañana y de la misma manera a todos los que estuvieron allí apoyándome en este proceso de aprendizaje.

AGRADECIMIENTOS

A la universidad autónoma de Manizales por permitirme adelantar mis estudios de maestría y lograr transformar la enseñanza de las matemáticas en el aula de clase a todos los maestros de que me enseñaron y corrigieron, en especial al MG. Juan Pablo Marín `por estar allí cuando sentía que no podía realizar mis trabajos.

RESUMEN

El objetivo de la investigación tiene como propósito describir las transformaciones de las cuatro entradas clásicas de la geometría a través del uso de GeoGebra, para ello se establecieron unas características que se lograran analizar de cierta forma profunda a partir de una investigación de tipo cualitativa con un alcance descriptivo, con el fin de analizar el comportamiento y la actitud de los estudiantes frente al aprendizaje de la geometría a través del uso de GeoGebra y poder potenciar la enseñanza de la geometría en el aula de clase. La intervención en el aula con los estudiantes se llevó a cabo en tres momentos los cuales fueron propicios para recoger la información el primero fue a través de un test de entrada con el fin de ubicar a los estudiantes en las entradas clásicas a la geometría en las cuales estaban cada uno de los estudiantes, estas clasificaciones se hicieron a partir de unas subcategorías e indicadores para cada una de las entradas en ella se determinó que los estudiantes presentaban falencias en la entrada del geómetra y el luego de esto la segunda intervención se realizó a través de una unidad didáctica que permitiera fortalecer las falencias de la primera intervención, con esta intervención se encontró que los estudiantes lograron construir figuras haciendo uso de la regla y el compás como también a usar las medidas de una manera mucho más asertivas y concretas a su entorno y por último un test de salida para evaluar los procesos desarrollados.

Palabras claves: visualización, enseñanza y aprendizaje, enseñanza de las matemáticas, GeoGebra.

ABSTRAC

The objective of the research is to describe the transformations of the four classic inputs of geometry through the use of GeoGebra, for which some characteristics were established that could be analyzed in a certain deep way from a qualitative research with a descriptive scope, in order to analyze the behavior and attitude of students towards learning geometry through the use of GeoGebra and to enhance the teaching of geometry in the classroom. The intervention in the classroom with the students was carried out in three moments which were conducive to collecting the information, the first was through an entrance test in order to place the students in the classic entrances to geometry in the which were each of the students, these classifications were made from subcategories and indicators for each of the entries in it, it was determined that the students had shortcomings in the geometrician's entry and after this the second intervention was carried out to Through a didactic unit that allowed to strengthen the shortcomings of the first intervention, with this intervention it was found that the students managed to build figures using the ruler and the compass as well as to use the measures in a much more assertive and concrete way. environment and finally an exit test to evaluate the processes developed.

Keywords: Visualization, geometry, teaching and learning, mathematics, GeoGebra.

TABLA DE CONTENIDOS

1	CAPÍTULO PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	12
1.1	DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	12
1.2	JUSTIFICACIÓN.....	18
1.3	OBJETIVOS.....	19
1.3.1	Objetivo general	19
1.3.2	Objetivos específicos	19
2	CAPÍTULO MARCO CONCEPTUAL	20
2.1	LAS CUATRO ENTRADAS CLÁSICAS EN GEOMETRÍA	20
2.2	VISUALIZACIÓN.....	24
2.2.1	Visualización icónica	25
2.2.2	Visualización no icónica	25
2.3	LA GEOMETRÍA EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE.....	27
3	METODOLOGÍA	29
3.1	ENFOQUE Y ALCANCE:	29
3.2	POBLACIÓN Y CONTEXTO:.....	29
3.3	UNIDAD DE TRABAJO.....	30
3.4	CONSIDERACIONES ÉTICAS.....	30
3.5	UNIDAD DE ANÁLISIS.....	31
3.6	TÉCNICAS Y FUENTES DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN:.....	32
	32
3.6.1	Cuestionario Abierto:	32

3.6.2	Entrevista Semiestructurada:.....	33
3.7	UNIDAD DIDÁCTICA:	33
3.8	DISEÑO METODOLÓGICO	35
3.8.1	Fase 1 Ubicación (Exploración):.....	35
3.8.2	Desubicación (intervención):	35
3.8.3	Reenfoque (Evaluación):.....	36
3.9	PLAN DE ANÁLISIS	36
4	ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS	38
4.1	MOMENTO DE UBICACIÓN.....	38
4.1.1	Primera Entrada Clásica (Botánico).....	38
4.1.2	Segunda Entrada Clásica (Agrimensor).....	41
4.1.3	Tercera Entrada Clásica (Constructor).....	42
4.1.4	Cuarta Entrada Clásica (Inventor).....	44
4.2	MOMENTO DE DESUBICACIÓN	47
4.2.1	Explorando GeoGebra.....	47
4.2.1	Primera Entrada El Botánico.....	49
4.2.2	Segunda Entrada El Agrimensor	49
4.2.3	Tercera Entrada El Constructor.....	50
4.2.4	Cuarta Entrada El Inventor.....	53
4.3	MOMENTO DE REENFOQUE	54
4.3.1	Entrada Del Botánico	55
4.3.2	Entrada Del Agrimensor	56
4.3.3	Entrada del constructor	58

4.3.4	Entrada Del Inventor	60
5	CONCLUSIONES.....	62
5.1	MOMENTO DE UBICACIÓN.....	62
5.2	MOMENTO DE DESUBICACIÓN	62
5.3	MOMENTO DE REENFOQUE	63
6	RECOMENDACIONES	64
7	REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA	65
8	ANEXOS.....	68

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Niveles en los procesos de matemáticas	12
Figura 2. Las cuatro entradas clásicas a la geometría.....	21
Figura 3. Las cuatro entradas clásicas a la geometría.....	23
Figura 4. Modo de comprensión y de conocimiento	24
Figura 5. Visualización icónica y no icónica.....	25
Figura 6. Número de estudiantes que están en cada indicador.....	38
Figura 7. Pregunta 1.A del estudiante E2, sobre la entrada del Botánico	39
Figura 8. Pregunta 1.B sobre la entrada del botánico el E3.....	40
Figura 9. Número de estudiantes que están en cada indicador.....	41
Figura 10. Concibe el trapecio como un cuadrado, el estudiante E2.....	42
Figura 11. Número de estudiantes que están en cada indicador.....	43
Figura 12. E5, como dividir un segmento en dos partes iguales	44
Figura 13. Construcción del plano de un cono elaborado por E10.....	45
Figura 14. Número de estudiantes que están en cada indicador.....	45
Figura 15. Indicadores alcanzados en las cuatro entradas	46
Figura 16. Estudiantes explorando GeoGebra.....	47
Figura 17. Construcción de la fachada de la iglesia del estudiante E7.....	48
Figura 18. Construcción de un poliedro de 5 lados, realizado por el E8.....	48
Figura 19. Medición de los ángulos internos de un hexágono E3.....	49
Figura 20. Desarrollo del plano de una casa del E1	50
Figura 21. Construcción de un triángulo equilátero en GeoGebra E4.....	51
Figura 22. Construcción de un cuadrado con regla y compas E4.....	52

Figura 23. Cálculo para determinar un valor utilizando un trazo auxiliar.....	53
Figura 24. Desarrollo del plano de un cubo incompleto, desarrollado por E6.....	54
Figura 25. Características identificables en un grupo de polígonos.....	55
Figura 26. indicadores en la primera entrada en las dos pruebas.....	56
Figura 27. Procesos para calcular la cantidad de ladrillos en una pared.....	57
Figura 28. Indicadores en la segunda entrada en las dos pruebas.....	58
Figura 29. Construcción de un polígono con la regla y el compás.....	59
Figura 30. Indicadores en la tercera entrada en las dos pruebas.....	60
Figura 31. Desarrollo del plano para la construcción de un hexaedro.....	60
Figura 32. Indicadores en la cuarta entrada en las dos pruebas.....	61

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Relación de estudiantes tomados para el estudio.....	30
Tabla 2. Indicadores por cada entrada clásica a la geometría.....	32
Tabla 3. Proceso de la unidad didáctica.....	34

1 CAPÍTULO PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El problema que origina la siguiente investigación se basa en las observaciones realizadas como docente de aula en grado décimo de la institución educativa Parroquial de San José del Fragua, en la cual se pudieron evidenciar algunas dificultades en el aprendizaje de la geometría euclidiana y tridimensional. Los estudiantes pocas veces reconocen la diferencia existente entre las figuras planas y los cuerpos geométricos, constantemente confunden los nombres y no logran establecer la diferencia por ejemplo entre un círculo, una circunferencia y una esfera.

Por otro lado, cuando se les pide a los estudiantes de grado décimo que realicen transformaciones, traslaciones, reflexiones, ampliaciones, calculen áreas y volúmenes, la mayoría presenta dificultad para realizarlo con éxito y esto es evidente en los resultados obtenidos en el informe del cuatrienio del MEN (2018), ya que muestran que el 66% de los estudiantes presentan dificultades para representar y describir objetos tridimensionales, el 62,8% para realizar transformaciones en figuras de dos dimensiones y el 65,8% para argumentar las relaciones existentes entre las figuras planas y sólidos (ver figura 1).

Figura 1. Niveles en los procesos de matemáticas

Identificar características de gráficas cartesianas en relación con la situación que representan. (Numérico Variacional)	39.1	76.8	51.9	63.4
Identificar expresiones numéricas y algebraicas equivalentes. (Numérico Variacional)			48.8	75.0
Identificar y describir efectos de transformaciones aplicadas a figuras planas. (Espacial Métrico)		54.9	52.3	65.8
Usar sistemas de referencia para localizar o describir posición de objetos y figuras. (Espacial Métrico)	52.2	58.5	60.5	62.8
Identificar relaciones entre distintas unidades de medida de cantidades de la misma magnitud y determinar su pertinencia. (Espacial Métrico)	69.6	72.0	53.5	66.0
Reconocer relaciones entre diferentes representaciones de un conjunto de datos y analizar la pertinencia de la representación. (Aleatorio)	32.6	32.9	44.2	61.6
Usar y relacionar diferentes representaciones para modelar situaciones de variación. (Numérico Variacional)	63.0		26.7	65.0
Comparar, usar e interpretar datos de situaciones reales y traducir entre diferentes representaciones de un conjunto de datos. (Aleatorio)		43.9	55.8	69.6

Nota: Informe del Cuatrienio del MEN (2018).

Los resultados permiten analizar los vacíos conceptuales que se presentan en los estudiantes, y en el que hacer docente, igualmente se identifica la dificultad que tienen los estudiantes para relacionar dichos conceptos con su entorno, y la dificultad de interpretación de una figura bidimensional y una figura tridimensional. La metodología tradicional implementada en la Institución puede ser uno de los factores que afectan el desarrollo del pensamiento geométrico, la representación de una figura plana y un sólido sin una representación directa en su entorno, solo se concentra en la transmisión de contenidos.

Se podría pensar que una posible causa de lo anterior está relacionada con el hecho de que en los planes de área de la institución Educativa, el pensamiento espacial y los sistemas geométricos se conciben como un tema a trabajar para el último periodo y su enseñanza se basa solo en el uso de la regla, papel y tablero, con un grado de superficialidad en la definición de algunos conceptos elementales y la explicación de fórmulas para calcular área y volúmenes, dejando de lado procesos de visualización, innovación, motivación y razonamiento.

Por lo tanto, se propone abordar un proyecto que promueva nuevas estrategias apoyadas en el uso de la tecnología y la innovación, que permita dinamizar el proceso de aprendizaje en los estudiantes y logre mejorar sus competencias en este de pensamiento. Estrategias que aborden de manera sistemática las cuatro entradas de la geometría clásica propuestas por Duval (2016) para promover ciertos niveles en los estudiantes a medida que van pasando de una entrada a otra, en función del papel de las figuras en las actividades geométricas.

Los siguientes antecedentes permiten identificar la necesidad de este tipo de estudios

Hernández (2016) Presenta una propuesta de investigación que se enfoca en analizar una problemática en cuanto a la enseñanza de los conceptos de área y volumen, basado en los resultados de la prueba saber (ICFES 2015), el 77% de los estudiantes tuvieron resultados desfavorables en la competencia “no argumentan formal e

informalmente sobre propiedades y relaciones de figuras planas y sólidos”. Es decir, sus estudiantes presentan dificultades para aprender los conceptos de área y volumen.

Por lo anterior, para mejorar el desempeño de los estudiantes desarrolla una unidad didáctica para la enseñanza del área y el volumen, usando las tecnologías digitales y material concreto (origami), con el propósito de relacionar estos conceptos con su realidad. El modelo pedagógico utilizado fue el planteado por Ausubel (1983), este modelo parte de las creencias o ideas previas que tienen los estudiantes, luego a través de las ideas previas se busca crear esquemas cognitivos, que le permitan aprender y seguir un proceso guiado por el docente, a este modelo se le conoce como constructivista. El desarrollo de la investigación se realizó con un enfoque cualitativo, con un método investigativo de estudio de casos, para el estudio se plantearon tres competencias las cuales fueron (interpretar situaciones, establecer condiciones y plantear y argumentar hipótesis), las cuales fueron evaluadas por medio de tres niveles el avanzado, medio y básico, Además de un trabajo cooperativo para el desarrollo de las diferentes actividades.

A través de la prueba de entrada se logró mostrar las dificultades y bajos desempeños que los estudiantes presentaban respecto a los conceptos geométricos y conceptos relacionados a las tecnologías digitales. Una de las conclusiones que se encontraron fue que la unidad didáctica permitió al estudiante una mayor apropiación de estos conceptos, y fortaleció el plan de estudios del área de geometría de la institución donde realizó el estudio, también se pudo concluir la pertinencia de la unidad didáctica en el aprendizaje de los estudiantes pues en la prueba de salida se encontró que tenían una mayor apropiación de los conceptos geométricos y lograban dar más de una respuesta a un problema de la misma manera se mejoró en el trabajo colaborativo y la comprensión entre los conceptos de área y volumen.

Molano (2019), parte de la importancia que tiene la geometría para resolver situaciones de la vida diaria, y cuan necesaria se ha vuelto para representar y desarrollar de la visualización también explica las dificultades que se presentan al momento de trabajar la geometría por ejemplo la clase de geometría es relegada a los últimos periodos, y cuando se enseña se hace de una manera muy superficial. Además, la investigación tiene como

objetivo fortalecer las habilidades de visualización a través del cálculo de volúmenes utilizando objetos que se encuentran en nuestro entorno.

El tema principal a desarrollar en la investigación es la visualización espacial, por su gran importancia en los procesos sobre el análisis de las figuras en geometría, en el estudio se toma la visualización como un producto de una imagen mental, además se presenta la visualización como la construcción de diferentes contextos como las imágenes pitagóricas, formulas, patrones, cinéticas y dinámicas. La investigación se desarrolló siguiendo los pasos de la investigación cualitativa el cual permitía en la investigación analizar y comprender el trabajo desarrollado para los estudiantes, además se desarrolló en diversas etapas la primera fue de reconocimiento sobre las dificultades que tenían los estudiantes respecto a la geometría para ello se basaron en los resultados de las pruebas externas e internas, segunda etapa revisión teórica donde la autora realiza un rastreo sobre el desarrollo de la visualización, luego viene la etapa de herramientas de recolección de información.

Para finalizar encontramos que la autora llego a las siguientes conclusiones: darle mayor importancia a la enseñanza de la geometría en el aula de clase, por la importancia que esta tiene para el desarrollo de la visualización, también se llegó a la conclusión que la visualización es una herramienta que ayuda en el desarrollo mental del ser humano pues a través de este se demostró el cambio en el pensamiento espacial, contribuyendo a mejorar la intuición, la comprensión de contenidos matemáticos y otros.

La geometría se puede utilizar como una herramienta pedagógica para que los estudiantes logren desarrollar competencias que le permitan desenvolverse fácilmente en su contexto por ejemplo la interpretación de las medidas del volumen, en este trabajo la autora propuso diferentes actividades en las cuales los estudiantes hacían diferentes comparaciones de figuras tridimensionales, de la misma forma utilizo diferentes recursos para hacer cálculo de figuras regulares e irregulares como utilizar las fórmula para objetos regulares y el desplazamiento de líquido para cuerpos irregulares.

La anterior propuesta brinda dos argumentos claves para tener en cuenta en el desarrollo de la investigación; el primero es la importancia que tiene la enseñanza de la geometría en los estudiantes ya que se pueden movilizar diferentes competencias como la

argumentación, resolución de problemas, interpretación de gráficos entre otros.

Seguidamente podemos decir que este trabajo aporta una nueva mirada a la manera de cómo enseñar la geometría en el aula de clase, y no solo basándose en la identificación de figuras por medio de propiedades y la medición sino además buscar que el estudiante construya figuras a través de la deconstrucción de una de mayor dimensión a otra de menor.

Ávila (2019), Diseña y evalúa una estrategia didáctica donde le permita al estudiante apropiarse de una manera concreta sobre el aprendizaje en geometría, haciendo un reconocimiento del entorno donde se encuentra con lo cual se pretendía que el estudiante identificara el mayor número de figuras geométricas que se encontraban en su contexto con el fin de profundizar el aprendizaje de los estudiantes. Esto debido a que los estudiantes desconocen el sentido de la geometría de igual manera a las aplicaciones en la vida diaria. Unos de los propósitos de dicho estudio fue plantear la manera en la cual los estudiantes pueden interactuar con el uso de la geometría y esto se logró, cuando realizaron diferentes figuras geométricas regulares e irregulares pues en dichas actividades los estudiantes tenían que observar, reflexionar, planear y desarrollar las situaciones que se proponían.

Este trabajo aporta algunos elementos esenciales a la presente investigación, uno es que la geometría debe estar presente en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes, para lograr ese objetivo se debe articular los planes de área de matemáticas en la institución respecto a la geometría, pues muchas veces este importante tema pasa desapercibido en el aula de clase.

Otro aporte es la importancia de plantear situaciones problemas del entorno, pues esto garantiza una mayor participación de los estudiantes en las actividades propuestas logrando así la motivación del estudiante y que el aprendizaje sea significativo.

Álvarez, Cordero, González y Sepúlveda (2019), desarrollan una investigación que buscó fortalecer el pensamiento espacial a través del uso del software geométrico GeoGebra, el cual se utilizó para resolver situaciones de su entorno en donde se relacionara la geometría plana y la geometría dinámica de dos y tres dimensiones, siguiendo un enfoque ontosemiótico del conocimiento donde se logra desarrollar un análisis sobre el origen, naturaleza y significado del objeto matemático que se estudia, este enfoque logra implementar la tecnología como algo esencial de nuestro entorno, además los estudiantes se

comprometen en el desarrollo de las actividades complejas programadas con precaución por el docente.

En este trabajo se plantean diferentes retos para que los estudiantes resuelvan partiendo de su interés por aprender, pero siempre bajo el acompañamiento del docente quien se convierte en un guiador del proceso el cual se acompaña con el apoyo de una herramienta intermediaria como el SGD (GeoGebra). Al finalizar el trabajo encontraron que el uso del SGD (GeoGebra) permitió mejorar en el aprendizaje de los estudiantes y eso se evidencio en el análisis de la prueba de entrada y salida, de igual manera esta herramienta permitió mejorar las competencias referentes a geometría como lo son la resolución de problemas, argumentación pues al poder verificar por medio del software GeoGebra los problemas que se plantearon este les permite ganar mayor seguridad al momento de resolver un problema lo cual se ve reflejado en un mayor aprendizaje metacognitivo.

De acuerdo a las conclusiones obtenidas por los autores se puede intuir la importancia que tiene los SGD en el desarrollo de las competencias geométricas, de la misma manera se plantea fortalecer las cuatro entradas clásicas de la geometría por medio de un SGD. El cual permita desarrollar un mayor nivel de visualización y alcance en los aprendizajes.

Castillón, (2019), plantea como a partir del uso del GeoGebra se puede llegar a mejorar el aprendizaje de los estudiantes respecto a la geometría plana (el punto, la recta, ángulos y polígonos), el autor señala que una de las problemáticas que se presenta es que los estudiantes no logran comprender la geometría, porque se ha excedido el uso del tablero y la explicación tradicional. Por lo tanto, se plantea que el uso del GeoGebra es importante en la enseñanza de la geometría, pues la tecnología ha logrado incursionar en todos los campos de la ciencia y la educación, uno de los beneficios presente en el SGD es la comprobación de los datos obtenidos en un proceso geométrico y la comparación de las réplicas realizadas.

