



TRATAMIENTO Y CONVERSIÓN DE REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS: UN
CAMINO HACIA EL ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE GRÁFICOS
ESTADÍSTICOS

GREIDDY FABIÁN GÓMEZ CÁRDENAS

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
MANIZALES

2023

TRATAMIENTO Y CONVERSIÓN DE REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS: UN
CAMINO HACIA EL ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE GRÁFICOS
ESTADÍSTICOS

GREIDDY FABIÁN GÓMEZ CÁRDENAS

Proyecto de grado para optar al título de magíster en Enseñanza de las Ciencias

Tutora

SANDRA MARÍA QUINTERO CORREA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES

FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

MANIZALES

2023

DEDICATORIA

A Dios, por ser la guía en mi camino, el que me da la sabiduría para afrontar todos los retos.

A mi madre por enseñarme a no rendirme y luchar por cumplir mis metas.

A mi abuela acompañarme siempre desde el cielo.

AGRADECIMIENTOS

A Dios y la Virgen, protectores y guías de todos mis pasos.

A mi asesora Sandra María Quintero, por su dedicación y paciencia, gracias por su guía y todos sus consejos, los llevaré grabados para siempre en la memoria.

A la I.E Rufino Quichoya por abrirme las puertas para realizar esta investigación en la institución, a mis estudiantes del grado 9º por su compromiso, colaboración y entusiasmo puesto en este trabajo.

A mí familia por ser la fuente de inspiración de todos mis logros y mi motivación más grande para concluir con éxito este trabajo de investigación.

A la Universidad Autónoma de Manizales por contribuir a mi formación profesional y me abrió las puertas nuevamente al conocimiento, a todos los profesores por brindarme sus consejos y aportes como formación a la práctica docente.

A la gobernación del Caquetá y la secretaria de educación departamental por brindarnos la oportunidad de realizar el postgrado a través de sus programas de educación para docentes.

RESUMEN

Objetivo: este trabajo de investigación tiene como propósito interpretar las transformaciones en el análisis de gráficos estadísticos que logran los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Rufino Quichoya, a partir del tratamiento y conversión de representaciones semióticas.

Metodología: esta investigación tuvo un enfoque cualitativo-interpretativo en tanto que se hace un ejercicio inferencial que parte de la producción e interpretación de las representaciones semióticas y las transformaciones que realizan los estudiantes de grado noveno, para cumplir los objetivos propuestos de la investigación se elaboraron herramientas con el fin de recoger la información necesaria para obtener y dar respuesta a cada una de las interrogantes; para ello se construyó una unidad didáctica con tres momentos: ubicación, desubicación y reenfoque.

Resultados: se encontró que, al vincular las actividades cognitivas de tratamiento y conversión de representaciones semióticas, los estudiantes identifican y movilizan las unidades significantes de cada registro de representación, cumpliendo con los criterios de congruencia y reglas de conformidad propuestas por Duval (2004), alcanzando los niveles de análisis de gráficas estadísticas establecidas por Curcio (1987) leer los datos y leer dentro de los datos.

Conclusiones: efectuar procesos de tratamiento y conversión de representaciones semióticas en el análisis de gráficos estadísticos le permitió al estudiante comprender ampliamente la información suministrada desde distintas perspectivas alcanzando un nivel de interpretación que incluye la identificación de los hechos explícitamente representados junto a la realización de cálculos, operaciones y comparaciones.

Palabras claves: semiología; tratamiento; conversión; gráfico; representación (obtenidas del tesoro ERIC).

ABSTRACT

Objective: the purpose of this research work is to interpret the transformations in the analysis of statistical graphs achieved by the ninth-grade students of the Rufino Quichoya High school, from the treatment and conversion of semiotic representations.

Methodology: this research had a qualitative-interpretative approach insofar as an inferential exercise is carried out that starts from the production and interpretation of semiotic representations and the transformations that are developed by ninth grade students, to accomplish with the proposed objectives of the research were developed tools in order to collect the necessary information to give an answer for each questions. For this, a didactic unit was built with three moments: location, mislocation and refocusing.

Results: as a result, it was found that, by linking the cognitive activities of treatment and conversion of semiotic representations, students identify and mobilize the significant units of each representation register, complying with the congruence criteria and conformity rules proposed by Duval (2004). reaching the levels of analysis of statistical graphs established by Curcio (1987) reading the data and reading within the data.

Conclusion: carrying out processes of treatment and conversion of semiotic representations in the analysis of statistical graphs allowed the student to fully understand the information provided from different perspectives, reaching a level of interpretation that includes the identification of the explicitly represented facts together with the performance of calculations, operations and comparisons.

Keywords: semiology; treatment; conversion; graph; representation.

CONTENIDO

1	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	11
2	JUSTIFICACIÓN.....	23
3	OBJETIVOS.....	26
3.1	OBJETIVO GENERAL.....	26
3.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	26
4	REFERENTE CONCEPTUAL.....	27
4.1	EL GRÁFICO Y LAS TABLAS COMO REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS EN LA ESTADÍSTICA	27
4.2	TRATAMIENTO Y CONVERSIÓN DE REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS	29
4.3	CRITERIOS DE CONGRUENCIA ENTRE REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS	33
4.4	ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS	34
5	METODOLOGÍA	38
5.1	ENFOQUE.....	38
5.2	TIPO DE ESTUDIO	38
5.3	CONTEXTO.....	39
5.4	UNIDAD DE TRABAJO	39
5.5	CONSIDERACIONES ÉTICAS	40
5.6	UNIDAD DE ANÁLISIS	40
5.7	INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN	41

5.7.1	Prueba Diagnóstica.....	41
5.7.2	Instrumento Final.....	42
5.7.3	Validación de los Instrumentos.....	42
5.8	ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN OBTENIDA.....	42
5.9	UNIDAD DIDÁCTICA.....	42
6	RESULTADOS.....	45
6.1	MOMENTO DE UBICACIÓN.....	45
6.1.1	Gestión del Momento de Ubicación.....	46
6.2	MOMENTO DE DESUBICACIÓN.....	55
6.2.1	Gestión del Momento de Desubicación.....	56
6.3	MOMENTO DE REENFOQUE.....	65
6.3.1	Gestión del Momento de Reenfoque.....	65
7	DISCUSIÓN.....	72
7.1	MOMENTO DE DESUBICACIÓN.....	72
7.2	MOMENTO DE REENFOQUE.....	79
8	CONCLUSIONES.....	84
9	RECOMENDACIONES.....	85
10	REFERENCIAS.....	86
11	ANEXOS.....	94

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Reporte individual de resultados.....	12
Figura 2. Registro del estudiante E3.....	47
Figura 3. Registro del estudiante E8.....	48
Figura 4. Registro del estudiante E8.....	49
Figura 5. Registro del estudiante E1.....	50
Figura 6. Diagrama circular del contexto 2.....	51
Figura 7. Registro del estudiante E10.....	52
Figura 8. Registro del estudiante E7.....	53
Figura 9. Registro del estudiante E5.....	53
Figura 10. Registro del estudiante E9.....	54
Figura 11. Gráfica situación 1.....	56
Figura 12. Registro de los estudiantes G3, G4 y G5.....	57
Figura 13. Registro del grupo G2.....	58
Figura 14. Gráfica situación 2.....	59
Figura 15. Registro de los grupos G3 y G4.....	60
Figura 16. Registro de los grupos G4.....	61
Figura 17. Gráficas de los contextos 3 y 4.....	62
Figura 18. Registros de algunos grupos.....	63
Figura 19. Registro de los grupos G6 y G2.....	65

Figura 20. Gráfica del contexto 1.	66
Figura 21. Registro de los estudiantes E6 y E7.	66
Figura 22. Registro del estudiante E6.....	67
Figura 23. Registros de los estudiantes E1, E3, E4, E8.....	68
Figura 24. Gráfico del contexto 2.....	69
Figura 25. Registro del estudiante E10.....	70
Figura 26. Registro del Grupo G3.	72
Figura 27. Registro de grupo G2.	74
Figura 28. Registro del grupo G3.	75
Figura 29. Registro del grupo G1.	76
Figura 30. Registro del grupo G6.	78
Figura 31. Registro de E6.	79
Figura 32. Registro del estudiante E2.....	81
Figura 33. Registro de E5.	82

1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

A nivel nacional la mayoría de instituciones educativas han venido impartiendo una formación en matemáticas basada en el modelo tradicionalista, un proceso en el que se prioriza el aprendizaje por transmisión o memorístico, lo que ha generado resistencia por parte de los estudiantes en su aprendizaje, debido a que generalmente los conocimientos son transmitidos de manera unidireccional; del docente hacia el estudiante, por lo que este último asume un rol pasivo impidiendo su participación activa y propiciando una actitud negativa y apática hacia su aprendizaje.

Lo anterior, ha generado preocupación en la institución educativa ya que se pone en evidencia las falencias existentes dentro de los procesos de formación en el área; las cuales han desencadenado en el desinterés por parte de los estudiantes, haciendo de la matemática una ciencia incomprensible, tornándose mecánica y procedimental, que deja de lado la posibilidad de alcanzar habilidades de inferencia, argumentación y razonamiento.

Así mismo, la enseñanza tradicional ha traído consecuencias en el aprendizaje de la estadística; presentando dificultades en el análisis e interpretación de tablas y gráficos, especialmente debido a la descontextualización de las temáticas abordadas y las situaciones problema empleadas para su aplicación; además se presentan problemas en el manejo de registros y sistemas de representación, lo cual hace que sus transformaciones pierdan precisión al movilizar los datos.

Por estos motivos se ha convertido en un desafío para los docentes e investigadores el desarrollo e implementación de estrategias que los lleve a superar estas dificultades en los estudiantes y que les permita no solo leer de forma comprensiva un gráfico, sino que puedan aplicarlos en diversas situaciones de la vida diaria en el que puedan presentar diferentes soluciones a las problemáticas sociales y culturales.

A nivel institucional los resultados en las pruebas saber noveno han mostrado un bajo nivel en la interpretación de gráficos estadísticos por parte de los estudiantes de la institución de municipio de El Doncello Caquetá, en el que se observa la dificultad al momento de

establecer conjeturas e hipótesis de situaciones presentadas a través de una o diversas representaciones.

Por consiguiente, ha crecido el interés por identificar las causas de estos bajos resultados y las dificultades para comprender, analizar y comunicar sus aprendizajes, es así que se analizan los resultados, con el fin de conocer los factores que inciden en el desarrollo de la prueba y así establecer acciones y planes que contribuyan al mejoramiento de los procesos académicos en la institución.

Los datos que se presentan a continuación son los resultados de las pruebas Saber noveno en el año 2017, seguidos de un análisis por competencias en estadísticas relacionadas con la interpretación gráficos que evalúa en ICFES.

Figura 1. Reporte individual de resultados.

Reporte Individual de resultados					
Datos de Identificación					
Establecimiento Principal	I.E RUFINO QUICHOYA				
Nombre de la Sede	RUFINO QUICHOYA				
Código Sede	183247000213				
Jornada	Unica				
Municipio	EL DONCELLO				
Departamento	CAQUETA				
Fecha Aplicacion	26/08/2018				
Resultados Colegio		Lenguaje Matematicas		Resultados Municipio	
Puntaje promedio del colegio	276	275	Puntaje promedio del Municipio:	299	300
Nivel de desempeño del colegio:	Minimo	Minimo	Nivel de desempeño del municipio:	Minimo	Minimo
Porcentaje de estudiantes del colegio en insuficiente	20%	42%	Porcentaje de estudiantes del municipio en insuficiente	11%	21%
Porcentaje de estudiantes del colegio en minimo	55%	44%	Porcentaje de estudiantes del municipio en minimo	51%	57%
Porcentaje de estudiantes del colegio en satisfactorio	25%	13%	Porcentaje de estudiantes del municipio en satisfactorio	36%	20%
Porcentaje de estudiantes del colegio en avanzado	0%	2%	Porcentaje de estudiantes del municipio en avanzado	3%	3%

Fuente: elaboración propia.

Nota. Resultados pruebas saber noveno de Lenguaje y Matemáticas, Ministerio de Educación Nacional, 2018: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/resultados/>.

Teniendo en cuenta el reporte de la figura 1, en el nivel de desempeño avanzado donde la competencia para estadística es “analizar la correspondencia entre una forma de representación y un conjunto de datos”, se puede observar que solo el 2% de los estudiantes alcanzaron este nivel, lo que deja en evidencia las dificultades asociadas al manejo de los sistemas de representación y las transformaciones de registro que se emplean para interpretar gráficos estadísticos de una complejidad avanzada. Para el nivel de desempeño satisfactorio la competencia que se maneja para el pensamiento aleatorio es “relacionar elementos medibles de uno o varios objetos o sucesos, como por ejemplo el índice de masa corporal (peso, kg, talla, cm^2)” se muestra un 13% de acierto, lo que genera una preocupación ya que en este nivel se relacionan las variables y las unidades que las representan, por lo que deja en evidencia los inconvenientes en el manejo de representaciones gráficas o tabulares.

El nivel de desempeño mínimo trae a colación la interdisciplinariedad de las áreas con la competencia “Representar la relación entre variables que permiten comprender fenómenos de las ciencias sociales o naturales” con un 44% de acierto, lo que permite evidenciar que existe un mejor desempeño en el análisis y la interpretación en los estudiantes cuando las situaciones problema están asociadas con fenómenos naturales y sociales.

A partir de la experiencia de aula se evidencia que los estudiantes poseen falencias asociadas a la valoración crítica de los datos; es decir, la obtención de conclusiones a partir de las gráficas, como por ejemplo al cuestionar el valor de verdad de una afirmación dada. Igualmente se observan dificultades al realizar inferencias con los datos de un gráfico estadístico, por ejemplo, contrastar hipótesis o hacer estimaciones a futuro con datos que no estén explícitos en los gráficos; también se observa en los estudiantes de noveno, que en su mayoría no tienen en cuenta los elementos que componen un gráfico como el título, las variables en los ejes y las unidades de medida que se maneja; únicamente se centran en los valores numéricos por lo que en ocasiones su interpretación no corresponde a la realidad.

Así mismo, se observa una dificultad al momento de realizar transformaciones de un gráfico a otro, porque no se presenta una correspondencia entre el registro inicial y final,

dicho de otro modo, no se hace un tránsito adecuado entre diferentes sistemas de representación; así mismo los estudiantes en clase no identifican en que momentos se pueden utilizar los cambios de representación en un registro o la conversión de un registro a otro.

Teniendo en cuenta lo anterior y bajo el análisis de los resultados de la prueba Saber noveno Figura 1 , se han podido reconocer diferentes dificultades en la interpretación de situaciones del entorno real en las que interviene un conjunto de datos, sus representaciones y sus transformaciones; lo que es paradójico ya que el Ministerio de Educación Nacional ha hecho énfasis en el desarrollo de habilidades de interpretación gráfica, teniendo en cuenta el contexto en el que el estudiante está inmerso.

Además, los estándares básicos en competencia han hecho hincapié en el desarrollo de competencias matemáticas utilizando distintos registros de representación o sistemas de notación simbólica para construir, expresar y representar ideas matemáticas; es decir, dominar con claridad distintos recursos y registros del lenguaje cotidiano y los distintos lenguajes matemáticos.

Por lo anterior, la presente investigación tendrá como referente dos categorías de análisis; el tratamiento y conversión de representaciones semióticas; porque permite que los estudiantes puedan visualizar un objeto matemático a partir de distintos registros y el análisis e interpretación de gráficos estadísticos; desde unos componentes específicos como etiquetas, las líneas en un gráfico lineal, las barras y el fondo que permitan visualizar los procesos realizados por los estudiantes.

En este sentido, en cuanto a la primera categoría de análisis tratamiento y conversión de representaciones semióticas, se encontraron diversas intervenciones didácticas que tenían como eje principal las representaciones semióticas, entre estas se encuentra un estudio realizado por Navia (2017) que pretende analizar las dificultades que presentaban los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Técnica Miguel Zapata, ubicada en el corregimiento de El Plateado, municipio de Argelia Cauca respecto a la transformación

de registro semiótico y su interpretación en el aprendizaje del concepto de ecuación lineal con una variable.

El referente teórico de esta investigación se enmarca en la teoría semiótica de las representaciones propuesta por Duval (1999), el cual permite comprender cómo se da la conceptualización de los objetos matemáticos y la manera en que intervienen las actividades cognitivas de formación, tratamiento y conversión entre representaciones semióticas del concepto ecuación lineal.

La autora buscó identificar, organizar y analizar las dificultades que se presentaron con relación a las transformaciones de un registro a otro y sus interpretaciones, encontrando dificultades en la comprensión del objeto matemático en cuestión, generadas por la confusión entre las diversas representaciones y su concepto en sí, la formación y actitud de los docentes, la poca comprensión lectora y el uso de modelos pedagógicos inapropiados; por lo cual implementó una unidad didáctica, cuyo objetivo fue identificar los tipos de representaciones (verbal, gráfico, figura o simbólico) que utilizan los estudiantes a través de un juego de parques construido especialmente para la investigación. La metodología utilizada fue de tipo cualitativo interpretativo, describiendo y analizando la información recolectada a través de cuestionarios destacando la información verbal obtenida; para ello se utilizaron tres fases iniciando por el momento de ubicación, luego desubicación y posteriormente el reenfoque, construyendo una unidad didáctica organizada en nueve actividades que pretendían potenciar habilidades y capacidades en la resolución de problemas de forma analítica, crítica y propositiva.

La autora concluye que a través del juego del parque el estudiante tiene una mayor agilidad mental en el desarrollo de las ecuaciones, fomentando el interés y autonomía por el tema; adicional la implementación de la unidad fue exitosa, porque los estudiantes emplearon más de dos tipos de representación, por ejemplo, de verbal a gráfico o algebraico, dejando buenas sensaciones ya que se considera que para que exista asimilación y aprendizaje matemático para hacer uso de tres representaciones, desmitificando el ideal que la única forma de representar ecuaciones es de manera algebraica.

Por otro lado, la actividad cognitiva de conversión de representaciones semiótica resultó más difícil de alcanzar, lo que provocaba menos espontaneidad dentro del juego, ya que no existen reglas predeterminadas que permitan hacer el paso de un registro a otro.

Las representaciones semióticas han sido abordadas por diversos autores al igual que sus transformaciones, ya que favorecen el desarrollo de competencias matemáticas; en este sentido, Zuleta y Otros (2016), realizaron una investigación que tenía como objetivo comprender cómo la conversión de representaciones semióticas que efectúan los estudiantes de grado noveno de la institución educativa Julián Trujillo del municipio de Trujillo en Valle del Cauca favorece el aprendizaje y la resolución de problemas relacionados con la frecuencia absoluta, haciendo énfasis en situaciones relacionadas con la cotidianidad del educando. En otras palabras, se pretendía conocer la manera en que influye la conversión de representaciones semióticas en el pensamiento de los estudiantes, en su manera de analizar, interpretar y predecir sucesos inherentes a los gráficos estadísticos.

Para llevar a cabo el estudio se empleó una metodología de tipo cualitativo comprensivo aplicando una unidad didáctica compuesta de tres momentos, ubicación, desubicación y reenfoque.

En el momento de ubicación se hizo una caracterización de la población a través de la aplicación de casos reales y la recolección de ideas previas; por medio de ese instrumento se logró identificar los tipos de representación iniciales de los estudiantes y los obstáculos que presentan en la solución de problemas. En el momento de desubicación se teorizó sobre la estadística, sus elementos y representaciones semióticas, reconociendo algunos componentes contemplados para la unidad didáctica que requerían ser ajustados conceptualmente sobre frecuencia absoluta como objeto de estudio; se aplicaron además otros instrumentos en los cuales enfrentaba a los estudiantes con situaciones hipotéticas o reales cuya resolución les exigía realizar conversión de representaciones semióticas. Por último, en la etapa de reenfoque se aplicó un instrumento final en condiciones similares al momento de ubicación para establecer las respectivas conclusiones.

