



LA REGULACIÓN METACOGNITIVA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
SOBRE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

OMAYRA ACEVEDO AGUDELO

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES  
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES  
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS  
MANIZALES  
2023

LA REGULACIÓN METACOGNITIVA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBELMAS  
SOBRE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

OMAYRA ACEVEDO AGUDELO

Proyecto de grado para optar al título de Magister en Enseñanza de las Ciencias

Tutor

Dra. LIGIA INÉS GARCÍA CASTRO

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES  
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES  
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS  
MANIZALES

2023

## **DEDICATORIA**

A mis padres quienes me han enseñado, desde el amor y la unión familiar, que las cosas buenas se consiguen con esfuerzo y sacrificio y a mi esposo por su apoyo, comprensión y amor incondicional durante todo este proceso de formación, lo cual me ha impulsado a continuar y hoy culminar mi maestría.

## **AGRADECIMIENTOS**

A mis padres que siempre me ha apoyado y animado en cada uno de mis proyectos.

A mi esposo quien, además de compartir no solo las alegrías sino también cada una de las dificultades que han hecho parte de nuestras vidas, ha sido incondicional durante todo este proceso.

A mi tutora, Ligia Inés García Castro, por esa forma particular de invitar a mejorar, lo cual ha permitido que esta etapa de formación resulte tan provechosa tanto en términos académicos como personales.

A mi Institución Educativa por brindarme el espacio y las herramientas necesarias para llevar a cabo el proceso investigativo.

## RESUMEN

El presente informe describe los cambios que se presentaron en la resolución de problemas a partir de la implementación de una unidad didáctica sobre sistemas de ecuaciones lineales fundamentada en estrategias de regulación metacognitiva. La investigación se llevó a cabo con los estudiantes de grado noveno de la institución educativa Instituto de Promoción Agropecuaria del municipio de Tame-Arauca, la cual se desarrolló bajo una metodología con enfoque cualitativo-interpretativo. Como instrumentos de recolección de información, en un primer momento, se contó con una exploración inicial la cual permitió conocer los niveles iniciales de resolución de problemas que tenían los estudiantes. Luego, se implementaron unos talleres y una bitácora; instrumentos que permitieron describir las estrategias de regulación metacognitiva que empleaban los estudiantes durante las cada una de las sesiones. Por último, se aplicó la exploración final a partir de la cual se determinaron los cambios que presentaron los estudiantes al resolver problemas sobre sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$  tras la vinculación de estrategias de regulación metacognitiva. Los resultados evidencian que el abordar la resolución de problemas desde la regulación metacognitiva, permite mejorar el proceso de aprendizaje de los estudiantes, dado que se potencian: la capacidad para establecer objetivos, la habilidad para identificar y relacionar variables, destrezas al momento redescibir situaciones mediante registros simbólicos, control al realizar procedimientos de solución y, finalmente, llevar a cabo procesos de verificación de las respuestas obtenidas.

**Palabras Claves:** regulación metacognitiva, resolución de problemas, aprendizaje.

## ABSTRACT

This report describes the changes that occurred in problem solving from the implementation of a didactic unit on systems of linear equations based on metacognitive regulation strategies. The research was carried out with the ninth grade students of the educational institution Instituto de Promoción Agropecuaria of the municipality of Tame-Arauca, which was developed under a methodology with a qualitative-interpretative approach. As information collection instruments, at first, there was an initial exploration which allowed knowing the initial levels of problem solving that the students had. Then, some workshops and a blog were implemented; instruments that allowed describing the metacognitive regulation strategies used by the students during each of the sessions. Finally, the final exploration was applied from which the changes presented by the students when solving problems on  $2 \times 2$  linear equation systems were determined after linking metacognitive regulation strategies. The results show that addressing problem solving from metacognitive regulation allows students to improve their learning process, since they enhance: the ability to set objectives, the ability to identify and relate variables, skills when redescribe situations through symbolic registers, control when carrying out solution procedures and, finally, carrying out verification processes of the answers obtained.

**Keywords:** metacognitive regulation, problem solving, learning.

## CONTENIDO

1	PRESENTACIÓN .....	12
2	ÁREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN .....	14
3	JUSTIFICACIÓN.....	21
4	OBJETIVOS.....	23
4.1	OBJETIVO GENERAL.....	23
4.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	23
5	REFERENTE CONCEPTUAL .....	24
5.1	LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS .....	24
5.1.1	Modelos de resolución de problemas .....	26
5.1.1.1	Modelo de resolución de problemas según Schoenfeld (1985).....	26
5.1.1.2	Modelo de resolución de problemas según De Guzmán (1994). .....	28
5.1.2	Niveles de resolución de problemas .....	32
5.2	METACOGNICIÓN.....	33
5.2.1	Componentes de la metacognición.....	35
5.2.2	Regulación metacognitiva .....	36
6	METODOLOGÍA.....	39
6.1	ENFOQUE Y ALCANCE .....	39
6.2	POBLACIÓN Y CONTEXTO .....	39
6.3	UNIDAD DE TRABAJO .....	41
6.4	CONSIDERACIONES ÉTICAS .....	41
6.5	UNIDAD DE ANÁLISIS .....	41
6.5.1	La regulación metacognitiva .....	42
6.5.2	La resolución de problemas.....	43

6.6	TÉCNICAS Y FUENTES DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN .....	43
6.7	UNIDAD DIDÁCTICA.....	47
6.8	DISEÑO METODOLÓGICO.....	48
6.9	PLAN DE ANÁLISIS .....	49
7	RESULTADOS .....	51
8	DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	73
9	CONCLUSIONES.....	79
10	RECOMENDACIONES .....	82
11	REFERENCIAS .....	83
12	ANEXOS .....	86



## LISTA DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> Fases del modelo de resolución de problemas de Schoenfeld.....	27
<b>Tabla 2.</b> Fases del modelo de resolución de problemas De Miguel de Guzmán.....	30
<b>Tabla 3.</b> Caracterización de los niveles para la resolución de problemas .....	32
<b>Tabla 4.</b> Procesos de regulación metacognitiva.....	42
<b>Tabla 5.</b> Caracterización de los niveles de resolución de problemas .....	43
<b>Tabla 6.</b> Caracterización de los niveles de resolución.....	44
<b>Tabla 7.</b> Modelo de Bitácora para el establecimiento de metas de aprendizaje .....	45
<b>Tabla 8.</b> Formato de seguimiento autónomo al proceso de consecución de objetivos .....	46
<b>Tabla 9.</b> Formato de evaluación al proceso .....	46
<b>Tabla 10.</b> Comparación entre la exploración inicial y la exploración final.....	71
<b>Tabla 11.</b> Comparación entre el nivel inicial y el nivel alcanzado por los estudiantes en la resolución de problemas .....	76
<b>Tabla 12.</b> Relación entre los procesos de regulación metacognitiva y las fases de resolución de problemas.....	78

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> Resultados de pruebas saber matemáticas 9°-2017 .....	15
<b>Figura 2</b> Los componentes de la metacognición .....	35
<b>Figura 3</b> Diseño metodológico .....	49
<b>Figura 4</b> Respuesta de E5 en la exploración inicial.....	52
<b>Figura 5</b> Respuestas de E2 a las preguntas de regulación .....	52
<b>Figura 6.</b> Respuestas de los E2 y E4 a las preguntas de regulación metacognitiva .....	54
<b>Figura 7</b> Respuesta de E4 al problema 4 .....	55
<b>Figura 8</b> Respuesta de E3 a los problemas 3 y 4.....	56
<b>Figura 9</b> Respuestas de E5 a las preguntas de regulación metacognitiva.....	56
<b>Figura 10.</b> Estructura del OVA.....	57
<b>Figura 11</b> Respuestas de E5 a las preguntas de control metacognitivo .....	58
<b>Figura 12</b> Respuesta de E4 al taller # 1 .....	59
<b>Figura 13</b> Respuestas de E5 a las preguntas de regulación metacognitiva del taller # 1 ....	60
<b>Figura 14</b> Respuestas de E4 al taller # 2 .....	61
<b>Figura 15</b> Respuesta de E3 a las preguntas de control metacognitivo .....	61
<b>Figura 16</b> Respuesta de E2 al taller # 4.....	63
<b>Figura 17</b> Respuestas de E5 a las preguntas de control metacognitivo.....	64
<b>Figura 18</b> Respuestas de E3 a las preguntas de evaluación metacognitiva .....	65
<b>Figura 19</b> Respuestas de E5 a las preguntas de evaluación metacognitiva .....	65
<b>Figura 20</b> Respuesta de E5 al problema 1 de la exploración final .....	66
<b>Figura 21</b> Respuesta de E2 al problema 3 en la exploración final .....	69
<b>Figura 22</b> Respuesta de E5 al problema 4 en la exploración final .....	69
<b>Figura 23</b> Respuestas de E5 a las preguntas de regulación metacognitiva en la exploración final.....	70

## LISTA DE ANEXOS

Anexo A. Carta de solicitud de acceso a la I.E.....	86
Anexo B. Consentimiento informado acudientes .....	87
Anexo C. Exploración inicial .....	89
Anexo D. Unidad didáctica .....	91

## 1 PRESENTACIÓN

La presente investigación se realizó como una respuesta a la necesidad de implementar estrategias didácticas en el área de matemáticas, que permitieran a los estudiantes asumir un papel más activo, autónomo y reflexivo dentro de su proceso de aprendizaje, con el fin de mejorar sus habilidades en la resolución de problemas.

El estudio se llevó a cabo teniendo como trasfondo educativo los bajos resultados obtenidos por los estudiantes en pruebas internas y externas a la institución educativa, las cuales hacen énfasis en la resolución de problemas puesto que, posibilita identificar la capacidad que tiene el estudiante para aplicar los conceptos matemáticos en situaciones reales. En este sentido, la importancia de la resolución de problemas radica en lo que plantea Simón citado por Tamayo “en la conducta de enfrentarse y resolver situaciones problemáticas, es donde mejor se manifiestan las capacidades cognitivas de nuestra especie” (2014, p.213).

Por esta razón, en la comunidad educativa se ha caracterizado la resolución de problemas como principal estrategia para la enseñanza de las matemáticas, lo que a su vez ha llevado a la ejecución de una variedad de investigaciones dirigidas al desarrollo de habilidades en torno a esta actividad. Sin embargo, a pesar del interés y de los múltiples estudios, no se han generado cambios significativos, que permitan evidenciar la habilidad de los estudiantes para resolver problemas. Lo anterior podría estar relacionado, con el hecho de que generalmente se confunde la resolución de problemas, con la aplicación de heurísticas específicas que permiten resolver situaciones casi de manera algorítmica impidiendo, en ocasiones, una visión más holística del problema mismo. Como consecuencia, los esfuerzos de investigadores y docentes suelen enfocarse más en desarrollar un paradigma de resolución de problemas, que en favorecer la participación consiente e intencionada del estudiante en su proceso de aprendizaje.

Por tal motivo, este estudio se llevó a cabo teniendo como objetivo principal interpretar los cambios que se presentan en la resolución de problemas a partir de la implementación de una unidad didáctica sobre sistemas de ecuaciones lineales

fundamentada en estrategias de regulación metacognitiva con los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Instituto de Promoción Agropecuaria del municipio de Tame, Arauca.

## 2 ÁREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

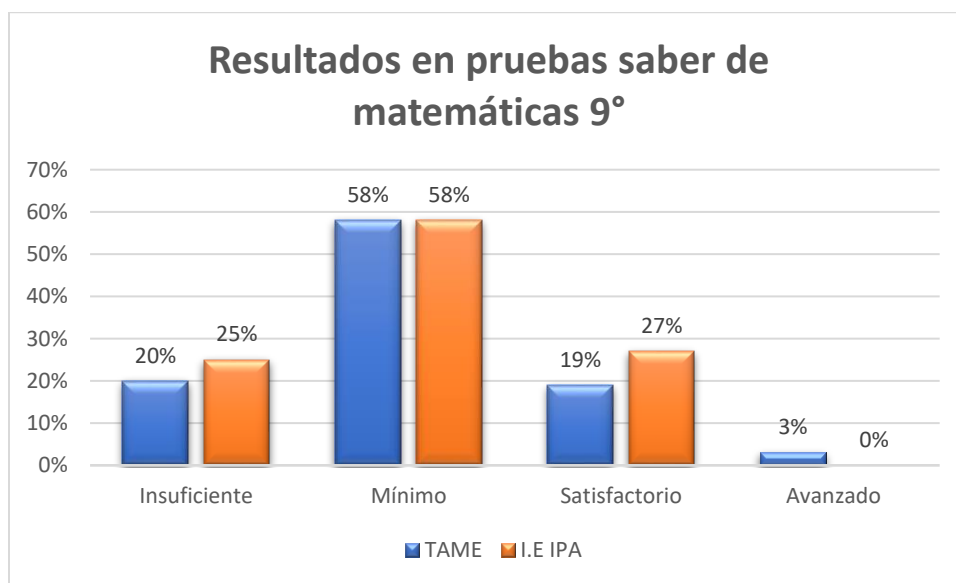
Históricamente, las matemáticas se han configurado como uno de los campos del saber donde los educandos presentan mayor dificultad dado que, como lo afirman Tamayo y Zona (2014) “la enseñanza de las ciencias ha priorizado la dimensión conceptual, es decir, nuestro sistema educativo ha enfatizado en la importancia del aprendizaje de conceptos, principios y teorías” (p.18), presentando así conocimientos terminados y desligados de la realidad, dejando de lado la contextualización de dichos conceptos y generando una visión netamente formal de las matemáticas en los estudiantes.

Es de resaltar que, partiendo del enfoque propuesto por el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2015), el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas debe estar direccionado desde tres componentes: numérico-variacional, aleatorio y métrico-espacial, los cuales, a su vez, deben contribuir con el fortalecimiento de las competencias de comunicación, razonamiento y resolución de problemas. Con relación a esta última, en cuanto a pruebas internas, los docentes del departamento de matemáticas de la institución educativa venían realizando las olimpiadas y pruebas tipo ICFES finalizando cada uno de los periodos académicos, esto con el objetivo de que los estudiantes se fueran familiarizando con las pruebas Saber realizadas por el Estado. Teniendo en cuenta los resultados poco favorables en dichas pruebas, se pudo concluir que la mayor dificultad se presentaba por la baja comprensión lectora, la cual se buscaría fortalecer mediante la implementación de actividades que promovieran la competencia de resolución de problemas.

Por otra parte, uno de los aspectos que guardan mayor relevancia frente a las dificultades de los escolares para resolver problemas matemáticos, viene dado por el enfoque que se le dio al proceso educativo durante la pandemia; proceso que consistió en el diseño e implementación de guías orientadas desde lo conceptual y procedimental. De manera que, el aprendizaje de las matemáticas se vio restringido al desarrollo de ejercicios, dejando de lado su carácter práctico y contextualizado.

En cuanto a las pruebas externas, con relación a las pruebas saber, que se aplican a los estudiantes de grado 3°, 5° y 9° a partir de los lineamientos curriculares establecidos por el MEN, y que buscan “evidenciar las significaciones que el estudiante ha logrado construir y que pone a prueba cuando se enfrenta con diferentes situaciones problema” (ICFES; Guía de orientación saber 9°, 2017, p.34), se tiene registro de las aplicadas en el año 2017. Se observó que, en los resultados obtenidos por los establecimientos educativos del municipio de Tame, el 78% de los educandos se posicionaron en los niveles insuficiente y mínimo. De forma similar, en los resultados para grado noveno de la Institución Educativa Instituto de Promoción Agropecuaria de Tame se encontró que el 83% de los educandos se ubicaron en estos niveles.

**Figura 1** Resultados de pruebas saber matemáticas 9°-2017



Fuente: ISCE Institución Educativa Instituto de Promoción Agropecuaria de Tame.

Con relación a lo anterior y partiendo de las competencias evaluadas en estas pruebas, los resultados dan cuenta de la existencia de las dificultades que presentan los estudiantes al momento de solucionar situaciones problema, puesto que la mayoría interpretan la información presentada en tablas o reconocen algunos aspectos de saberes matemáticos, pero no los utilizan adecuadamente o deducen esos saberes a partir de información dada. Es decir, el estudiante se está limitando a identificar datos y a utilizarlos

sin seguir un plan que permita validar sus resultados, por lo que esta dificultad podría estar asociada con bajos niveles de regulación metacognitiva. Lo anterior, teniendo en cuenta que cuando un estudiante realiza procesos de regulación metacognitiva, primero busca comprender la situación para así diseñar un plan que le permita solucionarla, de igual forma a medida que avanza lleva a cabo procesos de monitoreo, verificando si las acciones realizadas están dando respuesta a lo solicitado en el problema y de ser necesario modifica dicho plan para finalmente, evaluar el resultado y la estrategia utilizada.

Adicional a esto, es de tener en cuenta que la solución de problemas de aplicación matemática lleva al estudiante a un nivel de profundidad más allá que el de solo identificar conceptos.

La búsqueda de relaciones significativas, la interpretación de los conceptos a relacionar y la identificación de las preguntas que habrá que responder, lo hace reflexionar en qué tan hábil es para leer, cuál es la forma en que la comprensión de la lectura se le facilita, qué “trucos” emplea para interpretar aquello que lee en los términos requeridos para dar solución a las preguntas. Todo lo mencionado se refiere a la realización de una metalectura (Peñalva, 2010, p.144).

Es decir, se requiere que el estudiante sea consciente de aquello que sabe y de cómo lo podría utilizar para solucionar el problema que se le está presentado. Por lo tanto, el análisis, la interpretación y desarrollo de una situación problema conlleva, necesariamente, a la ejecución de procesos propios de la regulación metacognitiva. En consecuencia, si el estudiante logra determinar una meta u objetivo e implementa diversas estrategias con el fin de darle cumplimiento, al tiempo que evalúa y determina cuál es la más adecuada, estaría realizando procesos de autorregulación.

Con respecto a la estructura de las pruebas, es de tener en cuenta que a cada una de las competencias evaluadas se asocian los tres componentes; numérico - variacional, geométrico – métrico y aleatorio. Con relación al primero, el pensamiento variacional, como lo establecen los lineamientos curriculares para matemáticas, tiene una estrecha relación con los pensamientos numérico, geométrico, métrico y aleatorio; al igual que con



otros tipos de pensamiento más propios de las ciencias naturales y sociales para la modelación de procesos (MEN, 2006). Por tal motivo, es importante crear o utilizar estrategias que optimicen el desarrollo de este pensamiento.

Sin embargo, al ver los resultados de los estudiantes se evidencia que no realizan procesos de análisis al enfrentarse a una situación problema, sino que buscan llegar a una respuesta a partir del uso de algoritmos, sin tener claridad sobre lo que se está preguntando; en este aspecto, Peralta (2005) afirma que “aplicar ciegamente un algoritmo o utilizar mecánicamente reglas sin reflexionar previamente sobre el enunciado de un problema o ejercicio, puede complicar su resolución, cuando no inducir a errores” (p.13). Lo anterior indica que los contenidos matemáticos se siguen abordando sin mostrar su aplicabilidad; es decir, el estudiante los percibe como alejados de la realidad, lo cual conlleva a que los educandos manifiesten desmotivación y apatía por estas clases, especialmente con lo relacionado al componente numérico-variacional, ya que, como sucede con el desarrollo de sistemas de ecuaciones, no le encuentran sentido, pues asumen que nunca van a tener que aplicarlo en la vida cotidiana.

Como respuesta a estas dificultades, que han sido tan notorias con el paso del tiempo, se han realizado varias investigaciones en las que se vincula la resolución de problemas y las habilidades metacognitivas, con lo que se busca que el estudiante, más allá de desarrollar habilidades netamente algorítmicas, consiga contextualizar y modelar los conceptos en situaciones reales, al tiempo que reconoce y aplica estrategias que le permitan autorregular su proceso de aprendizaje.

En este sentido, Barbosa y Beltrán (2016) realizaron un estudio de tipo explicativo con un diseño metodológico cuasi-experimental denominado, “Incidencia del uso de estrategias metacognitivas para fortalecer el aprendizaje de ciencias naturales y matemáticas”, desarrollada en la ciudad de Bogotá con 171 estudiantes de las I.E.D Colombia Viva y Ciudadela Educativa de Bosa, cuyo propósito fue determinar la incidencia de la implementación de estrategias metacognitivas para fortalecer el aprendizaje de las ciencias naturales y las matemáticas. La intervención se llevó a cabo según el componente

procedimental y los métodos de instrucción propuestos por Mateos (2001), concluyendo así que la implementación de un programa de entrenamiento en métodos de instrucción metacognitiva generó un efecto positivo en los aprendizajes de los estudiantes objeto de estudio. Adicionalmente, los investigadores indicaron que a medida que se avanzó con el programa de entrenamiento, los estudiantes internalizaron las estrategias aprendidas e iniciaron procesos de aplicación de éstas en otras áreas donde no recibieron el entrenamiento.