Dicho trabajo buscaba medir el nivel de impacto que tiene el aprendizaje de la geometría plana utilizando GeoGebra como principal herramienta y para dicha medición se realizó dos test, un pre prueba un post prueba obteniendo unos resultados favorables

pasando de un 52,4% a un 9,5% de estudiantes que presentaban dificultades en el aprendizaje de la geometría plana lo que quiere decir que tuvo un gran impacto en el 40 % de los estudiantes aproximadamente.

Los aportes a nuestro trabajo son 3, el primero en el cual nos indica en el cambio que se debe dar a la enseñanza de la geometría, dejando a un lado la pizarra y utilizando diferentes SGD en las clases, seguidamente encontramos la importancia de aplicar dos pruebas una de entrada y otra de salida, donde se logre evidenciar los avances alcanzados con la intervención en el aula de clase y por ultimo al momento de trabajar con el SGD se debe contar con las herramientas tecnológicas necesarias para lograrlos objetivos propuestos.

Por lo tanto, el trabajo de investigación busca responder a la siguiente pregunta:

¿Cómo se transforma el aprendizaje de las cuatro entradas clásicas de la geometría a través del uso de GeoGebra en estudiantes de grado 10°?

1.2 JUSTIFICACIÓN

Esta investigación busca resignificar el uso de la geometría en la Institución Educativa Parroquial para incentivar diferentes condiciones cognitivas en su aprendizaje que no solo se basen en la acción de ver, sino también de razonar y argumentar. Se propone implementar una unidad didáctica que permita abordar la visualización a través de la aplicación de la teoría de las cuatro entradas clásicas a la geometría y el uso de GeoGebra para mejorar los niveles de desempeño de los estudiantes de grado décimo. A la vez, promover la comprensión de las figuras y cuerpos geométricos.

A través de esta investigación e intervención didáctica, los estudiantes podrán alcanzar una comprensión más general de una figura tridimensional y bidimensionales, representar figuras geométricas, presentar las características medibles de las figuras y convertir figuras de n-dimensiones en figuras de menos dimensiones. Por otro lado, los estudiantes podrán comprender los fundamentos espaciales y geométricos para descomponer en otras unidades figúrales de igual o menor dimensión y poder realizar

diversos razonamientos. Es de anotar que un aspecto significativo de esta investigación se basa en permitir desarrollar en los estudiantes nuevas competencias tecnológicas y motivacionales frente a la geometría al interactuar con el Software GeoGebra ya que este permite generar un aprendizaje progresivo entorno a los conceptos que se trabajan en geometría.

Finalmente se puede decir que este trabajo permite movilizar a los estudiantes de una entrada a otra en la geometría con mejores desempeños, sino también que les ayudará a mejorar sus procesos de visualización para darle un sentido más matemático a la geometría para que sirva como punto de partida de otras investigaciones al interior y exterior del establecimiento educativo.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo general

- Describir las transformaciones en el aprendizaje de las cuatro entradas clásicas de la geometría a través del uso de GeoGebra en estudiantes de grado 10°.

1.3.2 Objetivos específicos

- Reconocer las ideas previas de los estudiantes frente a las cuatro entradas clásicas de la geometría.
- Diseñar una unidad didáctica sobre las cuatro entradas clásicas de la geometría a través del uso de GeoGebra
- Analizar las transformaciones en el aprendizaje de las cuatro entradas clásicas de la geometría a través del uso de GeoGebra

2 CAPÍTULO MARCO CONCEPTUAL

2.1 LAS CUATRO ENTRADAS CLÁSICAS EN GEOMETRÍA

La enseñanza de la geometría se ha convertido en uno de los procesos de matemáticas con mayores dificultades al momento de ser aprendidos por los estudiantes, esto ha llevado a diferentes investigadores a proponer diferentes maneras de enseñarla entre ellos la teoría de Van Hiele (1986) y Raymond Duval (2016).

Para el autor es importante que el estudiante desarrolle las maneras de ver en geometría: La que se realiza a través de los instrumentos como regla y compas, aquella que con nuevos trazos permite ver lo que la mirada no ve y la más importante la deconstrucción dimensional de las formas, cambio de dimensiones de una figura.

Teniendo en cuenta el análisis de la comprensión de las maneras de ver una figura, Duval (2016) afirma que la manera de ver una figura depende de la actividad en la que sea movilizada. De esta manera se plantean las cuatro entradas clásicas a la geometría:

Botánico, agrimensor, constructor e inventor. Cada una de las entradas puede desarrollarse de manera independiente y través de actividades diferentes, además no hay un orden específico para que un estudiante este en una entrada, puede ser que un estudiante haya desarrollado la entrada de botánico y constructor, pero le falta desarrollar la entrada de agrimensor e inventor. No hay una relación de orden en la entrada que pueda estar el estudiante (Ver figura 3):

Figura 2. Las cuatro entradas clásicas a la geometría

	BOTÁNICO	AGRIMENSOR geómetra	CONSTRUCTOR	INVENTOR artesano
1. Tipo de operación sobre las FORMAS VISUALES, requerida por la actividad propuesta	Reconocer formas a partir de cualidades visuales de un contorno: se privilegia UNA forma particular como TÍPICA	Medir los bordes de una superficie: sobre un TERRENO o sobre un DIBUJO (variación de escala de magnitud y, por tanto, de procedimiento de medición)	Descomponer una forma en trazos construibles con ayuda de un instrumento. Hay que pasar (a menudo) por TRAZADOS AUXILIARES que no pertenecen a la figura "final"	Transformar unas formas en otras. Hay que agregar TRAZOS REORGANIZADORES en la figura final para inicializar esas transformaciones
2. Cómo se movilizan las PROPIEDADES GEOMÉTRICAS con respecto al tipo de operación	No hay relaciones entre las diferentes propiedades (no hay definición matemática posible)	Las propiedades son criterios de selección para las mediciones que se deben hacer. Solo son útiles si remiten a una fórmula que permita un cálculo	Como restricciones de un orden de construcción. Ciertas propiedades se obtienen mediante una sola operación de trazado, las otras exigen varias operaciones	Implícitamente mediante remisión a una red más compleja (una trama de rectas para la geometría plana o una trama de intersecciones de planos...) que la figura de partida

Nota: Fuente: Duval (2016, p.4)

La primera entrada es más evidente y más inmediata. Se trata de aprender a reconocer y a nombrar las formas elementales que se utilizan en geometría plana: tipos de triángulos y de cuadriláteros, configuraciones obtenidas por las diferentes posiciones relativas de dos rectas, eventualmente las formas circulares y las ovaladas, etc., (Duval, 2016).

En la parte del botánico lo que describe son las características que podemos observar de primero en una figura que se encuentra en dos dimensiones. Además, se trata de que esta primera entrada se desarrolle en figuras "euclidianas", aunque pudieren existir otras formas de llegar al botánico.

Por otro lado, en el agrimensor, el estudiante debe aprender a medir terrenos y llevarlos a un plano, las medidas deben ser proporcionales al terreno que está midiendo para ello él debe realizar conversiones de medidas, como por ejemplo pasar de metros a centímetros y que las dos imágenes guarden semejanza, porque es una entrada que requiere de la visión y el conocimiento de las mediciones. El estudiante a través de esta entrada aprende a interpretar planos, mapas y a tener en cuenta direcciones y orientaciones (Duval, 2016).

Seguidamente, en el constructor se tiene en cuenta la construcción de las figuras geométricas a partir de instrumentos en los cuales es importante tener en cuenta sus características imprescindibles, muchas veces se quiere construir un cuadrado, pero si no tuviéramos la regla sería imposible saber si es un cuadrado o un rectángulo y esta entrada lo que trata de resaltar es las propiedades geométricas de una figura. Ahora bien, tal como lo reseña el autor dentro de estos instrumentos no solo podemos utilizar los convencionales como la regla y el compás sino también los programas informáticos (Duval, 2016).

Finalmente, en el Inventor artesano se busca que el estudiante encuentre solución a un problema dado, que él pueda imaginar otra figura a partir de otra y pone el ejemplo que como se puede construir un paralelogramo haciéndole un corte a un triángulo, lo que lleva a que el estudiante piense que es lo que va hacer antes de realizarlo, esto busca desarrollar toda la parte heurística de él.

Para dar un mayor énfasis a las maneras de ver las cuatro entradas clásicas se presenta la *figura 4*. planteada por Duval (2004). En la que se propone cuatro planteamientos el primero sería las actividades para desarrollar cada entrada por ejemplo en la primera entrada hace énfasis en reconocer las formas euclídeas donde se debe clasificar las diferentes figuras planas. En la segunda entrada se premia la capacidad que tiene el estudiante para trabajar con medidas sobre los planos, en él se plantea que el estudiante debe saber la escala de las medidas adecuada para ciertos contextos, en la entrada del constructor el estudiante debe saber utilizar las herramientas fundamentales de la geometría como la regla y el compás para desarrollar configuraciones de formas, por ultimo encontramos la entrada del inventor esta entrada el estudiante debe transformar las formas de una figura, ya sea a través de trazos auxiliares o la deconstrucción dimensional. De la misma manera podemos encontrar las características funcionales de las representaciones donde se premia el dibujo de las figuras. En la cual se debe tener presente para el desarrollo de estas maneras de ver el dibujo como un esquema, el dibujo en el plano, articulado y por último en puzle.

Figura 3. Las cuatro entradas clásicas a la geometría

	BOTÁNICO	AGRIMENSOR geómetra	CONSTRUCTOR	INVENTOR <i>manitas</i>
1. Tipos de actividades sobre las FORMAS VISUALES	Reconocer (distinguir y clasificar) formas euclídeas	Medir Longitudes (distancias, bordes de superficies...) sobre un TERRENO un dibujo	Producir, con instrumentos de construcción , configuraciones de formas	Trasformar las formas las unas en las otras
2. Características funcional de la REPRESENTACIÓN	Dibujo-ESQUEMA de un contorno o de un perfil (a mano alzada)	Dibujo-PLANO (o modelo)	dibujo-ARTICULADO	Dibujo-PUZZLE (utilización de un material de planchas, localmente isomorfo)
3. Operaciones requeridas por las tareas didácticas	Manipulación y puesta en correspondencia por superposición , de patrones de formas (y asociación nominal)	Reproducción , agrandada o reducida, de una forma, cambio de escala de magnitud (y por tanto de procedimiento de medida)	Secuencia ordenada de operaciones de trazado para producir una figura (y/o formulación de estas operaciones mediante <i>instrucciones</i>)	Paso de una forma a otra por descomposición de la forma de partida o combinación de otras formas. Reconfiguración
4. Modalidad de movilización de las propiedades geométricas	Criterio que permita a ojo distinguir una forma de otra	Criterio de elección de las medidas a hacer como medio de cálculo	Limitaciones a respetar para tener éxito en la construcción	A menudo implícita

Nota: Fuente: números, formas y volúmenes en el entorno del niño (2004, P.162)

Las operaciones requeridas por las tareas didácticas en cada entrada son las que llevan a establecer los indicadores que permiten identificar en que entrada esta, por ejemplo para el botánico es importante la manipulación de las formas geométricas, en la segunda entrada se debe evidenciar la forma como se logra reproducir una figura pero teniendo presente la escala de magnitud sobre las mediciones, en el constructor se organiza la secuencia ordenada de operaciones de trazado, es decir poder seguir instrucciones para el desarrollo de figuras y por último la entrada del inventor lleva a que el estudiante pase de una dimensión a otra o reconfigurando una figura a través de nuevos trazos.

A continuación, se presentan los modos de comprensión de las cuatro entradas clásicas de la geometría:

Figura 4. Modo de comprensión y de conocimiento

	BOTÁNICO	AGRIMENSOR geómetra	CONSTRUCTOR	INVENTOR artesano
ESTATUS EPISTEMOLÓGICO	CONSTATACIÓN perceptiva inmediata: “eso se ve sobre...”	CONSTATACIÓN que resulta de la lectura de un instrumento de medición	RESULTADO de un procedimiento de construcción	RESULTADO de una descomposición de la figura de partida en unidades figurales que se reconfiguran de manera diferente
FUENTE COGNITIVA DE LA CERTIDUMBRE	Superposición efectuada a ojo o utilizando una plantilla	Comparación de los valores numéricos obtenidos empíricamente	Necesidad interna en el encadenamiento de las operaciones del procedimiento de construcción	Invariancia de las unidades figurales que son los referentes de la transformación de la figura de partida

Nota: Fuente: Duval (2016), p.7.

Es de anotar que Duval (2016) afirma que: “Pasar de una manera de ver a otra constituye un cambio profundo de mirada que, con mucha frecuencia, se desatiende en la enseñanza” (p. 7). La enseñanza de la geometría se mira como una sola y no se hace diferencia entre los diferentes procesos de ver por razón es importante saber comprender cuál es la mejor manera de entrar en cada una de las entradas, para que el estudiante pueda desarrollar su proceso de visualización sin causar un estancamiento en las maneras de ver en geometría. La visualización como proceso se divide en dos:

2.2 VISUALIZACIÓN

La visualización está ligada al acto de ver, pero abarca dos niveles de operación que son muy diferentes, aunque nacen del mismo acto, estos son: el reconocimiento distintivo de formas y la identificación de los objetos que corresponden a las formas reconocidas y el problema que concierne es poder saber cómo pasar de un reconocimiento a la identificación de las formas (Duval 2016). Estos dos niveles hacen que el proceso de aprendizaje sea mirado con mucho cuidado y es por eso que a través de trazos o elaboración de las figuras haciendo uso del GeoGebra permita que estas dos operaciones sean más fáciles de desarrollarse en el estudiante.

2.2.1 Visualización icónica

Duval (2016) afirma: “La visualización icónica descansa en un parecido entre la forma reconocida en un trazado y la forma característica del objeto que se va a identificar” (p.10). Para Duval el primer tipo de visualización está relacionado directamente con las dos primeras entradas, en el cual él estudiante extrae la información de una figura o dibujo a partir de sus características que se pueden ver a la vista.

2.2.2 Visualización no icónica

Duval (2016) afirma, “La descomposición de formas distinguidas, comenzando por las que parecen ser visualmente simples, en unidades figurales es el paso previo a la entrada en el funcionamiento propio de la visualización no icónica” (p.11). El autor premia más este tipo de visualización y la considera como un proceso matemático de mayor complejidad para el estudiante pues es aquí donde se da la deconstrucción de las formas en unidades figurales a través de nuevos trazos que se agregan algo que no pasaba en la visualización icónica donde él se trataba de mantener el espacio tal cual estaba, y no era posible pensar que los segmentos de un cuadrado se podían prolongar. A continuación, se presenta lo que Duval considera los procesos en la visualización.

Figura 5. Visualización icónica y no icónica

VISUALIZACIÓN ICÓNICA Se parece al perfil de un objeto real, o a un conjunto de itinerarios o de desplazamientos sobre un territorio o a un modelo tipo (patrón). <i>La figura sigue siendo un objeto independiente de las operaciones que se realicen sobre ella.</i>		VISUALIZACIÓN NO ICÓNICA Es una secuencia de operaciones que permite reconocer propiedades geométricas, mediante la imposibilidad de obtener ciertas configuraciones, o por invariancia de las configuraciones obtenidas. <i>La figura es una configuración contextualmente destacada de una red o de una organización más compleja.</i>	
BOTÁNICO	AGRIMENSOR GEÓMETRA	CONSTRUCTOR	INVENTOR ARTESANO

Nota: Fuente: Duval (2016), p.9.

Gómez-Chacón (2014), hace un análisis entre la visualización icónica vs la visualización no icónica en el trabajo con un SGD, para el investigador son dos procesos cognitivos diferentes y sólo la visualización no icónica es pertinente para los procesos

geométricos que se deben producir. Dentro el proceso de investigación planteado se buscará desarrollar el proceso de visualización a través de la geometría para algunos autores este proceso es muy importante en el desarrollo del pensamiento espacial del estudiante, en la investigación que tiene por nombre ***la visualización en las figuras geométricas. importancia y complejidad de su aprendizaje***, plantean cuatro maneras de visualización que los estudiantes pueden desarrollar, las cuales son; operaciones visuales, focalización, rol heurístico y conversión.

Operaciones visuales: Marmolejo y Vega (2012) afirman: “son las acciones que se le aplican a la figura entre ellas están, reconfiguración, traslación y re-fraccionamiento” p.11. Focalización: se considera los saltos de naturaleza bidimensionales aplicados a la figura de inicio. En ellos se encontró que algunos estudiantes al momento de reescribir la figura descartaban algunos elementos de esta, y otros los tenían en cuenta. Rol Heurístico: alude al papel que desempeña la figura en el desarrollo en la tarea propuesta. En esta manera de ver el estudiante hace uso de la figura para explicar una pregunta. Transformación: alude al cambio de registro que se puede realizar, pasar una imagen a un registro numérico. Además, también se tiene en cuenta los tratamientos que resultan al realizar operaciones sobre el mismo registro (Marmolejo y vega, 2012).

A continuación, encontramos otros autores que definen el concepto de visualización Arcavi (como se citó en Godino, Cajaraville, Fernández y Gonzato, 2011), “La visualización es la capacidad, el proceso y el producto de la creación, interpretación, uso y reflexión sobre retratos, imágenes, diagramas, en nuestras mentes, en el papel o con herramientas tecnológicas, con el propósito de representar y comunicar información, pensar y desarrollar ideas previamente desconocidas y comprensiones avanzadas”. Asimismo, considera que la matemática, como creación humana y cultural que trata con objetos y entidades muy diferentes de cualquier fenómeno físico, se apoya fuertemente sobre la visualización en sus diferentes formas y niveles, no solo en el campo de la geometría.

Para este autor es importante definir el proceso de visualización como un proceso o acción de transferencia cuando pasamos de un dibujo a una figura o viceversa, explicamos ahora el dibujo es la representación gráfica de una figura ya sea sobre el papel, una imagen mental o sobre un ordenador y ¿Qué es una figura?, la figura es representación mental de un objeto físico. (Torregrosa y Quesada, 2007).

2.3 LA GEOMETRÍA EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE

La geometría juega un papel importante en el desarrollo de los procesos cognitivos de los seres humanos, ayudando a desarrollar la visualización, argumentación y además solución de problemas de nuestro contexto. La geometría permite que el estudiante logre identificar, comparar y describir una imagen. Este proceso es importante en el desarrollo de las ciencias naturales por ejemplo cómo hacer para identificar un árbol de otro, para algunos simplemente a través de la visualización de sus hojas. También se tiene en cuenta la geometría en el arte, mercadeo, etc. Hernández y Villalba (como lo citan Araya y ballesteros, 2010), brindan una visión de la geometría como:

- La ciencia del espacio, vista esta como una herramienta para describir y medir figuras, como base para construir y estudiar modelos del mundo físico y fenómenos del mundo real.
- Un método para las representaciones visuales de conceptos y procesos de otras áreas en matemáticas y en otras ciencias; por ejemplo, gráficas y teoría de gráficas, histogramas, entre otros.
- Una herramienta en aplicaciones, tanto tradicionales como innovadoras, como, por ejemplo, gráficas por computadora, procesamiento y manipulación de imágenes, reconocimiento de patrones, robótica, investigación de operaciones.

La geometría se mira como un punto de encuentro entre lo abstracto y su representación, es decir dibujo y figura (Castiblanco, Urquina, Camargo y Acosta, 2004).

MEN (1998), afirma que la geometría le permite al ser humano interpretar, entender y apreciar el mundo que lo rodea. Además, permite modelizar el entorno que lo rodea y con ello ayuda a desarrollar el pensamiento espacial y la argumentación, en esa tarea se espera que la matemática escolar haga énfasis en el desarrollo de la percepción, la intuición sobre las figuras de dos y tres dimensiones, en el uso de las propiedades de las figuras y el desarrollo de la visualización, Como se mira para estos autores la geometría es una herramienta muy necesaria en el proceso de enseñanza de los estudiantes se queremos desarrollar el pensamiento espacial y la visualización.