En cuanto a los resultados, los estudiantes lograron por medio de la actividad cognitiva de conversión de representaciones semióticas de un objeto matemático, favorecer la resolución de problemas relacionados con la frecuencia absoluta; de igual forma, comprendieron la importancia de este concepto estadístico dejando de ser para ellos una cifra sin sentido adquiriendo un significado aplicable a diversas situaciones. Esta investigación da a conocer los alcances de las transformaciones de registro en la construcción del conocimiento, ya que permite tener una amplia y diversa visualización del objeto matemático, fortaleciendo las habilidades de análisis y resolución de problemas de aplicación en situaciones del contexto.

De la misma forma la investigación expone la viabilidad de utilizar tratamiento y conversión de representaciones semiótica en el análisis e interpretación de gráficos estadísticos, en vista de que permite que el estudiante aumente la capacidad cognitiva en la diversificación de las representaciones mentales de un mismo objeto matemático, evidenciando progreso en la aprehensión del significado del objeto y su importancia en diversas situaciones y contexto.

En este mismo sentido se encontró una investigación que pretendía determinar el papel que tienen las actividades cognitivas de tratamiento y conversión de representaciones semióticas en la solución de problemas contextualizados, relacionados con el aprendizaje de la función cuadrática por Escobar (2016), donde participaron 10 estudiantes de grado décimo con edades entre 16 y 17 años quienes trabajaron en parejas durante la aplicación de los instrumentos, con el objetivo de determinar las ventajas que ofrece el uso y manejo de diversas representaciones del objeto matemático en el aprendizaje del concepto y su aplicación en situaciones problema.

Para el diseño de la investigación se empleó una metodología cualitativa, ya que se centraron en detectar cómo piensa y responde el estudiante ante un problema dado y a qué registros recurre el educando; por tanto se utilizaron tres fases, la primera fue la aplicación de un instrumento de ideas previas, a través del cual se identificaron dificultades relacionadas con el concepto objeto de estudio, la segunda fue la aplicación de la unidad didáctica con el fin de afianzar los conceptos de función cuadrática y privilegiar las

actividades cognitivas de tratamiento y de conversión, y la tercera la aplicación de talleres para solucionar problemas contextualizados que incluían registros semióticos de función cuadrática.

Dentro de los resultados de la primera fase se identificaron dificultades relacionadas con la interpretación de problemas contextualizados, al igual que con el planteamiento de estrategias para la resolución de problemas y el poco manejo de representaciones. Sin embargo, al finalizar la implementación de la unidad didáctica se logró un avance importante en el aprendizaje del concepto de función cuadrática y la resolución de problemas asociadas a este objeto matemático destacando la incidencia favorable del uso de representaciones semióticas en el proceso.

La investigación mostró el predominio de la representación algebraica de una función cuadrática por encima del registro tabular, verbal o gráfico, característica principal de una formación netamente operativa debido a la enseñanza tradicional impartida en la institución educativa, lo que no permite una profunda apropiación del concepto, y por lo tanto se dificultan las transformaciones.

Las investigaciones mencionadas anteriormente son de gran importancia ya que sus categorías de análisis guardan relación directa con este estudio, pues muestran la necesidad de emplear las actividades cognitivas de tratamiento y conversión de representaciones semióticas para alcanzar el aprendizaje y manipulación de los objetos matemáticos en estudiantes de grado noveno; además reflejan que su implementación favorece el desarrollo de habilidades como la interpretación de situaciones del entorno real, la creación de estrategias para solucionar problemas y la lectura y análisis de un nivel avanzado de información presentada a través de los distintos registros.

En cuanto a la segunda categoría de análisis, lectura e interpretación de gráficos estadísticos se encontró una intervención con estudiantes de grado octavo de la institución educativa Chimbe en un contexto rural; relacionada con el análisis de información y representación de gráficos estadísticos por Moreno (2018), donde se pretendía que los alumnos logaran identificar y analizar información acerca de los cultivos que se sembraban

y se cosechaban , identificando la clase que predominaba y a la vez la cantidad de hectáreas que se podían producir en la región a través de una secuencia didáctica vinculada al modelo de proyectos productivos.

Fue diseñada una secuencia didáctica con el objetivo de analizar cómo las gráficas de barras, circulares y tablas de frecuencias contribuyen a que los estudiantes interpreten los datos estadísticos al abordar las medidas de tendencia central y el cálculo de porcentajes; para ello se emplearon tres fases, la primera fue el diagnóstico inicial detectando una incoherencia entre el plan de estudios y la propuesta educativa institucional donde no apuntaban hacia la misma meta. La segunda fase de suma importancia fue aplicación de la secuencia didáctica que buscaba que los estudiantes analizaran todos tipo gráfica, de barra, de circulo y tablas de frecuencias en búsqueda de mejorar los procesos de aprendizaje; por último, se implementó la evaluación del proceso, donde se analizaron los resultados y se establecieron conclusiones para proponer a la institución algunas mejoras.

De acuerdo con los resultados, al desarrollar las actividades propuestas los estudiantes mostraron facilidades para analizar y representar información que contenga una sola variable; sin embargo, presentaron dificultades al procesar dos o más de ellas, esto porque el nivel de complejidad fue un poco más alto y no lograron relacionar dos variables en una sola tabla.

A pesar de esto, se destaca que la mayoría de los estudiantes lograron representar la información en gráficas de barras y a la vez en tablas de frecuencia; por otro lado, se observó la relevancia en el proceso de aprendizaje de utilizar contextos vinculados a la región en donde es empleada la secuencia porque permitió tener una visión amplia del problema en cuestión favoreciendo el manejo de predicciones y tendencias. La investigación anterior impulsa a construir un trabajo basado en problemas reales del entorno regional, vinculando múltiples tipos de representación, que generen en los estudiantes capacidades para identificar, hacer comparaciones y realizar análisis de información.

De igual forma Herrera, et al., (2018) desarrollaron una investigación con estudiantes de grado octavo de la institución educativa Diocesano Jesús Adolescente, el objetivo fue describir los problemas que tenían los estudiantes al leer e interpretar gráficos estadísticos, teniendo como marco de referencia los niveles de lectura propuestos por Curcio (1987) leer los datos, leer entre los datos y leer más allá de los datos; encontrando dificultades alrededor de la comprensión de conceptos básicos estadísticos, el manejo de las proporcionalidades, las transformaciones de una tabla a un gráfico y el uso del cálculos requeridos, debido a prácticas de aula enfocadas en la aplicación de fórmulas y ejercicios descontextualizados donde se prioriza la mecanización y memorización de algoritmos; dejando de lado la construcción de gráficos considerados una alternativa de representación y no componente un esencial en el aprendizaje de objetos matemáticos.

Para esto se utilizó una metodología de tipo cualitativo descriptivo, analizando los fenómenos presentes en la aplicación de actividades diseñadas para la interpretación de los gráficos desde la perspectiva del alumnado, primero indagando sobre las condiciones socioeconómicas del grupo para tener un visión amplia de ese contexto, segundo aplicando una prueba diagnóstica de 6 preguntas donde los estudiantes tenían que pasar información de tablas a gráficas y a la inversa; finalmente aplicando una prueba que brindo información más detallada de las dificultades que presentan los estudiantes en la interpretación de gráficos estadísticos, dejando como resultado un bajo nivel de lectura respecto a situaciones problema, ya que no relacionan las tablas o gráficos con el enunciado; además se mostró una inclinación por el uso de diagramas de barra, por encima de los gráficos circulares por la facilidad de análisis y por el proceso algorítmico que se hacía más complejo para encontrar un porcentaje.

A partir de la investigación los autores concluyen que los estudiantes de grado octavo, no alcanzaron los niveles básicos, mínimos y fundamentales exigidos por el gobierno nacional a través de los estándares básicos en competencias y los derechos básicos de aprendizaje, se muestra la necesidad de enseñar estadística empleando métodos que propicien el razonamiento por encima de procedimiento, en el cual sean empleadas múltiples representaciones de un mismo objeto para que permitan ampliar la visión literal de la

información propiciando un análisis profundo de los datos, lo que marca un punto de partida para poder construir una unidad didáctica que fortalezca cada uno de los puntos en cuestión.

En este orden de ideas, se llevó a cabo una investigación con el fin de identificar las dificultades en la comprensión de gráficos estadísticos en estudiantes de grado noveno y caracterizar el uso de estrategias definidas de lectura y escritura como alternativas para superar dichas situaciones por Jiménez y Camacho (2016) enmarcada en los niveles de lectura propuestos por Curcio (1987). La metodología usada fue el estudio de caso mediante un enfoque cualitativo interpretativo en tres momentos; trabajo individual, grupal y plenaria.

Durante la aplicación y ejecución de estos instrumentos se arrojaron resultados positivos en cuanto el nivel de comprensión de gráficos estadísticos ya que dichas estrategias promueven el proceso de construcción de conceptos matemáticos en los estudiantes. Las etapas empleadas en la investigación partieron de un procesos de preparatoria, identificando problemas en la habilidad comunicativa y en la interpretación de gráficos estadísticos; la segunda etapa fue un trabajo de campo formulado a partir del problema identificado, donde se aplicaron tres talleres enfatizados en la lectura y escritura como estrategia principal; posteriormente, la tercera etapa fue basada en la sistematización de la información obtenida a través de los diversos instrumentos, entre ellos las grabaciones de audio y video, para finalizar con un análisis exhaustivo de los resultados a la luz de la teoría.

Después de implementar el taller diagnóstico se observaron dificultades en estudiantes de grado noveno frente al análisis de gráficos estadísticos principalmente en el conteo datos, asimismo se encontraron falencias en la aplicación de cálculos y el uso de conceptos matemáticos relacionados de utilidad como media aritmética, mediana o moda.

La anterior investigación muestra la necesidad de implementar el registro de representación verbal mediante el lenguaje natural, usando lectura y escritura para la comprensión de gráficas estadísticas, porque permite entender el contexto en que se desarrolla el problema facilitando la obtención de conclusiones; además debido a su carácter comunicativo, el

registro verbal permitió expresar ideas, dudas, aprendizajes, e incluso fue un mecanismo eficaz para identificar los ritmos de aprendizaje en el proceso de construcción de conocimiento matemático.

Los estudios presentados anteriormente están ligados estrechamente con este proyecto de investigación debido a la relación entre sus categorías de análisis, ya que se centran en la forma como los estudiantes leen e interpretan información presentada a través del registro semiótico gráfico; además estos proyectos coinciden en el marco teórico ya que se basan en el mismo autor quien establece unos niveles de análisis que van desde una lectura literal como el reconocimiento de componentes básicos de la representación hasta un nivel de inferencia avanzado que permita hacer estimaciones o predicciones a futuro con datos no explícitos dentro un gráfico.

Por todo lo anterior, la presente investigación pretende dar respuesta a la pregunta:

¿Cuáles son las transformaciones en el análisis e interpretación de gráficos estadísticos que logran los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Rufino Quichoya a través del tratamiento y conversión de representaciones semióticas?

2 JUSTIFICACIÓN

En el marco de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es importante realizar una práctica investigativa continua en el aula de clase para comprender las formas en que los estudiantes ven, interpretan y asumen las matemáticas escolares, para así forjar espacios de reflexión en torno a las problemáticas que surgen y las vías correctas para darles solución; en base a esto, la presente investigación surge de la necesidad de emplear múltiples registros de representaciones semióticas de un objeto matemático para lograr su conceptualización y por ende su aprendizaje.

A través de los años la matemática se ha caracterizado por el uso de objetos matemáticos abstractos, no asequibles a la percepción humana e ideales por naturaleza, donde no son apreciados por los sentidos, por lo cual se ha hecho indispensable recurrir al uso de representaciones; signos, símbolos, gráficos e imágenes mentales, con el fin de interactuar con los objetos, comunicar ideas coherentes y construir nuevos conocimientos.

La mayoría de los estudiantes pueden analizar gráficas estadísticas, pero desde un nivel limitado, donde se realiza de manera literal, sin hacer cálculos, inferencias o predicciones, siendo un problema que se presenta en el campo de educación matemática; por ello es importante abordarlo desde las distintas representaciones semióticas.

En este apartado se mostrará la necesidad de realizar procesos de tratamiento y conversión de representaciones semióticas en el aprendizaje de la estadística y más específicamente en el análisis e interpretación de gráficas en estudiantes de grado noveno, ofreciendo herramientas que le permitan a los estudiantes desarrollar unos niveles de lectura acorde al grado en que están y a su edad a través de la diversificación de registros de representaciones y la construcción de estos.

El desarrollo de esta propuesta de investigación pretende conocer y comprender las transformaciones que se emplean en el análisis e interpretación de gráficos estadísticos a través de las actividades cognitivas de tratamiento y conversión de representaciones semióticas, mediante el diseño e implementación de una unidad didáctica que involucra

situaciones problema relacionadas con el contexto de la región mediante preguntas orientadas a emplear transformaciones de registro para llegar a una solución, de tal manera que el estudiante comprenda las características específicas de cada representación.

Esta investigación es importante porque pretende hacer énfasis en las distintas representaciones de una misma situación como estrategia pedagógica para potenciar una lectura amplia y profunda de cualquier tipo de gráfico estadístico, sin importar el contexto en que se desarrolle, favoreciendo el pensamiento autónomo y facilitando la toma de decisiones y logrando ampliar la percepción o mirada de las matemáticas como un ente abstracto sin relación con la realidad.

En la sociedad actual, incontables decisiones y predicciones se hacen a partir de la inferencia de un conjunto de datos extraídos y procesados con sumo cuidado; en el colegio, en el trabajo, en las noticias y en la vida cotidiana, quien no sepa interpretar información será el analfabeta del futuro; por eso, desde la educación básica se hace indispensable implementar diversos tipos de representación a la hora de enseñar estadística y de acuerdo a las dinámicas que ofrece el Ministerio de Educación Nacional través de los estándares en matemáticas es uno de los procesos generales necesarios en toda actividad matemática.

Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas; para utilizar y transformar dichas representaciones y, con ellas, formular y sustentar puntos de vista. Es decir dominar con fluidez distintos recursos y registros del lenguaje cotidiano y de los distintos lenguajes matemáticos. (MEN, 2006, p. 51).

Esta investigación aporta elementos que permiten incluir la estadística en otros campos, fortaleciendo la interdisciplinariedad de las áreas, lo que provee de herramientas esenciales para aplicarlas en asignaturas como sociales, biología, física, química o tecnología e informática, generando impacto en la Institución Educativa a futuro, teniendo estudiantes críticos, capaces de entender la realidad actual, conscientes de sus capacidades y su forma de aprendizaje, preparados para llevar los conocimientos adquiridos en clase a otros

escenarios no matemáticos que identifiquen el momento y el lugar donde aplicarlo, reconociendo sus características generales.

Esta propuesta pretende dinamizar el proceso de aprendizaje de la estadística, valiéndose de las transformaciones de registro, con el propósito de generar una interacción entre el objeto estudiado y el estudiante, desde el tratamiento y conversión de representaciones semióticas; para esto se pretende construir una unidad didáctica en el marco de situaciones problema auténticos relacionados con el contexto, que permitan desarrollar habilidades en los estudiantes para leer y analizar gráficas.

El uso de representaciones semióticas ha fortalecido el aprendizaje de muchos conceptos en matemáticas y en otras ciencias; La mayoría de las investigaciones se reducen al campo del álgebra o de la geometría. Esta intervención cuenta con la novedad de introducirse al campo estadístico donde todavía existen factores desconocidos que podrían favorecer la comprensión, el análisis y la interpretación de diversos tópicos inherentes al tema.

3 OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Interpretar las transformaciones en el análisis de gráficos estadísticos que logran los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Rufino Quichoya, a partir del tratamiento y conversión de representaciones semióticas.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar la forma en que los estudiantes de grado noveno realizan procesos de análisis e interpretación de gráficos estadísticos y si vinculan procesos de tratamiento y conversión de representaciones semióticas.
- Caracterizar los procesos de tratamiento y conversión de representaciones semióticas en el análisis e interpretación de gráficos estadísticos en estudiantes de grado noveno.
- Evidenciar las transformaciones en el análisis e interpretación de gráficos estadísticos que logran los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Rufino Quichoya, a partir del tratamiento y conversión de representaciones semióticas.

4 REFERENTE CONCEPTUAL

Para el desarrollo de la investigación en el marco teórico se tiene en cuenta dos categorías de análisis fundamentales, las cuales son el tratamiento y conversión de representación semióticas; examinando las particularidades de cada una de estas transformaciones y su influencia en el desarrollo de habilidades para la lectura e interpretación de graficas estadísticas.

4.1 EL GRÁFICO Y LAS TABLAS COMO REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS EN LA ESTADÍSTICA

Tamayo (2009) en su artículo representaciones semióticas y evolución conceptual en la enseñanza de las ciencias y las matemáticas, afirma acerca de las representaciones: “Desde la perspectiva de las ciencias cognitivas, las representaciones son consideradas como cualquier noción, signo o conjunto de símbolos que significan algo del mundo exterior o de nuestro mundo interior” (p. 39).

Por otro lado, las representaciones externas, aquellas que nos permiten hacer visibles las representaciones internas, se denominan representaciones semióticas; en consecuencia, los gráficos y las tablas estadísticas son representaciones semióticas. Bertín (1967) citado por Batanero y Arteaga (2010) a acerca del gráfico como un tipo de representación semiótica: “Bertín (1967) asume la premisa que un gráfico es un texto multimodal; tanto en su conjunto como los elementos que lo componen están constituidos por conjuntos de signos que requieren una actividad semiótica por aquellos que los interpretan” (p. 142).

Según Bertín (1967), cada uno de los signos que componen un gráfico estadístico, tienen un significado específico que permite extraer la información consignada en ellos; por ejemplo, el área de un sector en una gráfica circular de sectores expresa la frecuencia del dato que representa.

Para este autor, la lectura de un gráfico comienza con una identificación externa del tema al que se refiere, a través de la interpretación del significado del título y las etiquetas. A continuación, se requiere una identificación interna, de las dimensiones relevantes de

variación en el gráfico, es decir, la interpretación de las variables representadas y sus escalas. (Batanero & Arteaga, 2010).

En este punto es posible hablar entonces, de las unidades significantes las cuales corresponden a un nivel particular de cada variable, al cual corresponde a su vez, un nivel particular de cada dimensión visual y por ende, una parte de la realidad representada, al respecto Batanero & Arteaga (2010) “Finalmente se produce una percepción de la correspondencia entre los niveles particulares de cada dimensión visual, para obtener conclusiones sobre los niveles particulares de cada variable y sus relaciones en la realidad representada” (p. 144).

De lo anterior es claro que la resolución de problemas relacionados con la recolección, organización e interpretación de datos estadísticos, a la que se refiere la pregunta de investigación, requiere necesariamente de la conversión de las representaciones semióticas.

Observamos que, en cada uno de los pasos descritos por Bertín en la lectura de un gráfico se puede identificar una o varias funciones semióticas, en el sentido de Eco (1977), quien las define como correspondencia entre un antecedente (expresión) y un consecuente (contenido), establecida por un sujeto. En la lectura de gráficos el estudiante debe realizar varias actividades de traducción, entre el gráfico en su conjunto o una parte del gráfico y lo representado. (Batanero & Arteaga, 2010 p. 142)

Friel, et al., (2001, citados por Batanero y Arteaga, 2010) describen la importancia de reconocer los elementos estructurales del gráfico (ejes, escalas, etiquetas, elementos específicos) y sus relaciones. Distinguir si cada elemento es o no apropiado en el gráfico particular.