De otra parte, Gonzalez (2017) realizó una investigación denominada “La regulación metacognitiva y la solución de problemas sobre proporcionalidad en estudiantes de media”, cuyo enfoque investigativo fue cualitativo - descriptivo, del tipo estudio de casos, y que contó con la participación de 38 estudiantes del grado 10° Vespertino de la Institución Educativa Normal Superior de Sincelejo. En cuanto al propósito, la finalidad de la investigación fue describir los cambios o el impacto generado en los estudiantes durante el proceso de solución de problemas sobre proporcionalidad, a partir de la implementación de procesos de regulación metacognitiva. Dentro de las observaciones realizadas a partir de los resultados del estudio, el autor destaca las virtudes de los problemas basados en situaciones reales que, a diferencia de las situaciones problema ficticias, favorecen la generación de cambios en los estudiantes y el desarrollo de estrategias de regulación metacognitiva, las cuales se relacionan específicamente con la planeación, el monitoreo y la evaluación. Adicionalmente, concluye que el uso de estrategias de regulación metacognitiva en la solución de situaciones problema, facilitan en los estudiantes el desarrollo de procesos reflexivos en torno a sus aprendizajes y sus procesos de autoevaluación.

Asimismo, Paiz (2017) realizó una investigación bajo el método experimental con un diseño pre-experimental titulado “Estrategia metodológica basada en los procesos metacognitivos y su influencia en la capacidad de resolución de problemas del área de matemáticas en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la I.E.P Antonio Raimondi Chimbote, 2016” cuyo objetivo fue determinar el nivel de influencia de la aplicación de una estrategia basada en los procesos metacognitivos en el desarrollo de la

capacidad para la resolución de problemas del área de matemáticas. El estudio se realizó con un grupo de treinta estudiantes, utilizando Pre-test, Post-test, cuestionarios y ficha de observación para la recolección de información y la evaluación del proceso de cada estudiante. La investigación permitió concluir que la implementación de procesos metacognitivos por parte de los estudiantes les permite influir favorablemente en el desarrollo de la capacidad para resolver problemas.

Arteaga, Macías y Pizarro (2020) realizaron un estudio de corte cuasi-experimental denominado “La representación en la resolución de problemas matemáticos: un análisis de estrategias metacognitivas de estudiantes de secundaria”, cuyos participantes hicieron parte de una muestra no aleatoria de 99 estudiantes de primer y tercer curso de educación secundaria de un colegio concertado del centro de Madrid. El instrumento para la recolección de información implicó el análisis de las respuestas a problemas verbales con contenidos de tipo numérico y geométrico. El estudio buscó presentar la importancia de la resolución de problemas verbales y de la regulación metacognitiva que esto conlleva, a partir del análisis de la metacognición, durante el proceso de resolución de problemas, concretamente, desde el aspecto de la representación. Dentro de las conclusiones generadas a partir del estudio, destaca que, respecto a las estrategias de regulación metacognitiva empleadas por los estudiantes, se presenta mayor fortaleza en la fase de planeación, al momento de identificar correctamente la pregunta de tipo geométrico, pero observando poca afinidad hacia el registro geométrico de la situación planteada. Como consecuencia, los autores plantean la necesidad de suministrar al estudiante una instrucción metacognitiva que le facilite, desde el seguimiento a una serie de preguntas, la consecución de procesos de razonamiento que incidan en la capacidad para resolver problemas.

De esta manera, considerando el desconocimiento de los estudiantes en cuanto a la aplicabilidad de temas matemáticos y teniendo en cuenta las conclusiones expuestas en estas investigaciones, se hace necesario e imperativo, desarrollar estrategias que permitan poner en contexto los conocimientos que ellos están adquiriendo en el aula, no solo para que sean significativos, sino para lograr una educación realmente científica que promueva el pensamiento crítico en los educandos.

A partir de lo anterior surge la siguiente pregunta de investigación:

¿Cuáles son los cambios que se presentan en la resolución de problemas a partir de la implementación de una unidad didáctica sobre sistemas de ecuaciones lineales fundamentada en estrategias de regulación metacognitiva con estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Instituto de Promoción Agropecuaria del municipio de Tame, Arauca?

### 3 JUSTIFICACIÓN

El desarrollo de habilidades en torno a la resolución de problemas es, sin lugar a dudas, una de las preocupaciones más importantes de las instituciones educativas. Esto ha llevado a que los maestros diversifiquen sus estrategias con el fin de que los estudiantes no solo tengan una mejor comprensión de los temas, sino que también puedan aplicarlos en determinadas situaciones. Por tal razón, el presente trabajo hace énfasis en la resolución de problemas en matemáticas abordada desde estrategias de regulación metacognitiva.

Lo anterior teniendo en cuenta que, si bien es importante que el estudiante aprenda a partir de la contextualización y aplicación de los contenidos, dejando de lado la dinámica tradicional en la enseñanza de las matemáticas, igualmente lo es el hecho de que sea él mismo quien realice la evaluación y reflexión de su proceso. Es decir, al ejecutar habilidades de orden metacognitivo, el educando consigue identificar las metas adquiridas y las situaciones por mejorar, así como la creación o modificación de estrategias que le permitan alcanzar los objetivos trazados.

Como consecuencia, abordar la resolución de problemas mediante la regulación metacognitiva, permite que el estudiante realice un trabajo autónomo y autorregule los procesos de aprendizaje para potenciar la adquisición de conocimientos. De ahí que para que el aprendizaje sea significativo, el educando debe ser consiente y reflexivo, lo cual implica, la puesta en escena de procesos motivacionales y el reconocimiento de las capacidades subjetivas para desarrollar tareas. De esta forma, como elemento motivacional, la resolución de problemas juega un papel fundamental, no solo para captar la atención del estudiante y direccionar su actuar en el aula, sino para dar a entender que la contextualización de conceptos matemáticos sí es posible, logrando una significación importante en la visión que el alumno posee sobre las matemáticas. De igual forma, se exalta la importancia de involucrar la regulación metacognitiva en la resolución de problemas puesto que, como se mencionó anteriormente, este último se ha convertido en el objeto de estudio de diferentes docentes e investigadores de la

educación, sin embargo, no se ha dado mayor relevancia a la forma en que el estudiante aprende y cómo a partir de su intervención intencionada se puede lograr una verdadera comprensión del conocimiento.

Por esta razón, implementar un proyecto de investigación enfocado en el desarrollo de habilidades de resolución de problemas desde la ejecución de estrategias relacionadas con la planeación, el monitorio y la evaluación en la Institución Educativa Instituto de Promoción Agropecuaria, donde los estudiantes por el abordaje tradicional en la enseñanza de las matemáticas aún consideran que son pocos los escenarios en los que estas se puede aplicar, contribuye significativamente en la medida en que al tener claridad sobre los criterios de evaluación y asumir una postura de agente regulador de su propio aprendizaje no solo se consigue que el educando sea reflexivo y autónomo sino que también favorece la creación de una perspectiva crítica al analizar situaciones problema propias del contexto que le permitan entender un poco más la realidad.

En definitiva, entendiendo las estrategias de regulación metacognitiva como aquellas que facilitan la generación de un control autónomo y consiente del individuo sobre su propia acción, se hizo necesario aplicar alternativas que permitieran la consecución efectiva de conocimientos y destrezas, las cuales se pueden ver ejemplificadas cuando el estudiante conoce los objetivos de aprendizaje y es él quien planea, controla y evalúa dicho proceso.

## **4 OBJETIVOS**

### **4.1 OBJETIVO GENERAL**

Interpretar los cambios que se presentan en la resolución de problemas a partir de la implementación de una unidad didáctica sobre sistemas de ecuaciones lineales fundamentada en estrategias de regulación metacognitiva con los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Instituto de Promoción Agropecuaria del municipio de Tame, Arauca.

### **4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

Conocer los niveles de resolución de problemas iniciales que tienen los estudiantes del grado 9° de la Institución Educativa Instituto de Promoción Agropecuaria.

Describir las estrategias de regulación metacognitiva que emplean los estudiantes al implementar una unidad didáctica fundamentada en la resolución de problemas sobre sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ .

Determinar los cambios que presentan los estudiantes al resolver problemas sobre sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$  tras la vinculación de estrategias de regulación metacognitiva.

## 5 REFERENTE CONCEPTUAL

A continuación, en la presentación del marco conceptual, se definen la resolución de problemas y la regulación metacognitiva, categorías de análisis sobre las cuales se erige la presente investigación y que establecen el derrotero para realizar los análisis pertinentes respecto al alcance de los objetivos establecidos.

### 5.1 LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La resolución de problemas se ha perfilado como una de las estrategias más importantes al momento de promover en los estudiantes el aprendizaje de las matemáticas, puesto que, para algunos autores, esta ciencia obedece a un proceso de construcción humana y responde a la sistematización de conocimientos producto del quehacer matemático. En este sentido, el aprendizaje de las matemáticas implica “hacer matemáticas”.

Lo que caracteriza a las matemáticas es precisamente su hacer, sus procesos creativos y generativos. La idea de la enseñanza de la matemática que surge de esta concepción es que los estudiantes deben comprometerse en actividades con sentido, originadas a partir de situaciones problema (Vilanova, 2001, p.1).

En consecuencia, la acción del educando frente a la actividad matemática implica el desarrollo de un proceso activo, el cual le permite recrear el camino que se lleva a cabo en la construcción científica, atendiendo al nivel de complejidad propio de su capacidad cognitiva. Con relación a esto, la implementación de situaciones problema debe permitir a los estudiantes según Obando y Muñera (2003) “desarrollar, de manera autónoma, procesos de exploración tales como la formulación de hipótesis, su validación, y si es el caso, su reformulación” (p.186). Por lo tanto, el trabajo mediante la resolución de problemas facilita la construcción de los conceptos matemáticos, relacionados a dicha situación, generando así, en palabras de Obando y Muñera (2003) “un camino que recree la actividad científica del matemático, en el ejercicio de su autonomía intelectual” (p.185).



Respecto a esta estrategia de enseñanza, varios autores han realizado diferentes reflexiones que, si bien en algunos casos han hecho parte de una construcción más bien teórica, han permitido establecer claridades frente a su implementación en los procesos de enseñanza de las matemáticas. Particularmente, trabajos como los de Polya (1965) y Schoenfeld (1985) han servido de base fundamental para explorar las virtudes de la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas. Por una parte, “la trascendencia del trabajo de Polya radica en hacer evidente la importancia de resolver problemas como medio de crear conocimiento en matemáticas” Barrantes (2006) y, en el caso de Schoenfeld, sus investigaciones, basadas en las ideas de Polya, sugieren “propiciar lo que él denomina como un “microcosmos matemático” en el salón de clases. Esto es, propiciar en el aula condiciones similares a las condiciones que los matemáticos experimentan en el proceso de desarrollo de las matemáticas” Santos (1992).

Por otra parte, De Guzmán (2007) sugiere que la resolución de problemas como estrategia de enseñanza permite, no sólo generar un desarrollo cognitivo relacionado con la fijación o aprendizaje de conceptos por parte del alumno, sino que además: aumenta la capacidad autónoma del educando para enfrentarse a problemas de la vida cotidiana o asociados a otras ciencias; promueve el desarrollo de hábitos cuya utilidad posee “un valor universal, no limitado al mundo de las matemáticas” (p. 36); independientemente de la edad del educando, esta estrategia de enseñanza es aplicable y puede potenciar el desarrollo de habilidades de análisis, hipotetización y emisión de juicios. En este sentido, la resolución de problemas como estrategia de enseñanza posee un doble beneficio, pues, en primer lugar, permite generar un producto cognitivo asociado a la fijación o aprehensión de conceptos y, en segundo lugar, facilita el desarrollo de habilidades que no se limitan al campo de las matemáticas, sino que influyen en el desempeño y la relación del estudiante con su cotidianidad u otros campos del saber. Adicionalmente, al favorecer procesos de pensamiento, se promueven aspectos como la motivación y la autorrealización.

### 5.1.1 Modelos de resolución de problemas

La publicación en 1945 del libro “*How to solve it*” del matemático George Polya, fue, sin duda alguna, uno de los eventos más importantes relacionados con la educación matemática. Allí, Polya establece la importancia de la heurística moderna en el proceso de solución de problemas y, con relación a esta, afirma que “trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso” (Polya, 1981, p. 102). En este sentido, con el fin de encontrar la solución de un problema, Polya propone las siguientes cuatro fases de trabajo: comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y, finalmente, examinar la solución obtenida.

A partir de la propuesta establecida por Polya, autores como Schoenfeld (1985) y De Guzmán (1994) han establecido modelos de resolución de problemas que, aunque se basan en el trabajo de Polya, suponen visiones más complejas y globales de lo que implica resolver problemas.

#### 5.1.1.1 Modelo de resolución de problemas según Schoenfeld (1985).

La propuesta de un modelo de resolución de problemas por parte de Schoenfeld tiene su origen en el conocimiento de las ideas de Polya y su posterior estudio, así como en la sistematización de experiencias sobre las estrategias y procesos que llevaban a cabo docentes y estudiantes para resolver problemas. Tras sus experiencias, según Berrantes (2006) se puede decir que, Schoenfeld concluye que, al trabajar con la resolución de problemas como estrategia didáctica, se deben tener en cuenta factores que afectan el proceso de resolución, los cuales trascienden el campo de las meras heurísticas.

A continuación, se presentan los factores que intervienen en el proceso de resolución de problemas planteado por Schoenfeld (1985) en su libro “*Mathematical problema Solving*”

- ✓ Recursos: conocimiento matemático que posee el individuo y que se puede aplicar al problema en cuestión

- ✓ Heurística: estrategias y técnicas para avanzar en problemas desconocidos o no estándar
- ✓ Control: decisiones globales con respecto a la selección e implementación de recursos y estrategias
- ✓ Sistemas de creencias: la "visión matemática del mundo", el conjunto de determinantes (no necesariamente conscientes) de comportamiento del individuo.

Con relación a lo anterior, el modelo propuesto por Schoenfeld describe el proceso de resolución de problemas como el paso por cuatro fases, las cuales describe como análisis, exploración, ejecución y comprobación. Así mismo, Schoenfeld propone para cada una de estas fases una serie de pautas y estrategias heurísticas, las cuales permiten orientar aún más el proceso de resolución de problemas según la fase específica en que se pueda encontrar el resolutor en cuestión.

**Tabla 1.** Fases del modelo de resolución de problemas de Schoenfeld

<b>Fases del proceso de resolución</b>	<b>Estrategias heurísticas</b>	<b>Sugerencias o pautas heurísticas</b>
<b>Análisis</b>	1. Trazar un diagrama si es posible	
	2. Examinar casos particulares	a. Elegir valores especiales que sirvan para ejemplificar el problema. b. Examinar casos límites, para explorar la gama de posibilidades. c. Asignar a los parámetros enteros que puedan figurar, la secuencia de valores 0, 1, 2, ... y buscar una pauta inductiva.
	3. Probar a simplificar el problema	a. Sacando partido de posibles simetrías. b. Mediante razonamientos «sin pérdida de generalidad» (incluidos los cambios de escala)
<b>Exploración</b>	1. Examinar problemas esencialmente equivalentes	a. Por sustitución de las condiciones por otras equivalentes b. Por recombinación de los elementos del problema de distintos modos. c. Introduciendo elementos auxiliares.

		d. Replantando el problema mediante cambio de perspectiva o notación, considerando el problema por el contrarrecíproco, suponiendo que se dispone de una solución y determinando sus propiedades.
	2. Examinar problemas ligeramente modificados	<ul style="list-style-type: none"> <li>a. Elegir subobjetivos (satisfacción parcial de las condiciones).</li> <li>b. Relajar la condición y tratar de volver a imponerla.</li> <li>c. Descomponer el problema en casos y estudiar uno a uno</li> </ul>
	3. Examinar problemas ampliamente modificados	<ul style="list-style-type: none"> <li>a. Construir problemas análogos con menos variables</li> <li>b. Mantener fijas todas las variables menos una para determinar qué efecto tiene esa variable.</li> <li>c. Tratar de sacar partido de problemas afines respecto a la forma, los datos o las conclusiones.</li> <li>d. Recordar que, al manejar problemas afines más fáciles se debería sacar partido, tanto del resultado como del método de solución.</li> </ul>
<b>Ejecución</b>		
	1. ¿Verifica la solución obtenida los criterios específicos siguientes?	<ul style="list-style-type: none"> <li>a. ¿Utiliza todos los datos pertinentes?</li> <li>b. ¿Está acorde con predicciones o estimaciones razonables?</li> <li>c. ¿Resiste a ensayos de simetría, análisis dimensional o cambio de escala?</li> </ul>
<b>Comprobación de la solución obtenida</b>	2. ¿Verifica los criterios generales siguientes?	<ul style="list-style-type: none"> <li>a. ¿Es posible obtener la misma solución por otro método?</li> <li>b. ¿Puede quedar concretada en casos particulares?</li> <li>c. ¿Es posible reducirla a resultados conocidos?</li> <li>d. ¿Es posible utilizarla para generar algo ya conocido?</li> </ul>

Fuente: Adaptado de Blanco (1996).

### 5.1.1.2 Modelo de resolución de problemas según De Guzmán (1994).

En su libro “Para pensar mejor”, De Guzmán (1994) expone los principios que, tras un proceso de síntesis de experiencias y reflexiones personales, considera relevantes al

momento de enfrentarse a procesos de resolución de problemas. De manera general, De Guzmán (1994) establece la resolución de problemas como un proceso donde intervienen aspectos cognitivos del sujeto, pero también elementos intrapersonales relacionados con su emocionalidad y su dimensión volitiva, así como aquellos aspectos que se configuran como bloqueos y suponen el surgimiento de una dificultad u obstáculo en el proceso de resolución de un problema.

En primer lugar, De Guzmán destaca la motivación y la actitud adecuada como elementos fundamentales al momento de enfrentarse a una tarea o problema determinado, siendo el interés, la curiosidad, la confianza y la disposición a aprender, aspectos que ayudan al resolutor a enfrentarse a un problema y mantenerse en el proceso de solución del mismo. De igual manera, De Guzmán (1994) describe ciertos tipos de bloqueos, los cuales se presentan como barreras que dificultan, de una u otra manera, el proceso de resolución de un problema determinado. Así pues, los tipos de bloqueos descritos son:

- ✓ Bloqueos de origen afectivo: ejemplificados por la apatía, la abulia, la pereza ante el comienzo, los diversos tipos de miedos (al fracaso, al ridículo o al examen), las ansiedades y las repugnancias; este tipo de bloqueos se relaciona con las emociones propias de cada individuo, las cuales, según De Guzmán, “constituyen al tiempo el verdadero motor y las auténticas barreras de nuestra vida espiritual, y consiguientemente, de nuestra misma vida intelectual.”
- ✓ Bloqueos de tipo cognoscitivo: este tipo de bloqueos se relacionan, en primer lugar, con la percepción del problema, siendo características de este primer aspecto, las dificultades que se presentan para percibir o identificar el problema y la incapacidad para desglosar el mismo. En segundo lugar, los bloqueos relacionados con el ataque al problema describen las actitudes que asume un resolutor y, de una u otra manera, pueden dificultar el proceso de resolución; en este caso se puede presentar la visión estereotipada, la tendencia al juicio crítico y la rigidez mental.
- ✓ Bloqueos culturales y ambientales: son aquellos que se relacionan con la forma de pensar de cada individuo, la cual ha sido adoptada a partir del proceso de

comunicación con otros y de su interacción con su cultura. En este sentido, dichos bloqueos, representados por las influencias externas al sujeto, pueden ser descritos por la sabiduría popular y por las ideas inertes.