3 CAPÍTULO METODOLOGÍA

3.1 ENFOQUE Y ALCANCE:

Este proyecto de investigación se realizará desde el enfoque cualitativo y con un alcance descriptivo, pues tiene el interés de reconocer las transformaciones de los procesos de aprendizaje de las cuatro entradas clásicas de la geometría en los estudiantes a través del uso de GeoGebra. El trabajo es cualitativo pues nos interesa identificar, propiciar y caracterizar la manera como los estudiantes desarrollan la visualización en la aplicación de las cuatro entradas clásicas, de la misma manera se busca analizar el comportamiento que presentan los estudiantes cuando desarrollan las actividades por tal motivo el enfoque es cualitativo

Por otro lado, la investigación de tipo descriptivo va permitir transformar los procesos geométricos que realizan los estudiantes respecto a las cuatro entradas clásicas de la geometría de la misma manera analizar los resultados obtenidos a partir de la intervención en el aula de clase y como esta influye en el aprendizaje. Con la investigación se quiere lograr implementar una nueva estrategia en la institución educativa con la cual los estudiantes puedan tener una manera diferente de aprender geometría, y esta es a partir de las cuatro entradas clásicas propuesta por Duval (2016).

3.2 POBLACIÓN Y CONTEXTO:

La población de estudio seleccionada son los estudiantes del grado 10° A de la institución Educativa Parroquial del municipio de San José del Fragua, la cual se encuentra ubicada a 58 km de su capital Florencia-Caquetá. El establecimiento educativo cuenta con dos sedes, donde asisten aproximadamente 830 estudiantes en los grados de preescolar a 11, además ofrece el servicio de educación para adultos, el nivel socio económico de los estudiantes es de estrato I, su población es muy flotante debido a que la economía del municipio llega muchas de otras ciudades, el municipio basa su economía en dos renglones fundamentales la comercialización y producción de leche de ganado vacuno y los cultivos ilícitos.

3.3 UNIDAD DE TRABAJO

La unidad de trabajo corresponde a 10 estudiantes (5 hombres y 5 mujeres) del grado 10 A. los estudiantes fueron seleccionados entre 32 estudiantes teniendo en cuenta los siguientes criterios: Estudiantes sin discapacidad cognitiva, con pocas inasistencias a las clases de geometría, con recursos disponibles para trabajar en casa GeoGebra y con habilidades en informática. Es de aclarar que la estrategia se aplicará a todos los estudiantes del grupo en mención, pero por la complejidad del análisis y la cantidad de datos que se espera recoger, se selecciona solo esta pequeña cantidad de estudiantes para analizar con mayor detalle el impacto de la intervención.

Codificación

Tabla 1. Relación de estudiantes tomados para el estudio.

Numero Estudiante	Genero		Edad	Grado	Código
	M	F			
E1	F		15	10 B	E1MG10
E2	M		16	10 B	E2FG10
E3	F		15	10 B	E3MG10
E4	M		15	10 B	E4FG10
E5	F		14	10 A	E5FG10
E6	F		17	10 A	E6FG10
E7	F		14	10 A	E7FG10
E8	M		16	10 B	E8MG10
E9	F		15	10 A	E9MG10
E10	F		15	10 A	E10MG10

Fuente: elaboración propia

3.4 CONSIDERACIONES ÉTICAS

Todos los trabajos de investigación que se trabaje con seres vivos se deben tener en cuenta las consideraciones éticas. En el trabajo de investigación que desarrollamos el

trabajo va orientado a menores de edad, a los cuales hay que garantizarle la protección de sus identidades, así como de la información que se recolecte de ellos.

Por lo tanto, cada padre de familia de los estudiantes debe firmar un formato que se presenta en el **anexo 1**, con lo cual el padre de familia autoriza el manejo de la información obtenida durante la investigación, (respuestas escritas, orales, videos, fotografías, etc.)

3.5 UNIDAD DE ANÁLISIS

La presente investigación se desarrollará a partir de la siguiente categoría:

Visualización a partir de esta categoría buscamos afianzar las maneras de ver en geometría, es mostrarle al estudiante la importancia de reconocer y conocer lo que nos rodea y cómo podemos construir y deconstruir una figura a partir del desarrollo de la visualización. Esta categoría pretende afianzar la manera como el estudiante visualiza una figura determinada. Las maneras de ver la geometría no se pueden resumir en solo aprenderse los nombres de una figura y las mediciones de la misma, se deben plantear la construcción de esta a partir de trazos auxiliares y la desconstrucción de una figura, llevar al estudiante a inventar, trazar y construir figuras a partir del desarrollo de la visualización no icónica. En esta categoría los estudiantes pueden estar en cualquiera de las cuatro subcategorías o inclusive en varias entradas.

A continuación, se presentan las subcategorías y los indicadores de dicha categoría:

Tabla 2. Indicadores por cada entrada clásica a la geometría

Categorías	Subcategoría	Indicadores
Visualización	Botánico	N1. Identifica las principales figuras planas, de acuerdo a sus lados y ángulos N2. Utiliza las propiedades de las figuras para reconocerlas en dos y 3 dimensiones. N3. Reconoce las figuras a partir de las cualidades visuales de un contorno.
	Agrimensor	N4. Realiza mediciones de longitudes y derivadas sobre una superficie como lineales, de área o volumen. N5. Compara las diferentes mediciones y realiza conversiones de las medidas. N6. Efectúa cálculos haciendo uso de los diferentes procesos matemáticos requeridos y da razón de su uso.
	Constructor	N7. Describe y realiza un bosquejo sobre cómo va a realizar la figura que se le da en la situación problema. N8. Utiliza el compás y la regla para crear trazos auxiliares para crear figuras geométricas. N9. Descomponer una forma en trazos construibles.
	Inventor	N10. Agregar trazos reorganizadores los cuales lleven al estudiante a obtener una figura nueva a través de un proceso geométrico. N11. Desarrollar planos de figuras tridimensionales a dos dimensiones. N12. Transforma una forma en otra haciendo una deconstrucción de la figura, pasando de una dimensión a otra.

Fuente: elaboración propia

3.6 TÉCNICAS Y FUENTES DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN:

3.6.1 Cuestionario Abierto:

El cuestionario consiste en una recolección de datos para evaluación de procesos, persigue visiones cuantitativas y cualitativas. Al respecto: “La finalidad del cuestionario es obtener, de manera sistemática y ordenada, información acerca de la población con la que se trabaja, sobre las variables objeto de la investigación o evaluación” (García, 2003, p,2). Este

instrumento de investigación permite recoger información confiable la cual permite realizar un diagnóstico a priori y posteriori a un proceso de intervención en el aula de clase.

El cuestionario se aplicará en dos momentos uno en la fase inicial y otro en la fase final, con esto buscamos determinar el nivel de desempeño en el cual se encuentre y en el cual va a terminar los estudiantes respecto a las cuatro entradas clásicas a la geometría (ver anexo 2).

La actividad cuenta con diferentes tipos de problemas para cada una de las entradas por ejemplo en la primera entrada se trata de evaluar cuales son las capacidades que tienen los estudiantes para reconocer una figura geométrica, luego encontramos que la competencia que se quiere evaluar es la habilidad que tiene el estudiante para realizar conversiones de medidas acordes a sus mediciones, seguidamente se desarrolla en la actividad 3 las habilidades que tienen para realizar trazos auxiliares utilizando la regla y el compás y finalmente se evalúa la entrada del inventor donde el estudiante debe utilizar su razonamiento geométrico para lograr deconstruir una figura de mayor dimensión a otra de menor.

3.6.2 Entrevista Semiestructurada:

Este tipo de instrumento permite obtener mayor información del grupo o persona de estudio, en la entrevista semiestructurada se permite ir creando un ambiente de confianza y realizando preguntas que permitan llegar a lo que el entrevistador requiere. A partir de este instrumento se quiere llegar a confrontar las ideas y pensamiento de las respuestas que los estudiantes han dado en el cuestionario de entrada, con esa información se trata de analizar y definir en qué entrada está el estudiante, por ejemplo, la entrevista semiestructurada será útil para recoger la información de las cuatro subcategorías.

3.7 UNIDAD DIDÁCTICA:

La unidad didáctica tiene una estructura que nos va permitir llegar al estudiante para analizar los niveles de desempeños que tienen referente a las cuatro entradas clásicas a la geometría, la unidad didáctica cuenta con un test inicial el cual permitirá conocer los niveles de desempeño iniciales del estudiante luego vienen una situación problema en la

cual se van a desarrollar actividades teniendo en cuenta cada una de las entradas, (botánico, agrimensor, constructor e inventor) y al finalizar se tiene en cuenta un test de salida para analizar los avances que se obtuvieron. A continuación, se presenta la estructura de la unidad didáctica que se implementará:

Tabla 3. Proceso de la unidad didáctica

Nombre de la guía	Momento
1. Test de entrada	Un cuestionario de preguntas abiertas el cual se podrá ver en los anexos.
2. Guía de la entrada del botánico	Estas guías todas están elaboradas para desarrollarse en los tres momentos propuestos a continuación (Ubicación Desubicación Reenfoque) En los tres momentos se plantean actividades a la luz de las cuatro entradas clásicas de la geometría a partir del uso del GeoGebra.
3. Guía de la entrada del agrimensor	
4. Guía de la entrada al constructor	
5. Guía de la entrada al inventor	
6. Test de salida	Cuestionario con preguntas abierta semejante al test de entrada

Nota: elaboración propia

3.8 DISEÑO METODOLÓGICO

3.8.1 Fase 1 Ubicación (Exploración):

En esta primera fase se aplicará un cuestionario de 10 preguntas abiertas con el objetivo de poder determinar el nivel de desempeño que tienen los estudiantes de grado décimo respecto a las cuatro entradas clásicas de la geometría, cada pregunta propone explorar una temática diferente, en la primera se intenta buscar indagar por las propiedades de un grupo de polígonos, en la segunda buscamos determinar los procesos que realiza al momento de hacer conversiones, en la siguiente se busca que tan recursivos son los estudiantes al realizar una figura en la pregunta cuatro se quiere mirar si el estudiante tiene que deconstruir una figura 3D en 2D y por último mirar una pregunta de interés motivacional al saber que van a trabajar un software de geometría dinámica.

Después de aplicar el cuestionario con preguntas abiertas se tabulará y analizará la información recolectada con lo cual permitirá medir los niveles de desempeño y por último realizar recomendaciones para la elaboración de la unidad didáctica.

Se entrevistará a cada uno de los estudiantes para indagar sobre los preconceptos que tienen los estudiantes acerca de los cuatro procesos que se buscan desarrollar, la entrevista será grabada para poder analizar con más detalle la información suministrada recordemos que el tipo de entrevista es semiestructurada.

En este momento inicial se realizará una capacitación sobre el manejo del software GeoGebra en el cual los estudiantes tendrán la oportunidad de conocer las funciones que tiene y además realizar ejercicios con el SGD.

3.8.2 Desubicación (intervención):

En esta segunda etapa se hará un proceso de intervención a través de la unidad didáctica en donde se presentarán diferentes actividades las cuales se diseñarán y elaborarán a partir de los niveles de desempeño mostrados en el cuestionario y en la entrevista de la etapa de ubicación- Las actividades programadas en la unidad didáctica

estarán divididas en dos guías por cada entrada, lo que quiere decir que en total tendremos ocho actividades, cada actividad está programada para 4 horas, estas actividades se trabajaran de forma individual, cada una de estas guías se realizaran haciendo uso de GeoGebra en el cual los estudiantes podrán comprobar las diferentes propiedades de los polígonos, realizar planos, construir figuras haciendo uso de los instrumentos de GeoGebra y deconstrucción de diferentes figuras.

3.8.3 Reenfoque (Evaluación):

En esta fase se aplicará un instrumento de evaluación a través de un cuestionario abierto el cual se utilizó en el momento de ubicación, a través de esta herramienta podremos determinar cuál fue el impacto de la unidad didáctica en el aprendizaje de la geometría y además conocer la importancia de utilizar GeoGebra para mejorar en los procesos de desarrollo de visualización, reconocimiento.

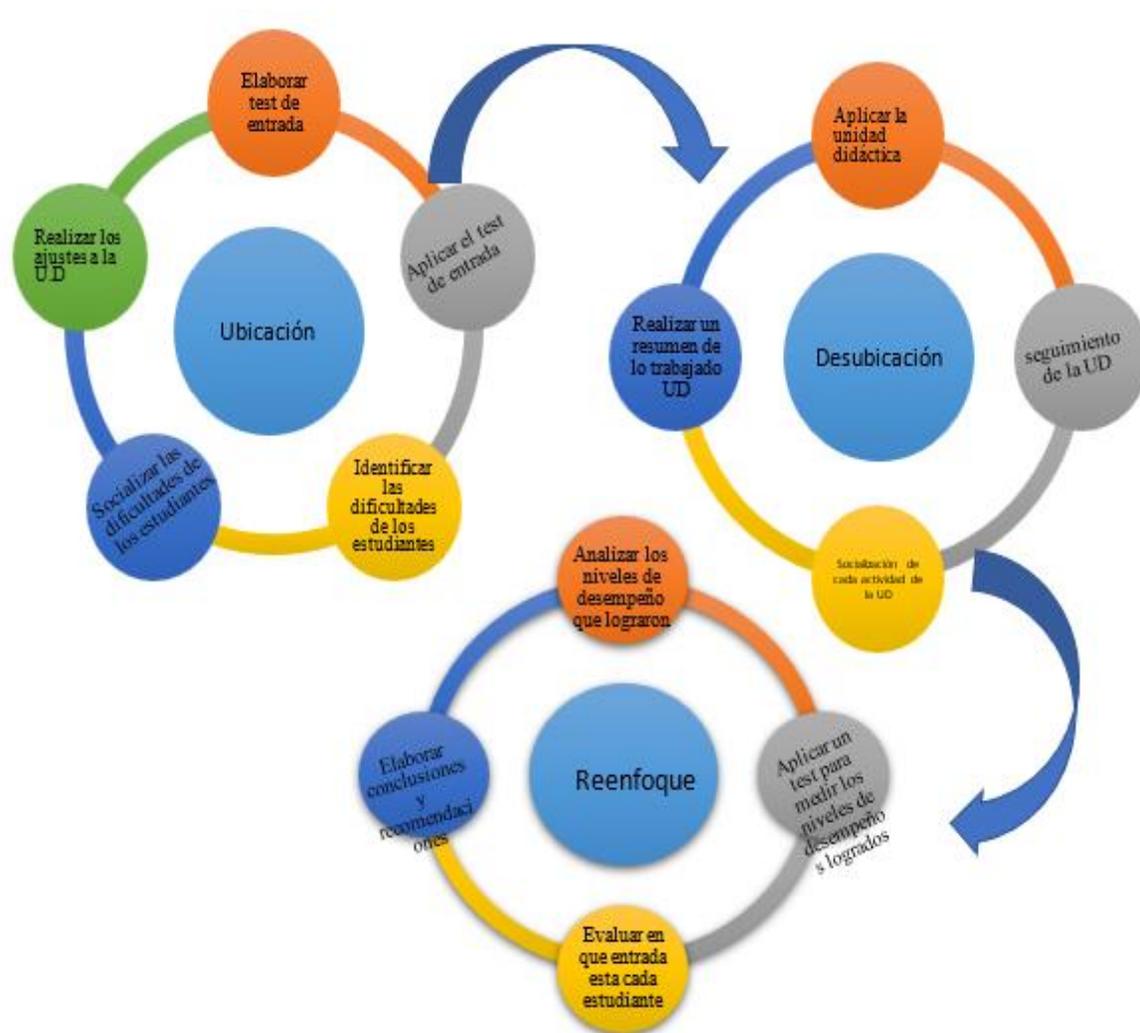
Por otro lado, se hará una nueva entrevista en la cual se indagará por las ideas y aspectos relevantes del trabajo realizado, los cuales se tendrán en cuenta para el proceso de recomendaciones. Para evaluar la pertinencia de la unidad didáctica y saber si se logró alcanzar los objetivos propuestos al iniciar el trabajo de investigación se evaluarán los resultados obtenidos en esta fase y se hará un análisis comparar entre los niveles de desempeño inicial y final en las cuatro entradas clásica de la geometría haciendo uso de GeoGebra.

3.9 PLAN DE ANÁLISIS

El desarrollo de nuestra unidad didáctica tiene tres grandes momentos los cuales son: **el momento de ubicación**, aquí se quiere indagar por los niveles de desempeño que los estudiantes tienen en cada una de las cuatro entradas clásicas a la geometría, para llevar a cabo esta tarea se plantea un test de entrada el cual se aplicara al grupo de estudiantes, luego se analizara la información con el fin de identificar las dificultades y fortalezas que presentan los estudiantes respecto a la categoría analizada.

En el momento dos el cual es llamado **desubicación** se da la intervención en el aula de clase a través de una unidad didáctica ajustada a las necesidades y capacidades de los estudiantes, cada una de las actividades será socializadas con los estudiantes al final para aclarar las dudas que hayan tenido en el proceso y por último en el momento de **reenfoque** se va analizar los avances que tuvieron los estudiantes respecto a los niveles de desempeño de las cuatro entradas clásicas y mirando los indicadores que alcanzaron y ubicarlos en las entradas que lograron desarrollar.

A continuación, se presenta un resumen del plan de análisis en los siguientes diagramas por fase



4 ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

4.1 MOMENTO DE UBICACIÓN

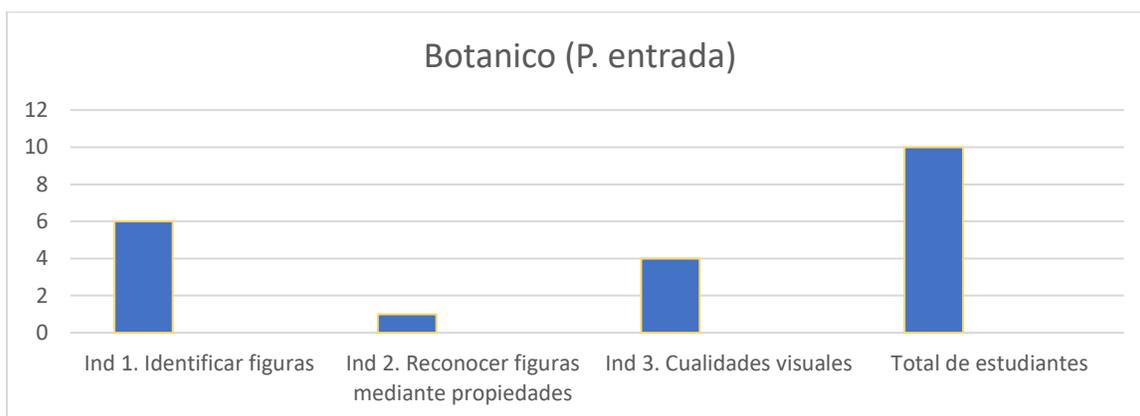
A continuación, se presenta el análisis de los resultados de la prueba inicial con la cual se determinó el alcance de los estudiantes en cada una de las entradas clásicas de la geometría. Es importante aclarar que un estudiante se puede encontrar en más de una entrada de la geometría (Botánico, agrimensor, constructor e inventor). Lo anterior, teniendo en cuenta los indicadores que se han planteado en el trabajo de investigación y el autor de referencia Duval (2016).

Para el análisis de los datos se utilizaron los siguientes códigos E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9 Y E10. Este orden se realiza de acuerdo al orden alfabético de los apellidos de los estudiantes.

4.1.1 Primera Entrada Clásica (Botánico)

la primera pregunta indagó sobre las propiedades que tienen un grupo de polígonos con medidas distintas y posiciones diferentes, los resultados fueron los siguientes:

Figura 6. Número de estudiantes que están en cada indicador



Fuente: elaboración propia

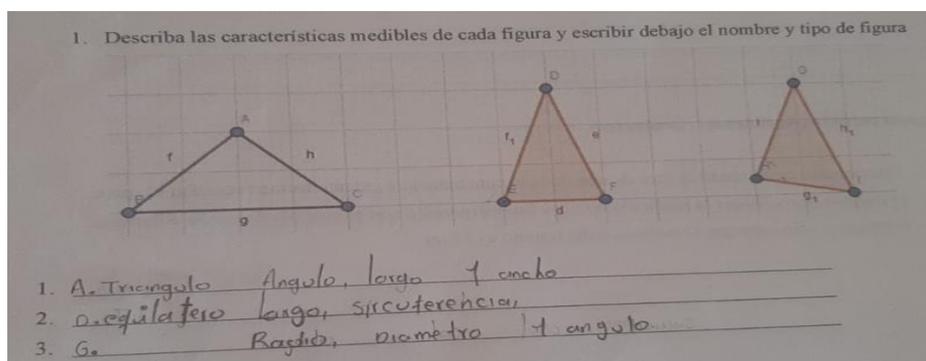
Como se puede notar en la gráfica 1 solo 6 estudiantes lograron alcanzar el primer indicador de tal manera que pudieron reconocer figuras mediante sus nombres ya sea por sus números de lados o cantidad de ángulos internos. En el siguiente indicador solo un estudiante hizo referencia a las propiedades de las figuras planas y mencionó sus ángulos y

la medida de sus lados, para el tercer indicador cuatro estudiantes se acercaron al realizar comparaciones visuales de la forma del polígono con algunas formas de figuras planas de nuestro entorno.