- Appreciar el impacto de cada uno de estos componentes sobre la presentación de la información (por ejemplo, predecir como cambiaría el gráfico al variar la escala de un eje).

- Traducir las relaciones reflejadas en el gráfico a los datos que se representan en el mismo y viceversa.
- Reconocer cuando un gráfico es más útil que otro, en función del juicio requerido y de los datos representados, es decir, saber elegir el gráfico adecuado al tipo de variable y al tipo de problema.

4.2 TRATAMIENTO Y CONVERSIÓN DE REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS

Los conceptos matemáticos no son objetos reales, en consecuencia son intangibles y por tanto pueden considerarse como entes abstractos cuyo funcionamiento requiere de sus múltiples representaciones para llevar a cabo su estudio de acuerdo a lo planteado por Duval (2004); en este sentido, resulta importante tener en cuenta que dichas representaciones no son el objeto matemático en sí, sino que ayudan a su comprensión y comunicación; si no se diferencia el objeto matemático (número, conjunto, función, punto, recta, triángulo, etc.) de sus representaciones (gráfica, algebraica, fraccionaria o decimal, etc.) no puede existir comprensión en matemáticas.

Según el análisis sobre los procesos de pensamiento que ocurren cuando los estudiantes realizan una actividad matemática intervienen dos tipos de transformaciones: el tratamiento y conversión de representaciones semióticas; de hecho, para Duval (2006) son principalmente, las dificultades más globales que se pueden hallar en todos los niveles escolares de enseñanza y en todos los ámbitos de las matemáticas.

Como se mencionó anteriormente las representaciones semióticas en matemáticas no se usan únicamente para comunicar o para referirse a objetos, sino que además se utiliza para efectuar actividades cognitivas importantes como la conceptualización, el razonamiento y la solución de problemas; las cuales requieren de la utilización de sistemas de expresión y de representación distintos como el lenguaje coloquial, aritmético, algebraico, esquemas gráficos, tabular, y pictórico. Cada uno de estos constituye un registro semiótico diferente, entendiéndose como la actividad de formación de representaciones elaboradas mediante de signos.

Como lo señala (Duval, 2000, p.4), "... el uso de sistemas de representaciones semióticas para el pensamiento matemático es esencial, debido a que a diferencia de otros campos de conocimiento (botánica, geología, astronomía, física), no existen otras maneras de ganar acceso a los objetos matemáticos sin producir algunas representaciones semióticas", Por lo tanto, para lograr el aprendizaje a profundidad de cualquier objeto matemático se debe recurrir a distintos tipos de representación semiótica ya que cada uno de ellos muestra diversas propiedades y características del mismo y recíprocamente, ninguno de ellos es completo y propicio al objeto.

Por esta razón, el punto fundamental en la actividad matemática no es la utilización necesaria de representaciones semióticas, sino la capacidad para cambiar de un registro semiótico de representación a otro. El autor piensa que cuando se le brinda al estudiante una diversidad de representaciones del mismo objeto matemático, se le está ofreciendo mayores posibilidades de visión del mismo, facilitando su comprensión a profundidad, pero destaca también que no alcanza la multi-representación ya que no es suficiente con mostrar de diversas maneras un objeto, sino se garantiza mediante el trabajo cognoscitivo, el reconocimiento del mismo objeto en los otros registros.

Duval (1995) pone en evidencia que "el aprendizaje de un concepto matemático se realiza de forma más efectiva si se trabaja con las distintas representaciones del mismo", pero antes, hace un énfasis en el significado de objeto matemático, donde recalca su carácter ideal y la necesidad de una representación para comprenderlos, para interactuar con ellos y por supuesto para realizar transformaciones de registro.

Dentro de este cambio de representación, como actividad cognitiva surgen dos transformaciones, el tratamiento y la conversión; donde se distinguen por qué la primera ocurre dentro del mismo registro en el que se ha desarrollado y la segunda consiste en cambiar de un registro a otro sin sustituir el objeto matemático conservando la totalidad o parte del significado de la representación inicial; es decir, son dos tipos de registros disímiles, con diferentes representaciones. Cada representación es incompleta con respecto al concepto que constituye, pues hace referencia a unas determinadas propiedades del

objeto, y su contenido depende más del registro de representación que del objeto representado, se hace necesaria una interacción entre las diferentes representaciones del objeto matemático que se pretende adquirir.

Para abordar el proceso de tratamiento de las representaciones semióticas, es pertinente tener en cuenta lo formulado por Duval (1995) al referirse a esta transformación: "...para hacer posible la utilización de los medios de tratamiento que ofrece ese sistema semiótico empleado. Una representación semiótica no debe salirse del dominio definido por las reglas que constituyen un sistema semiótico" (p. 43) a estas reglas Duval las denomina "reglas de conformidad". La primera de estas reglas hace referencia a "la determinación de unidades elementales", la segunda a "las combinaciones admisibles de estas unidades elementales para formar unidades de orden superior" y por último, a "las condiciones para que una representación de orden superior sea una producción pertinente y completa..." (p. 43).

La determinación de unidades elementales: Esta regla es encargada de mostrar la identificación de los signos que son referentes al registro. Por ejemplo, en la expresión x , se sobreentiende que bajo una representación algebraica tiene una designación que en otros casos puede plantearse desde como unas letras sin sentido, y en este caso, designa algo desconocido en una expresión algebraica (Duval, 2004, p. 43).

Las combinaciones admisibles de unidades elementales para formar unidades de nivel superior: ley que se encarga de hacer la unión de varias unidades para construir una unidad de nivel superior. Por ejemplo, en las ecuaciones lineales basado en el registro algebraico la combinación de unidades como $3x + 1 = 0$ conforman una unidad de nivel superior y está constituida por unidades principiantes o primarias (Duval, 2004, p.43).

Las condiciones para que una representación de orden superior sea una producción pertinente y completa: reglas canónicas propias a un género literario o a un tipo de producción en un registro. La consideración de las unidades debe tener términos y significado de las unidades en el registro que se representa. En otras palabras, cada signo de las unidades de orden superior debe tener un significado en la representación. Por ejemplo, la representación $3x + 1 = 0$ se pone en consideración que la variable corresponde a las

letras, el significado del signo igual y los coeficientes que se presentan junto con la variable (Duval, 2004, p.43).

La actividad cognitiva de formación y en particular las reglas de conformidad desde un punto de vista epistémico y didáctico sirven para tener un control de aceptar una representación producida en relación al registro en que está formada. Por otro lado, existen otras actividades cognitivas relativas a la transformación dentro y fuera de los registros. Estas actividades cognitivas son:

Cabe aclarar que si se produce un cambio de registro semiótico también se modifica la representación semiótica, en cambio si se produce un cambio de representación semiótica no necesariamente cambia el registro. Por ejemplo, para el concepto de número fraccionario se puede emplear el registro semiótico aritmético, algebraico, gráfico o del lenguaje común.

Registro semiótico aritmético

Representación semiótica fraccionaria: $1/2$,

Representación semiótica decimal :0,5

Representación semiótica exponencial: $[(5 \times 10)]^{-1}$.

Registro de representación lenguaje coloquial

Representación semiótica 1: un medio

Representación semiótica 2: el doble de un cuarto

Registro de representación gráfico

Representación semiótica 1: 

Representación semiótica 2: 

Registro de representación algebraico

Representación conjuntista: $\{x \in Q^+ / 2x - 1 = 0\}$

Representación funcional: $y = f(x): x \rightarrow \frac{x}{4}$

A continuación, se presenta un ejemplo en donde se abordan las nociones de Tratamiento y Conversión:

Tratamiento: $\frac{1}{2} \rightarrow 0,5 \rightarrow 5 \times 10^{-1}$ distintas representaciones dentro del registro aritmético.

Conversión: $\{x \in \mathbb{Q}^+ / 2x - 1 = 0\} \rightarrow \frac{1}{2}$ de registro algebraico a registro aritmético.

Esta última actividad es la más compleja de todas, ya que es una actividad cognitiva orientada, es decir que se debe conocer cuál es el registro de partida y cuál es el de llegada, puede ser congruente en un sentido y no en el otro. En las investigaciones relacionadas con el aprendizaje de las matemáticas se ha demostrado que “cambiar la forma de una representación es para muchos alumnos una operación difícil e incluso en ocasiones imposible” (Duval, 1999, p. 28); por lo tanto, la conversión de las representaciones semióticas se ha constituido como una actividad cognitiva menos directa y más compleja de alcanzar para la mayoría.

Entre los aspectos que dificultan hacer estas transformaciones están la comprensión de un contenido limitado de la representación inicial en que se aprendió, la incoherencia entre los registros y el desconocimiento de alguno de los dos registros de representación. El autor manifiesta que no existen reglas específicas de conversión que permitan hacer la transición de un registro a otro, lo cual puede obstaculizar su realización.

4.3 CRITERIOS DE CONGRUENCIA ENTRE REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS

Duval (1999), considera como unidades significantes aquellas componentes de la representación cuya transición (dejando el resto de variables fijas) produce variaciones observables en la representación del objeto matemático en otro registro. Para este autor la congruencia entre dos representaciones semióticas se puede determinar segmentando las unidades significantes de cada una de ellas, de modo que se puedan poner en correspondencia. Con esto se puede establecer si dichas unidades significantes son unidades simples o combinación de unidades simples, en sus respectivos registros semióticos. En

este sentido, se especifican tres criterios para determinar la congruencia entre representaciones semióticas en sus respectivos registros.

En primer lugar, se encuentra la *correspondencia semántica*, que consiste en la posibilidad de asociar una “unidad significativa elemental” a cada unidad significativa simple de una representación. En el siguiente ejemplo existe correspondencia semántica entre las unidades significantes: “el conjunto de puntos cuya abscisa es superior a la ordenada” y “ $x > y$ ”. O siendo más precisos, $\{(x, y) | x > y\}$.

En segundo lugar, se encuentra el criterio de la univocidad semántica terminal, en el cual “a cada unidad significativa elemental de las representaciones de salida, no le corresponde más que una única unidad significativa elemental en el registro de la representación de llegada” (Duval, 1999). Respecto al ejemplo anterior la representación en el registro algebraico es única, ya que a cada una de las unidades significantes elementales del registro de partida le corresponde una única unidad significativa elemental en el registro de llegada “y”, “>” y “x”.

El último criterio, tiene que ver con la *organización y orden de las unidades significantes* de las representaciones semióticas que son objeto de comparación, y cómo dicha organización, tiene como consecuencia que las unidades en correspondencia semántica, puedan ser aprendidas en el mismo orden. Se analiza si en las representaciones en las que existe un mismo número de unidades significantes, y en correspondencia semántica, estas son en un mismo orden. Por lo tanto, en el ejemplo anterior la transferencia del registro verbal al algebraico se hace de manera transparente siguiendo el orden de la descripción verbal.

4.4 ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Algunos autores han estudiado los gráficos estadísticos, entendiéndolos como objetos semióticos complejos, que requieren el dominio de elementos matemáticos para su interpretación, tanto del que lo construye como del que los lee. Bertín (2010) señala que su comprensión requiere la interpretación de cada uno de sus elementos por separado (título,

ejes, su escala, conjuntos numéricos), así como del gráfico en su conjunto completo. Así mismo, Curcio (1987) menciona que entender la función y utilidad de cada elemento que constituye el gráfico estadístico con el que se esté trabajando es esencial para desarrollar habilidades para su lectura; por estos motivos se hace necesario respetar las individualidades de cada gráfico, ya que existen particularidades y características que las hacen diferentes entre sí; en este sentido, es importante entenderlas para poder realizar un buen análisis e interpretación de los mismos. En este sentido Curcio (1987) señala los siguientes elementos que componen los gráficos estadísticos.

1. Palabras o expresiones: Suministran información para comprender el gráfico, se refiere al texto que aparece en el texto, etiquetas en ejes y escalas, que permiten entender el contexto de la información dada en el gráfico, así como las variables y la relación que se establece entre ellas.
2. Contenido matemático: subyacentes en el gráfico, donde podemos encontrar los conjuntos numéricos utilizados, el concepto de área en un gráfico de sectores, sistemas de coordenadas cartesianas en un diagrama de dispersión, proporcionalidad (en la mayoría de los gráficos), etc.
3. Convenios específicos: son propios de cada tipo de gráfico y necesarios para la construcción o lectura. Por ejemplo, la proporcionalidad entre la frecuencia y la amplitud del sector circular en un gráfico de sectores.

Más tarde Friel *et al.*, (2001), los reformulan en la forma siguiente:

1. Título y etiquetas. Relacionado con el contenido contextual de la información mostrada en el gráfico, por ejemplo, permite identificar las variables que se están representando.
2. Marco del gráfico. Se relaciona con la información que se muestra en los ejes, escalas y marcas, con ellas se puede conocer, entre otras cosas, las magnitudes utilizadas y rango de valores que se consideran.
3. Especificadores. Son elementos propios y específicos de cada gráfico estadístico, que son utilizados para la representación de la información. Como ejemplo por ejemplos las líneas en los gráficos de líneas y polígono de frecuencias.

4. Fondo. Hace referencia los colores, cuadrículas e imágenes sobre la que se construye en gráfico estadístico.

Comprender estos componentes de manera simultánea hace de la interpretación de gráficos estadísticos una actividad compleja; por ello ha sido tema de investigación de varios especialistas, que han identificado diversos niveles de dificultad. En este estudio se tendrán en cuenta los niveles de lectura expuestos en las teorías de Curcio (1987, 1989).

- Leer los datos: Es la lectura literal de información del gráfico o tabla; es decir, atiende únicamente a los hechos explícitamente representados, no realizan cálculos, corresponde a la descodificación literal de la información (el dato). Por ejemplo, percibir el título del gráfico o la frecuencia de un dato para una determinada categoría.
- Leer dentro de los datos: Corresponde a la interpretación y la lectura basada en los datos proporcionados en el gráfico, requiere la capacidad para hacer comparaciones realizar cálculos y operaciones. Un ejemplo es calcular el total de sujetos de los que se han graficado los datos: Se podría decir que correspondería a la descodificación e interpretación del dato o información en su contexto.
- Leer más allá de los datos: Conlleva a hacer inferencias o predicciones a partir de datos sobre información que no se refleja directamente en la gráfica o tabla, por ejemplo, estimar la temperatura en una ciudad a partir de las temperaturas registradas en los últimos días en un gráfico.
- Leer detrás de los datos: Es definido por Shaughnessy (2007 citado por Díaz, et al., 2017) donde mencionan que este nivel “corresponde a una ampliación de los niveles anteriores y se refiere a mirar críticamente el uso del gráfico, la información gráfica con el contexto para realizar un análisis profundo y un razonamiento causal basado en el conocimiento de la materia y la experiencia; incluye examinar la calidad de los datos y la metodología de recolección, la sugerencia de una posible explicación, y la elaboración de modelos alternativos y representaciones gráficas” lectura de gráficos estadísticos: una competencia importante a desarrollar en clases.

Curcio (1987) plantea que estos niveles se van desarrollando paulatinamente partiendo de lo más elemental y básico (leer los datos) hasta llegar a los niveles más altos de procesamiento de la información (leer más allá de los datos y detrás de los datos). En este estudio sólo se va a trabajar los tres primeros, acorde con el grado escogido.

Otros autores como Friel, et al., (2001), exponen tres componentes sustanciales, los cuales muestran una progresión en la atención de características particulares a globales de una gráfica; esos componentes son:

- a. Leer la información directamente de una gráfica requiere comprender las convenciones del diseño de la misma. Signos, símbolos, colores, entre otros.
- b. Para manipular la información leída de una gráfica se deben hacer comparaciones y desarrollar cálculos.
- c. Para generalizar, predecir o identificar tendencias, se debe relacionar la información de la gráfica con el contexto de la situación.

Estos autores incluyen el contexto de la situación como elemento esencial para llegar a los niveles más altos de interpretación de gráficos estadísticos; en este sentido las experiencias personales apoyadas en los datos también juegan un papel importante al momento establecer tendencias y predicciones a futuro porque deja de ser un contenido vacío y lleva el conocimiento matemático a la realidad del estudiante.

5 METODOLOGÍA

5.1 ENFOQUE

En la actual investigación se tiene como propósito analizar los procesos de tratamiento y conversión de representaciones semióticas presentes en el desarrollo de la lectura e interpretación de gráficos estadísticos; en este sentido se optó por emplear un enfoque cualitativo-interpretativo en tanto que se hace un ejercicio inferencial que parte de la producción e interpretación de las representaciones semióticas y las transformaciones que realizan los estudiantes de grado noveno, así como lo mencionan Rodríguez, Gil y García (1996) este enfoque lleva a estudiar la realidad en su contexto natural, tal y como sucede, intentando sacar sentido o interpretar los fenómenos de acuerdo con los significados que tienen para las personas implicadas.

En tal sentido esta investigación no pretende recoger y analizar datos numéricos, sino que busca obtener datos descriptivos que permitan comprender los procesos de pensamiento; este tipo de estudio posibilitará al investigador el acercamiento a las vivencias, experiencias y contexto desde la perspectiva de alumno, lo que brindará gran cantidad de elementos para el posterior análisis de los resultados para que pueda incidir en la mejorar de la situación.

5.2 TIPO DE ESTUDIO

El presente escrito es una investigación cualitativa con una alcance descriptivo e interpretativo dado que la pregunta indaga por las transformaciones; este tipo de estudio permite detallar de forma precisa las situaciones y eventos tratados, describiendo cómo es y cómo se manifiesta el fenómeno estudiado; así como lo mencionan Hernández, Baptista y Fernández (2010), Este tipo de investigación es la más utilizada, porque tiene como prioridad describir cualidades, características de un fenómeno o grupo de personas. Su función principal es profundizar, describir o medir conceptos o situaciones en este caso la producción e interpretación de representaciones semióticas por parte de estudiantes de noveno. Dado que la investigación está dirigida a describir y analizar las habilidades de aprendizaje en forma detallada y precisa; este tipo de estudio permitirá interpretar y comprender el nivel de razonamiento estadístico, en cuanto a la lectura y el análisis de

gráficos mediante transformaciones de registro semiótico con los estudiantes de grado noveno.

5.3 CONTEXTO

El proyecto de investigación se llevó a cabo en la Institución Educativa Rufino Quichoya ubicada en zona urbana del municipio de El Doncello en el noroeste del Caquetá a 65 km de su capital Florencia, donde se concibe un modelo pedagógico humanista y ofrece una formación en preescolar, primaria, básica y media, está conformada por las sedes Villa Colombia, El Quebradon y la Serranía. Esta institución sustenta su razón de ser en la formación para el desarrollo de la cultura empresarial mediante el proceso de articulación con el SENA a través del técnico en ventas y servicios.

La institución educativa Rufino Quichoya está conformada por 1200 estudiantes de los cuales el 85% pertenece al estrato socioeconómico 1, el 13% al estrato 2 y tan solo 2% al estrato 3, en su mayoría hijos de familias campesinas donde sus actividades económicas se basan la agricultura y la ganadería con oportunidades de formación y empleo escasas. Por eso los estudiantes se ven enfrentados a realidades como la deserción escolar y el consumo de sustancias psicoactivas.

5.4 UNIDAD DE TRABAJO

La unidad didáctica será aplicada a estudiantes del grado noveno de la institución educativa Rufino Quichoya Sede Principal la cual cuenta con veinticinco (15) estudiantes, con edades entre 13 y 15 años. Para el desarrollo del presente proyecto se cuenta con el apoyo de las directivas de la institución, el acompañamiento de los padres de familia, pero sobre todo con la disposición de los estudiantes del grupo. Para el análisis de la información, se recolectarán los datos de diez (10) estudiantes que serán seleccionados de manera aleatoria teniendo en cuenta la disposición de ellos y sus acudientes para participar y los resultados obtenidos a través de los instrumentos de investigación en los tres momentos planteados: Ubicación, Desubicación y Reenfoco.