La finalidad del reconocimiento de los diferentes tipos de bloqueos radica en la generación de oportunidades que nos permitan, entre otras cosas, desplegar diferentes acciones para su detección y posterior tratamiento. En este sentido, De Guzmán (1994) propone diversas estrategias que funcionan como apoyos sistemáticos de desbloqueo, entre las que se destaca la formulación de preguntas, las cuales, al promover la curiosidad, se convierten en el “motor del conocimiento”. Así mismo, sugiere la elaboración de listas de ideas, las cuales permiten delimitar el problema y, de esta manera, definirlo más claramente.

Con relación al modelo para la resolución de problemas, De Guzmán sugiere cuatro fases de trabajo, las cuales se dividen en la familiarización con el problema, la búsqueda de estrategias, el desarrollo de la estrategia y la revisión del proceso. De manera similar a lo expuesto por Schoenfeld, De Guzmán sugiere una serie de estrategias heurísticas, las cuales permiten orientar la actividad del resolutor en cada una de las fases de solución del problema.

**Tabla 2.** Fases del modelo de resolución de problemas De Miguel de Guzmán

Fases del proceso de resolución	Estrategias y sugerencias heurísticas
<b>Familiarización con el problema</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿De qué trata el problema?</li> <li>• ¿Cuáles son los datos?</li> <li>• ¿Qué pide determinar o comprender el problema?</li> <li>• ¿Disponemos de datos suficientes?</li> <li>• ¿Guardan los datos relaciones entre sí?</li> </ul>
<b>Búsqueda de estrategias</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Simplificación. Particularización.</li> <li>• Ensayo y error.               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Explorar simetrías</li> <li>- Explorar casos límites</li> </ul> </li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realización de un esquema, una figura, un diagrama o una tabla.</li> <li>• Organización y codificación.</li> <li>• Analogía. Semejanza.</li> <li>• Razonamiento regresivo.</li> <li>• Reducción al absurdo.</li> <li>• Técnicas generales. <ul style="list-style-type: none"> <li>- Principios de inducción.</li> <li>- El principio de descenso de Fermat.</li> <li>- Principio del palomar de Dirichlet.</li> <li>- Etc.</li> </ul> </li> <li>• Estrategias específicas de la materia concreta en que se encuadra el problema.</li> </ul>
<p><b>Desarrollo del proceso</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Llevemos adelante las mejores ideas que se nos hayan ocurrido, una a una.</li> <li>• No hay que desanimarse a la primera dificultad, pero tampoco porfiar si las cosas se complican demasiado.</li> <li>• Reflexionemos sobre la validez de cada paso.</li> <li>• Preguntémonos si lo que hemos obtenido es la solución. Estudiémosla a fondo.</li> </ul>
<p><b>Revisión del proceso</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Examinemos a fondo el camino seguido ¿Cómo hemos llegado a la solución? ¿O, por qué no la hemos alcanzado?</li> <li>• Busquemos ahora un camino más simple.</li> <li>• Tratemos de entender no sólo que la cosa funciona sino por qué funciona.</li> <li>• Reflexionemos sobre el proceso de pensamiento y obtengamos consecuencias de él.</li> <li>• Estudiemos qué otros resultados podríamos obtener con este método.</li> </ul>

Fuente: Adaptado de Blanco (1996).

En síntesis, salvo por las variaciones respecto a las sugerencias heurísticas, a partir de los modelos anteriormente descritos es posible definir la resolución de un problema como un proceso que pasa por cuatro fases, a saber, la identificación del objetivo o comprensión del problema, el planteamiento de estrategias de solución, la ejecución y verificación del proceso y la confrontación de resultados. Esto es especialmente relevante en la presente investigación, dado que describe la propuesta de resolución de problemas a

trabajar con los escolares durante el estudio. Adicionalmente, la definición de factores de Shoenfeld y de bloqueos de De Guzmán, suministran elementos teóricos importantes que permitirán alimentar la discusión y el análisis correspondiente a los procesos que llevan a cabo los estudiantes durante la resolución de problemas.

### 5.1.2 Niveles de resolución de problemas

Tamayo y Zona (2014) al relacionar la actividad de resolver problemas con el proceso de desarrollo del pensamiento crítico, establecen una caracterización de niveles que permiten ubicar a los escolares en uno u otro nivel de resolución de problemas de acuerdo a características específicas bien definidas. Para dichos autores, la resolución de problemas, más allá de ser el proceso por el cual se determina la respuesta a una situación planteada, se ubica en el campo de las “habilidades del pensamiento de alto orden” (p. 208) junto al aplicar, analizar, sintetizar y evaluar. En este sentido, al configurarse como una habilidad, Tamayo y Zona proponen una serie de niveles que permiten determinar el grado de sofisticación que alcanza un sujeto al momento de lanzarse a la tarea de resolver un problema.

**Tabla 3.** Caracterización de los niveles para la resolución de problemas

<b>Niveles de resolución de problemas</b>	<b>Características</b>
<b>Nivel 1</b>	Redescripción de la experiencia, enuncia el problema y describe el experimento según sus observaciones o utiliza datos de las instrucciones para justificar sus respuestas.
<b>Nivel 2</b>	Redescripción de la experiencia de manera libre, ha realizado la experiencia anteriormente, utiliza opciones, describe lo que sintió durante las experiencias y/o utiliza analogías.
<b>Nivel 3</b>	Identificación de una o dos variables, en este nivel se reconocen las variables sin realizar algún tipo de relación entre ellas.
<b>Nivel 4</b>	Resolución del problema de manera inadecuada identificando y relacionando variables y justificando o no dichas relaciones.
<b>Nivel 5</b>	Resolución de problema de manera adecuada identificando, relacionando variables y justificando o no dichas relaciones.

Fuente: Tamayo y Zona (2014).



Con relación a lo anterior, la definición de los niveles de resolución de problemas es, sin duda alguna, un aspecto de especial relevancia en el presente estudio, ya que al identificar y comparar los niveles alcanzados por los escolares antes y después de la intervención, es posible apreciar el impacto generado y responder al objetivo planteado en la investigación.

## **5.2 METACOGNICIÓN**

La metacognición como teoría del conocimiento humano, ha sido un concepto estudiado desde diferentes perspectivas y, como consecuencia, ha tenido diferentes acepciones. Flavell (1985, citado por Crespo, 2000), generó una conceptualización de la metacognición como “una habilidad que se adquiere con la edad, es decir, que es producto del desarrollo ontogenético”, sugiriendo así que la habilidad metacognitiva es una consecuencia del proceso evolutivo del individuo, inherente a su naturaleza.

En este sentido, Flavell (1985) describe con mayor claridad su idea al indicar que la habilidad metacognitiva debe ser entendida como conocimiento y capacidad de regulación de cualquier actividad cognitiva y como tal es una de las tendencias evolutivas propias de la tercera infancia y de la adolescencia. Es decir, Flavell identifica la metacognición con el conocimiento de la actividad cognitiva y, por otra parte, con el control que se ejerce sobre la propia actividad cognitiva.

Por su parte, Brown (1978, citada por Mateos, 2001) define la metacognición como el control deliberado y consiente de la propia actividad cognitiva y difiere en lo planteado por Flavell al sugerir que la metacognición, y con esta la regulación metacognitiva, no es un factor que depende exclusivamente de la edad del individuo, puesto que, aunque generalmente está presente en mayor medida en sujetos de más edad, también suele ser aplicada por los niños cuando realizan tareas sencillas. Adicionalmente, Brown sugiere que la regulación metacognitiva, al estar vinculada con el conocimiento procedimental, es una habilidad que se aprende con el tiempo, casi de forma inconsciente, y que se manifiesta, en mayor medida, cuando el sujeto presenta dificultades para desarrollar una determinada tarea.

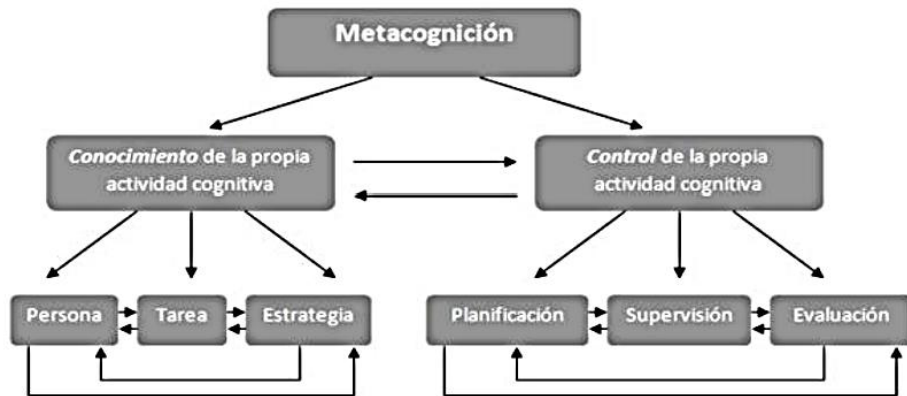
De acuerdo con Brown, es posible que cualquier sujeto, independiente de la edad, se puede enfrentar con situaciones diferentes a las que desarrolla cotidianamente y es ahí donde se recurre al uso de actividades metacognitivas. Por tal motivo, dichas actividades podrían ser inducidas en los procesos educativos y de esta manera fortalecer el conocimiento y el control que tiene cada estudiante sobre su propio aprendizaje. Es decir, “el aprendizaje se puede mejorar estimulando la reflexión de los alumnos sobre la forma en que aprenden, leen, escriben o resuelven un problema y que, por tanto, la instrucción debe favorecer el desarrollo de la reflexión metacognitiva” (Mateos, 2001, p.14).

Para Burón (1988) la metacognición es el conocimiento de las cogniciones, es decir, el conocimiento de todas las operaciones mentales (percepción, atención, memorización, lectura, escritura, comprensión, comunicación, etc). Entendiendo el término cognición como conocimiento autorreflexivo, referido al conocimiento de la mente el cual se obtiene en un ejercicio de introspección y que abarca toda una serie de “metas” (meta-lectura, meta-escritura, meta-memoria, meta-comprensión, meta-ignorancia) relacionadas con el aprendizaje de la cognición.

En definitiva, se observa como dentro de la metacognición se distinguen dos fenómenos: el conocimiento de la cognición y la regulación metacognitiva.

Es decir, el conocimiento metacognitivo constituye el componente declarativo de la metacognición y comprende el conocimiento de los propios recursos cognitivos, de las demandas de la tarea y de las estrategias que pueden ser usadas. Por su parte, el control metacognitivo constituye el componente procedimental e incluye procesos de planificación, supervisión y evaluación (Mateos, 2001, p. 32).

**Figura 2** Los componentes de la metacognición



Fuente: Mateos (2001).

### 5.2.1 Componentes de la metacognición

A pesar de que la metacognición sea considerada como un concepto joven, puesto que tiene su origen en los años 70 con J.H. Flavell, han sido varios los estudios realizados en torno a esta, de tal manera que “en la actualidad se distinguen tres dimensiones centrales: tipo de conocimiento, conciencia metacognitiva y regulación” (Tamayo, 2006, p.276).

Con relación al conocimiento metacognitivo, según Flavell (1987) las personas pueden desarrollar un conocimiento sobre tres aspectos de la actividad cognitiva: la persona, la tarea y las estrategias. Entendiendo el primer aspecto como el conocimiento que tiene cada individuo sobre sí mismo en cuanto a las capacidades y limitaciones cognitivas en torno a una tarea determinada.

El segundo aspecto es definido por Osses y Jaramillo (2008) como el conocimiento que se posee sobre los objetivos de la tarea y todas aquellas características de esta, que influyen sobre su mayor o menor dificultad. Este conocimiento es muy importante, pues ayuda al aprendiz a elegir la estrategia apropiada para ejecutar la tarea.

Finalmente, se entiende el conocimiento de las estrategias como “el conocimiento que se tiene sobre cuál es el repertorio de estrategias o recursos de acción alternativos para llevar a cabo una tarea, cómo se aplican y las condiciones bajo las cuales las diferentes estrategias resultan más efectivas” (Mateos, 2002, p.58).

De otra parte, la conciencia metacognitiva según Hartman (1998) citado por Tamayo (2015) es una dimensión de “naturaleza intraindividual, se refiere al conocimiento que tienen los estudiantes de los propósitos de las actividades que desarrollan y de la conciencia que tienen sobre su progreso personal. Es un conocimiento que permite el control o la autorregulación del pensamiento y de los procesos y productos del aprendizaje” (p.128).

Como tercera y última dimensión de la metacognición se tiene la regulación la cual se expone de manera más específica en las siguientes líneas.

### **5.2.2 Regulación metacognitiva**

Schraw (1998, citado por Tamayo, 2006) define la regulación metacognitiva como un conjunto de actividades que controlan el aprendizaje del estudiante, las cuales están dirigidas a ayudar en la toma de decisiones antes, durante y después de realizar una tarea. Por tal motivo, es de recalcar la importancia de esta dimensión, puesto que, como lo describe Mateos (2001) el manejo del conocimiento metacognitivo no representa ninguna garantía para el aprendizaje y la solución de problemas efectivos, a menos que el estudiante sea capaz de utilizarlo activamente cuando tiene que aprender algo o cuando tiene que resolver un problema. En este sentido, lo que diferencia a los aprendices más competentes de los menos competentes es su habilidad para controlar su propio aprendizaje.

De esta forma, Brown (1987, citada por Tamayo, 2006) caracteriza la regulación metacognitiva a partir de tres procesos: la planeación, el monitoreo y la evaluación.

- **Planeación:** consiste en seleccionar las estrategias o recursos que permitan realizar la tarea de forma apropiada, así como identificar los posibles factores que puedan afectar su buen desarrollo.

Atendiendo a lo anterior, Mateos (2001) afirma:

Antes de iniciar una tarea de aprendizaje específica o tratar de resolver un problema el aprendiz experto elabora un plan que detalla cómo espera conseguir sus objetivos mientras que los aprendices novatos suelen dedicar menos tiempo en la planeación y pasan sin más a la acción (p. 70).

- **Monitoreo:** se refiere a la posibilidad que se tiene, en el momento de realizar la tarea, de comprender y modificar su ejecución, por ejemplo, realizar autoevaluaciones durante el aprendizaje, para verificar, rectificar y revisar las estrategias seguidas.

En cuanto a este proceso “los aprendices expertos comprueban si van progresando en la dirección de la meta deseada, comprueban fuentes de problemas y realizan ajustes sobre la marcha” (Mateos, 2001, p.70).

- **Evaluación:** se realiza al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz; evalúa los resultados de las estrategias guiadas en términos de eficacia.

Para Mateos (2001) “los aprendices más competentes una vez completada la tarea, no solo evalúan el producto obtenido para determinar la medida en que la meta establecida se ha logrado alcanzar, sino también el proceso seguido, con el fin de conocer su efectividad” (p.70).

Con relación a lo anterior, es claro que, si el estudiante planea, monitorea y evalúa su aprendizaje está realizando procesos de regulación metacognitiva. La ejecución de dichos procesos es lo que permite al escolar no solo resolver un problema, sino hacer evidentes sus dificultades y fortalezas al poner en marcha un plan de acción. Así mismo,

estos procesos desembocan en el conocimiento de la propia actividad cognitiva por parte del alumno, de manera que se favorece la identificación de los vacíos conceptuales o errores de conceptos aprendidos, y la ejecución de estrategias que permitan mitigar dichos errores.

En síntesis, a partir de la postura de cada uno de los autores mencionados anteriormente, se puede afirmar que cuando el estudiante lleva a cabo procesos de regulación metacognitiva no solo se vuelve más competente al momento de solucionar un problema, sino que también, al ser consciente de su proceso, es más autónomo en su aprendizaje. Lo anterior está directamente relacionado con los fines de la presente investigación, en tanto la implementación de procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$  implica, en primer lugar, ejercer un control de acciones al momento de enfrentarse a una tarea determinada y en segundo lugar, el fortalecimiento de la habilidad para resolver problemas.

## **6 METODOLOGÍA**

Este capítulo aborda los aspectos metodológicos que orientan el desarrollo de esta investigación, a saber, su enfoque y alcance, la población y el contexto en que se adelanta, la unidad de trabajo y de análisis, las consideraciones éticas a tener en cuenta, las técnicas y fuentes de recolección de información definidas, la unidad didáctica elaborada para llevar a cabo el proceso de intervención, el diseño metodológico del proyecto de investigación y el plan de análisis para el tratamiento y triangulación de la información recabada.

### **6.1 ENFOQUE Y ALCANCE**

La presente investigación se enmarca en el enfoque cualitativo, con un alcance de tipo interpretativo, debido a que permite llevar a cabo procesos de descripción de la realidad escolar de los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Instituto de Promoción Agropecuaria. Adicionalmente, el enfoque seleccionado facilita la interpretación de los cambios durante el desarrollo de resolución de problemas tras la implementación de estrategias de regulación metacognitiva.

Por otra parte, este enfoque permite llevar a cabo procesos descriptivos y reflexivos de las características socioculturales del entorno cercano a los escolares, lo cual es necesario para comprender la relación entre los fenómenos culturales en que estos se ven inmersos y el impacto en la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones lineales. Debido a la naturaleza de la información recabada mediante los diferentes instrumentos (exploración inicial, bitácora, talleres, exploración final), se hizo necesario realizar una interpretación cualitativa de la misma, pues el estudio no se limita a presentar únicamente los niveles de resolución de problemas en tablas o gráficos; sino que, además, explora aspectos más profundos, tales como la capacidad de los educandos para llevar a cabo procesos de regulación metacognitiva.

### **6.2 POBLACIÓN Y CONTEXTO**

El proyecto de investigación se desarrolló en la Institución Educativa Instituto de Promoción Agropecuaria, la cual es de carácter oficial y cuenta con una única sede, ubicada

en el centro poblado de Puerto Jordán, también conocido como Pueblo Nuevo, zona rural del municipio de Tame - Arauca. La planta docente y administrativa está conformada por el rector, dos coordinadores, dos secretarías y 51 docentes. La población estudiantil, según reporte de SIMAT, es de 1.320 estudiantes, los cuales provienen, en su gran mayoría, de veredas aledañas al centro poblado y cuyas familias tienen como principal actividad económica el trabajo agropecuario.

Por su ubicación geográfica, Tame presenta ciertas ventajas comparativas frente a los demás municipios de Arauca, esto debido a que en dicho municipio confluyen dos ejes viales importantes, a saber, la Troncal del Llano y la Ruta de los Libertadores, convirtiendo así a Tame en el punto que une al departamento de Arauca con el centro del país. Respecto al centro poblado de Puerto Jordán, este se encuentra ubicado en la vía que conecta a Tame con la capital del departamento, lo que le ha permitido erigirse como un asentamiento humano con importantes dinámicas comerciales.

Por otro lado, las condiciones fisiográficas del centro poblado permiten ubicarlo en la llanura aluvial del Orinoco, región caracterizada por la existencia de bajos y sabanas inundables, condición que en época de lluvias afecta considerablemente a la población en general, debido a las inundaciones generadas en zonas residenciales y en vías que interconectan al centro poblado con las veredas circundantes, lo cual impide la movilidad y desplazamiento de los escolares.

Con relación a las dinámicas sociales, el departamento de Arauca se ha caracterizado por albergar diferentes actores armados ilegales, los cuales representan un factor de riesgo importante de reclutamiento de menores, lo que afecta la seguridad y el desarrollo de los niños, niñas y jóvenes del departamento. En este sentido, la institución educativa se configura como uno de los escenarios que deben posibilitar herramientas de permanencia en el contexto educativo y de continuidad para la formación académica futura, de tal manera que logre evitar que los jóvenes del centro poblado sean atraídos por dichos grupos al margen de la ley.



### **6.3 UNIDAD DE TRABAJO**

La presente investigación contó con la participación de un grupo de 35 estudiantes del grado noveno, cuyas edades oscilan entre los 14 y 16 años. Para efectos del proceso de análisis de respuestas se seleccionaron 5 estudiantes de manera aleatoria, en los cuales se tuvo en cuenta los siguientes factores:

- Que su lugar de residencia estuviera ubicado en el casco urbano.
- Disponibilidad de participación en el proceso investigativo.

Lo anterior teniendo en cuenta que a la fecha los estudiantes de las veredas aledañas al centro poblado no cuentan con la ruta de transporte escolar contratada por la gobernación departamental, lo cual podía afectar la asistencia de dichos escolares a las actividades académicas.