Es decir, que solo 3 estudiantes lograron estar en la entrada del botánico, aunque con algunas dificultades. Es de notar que el proceso dos estudiantes no cumplen con ningún indicador propuesto para esta entrada y 5 solo lograron ubicarse en un indicador. Algunas dificultades detectadas se precisan con los siguientes casos:

Observemos algunos casos:

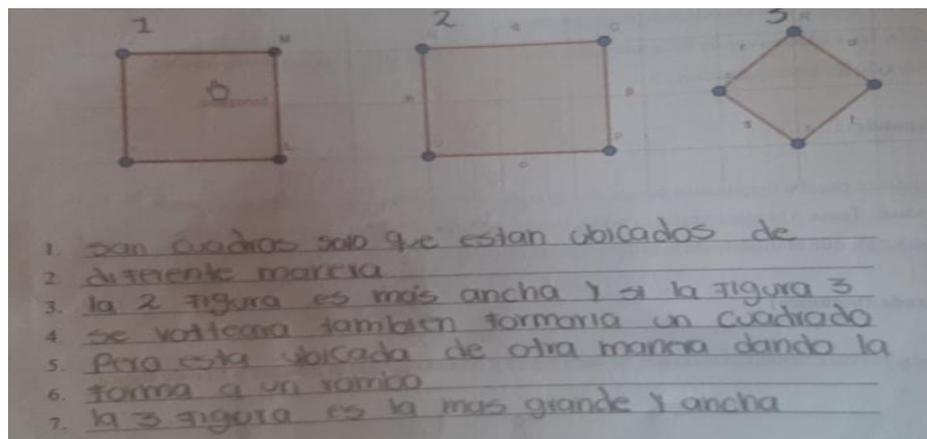
Figura 7. Pregunta 1.A del estudiante E2, sobre la entrada del Botánico



Fuente: elaboración propia

Como se puede observar algunos estudiantes reconocen algunas características medibles de los triángulos tales como el lado y los ángulos, sin embargo, hacen referencia a que dicha figura geométrica tiene radio, diámetro y ancho e inclusive confunde la figura con una circunferencia. Lo anterior evidencia un grado de dificultad en la primera entrada de la geometría (botánico) en vista que no hay un reconocimiento visual y una clasificación adecuada.

Figura 8. Pregunta 1.B sobre la entrada del botánico el E3



Fuente: elaboración propia

Se puede evidenciar que el estudiante concibe que en todos son cuadrados además solo hay un cambio en la rotación y no tiene en cuenta la diferencia de las magnitudes longitudinales de sus lados; también pocos estudiantes describen las propiedades de las figuras como los ángulos y el tipo de cuadrilátero. Dicha dificultad se suma a la descrita en la imagen anterior y permite evidenciar que varios estudiantes requieren afianzamiento en este tipo de competencias que atiendan al alcance de la primera entrada de la geometría (botánico). A continuación, se presenta un gráfico en el cual se amplían los resultados frente al alcance de competencias particulares en esta primera entrada.

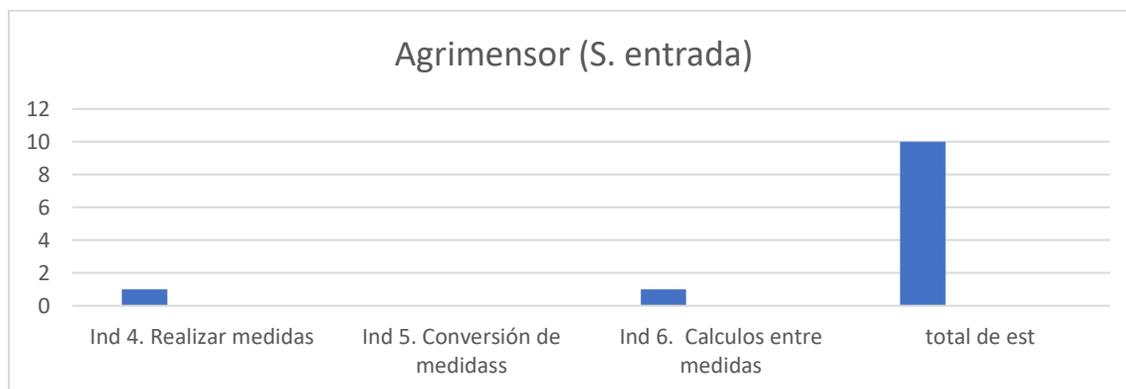
De acuerdo a Duval (20016), para el estudiante es más fácil desarrollar esta entrada ya que hace parte de la visualización icónica, y eso lo podemos evidenciar más adelante cuando se realice la comparación de cuantos estudiantes lograron estar en cada entrada, pues esta fue donde más estudiantes lograron acercarse de acuerdo a los indicadores planteados. Lo que se puede deducir que se debe mejorar algunos aspectos como son el reconocer las figuras a través de las propiedades de las figuras, también el identificar las figuras de acuerdo a su forma y diferencias entre sus magnitudes longitudinales de sus lados.

4.1.2 Segunda Entrada Clásica (Agrimensor)

En la entrada del agrimensor encontramos el mayor número de inconvenientes en los estudiantes, pues no lograron desarrollar la situación problema que se planteó con conversión y cálculo de superficie. Algunos estudiantes mostraron o trabajaron el trapecio como si este fuera un cuadrado otros no reconocían el concepto de perímetro y lo confundían con el área, también se evidencio que al momento de realizar comparaciones entre dos magnitudes no tenían en cuenta las diferencias entre estas para ellos era lo mismo un centímetro que metros.

En la gráfica 2 podemos analizar cuantos estudiantes se encuentran en la entrada del agrimensor, esta entrada premia lo referente a la medición, conversión y comparación entre diferentes magnitudes.

Figura 9. Número de estudiantes que están en cada indicador

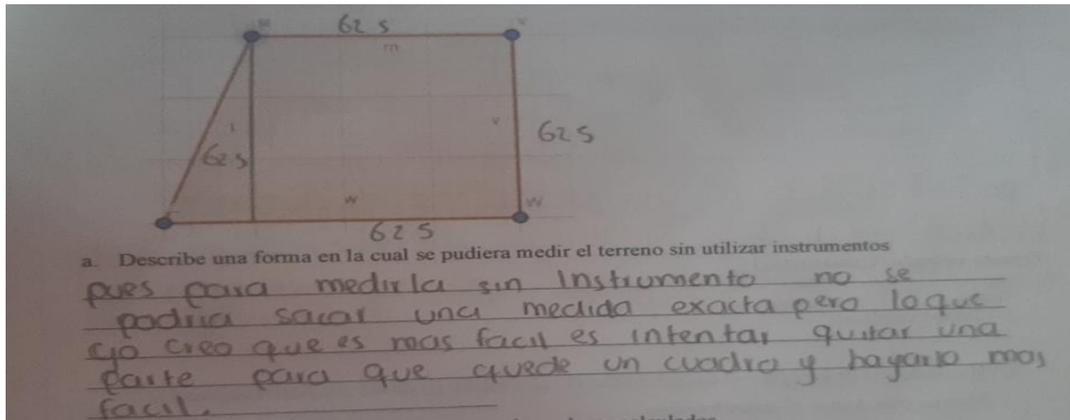


Fuente: elaboración propia

De acuerdo a la gráfica anterior podemos concluir que solo un estudiante desarrollo en la actividad el indicador referente al reconocimiento de las medidas de acuerdo a una figura por su tamaño, de la misma manera se logra evidenciar en el análisis que ningún estudiante logro realizar conversiones de unidades de longitud y por último solo un estudiante logra desarrollar cálculos haciendo uso de las fórmulas y utilizando de manera correcta las unidades correctas.

Observemos algunos casos:

Figura 10. Concibe el trapecio como un cuadrado, el estudiante E2



Fuente: elaboración propia

Como podemos ver en la imagen tres para el estudiante E2 la figura que forma ese plano es un cuadrado y hace la comparación de este porque para él es más fácil poder calcular cualquier medida, no importando que las dimensiones en este tipo de polígono no pueden ser iguales.

De acuerdo a Duval (2016) la entrada del agrimensor geómetra que se da cuando el estudiante logra realizar mediciones en distintas unidades, realizar conversiones y cálculos entre unidades de la misma magnitud, a partir de las respuestas obtenidas por los estudiantes se puede decir que no han desarrollado esta entrada de manera significativa.

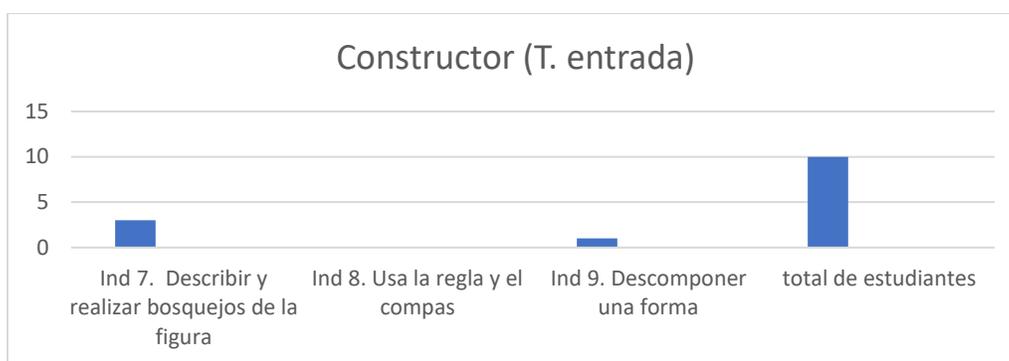
4.1.3 Tercera Entrada Clásica (Constructor)

Al desarrollar esta entrada en la prueba diagnóstica se encontró varios inconvenientes uno es la falta de la enseñanza de los docentes en el uso de los trazos auxiliares, la regla y el compás para crear figuras o dividir un segmento en dos partes iguales, la mayoría de los estudiantes no se atrevieron a intentar a desarrollar el proceso que era construir un triángulo equilátero con el compás y la regla y el otro dividir un segmento en dos partes iguales haciendo uso del compás.

Algunos estudiantes intentaron hacer la división del segmento haciendo uso de la regla milimétrica, y dar un valor aproximado a la mitad.

La siguiente grafica muestra el número de estudiante que cumplieron con los indicadores respectivos a la entrada del constructor, en la cual ellos deben construir figuras a partir del uso de los trazos auxiliares. También se les pedía que describieran el proceso realizado para obtener la figura sugerida, pero no tenían una respuesta clara de cómo describir el paso a paso del que habían realizado, pues sus bases conceptuales eran de desempeños bajos.

Figura 11. Número de estudiantes que están en cada indicador

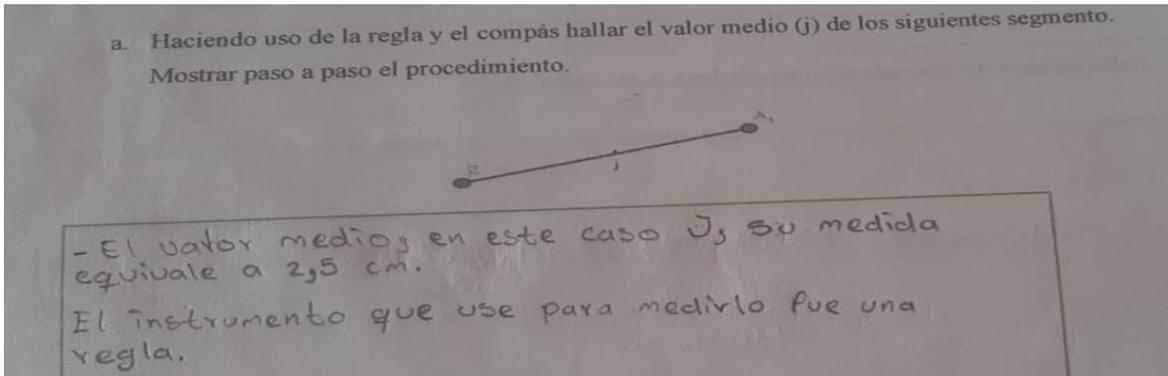


Fuente: elaboración propia

Como se puede observar en la gráfica 3, solo 3 estudiantes de los 10 lograron describir el proceso que ellos realizaban para obtener el triángulo equilátero o dividir el segmento en dos partes iguales, aunque describieron el proceso observado en las respuestas que lo estaban realizando haciendo uso de la regla milimétrica.

Para el indicador 8 sobre el uso de la regla y el compás ninguno mostró habilidad para desarrollar los procesos pedidos, ni tampoco intentaron por el contrario se notó la falta del uso del compás en su entorno escolar. Por último, en el indicador 9 sobre el descomponer una forma en otros trazos menos complejos solo un estudiante intentó realizar esto con la figura del triángulo equilátero.

Figura 12. E5, como dividir un segmento en dos partes iguales



Fuente: elaboración propia

En la imagen 4 evidenciamos la respuesta del estudiante E5, en la cual hace una división del segmento, pero haciendo uso de la regla y el compás lo que muestra que no concibe la idea de poder dividir un segmento en dos partes iguales haciendo uso de otros trazos auxiliares que le permitan encontrar el centro de un segmento.

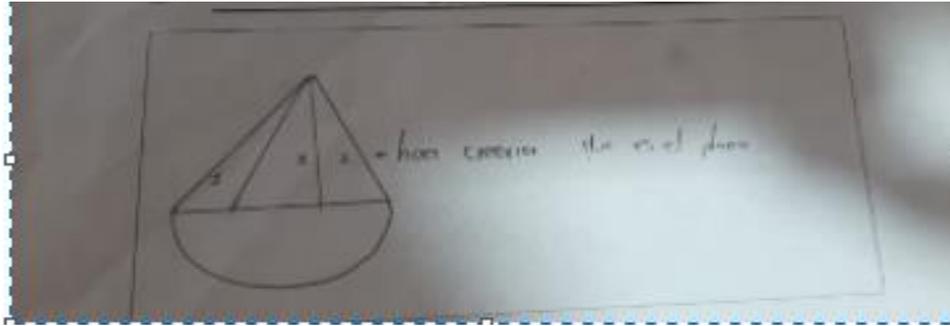
Como lo indica Duval (2016), esta entrada que hace parte de la visualización no icónica en la cual el estudiante tiene que realizar un proceso más complejo de la deconstrucción figural de una figura, lleva al estudiante a tener diversas dificultades como son el poder construir un bosquejo de la figura a obtener. Por último, podemos decir que esta entrada es la muestra de los pocos procesos geométricos que tienen los estudiantes de la institución educativa al no poder construir figuras a partir de los instrumentos básicos como son la regla y el compás.

4.1.4 Cuarta Entrada Clásica (Inventor)

Los resultados obtenidos de los datos analizados de los estudiantes sobre la cuarta entrada clásica de la geometría el inventor la cual se deconstruye formas de las figuras y las dimensiones por las cuales una figura está formada, primero se le pide al estudiante realizar dos vistas de un cubo incompleto, es decir pasar de un cuerpo geométrico a la perspectiva de dos dimensiones, después se pregunta qué cuerpo geométrico se puede crear con el desarrollo del plano de una figura que se le muestra y por último se presenta un cuerpo

solido el cual debe ser descompuesto en todos los lados que tienen es decir hacer su desarrollo del plano por cara.

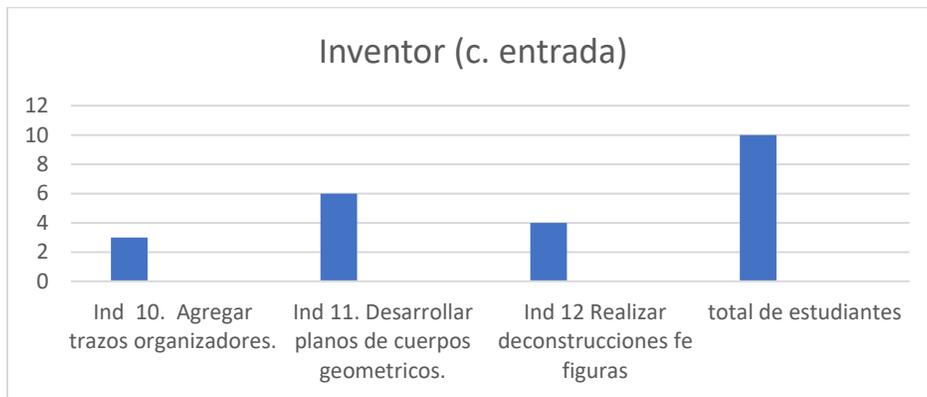
Figura 13. Construcción del plano de un cono elaborado por E10



Fuente: elaboración propia

En la anterior imagen podemos observar el desarrollo del plano que realizó el E10, el cual concibe esta figura como la conformación de unos triángulos, aunque la base trata de realizar una circunferencia esta no corresponde a la forma correcta para el desarrollo del plano de un cono. A continuación, se presentan los resultados obtenidos en esta entrada de acuerdo a los indicadores que mostraron haber desarrollado los estudiantes. Ver grafica 4.

Figura 14. Número de estudiantes que están en cada indicador



Fuente: elaboración propia

En el grafico 4 podemos concluir que la entrada del inventor es una entrada en la cual los estudiantes presentaron algunos avances, por trabajos realizados en este campo como es la construcción de cuerpos geométricos a partir de desarrollo de planos, de esa manera podemos inferir de acuerdo con la información que 3 estudiantes lograron agregar

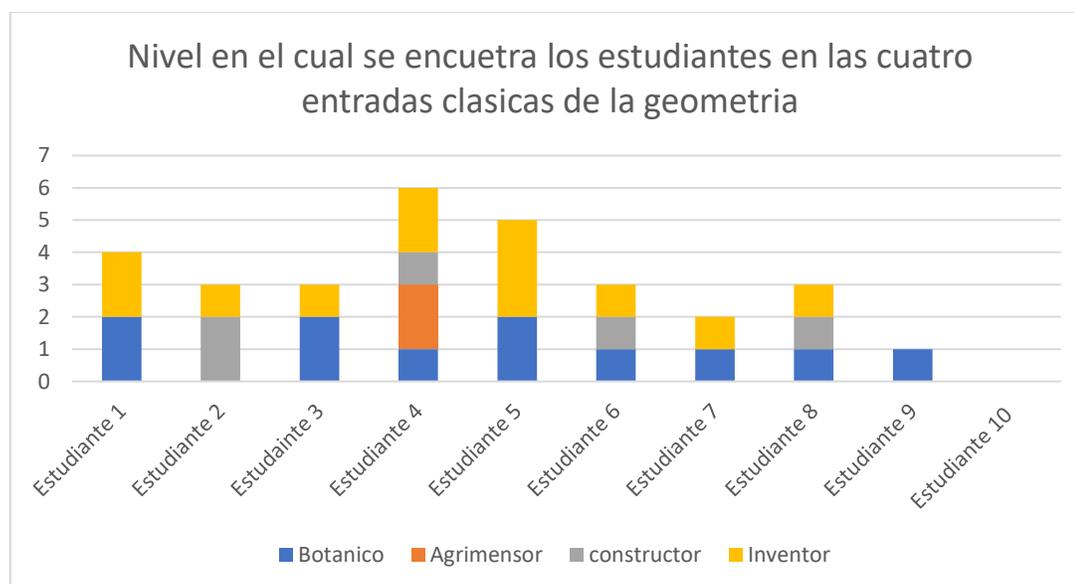
algún trazo auxiliar para llegar a la respuesta del desarrollo del plano o la construcción del de la figura de 3 dimensiones. Para el indicador en el cual los estudiantes desarrollaban un plano del cuerpo geométrico evidenciamos que 6 de 10 estudiantes lo realizaron, y por último 4 de 10 lograron realizar una deconstrucción de tres dimensiones a dos y viceversa.

De acuerdo a Duval (2016) la deconstrucción de una forma hace parte de la visualización no icónica en la cual el estudiante tiene que realizar procesos mentales complejos y la realización de trazos auxiliares para poder pasar de una dimensión a otra. En la prueba se pudo encontrar las dificultades que tienen los estudiantes al momento de realizar estas deconstrucciones de una figura como también pasar de figura de tres dimensiones aun desarrollo del plano de la misma.