5.5 CONSIDERACIONES ÉTICAS

Teniendo en cuenta las consideraciones éticas pertinentes para toda investigación y especialmente la presente que será desarrollada con menores de edad, se cuenta con el consentimiento en primer lugar de la Institución y en segundo lugar de los padres de familia y jóvenes participantes. Por ello, en el anexo 1 se presenta el consentimiento firmado por la rectora, en el cual se da claridad sobre los propósitos de la investigación y la forma en que será manejada la información.

5.6 UNIDAD DE ANÁLISIS

Para en análisis y consolidación de los resultados obtenidos a través de las actividades implementadas en la Unidad se toman algunos elementos propuestos por autores como Miles y Huberman (1994) y Wolcott (1994) que proponen acciones diferenciadas que inician con el procesamiento de la información y el tratamiento de los datos hasta llegar a la interpretación y obtención de conclusiones.

Apoyados en los modelos propuestos por estos autores se presenta la manera como se llevó a cabo el proceso de sistematización de la información, partiendo de Wolcott (1994) en dos momentos: descripción de la información y análisis de los resultados; la sistematización inicia con la organización y clasificación de la información recolectada en el trabajo de campo, culminando con la interpretación y la obtención de conclusiones llevando a la reducción, exposición de los datos y al establecimiento de conclusiones. Para el análisis de la información recolectada a través de los diferentes instrumentos se considerarán como ejes de análisis dos categorías: las actividades cognitivas de tratamiento y conversión con cada una de ellas con sus respectivas subcategorías e indicadores, tal como se presenta en la siguiente tabla:

Tabla 1. Unidad de análisis

Categorías	Subcategorías	Indicadores
Representaciones semióticas	Tratamiento (Transformación de la representación interna a un registro de representación o a un sistema)	Reglas de conformidad -La determinación de unidades elementales - Las combinaciones admisibles de unidades elementales para formar unidades de nivel superior - Las condiciones para que una representación de orden superior sea una producción pertinente y completa: reglas canónicas propias a un género literario o a un tipo de producción en un registro.
	Conversión (Efectúa transformaciones externas relativa al registro de la representación de partida)	Criterios de congruencia -Correspondencia semántica de los elementos significantes - Univocidad semántica terminal: - Orden de arreglo de las unidades que componen cada una de las dos representaciones:

Fuente: elaboración propia.

5.7 INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN

Para cumplir los objetivos propuestos de la investigación se elaborarán herramientas que suministren y provean la información necesaria para obtener y dar respuesta a cada una de las interrogantes de la misma, como lo menciona López (2011) citando Bernardo y Calderero (2000) consideran que los instrumentos son un recurso del que puede valerse el investigador para acercarse a los fenómenos y extraer de ellos información. Por ese motivo es importante la elección correcta de los instrumentos para conseguir los mejores resultados.

A continuación, se detalla los instrumentos para llevar a cabo la investigación.

5.7.1 Prueba Diagnóstica

Para la elaboración de las actividades de la unidad didáctica es importante identificar los conocimientos previos de los estudiantes acerca de la temática a desarrollar; por lo anterior, se aplicará una prueba diagnóstica de carácter contextual que permita identificar si los estudiantes realizan procesos de tratamiento y conversión de representaciones semióticas desde la forma en que analizan e interpretan de gráficos estadísticos.

5.7.2 Instrumento Final

Para finalizar la implementación de la Unidad didáctica, se aplicó una prueba similar al primer instrumento de indagación de ideas previas, a la cual se le hicieron cambios en la forma de las preguntas, con el fin de evaluar la efectividad de las actividades planteadas en la UD, además de analizar las transformaciones en el análisis e interpretación de gráficos estadísticos a partir de las actividades cognitivas de tratamiento y conversión de representaciones semióticas.

5.7.3 Validación de los Instrumentos

Para esta sección se tendrán en cuenta dos aspectos esenciales que son la confiabilidad y la validez de los instrumentos aplicados mediante la verificación de los expertos en el tema, para determinar si realmente están direccionados a dar cumplimiento a los objetivos y a la pregunta de investigación. Estos instrumentos serán los insumos para el análisis de los resultados obtenidos durante los diferentes momentos del proceso de investigación; es decir, ubicación, desubicación y reenfoque.

5.8 ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN OBTENIDA

Se llevará a cabo el análisis de los hallazgos encontrados a través de los instrumentos de investigación aplicados, teniendo en cuenta los referentes teóricos, contrastando las respuestas de los estudiantes con lo que mencionan esos autores, para después establecer las respectivas conclusiones.

5.9 UNIDAD DIDÁCTICA

Para llevar a cabo este trabajo se procederá a diseñar e implementar una unidad didáctica ya que es una herramienta útil para secuenciar procesos de enseñanza aprendizaje articulados y completos. Una unidad didáctica “pretende desarrollar aprendizajes significativos de una temática específica, razón por la cual es conocida como unidad relativa de trabajo.” (Tamayo, 2013, p.118). por lo que se constituye como resultados y a la vez un punto de partida de los procesos de enseñanza en el que convergen aspectos vinculados con la motivación, la evolución conceptual, la meta cognición y los modelos explicativos de los

estudiantes; en este caso la categoría específica está enfocada en las transformaciones de representaciones semióticas.

La Unidad Didáctica estará estructurada en tres momentos que son: Ubicación, Desubicación y Reenfoque, de la siguiente manera:

Ubicación: Este primer momento es el de exploración de ideas previas o modelos frente a las habilidades y competencias a desarrollar; aquí se le presentará a los estudiantes una serie de situaciones problema asociadas al contexto seguido de algunas preguntas relacionadas con las categorías de análisis. Este proceso servirá para identificar claramente las dificultades que presentan los estudiantes para emplear las actividades cognitivas de tratamiento y conversión de representaciones semióticas en la lectura y análisis de gráficos estadísticos

Desubicación: El segundo momento tiene como finalidad afianzar las habilidades de lectura de gráficas a través del uso de representaciones semióticas, teniendo en cuenta los hallazgos encontrados en el momento de ubicación. Aquí se propondrán a través de diferentes actividades lúdicas múltiples situaciones problema que propicien en los estudiantes el uso y manejo de diversas representaciones semióticas para ello se les brindará un enunciado verbal que describa el fenómeno estudiado, una gráfica ya sea de barra, de círculo o de línea que brinde información adicional junto a unas preguntas orientadas a conocer los procesos empleados para llegar a la respuesta.

Por último, el momento de *reenfoque*: los instrumentos que se aplicarán en este momento pretenden analizar la efectividad de las actividades realizadas en el momento de desubicación, a través de las situaciones planteadas. Se aplicará un taller contextualizado mediante el cual se buscará evidenciar los avances en los niveles de lectura y análisis de gráficos estadísticos en los estudiantes, así como de la influencia que tiene la utilización de las actividades cognitivas de tratamiento y conversión de representaciones semióticas para tal fin.

En cada una de las fases de la Unidad Didáctica se tendrán como punto de partida las ideas previas de los estudiantes en cuanto a análisis e interpretación de graficas estadísticas desde el uso de trasformaciones de representaciones semióticas; Esta se desarrollará en un tiempo de 2 meses con un espacio de 4 horas semanales. Después de su aplicación se hará un análisis y se expondrán las conclusiones y recomendaciones para nuevos estudios al respecto.

6 RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos del análisis de los datos. Así, en primer lugar, se plantean los resultados asociados al proceso de aplicación de la prueba diagnóstica (momento de ubicación), la cual tuvo por objeto la identificación de saberes previos de los estudiantes desde una perspectiva contextual relacionados con las operaciones de tratamiento y conversión de representaciones semióticas en la interpretación de gráficos estadísticos. Específicamente, la intencionalidad de este momento de la intervención fue la de identificar cómo los estudiantes realizan tratamiento y conversión de representaciones semióticas al interpretar y analizar gráficos estadísticos.

De igual manera, se analizaron los datos correspondientes al segundo momento (desubicación) propios de la secuencia didáctica. En este análisis se hizo énfasis en los elementos que se identificaron en el primer momento del proceso y que se convirtieron en dificultades para que los estudiantes realizaran su actividad matemática con éxito. En tercer lugar, se analizaron los resultados de la última fase de intervención consistente en reenfocar los significados de los estudiantes en torno a la estructura conceptual de las gráficas estadísticas y de los sistemas de representación asociados.

Posterior al análisis descriptivo de las producciones semióticas de los estudiantes y habiendo caracterizado las representaciones, se procede a reconocer las transformaciones semióticas de tratamiento y conversión que conlleva una primera categorización y codificación a partir de la identificación de las unidades significantes elementales constitutivas de cada registro semiótico.

6.1 MOMENTO DE UBICACIÓN

El momento de ubicación hace parte de la primera etapa de la intervención en la que se sitúa al estudiante, en esta se aplicó un instrumento inicial “construyendo un mundo de saberes” en el cual los estudiantes de grado noveno debían resolver situaciones del entorno; que involucraban las actividades cognitivas de tratamiento y conversión de representaciones semióticas en la lectura e interpretación de gráficas estadísticas.

Las situaciones planteadas en esta primera parte pretendían provocar intencionalmente el uso, la elaboración e interpretación de diferentes representaciones semióticas para determinar la forma en que las realizaban y encontrar posibles falencias. Es importante precisar que, para atender las necesidades y expectativas de los estudiantes, se utilizaron contextos cercanos a ellos, atendiendo a un enfoque sociocultural de la educación matemática desarrollado en la región donde se ubica la institución.

El tratamiento didáctico se llevó a cabo a partir del análisis de la actividad matemática individual, actividad matemática grupal (negociación) y presentación de las propuestas. Además, la actuación de los estudiantes se analizó siguiendo la estructura de la unidad didáctica de intervención en el aula.

6.1.1 Gestión del Momento de Ubicación.

Para caracterizar la actividad matemática de los estudiantes seleccionados se hizo el análisis a partir de lo planteado por García et al., (2013) donde se afirma que el cambio fundamental de la educación matemática actual, radica en estudiar los contenidos matemáticos desde una perspectiva funcional; en este sentido las situaciones planteadas en el momento de ubicación vincularon escenarios de la vida real de los estudiantes ligados a experiencias y aprendizajes previos.

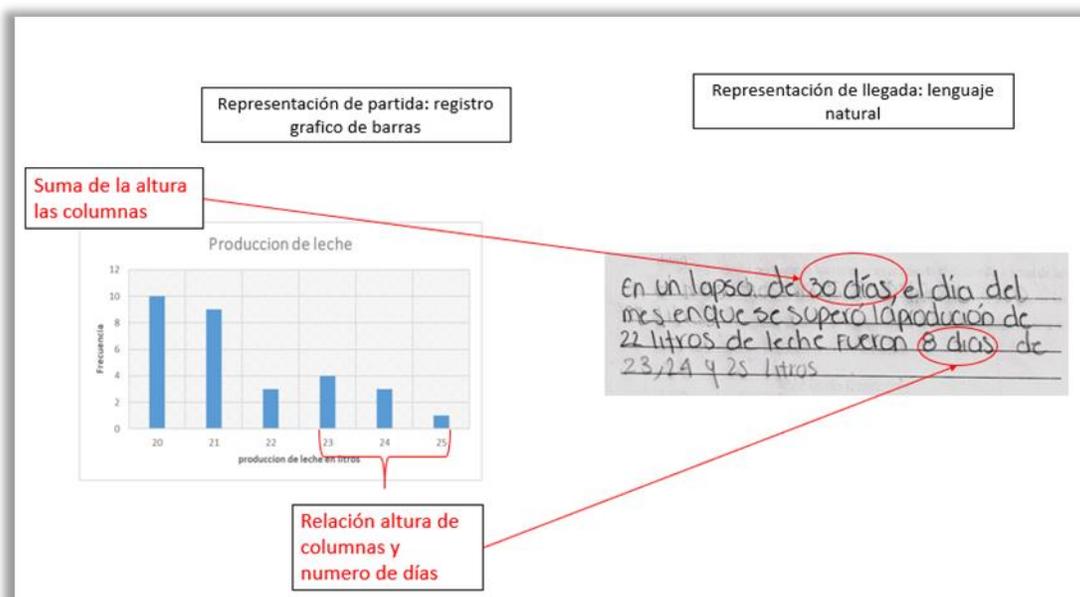
El proceso de revisión de la información inició con el reconocimiento de las características de los diversos registros de representación que emplean los estudiantes en función de ofrecer solución a las diferentes situaciones propuestas. El primer contexto de la guía correspondiente a este momento está relacionado con el campo de la ganadería. En él, se presenta un tipo de gráfica donde se proporciona la información de la producción de leche de una raza de semoviente altamente conocida en la región. Así pues, la primera actividad consistió en interpretar la información dada, de tal manera que se pudiera describir una posible heurística para determinar el número de días que superarían un umbral promedio previamente definido.

De acuerdo a la figura 1 se analizan todos los elementos que conforman las representaciones de salida y de llegada por separado, ya que cada uno de los signos que

componen un gráfico estadístico tienen un significado específico que permite extraer la información consignada en ellos según Bertín (1967), lo que permite a los estudiantes identificar las unidades significantes que se modifican en el paso de un registro a otro de acuerdo con las reglas de conformidad y así determinar los componentes conceptuales que permanecen aún después del cambio de registro.

Ante esta demanda se evidenció que, en efecto, los estudiantes logran movilizar datos de un registro a otro, es así como el estudiante E3 plantea el siguiente registro:

Figura 2. Registro del estudiante E3.



Fuente: elaboración propia.

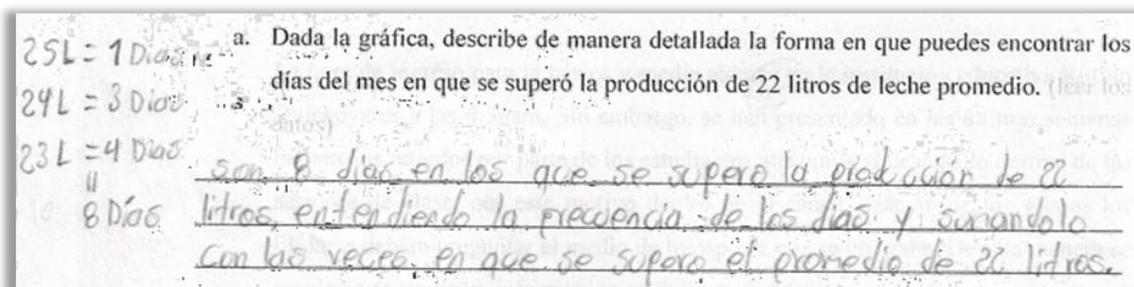
Como se observa, E3 realiza la suma del valor de las frecuencias de los días que se superaron los 22 litros de leche (8 días), lo que indica una lectura dentro de los datos, que en términos de Curcio (1987), corresponde a la interpretación basada en los datos proporcionados en el gráfico, junto a la capacidad para hacer comparaciones, realizar cálculos y operaciones con ellos; en este sentido, el estudiante logro ir más allá de la decodificación literal de la información encontrando datos que no estaban explícitos en el diagrama inicial.

En cuanto a las transformaciones semióticas, E3 hizo uso del lenguaje común, mencionando algunos elementos correspondientes al registro de representación gráfica limitándose a responder la pregunta; lo que implicó el no cumplimiento de los criterios de congruencia: correspondencia semántica de los elementos significantes, univocidad semántica y orden de arreglo de las unidades; descritos por (Duval, 2004, p.53), porque en el registro de llegada (lenguaje común) no se hace referencia a cada una de las unidades significantes correspondientes a la representación de salida; por ende tampoco guardan el mismo orden en ambos registros.

En este caso E3 presenta componentes que indican una posible conversión entre representaciones semióticas que en términos (Duval, 2004, p.46), es una transformación externa relativa al registro de representación de partida; es decir, que corresponde al cambio de registro de representación de un objeto matemático a otro diferente, conservando su información esencial. E3 relaciona algunas unidades significantes como “altura de las columnas de color azul” al decir “8 días” ya que representan la suma de cada una de ellas, correspondientes a la producción de 23, 24 y 25 litros de leche; sin embargo, la representación de llegada no cumple con ninguno de los criterios de congruencia (correspondencia semántica, univocidad semántica y orden) porque no están implicadas todas las unidades significantes y en consecuencia no se presenta una conversión de representaciones semióticas.

En este mismo aspecto, E8 presenta el siguiente registro:

Figura 3. Registro del estudiante E8.

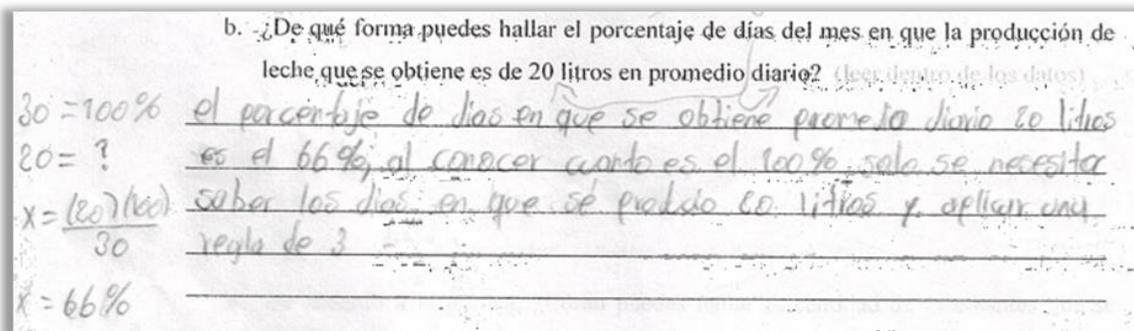


Fuente: elaboración propia.

Nótese cómo E8 hace uso de los recursos propios del registro, identificando ciertas unidades elementales “25L=1días, 24L=3 días, 23L=4días” relacionándolas entre sí, permitiendo formar unidades de nivel superior; hace uso del registro del lenguaje común, al igual que E3; no obstante, presenta adicionalmente una relación de correspondencia entre las producciones de leche que cumplen con la característica pedida en la primera actividad del momento de ubicación que, eventualmente, podría entenderse como un registro de representación tabular de la demanda solicitada. Es así como el estudiante se apoya en la conversión de representaciones semióticas al tomar elementos de una representación gráfica y movilizarlos al lenguaje natural; sin embargo, no cumplen con ninguno de los tres criterios de congruencias mencionado por Duval (2004) porque E8 no toma todas y cada una de las unidades significantes de la representación de salida y las lleva a la representación de llegada, por lo tanto, la actividad cognitiva de conversión no se lleva a cabo en su totalidad.

La segunda pregunta de la primera actividad del momento de ubicación, relacionada con el mismo contexto, indaga por la posibilidad de calcular un porcentaje desde la observación del gráfico. Ante esto, se evidenciaron dificultades, no en el cálculo de un porcentaje, sino en la forma de interpretar el gráfico. En efecto, E8 presenta lo siguiente:

Figura 4. Registro del estudiante E8.



Fuente: elaboración propia.