### **6.4 CONSIDERACIONES ÉTICAS**

A partir de las disposiciones establecidas por el Gobierno Nacional en la ley estatutaria 1581 del 2012, donde se establecen disposiciones generales para la protección de datos personales, y el decreto 1377 del 2013, que reglamenta parcialmente la ley citada con anterioridad, se requirió de la autorización previa de parte del Rector (**ver anexo A**) representante legal de la Institución Educativa. Así mismo, se definió la necesidad de contar con la aprobación de los tutores o padres de familia de los estudiantes (**ver anexo B**), menores de edad, para llevar a cabo procesos de tratamiento de datos personales e información suministrada por los mismos para efectos de la presente investigación. En dichos formatos se detallan los procedimientos y principios a tener en cuenta para la recolección, almacenamiento, uso y análisis de la información recabada en el proceso investigativo.

### **6.5 UNIDAD DE ANÁLISIS**

El análisis del presente trabajo investigativo se realizó teniendo en cuenta las categorías definidas para dar respuesta a la problemática planteada, las cuales son: la regulación metacognitiva y la resolución de problemas. A continuación, se presentan dichas

categorías con sus respectivas subcategorías e indicadores, así como su relación con el objeto de estudio de la investigación.

### 6.5.1 *La regulación metacognitiva*

La regulación metacognitiva es una dimensión de la metacognición que, al vincular activamente los procesos de planeación, monitoreo y evaluación durante la resolución de problemas, permite generar mayor conciencia de parte del estudiante frente a la actividad que está desarrollando, es decir, frente a su proceso de aprendizaje. Debido a esto, la posibilidad de definir estrategias de estudio, así como formas de construir conocimientos más elaborados, son consecuencias o resultados esperados de la vinculación de la regulación metacognitiva a los procesos del aula de clases.

**Tabla 4.** Procesos de regulación metacognitiva

<b>Categoría</b>	<b>Subcategoría</b>	<b>Indicadores</b>
<b>Metacognición</b>	<b>Regulación metacognitiva</b>	<b>Planeación:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Establece objetivos al momento de iniciar una tarea.</li> <li>➤ Determina los recursos de los cuales dispone, tanto materiales como cognitivos.</li> <li>➤ Selecciona los procedimientos que debe seguir para realizar la tarea.</li> <li>➤ Establece los tiempos que requiere para alcanzar los objetivos</li> </ul>
		<b>Monitoreo:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Realiza procesos de seguimiento indicando las dificultades o avances logrados de manera parcial.</li> <li>➤ Compara los resultados obtenidos con lo solicitado en el problema y de ser necesario realiza ajustes o cambios en las estrategias seleccionadas.</li> </ul>
		<b>Evaluación:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Confronta los resultados obtenidos con el objetivo de la tarea.</li> <li>➤ Propone nuevas estrategias que le permitan cumplir el objetivo planteado inicialmente.</li> </ul>

Fuente: Adaptado de Mateos (2001).

### 6.5.2 *La resolución de problemas*

Por otra parte, con relación a la resolución de problemas como categoría de análisis, Tamayo y Zona (2014) definieron cinco niveles con sus respectivos indicadores, los cuales se refieren al nivel de competencia del educando al enfrentarse a problemas propios de las ciencias naturales. Para efectos de este estudio, se realizará una adaptación de los niveles propuestos por Tamayo y Zona, con el fin de determinar el nivel de resolución de problemas en que se encuentran los educandos objeto de estudio al enfrentarse a la resolución de problemas sobre ecuaciones lineales.

**Tabla 5.** Caracterización de los niveles de resolución de problemas

<b>Categoría</b>	<b>Subcategoría</b>	<b>Indicadores</b>
<b>Solución de problemas</b>	<b>Nivel 1</b>	Redescripción de la situación y utiliza datos del problema para justificar sus respuestas.
	<b>Nivel 2</b>	Redescripción de la situación, utiliza datos y analogías para justificar sus respuestas.
	<b>Nivel 3</b>	Identificación de una o dos variables, en este nivel se reconocen las variables sin realizar algún tipo de relación entre ellas.
	<b>Nivel 4</b>	Resolución del problema de manera inadecuada identificando y relacionando variables y justificando o no dichas relaciones.
	<b>Nivel 5</b>	Resolución del problema de manera adecuada identificando, relacionando variables y justificando o no dichas relaciones.

Fuente: Adaptado de Tamayo y Zona (2014).

## 6.6 TÉCNICAS Y FUENTES DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

Cada uno de los instrumentos utilizados para la recolección de la información estuvo asociado con un momento específico de la unidad didáctica. Para el momento de ubicación, se aplicó una prueba de exploración inicial (**ver anexo C**) con el fin de identificar el nivel inicial de resolución de problemas en que se encontraban los estudiantes.

La exploración inicial estuvo constituida por una prueba escrita con cuatro problemas sobre los sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ . El primer problema abordó una situación tipo trueque que se puede desarrollar por medio de una interpretación pictórica, debido a esto y a su baja complejidad, dicho problema se ubicó en un nivel dos de resolución de problemas. Seguidamente, se propuso una situación problema, la cual estuvo asociada con el nivel 3 ya que implica, principalmente la identificación de las variables que en ella interviene. Posteriormente, los problemas 3 y 4 estuvieron relacionados con los niveles 4 y 5, esto teniendo en cuenta que para sus respectivas soluciones se requiere, además de identificar las variables, relacionarlas y justificar las respuestas.

Finalmente, se plantearon una serie de preguntas con las cuales se buscó reconocer los procesos de regulación metacognitiva llevados a cabo por los estudiantes al momento de enfrentarse a una situación problema.

La siguiente tabla relaciona el nivel de resolución de cada uno de los problemas propuestos en la exploración inicial, la competencia asociada a estos y los procesos de regulación metacognitiva.

**Tabla 6.** Caracterización de los niveles de resolución

<b>PROBLEMAS</b>	<b>NIVEL RESOLUCIÓN</b>	<b>COMPETENCIA</b>	<b>REGULACIÓN METACOGNITIVA</b>
<b>Problema 1</b>	Nivel 1	Modelación	Planeación Monitoreo Evaluación
	Nivel 2	Resolución de problemas	
<b>Problema 2</b>	Nivel 3	Razonamiento	Planeación Monitoreo Evaluación
<b>Problema 3</b>	Nivel 4 –	Modelación	Planeación Monitoreo Evaluación
	Nivel 5	Resolución de problemas	
<b>Problema 4</b>	Nivel 4 –	Modelación	

Nivel 5	Resolución de problemas	Planeación Monitoreo Evaluación
---------	-------------------------	---------------------------------------

Fuente: Elaboración propia.

Con relación al momento de desubicación, inicialmente se contó con una bitácora de seguimiento la cual se elaboró contando con las actividades de control propuestas por Mateos (2001) en la cual cada estudiante, a partir del resultado obtenido en la exploración inicial y de conocer los criterios de evaluación, estableció una ruta de acción o selección de estrategias que le permitió alcanzar el objetivo de la clase.

**Tabla 7.** Modelo de Bitácora para el establecimiento de metas de aprendizaje

<b>BITÁCORA</b>	
<b>Saber</b>	Sistemas de ecuaciones lineales 2x2
<b>Objetivo</b>	Solucionar situaciones problema que involucren el uso de los sistemas de ecuaciones lineales 2x2.
<b>Establezco mi plan de trabajo</b>	
Con el fin de dar cumplimiento al objetivo trazado, establezco mi plan de trabajo teniendo en cuenta los siguientes aspectos.	
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <b>Establezco un objetivo:</b></li> <li>➤ <b>Determino los recursos de los cuales dispongo:</b></li> <li>➤ <b>Selecciono los procedimientos a seguir para alcanzar la meta deseada:</b></li> <li>➤ <b>Programo el tiempo que requiero para alcanzar mis metas:</b></li> </ul>	

Fuente: Elaboración propia.

Así mismo, se llevó un registro al final de cada sesión en el que se indicó si las estrategias utilizadas estaban o no permitiendo el cumplimiento de los propósitos y de ser necesario se debían proponer o reestructurar algunas estrategias.

**Tabla 8.** Formato de seguimiento autónomo al proceso de consecución de objetivos

<b>Realizo un seguimiento a mi proceso ¿cómo voy hasta el momento?</b>						
Teniendo en cuenta las estrategias seleccionadas, compruebo si voy progresando en la dirección de la meta deseada.						
<b>Actividades de control</b>	<b>Sesión 2</b>	<b>Sesión 3</b>	<b>Sesión 4</b>	<b>Sesión 5</b>	<b>Sesión 6</b>	<b>Sesión 7</b>
¿Qué tipo de inconvenientes se han presentado hasta el momento?						
De ser necesario, escribo nuevas estrategias que me permitan cumplir con mis objetivos						
¿El tiempo estimado para cumplir mis objetivos ha sido el indicado? ¿Creo que debo modificar mis tiempos?						

Fuente: Elaboración propia.

De igual manera, al culminar las actividades propuestas en la unidad didáctica, los educandos evaluaron la efectividad de la ruta de acción contrastando los resultados obtenidos con los objetivos iniciales.

**Tabla 9.** Formato de evaluación al proceso

<b>El proceso ha terminado ¿alcancé las metas que me había propuesto?</b>		
<b>Objetivos del proceso</b>	<b>Describo mi situación actual frente a los objetivos</b>	<b>¿Qué otras estrategias se podrían aplicar para el cumplimiento de mis objetivos?</b>

Fuente: Elaboración propia.

Adicionalmente, dentro de la unidad didáctica se recurre al uso de talleres con preguntas que permitan guiar al estudiante en la resolución de los problemas, al tiempo que realiza procesos propios de la regulación metacognitiva. Los talleres aplicados facilitaron la información necesaria para describir el desarrollo cognitivo y metacognitivo de cada

estudiante, por lo que esta herramienta estuvo vinculada principalmente, con el seguimiento y avance de los educandos frente al desarrollo de habilidades para resolver problemas.

Finalmente, en el momento de reenfoque, se empleó una prueba de exploración final a fin de establecer la movilidad de los estudiantes con respecto a los niveles de resolución de problemas propuestos por Tamayo y Zona (2014).

## **6.7 UNIDAD DIDÁCTICA**

La unidad didáctica es el instrumento de planificación más importante con que cuenta el docente. Esta se entiende como la carta de navegación que seguirá el maestro durante el proceso de enseñanza de un tema determinado. En la unidad didáctica se hacen explícitos aspectos tales como la temática que se piensa abordar, los objetivos de aprendizaje definidos, la pregunta orientadora -pretexto que justifica el abordaje del tema-, los conceptos objeto de estudio, las actividades de enseñanza, entre otros. Con relación a la unidad didáctica, Arias y Torres (2017), indican que esta “es un conjunto de elementos pedagógicos dispuestos organizadamente para desarrollar una clase en un tiempo, espacio y contexto determinados” (p. 43). En este orden de ideas, la unidad didáctica a implementar en la presente investigación (**ver anexo D**) se ha elaborado teniendo en cuenta las particularidades sociales, culturales y cognitivas de la muestra definida en la unidad de trabajo.

Respecto a la estructura de la unidad didáctica, esta está seccionada en tres momentos: ubicación, desubicación y reenfoque.

En el primer momento, el de ubicación, se presentó a los estudiantes cuatro situaciones problema que debían ser resueltas de manera individual, tres de ellas acompañadas de preguntas de tipo metacognitivo. El objetivo de este momento fue identificar las posibles fortalezas y/o dificultades que poseían los estudiantes para solucionar problemas, así como recabar información suficiente que diera cuenta del nivel de resolución de problemas en que se encontraban los educandos.

Durante el segundo momento, el de desubicación, se analizó la información obtenida tras el momento de ubicación y se procedió a llevar a cabo acciones de enseñanza que vincularon estrategias con el fin de fortalecer los procesos de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) en la resolución de situaciones problema asociadas con sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ . Es decir, se buscó que los estudiantes abordaran la planeación, el monitoreo y la evaluación de manera consciente en sus actividades de aprendizaje, esto con el fin de incitar a la reflexión sobre la manera de enfrentarse a una situación problema.

Finalmente, en el momento de reenfoque, los estudiantes llevaron a cabo la solución de la prueba de exploración final, la cual contó con la misma estructura presentada en la exploración inicial, prueba presentada en el momento de ubicación.

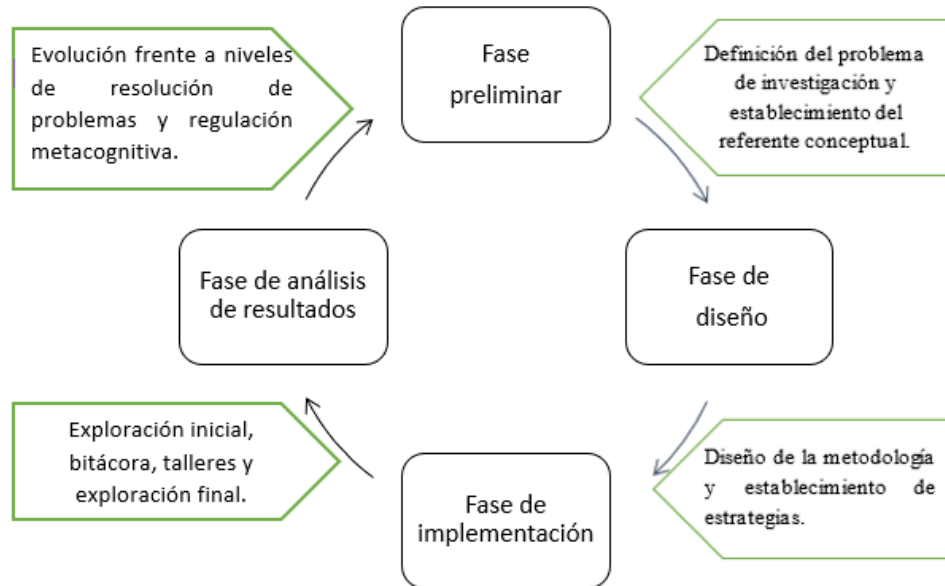
La unidad didáctica se desarrolló en ocho sesiones, durante seis semanas y bajo una intensidad semanal de cuatro horas. Tras la aplicación de la unidad didáctica se procedió a realizar un análisis de los datos e información recabada para posteriormente, emitir conclusiones.

## **6.8 DISEÑO METODOLÓGICO**

A continuación, se presenta un esquema del proceso de diseño metodológico que guio la elaboración del proyecto de investigación.



**Figura 3** Diseño metodológico



Fuente: Adaptado de Jiménez (2020).

## 6.9 PLAN DE ANÁLISIS

La recolección de datos e información de la presente investigación se llevó a cabo mediante la revisión de los diferentes instrumentos aplicados, entre los que se destacan la exploración inicial, los talleres, la bitácora y la exploración final.

Con relación a la exploración inicial, esta permitió llevar a cabo un proceso de análisis relacionado con las dos categorías planteadas, pues, en primer lugar, se determinó el nivel de resolución de problemas en que se encontraban los estudiantes y, en segundo lugar, se observó qué procesos de regulación metacognitiva realizaban al momento de enfrentarse a una situación problema.

Posteriormente, la bitácora del estudiante y los talleres aplicados facilitaron información relevante en cuanto el progreso de la habilidad de los estudiantes para solucionar problemas, así como de su forma para llevar a cabo procesos de regulación metacognitiva y reflexionar sobre su aprendizaje.

Adicionalmente, para culminar el proceso de trabajo de campo, se aplicó la exploración final, cuya estructura y problemas fueron iguales a la presentada en la exploración inicial, con el fin de recoger información relacionada sobre la intervención realizada.

Luego, con el objetivo de llevar a cabo procesos de sistematización de la información, se procedió a elaborar una matriz de Excel que permitió la clasificación de los estudiantes objeto de estudio, en uno u otro nivel de resolución de problemas. Tras la implementación de la matriz, la cual reflejó el nivel inicial y el nivel alcanzado por los estudiantes en cuanto a su capacidad para resolver problemas, se realizó el análisis correspondiente a dichos resultados tomando como referente las teorías expuestas por los diferentes autores en las cuales se enmarcó la presente investigación, para finalmente elaborar las conclusiones.

## 7 RESULTADOS

En el presente capítulo se dan a conocer los resultados de la investigación desde el logro de los diferentes objetivos específicos propuestos. En primer lugar, se realiza una descripción de las observaciones logradas durante la exploración inicial y, posteriormente, se describe el desarrollo de la unidad didáctica por sesiones. Tras lo anterior, se analizan los resultados obtenidos durante la exploración final, luego de lo cual, se lleva a cabo una comparativa entre dichos resultados. Finalmente, se presenta la discusión de resultados de acuerdo con las categorías de análisis definidas.

**Con relación al objetivo específico uno:** Conocer los niveles de resolución de problemas iniciales que tienen los estudiantes del grado 9° de la Institución Educativa Instituto de Promoción Agropecuaria.

A continuación, se presentan los resultados de la exploración inicial a partir del análisis de las preguntas asociadas a cada uno de los niveles de resolución de problemas.

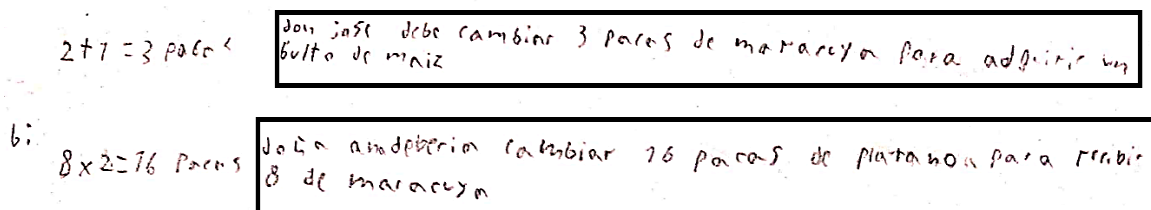
**Problema 1:** En algunas veredas del municipio de Tame sus habitantes acostumbran a realizar trueques entre alimentos teniendo en cuenta lo que se produce en cada finca. A continuación, se presentan algunos de los intercambios realizados:

- Don José cambia 2 pacas de maracuyá y 1 de plátano por 1 bulto de maíz.
  - Don Julio cambia 4 pacas de plátano por 2 bultos de maíz.
- a) Si una persona desea conseguir maíz y su finca solo produce maracuyá, ¿cuántas pacas de maracuyá debe dar para adquirir un bulto de maíz?
- b) Doña Ana necesita 8 pacas de maracuyá, pero solamente cuenta con plátano para realizar el intercambio. ¿Cuántas pacas de este producto debe entregar para recibir 8 de maracuyá?

**Descripción:** las respuestas propuestas por los escolares dan cuenta de la identificación de algunas cantidades mencionadas o relacionadas con el problema, esto se evidencia en los números utilizados al momento de plantear sumas y multiplicaciones, sin embargo, aunque utilizan algunos datos del problema para justificar sus respuestas, no

logran dar una solución satisfactoria al problema planteado. En este sentido, y teniendo en cuenta la ausencia de procesos de comparación con otras situaciones conocidas por los estudiantes, es posible ubicarlos en el nivel 1 de resolución de problemas.

**Figura 4** Respuesta de E5 en la exploración inicial



Fuente: Elaboración propia.

Por otra parte, con relación a los procesos de regulación metacognitiva, todos los estudiantes que participaron del estudio asumen que identificar el objetivo del problema es reconocer las operaciones que deben hacer para resolverlo. De igual forma, se encontró que los estudiantes no son conscientes de las dificultades que tienen, aspecto que ocurre en los procesos de monitoreo y evaluación, como en el caso del E1 que a pesar de haber indicado que no tuvo ninguna dificultad, también señaló que no había entendido la situación problema.

**Figura 5** Respuestas de E2 a las preguntas de regulación

PROBLEMA	¿Cuál era el objetivo del problema?	¿Qué estrategias planteó para solucionar el problema?	¿Qué dificultades se presentaron durante el desarrollo del problema?	¿Considera que solucionó de forma adecuada el problema? ¿por qué?
1	sumar pares de maracuya y uno de platanos	sumando	ninguna	NO porque no lo entendi

Fuente: Elaboración propia.

**Problema 2:** Con el fin de ampliar sus ingresos, Don Alfonso está pensando en comprar algunos cerdos y terneros a don Manuel, para lo cual dispone de \$ 1.650.000. Don Manuel le dice que por ese dinero le puede dar 2 terneros y 3 cerdos o 1 ternero y 7 cerdos.