Para finalizar el momento de ubicación se muestra la gráfica 5, a manera de resumen mediante la cual se concluye lo siguiente:

Los estudiantes más aventajados fueron E4 Y E5, los cuales lograron desarrollar 6 y 5 indicadores respectivamente lo que me representa la mitad de lo esperado en la prueba, los estudiantes que tuvieron el menor desempeño en esta actividad fueron E9 Y E10, el primero logrando alcanzar un indicador y el ultimo ninguno.

Figura 15. Indicadores alcanzados en las cuatro entradas



Fuente: elaboración propia

4.2 MOMENTO DE DESUBICACIÓN

El momento de desubicación está basado en el análisis de cada momento de la unidad didáctica, las dificultades que presentaron en cada una de las entradas y los avances adquiridos en cada uno de los temas trabajados. Recordemos que la unidad didáctica fue orientada al desarrollo de la visualización a través de las cuatro entradas clásicas de la geometría a través del uso de GeoGebra. Es importante aclarar que la mayoría de las respuestas están digitadas en computador ya que el trabajo se realizó en equipos de cómputo.

4.2.1 Explorando GeoGebra

En la actividad de explorando GeoGebra se realizó una inducción sobre el manejo de las herramientas con las cuales cuenta el software en la parte de geometría, al comienzo toco explicar cada uno de los conceptos alusivos a la geometría con los cuales contaba la aplicación pues muchos de ellos no eran reconocidos, conceptos como líneas paralelas, perpendiculares, intercepciones y semirrectas, en la práctica se les enseñó a como medir distancias, ángulos, circunferencias a partir de un radio específico o al tamaño que la eligieran, además se les especificó como construir un polígono regular a partir de la medida de una de sus aristas. En la figura 6, podemos observar al grupo de estudiantes en la capacitación sobre el software.

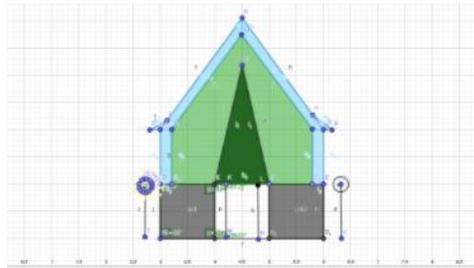
Figura 16. Estudiantes explorando GeoGebra



Fuente: captura autor (2021)

La actividad sobre la construcción de la fachada de la iglesia del pueblo buscaba que los estudiantes adquirieran dominio sobre las funciones del programa, ya que para la construcción requería de diferentes rectas, polígonos y aplicar funciones trabajadas en la inducción, en la actividad se evidencio que los estudiantes podían replicar una forma de un cuerpo de tres dimensiones. En la figura 7, podemos encontrar la forma que un estudiante realizo de la fachada de la iglesia.

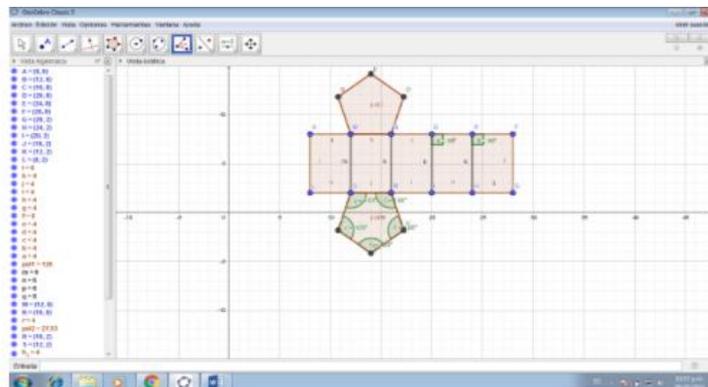
Figura 17. Construcción de la fachada de la iglesia del estudiante E7



Fuente: elaboración propia

En la figura 7, los estudiantes realizaron el desarrollo de un plano el cual pretendía superar algunas dificultades que habían presentado en la prueba de entrada como el cálculo de los ángulos internos de un polígono el cual está determinado por su número de lados, los estudiantes no lograron determinar analíticamente la propiedad entre el número de lados y el valor de sus ángulos por lo que a través del software se realizó la construcción de polígonos de diferentes formas y lados para luego calcular la suma de sus ángulos internos y la medida de sus lados.

Figura 18. Construcción de un poliedro de 5 lados, realizado por el E8



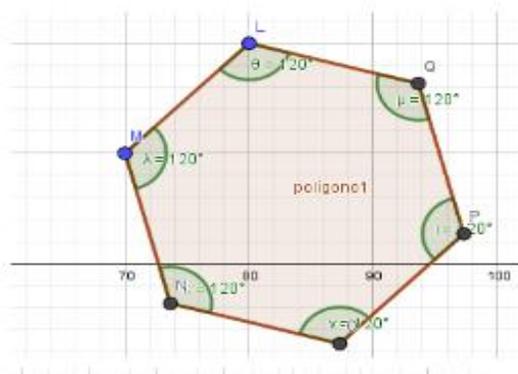
Fuente: elaboración propia

4.2.1 Primera Entrada El Botánico

En la entrada del botánico se realizaron dos actividades las dos estaban dirigidas a que los estudiantes pudieran determinar el mayor número de características y propiedades de las figuras en dos dimensiones y desarrollar la visualización de los cuerpos solidos como la construcción figuras planas. Una de las primeras cosas que se le pidió fue identificar los tipos de figuras planas como son los triángulos entre ellos (equilátero, isósceles y escaleno) también se trabajó los tipos de cuadriláteros con sus formas y la medición de sus lados, de los polígonos de 5, 6 y 7 lados a los cuales se le calcularon los lados, los ángulos internos y externos y aplicar relación entre números de lados y valor de sus ángulos.

Una de los inconvenientes encontrados al momento de desarrollar la actividad era el poder calcular los ángulos internos y externos, y lograr encontrar que a medida que van aumentando los lados así mismo el valor de los ángulos se incrementa.

Figura 19. Medición de los ángulos internos de un hexágono E3



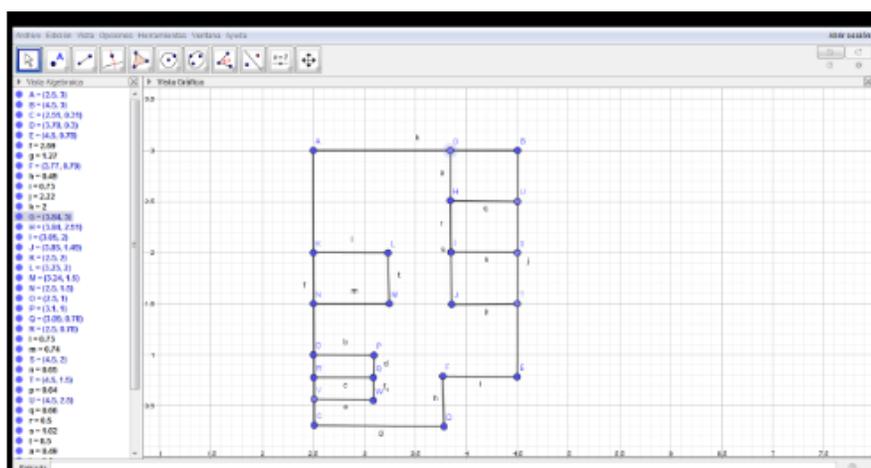
Fuente: elaboración propia

4.2.2 Segunda Entrada El Agrimensor

En la entrada del agrimensor se plantearon actividades para fortalecer el desarrollo de las operaciones con las magnitudes de medición como son las medidas métricas, y la conversión de unidades donde el estudiante analiza la dimensión y la unidad de medida ya sea lineal, bidimensional o tridimensional. Para ello se plantean las conversiones de unidades haciendo uso de la regla de tres. En esta entrada los estudiantes no recordaban las

medidas de longitud, área ni volumen, por lo tanto, se retomó actividades de contextualización enfatizando la importancia de las mediciones en el desarrollo de los planos, por lo que se le pedía a cada estudiante tomar las medidas de su casa y las separaciones como cuartos, sala, patio y demás divisiones que tuviera. Luego realizar una conversión a centímetros para realizar el plano en GeoGebra, al comienzo fue un poco difícil por lo que se tuvo que explicar cómo realizar conversiones de unidades de longitud, pero estaban contentos realizando el proceso ya que no era un trabajo sin enfoque, sino que por el contrario estaba siendo puesto en práctica en un plano real. En la figura 10 podemos observar unos de los planos realizados por un estudiante.

Figura 20. Desarrollo del plano de una casa del E1



Fuente: elaboración propia

En esta entrada también se trabajó las medidas de área y volumen aplicadas a diferentes polígonos y la puesta en práctica del cálculo del área de una figura aplicando la fórmula de Heron y aplicando para hallar el área de un triángulo, cuadrilátero, pentágono y otras figuras la estudiante E10, respondió que aunque el pentágono no se podía aplicar la fórmula de Heron si había una manera de subdividir el polígono en triángulos para así encontrar el área de cada una y luego sumarlas para determinar su área total.

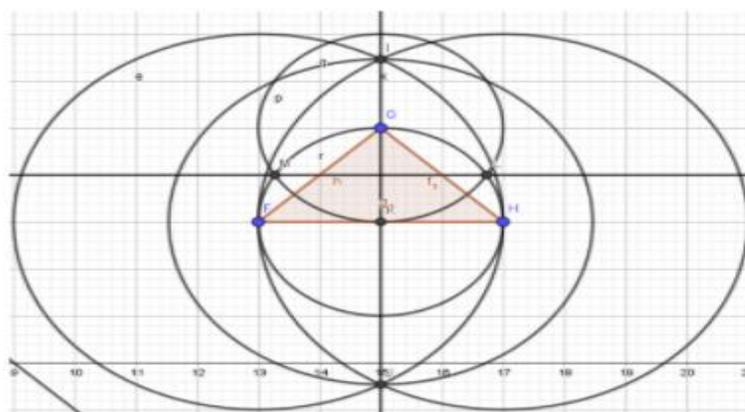
4.2.3 Tercera Entrada El Constructor

La tercera entrada fue donde más dificultades presentaron los estudiantes por eso plantearon actividades para fortalecer la entrada del constructor en la cual se hacía uso de la

regla y el compás, para ello las actividades iban enfocadas a tener en cuenta los trazos auxiliares, aunque la actividad se desarrolló en dos etapas: la primera se enfocó en la construcción de triángulos, cuadrados, pentágonos, hexágonos solo haciendo uso de circunferencias y rectas en el software de geometría dinámica GeoGebra, luego estas mismas construcciones se realizaban a mano con la regla y el compás cabe resaltar que para los estudiantes fue mucho más fácil realizar la construcción de los polígonos con GeoGebra que a mano, algunos estudiantes al comienzo no encontraban el polígono creado aunque este estaba allí, pero por la cantidad de trazos auxiliares lo dejaban de ver, pero a medida que se iba trabajando era más fácil encontrar el polígono pedido de un grupo de trazos.

Al desarrollar esta entrada se encontraron dificultades como por ejemplo los estudiantes no podían concebir como se podría construir un polígono regular sin necesidad de la regla milimétrica pero a medida que fuimos realizando actividades como dividir un segmento y construyendo intercepciones a partir del trazo de dos circunferencias se fueron animando a crear diferentes figuras, y con la facilidad que da el software para mover y borrar un trazo lo encontraron entretenido y no se pasó a la frustración de poderlo realizarlo con la regla y el compás, inclusive cuando uno lograba realizar la figura pedida trataba de darle indicaciones a sus compañeros de cómo realizar el polígono que se le pedía y como realizar los trazos que le permitieran llegar a la figura indicada. En la imagen 11 se puede observar un triángulo creado por el estudiante E4 en el software de GeoGebra.

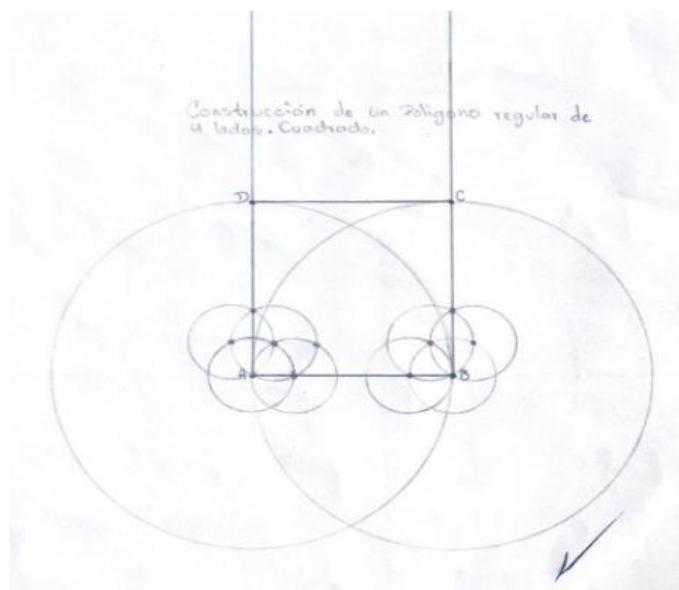
Figura 21. Construcción de un triángulo equilátero en GeoGebra E4



Fuente: elaboración propia

Luego de haber practicado la construcción de los polígonos regulares usando GeoGebra se pasó a la construcción de los polígonos haciendo uso de la regla y el compás este proceso fue fácil para los estudiantes pues ya tenían más noción sobre el uso de los trazos auxiliares y del conjunto de líneas para construir un polígono, además ya conocían a que figura se tenía que llegar. A través del uso de una serie de circunferencia que se cortaban y el concepto de traslación e intersección de rectas, en la figura 12 podemos observar la construcción de un cuadrado haciendo uso de la regla y el compás.

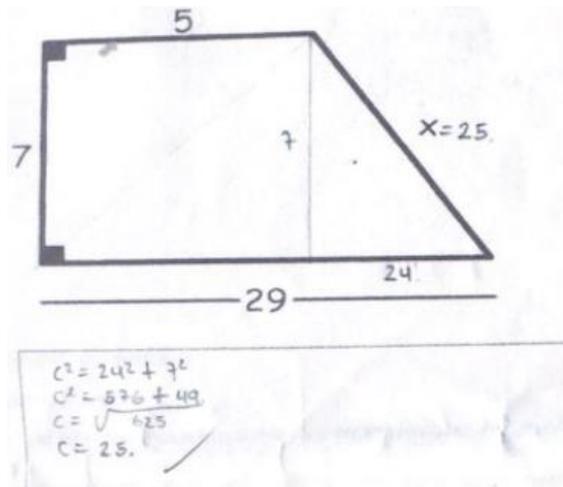
Figura 22. Construcción de un cuadrado con regla y compas E4



Fuente: elaboración propia

La segunda parte del trabajo sobre el desarrollo de tercera entrada clásica a la geometría que es el constructor se desarrolló sobre la percepción del estudiante al momento de observar una figura y como este puede convertirla en algo conocido a través del uso de un trazo auxiliar que le permita desarrollar una situación. Al comienzo los estudiantes no lograron desarrollar el problema de la figura 12, pero a medida que se iba realizando la inducción de que podían convertir el problema en otro empezaban a realizar divisiones y buscar soluciones a partir de los conocimientos aprendidos como se puede observar en la figura 13 en la cual se pedía calcular el valor de la diagonal en un trapecio a partir del teorema de Pitágoras.

Figura 23. Cálculo para determinar un valor utilizando un trazo auxiliar

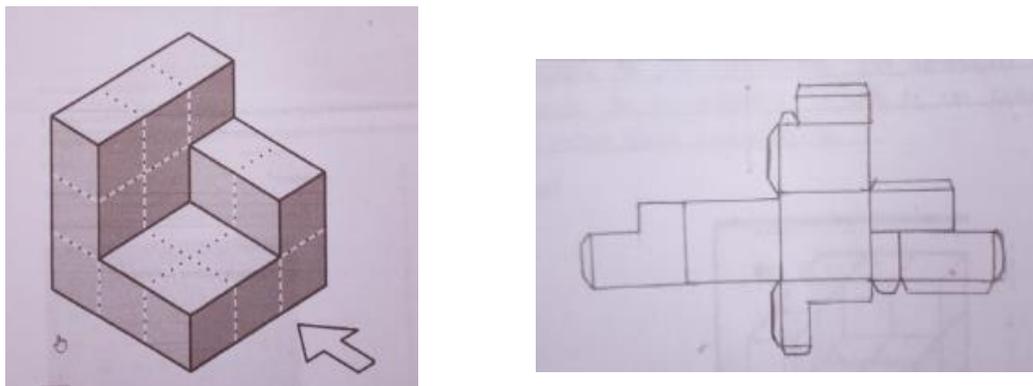


Fuente: elaboración propia

4.2.4 Cuarta Entrada El Inventor

En la entrada del inventor se encontró la importancia que tiene el poder entender conceptos como desarrollo de un plano, descomponer una figura, que es un cuerpo sólido, al comienzo los estudiantes comprendían a que se hacía referencia también el saber cuántas dimensiones tenía una figura o una forma, pero a medida que se iban presentando y trabando dichos conceptos los estudiantes empezaron hallarle concepciones mucho más trabajadas a estos objetos matemáticos, de la misma manera fueron desarrollando la visualización al ver un cuerpo solido como la composición de distintas caras, como la frontal, lateral y basal. Y como a partir de la misma se podía construir un desarrollo del plano para esa figura, al comienzo esas figuras se realizaron sin medidas como podemos observar en la figura 14. En el cual observamos una estructura de las 6 caras que conforman al cubo.

Figura 24. Desarrollo del plano de un cubo incompleto, desarrollado por E6



Fuente: elaboración propia

De la misma manera se trabajó en la construcción de cuerpos geométricos a partir del desarrollo de un plano, los estudiantes iban fortaleciendo el proceso de visualización pues antes de crear el cuerpo geométrico los estudiantes con ver el desarrollo del plano determinaban que cuerpo se podía crear.

4.3 MOMENTO DE REENFOQUE

En el momento de reenfoque se realizó el análisis de los resultados obtenidos en la prueba de salida en la cual se evaluaron las cuatro entradas clásicas de la geometría y el proceso de intervención de la unidad didáctica sobre el mismo tema. A cada estudiante se le entregó el examen el cual estaba dividido por entradas, la primera entrada hacía referencia a botánico, la siguiente al agrimensor, la tercera al constructor y por última la entrada del inventor. Las preguntas están orientadas a dar respuesta a unos desempeños los cuales permiten evidenciar en cuál de las entradas están de acuerdo a lo planteado por Duval (2016).

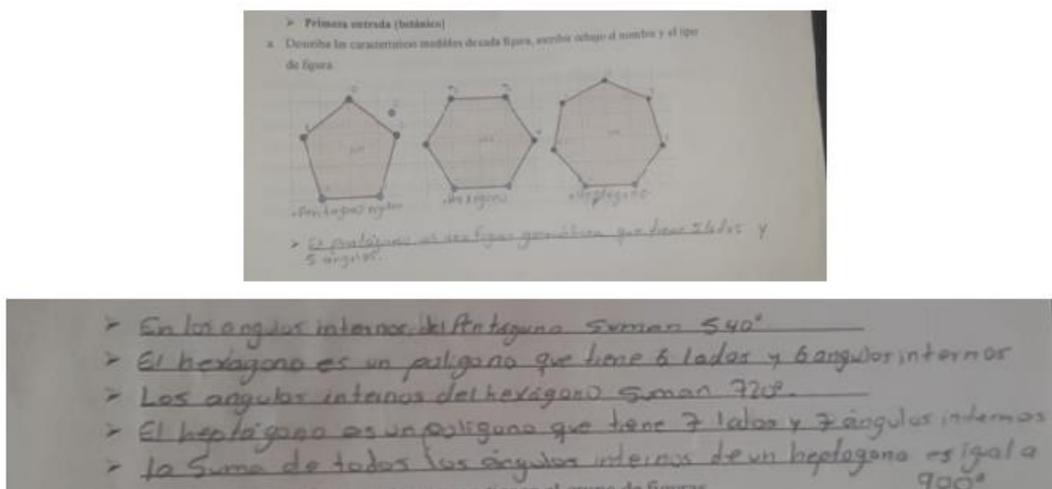
Para el análisis de los datos vamos a utilizar los siguientes códigos E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9 Y E10. Este orden se realiza de acuerdo al orden alfabético de los apellidos de los estudiantes.

4.3.1 Entrada Del Botánico

En la entrada del botánico se quiso analizar cuantos estudiantes habían superados los indicadores establecidos y de la misma manera saber cuántos estudiantes habían logrado entrar en la primera entrada propuesta por Duval. Para ello podemos hacer la comparación entre los datos de la prueba de entrada y salida.