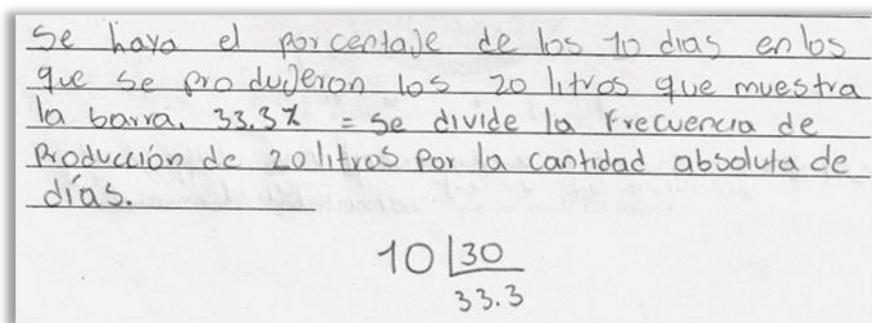
Tal como se observa, E8 aduce que el porcentaje solicitado debe calcularse sobre una base de 30 días (lo cual es correcto); sin embargo, propone utilizar los 20 litros como la medida

comparada; ante esta situación se infiere que, por un lado, E8 calcula porcentajes correctamente desde lo numérico; por otro lado, una errónea interpretación del gráfico lo llevó a comparar porcentualmente medidas de diferente naturaleza (días y litros); esta dificultad está relacionada con comprender los elementos que compone un gráfico y sus particularidades de acuerdo a lo que mencionan Friel, et al., (2001) ya que el estudiante no reconoce los marcos de gráfico, dado que su respuesta no es coherente con la información que se muestra en los ejes, escalas y las magnitudes utilizadas.

En consecuencia, no se presenta una correspondencia entre los dos registros de representación y la conversión no cumple ninguno los criterios de congruencia mencionados por Duval (2004) Correspondencia semántica de los elementos significantes, univocidad semántica y orden de arreglo de las unidades que componen cada una de las dos representaciones.

Por su parte, E1 presenta su estrategia desde el lenguaje común y el respectivo cálculo numérico del porcentaje solicitado.

Figura 5. Registro del estudiante E1.



Fuente: elaboración propia.

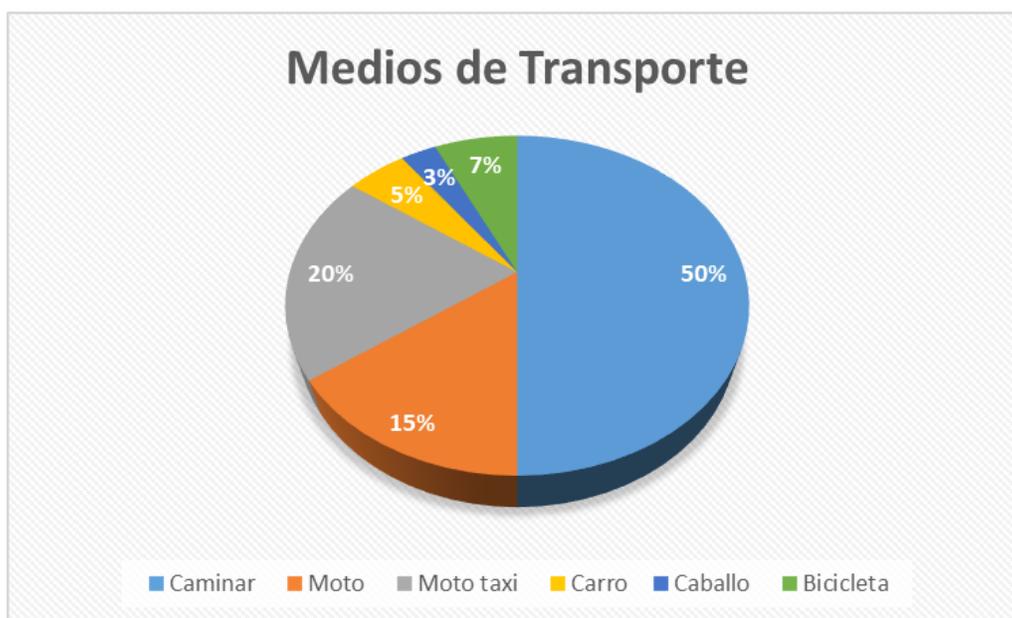
En este caso E1 relaciona en su escrito algunas unidades significantes (10 días y 20L) concerniente a la representación de salida, lo que indica un acercamiento al primer criterio de congruencia: correspondencia semántica “a cada unidad significativa simple de una de las representaciones, se puede asociar una unidad significativa elemental” (Duval, 2004,

p.53); sin embargo, no se cumple por completo ya que faltan otras unidades significantes en la representación de llegada.

Atendiendo al segundo criterio de congruencia univocidad semántica donde de acuerdo a Duval (2004) la regla define que, a cada unidad significativa elemental de la representación de partida, le corresponde una sola unidad significativa en la de llegada tampoco se cumple ya que varias unidades del gráfico de barras no se tienen en cuenta o no se movilizan hacia el texto de llegada, lo que implica la no correspondencia uno a uno entre ambos registros.

El segundo contexto contenido en la guía correspondiente al primer momento tiene relación con la forma en la que el medio de transporte utilizado por los estudiantes afecta la hora de llegada a la institución. Para tal efecto, se presenta un diagrama circular que contiene los porcentajes de cada medio de transporte utilizado por 200 estudiantes encuestados.

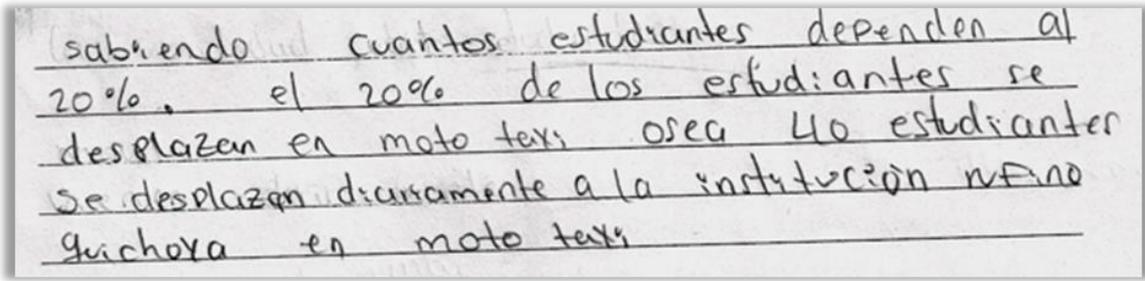
Figura 6. Diagrama circular del contexto 2.



Fuente: elaboración propia.

La primera actividad de esta situación consistió en interpretar la información del gráfico de tal manera que se pudiera calcular el porcentaje de estudiantes que se desplaza en moto taxi. En este sentido, E10 presenta su alternativa, como sigue:

Figura 7. Registro del estudiante E10.



sabiendo cuantos estudiantes dependen al 20% el 20% de los estudiantes se desplazan en moto taxi osea 40 estudiantes se desplazan directamente a la institucion y no Guichoya en moto taxi

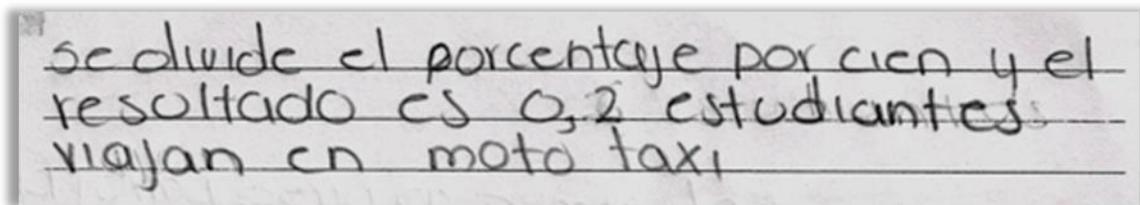
Fuente: elaboración propia.

De acuerdo a lo que se observa en la Figura 6, E10 encuentra el número total de estudiantes que se movilizan a la institución educativa en moto taxi, teniendo el porcentaje de estos y el número total de alumnos; ubicándose en un nivel de interpretación de gráficos “leer dentro de los datos” que de acuerdo a los criterios propuestos por Curcio (1987) se puede realizar operaciones y cálculos encontrando información que no está explícita, lo cual ocurrió con este estudiante.

En cuanto a las actividades cognitivas, E10 emplea un registro del lenguaje común para expresar su respuesta, lo que indica una posible conversión semiótica; sin embargo, no cumple con los criterios de congruencia establecidos por Duval (2004) ya que no se evidencia la movilización de todas las unidades significantes dentro de la gráfica circular hacia el texto, entonces no cumple con correspondencia semántica, ni con univocidad semántica y tampoco con el criterio de orden. Así pues, no existe una movilización acertada de los datos entre el registro de salida con el registro de llegada; aunque muestra el valor correcto de dicho porcentaje en su respuesta no acude a una conversión de representaciones semióticas para este propósito.

Otra intervención la realiza E7 empleando un lenguaje natural, describiendo la manera en que se encuentra el número total de estudiantes que se desplazan en moto taxi; no obstante, a pesar de que este registro de representación numérica decimal (0,2) de llegada coincide con el porcentaje de la gráfica inicial (20%) no responde a la pregunta planteada.

Figura 8. Registro del estudiante E7.



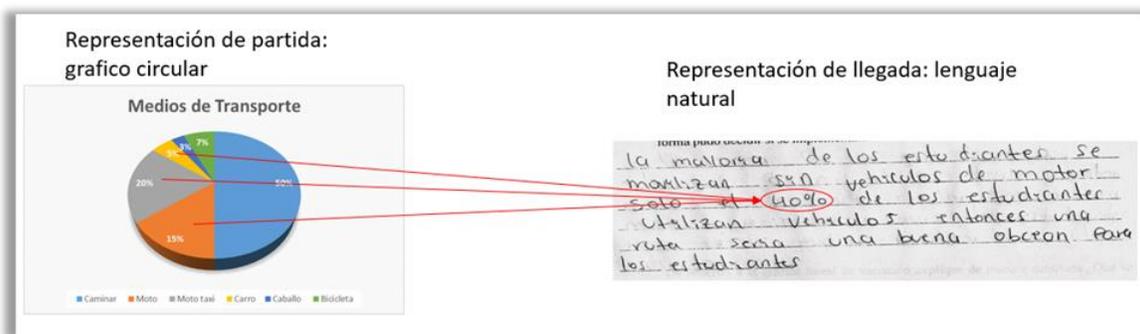
se divide el porcentaje por cien y el resultado es 0,2 estudiantes viajan en moto taxi

Fuente: elaboración propia.

En cuanto a las transformaciones semióticas es importante analizar en este estudiante el hecho de utilizar el número decimal como representación de un porcentaje para efectos de una posible conversión; sin embargo, al no movilizar todas la unidades significantes de la representación gráfica de partida al texto escrito no cumple ninguno de los criterios de congruencia descritos por Duval (2004) ya que no se presenta correspondencia semántica, univocidad semántica ni orden de las unidades significantes.

El siguiente requerimiento de este contexto consistió en comunicar una alternativa para la implementación de una ruta escolar. Ante esto, la mayoría de estudiantes expusieron representaciones verbales para plantear sus alternativas. Así, por ejemplo, E5 expuso lo siguiente:

Figura 9. Registro del estudiante E5.



Fuente: elaboración propia.

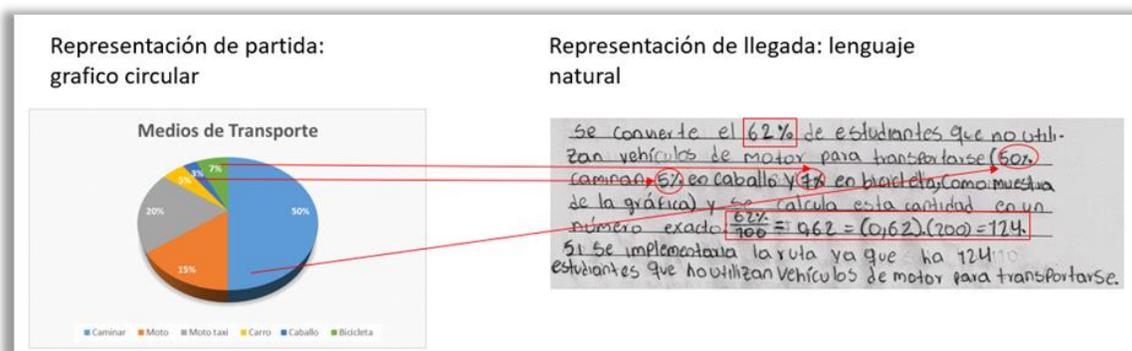
Lo expuesto anteriormente revela un cambio de representación por parte de E5, situándose en el primer criterio de congruencia para una posible conversión semiótica mencionada por

Duval (2004) “correspondencia semántica” puesto que el estudiante interpreta cada sector de color como unidad significativa y luego emplea un operador como la suma para llegar a ese 40% lo cual es una afirmación verdadera; sin embargo en su escrito se quedan por fuera otros elementos del gráfico lo cual implica el no cumplimiento de los otros criterios de congruencia univocidad semántica terminal y el orden de arreglo de las unidades que la componen.

En su lectura inicial del gráfico, se evidencia que E5 realiza una interpretación de gráficos a la que Curcio (1987) denomina “leer dentro de los datos” usando comparaciones y operaciones para dar respuesta a la pregunta, y aunque existen indicios de una conversión semiótica no cumple con el criterio de congruencia “correspondencia semántica”, como se mencionó anteriormente.

Un aporte interesante lo realizó E9 por que puede dar lugar a posibles transformaciones de representaciones semióticas, dado que hay una importante variedad de objetos por analizar; el lenguaje verbal, representaciones numéricas como la fracción, el porcentaje, el número decimal. Es importante precisar que el 90% de los estudiantes utilizaron el lenguaje verbal para comunicar su actividad matemática.

Figura 10. Registro del estudiante E9.



Fuente: elaboración propia.

A partir de lo que expresa E9 se identifican algunos elementos que aducen a una conversión de representaciones semióticas; sin embargo, en la primera línea se habla de un 62% de estudiantes que no utilizan vehículo de motor; lo que demuestra una incongruencia entre la

representación de salida y la de llegada; el porcentaje de estudiantes que viaja al colegio en caballo no es de 5% sino de 3%, por consiguiente se evidencia la identificación de unidades significantes en ambas representaciones, pero no en su totalidad entonces no se cumplen todos los criterios de congruencia establecidos por Duval (2004) ya que no se muestra una correspondencia uno a uno entre ambas; representación y el orden de arreglos que componen al registro de llegada no es el mismo que el de salida.

En este primer momento de la intervención se muestra que los estudiantes para leer e interpretar gráficas estadísticas no recurren a las actividades cognitivas de tratamiento y conversión de representaciones semióticas; sin embargo, muestran el reconocimiento de algunas unidades significantes y de su movilización a otro registro, sin cumplir en su totalidad con los criterios de congruencia ni con las reglas de conformidad.

6.2 MOMENTO DE DESUBICACIÓN

Este momento se diseñó con base en la caracterización realizada en la fase de ubicación. Una vez se detectaron los elementos que requieren ser reajustados conceptualmente relacionados con las representaciones semióticas y las gráficas estadísticas como objeto de estudio.

El momento de desubicación inició con una intervención de tipo didáctica en la que se precisó la estructura conceptual de las gráficas estadísticas; sus características, elementos, similitudes y diferencias tanto de los diagramas de barras de línea y circulares.

Seguidamente se brindaron pautas generales para abordar los tipos de gráfica mencionados en función de determinar el título, los ejes, las variables que intervienen y las acotaciones adicionales. En la siguiente sesión se indicaron los pasos para construir gráficas estadísticas manualmente con regla, marcadores de colores, compas y transportador.

Continuando con descripción de la información correspondiente al segundo momento se parte de la revisión de la producción individual de cada uno de los estudiantes en relación con la guía denominada “Fortalece tu sabiduría” realizada en grupo, a través de diferentes situaciones problema brindando un enunciado verbal que describe el contexto, una gráfica

ya sea de barras, de círculo o de línea junto a unas preguntas orientadas a conocer los procesos empleados para llegar a la respuesta.

6.2.1 Gestión del Momento de Desubicación.

Inicialmente se abordó un contexto de proyectos productivos dado el énfasis de la institución educativa, en el cual se proporcionó una gráfica de barras, la cual es una representación semiótica en vista de que “Es un texto multimodal; tanto en su conjunto como en los elementos que lo componen, ya que están constituidos por un colectivo de signos que requieren una actividad semiótica por aquellos que los interpretan” de acuerdo a lo que menciona Bertín (1967) citado por Batanero y Arteaga (2010, p. 142); por lo tanto, en esta representación se muestran cinco iniciativas de negocio para ser analizadas desde la ubicación de sus ingresos y egresos en un periodo considerado mediante transformaciones semióticas, tal como se muestra a continuación:

Figura 11. Gráfica situación 1.



Fuente: elaboración propia.

En la primera actividad se pidió a los estudiantes construir una tabla de doble entrada con los datos del diagrama de la figura 10; lo que implicaba realizar una operación de conversión entre representaciones semióticas. En este sentido, un alto porcentaje de

estudiantes lograron cumplir con lo solicitado. A continuación, se presentan las tablas de tres grupos.

Figura 12. Registro de los estudiantes G3, G4 y G5.

	Arequipe	Chorizo	Arepas	Jabones	Artesanías
Ingresos	180.000	150.000	160.000	140.000	200.000
Gastos	100.000	120.000	80.000	90.000	50.000
Ganancias	80.000	30.000	80.000	50.000	150.000

Gastos Ingresos Ganancias	Gastos	Ingresos	Ganancias
Arequipe	100.000	180.000	80.000
Chorizo	120.000	150.000	30.000
Arepas	80.000	160.000	80.000
Jabones	90.000	140.000	50.000
Artesanías	50.000	200.000	150.000

PRODUCTO	INGRESOS	GASTOS	GANANCIAS
AREQUIPE	180.000	100.000	80.000
CHORIZO	150.000	120.000	30.000
AREPAS	160.000	80.000	80.000
JABONES	140.000	90.000	50.000
ARTESANIAS	200.000	50.000	150.000

Fuente: elaboración propia.

Nótese cómo los tres registros anteriores cumplen con lo solicitado; sin embargo, G3 utilizó la entrada horizontal para las iniciativas empresariales y la vertical para los ingresos y egresos, distinto a sus otros dos grupos G4 y G5 quienes emplearon la entrada horizontal para señalar los gastos, ingresos y ganancias, mientras que la vertical la rotularon como los productos comercializados en la feria empresarial. Esto da cuenta del carácter subjetivo de la actividad matemática, es decir, de lo divergente del pensamiento humano.

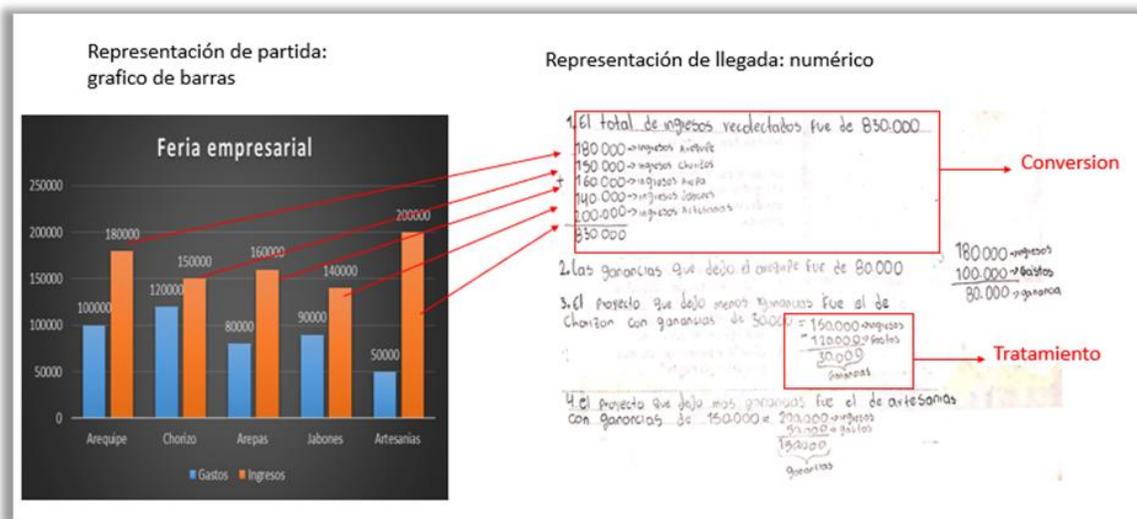
La construcción de las anteriores tablas aduce a una conversión de representaciones semióticas ya que cumple con los criterios de congruencia establecidos por Duval (2004) entre la representación de partida y llegada, primero existe una correspondencia entre las unidades significantes; en este caso, entendiéndose como las columnas de colores naranja y azul con los valores dentro las tablas; además, a cada elemento de conjunto de partida le corresponde uno y sólo un elemento del conjunto de llegada, y por último se cumple también el criterio de orden porque están organizadas respectivamente las unidades significantes en ambos registros.