¿Cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones representa las opciones de venta dadas por don Manuel? Justifica tu respuesta.

$$A. \begin{cases} 2c + t = 1.650.000 \\ 2t + 7c = 1.650.000 \end{cases}$$

$$C. \begin{cases} 2c + 7t = 1.650.000 \\ 2t + 3c = 1.650.000 \end{cases}$$

$$B. \begin{cases} 3t - 2c = 1.650.000 \\ t - 3c = 1.650.000 \end{cases}$$

$$D. \begin{cases} 2t + 3c = 1.650.000 \\ t + 7c = 1.650.000 \end{cases}$$

**Descripción:** el problema planteado buscaba que los escolares reconocieran las variables, mediante su identificación en un sistema de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ . Con relación a lo anterior, se observa que 4 de los estudiantes identificaron el sistema de ecuaciones asociado a la situación, tan solo E5 no logró identificar correctamente las variables indicadas. Además, ninguno de los estudiantes propuso una justificación a la hora de escoger uno de los sistemas de ecuaciones propuestos en las opciones de respuesta. Esto puede deberse a que, si bien logran responder de manera adecuada, no son conscientes de las razones para reconocer que efectivamente esa es la respuesta.

A partir de lo anterior, y teniendo en cuenta que ninguno de los estudiantes llevó a cabo procesos de comparación mediante el uso de analogías, es posible ubicar a los escolares en el nivel 1 de resolución de problemas.

Por otro lado, teniendo en cuenta las respuestas dadas en la tabla, los E2, E3, E4 y E5 asumieron el objetivo de don Alfonso, personaje de la situación presentada, como el objetivo del problema. En cuanto a la selección de estrategias, todos los estudiantes se limitaron a escribir una operación y no a indicar el proceso cognitivo que permite la solución del problema. Ahora, teniendo en cuenta que las dificultades descritas por todos los estudiantes están relacionadas con que no sabían que ecuación seleccionar, ya que como lo especificó E1 había opciones de respuesta semejantes y que aun así consideran que sus respuestas son correctas sin argumentar dicha elección, se evidencia la ausencia de los procesos de planeación, monitoreo y evaluación durante la resolución de problemas.

**Figura 6.** Respuestas de los E2 y E4 a las preguntas de regulación metacognitiva

PROBLEMA	¿Cuál era el objetivo del problema?	¿Qué estrategias planteó para solucionar el problema?	¿Qué dificultades se presentaron durante el desarrollo del problema?	¿Considera que solucionó de forma adecuada el problema? ¿por qué?
2	Incrementar ingresos	Ecuación	Como sabía cual era la ecuación	Si pude encontrar la respuesta

PROBLEMA	¿Cuál era el objetivo del problema?	¿Qué estrategias planteó para solucionar el problema?	¿Qué dificultades se presentaron durante el desarrollo del problema?	¿Considera que solucionó de forma adecuada el problema? ¿por qué?
2	Analizar	Sumando	que habían dos parecidas	si por que analice bien

Fuente: Elaboración propia.

**Problema 3:** Para llevar un control de los gastos de la casa, Juliana decide registrar el precio de cada uno de los productos adquiridos en un día, pero no recuerda el precio específico de la lenteja y del arroz, aunque sí tiene presente la siguiente información:

- La tendera dijo que si llevaba 1 libra de cada producto debía pagar \$ 3.300
  - Juliana compró 2 libras de arroz y 3 libras de lenteja por lo cual pagó \$ 8.100
- a. ¿Qué información consideras relevante para que Juliana determine el precio de la libra de arroz y la libra de lenteja?
  - b. ¿Cuál es el precio de cada producto?

**Problema 4:** Julio es un señor conocido en su comunidad porque se dedica a la venta de plátano y aguacate. Su hijo mayor le aconseja que para aumentar sus ganancias debería cultivar más plátano que aguacate. Las razones que le da a su padre son las siguientes:

- Al cultivar 1 hectárea de cada producto obtiene ganancias de \$ 25.800.000
- Al cultivar 2 hectáreas de plátano y 1 hectárea de aguacate obtiene ganancias de \$ 36.600.000.

- a. ¿El hijo mayor de don Julio tiene razón al afirmar que es más productivo sembrar plátano que aguacate? Justifica tu respuesta.
- b. ¿Qué ganancias obtendría Don Julio si sembrara 2 hectáreas de aguacate y 1 de plátano?

**Descripción:** Respecto a los problemas 3 y 4 es posible identificar que los estudiantes hicieron uso de las cantidades numéricas propuestas en los enunciados con el fin de dar solución, mediante procesos algorítmicos básicos, a dichos problemas, pero sin establecer relaciones entre las variables presentes en cada una de las situaciones. Con relación a lo anterior, se observa que, para llevar a cabo los cálculos, los estudiantes operan de manera indiscriminada las cantidades que les proporciona el problema, sin considerar posibles diferencias entre el valor de uno u otro producto, es decir, entre los valores de las variables.

**Figura 7** Respuesta de E4 al problema 4

4) a) Si, porque al sembrar mas platano y aguacate aumenta sus ganancias

b)

$$\begin{array}{r} 25,800,000 \\ + 25,800,000 \\ \hline 52,600,000 \end{array}$$

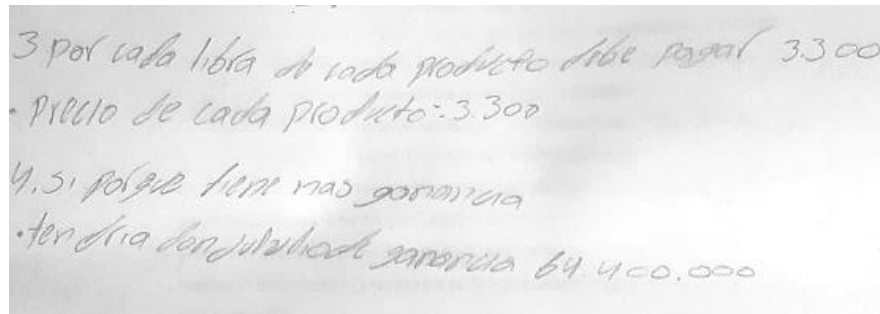
$$\begin{array}{r} 25,800,000 \\ + 51,600,000 \\ \hline 77,400,000 \end{array}$$

de 2 hectareas de platano serfa las ganancias 51.600.600  
de 1 de aguacate son 25.800.000  
total 77.400.000

Fuente: Elaboración propia.

Adicionalmente, es de resaltar que los E2 y E3 suministraron respuestas al problema 4 a pesar de no haber realizado ningún procedimiento matemático que las justificara. A partir de lo anterior, es posible ubicar a los escolares en el nivel 1 de resolución de problemas.

**Figura 8** Respuesta de E3 a los problemas 3 y 4



Fuente: Elaboración propia.

Del mismo modo, las respuestas dadas a las preguntas de planeación, proceso de la regulación metacognitiva, confluyen en considerar que el objetivo del problema consiste en realizar compras, controlar los gastos o aumentar ingresos y que para su resolución las operaciones que deben realizar son ya sea solo sumas, sumas y multiplicaciones o sumas y divisiones. En concordancia con lo anterior, para las preguntas que obedecen a los procesos de monitoreo y evaluación, se observa que las dificultades durante el desarrollo de los problemas estuvieron asociadas con que no sabían qué operaciones realizar entre las cantidades proporcionadas en el enunciado, sin embargo, justifican que sus respuestas son adecuadas por el hecho de que pudieron llevar a cabo las sumas o divisiones que habían planteado, sin importar si dichos valores satisfacían lo descrito en el enunciado. Es decir, para los estudiantes solucionar de manera adecuada un problema implica saber resolver las operaciones seleccionadas, pero no hay un proceso de revisión el cual ocurre durante la evaluación metacognitiva.

**Figura 9** Respuestas de E5 a las preguntas de regulación metacognitiva

PROBLEMA	¿Cuál era el objetivo del problema?	¿Qué estrategias planteó para solucionar el problema?	¿Qué dificultades se presentaron durante el desarrollo del problema?	¿Considera que solucionó de forma adecuada el problema? ¿por qué?
3	control de gastos	suma y división	no sabía que es sumar y que divide	si pueda resolver la suma y división
4	Aumentar ingresos	suma	ninguno	si puede usar las operaciones

Fuente: Elaboración propia.



**Con relación al objetivo específico dos:** Describir las estrategias de regulación metacognitiva que emplean los estudiantes al implementar una unidad didáctica fundamentada en la resolución de problemas sobre sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ .

## Desarrollo de la sesión 2

Durante esta sesión se socializaron los resultados de la exploración inicial. Luego, los estudiantes diligenciaron el primer apartado de la bitácora en el cual expusieron recursos, estrategias y tiempos que les permitieran dar cumplimiento con el objetivo de la intervención. Es de resaltar que dentro de los recursos algunos estudiantes parten de operaciones básicas con números naturales y otros no solo desde el manejo de expresiones algebraicas, sino que también enunciaron otros aspectos de tipo actitudinal que trascendían lo cognitivo.

Seguidamente, revisaron las páginas 1 y 2 del OVA en las cuales se presentó la definición de ecuación, así como algunos ejemplos, esto mediante texto y recursos audiovisuales, donde cada estudiante registró la información que consideró relevante e hicieron las preguntas que creyeron pertinentes a la docente.

**Figura 10.** Estructura del OVA

El inquietante mundo de las ecuaciones

Sistemas de ecuaciones

La solución de sistemas de ecuaciones  $2 \times 2$

El método gráfico y el método de sustitución

El método de reducción y el método de igualación

Solución de sistemas de ecuaciones lineales

$a^n + b^n = c^n$ ,  $n, a, b, c \in \mathbb{N}$ ,  $n > 2$

$\varphi(x) = \sum_{k=1}^n u(k) \varphi(2xk)$

$\varphi(x) = \prod_{k=1}^n m_k \left(\frac{x}{2^k}\right)^{a_k}$

$f(x) = \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

$\frac{d}{dx} \ln|x| = \frac{1}{x}$

$\frac{d}{dx} \ln|ax+b| = \frac{a}{ax+b}$

Establecimiento: Institución Educativa Instituto de Promoción Agropecuaria  
Carácter de la institución: Público

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, los estudiantes realizaron un seguimiento al proceso de aprendizaje a partir del diligenciamiento de la segunda parte de la bitácora. Donde señalaron los inconvenientes que habían presentado, si requerían o no cambiar las estrategias y por cuales, de igual forma, mencionaron si el tiempo establecido había sido el indicado.

Aquí se observa que los estudiantes que no presentaron dificultad no modificaron las estrategias, mientras que los que si las tuvieron plantearon unas nuevas. Como, por ejemplo, dedicar más tiempo a su estudio, ver tutoriales sobre el eje temático o realizar más preguntas durante la clase.

**Figura 11** Respuestas de E5 a las preguntas de control metacognitivo

¿Qué tipo de inconvenientes se han presentado hasta el momento?	Yo creeria que ha sido a los correctas explicaciones de la profesora
De ser necesario, escribo nuevas estrategias que me permitan cumplir con mis objetivos	no los veo necesarios
¿El tiempo estimado para cumplir mis objetivos ha sido el indicado? ¿Creo que debo modificar mis tiempos?	Si, el tiempo indicado es el proceso

Fuente: Elaboración propia.

### Desarrollo de la sesión 3

Durante la sesión 3 los estudiantes revisaron las páginas 3 y 4 del OVA, allí, inicialmente, se encontraba la conceptualización sobre sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ . De igual manera, se presentaron ejemplos de situaciones problema que pueden ser

modeladas mediante estos. Luego, se expuso el método gráfico a partir de la resolución de un problema.

Al finalizar la conceptualización se aplicó un taller, el cual contenía un problema y cuatro preguntas que invitaban al estudiante a identificar los elementos relevantes del problema, las estrategias que permitían su solución y a monitorear y evaluar el procedimiento seguido.

A través de la implementación de este taller se evidencia que los E1, E2 y E4 no elaboran de forma precisa respuestas para las preguntas de regulación metacognitiva. Así mismo, se observa que, tienen dificultad para establecer el sistema de ecuaciones que representa la situación problema. Puesto que a pesar de que logran plantear correctamente una de las ecuaciones, asumen que, si el total de los dos tipos de paletas es ciento cincuenta, el número de paletas tanto grandes como pequeñas es el mismo, es decir, setenta y cinco. Adicionalmente, no realizan la transposición de términos de forma adecuada, lo cual impide que se establezca la solución del problema.

**Figura 12** Respuesta de E4 al taller # 1

The image shows handwritten mathematical work on a piece of paper. At the top, the equation  $500x + 300y = 57.000$  is written. Below it, a system of two equations is presented:  $75 - 75x + 75y = 150 - 75$  and  $75y = 150 - 75$ . The second equation is boxed. To the right, the first equation is being manipulated:  $500 \times 500x + 300y = 57.000 - 500$  followed by  $+ 300y = 57.000 - 500$ .

Fuente: Elaboración propia.

Por otro lado, los E3 y E5 dieron respuestas más elaboradas que permiten reconocer el proceso seguido para la solución del problema. Análogamente, no incurren en errores al momento de llevar a cabo los procedimientos algorítmicos para el despeje de una de las incógnitas ni al realizar la tabulación y la respectiva gráfica.

**Figura 13** Respuestas de E5 a las preguntas de regulación metacognitiva del taller # 1

1. Laura y Felipe hacen paletas de chocolate para vender. La materia prima necesaria para hacer una paleta grande les cuesta \$500 y para una paleta pequeña \$300. Si disponen de \$57.000 y quieren hacer 150 paletas, ¿cuántas paletas de cada tamaño podrán hacer?

a) ¿Qué información consideras relevante para dar respuesta a la situación planteada?

cantidad de paletas, valor de la materia prima

b) ¿Qué pasos propones para solucionar el problema?

creaciones iniciales 2x2

c) Al llevar a cabo estos pasos, ¿los datos obtenidos son coherentes con lo solicitado en el problema? Justifica tu respuesta.

Sí, si son coherentes con el número de paletas y el dinero que disponen

d) ¿Es necesario cambiar o ajustar la estrategia seleccionada? ¿Por qué?

No, porque la estrategia está bien planteada y puede resolver el problema

Fuente: Elaboración propia.

Para finalizar la sesión, los estudiantes dieron respuestas a las tres preguntas que corresponden al proceso de monitoreo dispuestas en la bitácora, donde se observa que tanto los estudiantes que presentaron inconvenientes para solucionar el problema como los que no, replantearon o agregaron estrategias a las seleccionadas inicialmente. Como, por ejemplo, participar más en clase, dedicar una hora de lectura al día o cumplir con las estrategias descritas con anterioridad.

#### **Desarrollo de la sesión 4.**

En la sesión 4 se continuó con el estudio del método de sustitución en la página 4 del OVA. Luego de revisar la conceptualización y los ejemplos planteados, los estudiantes desarrollaron un taller, el cual tenía la misma estructura que el mencionado en la sesión 3.

**Figura 14** Respuestas de E4 al taller # 2

1. Una gasolinera vende el galón de gasolina corriente en \$9.800 y la extra en \$12.500 el galón. Al final del día se vendieron 62 galones y los recibos totalizaron \$ 688.600.  
¿Cuántos galones de cada tipo se vendieron?

a) ¿Qué información consideras relevante para dar respuesta a la situación planteada?  
El precio de cada galón de gasolina y la cantidad de galones que vendieron y el total de lo que ganaron

b) ¿Qué pasos propones para solucionar el problema?  
Plantear el precio de el galón de gasolina y el cociente junto con la cantidad de galones vendidos

c) Al llevar a cabo estos pasos, ¿los datos obtenidos son coherentes con lo solicitado en el problema? Justifica tu respuesta.  
Al llevar a cabo la ecuación, puede comprobar que es coherente por que todos los datos dan el resultado

d) ¿Es necesario cambiar o ajustar la estrategia seleccionada? ¿Por qué?  
también es necesario tener la cantidad de dinero conseguida

Fuente: Elaboración propia.

Es de resaltar que todos los escolares resolvieron de manera adecuada el problema, a pesar, de que en la bitácora los E1, E2, E3 y E5 manifestaron haber presentado dificultad ya sea por la comprensión del enunciado o durante el despeje de las incógnitas. Por lo anterior, señalaron que era necesario realizar más ejercicios de práctica y, de manera particular, es necesario mencionar que el E2 hace énfasis en dar cumplimiento a las estrategias ya seleccionadas.

**Figura 15** Respuesta de E3 a las preguntas de control metacognitivo

¿Qué tipo de inconvenientes se han presentado hasta el momento?	NO PUE- LLENTE MIENTES	SALTA LAS EVALUACIONES	SOLUCIONAR EL SISTEMA DE EVALUACIONES
De ser necesario, escribo nuevas estrategias que me permitan cumplir con mis objetivos	CON LAS GRUPOS LOGO ME SIENTO BIEN	PARTICIPAR MAS EN CLASE	HAZER EJERCICIOS DE PRACTICA
¿El tiempo estimado para cumplir mis objetivos ha sido el indicado? ¿Creo que debo modificar mis tiempos?	NO PUE- QUE TEN- GO EL TIEMPO NIEGO PARA ESTUDIAR	NO ES NECESA- RIO	NO PUEDE TENER EL TIEMPO PARA ESTUDIAR

Fuente: Elaboración propia.

### **Desarrollo de la sesión 5**

Durante esta sesión se abordó la conceptualización expuesta en la página 4 del OVA, la cual correspondía al método de reducción. Seguidamente, los estudiantes desarrollaron el taller propuesto para la clase. Es importante mencionar que todos los escolares consiguieron plantear el sistema de ecuaciones que representaba la situación y de igual manera llevaron a cabo procedimientos que les permitieron desarrollar de forma adecuada el problema. En consonancia con esto, en sus respuestas a las preguntas que obedecen a los procesos de monitoreo y evaluación especifican que no es necesario modificar la estrategia seleccionada ya que, al verificar los resultados, estos coinciden con lo planteado en el problema.

En cuanto a la información suministrada en las bitácoras, los estudiantes manifiestan que los principales inconvenientes se dan al momento de establecer el sistema de ecuaciones, de manera que consideran necesario ampliar el tiempo de estudio, revisar a detalle los ejemplos y ver tutoriales.

### **Desarrollo de la sesión 6**

La sesión 6 se realizó a partir de la revisión de la página 5 del OVA, en cuanto a lo relacionado con el método de igualación. Durante la resolución del problema correspondiente al taller de la clase, se encontró que ningún estudiante tuvo dificultad para representar el enunciado mediante un sistema de ecuaciones. No obstante, los E1, E2 y E3 no finalizaron el proceso de despeje de las incógnitas, tan solo despejaron una de estas en términos de la otra y las igualaron. Mientras que los E4 y E5 culminaron el despeje, encontrando así los valores desconocidos.

**Figura 16** Respuesta de E2 al taller # 4

$$\begin{aligned} 15,000A + 8,000B &= 5,540,000 \\ A + B &= 500 \\ A - B &= 500 - B \\ 15,000A + 8,000B &= 5,510,000 \\ 15,000A + 15,000B + 8,000B &= 5,540,000 - 15,000A \\ 8,000B &= 5,540,000 - 15,000A \\ n &= \frac{5,540,000 - 15,000A}{8,000} \end{aligned}$$

Fuente: Elaboración propia.

Todo lo anterior se vio reflejado en las bitácoras, ya que los educandos que dieron respuesta al problema, indicaron que no era necesario modificar ni las estrategias ni los tiempos, entre tanto los demás estudiantes señalaron que la principal dificultad estaba relacionada con el procedimiento para despejar las incógnitas, por lo cual se requería pedir más asesoría sobre dicho procedimiento y revisar a detalle los ejemplos. Por todo lo anterior consideraron necesario ampliar el tiempo de estudio.



**Figura 17** Respuestas de E5 a las preguntas de control metacognitivo

Actividades de control	Sesión 5	Sesión 6
¿Qué tipo de inconvenientes se han presentado hasta el momento?	los inconvenientes que se me van presentando son problemas para entender los ejemplos dados	gracias a los objetivos propuestos, no se han presentado problemas en desarrollar los ejercicios
De ser necesario, escribo nuevas estrategias que me permitan cumplir con mis objetivos	hasta el momento sería oportuno el tiempo de ver ejemplo en videos	las rutinas han demostrado ser efectivas, no es necesario cambiarlas
¿El tiempo estimado para cumplir mis objetivos ha sido el indicado? ¿Creo que debo modificar mis tiempos?	el tiempo sigue siendo el indicado	no veo necesario cambiar el tiempo

Fuente: Elaboración propia.