En la entrada del botánico los estudiantes mostraron avances en los indicadores los cuales dan cuenta de una mejor identificación de figuras planas y de los cuerpos geométricos, de igual manera describen muchas características que en la prueba de entrada no lo hacían, aunque en la prueba inicial los estudiantes escasamente reconocían algunas partes, no tenían claro cuando eran de dos o tres dimensiones.

Figura 25. Características identificables en un grupo de polígonos

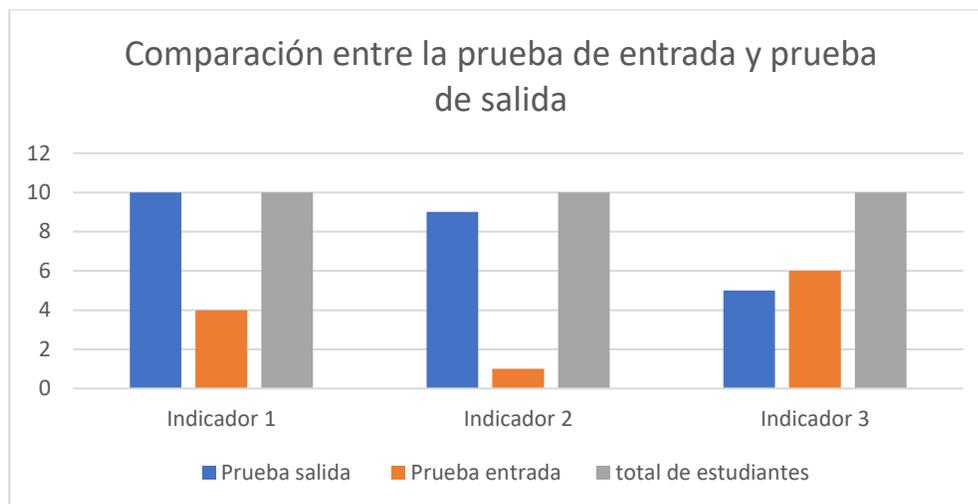


Fuente: elaboración propia

En la gráfica 10 se puede interpretar que los resultados obtenidos en la prueba de salida con respecto a la de entrada son mejores mientras en la primera solo cuatro estudiantes lograron identificar un grupo de figuras planas, en la última todos lo hicieron. Por otro lado, en el indicador dos, sobre las características de un grupo de figuras planas o tridimensionales se nota una mejora de uno a nueve, y por último en el tercer indicador donde los estudiantes tenían que comparar el polígono con objetos de la misma forma de su

entorno. Lo que indica que los estudiantes pasaron a realizar descripciones mucho más matemáticas y complejas.

Figura 26. indicadores en la primera entrada en las dos pruebas



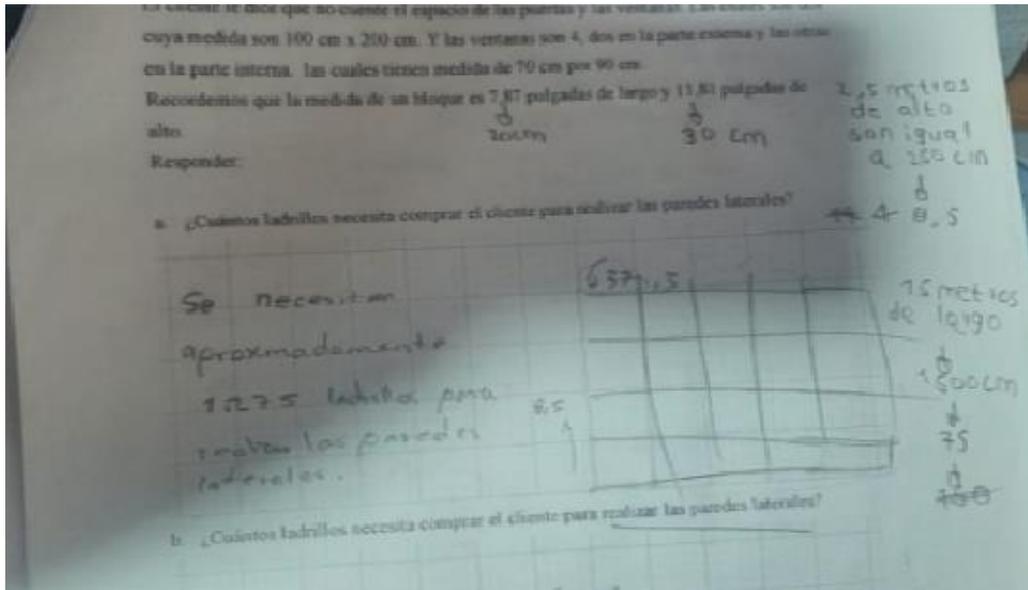
Fuente: elaboración propia

4.3.2 Entrada Del Agrimensor

En la prueba de salida para la entrada del agrimensor se les planteo una situación problema en la cual se involucraba conversiones de unidades de longitud, cálculos de área y volumen, en la cual tenían que aplicar las unidades de medidas para la elaboración de un análisis de la cantidad de material que se utilizaría para la construcción de una casa.

En las respuestas obtenidas los estudiantes mostraron gran habilidad en el desarrollo de cálculos de área, volumen y conversión de medidas, también tuvieron presente las dimensiones para aplicar las fórmulas pertinentes para el cálculo sugerido.

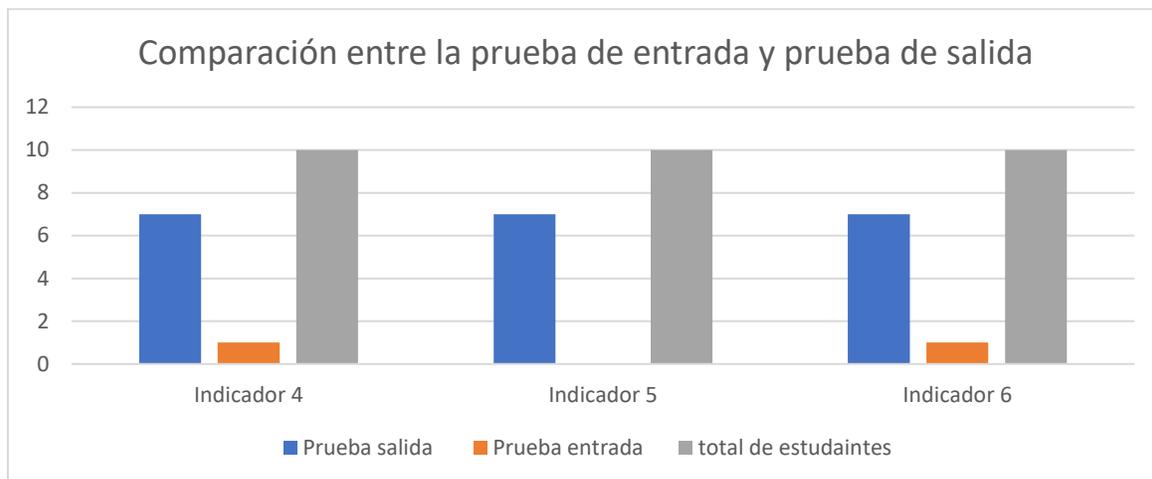
Figura 27. Procesos para calcular la cantidad de ladrillos en una pared



Fuente: elaboración propia

En la prueba de salida encontramos que los estudiantes lograron mejorar en el uso de conversión de unidades, en el uso de cálculos y en la medición de longitud. Se evidencio además que los estudiantes realizaron procedimientos correctos para lograr responder a los interrogantes que se les pedía y realizando una comparación entre la prueba de entrada y salida. Es de anotar que los estudiantes mejoraron en todos los indicadores ya que en la prueba de entrada los estudiantes dejaron los espacios en blanco y en la prueba de salida realizaron procesos para responder a las situaciones planteadas.

Figura 28. Indicadores en la segunda entrada en las dos pruebas

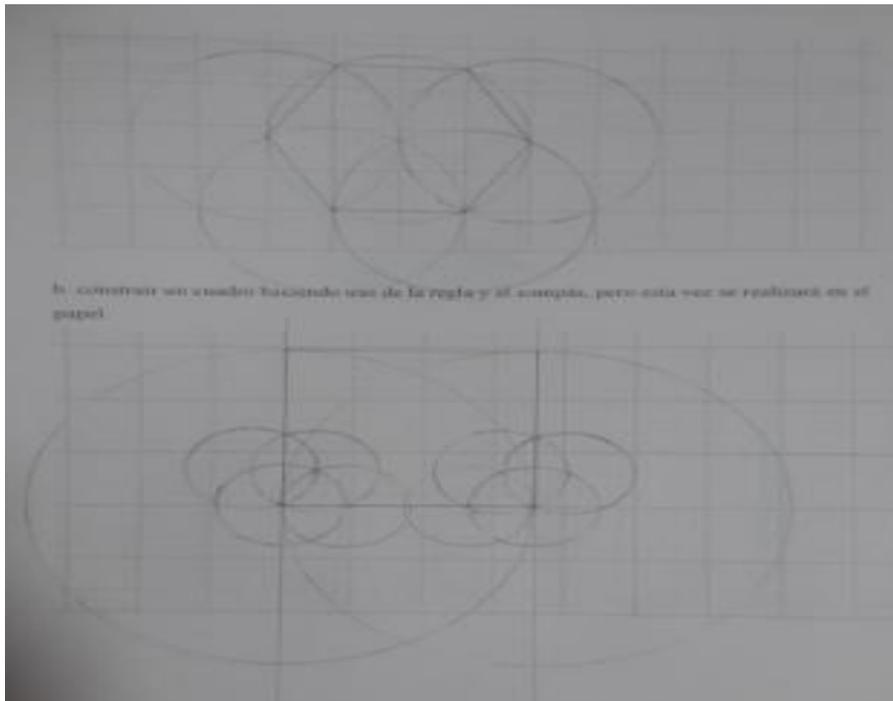


Fuente: elaboración propia

4.3.3 Entrada del constructor

En esta entrada se evaluaba los procesos de visualización y la construcción de polígonos regulares haciendo uso de los trazos auxiliares a través del uso de la regla y el compás. Cada estudiante trazó las líneas sin borrar ningún trazo y al final lograron encontrar la figura que ellos tenían que realizar. La siguiente figura muestra un ejemplo de la construcción de un hexágono a partir del uso de la regla y el compás. Esta entrada también se trabajó haciendo uso de la aplicación de GeoGebra.

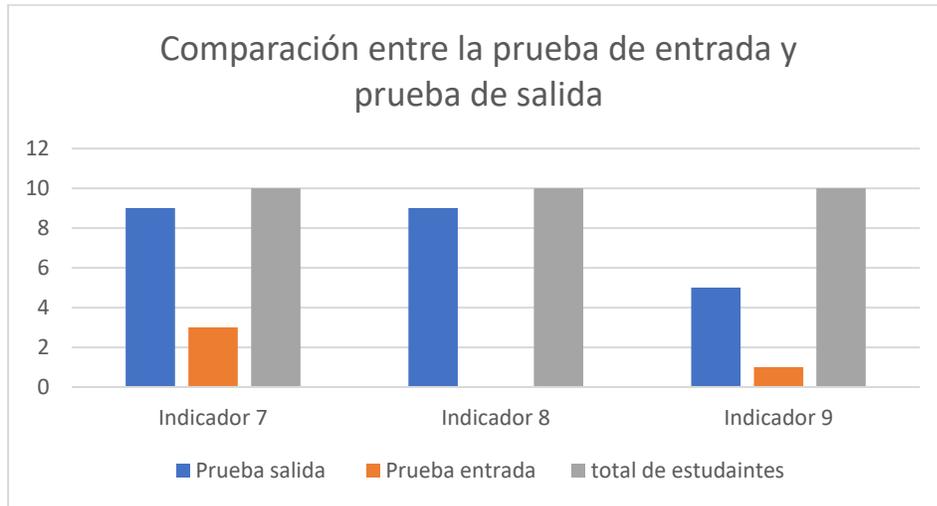
Figura 29. Construcción de un polígono con la regla y el compás



Fuente: elaboración propia

La entrada del constructor fue una de las entradas en las que más cambios se observó en los estudiantes ya que muchos en la prueba de entrada no realizaron ningún proceso cuando se les pedía utilizar el compás para construir un triángulo equilátero o simplemente dividir un segmento en dos partes iguales, y en la prueba de salida lograron realizar un polígono mucho más complejo como es el caso del cuadrado y hexágono.

Figura 30. Indicadores en la tercera entrada en las dos pruebas

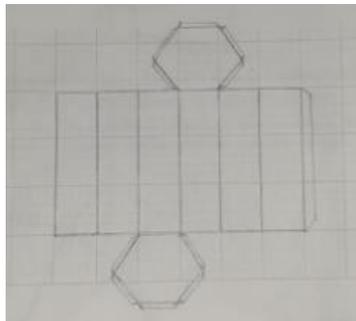


Fuente: elaboración propia

4.3.4 Entrada Del Inventor

En la entrada del inventor en la cual el estudiante tenía que construir y deconstruir figuras pasando de una dimensión a otra, se le pedía que realizara un desarrollo del plano de un hexaedro, aunque las dimensiones no eran las indicadas si lograron tener una forma a la correcta. También se observa una deconstrucción dimensional en la manera de pensar del estudiante pues de tener un cuerpo de tres dimensiones a lograr construir uno de dos dimensiones.

Figura 31. Desarrollo del plano para la construcción de un hexaedro



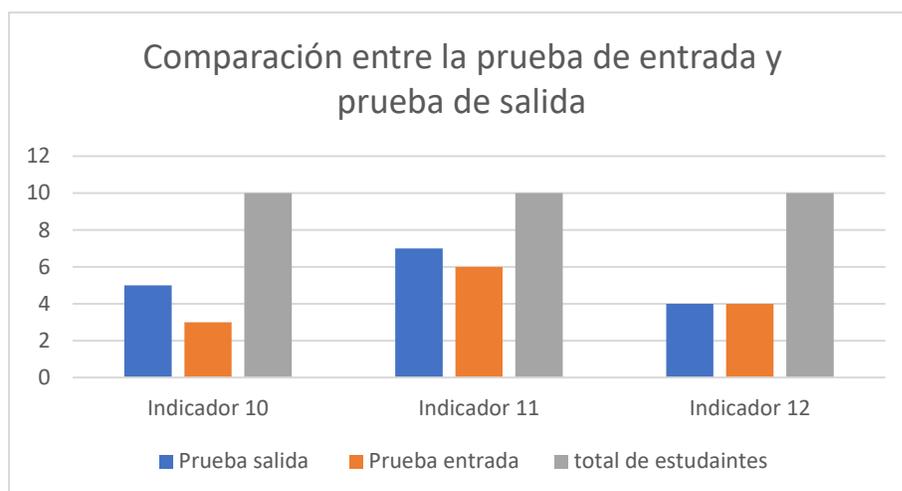
Fuente: elaboración propia

En esta entrada también se evaluaba que el estudiante lograra pasar de un desarrollo de plano a la construcción de un cuerpo geométrico que es de tres dimensiones, también se

pudo evidenciar en las respuestas que lograron aclarar los conceptos de figuras planas o polígonos y cuerpos geométricos o tridimensionales, ya que en la prueba de entrada presentaban bastante confusión entre estos objetos matemáticos.

En la figura 13 se puede concluir que la cantidad de estudiantes que lograron entrar en la entrada del inventar aumento y el indicador numero 10 el cual indicaba si el estudiante agregaba trazos reorganizadores para construir una figura la mitad de los estudiantes lograron evidenciar este indicador, mientras en el indicador 11 el cual el estudiante realizaba desarrollos de planos o cuerpos tridimensionales el cambio fue poco, pero se logró que un estudiante alcanzara este indicador. Mientras en el último indicador no se evidenciaron cambios.

Figura 32. Indicadores en la cuarta entrada en las dos pruebas



Fuente: elaboración propia

5 CONCLUSIONES

A continuación, se precisan las conclusiones obtenidas en cada uno de los tres momentos (ubicación, desubicación y reenfoque)

5.1 MOMENTO DE UBICACIÓN

- De acuerdo al análisis desarrollado en la prueba de entrada en la cual se indago por los conocimientos previos permitió encontrar las fortalezas y debilidades que los estudiantes presentaban sobre las cuatro entradas clásicas a la geometría como eran el botánico, agrimensor, constructor e inventor y ubicarlos en el número de entradas que estuviera. Además, también ayudo a construir una unidad didáctica que ayudara a superar los indicadores que no pudieron alcanzar.
- Se encontró que los estudiantes no sabían utilizar el compás y mucho menos se atrevían a construir polígonos y esto debido al poco uso que los docentes en la institución educativa le damos.

5.2 MOMENTO DE DESUBICACIÓN

- El desarrollo de la unidad didáctica logro en los estudiantes una gran motivación pues se puedo evidenciar el agrado por el desarrollo de esta con la participación en clases extracurriculares, esta motivación se generaba por aprender cosas nuevas pero más por el desarrollo de la geometría desde un software como GeoGebra, también se observó que durante el desarrollo de esta los estudiantes trabajaban más colaborativamente para el desarrollo de las actividades y más en el momento en el cual tenían que utilizar el compás y la regla.

5.3 MOMENTO DE REENFOQUE

- De acuerdo a los resultados obtenidos en la prueba de salida se puede decir que el número de estudiantes que lograron entrar a nuevas entradas es el siguiente: Entrada del botánico pasó de 3 a 9 estudiantes, entrada del agrimensor pasó de 0 estudiantes a 7, entrada del constructor de 0 a 9 estudiantes, entrada del inventor de 3 a 6 estudiantes. Lo que se puede concluir es que la unidad didáctica fue pertinente para superar las dificultades que los estudiantes presentaron, el uso de la regla y el compás son pertinentes para que los estudiantes desarrollen la visualización y mejorar en la construcción y deconstrucción de las dimensiones.
- De acuerdo a los resultados obtenidos en cada una de las entradas se puede concluir que los estudiantes lograron otra mirada a la geometría al trabajar distintos campos de estas.
- El uso de la regla y el compás ayuda construir una estructura mental más significativa de los polígonos y de los conceptos
- El uso de GeoGebra es una herramienta eficaz y amena para enseñar geometría ya que los estudiantes pueden desarrollar la parte tecnológica, el aprendizaje de conceptos y su facilidad para construir, medir figuras geométricas.
- Los aportes a la didáctica de este trabajo lo podemos dividir en dos partes uno es a la enseñanza de la geometría a través del uso de GeoGebra, hace que los estudiantes se interesen más por el aprendizaje y el otro aporte es poder aplicar las cuatro entradas como herramienta para el aprendizaje de la geometría pues permite adquirir competencias dirigidas al desarrollo de la visualización.

6 RECOMENDACIONES

De acuerdo al trabajo desarrollado en esta investigación se puede proponer varias recomendaciones.

- Teniendo en cuenta el trabajo desarrollado a partir de las cuatro entradas clásicas se le debe dar mayor prioridad en los planes de estudios al pensamiento métrico y geométrico donde la prioridad sea la medición y el uso de la regla y compas.
- Evaluar el nivel de desempeño de los estudiantes en secundaria para que los docentes puedan hacer ajustes en los planes de área para mejorar en la enseñanza de la geometría en la institución educativa.
- Involucrar más el uso de GeoGebra en la enseñanza de la geometría ya que esta permite dinamizar la enseñanza de la misma y abordar las cuatro entra clásicas de la geometría desde un mismo problema.
- Capacitar a los docentes en el uso de GeoGebra para que ellos realicen una formación encascada a los estudiantes en sus diferentes grados de escolaridad de tal manera que la geometría euclidiana que normal mente se aborda en los planes de área se trabaje de manera dinámica y centrada en las cuatro entradas clásicas de la geometría.
- Se requiere involucrar en el aula el uso de material concreto de tal manera que se puedan trabajar procesos de visualización planteados por Duval (2016), transformaciones isométricas, habilidades de percepción y comparación y en general la medición para que las cuatro entradas de la geometría desde los primeros grados de escolaridad e ir promoviendo el conocimiento paulatinamente.