En cuanto a los interrogantes planteados sobre las ganancias de cada uno de los productos ofrecidos, se pone de manifiesto que los integrantes de los tres grupos alcanzaron las demandas solicitadas; ya que G3, G4 y G5 respondieron: Arequipe \$80.000, chorizo \$30.000, arepa \$80.000, Jabones \$50.000 y Artesanías 150.000.

Este nivel de lectura de gráficas se denomina “leer dentro de los datos” de acuerdo a Curcio (1987), en el cual se manipula la información leída al hacer comparaciones, cálculos y operaciones; por lo tanto, los estudiantes se basaron en los datos explícitos proporcionados, transformándolos en otra representación para darle respuesta a las preguntas, ya que el registro de partida no arrojaba el monto solicitado.

A continuación, se presentan evidencias de algunos cálculos realizados y sus respuestas del grupo G2.

Figura 13. Registro del grupo G2.



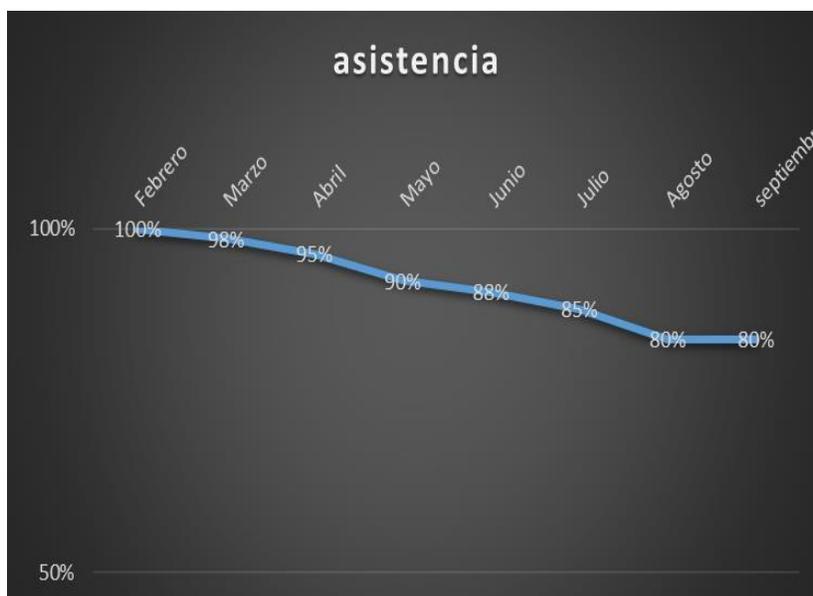
Fuente: elaboración propia.

Como se observa en la imagen anterior se presenta un cambio de representación, lo que implica una posible conversión semiótica; para que esta transformación se lleve a cabo en su totalidad debe cumplir con los tres criterios de congruencia establecidos por Duval (2004) correspondencia semántica, univocidad semántica y orden de arreglo de las unidades

que componen cada una de las dos representaciones. Teniendo en cuenta lo anterior, en la figura se muestra una relación entre la representación de partida y la de llegada, las flechas rojas indican la correspondencia semántica entre la altura de las barras de color naranja y los valores empleados del registro numérico para darle respuesta a la pregunta; por lo tanto, los integrantes de G2 consiguieron identificar las unidades significativas iniciales transformándolas en otra; además se evidencia que a cada barra de color naranja le corresponde uno y solo un valor de la segunda representación. En cuanto al orden en que se ubican las unidades significativas se puede afirmar que están situadas respectivamente al compararl as cumpliendo con los criterios de congruencia logrando una conversión de representaciones semióticas.

El segundo contexto abordado en esta sección de la unidad didáctica estuvo relacionado con un análisis que se realizó sobre la asistencia a la institución. De igual manera, se presentó un gráfico de líneas con periodicidad mensual como insumo para la mediación didáctica, tal como se muestra a continuación.

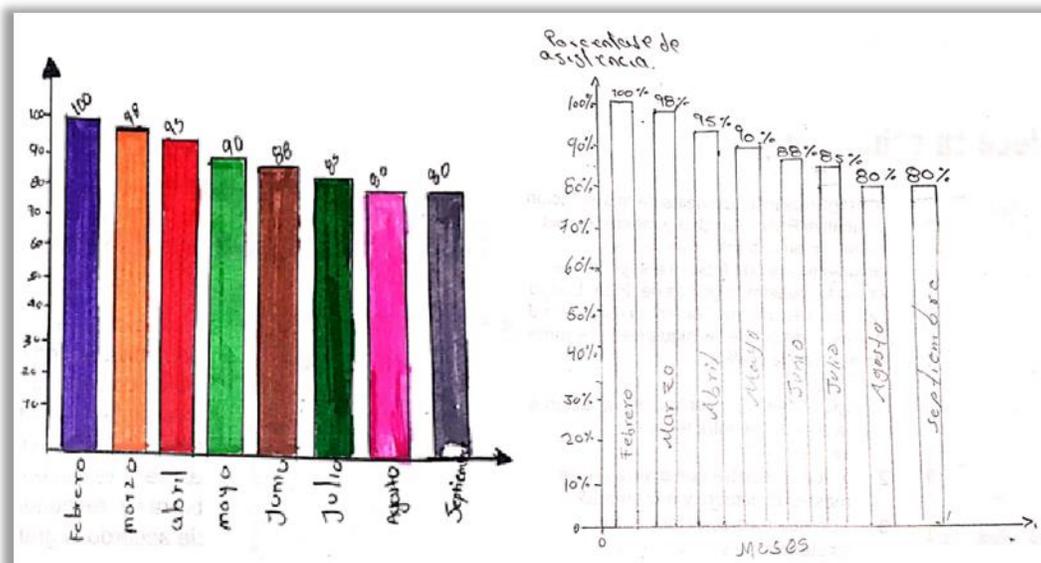
Figura 14. Gráfica situación 2.



Fuente: elaboración propia.

La actividad inicial solicitó realizar una operación de tratamiento entre representaciones semióticas. En efecto, se pidió que, a partir del gráfico de líneas dado, se construya su respectivo gráfico de barras. El trabajo fue realizado con éxito por la totalidad de grupos. A continuación, se muestran los registros presentados por G3 y G4 respectivamente.

Figura 15. Registro de los grupos G3 y G4.



Fuente: elaboración propia.

En esta segunda actividad del momento de desubicación se presenta un tratamiento semiótico entre el registro gráfico lineal y el gráfico de barras, porque cumple con las reglas de conformidad que en palabras de Duval (2004) “Son aquellas que definen a un sistema de representación y, en consecuencia, los tipos de unidades por las cuales están constituidas todas las representaciones en un registro”. En otras palabras, estas reglas permiten que se pueda reconocer una representación como representación de un registro. Los estudiantes que pertenecían a ambos grupos lograron identificar los signos propios del registro gráfico inicial (los puntos, las líneas, la información de los ejes) y movilaron esa información a otro registro de forma pertinente y completa. Se muestra que cada barra en el diagrama de llegada está vinculada estrechamente con el registro de partida ya que cada punto se ve reflejado mediante una columna; además, la unión de estas, junto con todas las convenciones del gráfico poseen un significado propio del registro de representación.

Además, en esta segunda actividad del momento de desubicación los integrantes de G4 construyeron una tabla de frecuencias previa con los datos proporcionados por el gráfico de líneas, tal como se muestra en la figura 15, para la posterior construcción del diagrama de barras solicitado, lo que para Friel, et al., (2001) es un nivel de interpretación de gráficas superior al reconocer cuando un gráfico o tabla es más útil que otro, en función del juicio requerido y de los datos representados.

Figura 16. Registro de los grupos G4.

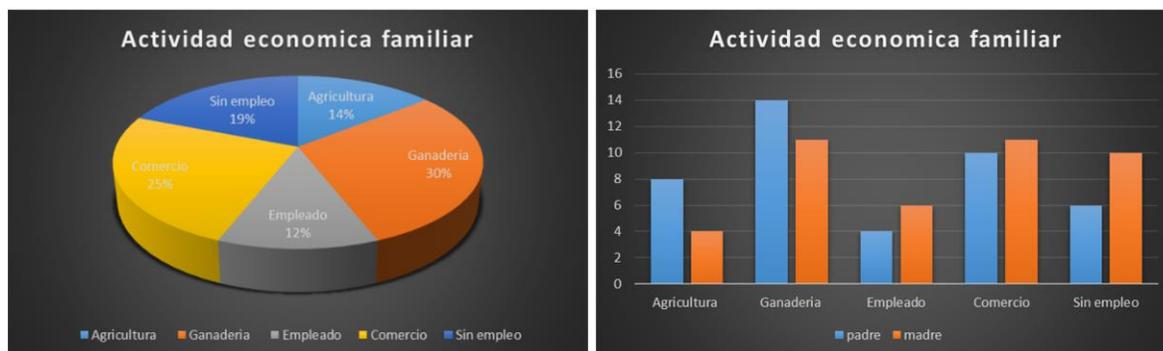
Meses	Estudiantes
Febrero	100%
Marzo	98%
Abril	95%
Mayo	90%
Junio	88%
Julio	85%
Agosto	80%
Septiembre	80%

Fuente: elaboración propia.

En el trabajo realizado por este grupo, se evidencia una operación de conversión entre representaciones semióticas ya que es una transformación externa relativa al registro de representación de partida (Duval, 2004, p.46) la cual no fue solicitada en la guía, dando cuenta del avance de los estudiantes con respecto al propósito del presente proyecto. La representación de llegada es una especie de tabla de valores con dos columnas (meses y porcentaje de asistencia) en que se evidencia una identificación de las unidades significantes en ambos registros, conjuntamente se ostenta una correspondencia uno a uno en el mismo orden del registro de partida, lo que implica el cumplimiento a cabalidad de los criterios de congruencia.

Seguidamente, el tercer y cuarto contexto abordados en la segunda actividad del momento de desubicación fue referido a la actividad económica familiar de la población objeto de estudio. A partir de la información suministrada se construyó y se presentó a los estudiantes las siguientes gráficas:

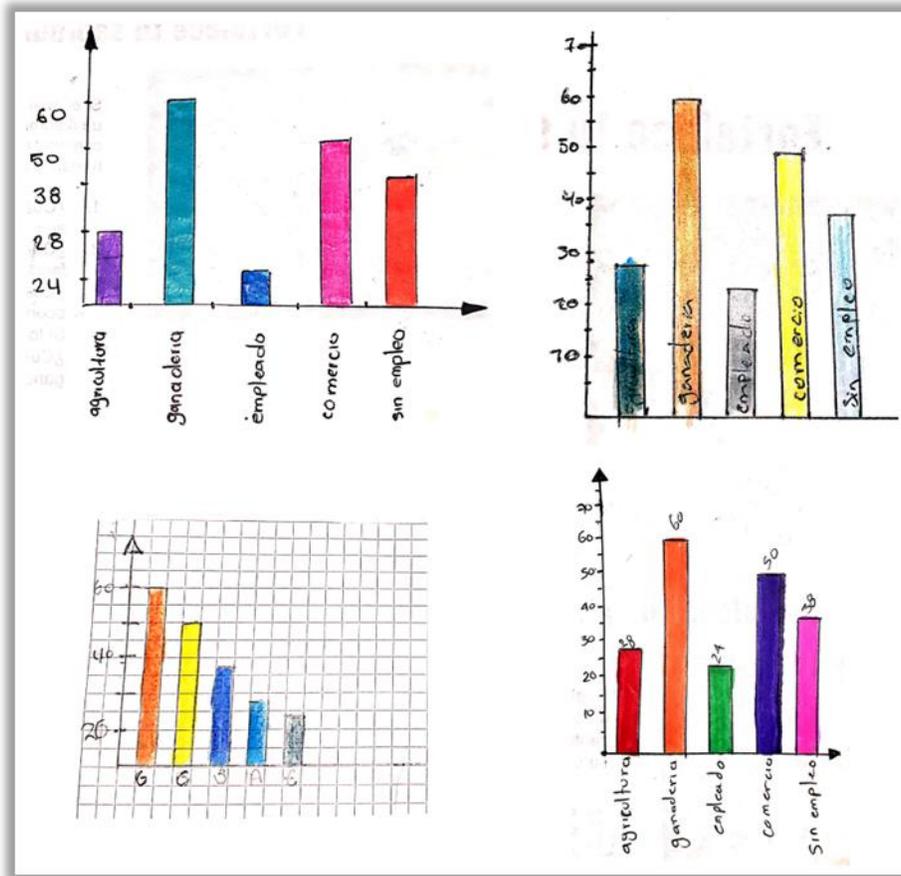
Figura 17. Gráficas de los contextos 3 y 4.



Fuente: elaboración propia.

De igual manera, con respecto a las operaciones de tratamiento y conversión a las que se refiere el presente proyecto, se solicitó a los estudiantes construir el gráfico de barras y la tabla de doble entrada, respectivamente. La figura 17 presenta algunos de los registros de la actividad matemática respectiva.

Figura 18. Registros de algunos grupos.



Fuente: elaboración propia.

De acuerdo a lo elaborado por G1, G3, G4 y G5 se observa la variedad en las formas de organizar la información, aunque el gráfico represente los mismos datos sobre las actividades económicas familiares de la región brindada en el gráfico circular de la figura 16. En efecto, la manera de etiquetar de los grupos presenta tres formas distintas de hacerlo, vertical externo como lo hacen G1 y G5, vertical interno como lo realiza G3 y sigla externa como lo lleva a cabo G4; mientras que con respecto a la información numérica se presentan dos formas: la tradicional que es la correspondencia del eje vertical con respecto a la longitud de la barra como lo plasmaron G1, G3 y G4; y, la alterna, ubicando las frecuencias absolutas sobre las barras tal cual como se observa en la representación hecha por G5.

Respecto a las actividades cognitivas presentes en el desarrollo de la actividad se encuentra el tratamiento semiótico ya que es una transformación de una representación a otra representación de un mismo registro en este caso el gráfico. Esta transformación se considera como una transformación intra registro. Es un tipo de expansión discursiva del objeto dentro de un registro representado. Duval (2004, p.42). para lograr esto se da cumplimiento con las reglas de conformidad establecidas por Duval (2004) en virtud de la identificación de los signos referente a ambos registros gráficos (los sectores en el gráfico de barras, las columnas en el gráfico de barras, los ejes horizontal y vertical) seguidamente de la unión de cada uno de estos para conformar unidades de orden superior con sentido y significado.

Por otra parte, en cuanto a las preguntas sobre el número de personas que realizan cada una de las actividades económicas se muestra que los cuatro grupos encontraron las respuestas acordes a lo que se solicitaba; en este sentido G1, G3, G4 y G5 respondieron: Agricultura 28 personas, Ganadería 60 personas, empleado 24 personas, comercio 50 personas y sin empleo 38 personas.

Esta información no estaba explícita en el registro de partida; sin embargo, al efectuar el tratamiento semiótico se logró visualizar con más claridad; de acuerdo con Curcio (1987) este nivel de interpretación de gráficas se denomina “leer dentro de los datos” puesto que no solo se tiene en cuenta la información visible de los componentes del mismo, sino que se acude a cálculos y operaciones matemáticas como herramientas para determinar una solución.

Figura 19. Registro de los grupos G6 y G2.

	Agricultura	Ganadería	Empleado	Comercio	Sin empleo
Padre	8	14	4	10	6
Madre	4	11	6	11	10

Trabaja	Padre	Madre
agricultura	8	4
ganaderia	14	11
empleado	4	6
comercio	10	11
sin empleo.	6	10

Fuente: elaboración propia.

Nótese una operación de conversión entre representaciones semióticas por parte de G6 Y G2 ya que su construcción corresponde a un cambio de registro de representación sobre un objeto matemático a otro registro conservando su esencia (Estupiñán y Orobio, 2017), utilizando las entradas (horizontal y vertical) de manera inversa; G6 ubicó las actividades económicas familiares de forma horizontal y los padres de familia en el eje vertical, mientras que G2 hizo lo contrario. En ambos casos existe correspondencia con la representación de partida; en este sentido se cumplen a cabalidad con los criterios de congruencia puesto que la construcción de las tablas de doble entrada concibe las dos variables empleadas y cada una le corresponde un valor correcto en relación con el gráfico de columnas, además se conserva en orden inicial en que fueron plasmadas en el conjunto de partida.

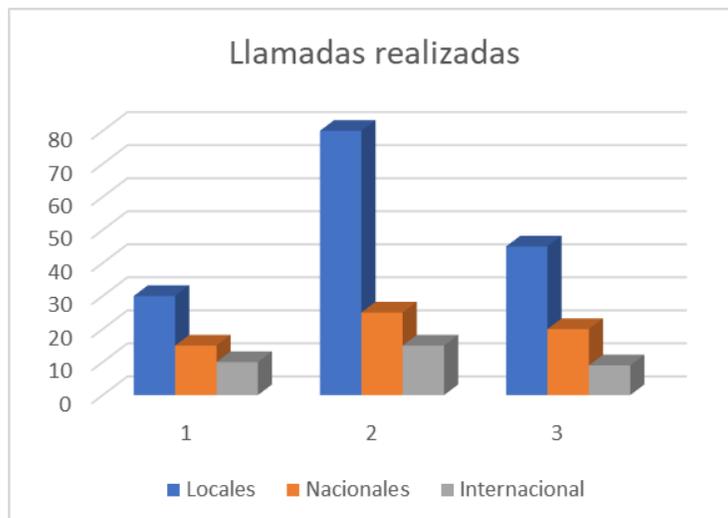
6.3 MOMENTO DE REENFOQUE

6.3.1 Gestión del Momento de Reenfoque

Finalmente, se analizan las actuaciones de los estudiantes en la en el tercer momento de esta sección analizar la efectividad de las actividades realizadas en el momento de desubicación. En este sentido, se inicia con una tarea referida a un contexto de llamadas

telefónicas realizadas por usuarios. Para tal efecto, se proporciona un diagrama de barras múltiples para el abordaje de la situación.

Figura 20. Gráfica del contexto 1.



Fuente: elaboración propia.

Este tipo de diagrama exige un mayor nivel de análisis por parte de los estudiantes dado que comprende más elementos por tener en cuenta que un diagrama de barras simple. La primera demanda de esta tarea fue la de realizar una operación de conversión del registro semiótico al que pertenece la gráfica anterior; es decir, se solicitó una tabla de doble entrada. Al respecto, se presentan las siguientes evidencias.