### Desarrollo de la sesión 7

Al terminar la aplicación del instrumento final los estudiantes concluyeron el diligenciamiento de sus bitácoras, donde los E1, E2 y E3 manifestaron no haber cumplido con el objetivo propuesto en la intervención. Las razones que dieron a lo antes mencionado están relacionadas con no haber cumplido a cabalidad las estrategias expuestas con anterioridad en las bitácoras. Con lo cual se percibe el desarrollo de los procesos de regulación metacognitiva a partir de la intervención, debido a que, a pesar de no haber alcanzado el objetivo, los estudiantes son conscientes de las razones que impidieron su óptimo cumplimiento. De igual manera, proponen las estrategias que consideran necesarias para lograrlo.



**Figura 18** Respuestas de E3 a las preguntas de evaluación metacognitiva

El proceso ha terminado ¿alcancé las metas que me había propuesto?		
Objetivos del proceso	Describo mi situación actual frente a los objetivos	¿Qué otras estrategias se podrían aplicar para el cumplimiento de mis objetivos?
Soluciones Situaciones Problemas que involucran el uso del sistema de ecuaciones lineales 2x2	No aprendí a solucionar sistema de ecuaciones lineales 2x2 por que me falta un poco de atención y cumplir con mis estrategias planteadas	Poner mas atención y dedicar mas tiempo a cotidian

Fuente: Elaboración propia.

Por otra parte, los E4 y E5 indicaron haber alcanzado el objetivo en el tiempo estimado. Sin embargo, también proponen nuevas estrategias con las cuales consideran que podrían lograr el mismo objetivo. Lo cual, en definitiva, permite constatar el avance de los estudiantes en cuanto a los procesos de regulación metacognitiva.

**Figura 19** Respuestas de E5 a las preguntas de evaluación metacognitiva

El proceso ha terminado ¿alcance las metas que me había propuesto?		
Objetivos del proceso	Describo mi situación actual frente a los objetivos	¿Qué otras estrategias se podrían aplicar para el cumplimiento de mis objetivos?
	Siento que he alcanzado la meta propuesta y también la he conseguido en el tiempo establecida	talvez sería dedicar un poco mas de tiempo a aprender de los profesores de enseñanza dicha materia

Fuente: Elaboración propia.

**Con relación al objetivo específico tres:** determinar los cambios que presentan los estudiantes al resolver problemas sobre sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$  tras la vinculación de estrategias de regulación metacognitiva.

**Problema 1:** En algunas veredas del municipio de Tame sus habitantes acostumbran a realizar trueques entre alimentos teniendo en cuenta lo que se produce en cada finca. A continuación, se presentan algunos de los intercambios realizados:

- Don José cambia 2 pacas de maracuyá y 1 de plátano por 1 bulto de maíz.
  - Don Julio cambia 4 pacas de plátano por 2 bultos de maíz.
- a) Si una persona desea conseguir maíz y su finca solo produce maracuyá, ¿cuántas pacas de maracuyá debe dar para adquirir un bulto de maíz?
- b) Doña Ana necesita 8 pacas de maracuyá, pero solamente cuenta con plátano para realizar el intercambio. ¿Cuántas pacas de este producto debe entregar para recibir 8 de maracuyá?

**Descripción:** Se evidencia que los estudiantes reescriben la información presentada en el enunciado ya sea de forma simbólica o textual, para luego plantear equivalencias entre estos intercambios, llegando así a una correcta solución del problema. En este sentido se observa como los estudiantes logran hacer procesos de transformación semiótica de un registro natural a un registro algebraico el cual corresponde a la ecuación.

**Figura 20** Respuesta de E5 al problema 1 de la exploración final

$2x + y = 6$   
 Si:  $4y = 2b$

$2x = y$     $4x = 2y$     $4x = 6$   
 $2y = 6$     $2y = 4x$     $4y = 2b$

A: debe dar 4 pacas de maracuyá para recibir un bulto de maíz →  $4x = 6$

B: doña ana debe dar 4 pacas de plátano para recibir 8 de maracuyá:  
 $4y = 8x$

Fuente: Elaboración propia.

Con relación a lo anterior y teniendo en cuenta el nivel de dificultad de la situación, observa que todos los estudiantes alcanzaron el nivel 2 de resolución de problemas.

Así mismo, se puede observar que se tiene claridad frente a la información suministrada en el problema y lo que este solicita, determinando los valores a partir de operaciones básicas para finalmente validar estos resultados. Es decir, los educandos realizaron procesos de planeación, monitoreo y evaluación.

**Problema 2:** Con el fin de ampliar sus ingresos Don Alfonso está pensando en comprar algunos cerdos y terneros a don Manuel, para lo cual dispone de \$ 1.650.000. Don Manuel le dice que por ese dinero le puede dar 2 terneros y 3 cerdos o 1 ternero y 7 cerdos. ¿Cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones representa las opciones de venta dadas por don Manuel? Justifica tu respuesta.

A. 
$$\begin{cases} 2c + t = 1.650.000 \\ 2t + 7c = 1.650.000 \end{cases}$$

B. 
$$\begin{cases} 2c + 7t = 1.650.000 \\ 2t + 3c = 1.650.000 \end{cases}$$

C. 
$$\begin{cases} 3t - 2c = 1.650.000 \\ t - 3c = 1.650.000 \end{cases}$$

D. 
$$\begin{cases} 2t + 3c = 1.650.000 \\ t + 7c = 1.650.000 \end{cases}$$

**Descripción:** Los estudiantes identificaron las variables que intervienen en el problema y los datos asociados a estas, así como la operación que se debe realizar entre estos valores para satisfacer las ecuaciones; lo que les permitió seleccionar adecuadamente el sistema de ecuaciones que representaba el enunciado. En este sentido, los educandos a partir de este problema se posicionaron en el nivel 3 de resolución de problemas.

De igual manera, se evidencia que los estudiantes identificaron el objetivo del problema al escribir que este consistía en la identificación del sistema de ecuaciones que representaba la situación. Con relación a las preguntas de monitoreo y evaluación, señalaron que no tuvieron inconvenientes con las opciones de respuesta, puesto que la seleccionada coincidía con el enunciado. Por lo cual se concluye que los educandos realizan procesos de regulación metacognitiva.

**Problema 3:** Para llevar un control de los gastos de la casa, Juliana decide registrar el precio de cada uno de los productos adquiridos en un día, pero no recuerda el precio específico de la lenteja y del arroz, aunque sí tiene presente la siguiente información:

- La tendera dijo que si llevaba 1 libra de cada producto debía pagar \$ 3.300
  - Juliana compró 2 libras de arroz y 3 libras de lenteja por lo cual pagó \$ 8.100
- a) ¿Qué información consideras relevante para que Juliana determine el precio de la libra de arroz y la libra de lenteja?
- b) ¿Cuál es el precio de cada producto?

**Problema 4:** Julio es un señor conocido en su comunidad porque se dedica a la venta de plátano y aguacate. Su hijo mayor le aconseja que para aumentar sus ganancias debería cultivar más plátano que aguacate. Las razones que le da a su padre son las siguientes:

- Al cultivar 1 hectárea de cada producto obtiene ganancias de \$ 25.800.000
  - Al cultivar 2 hectáreas de plátano y 1 hectárea de aguacate obtiene ganancias de \$ 36.600.000.
- a) ¿El hijo mayor de don Julio tiene razón al afirmar que es más productivo sembrar plátano que aguacate? Justifica tu respuesta.
- b) ¿Qué ganancias obtendría Don Julio si sembrara 2 hectáreas de aguacate y 1 de plátano?

**Descripción:** Los E1, E2 y E3 lograron identificar las variables y plantear los sistemas de ecuaciones asociados a los problemas, sin embargo, al momento realizar el despeje de las incógnitas no se aplicó correctamente el inverso aditivo. De igual manera, se presentaron otras dificultades de tipo algorítmico tales como la aplicación del inverso aditivo (en un solo miembro de la igualdad), cuando primero se debía aplicar el inverso multiplicativo.

Teniendo en cuenta que consiguieron relacionar las variables a pesar de que las soluciones no fueron las correctas, los E1, E2 y E3 se ubicaron en el nivel 4 de resolución de problemas.

**Figura 21** Respuesta de E2 al problema 3 en la exploración final

$$\begin{aligned}
 &3) \begin{cases} 2x + 3y = 8.100 \\ x + y = 3300 \end{cases} \\
 &2x + 3y = 8.100 \\
 &2x - 2x + 3y = 8.100 - 2x \\
 &\frac{3y}{3} = \frac{8.100 - 2x}{3} \\
 &y = \frac{8.100 - 2x}{3} \\
 &x + y = 3300 \\
 &x - x + y = 3300 - x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &8.100 - 2x = 3300 \cdot 3 \\
 &\frac{8.100 - 2x + 2x}{3} = \frac{x + 3300 \cdot 3}{3} \\
 &x = \dots
 \end{aligned}$$

Fuente: Elaboración propia.

Por otro lado, los E4 y E5 además de plantear de forma correcta los sistemas de ecuaciones, presentaron soluciones coherentes con lo solicitado. De manera que se ubicaron en el nivel 5 de resolución de problemas.

**Figura 22** Respuesta de E5 al problema 4 en la exploración final

$$\begin{cases} x + y = 25.800.000 \\ 2x + y = 36.600.000 \end{cases}$$

$x \cdot x + y = 25.800.000 \cdot x$   
 $y = 25.800.000 - x$   
 $2x - 2x + y = 36.600.000 - 2x$   
 $y = 36.600.000 - 2x$   
 $70.800.000 + 15.000.000 = 25.800.000$   
 $27.600.000 + 75.000.000 = 36.600.000$

$36.600.000 - 2x = 25.800.000 \cdot x$   
 $36.600.000 - 25.800.000 = 2x - x$   
 $x = 70.800.000$   
 $y = 25.800.000 - 10.800.000$   
 $y = 75.000.000$

$\frac{15.000.000}{4.200.000} = \dots$

A: Si tiene razón ya que si el aguacate vale f.200.000 más que el platano  
 B: Si siembra 2 hectáreas de aguacate y 1 de platano obtendría una ganancia de 10.800.000

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, a partir de las respuestas dadas en la tabla se evidencia que todos los estudiantes, luego de determinar los objetivos de los problemas, aspecto considerado en la planeación, establecieron estrategias que les permitieron llegar a sus soluciones. Así mismo, los escolares fueron conscientes de las dificultades presentadas no solo durante el desarrollo del problema, sino también al momento de establecer sus respuestas, tal como se presenta en la evidencia. Por lo cual, se aprecia que los educandos avanzaron en el desarrollo de procesos de regulación metacognitiva.

**Figura 23** Respuestas de E5 a las preguntas de regulación metacognitiva en la exploración final

PROBLEMA	¿Cuál era el objetivo del problema?	¿Qué estrategias planteó para solucionar el problema?	¿Qué dificultades se presentaron durante el desarrollo del problema?	¿Considera que solucionó de forma adecuada el problema? ¿por qué?
3	determinar el precio de la lenteja y el atroz	sistema de ecuaciones 2x2	la multiplicación	si porque los datos obtenidos fueron correctos
4		sistema de ecuaciones 2x2	multiplicación de números grandes	si porque los datos obtenidos fueron correctos

3: demostrar que el aguacate da más ganancias que el plátano

Fuente: Elaboración propia.

### Comparación entre la exploración inicial y la exploración final:

A continuación, se presenta un análisis comparativo de lo observado en la exploración inicial y en la exploración final para cada una de las preguntas:

**Tabla 10.** Comparación entre la exploración inicial y la exploración final

<b>Exploración inicial</b>	<b>Exploración final</b>
<p><b>Problema 1:</b> Los estudiantes buscan dar solución al problema a partir del uso de las cantidades que este suministra, ya sea mediante sumas o multiplicaciones, sin identificar la relación o equivalencia que existe entre cada uno de los productos. Por lo anterior, se ubicaron en el nivel 1 de resolución de problemas.</p>	<p><b>Problema 1:</b> Los estudiantes tienen claridad sobre la relación de equivalencia que hay entre un producto y otro, la cual reescriben de manera textual o de forma simbólica. A partir de las comparaciones realizadas responden correctamente a lo solicitado. En este sentido, los educandos se ubican en el nivel 2 de resolución de problemas.</p>
<p><b>Problema 2:</b> Los estudiantes se ubicaron en el nivel 1 de resolución de problemas debido a que seleccionaron uno de los sistemas de ecuaciones sin dar a conocer procedimientos o argumentos que sustentaran dicha elección. De la misma manera, con relación a las preguntas que dan cuenta de los procesos de regulación metacognitiva que llevan a cabo los estudiantes al momento de solucionar un problema, los E2, E3 y E4 manifestaron no tener inconvenientes y que la respuesta dada era la correcta, sin embargo, no la justificaron. Lo cual demuestra que no confrontan los resultados con los objetivos del problema. Por otro lado, el E1 señaló que la dificultad radicó en que algunas opciones de respuesta guardaban similitud y que no sabía cuál escoger, mientras que E5 indicó no saber qué operación realizar y en concordancia con esto, fue el único estudiante que no eligió correctamente el sistema de ecuaciones.</p>	<p><b>Problema 2:</b> Los estudiantes identifican la relación que hay entre las cantidades suministradas en el problema y las variables presentes en el mismo, lo cual les permitió elegir correctamente el sistema de ecuaciones. Del mismo modo, argumentan su elección a partir del establecimiento de letras que representan las incógnitas y, como a raíz de esto, dicho sistema de ecuaciones modela la situación. Por tal razón los estudiantes alcanzaron el nivel 3 de resolución de problemas.</p>
<p><b>Problemas 3 y 4:</b> Todos los estudiantes establecen respuestas al problema únicamente haciendo uso de operaciones básicas entre números naturales, asumiendo que los precios de cada producto o que las ganancias de los cultivos eran las mismas. Es decir, no realizaron ningún proceso de comparación</p>	<p><b>Problemas 3 y 4:</b> Todos los estudiantes reconocieron las variables asociadas a los problemas, por lo cual plantearon correctamente los sistemas de ecuaciones que modelaban las situaciones. Sin embargo, durante su solución, los E1, E2 y E3 presentaron dificultades de tipo algorítmico lo cual</p>

---

o de reconocimiento de las variables que intervenían en el problema. Por lo anterior los estudiantes se ubicaron en el nivel 1 de resolución de problemas.

impidió el correcto despeje de las incógnitas, ubicándose así en el nivel 4 de resolución de problemas. Por otro lado, los otros dos estudiantes se ubicaron en el nivel 5.

---

Fuente: Elaboración propia.



## 8 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En este apartado se presenta el análisis de los resultados a la luz de las posturas de los diferentes autores en que se soporta el presente trabajo. Lo anterior se describe a partir de un análisis comparativo tanto del nivel de resolución de problemas de los escolares, como del uso de procesos de regulación metacognitiva por parte de los mismos, antes y después de la implementación de la unidad didáctica.

### **En cuanto a la resolución de problemas**

En la exploración inicial, con relación al proceso de resolución del primer problema, donde se podían comparar las cantidades presentes en el enunciado, los escolares apelan al uso de operaciones aritméticas básicas, como es el caso de la suma y la multiplicación, para dar solución a la situación. En dicho proceso, los estudiantes interpretaron los conectores “y” y “por” con la suma y la multiplicación respectivamente, sin precisar las variables presentes en el enunciado. Al respecto, fue posible identificar una limitada existencia de lo que Schoenfeld (1985) denomina recursos o conocimientos matemáticos que posee el individuo para enfrentarse al problema en cuestión. Adicionalmente, se evidenció que los escolares no optaron por proponer representaciones pictóricas y establecer equivalencias entre variables mediante el uso de lenguaje algebraico, situación que se puede interpretar, según De Guzmán (1994), como la existencia de bloqueos de tipo cognoscitivo, reflejados en la rigidez mental.

Por otra parte, en la exploración final fue posible evidenciar un avance significativo con relación a la resolución de este problema, en cuyo caso, los estudiantes llevaron a cabo un proceso de lectura que les permitió identificar las variables presentes y relacionarlas adecuadamente, realizando un proceso de redescrición de la situación, a partir de la transformación semiótica del registro natural o verbal, propio del enunciado, a una representación algebraica. Así mismo, en el proceso de resolución del problema es posible distinguir el paso por las fases de análisis, exploración y ejecución, propuestas en el modelo de resolución de problemas de Shoenfeld (1985), pues se evidencia que los estudiantes utilizan estrategias heurísticas como la simplificación del problema mediante el uso de

equivalencias y la descomposición del problema en casos mediante las relaciones entre las equivalencias establecidas, generando así una justificación a la respuesta planteada al problema.

Respecto al segundo problema, en la exploración inicial se observa que los escolares limitan la resolución del problema netamente a la selección de una respuesta, sin brindar una justificación que sustente la decisión tomada. En este sentido, es posible afirmar que los escolares no logran implementar lo que Shoenfeld (1985) describe como heurística, es decir, estrategias y técnicas que les permiten avanzar en el proceso de resolución del problema, en tanto no se evidencia que hayan llevado a cabo procesos de relación entre variables, representación simbólica de la información suministrada o descripciones textuales que permitieran establecer equivalencias entre variables y cantidades. De igual forma, al no haber presentado argumentos que sustentaran la respuesta seleccionada, se evidencia la existencia de bloqueos de tipo cognoscitivo (De Guzmán, 1994) asociados con dificultades para enfrentarse al problema mediante su desglose y simplificación.

En oposición a lo anterior, en la exploración final los estudiantes lograron identificar las variables presentes en el problema, así como las relaciones entre estas, seleccionando de manera correcta el sistema de ecuaciones que representaba la situación descrita en el enunciado. En este sentido, se puede afirmar que se ampliaron los recursos cognitivos de que disponían los escolares, ya que recurrieron al uso de expresiones algebraicas para representar de manera simbólica la situación descrita en el problema. Es de resaltar que el E5 no se limitó únicamente a la selección del sistema de ecuaciones que representaba correctamente la situación, sino que adicionalmente, resolvió el sistema de ecuaciones y llevó a cabo el proceso de validación de la solución obtenida, dando cuenta así del paso por las fases de análisis del problema, exploración, ejecución y comprobación de las soluciones obtenidas (Shoenfeld, 1985).

Por otra parte, a partir de lo observado en los procesos de resolución de los problemas 3 y 4 es posible determinar que los estudiantes, al enfrentarse a estos, no

llevaron a cabo procesos de reflexión y familiarización con los problemas, de acuerdo a lo descrito por De Guzmán (1994) en su modelo de resolución de problemas, evidenciando así ausencia de aplicación de estrategias heurísticas que les permitan identificar las variables del problema, establecer relaciones entre las variables e inclusive, identificar el objetivo de la tarea propuesta. Por otro lado, en la exploración final los estudiantes lograron identificar las variables y relacionarlas correctamente mediante el establecimiento de sistemas de ecuaciones, sin embargo, durante el proceso de resolución los E1, E2 y E3 presentaron dificultades relacionadas con el despeje de las incógnitas, lo cual, desde la postura de De Guzman (1994), se puede asociar con la existencia de bloqueos de origen afectivo, en este caso, relativos a la pereza y la apatía respecto al aprendizaje de la solución de sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ . Por su parte, los E4 y E5, despejaron correctamente los sistemas de ecuaciones propuestos, dando así respuestas satisfactorias a los problemas planteados, las cuales posteriormente fueron sujetas a validación, con lo cual se comprueba que estos escolares logran resolver problemas pasando por las fases de análisis del problema, exploración, ejecución y comprobación de las soluciones obtenidas.

A partir de lo descrito anteriormente, se evidencia una mejora significativa en la habilidad de los escolares para resolver problemas, lo cual se traduce en su movilidad por los diferentes niveles de resolución de problemas, adaptados del modelo propuesto por Tamayo y Zona (2014). Dicha movilidad se presenta en la siguiente tabla:

**Tabla 11.** Comparación entre el nivel inicial y el nivel alcanzado por los estudiantes en la resolución de problemas

<b>Estudiante</b>	<b>Exploración inicial</b>	<b>Indicadores</b>	<b>Exploración final</b>	<b>Indicadores</b>
<b>E1</b>	Nivel 1	Redescripción de la situación y utiliza datos del problema para justificar sus repuestas.	Nivel 4	Resolución del problema de manera inadecuada identificando y relacionando variables y justificando o no dichas relaciones.
<b>E2</b>	Nivel 1		Nivel 4	
<b>E3</b>	Nivel 1		Nivel 4	
<b>E4</b>	Nivel 1		Nivel 5	Resolución del problema de manera adecuada identificando, relacionando variables y justificando o no dichas relaciones.
<b>E5</b>	Nivel 1		Nivel 5	

Fuente: Elaboración propia.