7 REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

- Álvarez, C., Cordero, J., González, J. y Sepúlveda, O. (2019). Software GeoGebra como herramienta en enseñanza y aprendizaje de la Geometría. *educación y ciencia*, (22), 387-402.
https://revistas.uptc.edu.co/index.php/educacion_y_ciencia/article/view/10059
- Araya, R. y Ballesteros, E. (2010) La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista Electrónica Educare*, XIV(2), 125-142.
- Ávila Rojas, O. (2019) Aprendizaje Significativo en Geometría [tesis de maestría, universidad de Pedagógica y Tecnológica de Colombia]. Tunja-Colombia.
- Duval, R. (2016). *Las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría. desarrollo de la visualización, diferenciaciones de los razonamientos, coordinación de sus funcionamientos* [Archivo PDF]
<http://funes.uniandes.edu.co/12176/1/Duval2016Las.pdf>
- De Guzmán, M. (2007). *Enseñanza de las ciencias y la matemática*. Revista iberoamericana de educación, 43, 19-58.
- García, T. (2003). El cuestionario como instrumento de investigación/evaluación. Recuperado de http://www.univsantana.com/sociologia/El_Cuestionario.pdf.
- Godino, J., Cajaraville, J., Fernández, T. y Gonzato M. (2012) Una aproximación ontosemiótica a la visualización en educación matemática. *Educación Matemática*, 4 (3), 9-34.

- Gómez-Chacón, I. (2014). Visualización y razonamiento: Creando imágenes para comprender las matemáticas. *Atas do XXV Seminário de Investigaçã em Educação Matemática*, 5-28.
- Hernández Escobar, E.F. (2016). *estrategia para la enseñanza de los conceptos de área y de volumen, utilizando como mediadores de aprendizaje el origami y las tecnologías digitales* [tesis de maestría, Universidad de Medellín], Medellín-Colombia.
- Jiménez García, J.G. y Jiménez Izquierdo, S. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad*, 4(7).
- Marmolejo Avenia, G. A. y Vega Restrepo, M.B. (2013). la visualización en las figuras geométricas. importancia y complejidad de su aprendizaje. *Educación matemática* [en línea]. 25(3), 61-102.
- MEN (1998). *serie lineamientos curriculares Matemáticas. Áreas obligatorias y fundamentales*. Serie Lineamientos. República de Colombia.
- MEN (2018). *Informe por colegio del cuatrienio*. Recuperado de:
<http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jsp>
- Ministerio de educación y ciencia (Ed.). (2004). *Números, formas y volúmenes en el entorno del niño*. (p. 159-188).
- Molano Carranza, C. (2019) *la visualización en el pensamiento espacial a partir del cálculo de volúmenes* [tesis de maestría, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia]. Tunja, Colombia.

Pérez Rodríguez, O. A. (2019). *GeoGebra en la argumentación de situaciones de proporcionalidad directa en contexto* [tesis de maestría, Universidad Autónoma de Manizales]. Manizales-Colombia.

Torregrosa, G., y Quesada, H. (2007). Coordinación de procesos cognitivos en geometría. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(2), 275-300.

Reyes Acosta, D. M (2017) *Visualización y Exploración, acciones que se fortalecen en el ambiente de aprendizaje apoyado con GeoGebra en la asignatura de Geometría euclídea en estudiantes Universitarios* [tesis de maestría, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Duitama, Colombia.

8 ANEXOS

ANEXO 1. Carta de consentimiento

Carta de consentimiento informado para proyectos de investigación educativa Yo _____, acudiente del estudiante del grado: _____ y de _____ años de edad, acepto de manera voluntaria que él (ella) se incluya como sujeto de estudio en el proyecto de investigación denominado: el uso de GeoGebra en las cuatro entradas clásicas de la geometría luego de haber conocido y comprendido en su totalidad, la información sobre dicho proyecto, riesgos si los hubiera y beneficios directos e indirectos de su participación en el estudio, y en el entendido de que:

- La participación del alumno no repercutirá en sus actividades ni evaluaciones programadas en el curso.
- No habrá ninguna sanción para el estudiante en caso de no aceptar la invitación.
- El estudiante podrá retirarse del proyecto si lo considera conveniente, aun cuando el investigador responsable no lo solicite, informando sus razones para tal decisión. Asimismo, si así lo deseo, puedo recuperar toda la información obtenida de la participación del estudiante.
- No haré ningún gasto, ni recibiré remuneración alguna por la participación en el estudio.
- Se guardará estricta confidencialidad sobre los datos obtenidos producto de la participación, con un número de clave que ocultará la identidad del estudiante.
- Si en los resultados de la participación del alumno se hiciera evidente algún problema relacionado con el proceso de aprendizaje, se le brindará orientación al respecto.
- Puedo solicitar, en el transcurso del estudio información actualizada sobre el mismo, al investigador responsable.

Lugar y Fecha: _____

Nombre y firma del participante: _____

Número de cédula: _____

Nombre y firma de quien proporcionó la información para fines de consentimiento.

TESTIGOS

Nombre: _____

Nombre: _____

ANEXO 2. Formato Prueba diagnóstica

PRUEBA DIAGNOSTICA

NIVELES DE DESEMPEÑO EN GEOMETRÍA PLANA.

Nombre y apellido: _____ grado: ____

Objetivos:

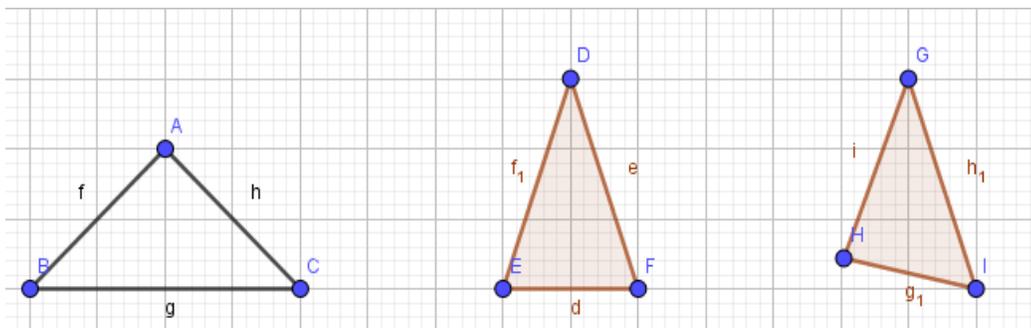
- Identificar los niveles de desempeño que tienen los estudiantes respecto a la geometría en cada una de las cuatro entradas clásicas de la geometría.
- Analizar las expectativas de los estudiantes al mencionarle el trabajo programado con un software de geometría dinámica.

Antes de responder:

La siguiente prueba diagnóstica consta de 5 preguntas, las cuales se realizarán de manera individual. Tener a la mano regla, compas, lápiz y borrador. Favor no dejar respuesta sin responder ya que el modelo de la prueba son preguntas abiertas.

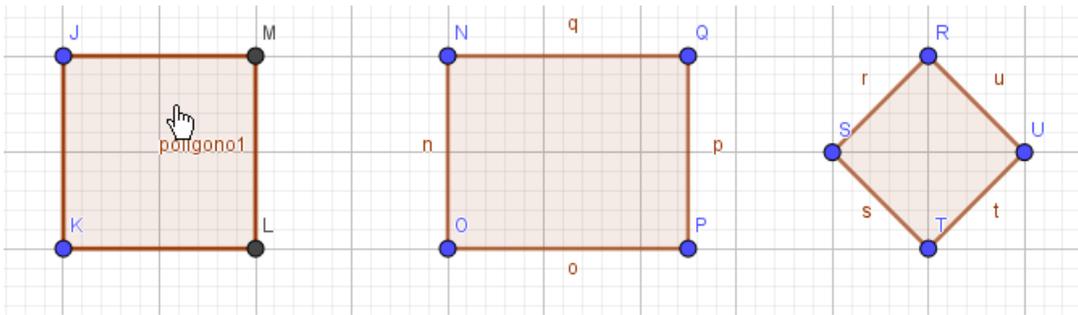
Primera entrada (botánico)

1. Describa las características medibles de cada figura y escribir debajo el nombre y tipo de figura



1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____
6. _____
7. _____

b.

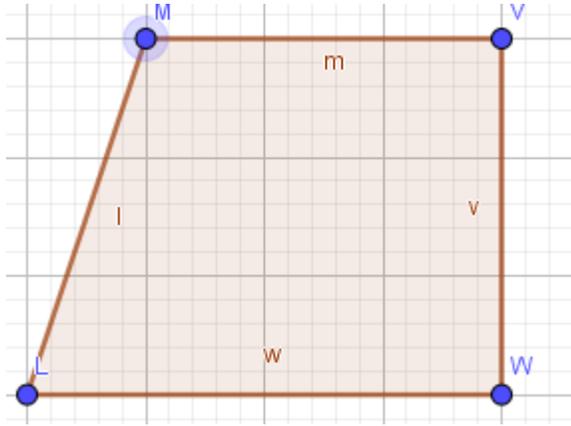


1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____
6. _____
7. _____

Segunda entrada (Agrimensor, Geómetra)

2. Una persona desea medir el área de una finca el cual tiene la siguiente forma (ver dibujo), pero la persona que va hacer la medición no tiene un instrumento con el

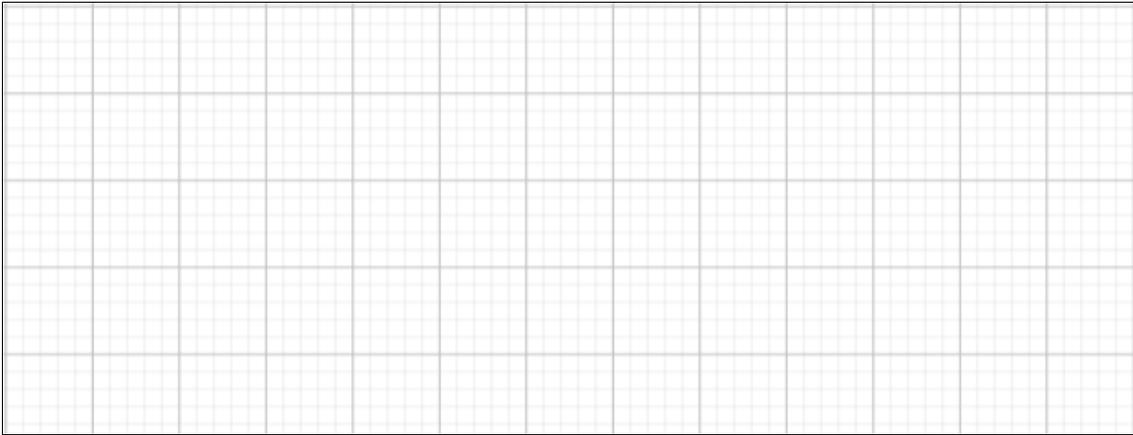
cual pueda medir el terreno, el finquero solo sabe que el perímetro del terreno es 250m.



a. Describe una forma en la cual se pudiera medir el terreno sin utilizar instrumentos

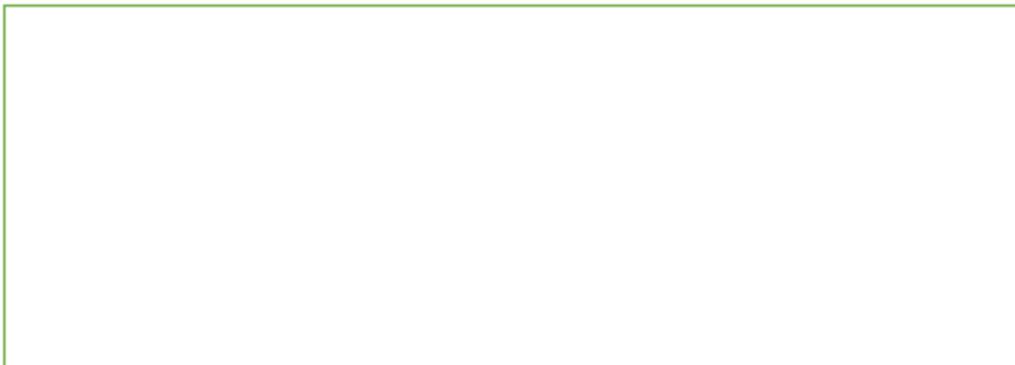
b. Hallar el valor aproximado del área con los valores calculados.

c. Si una hectárea mide 10000 m^2 . Determinar a qué valor proporción de una hectárea corresponde el terreno anterior. Muestra el procedimiento a continuación:

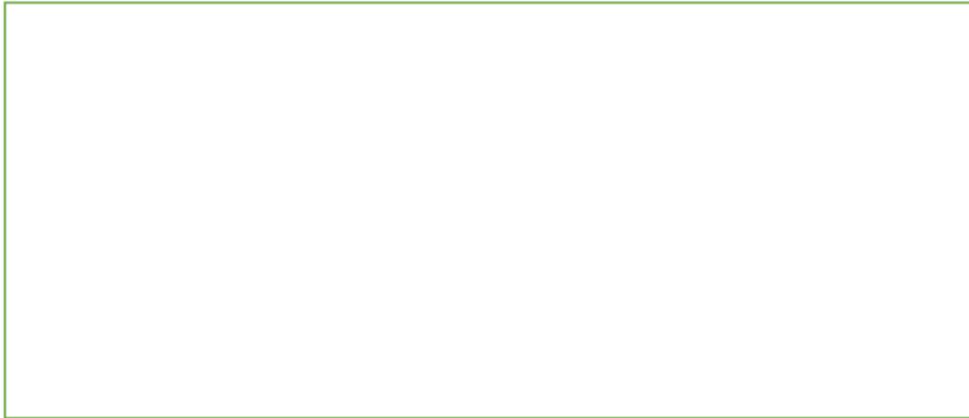
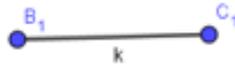


Tercera entrada (Constructor)

3. Trazos auxiliares
 - a. Haciendo uso de la regla y el compás hallar el valor medio (j) de los siguientes segmentos. Mostrar paso a paso el procedimiento.

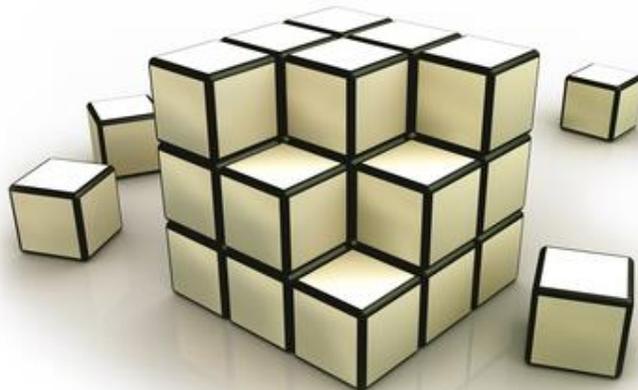


- b. Haciendo uso de la regla y el compás construir un triángulo equilátero. Mostrar como llegarías a ello o se acercaría a un triángulo equilátero



Cuarta entrada (Inventor)

4. Deconstrucción visual
 - a. Dada el siguiente cubo incompleto dibujar la cara superior incompleta y completa





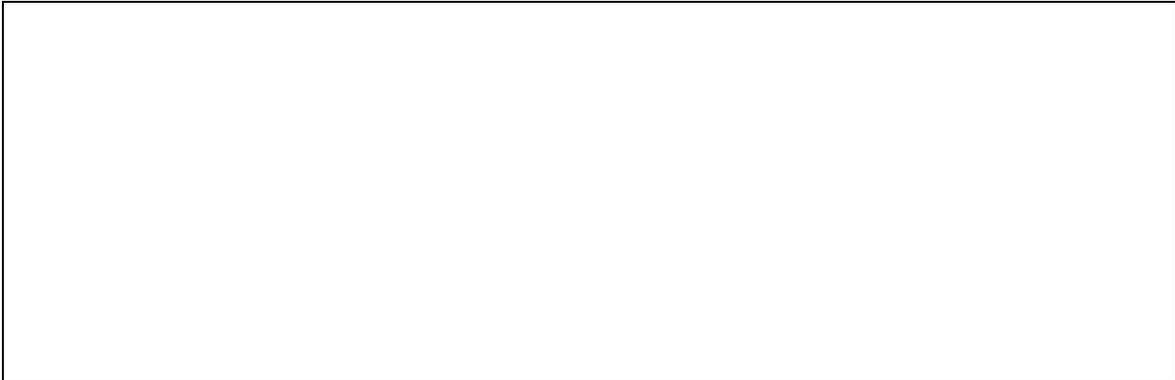
b. ¿Qué dificultades se presentan al momento de realizar el proceso de deconstrucción de la figura?

c. Dado el siguiente cuerpo geométrico dibujar como una figura geométrica. Es decir, su plano.

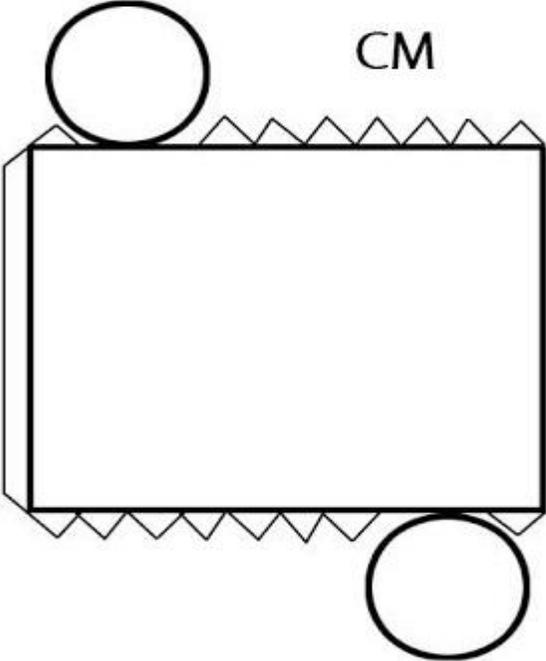


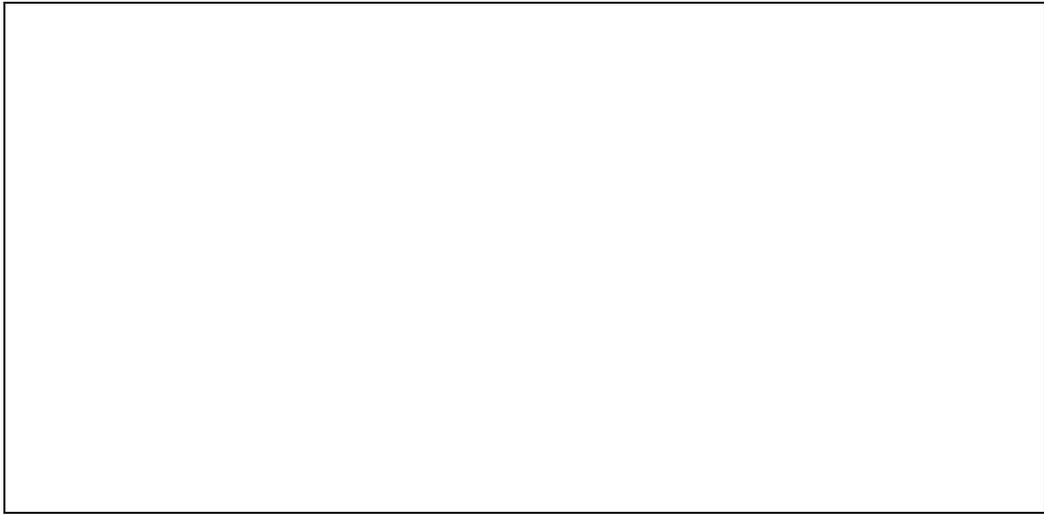
d. Se puede seguir deconstruyendo la figura en otras dimensiones si o no y ¿por qué?

e. De que figuras geométricas se compone el cono. Has el dibujo



F. Dibuja el cuerpo geométrico que se puede armar con la siguiente figura:





- f. ¿Qué dificultades se presentan al momento de realizar el proceso de construcción de la figura?

- g. ¿En caso de no haber podido identificar y armar el cuerpo geométrico a cuál considera que corresponde y por qué?

Éxitos

ANEXO 3. Prueba de salida

PRUEBA DE SALIDA

NIVELES DE DESEMPEÑO EN GEOMETRÍA PLANA.