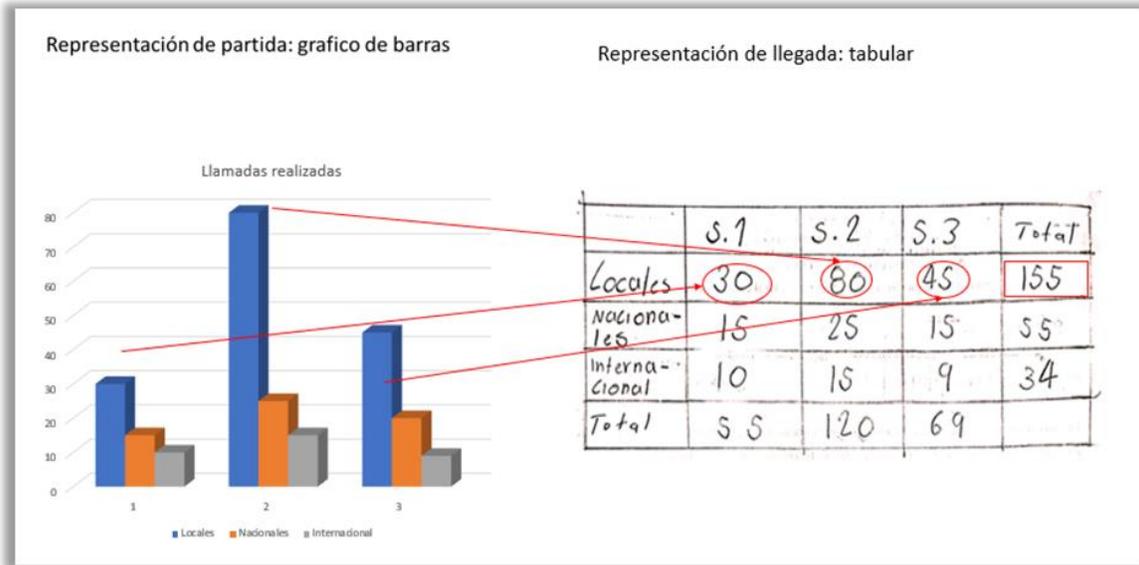
Figura 21. Registro de los estudiantes E6 y E7.

	S.1	S.2	S.3	Total
Locales	30	80	45	155
Nacionales	15	25	15	55
Internacional	10	15	9	34
Total	55	120	69	

Llamadas	Sujeto #1	Sujeto #2	Sujeto #3	total
Locales	30	80	45	155
Nacionales	15	25	20	60
Internacional	10	15	9	34
	55	120	74	249

Fuente: elaboración propia.

Figura 22. Registro del estudiante E6.



Fuente: elaboración propia.

Se puede observar que los datos varían entre las dos tablas presentadas. Este hecho no se atribuye a un error en la lectura de los datos; la discrepancia se atribuye a que la gráfica inicial presentada se encuentra en 3D y eso provocó que se generaran diferencias en las observaciones.

En cuanto a las transformaciones realizadas por E6 y E7 se evidencia una conversión de representaciones semióticas en ambos estudiantes, que cumple con los criterios de congruencia propuestos por Duval (2004). En primera instancia existe un reconocimiento de las unidades significantes en ambas representaciones, comprenden que la altura de las barras, sus colores y la información en los ejes poseen un significado y que su movilización a otra representación debe estar presente en otra forma de expresarse organizada y coherente sin perder los datos. En este caso se logran todos estos criterios puesto que se construye una tabla de doble entrada con las variables (destino de llamada y los 3 participantes) en donde se ubican de manera correcta los datos proporcionados por la representación inicial diferenciando los colores y su connotación; seguidamente se revela una relación en la que se corresponde uno a uno los datos y que además estas puestas en un lugar donde las hace comprensibles al lector.

Una vez construida la tabla de doble entrada, se realizaron algunos interrogantes con respecto al total de llamadas hechas por los tres sujetos, las cuales se contestaron con éxito en su mayoría.

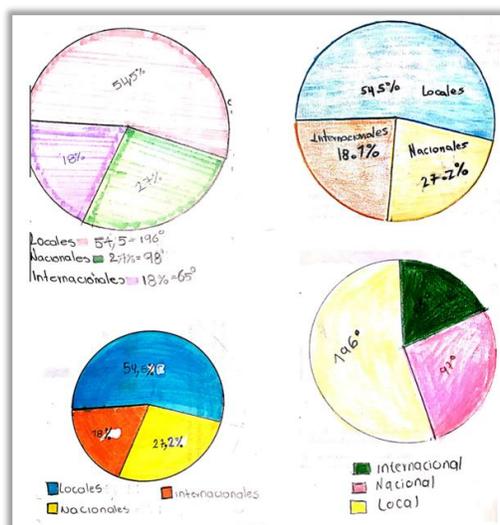
E6: Total llamadas S1 55, total llamadas S2 120 y total llamadas S3 69

E7: Total llamadas S1 55, total llamadas S2 120 y total llamadas S3 74

Conforme a lo expuesto por E6 y E7, el nivel de análisis de gráficos alcanzado por estos estudiantes se clasifica según Curcio (1987) como “leer dentro de los datos” dado que los valores buscados no están explícitos en el registro de partida y para encontrar una solución se manipulan los datos a través de cálculos y operaciones; lo que deja en evidencia que los cambios de representación brindan la posibilidad de percibir la información desde distintas perspectivas.

La segunda demanda de este contexto consistió en construir un diagrama de sectores a partir del diagrama de barras original; es decir, se le solicitó al estudiante realizar un tratamiento dentro del sistema de representación gráfico. Al respecto, se presenta la figura 23 para mostrar la actividad matemática respectiva realizada por algunos estudiantes.

Figura 23. Registros de los estudiantes E1, E3, E4, E8.



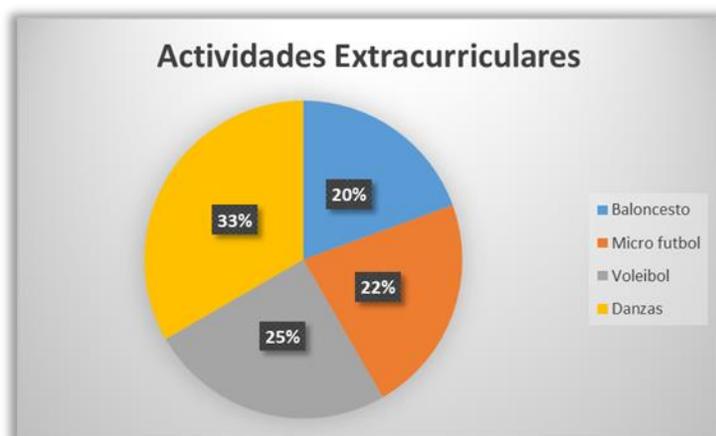
Fuente: elaboración propia.

Se observan diversas formas de realizar la operación de tratamiento en términos de la organización de la información presentada; nótese cómo E8 incluye los valores de los ángulos centrales en cada sector circular, pero no se reflejan los porcentajes; mientras que E1 ubica los porcentajes internamente y los ángulos centrales por fuera del círculo. Además, se evidencia que E3 no utilizó convenciones externas, sino que ubicó de manera interna las etiquetas correspondientes al tipo de llamada y los porcentajes.

Por consiguiente, se encuentra que la articulación entre la representación de partida y las de llegada siguen las propias reglas del registro en este caso el gráfico para llevar a cabo un tratamiento; que en términos de Duval (1995/1999) hace referencia a la transformación interna de una representación semiótica, desde un mismo registro semiótico de representación, para lograr otras representaciones, en la que se hace uso exclusivo de las reglas propias del sistema donde inicialmente existe un reconocimiento de los signos, símbolos y trazos características de cada gráfico; seguidos de la unión y combinación de estos para formar unidades de un orden superior.

En la segunda parte de esta sección se presentó un diagrama de sectores referido a actividades extracurriculares de los estudiantes relacionados con los deportes. La figura 23 presenta el gráfico asociado.

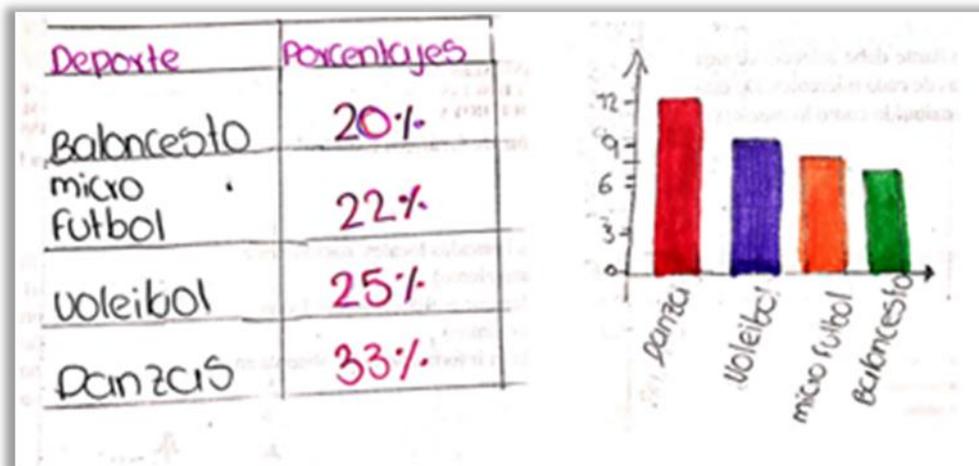
Figura 24. Gráfico del contexto 2.



Fuente: elaboración propia.

La demanda solicitada fue una operación de tratamiento que consistió en construir un diagrama de barras con base en el de sectores. A continuación, se presentan los aportes del estudiante E10.

Figura 25. Registro del estudiante E10.



Fuente: elaboración propia.

El registro del estudiante E10 muestra que para la construcción del diagrama de barras se desarrolló una tabla de datos porcentual inicialmente, lo que lleva directamente a una transformación del sistema de representación inicial; es decir, realizó una conversión de representación semiótica que se considera como una transformación externa relativa al registro de representación de partida (Duval, 2004, p.46), en el que se reconoce el significado de cada sector porcentual coloreados en relación con las variables presentes en el contexto trabajado; asimismo en la elaboración de la tabla se observa una correspondencia uno a uno donde cada unidad significativa de la representación de partida se relaciona con una y solo una unidad significativa de la representación de llegada en un orden claro y coherente.

La actividad cognitiva presente en el caso de los diagramas de barras es el tratamiento semiótico, puesto que se sigue abordando desde el registro gráfico; donde se emplean convenciones propias de cada diagrama las cuales se unen entre si para formar unidades más robustas, pertinentes y completas. Las columnas de color van tomando sentido cuando

se le asigna un rótulo a los ejes, valores numéricos y unidades que en conjunto brindan la misma información inicial desde otra perspectiva.

7 DISCUSIÓN

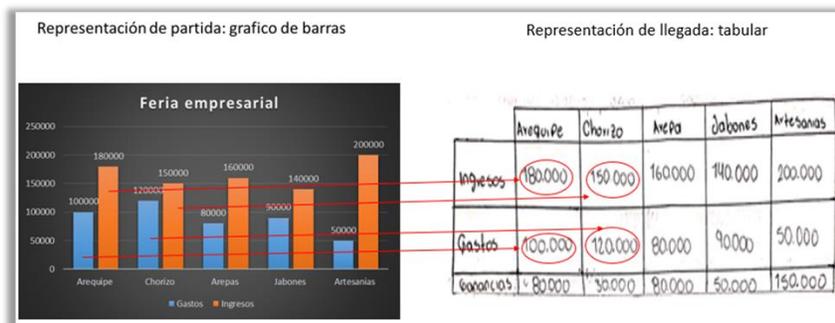
Siguiendo a Wolcott (1994), el proceso de análisis implica la transformación de la información en los datos a partir del reconocimiento de categorías que permitan responder a la pregunta de investigación, es el proceso por medio del cual se expanden y se extienden los datos más allá de la descripción de la información. Esta actividad permitió organizar y seleccionar la información cualitativa disponible a partir de la identificación de las dimensiones que permiten establecer categorías analíticas, correspondiente a la selección y condensación de los datos.

Después de presentar la información de manera descriptiva, se realizó la interpretación y clasificación de las producciones de los estudiantes realizando una condensación de los datos al descomponerlos en unidades analizables en relación con los criterios de congruencia para la conversión y las reglas de conformidad para los tratamientos semióticos presentes en la lectura de gráficas estadísticas en los momentos de desubicación y reenfoque.

7.1 MOMENTO DE DESUBICACIÓN

La primera situación que se analiza parte de un escenario mostrado en una representación gráfica en donde se les solicita a los estudiantes encontrar las ganancias de un producto dado los ingresos y los gastos; para esto se solicitaba construir una tabla de doble entrada con dos variables.

Figura 26. Registro del Grupo G3.



Fuente: elaboración propia.

El grupo de estudiantes G3 identifica los signos que componen la representación de partida y de llegada respectivamente ya que según Bertín (1967), tienen un significado específico que permite extraer la información consignada en ellos; estos son:

- El eje vertical describe cantidad de dinero.
- El eje vertical se refiere al producto vendido.
- Las columnas de color azul se relacionan con los gastos.
- Las columnas de color naranja hacen alusión a los ingresos.

En la representación tabular se identifican las siguientes unidades constitutivas:

- Una tabla de valores con 4 filas y 6 columnas.
- La primera columna refleja los gastos, los ingresos y las ganancias.
- La primera fila muestra cada uno de los productos arequipe, chorizo, arepa jabones y artesanías.

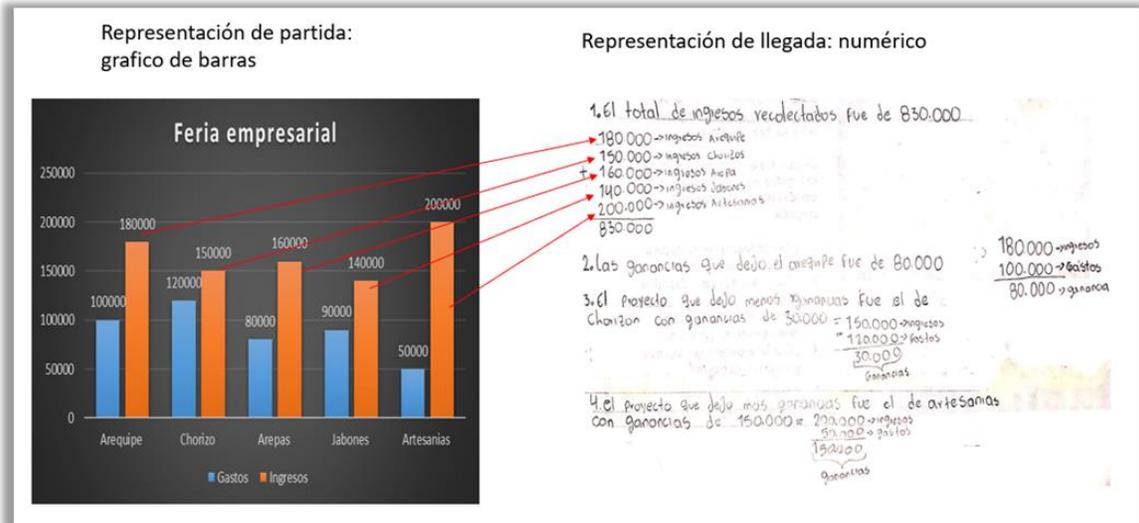
En este caso los integrantes de G3 realizaron una conversión entre una representación gráfica como punto de partida y una representación tabular de llegada, donde se pueden evidenciar los criterios de congruencia correspondencia semántica, univocidad semántica y orden de las unidades significantes propuestas por Duval (2004).

En cuanto al primer criterio de correspondencia semántica, se lleva a cabo ya que los estudiantes pertenecientes a G3 identifican las unidades significantes pertenecientes al registro de partida y las movilizan a otra representación de llegada, estableciendo una relación congruente entre el tamaño de todas las columnas de color azul y los valores encasillados en la fila que hace referencia a los ingresos, así mismo se cumple también entre la medida de las barras de color naranja con los números dentro de los cuadros relacionados con los ingresos.

Para el segundo criterio “univocidad semántica” los estudiantes lograron que todas las unidades significantes del conjunto de partida les correspondan una y solo una unidad del

conjunto de llegada, es decir que a cada producto vendido juntos a sus columnas de color azul y naranja se le asigna una cantidad encasillada dentro del tabla.

Figura 27. Registro de grupo G2.



Fuente: elaboración propia.

Respecto al contexto se realiza una activada de conversión que cumple con los criterios de congruencias planteados por Duval (2004) correspondencia semántica, univocidad semántica y orden, donde se pueden reconocer los siguientes:

- La altura de la columna de color naranja ubicada en el arequipe y el numero de 180.000 de ingresos.
- La altura de la columna de color naranja situada chorizos y 150.000 de ingresos.
- La altura de la barra de color naranja de arepas y 160.000 de ingresos.
- La altura de la columna de color naranja de artesanías y 200.000 de ingresos.

Se evidencia que los estudiantes pertenecientes a G2 reconocen las unidades significantes en el registro de partida y las trasladan a un segundo registro; por lo tanto, se presenta correspondencia semántica entre todas las unidades significantes (barras de color naranja)

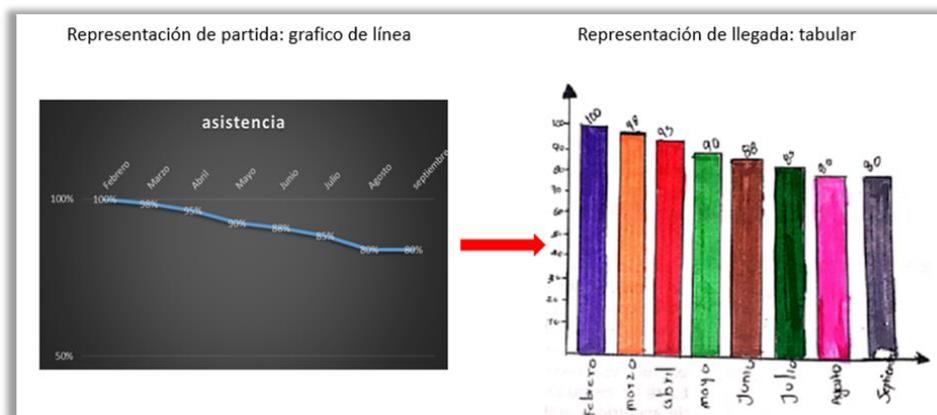
del registro de partida gráfico, con cada uno de los elementos de registro de llegada numérico.

De acuerdo a la producción de los integrantes de G2, también cumple con el criterio de univocidad semántica puesto que a cada unidad significativa del registro de salida solo le corresponde una unidad elemental del registro de llegada de tal manera ningún elemento de la representación inicial es omitida ni repetida en la segunda representación.

Para el tercer criterio de congruencia relacionado con el orden de las unidades significantes se muestra que los estudiantes de G2 organizan de forma similar todos los elementos en el registro final ubicándolo de forma vertical siguiendo el mismo orden (arequipe, chorizo, arepas, jabones y artesanías) lo cual indica que se cumple este criterio puesto que en el registro inicial están ubicada las unidades significantes de la misma manera.

En este mismo ejercicio se observa una tratamiento semiótico en el registro de llegada puesto que con los valores de los ingresos se hace una suma para llegar a su totalidad, cumpliendo con las reglas de conformidad establecidas por Duval (2004) ya que en primera instancia reconoce cada unidad elemental, en este caso los valores correspondientes al ingreso por cada uno de los productos, donde luego las une para formar unidades de un valor mayor al ubicarlos en forma de columna usando el signo de suma como operador, empleando términos coherentes y adecuados para ese registro numérico.

Figura 28. Registro del grupo G3.