### **En cuanto a la regulación metacognitiva**

En la exploración inicial, con relación al uso de procesos de regulación metacognitiva, se observa que, una de las principales dificultades que presentaron los estudiantes estuvo relacionada con la identificación de los objetivos de los problemas, sin embargo, en los problemas 1, 3 y 4, realizaron procedimientos matemáticos haciendo uso de los valores numéricos que allí se proporcionaban, sin hacer evidente un plan de acción para su abordaje. Todo lo anterior refleja bajos niveles en los procesos de regulación metacognitiva, teniendo en cuenta que, como lo afirma Mateos (2001) durante el proceso de planeación los aprendices expertos detallan las estrategias a utilizar para dar cumplimiento al objetivo de la tarea, mientras que los inexpertos suelen dedicar menos tiempo a la planeación y pasan sin más a la acción. (p. 70). Asimismo, aunque en algunos casos, los estudiantes, definieron inconvenientes durante la resolución, estos estaban relacionados con dar respuesta a los interrogantes de los problemas, más que con alguna dificultad durante el desarrollo de estrategias, con lo cual se interpreta la ausencia del

proceso de monitoreo, debido a que como lo sustenta Brown (1987, citada por Tamayo, 2006) es durante este proceso que el sujeto tiene la posibilidad de comprenderlas y modificar su ejecución. De forma similar, se encontró que ninguno de los estudiantes realiza procesos de evaluación, dado que para el problema 2 no justificaron la elección del sistema de ecuaciones y para los problemas 3 y 4 argumentaron no tener inconvenientes con la resolución de los problemas debido a que efectuaron las operaciones aritméticas planteadas, sin que estos resultados correspondieran a la correcta solución de las situaciones. Lo anterior, en palabras de Brown (1987, citada por Tamayo, 2006) indica que “no evaluaron los resultados de las estrategias guiadas en términos de eficacia” sino que se limitaron al desarrollo de algoritmos.

Con relación a lo observado en la exploración final, se logra identificar que, a pesar de que los estudiantes E1, E2 y E3 no lograron resolver de manera correcta los sistemas de ecuaciones lineales propuestos, sí son conscientes de las dificultades que les impiden resolver correctamente dichos sistemas. Esto permite inferir que se están llevando a cabo procesos de monitoreo, dado que se logra identificar la dificultad específica que se presenta, sin embargo, no se modifican las estrategias usadas para dar solución al problema, persistiendo en la dificultad para encontrar una solución satisfactoria (Mateos, 2001). Contrario a esto, respecto a los E4 y E5, se puede afirmar que llevan a cabo los tres procesos de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación), lo cual se evidencia en su capacidad para establecer objetivos frente a los problemas propuestos, la selección de estrategias pertinentes a seguir para la realización de la tarea, la realización de procesos de seguimiento para la identificación de dificultades y corrección de las mismas y, finalmente, la confrontación de los resultados obtenidos con el objetivo de la tarea (Mateos, 2001).

Producto de los análisis y descripciones realizadas en líneas anteriores, se observa que existió una relación directa entre el uso de procesos de regulación metacognitiva, a partir de la implementación de preguntas orientadoras, y la capacidad de los escolares para resolver problemas. Lo anterior teniendo en cuenta que las preguntas estaban dirigidas a la identificación de objetivos, la selección de estrategias y herramientas para la resolución del

problema, el seguimiento a los procesos desarrollados, la identificación de posibles errores durante la ejecución de estrategias y la validación de los resultados obtenidos mediante la comprobación, acciones que se vinculan directamente con las fases propuestas por Schoenfeld y De Guzmán para la resolución de problemas. Dicha relación se sintetiza en la siguiente tabla.

**Tabla 12.** Relación entre los procesos de regulación metacognitiva y las fases de resolución de problemas

<b>Procesos de regulación metacognitiva</b>	<b>Fases de resolución de problemas</b>
<b>Planeación:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Los estudiantes identificaron los objetivos de los problemas</li> <li>✓ Selección de estrategias para solucionar el problema</li> </ul>	<b>Análisis o familiarización con el problema:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Examinar casos particulares, probar a simplificar el problema.</li> <li>✓ Identificación y relación entre datos y variables.</li> </ul>
	<b>Exploración o búsqueda de estrategias:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Planteamiento de estrategias para la resolución de los problemas ya sea mediante equivalencias o sistemas de ecuaciones lineales <math>2 \times 2</math>.</li> <li>✓ Redesccripción de la situación.</li> </ul>
<b>Monitoreo:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Realizar procesos de seguimiento indicando las dificultades o avances logrados de manera parcial.</li> </ul>	<b>Ejecución o desarrollo del proceso:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Aplicación de las estrategias.</li> </ul>
<b>Evaluación:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Confronta los resultados obtenidos con el objetivo del problema</li> </ul>	<b>Comprobación o revisión del proceso:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Verificación de los resultados mediante la sustitución de los valores obtenidos para las variables en el sistema de ecuaciones lineales <math>2 \times 2</math>.</li> </ul>

Fuente: Elaboración propia.

## 9 CONCLUSIONES

Al implementar el instrumento de exploración inicial se evidenciaron diferentes dificultades de los estudiantes para llevar a cabo procesos de resolución de problemas, tales como la no identificación de variables, así como las relaciones entre estas, deficiencias al momento de hacer descripciones de situaciones mediante pictogramas o lenguaje algebraico (apelando así al uso de analogías). Lo anterior, permitió conocer el nivel inicial de resolución de problemas en que se encontraban los escolares, siendo este el nivel 1.

Al examinar el uso de estrategias de regulación metacognitiva por parte de los escolares, en la resolución de problemas sobre sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ , se evidenció que la implementación de dichas estrategias generó un impacto positivo desde dos ámbitos, el actitudinal y el cognitivo. En primer lugar, al realizar procesos de regulación metacognitiva los escolares definieron estrategias de aprendizaje en aras a lograr un objetivo, a saber, solucionar problemas sobre sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ , de manera que planearon rutas de trabajo y, a medida que avanzaron en la intervención, revisaban sus rutas y, realizando actividades de monitoreo y evaluación, las modificaban si era necesario. En segundo lugar, se generó un impacto de tipo cognitivo relacionado con la habilidad para resolver problemas, dado que, durante los procesos de resolución, los escolares plantearon objetivos, definieron estrategias de solución, describieron las dificultades presentadas y comprobaban las respuestas obtenidas.

Con la exploración final se pudo evidenciar una mejora significativa de la habilidad de los estudiantes para resolver problemas sobre sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ , de manera que se observó movilidad de estos por los diferentes niveles de resolución de problemas. En este sentido, se concluye que la implementación de estrategias que promuevan el uso de los procesos de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación), permite mejorar las habilidades de los estudiantes para resolver problemas, dado que se potencian: la capacidad para establecer objetivos, la habilidad para identificar y relacionar variables, destrezas al momento de redescibir situaciones mediante registros

simbólicos, control al momento de realizar procedimientos de solución y, finalmente, llevar a cabo procesos de verificación de respuestas obtenidas.

Tras la implementación del OVA en el proceso de conceptualización, se concluye que el uso de este tipo de recursos, en los procesos de enseñanza, permite generar un impacto positivo en términos actitudinales y cognitivos. Por una parte, se promueve el desarrollo de habilidades de trabajo autónomo tales como la iniciativa, la toma de decisiones y la evaluación del propio proceso de aprendizaje, las cuales están directamente relacionadas con el desarrollo de procesos de regulación metacognitiva. En segundo lugar, con la presentación dinámica de los contenidos a abordar, se facilita el proceso de aprendizaje de conceptos y habilidades procedimentales asociadas a las matemáticas.

El uso de unidades didácticas en las cuales se asocia la resolución de problemas y las estrategias de regulación metacognitiva contribuye favorablemente en el logro de aprendizajes por parte de los estudiantes. Lo anterior debido a que el estudiante asume un papel más dinámico sobre su propio proceso, siendo él mismo quien planea, monitorea y evalúa las diferentes acciones desarrolladas en torno al cumplimiento de los objetivos de aprendizaje propuestos.

Si bien las conclusiones de los antecedentes convergen de manera general en que la implementación de estrategias de regulación metacognitiva incide favorablemente en el desarrollo de habilidades para resolver problemas, esta investigación también permitió evidenciar, de manera más específica, que el uso de preguntas guiadas se convierte en una herramienta de gran alcance en la medida en que invita al estudiante a comprender el problema, proponer estrategias de solución, realizar un seguimiento al procedimiento desarrollado para, finalmente, evaluar la validez de su solución con lo solicitado en la situación problema. Este aspecto, evidenciado en los resultados de la investigación, coincide con los hallazgos expuestos por Arteaga et al. (2020).

La regulación metacognitiva está inmersa, necesariamente, en el proceso de aprendizaje de todo individuo. Sin embargo, la implementación de estrategias permite concientizar al educando respecto a aspectos como el qué se aprende, para qué se aprende y



de qué manera se mejora o se optimiza aquello que se aprendió. En este sentido, la regulación metacognitiva, además de favorecer el aprendizaje de conocimientos y destrezas en términos netamente académicos, también implica el reconocimiento, establecimiento y perfeccionamiento de estrategias sobre el cómo aprender.

## 10 RECOMENDACIONES

Se recomienda que, para el desarrollo de futuras investigaciones, se definan desde un inicio la relación entre los procesos de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) con las fases del proceso de resolución de problemas (Análisis o familiarización con el problema, exploración o búsqueda de estrategias, ejecución o desarrollo del proceso, comprobación o revisión del proceso) con el fin de lograr mejores diseños de intervención al momento de planificar la unidad didáctica y, adicionalmente, facilitar el proceso de análisis de la información recabada.

Se recomienda implementar la bitácora en el aula con el fin de promover en los estudiantes actitudes reflexivas frente a sus procesos de aprendizaje. Lo anterior dado que el uso de bitácoras permite a los escolares llevar un registro de su avance en términos del logro de objetivos propuestos y el control de las actividades definidas para el alcance de dichos objetivos. Adicionalmente, las bitácoras pueden proporcionar elementos importantes en los procesos de evaluación formativa de los escolares.

Se recomienda implementar unidades didácticas que vinculen estrategias de regulación metacognitiva en el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas, lo anterior, dada la importancia que tiene la generación de un trabajo consiente y reflexivo que permita a los estudiantes ser quienes dirigen sus propios procesos de aprendizaje. Así mismo, se resalta la importancia de vincular Objetos Virtuales de Aprendizaje con el fin de fortalecer el trabajo autónomo.

Se recomienda que además de implementar estrategias de regulación metacognitiva se indague sobre estrategias motivacionales para que de esta manera el estudiante no solo lleve a cabalidad el proceso de planeación, sino que también se interese en su ejecución y cumplimiento satisfactorio de los objetivos de aprendizaje propuestos.

## 11 REFERENCIAS

- Arteaga-Martínez, B., Macías, J., & Pizarro, N. (2020) *La representación en la resolución de problemas matemáticos: un análisis de estrategias metacognitivas de estudiantes de secundaria*. Uniciencia [online], vol. 34, n. 1.
- Barbosa Barbosa, S. P., Beltrán Fonseca, D. L., & Ramírez Tinoco, S. (2016). *Incidencia del uso de estrategias metacognitivas para fortalecer el aprendizaje de ciencias naturales y matemáticas* (Master's thesis, Universidad de La Sabana).
- Barrantes, H. (2006). Resolución de problemas. El trabajo de Allan Schoenfeld. *Cuadernos, 1*, 1-9.
- Blanco Lorenzo, J. (1996). La resolución de problemas: una revisión teórica. *Suma*.
- Crespo, N. M. (2000). La Metacognición: Las diferentes vertientes de una Teoría. *Revista signos, 33*(48), 97-115.
- De Guzmán, M. (1994). *Para pensar mejor*. Ediciones Pirámide.
- De Guzmán, M. (2007). *Enseñanza de las ciencias y la matemática*. Revista Iberoamericana de Educación. N°043. Pp 19-58.
- Arias, D. H., & Torres, E. (2017). *Unidades didácticas*. Herramientas de la enseñanza. *Noria Investigación Educativa, 1*(1), 41-47.
- González Paternina, A. J. (2017). La regulación metacognitiva y la solución de problemas sobre proporcionalidad en estudiantes de media.(tesis de maestría)
- ICFES (2017). *Guía de orientación saber 9°*
- Mateos, M. (2001). *Metacognición y educación*. Argentina. Aique
- MEN (2006). Estándares básicos de competencias en matemáticas.
- Obando Zapata, G. D. J., & Múnica Córdoba, J. J. (2003). *Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática*.

- OCDE (2017), *Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias*, Versión preliminar, OECD Publishing, Paris.
- Osses, S., & Jaramillo, S. M. (2008). Procesos metacognitivos en el curriculum de ciencias naturales a nivel de educación general básica.
- Paiz Linares, M. G. (2017). Estrategia metodológica basada en los procesos metacognitivos y su influencia en la capacidad de solución de problema del área de matemática en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la IEP Antonio Raimondi Chimbote, 2016.
- Peñalva Rosales, L. P. (2010). Las matemáticas en el desarrollo de la metacognición. *Política y cultura*, (33), 135-151.
- Peralta, J. (2005). Sobre los automatismos en la solución de problema. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 12(1), 87-103.
- Polya, G. (1981). Cómo plantear y resolver problemas. *Editorial Trillas*.
- Santos, L. M. (1992). Solución de problema; El Trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a considerar en el Aprendizaje de las Matemáticas. *Educación matemática*, 4(02), 16-24.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*.
- Tamayo, A. O. (2006). Los bordes de la pedagogía: del modelo a la ruptura. La metacognición y los modelos para la enseñanza y aprendizaje de las ciencias. Universidad Pedagógica Nacional. Primera edición. Pp. 275 -306
- Tamayo, O. E, Zona, J. R. & Loaiza, Y. E. (2014). *Pensamiento crítico en el aula de ciencias* Caldas: Editorial Universidad de Caldas.
- Tamayo, Ó. E., Zona, R., & Loaiza, Y. E. (2015). El pensamiento crítico en la educación. algunas categorías centrales en su estudio. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (Colombia)*, 11(2), 111-133.

Vilanova, S., Rocerau, M., Valdez, G., Oliver, M., Vecino, S., Medina, P., ... & Álvarez, E. (2001). La educación matemática: el papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. *Revista Iberoamericana de educación*.

## 12 ANEXOS

### Anexo A. Carta de solicitud de acceso a la I.E

Ciudad, fecha

Señor

**Joel Arcadio Sepúlveda**

Rector

Institución Educativa Instituto de Promoción Agropecuaria

Ciudad

Cordial saludo.

Yo, OMA YRA ACEVEDO AGUDELO, como estudiante de la Maestría en Enseñanza de las Ciencias de la Universidad Autónoma de Manizales, solicito ante usted permiso para desarrollar dentro de su institución educativa y con los estudiantes de noveno grado, la propuesta de investigación denominada LA REGULACIÓN METACOGNITIVA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SOBRE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES.

Para el desarrollo de la investigación, se recolectará información a través de pretest, talleres, bitácora y postest. Vale la pena resaltar que la información se utilizará únicamente con fines investigativos y se manejará la confidencialidad de la misma, al igual que me comprometo a dar a conocer los resultados a la comunidad educativa una vez concluido el proyecto.

Atentamente,

---

OMAYRA ACEVEDO AGUEDLO

Estudiante de maestría en Enseñanza de las Ciencias

Universidad Autónoma de Manizales

Anexo B. Consentimiento informado acudientes

Yo \_\_\_\_\_, acudiente del estudiante:  
\_\_\_\_\_ y de \_\_\_\_\_ años de edad, acepto de manera voluntaria que él (ella) se incluya como sujeto de estudio en el proyecto de investigación denominado: LA REGULACIÓN METACOGNITIVA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SOBRE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES, luego de haber conocido y comprendido en su totalidad, la información sobre dicho proyecto, riesgos si los hubiera y beneficios directos e indirectos de su participación en el estudio, y en el entendido de que:

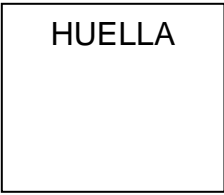
- La participación del alumno no repercutirá en sus actividades ni evaluaciones programadas en el curso.
- No habrá ninguna sanción para el estudiante en caso de no aceptar la invitación.
- El estudiante podrá retirarse del proyecto si lo considera conveniente, aun cuando el investigador responsable no lo solicite, informando sus razones para tal decisión. Asimismo, si así lo deseo, puedo recuperar toda la información obtenida de la participación del estudiante.
- No haré ningún gasto, ni recibiré remuneración alguna por la participación en el estudio.
- Se guardará estricta confidencialidad sobre los datos obtenidos producto de la participación, con un número de clave que ocultará la identidad del estudiante.
- Si en los resultados de la participación del alumno se hiciera evidente algún problema relacionado con el proceso de aprendizaje, se le brindará orientación al respecto.
- Puedo solicitar, en el transcurso del estudio información actualizada sobre el mismo, al investigador responsable.

Lugar y Fecha: \_\_\_\_\_

Nombre y firma del participante: \_\_\_\_\_

Firma: \_\_\_\_\_

Número de cédula: \_\_\_\_\_



Huella índice derecho:

Nombre y firma de quien proporcionó la información para fines de consentimiento.

TESTIGOS

Nombre: XXX (del investigador o investigadores) \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_



## Anexo C. Exploración inicial

### EXPLORACIÓN INICIAL

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_

A continuación, encontrarás una serie de situaciones diseñadas para hacer una aproximación al nivel de solución de problemas en que te encuentras. Has uso de todos tus conocimientos y de las estrategias que consideres necesarias para dar solución a estos problemas, explicando detalladamente los procedimientos llevados a cabo. ¡Adelante!

1. En algunas veredas del municipio de Tame sus habitantes acostumbran a realizar trueques entre alimentos teniendo en cuenta lo que se produce en cada finca. A continuación, se presentan algunos de los intercambios realizados:
  - Don José cambia 2 pacas de maracuyá y 1 de plátano por 1 bulto de maíz.
  - Don Julio cambia 4 pacas de plátano por 2 bultos de maíz.
  - c) Si una persona desea conseguir maíz y su finca solo produce maracuyá, ¿cuántas pacas de maracuyá debe dar para adquirir un bulto de maíz?
  - d) Doña Ana necesita 8 pacas de maracuyá, pero solamente cuenta con plátano para realizar el intercambio. ¿Cuántas pacas de este producto debe entregar para recibir 8 de maracuyá?
2. Con el fin de ampliar sus ingresos Don Alfonso está pensando en comprar algunos cerdos y terneros a don Manuel, para lo cual dispone de \$ 1.650.000. Don Manuel le dice que por ese dinero le puede dar 2 terneros y 3 cerdos o 1 ternero y 7 cerdos. ¿Cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones representa las opciones de venta dadas por don Manuel? Justifica tu respuesta.

B. 
$$\begin{cases} 2c + t = 1.650.000 \\ 2t + 7c = 1.650.000 \end{cases}$$

C. 
$$\begin{cases} 3t - 2c = 1650.000 \\ t - 3c = 1.650.000 \end{cases}$$

C. 
$$\begin{cases} 2c + 7t = 1.650.000 \\ 2t + 3c = 1.650.000 \end{cases}$$

D. 
$$\begin{cases} 2t + 3c = 1.650.000 \\ t + 7c = 1.650.000 \end{cases}$$

3. Para llevar un control de los gastos de la casa, Juliana decide registrar el precio de cada uno de los productos adquiridos en un día, pero no recuerda el precio específico de la lenteja y del arroz, aunque sí tiene presente la siguiente información:
- La tendera dijo que si llevaba 1 libra de cada producto debía pagar \$ 3.300
  - Juliana compró 2 libras de arroz y 3 libras de lenteja por lo cual pagó \$ 8.100
- c. ¿Qué información consideras relevante para que Juliana determine el precio de la libra de arroz y la libra de lenteja?
- d. ¿Cuál es el precio de cada producto?
4. Julio es un señor conocido en su comunidad porque se dedica a la venta de plátano y aguacate. Su hijo mayor le aconseja que para aumentar sus ganancias debería cultivar más plátano que aguacate. Las razones que le da a su padre son las siguientes:
- Al cultivar 1 hectárea de cada producto obtiene ganancias de \$ 25.800.000
  - Al cultivar 2 hectáreas de plátano y 1 hectárea de aguacate obtiene ganancias de \$ 36.600.000.
- c. ¿El hijo mayor de don Julio tiene razón al afirmar que es más productivo sembrar plátano que aguacate? Justifica tu respuesta.
- d. ¿Qué ganancias obtendría Don Julio si sembrara 2 hectáreas de aguacate y 1 de plátano?