Nombre y apellido: _____ grado: ____

Objetivos:

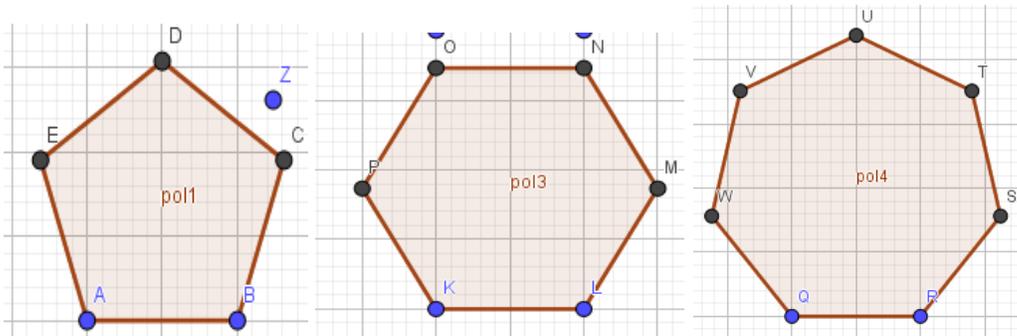
- Analizar las transformaciones en el aprendizaje de las cuatro entradas clásicas de la geometría a través del uso de GeoGebra.
- Identificar los avances que tuvieron por medio de la aplicación de la UD en el aprendizaje de las cuatro entradas clásicas de la geometría a través del uso de GeoGebra.

Antes de responder:

La siguiente prueba indaga sobre el uso de las cuatro entradas clásicas a la geometría, la cual se realizará de manera individual. Para desarrollar la prueba es necesario tener a la mano regla, compas, lápiz y borrador. Favor no dejar respuesta sin responder ya que el modelo de la prueba son preguntas abiertas y se requiere de sus avances.

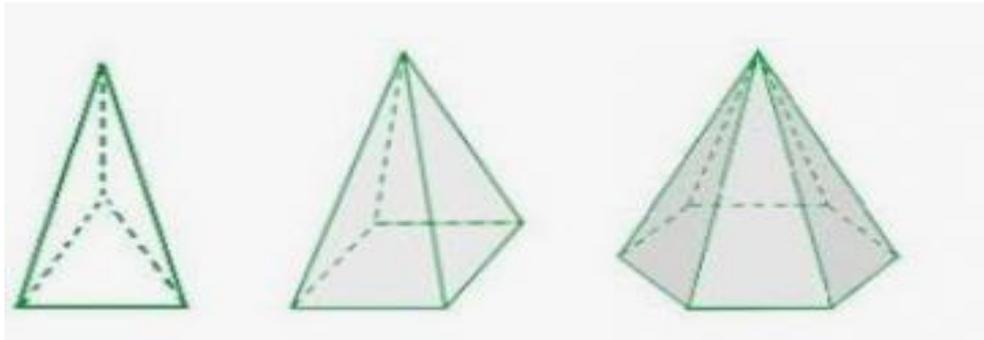
5. Primera entrada (botánico)

- a. Describa las características medibles de cada figura, escribir debajo el nombre y el tipo de figura.



- _____
- _____
- _____
- _____
- _____
- _____

b. Escribir las características y patrones que tienen el grupo de figuras



- _____
- _____
- _____
- _____
- _____
- _____

6. Segunda entrada (Agrimensor, Geómetra)

Leer la siguiente situación problema y resolver las preguntas:

Don pablo es constructor de casas en el pueblo de San José del Fragua, un día un cliente lo llamo para que el hiciera una cotización sobre cuantos bloques de tierra necesitaba para realizar las paredes externas de una casa.

Entonces Don Pablo fue a tomar las medidas las cuales fueron:

Pared del frente: 7 m y 15cm de largo y alta 2 m y medio.

Pared del fondo las mismas medidas de la del frente.

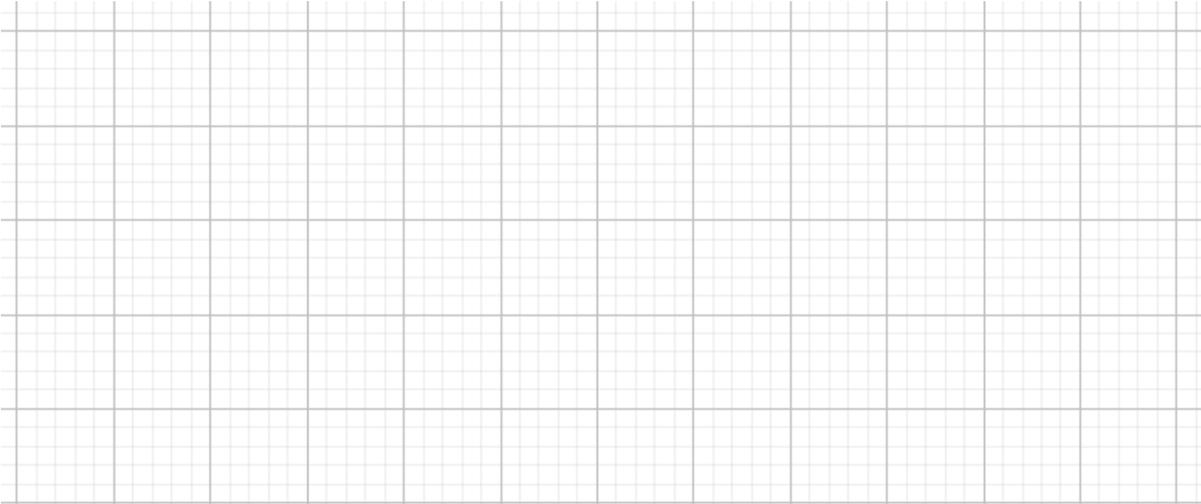
Paredes laterales: 15 m de fondo y alta 2 m y media (son dos paredes laterales).

El cliente le dice que no cuente el espacio de las puertas y las ventanas. Las cuales son dos cuya medida son 100 cm x 200 cm. Y las ventanas son 4, dos en la parte externa y las otras en la parte interna. las cuales tienen medida de 70 cm por 90 cm.

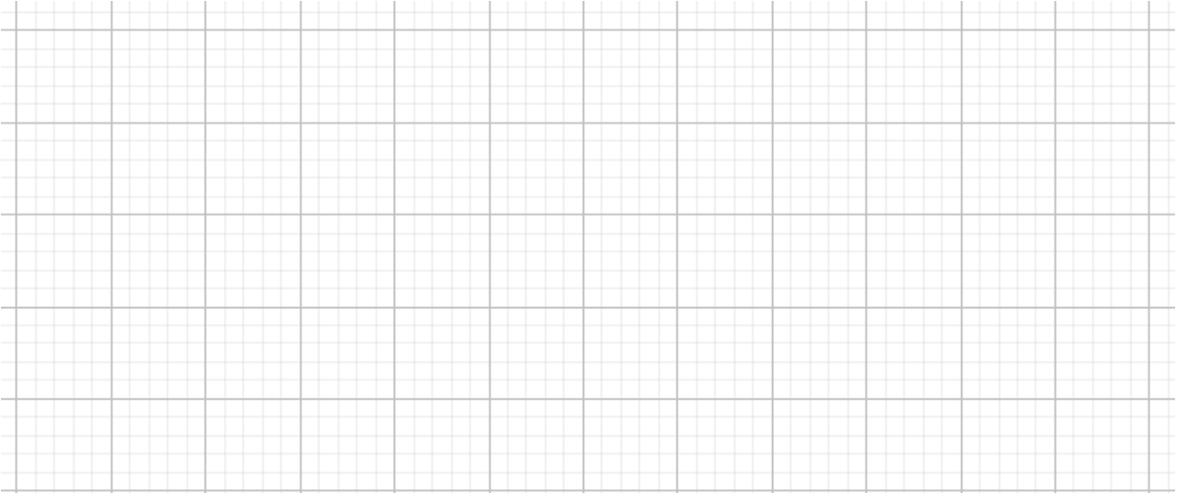
Recordemos que la medida de un bloque es 7,87 pulgadas de largo y 11,81 pulgadas de alto.

Responder:

a. ¿Cuántos ladrillos necesita comprar el cliente para realizar las paredes laterales?



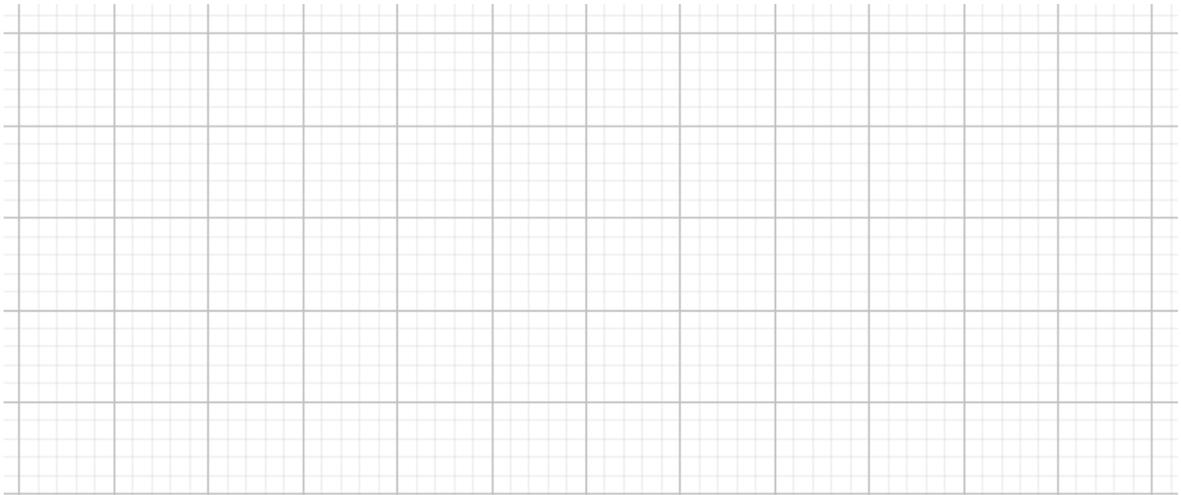
b. ¿Cuántos ladrillos necesita comprar el cliente para realizar las paredes laterales?



c. ¿Cuántos ladrillos se ahorró con la construcción de las ventanas y puertas?

A large grid for calculations, consisting of 10 columns and 20 rows of small squares.

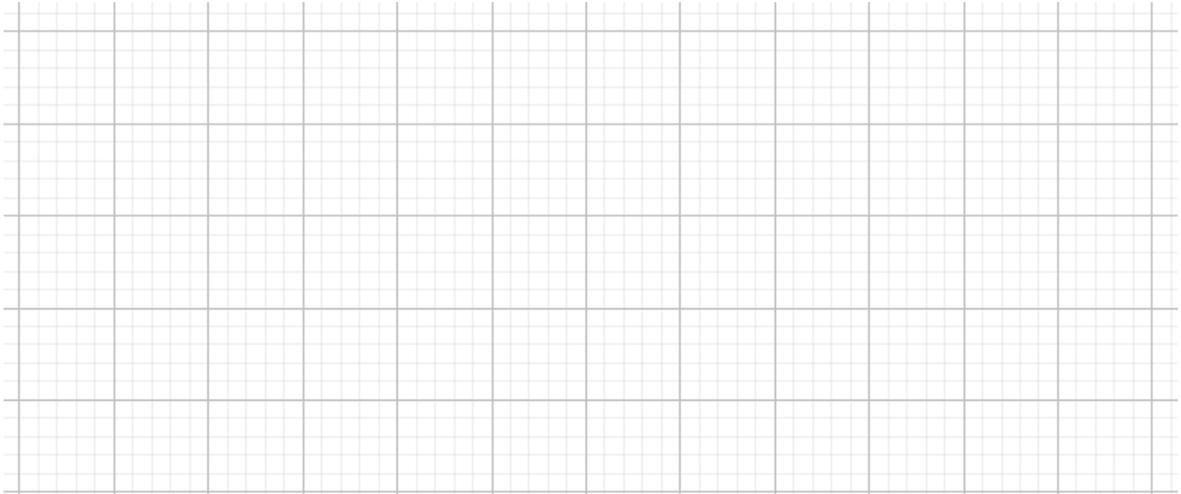
d. ¿Cuál es el área que abarca las cuatro paredes?

A large grid for calculations, consisting of 10 columns and 20 rows of small squares.

e. ¿Cuál es el área que ocupa las puertas?

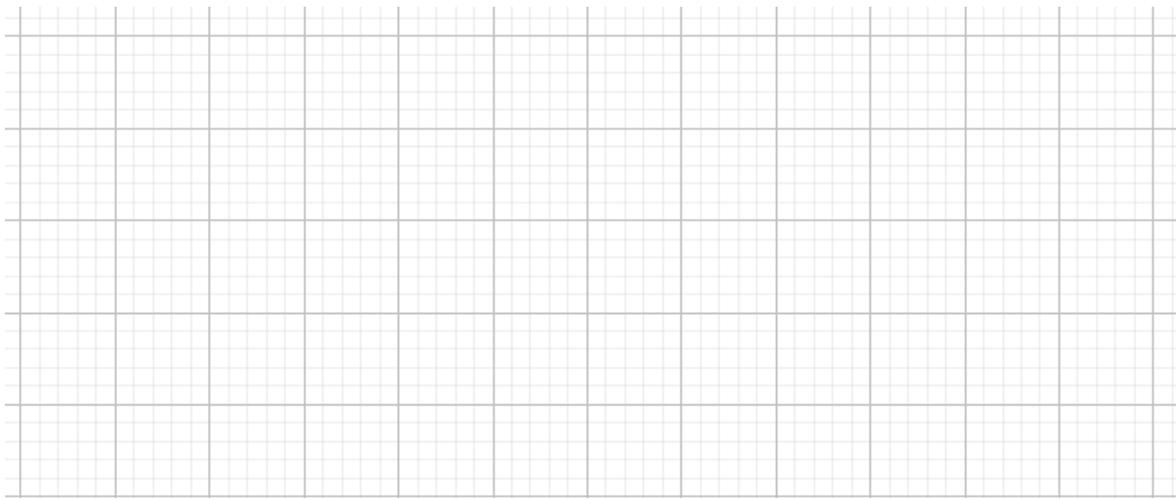
A large grid for calculations, consisting of 10 columns and 20 rows of small squares.

- f. si para pegar 100 ladrillos se requieren $\frac{1}{4}$ de metro cubico de concreto cuanto concreto necesita para pegar las cuatro paredes?

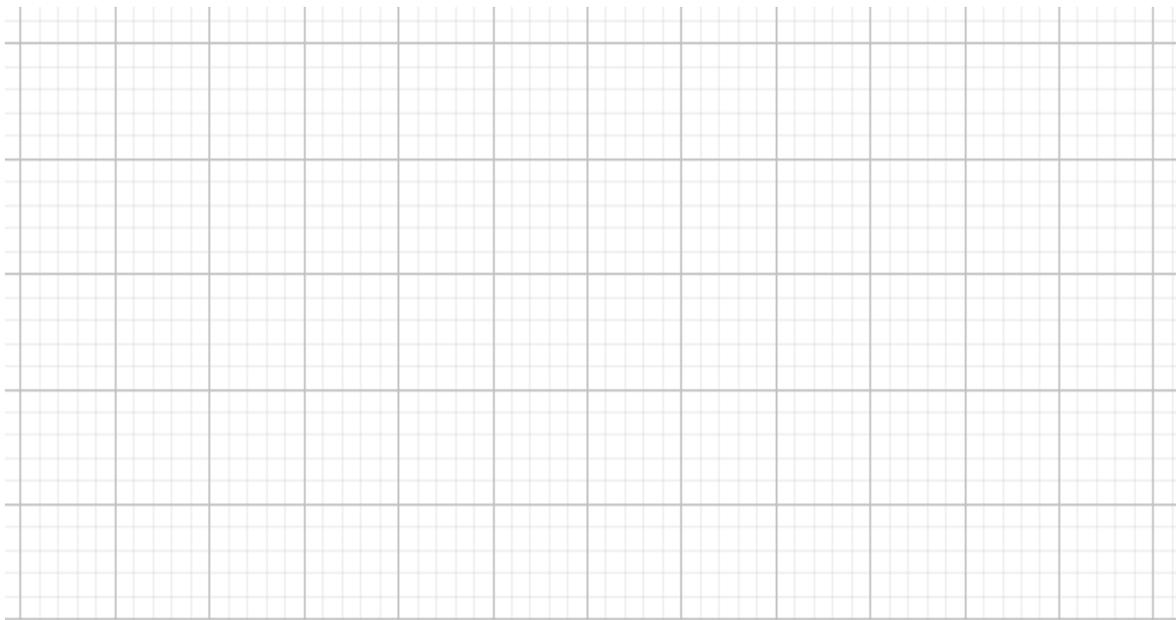


7. Tercera entrada (Constructor)

- a. Haciendo uso de las herramientas de la regla y el compás construir un hexágono regular en GeoGebra. Para ello describa los pasos que se realizaron para llegar a la construcción y realizar la figura en el papel.

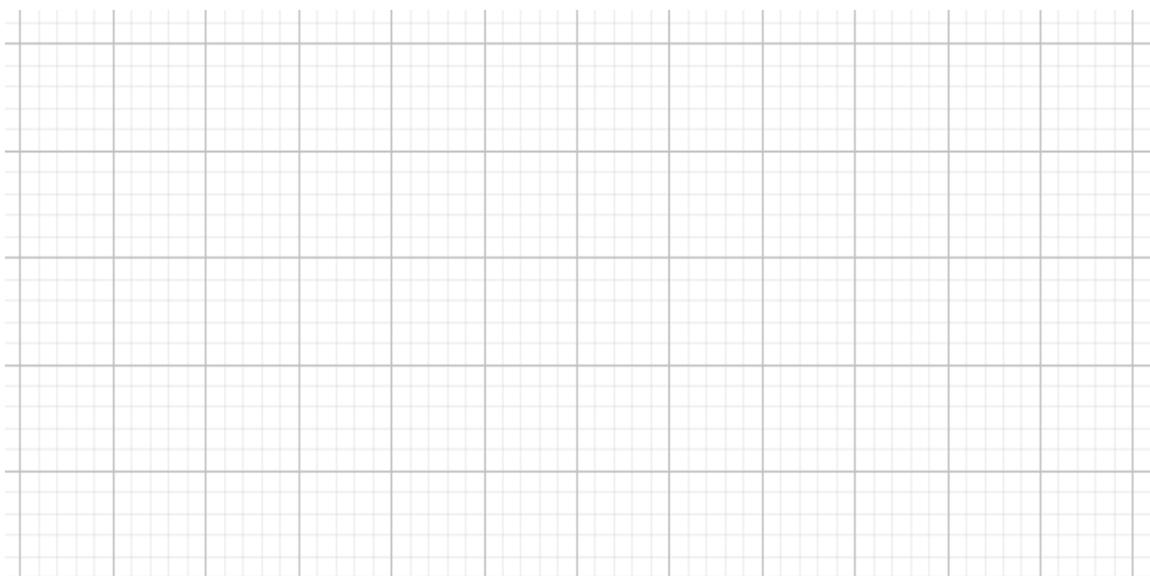
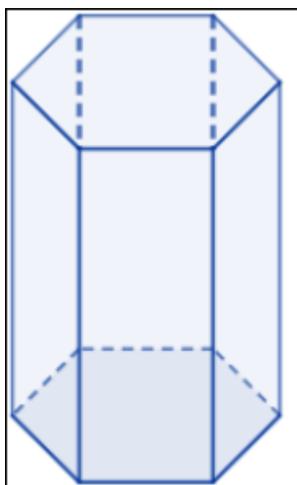


b. construir un cuadro haciendo uso de la regla y el compás, pero esta vez se realizará en el papel.



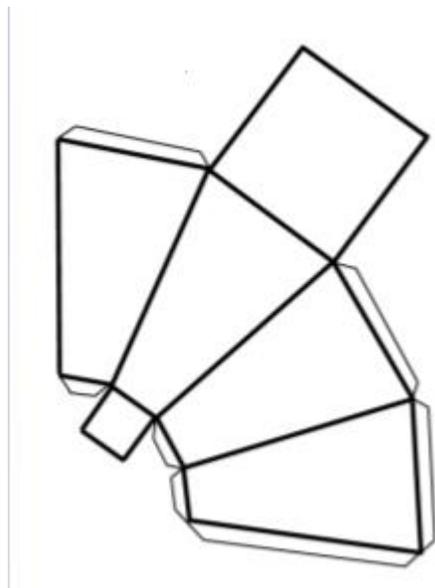
Cuarta entrada (Inventor)

b. De acuerdo a la figura dada construir el desarrollo del plano haciendo uso de GeoGebra.



c. ¿Cuáles son las figuras que lo componen?

Observa el desarrollo del plano de la siguiente figura y responde las preguntas



d. Como se llama la figura que se puede construir con dicho desarrollo del plano

e. Construya la figura que resulta del anterior desarrollo del plano.