Para finalizar es importante realizar un proceso de autoevaluación, para ello responde cada una de las siguientes preguntas:

<b>PROBLEMA</b>	¿Cuál era el objetivo del problema?	¿Qué estrategias planteó para solucionar el problema?	¿Qué dificultades se presentaron durante el desarrollo del problema?	¿Considera que solucionó de forma adecuada el problema? ¿por qué?
<b>1</b>				
<b>2</b>				
<b>3</b>				
<b>4</b>				

**UNIDAD DIDÁCTICA**

**“EL INQUIETANTE MUNDO DE LAS ECUACIONES”**

**Grado:** Noveno

**Objetivo:** Conocer los cambios en la resolución de problemas a partir de la implementación de estrategias de regulación metacognitiva.

**Eje temático:** Sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$

**DBA:** Reconoce los diferentes usos y significados de las operaciones (convencionales y no convencionales) y del signo igual (relación de equivalencia e igualdad condicionada) y los utiliza para argumentar equivalencias entre expresiones algebraicas y resolver sistemas de ecuaciones.

**Evidencias de aprendizaje:**

- Reconoce el uso del signo igual como relación de equivalencia de expresiones algebraicas en los números reales.
- Propone y ejecuta procedimientos para resolver una ecuación lineal y sistemas de ecuaciones lineales y argumenta la validez o no de un procedimiento.
- Usa el conjunto solución de una relación (de equivalencia y de orden) para argumentar la validez o no de un procedimiento.

<b>Momento</b>	<b>Sesión</b>	<b>Objetivo</b>	<b>Estrategia</b>	<b>Actividad</b>	<b>Tiempo</b>
<b>Ubicación</b>	Sesión 1	Conocer el nivel inicial de solución de problemas en que se encuentran los estudiantes, mediante la implementación de problemas sobre sistemas de ecuaciones lineales 2x2.	Pretest	Aplicación de la prueba de exploración inicial	2 horas

<b>Desubicación</b>	Sesión 2	Explorar el concepto de ecuación y abordar la solución de problemas sobre ecuaciones lineales	Implementación de OVA	Socialización de la bitácora y diligenciamiento del primer ítem.  Conceptualización  Aplicación de instrumento de seguimiento y control.	2 horas
	Sesión 3	Identificar la estructura de un sistema de ecuaciones lineales 2x2	Implementación de OVA  Presentación de ejemplos	Conceptualización.  Taller.  Aplicación de instrumento de seguimiento y control.	2 horas
	Sesión 4	Aplicar el método gráfico para resolver problemas sobre sistemas de ecuaciones lineales 2x2	Implementación de OVA  Presentación de ejemplos	Conceptualización.  Taller.  Aplicación de instrumento de seguimiento y control.	2 horas
	Sesión 5	Explorar el uso del método de sustitución para resolver problemas sobre sistemas de ecuaciones lineales 2x2.	Implementación de OVA  Presentación de ejemplos	Conceptualización.  Taller.  Aplicación de instrumento de seguimiento y control.	2 horas

	Sesión 6	Aplicar el método de igualación para resolver problemas sobre sistemas de ecuaciones lineales 2x2	Implementación de OVA  Presentación de ejemplos	Conceptualización.  Taller.  Aplicación de instrumento de seguimiento y control.	2 horas
	Sesión 7	Aplicar el método de reducción para resolver problemas sobre sistemas de ecuaciones lineales 2x2	Implementación de OVA  Presentación de ejemplos	Conceptualización.  Taller.  Aplicación de instrumento de seguimiento y control.	2 horas
<b>Reenfoque</b>	Sesión 8	Describir los cambios en los niveles de resolución de problemas frente a las actividades propuestas en la unidad didáctica.  Reflexionar sobre el proceso y el seguimiento autónomo realizado mediante el uso de bitácoras	Prueba	Aplicación de la prueba de exploración final.	2 horas

## 1. Momento de ubicación

### Sesión 1.

Para este momento, se aplicará a los estudiantes la siguiente prueba.

#### Exploración inicial

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_

A continuación, encontrarás una serie de situaciones diseñadas para hacer una aproximación al nivel de solución de problemas en que te encuentras. Has uso de todos tus conocimientos y de las estrategias que consideres necesarias para dar solución a estos problemas, explicando detalladamente los procedimientos llevados a cabo. ¡Adelante!

1. En algunas veredas del municipio de Tame sus habitantes acostumbran a realizar trueques entre alimentos teniendo en cuenta lo que se produce en cada finca. A continuación, se presentan algunos de los intercambios realizados:
  - Don José cambia 2 pacas de maracuyá y 1 de plátano por 1 bulto de maíz.
  - Don Julio cambia 4 pacas de plátano por 2 bultos de maíz.

e) Si una persona desea conseguir maíz y su finca solo produce maracuyá, ¿cuántas pacas de maracuyá debe dar para adquirir un bulto de maíz?

f) Doña Ana necesita 8 pacas de maracuyá, pero solamente cuenta con plátano para realizar el intercambio. ¿Cuántas pacas de este producto debe entregar para recibir 8 de maracuyá?
2. Con el fin de ampliar sus ingresos Don Alfonso está pensando en comprar algunos cerdos y terneros a don Manuel, para lo cual dispone de \$ 1.650.000. Don Manuel le dice que por ese dinero le puede dar 2 terneros y 3 cerdos o 1 ternero y 7 cerdos. ¿Cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones representa las opciones de venta dadas por don Manuel? Justifica tu respuesta.  
A. 
$$\begin{cases} 2c + t = 1.650.000 \\ 2t + 7c = 1.650.000 \end{cases}$$
      B. 
$$\begin{cases} 2c + 7t = 1.650.000 \\ 2t + 3c = 1.650.000 \end{cases}$$

$$D. \begin{cases} 3t - 2C = 1650.000 \\ t - 3C = 1.650.000 \end{cases}$$

$$D. \begin{cases} 2t + 3c = 1.650.000 \\ t + 7c = 1.650.000 \end{cases}$$

3. Para llevar un control de los gastos de la casa, Juliana decide registrar el precio de cada uno de los productos adquiridos en un día, pero no recuerda el precio específico de la lenteja y del arroz, aunque sí tiene presente la siguiente información:

- La tendera dijo que si llevaba 1 libra de cada producto debía pagar \$ 3.300
- Juliana compró 2 libras de arroz y 3 libras de lenteja por lo cual pagó \$ 8.100
- e. ¿Qué información consideras relevante para que Juliana determine el precio de la libra de arroz y la libra de lenteja?
- f. ¿Cuál es el precio de cada producto?

4. Julio es un señor conocido en su comunidad porque se dedica a la venta de plátano y aguacate. Su hijo mayor le aconseja que para aumentar sus ganancias debería cultivar más plátano que aguacate. Las razones que le da a su padre son las siguientes:

- Al cultivar 1 hectárea de cada producto obtiene ganancias de \$ 25.800.000
- Al cultivar 2 hectáreas de plátano y 1 hectárea de aguacate obtiene ganancias de \$ 36.600.000.
- e. ¿El hijo mayor de don Julio tiene razón al afirmar que es más productivo sembrar plátano que aguacate? Justifica tu respuesta.
- f. ¿Qué ganancias obtendría Don Julio si sembrara 2 hectáreas de aguacate y 1 de plátano?

Para finalizar es importante realizar un proceso de autoevaluación, para ello responde cada una de las siguientes preguntas:

<b>PROBLEMA</b>	<b>¿Cuál era el objetivo del problema?</b>	<b>¿Qué estrategias planteó para solucionar el problema?</b>	<b>¿Qué dificultades se presentaron durante el desarrollo del problema?</b>	<b>¿Considera que solucionó de forma adecuada el problema? ¿por qué?</b>
	1			
	2			
	3			
	4			

## 5. Momento de desubicación

### Sesión 2.

Para este momento, se contará con una bitácora de seguimiento en la cual cada estudiante, a partir del resultado obtenido en el pretest y de conocer los criterios de evaluación, establecerá una ruta de acción o selección de estrategias que le permitan alcanzar el objetivo de la intervención.

### BITÁCORA

<b>Saber</b>	Sistemas de ecuaciones lineales 2x2
<b>Objetivo</b>	Solucionar situaciones problema que involucren el uso de los sistemas de ecuaciones lineales 2x2.

#### Establezco mi plan de trabajo

Con el fin de dar cumplimiento al objetivo trazado, establezco mi plan de trabajo teniendo en cuenta los siguientes aspectos.

- **Establezco un objetivo:**
- **Determino los recursos de los cuales dispongo:**
- **Selecciono los procedimientos a seguir para alcanzar la meta deseada:**
- **Programo el tiempo que requiero para alcanzar mis metas:**



Luego, bajo la orientación de la docente, los estudiantes revisarán las páginas 1 y 2 del OVA.

<https://drive.google.com/drive/folders/15ecWPOYNG9ZD0zRmtq6ZRgyF-mAok1gT?usp=sharing>

**NOTA:** Para acceder al OVA se debe descargar la carpeta “solución de sistemas de ecuaciones” y abrir el archivo “index”.

Finalmente, se indicará a los estudiantes que se llevará un registro al final de cada sesión en el que indica si las estrategias utilizadas están o no permitiendo el cumplimiento de los propósitos y de ser necesario se deben proponer o reestructurar algunas estrategias.

---

<b>Realizo un seguimiento a mi proceso ¿cómo voy hasta el momento? Teniendo en cuenta las estrategias seleccionadas, compruebo si voy progresando en la dirección de la meta deseada.</b>						
<b>Actividades de control</b>	<b>Sesión 2</b>	<b>Sesión 3</b>	<b>Sesión 4</b>	<b>Sesión 5</b>	<b>Sesión 6</b>	<b>Sesión 7</b>
<b>¿Qué tipo de inconvenientes se han presentado hasta el momento?</b>						
<b>De ser necesario, escribo nuevas estrategias que me permitan cumplir con mis objetivos</b>						
<b>¿El tiempo estimado para cumplir mis objetivos ha sido el indicado? ¿Creo que debo modificar mis tiempos?</b>						

---

### **Sesión 3.**

Durante esta sesión, bajo la orientación de la docente, los estudiantes revisarán las páginas 2 y 3 del OVA. Seguidamente, realizarán la siguiente actividad.

#### **Actividad**

Plantea el sistema de ecuaciones que representa cada una de las siguientes situaciones:

1. Laura y Felipe hacen paletas de chocolate para vender. La materia prima necesaria para hacer una paleta grande les cuesta \$500 y para una paleta pequeña \$300. Si disponen de \$57.000 y quieren hacer 150 paletas, ¿cuántas paletas de cada tamaño podrán hacer?

a) ¿Qué información consideras relevante para plantear el sistema de ecuaciones?

---

---

b) ¿Qué pasos propones para plantear el sistema de ecuaciones?

---

---

c) Al llevar a cabo estos pasos, ¿el sistema de ecuaciones planteado es coherente con la situación descrita? Justifica tu respuesta.

---

---

d) ¿Es necesario cambiar o ajustar la estrategia seleccionada? ¿Por qué?

---

---

2. Juan pagó \$50.000 por tres cajas de puntillas y cinco cajas de grapas. Pedro compró cinco cajas de puntillas y 7 cajas de grapas por \$73.400 ¿Cuál es el precio de cada caja de puntillas y de cada caja de grapas?

a) ¿Qué información consideras relevante para dar respuesta a la situación planteada?

---

---

b) ¿Qué pasos propones para solucionar el problema?

---

---

c) Al llevar a cabo estos pasos, ¿ los datos obtenidos son coherentes con lo solicitado en el problema? Justifica tu respuesta.

---

---

d) ¿Es necesario cambiar o ajustar la estrategia seleccionada? ¿Por qué?

---

---

Finalmente, se solicitará a los estudiantes realizar el registro correspondiente a la sesión 3 en el apartado “Realizo un seguimiento a mi proceso ¿cómo voy hasta el momento?” de sus bitácoras.

#### **Sesión 4.**

Durante esta sesión, bajo la orientación de la docente, los estudiantes revisarán la página 4 del OVA. Seguidamente, realizarán la siguiente actividad.

#### **Actividad**

Lee detenidamente cada una de las siguientes situaciones, plantea los sistemas de ecuaciones correspondientes y encuentra su solución mediante el método gráfico.

1. Laura y Felipe hacen paletas de chocolate para vender. La materia prima necesaria para hacer una paleta grande les cuesta \$500 y para una paleta pequeña \$300. Si disponen de \$57.000 y quieren hacer 150 paletas, ¿cuántas paletas de cada tamaño podrán hacer?

a) ¿Qué información consideras relevante para dar respuesta a la situación planteada?

---

---

b) ¿Qué pasos propones para solucionar el problema?

---

---

c) Al llevar a cabo estos pasos, ¿los datos obtenidos son coherentes con lo solicitado en el problema? Justifica tu respuesta.

---

---

d) ¿Es necesario cambiar o ajustar la estrategia seleccionada? ¿Por qué?

---

---

2. Juan pagó \$50.000 por tres cajas de puntillas y cinco cajas de grapas. Pedro compró cinco cajas de puntillas y 7 cajas de grapas por \$73.400 ¿Cuál es el precio de cada caja de puntillas y de cada caja de grapas?

a) ¿Qué información consideras relevante para dar respuesta a la situación planteada?

---

---

b) ¿Qué pasos propones para solucionar el problema?

---

---

c) Al llevar a cabo estos pasos, ¿los datos obtenidos son coherentes con los solicitado en el problema? Justifica tu respuesta.

---

---

d) ¿Es necesario cambiar o ajustar la estrategia seleccionada? ¿Por qué?

---

---

Finalmente, se solicitará a los estudiantes realizar el registro correspondiente a la sesión 4 en el apartado “Realizo un seguimiento a mi proceso ¿cómo voy hasta el momento?” de sus bitácoras.

### Sesión 5.

Durante esta sesión, bajo la orientación de la docente, los estudiantes revisarán la página 4 del OVA. Seguidamente, realizarán la siguiente actividad.

### Actividad

Lee detenidamente cada una de las siguientes situaciones, plantea los sistemas de ecuaciones correspondientes y encuentra su solución mediante el método de sustitución.

1. Una gasolinera vende el galón de gasolina corriente en \$9.800 y la extra en \$12.500 el galón. Al final del día se vendieron 62 galones y los recibos totalizaron \$ 688.600. ¿Cuántos galones de cada tipo se vendieron?

a) ¿Qué información consideras relevante para dar respuesta a la situación planteada?

---

---

b) ¿Qué pasos propones para solucionar el problema?

---

---

c) Al llevar a cabo estos pasos, ¿los datos obtenidos son coherentes con lo solicitado en el problema? Justifica tu respuesta.

---

---

d) ¿Es necesario cambiar o ajustar la estrategia seleccionada? ¿Por qué?

---

---

2. Para encerrar una finca rectangular de  $750 m^2$  se usan  $110 m$  de cerca. ¿Qué dimensiones tiene la finca?

a) ¿Qué información consideras relevante para dar respuesta a la situación planteada?

---

---

b) ¿Qué pasos propones para solucionar el problema?

---

---

c) Al llevar a cabo estos pasos, ¿los datos obtenidos son coherentes con lo solicitado en el problema? Justifica tu respuesta.

---

---

d) ¿Es necesario cambiar o ajustar la estrategia seleccionada? ¿Por qué?

---

---

Finalmente, se solicitará a los estudiantes realizar el registro correspondiente a la sesión 5 en el apartado “Realizo un seguimiento a mi proceso ¿cómo voy hasta el momento?” de sus bitácoras.

### **Sesión 6.**

Durante esta sesión, bajo la orientación de la docente, los estudiantes revisarán la página 5 del OVA. Seguidamente, realizarán la siguiente actividad.

#### **Actividad**

Lee detenidamente cada una de las siguientes situaciones, plantea los sistemas de ecuaciones correspondientes y encuentra su solución mediante el método de reducción.

1. En la actualidad existen en Colombia 84 grupos indígenas, que se pueden clasificar en dos subgrupos. Aquellos que hablan lenguas aborígenes es tres veces la que no los hablan, ¿cuántos grupos hablan lenguas aborígenes y cuántos no las hablan?

a) ¿Qué información consideras relevante para dar respuesta a la situación planteada?

---

---

b) ¿Qué pasos propones para solucionar el problema?

---

---

c) Al llevar a cabo estos pasos, ¿los datos obtenidos son coherentes con lo solicitado en el problema? Justifica tu respuesta.

---

---

d) ¿Es necesario cambiar o ajustar la estrategia seleccionada? ¿Por qué?

---

---

2. En la cafetería del colegio se tiene el siguiente anuncio:



Si un estudiante solo desea comprar una empanada, ¿cuánto debería pagar?

a) ¿Qué información consideras relevante para dar respuesta a la situación planteada?

---

---

b) ¿Qué pasos propones para solucionar el problema?

---

---

c) Al llevar a cabo estos pasos, ¿los datos obtenidos son coherentes con lo solicitado en el problema? Justifica tu respuesta.

---

---

d) ¿Es necesario cambiar o ajustar la estrategia seleccionada? ¿Por qué?

---

---

Finalmente, se solicitará a los estudiantes realizar el registro correspondiente a la sesión 6 en el apartado “Realizo un seguimiento a mi proceso ¿cómo voy hasta el momento?” de sus bitácoras.

### **Sesión 7.**

Durante esta sesión, bajo la orientación de la docente, los estudiantes revisarán la página 5 del OVA. Seguidamente, realizarán la siguiente actividad.

#### **Actividad**

Lee detenidamente cada una de las siguientes situaciones, plantea los sistemas de ecuaciones correspondientes y encuentra su solución mediante el método de igualación.

1. Con el fin de reunir fondos, la junta de acción comunal organizó un evento, en el cual se cobraba \$15.000 por la entrada de un adulto y \$8.000 por la de un niño. Si se vendieron 500 boletas y en total se recaudaron \$5.540.000, ¿cuántos adultos y cuántos niños ingresaron?

- a) ¿Qué información consideras relevante para dar respuesta a la situación planteada?

---

---

- b) ¿Qué pasos propones para solucionar el problema?

---

---

- c) Al llevar a cabo estos pasos, ¿los datos obtenidos son coherentes con lo solicitado en el problema? Justifica tu respuesta.

---

---

- d) ¿Es necesario cambiar o ajustar la estrategia seleccionada? ¿Por qué?



---

---

2. Marcela vende vestidos y blusas. En una semana recibió \$1.641.000 por la venta de 55 prendas. Si cada vestido vale \$50.900 y cada blusa \$17.800, ¿cuántos vestidos y cuántas blusas vendió?

a) ¿Qué información consideras relevante para dar respuesta a la situación planteada?

---

---

b) ¿Qué pasos propones para solucionar el problema?

---

---

c) Al llevar a cabo estos pasos, ¿los datos obtenidos son coherentes con lo solicitado en el problema? Justifica tu respuesta.

---

---

d) ¿Es necesario cambiar o ajustar la estrategia seleccionada? ¿Por qué?

---

---

Finalmente, se solicitará a los estudiantes realizar el registro correspondiente a la sesión 7 en el apartado “Realizo un seguimiento a mi proceso ¿cómo voy hasta el momento?” de sus bitácoras.

### 3. **Momento de reenfoque**

Para este momento se tiene por objetivo describir los cambios que presentan los estudiantes frente a la resolución de problemas a partir de la implementación de las actividades propuestas en la unidad didáctica, por tal razón se aplica la prueba de exploración final.

Al culminar las actividades propuestas en la unidad didáctica, los estudiantes evaluarán la efectividad de la ruta de acción contrastando los resultados obtenidos con los objetivos iniciales.

---

**El proceso ha terminado ¿alcancé las metas que me había propuesto?**

---

**Objetivos del proceso**

**Describo mi situación actual frente a los objetivos**

**¿Qué otras estrategias se podrían aplicar para el cumplimiento de mis objetivos?**

---

---

---

---

---