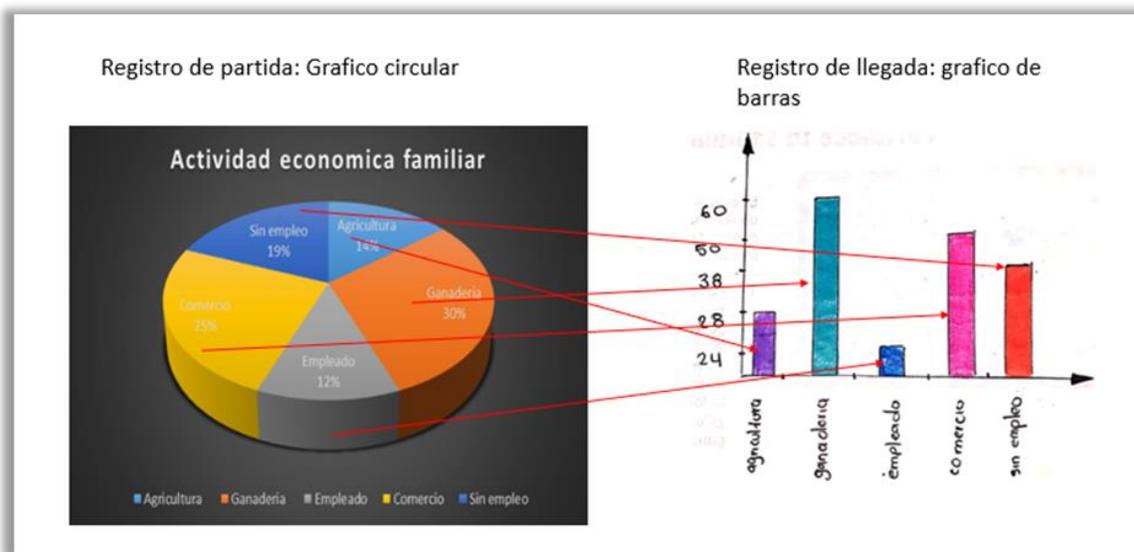


Fuente: elaboración propia.

En este caso se exhibe un tratamiento semiótico en consecuencia a que se moviliza la información entre representaciones gráficas cumpliendo con las reglas de conformidad, la primera que consiste en la determinación de unidades elementales, la segunda en establecer las combinaciones admisibles de unidades elementales para formar unidades de nivel superior, y la tercera garantizar condiciones para que una representación de orden superior sea una producción pertinente y completa: reglas canónicas propias a un género literario o a un tipo de producción en un registro señaladas por Duval (2004).

En relación a las unidades elementales se evidencia un reconocimiento de estas ya que en el primer registro existen unos puntos marcados en el plano que se unen con una línea azul que van tomando sentido con las etiquetas y valores en los ejes vertical y horizontal; características propias de la representación gráfica lineal, que luego se movilizan sin perder su orden ni su sentido a un gráfico de barras que también posee elementos intrínsecos. Los puntos de la representación inicial se transformaron en barras de diversos colores con una altura proporcional al porcentaje que indicia el eje vertical; la unión de todas estas unidades elementales lleva a la producción de unidades de orden superior con sentido y coherencia cumpliendo con todas la reglase de conformidad para los tratamientos semióticos.

Figura 29. Registro del grupo G1.



Fuente: elaboración propia.

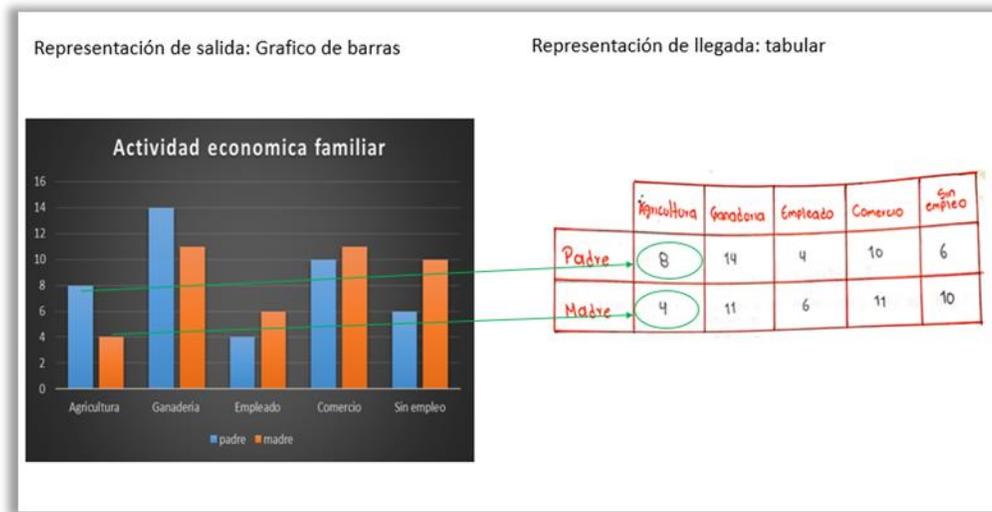
De acuerdo a lo planteado por G1 en la gráfica 28 se evidencia una movilización de la información dentro de un mismo registro gráfico, lo que corresponde a un tratamiento semiótico que cumple con las reglas de conformidad definidos por Duval (2004); la determinación de unidades elementales, las combinaciones admisibles de unidades elementales para formar unidades de nivel superior y las condiciones para que una representación de orden superior sea una producción pertinente y completa: reglas canónicas propias a un género literario o a un tipo de producción en un registro.

En este caso se evidencia un reconocimiento de las unidades elementales por parte de los estudiantes en cada uno de los registros; para el diagrama circular inicial identifican la amplitud de cada sector de color, los porcentajes junto a sus etiquetas; y para el diagrama de barras de llegada se distingue la altura de las barras, las etiquetas de los ejes horizontal y vertical.

En cuanto al segundo criterio que se encarga de hacer la unión de varias unidades elementales para construir unidades de nivel superior, se da cumplimiento por G1 en un sentido amplio y suficiente pues la articulación de estas, forman un todo que refleja la información suministrada. La amplitud de cada sector junto a su porcentaje y actividad económica, se transforman en barras de color con una altura proporcional a la cantidad de personas que realizan una actividad económica.

En cuanto a las condiciones para que una representación de orden superior sea una producción pertinente y completa se cumple por parte de los integrantes de G1 ya que las unidades tienen elementos y significado en el registro que se representa. En otras palabras, cada letra, cada signo, cada trazo, cada carácter de las unidades de orden superior tiene un significado en la representación.

Figura 30. Registro del grupo G6.



Fuente: elaboración propia.

En este caso se revela una conversión entre una representación gráfica hacia una tabular, cumpliendo con los criterios de congruencia manifestados por Duval (1999) correspondencia semántica, univocidad semántica y orden.

La correspondencia semántica se da en la identificación de las unidades significantes del registro de partida y su movilización al articulada al registro de llegada, cada columna de color azul es llevada a una celda en la segunda fila que esta etiquetada como padre, las columnas de color naranja se desplazan a la tercera fila de la tabla con un valor proporcional a la altura de estas, mostrando la cantidad de mujeres que realizan cada actividad económica.

Esta transformación obedece también al criterio de univocidad semántica en virtud de que a cada unidad significantes antes mencionada, le corresponde uno y solo un elemento de la representación de llegada; es decir, que se relacionan entre sí y uno a uno, donde todos los elementos están incluidos.

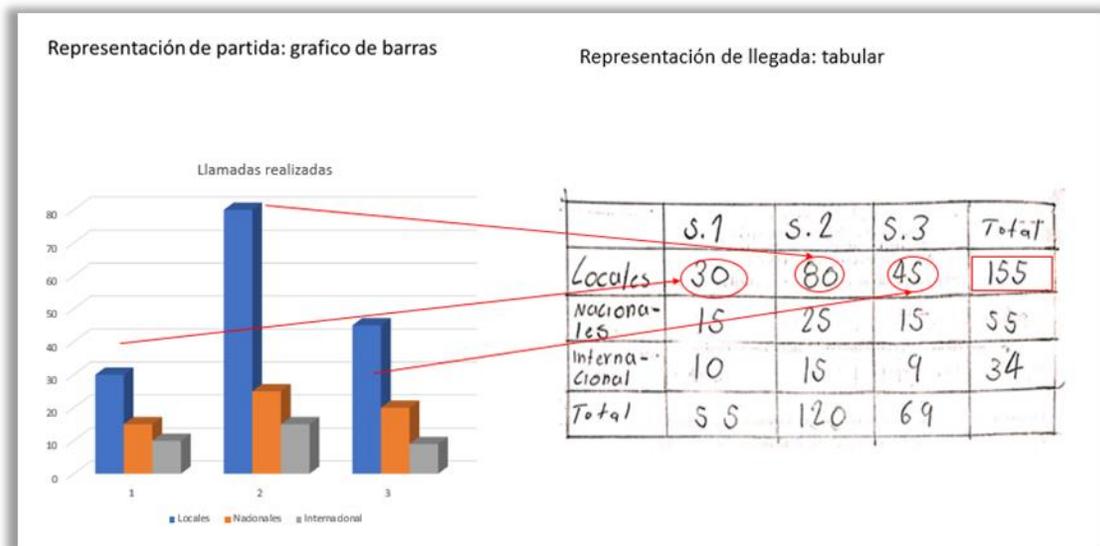
En cuanto a la organización de las unidades significantes se aprecia que los integrantes de G6 lograron un orden claro y coherente; de forma horizontal presentaron las actividades

económicas, en vertical si se trata de padre o madre y sus intersecciones evidencian una coherencia que facilita su interpretación.

7.2 MOMENTO DE REENFOQUE

En este tercer momento se pretendía analizar la efectividad de las actividades realizadas en el momento de desubicación aplicando el instrumento “Construyendo un mundo de tus saberes II”, donde la primera situación se contabilizan las frecuencias de llamadas locales, nacionales e internacionales realizada por tres personas desde el municipio de Doncello en Caquetá; para esto se solicitaba construir una tabla de doble entrada con dos variables como se presenta a continuación:

Figura 31. Registro de E6.



Fuente: elaboración propia.

En relación a la figura 31 se evidencia una transformación entre una representación gráfica y tabular, que aduce a una conversión semiótica, además dentro del registro tabular también se presenta un tratamiento ya que se realizan cambios dentro del mismo registro.

Se analiza la conversión de acuerdo a los criterios de congruencia establecidos por Duval (2004), correspondencia semántica, univocidad semántica y orden. En cuanto al tratamiento semiótico se consideran las reglas de conformidad.

En primera instancia, en la conversión semiótica entre el gráfico y la tabla se presenta correspondencia semántica en la relación entre la altura y color de las barras (azul locales, naranja nacionales y grises internacionales) con los datos suministrados en la tabla final; prácticamente en la gráfica existen tres gráficas internas que se unen en la tabla de doble entrada que precisa el valor de la altura de las columnas visualizado en el eje positivo de las ordenadas, esto implica un reconocimiento de las unidades significantes en ambos registros su segmentación y traslado de estas preciso.

En cuanto a la univocidad semántica se evidencia una correspondencia uno a uno, puesto que en el registro de partida se muestran nueve columnas, para tres sujetos de sus llamadas locales, nacionales e internacionales, y en la representación de llegadas se reflejan los mismos datos las mismas nueve casillas cruzadas de tres por tres.

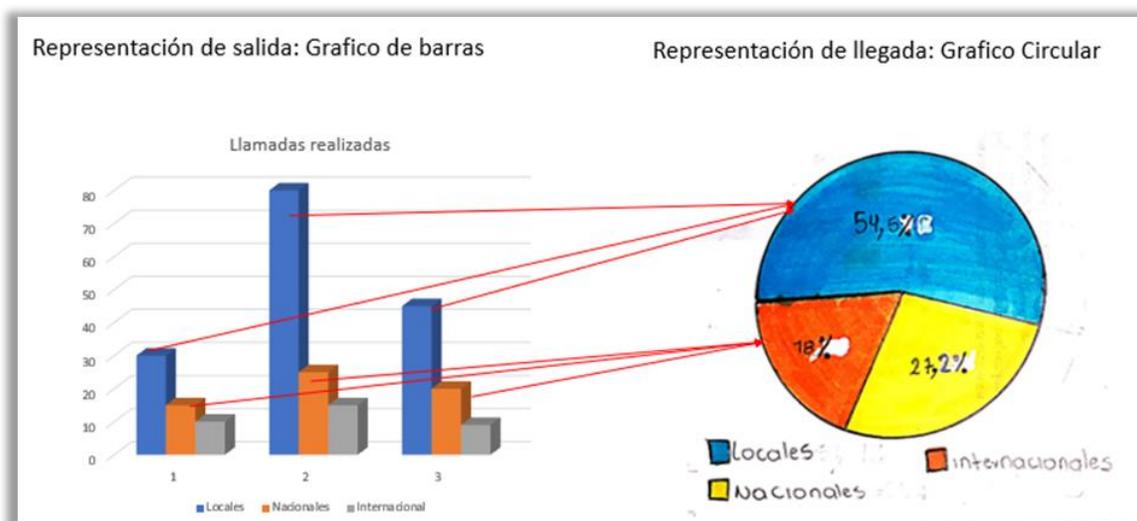
Respecto al orden en que están ubicadas las unidades significantes se observa una coherencia entre las filas y las columnas; de forma vertical están ubicados los tres sujetos (S1, S2 y S3), de manera horizontal se presentan los destinos de llamadas, y sus intersecciones corresponden al valor de la altura reflejada de las barras en la gráfica de partida lo que permite comprender con facilidad cuántas llamadas realiza cada uno de los sujetos y su la ubicación de sus llamadas.

En la representación de llegada (tabular), E6 realiza operaciones agregando otra fila y otra columna para determinar los totales sumados en cada una de ellas; por lo tanto, esta manipulación aduce a un tratamiento semiótico que será analizado seguidamente revisando las reglas de conformidad propuestas por (Duval, 2004) La determinación de unidades elementales, las combinaciones admisibles de unidades elementales para formar unidades de nivel superior, Las condiciones para que una representación de orden superior sea una producción pertinente y completa: reglas canónicas propias a un género literario o a un tipo de producción en un registro.

En el trabajo realizado por E6 cada valor dentro de los cuadros muestra una unidad elemental que unido con las etiquetas horizontales y verticales forma una unidad de orden superior, en este caso la unión de los datos ubicados de forma horizontal (llamadas locales,

nacionales e internacionales) son sumados y agregados en una columna final para determinar el total de estas. De igual forma los valores ubicados de manera vertical (Sujeto 1, Sujeto 2 y Sujeto 3) son tratados para llegar a la suma del total de llamadas hechas por ellos. De esta manera se cumplen las reglas de conformidad propuestas por Duval (2004) puesto que existe una coherencia interna dentro del registro tabular aplicando procesos propios del mismo registro donde existe un engranaje entre todas las unidades elementales expuestas.

Figura 32. Registro del estudiante E2.



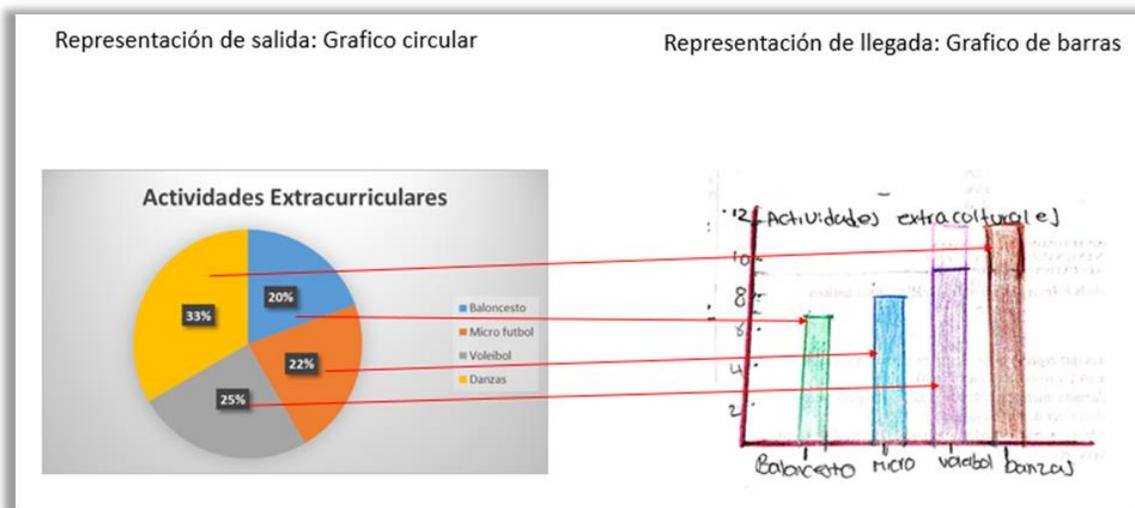
Fuente: elaboración propia.

En este caso E2 realizó un tratamiento semiótico ya que su transformación se presenta dentro del mismo registro gráfico. Para hacer el análisis se tienen en cuenta las reglas de conformidad propuestas por Duval (2004).

Presentan un reconocimiento de las unidades elementales del registro de partida; cada barra de color azul hace referencia a las llamadas locales, cada barra de color naranja a las llamadas nacionales y las grises a las internacionales, que unidas con los valores descritos en los ejes y sus etiquetas forman unidades de orden superior con sentido que son trasladados a otro registro gráfico circular que conserva la misma información, sin embargo no existe

registro de procedimiento matemático empleado para llegar al total de la suma de todas la columnas, ni para convertir al porcentaje estos valores.

Figura 33. Registro de E5.



Fuente: elaboración propia.

Se presenta un tratamiento semiótico ya que se realiza una transformación dentro del registro gráfico, pasando de un diagrama circular a uno de columnas para; se evidencia el cumplimiento de las reglas de conformidad propuestas por (Duval, 2004, p.43) La determinación de unidades elementales, Las combinaciones admisibles de unidades elementales para formar unidades de nivel superior, Las condiciones para que una representación de orden superior sea una producción pertinente y completa: reglas canónicas propias a un género literario o a un tipo de producción en un registro.

Se cumplen estas reglas puesto que se reconocen las unidades elementales de registro de partida en este caso la amplitud de cada uno de los sectores de color, que unidos con el porcentaje forman unidades de orden superior con sentido y significado refiriéndose al porcentaje de estudiantes que practican una actividad extracurricular; y que esa información se traslada a un grafica de barras mostrando la misma información desde otra perspectiva.

De igual forma en el registro de llegada existe un reconociendo de las unidades elementales como las barras de color que están unidas con las etiquetas de ambos ejes formando

unidades de orden superior brindando una información clara, coherente y precisa respecto al registro de partida.

8 CONCLUSIONES

En el primer momento de la unidad didáctica (ubicación) se pudo constatar que los estudiantes al momento de leer e interpretar gráficos no recurrían a las actividades cognitivas de tratamiento y conversión de representaciones semióticas; sin embargo, se presentaba el reconocimiento de algunas unidades significantes que les permitía movilizar esa información a otra representación para solucionar interrogantes.

A partir del desarrollo de la unidad didáctica se logró que los estudiantes realizaran procesos de tratamiento y conversión de representaciones al momento del analizar gráficos estadísticos mostrando la importancia y la utilidad de cada elemento que compone el gráfico por separado, así como en su conjunto completo al trasladarse a otra representación ya que cada una ofrece diversas perspectivas del mismo.

Efectuar procesos de tratamiento y conversión de representaciones semióticas en el análisis de gráficos estadísticos le permitió al estudiante comprender ampliamente la información suministrada desde distintas perspectivas, alcanzando un nivel de interpretación que incluye la identificación de los hechos explícitamente representados junto a la realización de cálculos, operaciones y comparaciones.

9 RECOMENDACIONES

Se recomienda a los futuros investigadores realizar estudios que permitan fortalecer los procesos de tratamiento y conversión de representaciones semióticas en relación con el gráfico circular tanto como representación de partida y de llegada, por su implicaciones geométricas y algorítmicas respecto a la parte porcentual que permitan la construcción de otros sistemas semióticos que favorezcan su interpretación.

Se recomienda para posteriores estudios involucrar las actividades cognitivas de tratamiento y conversión de representaciones en los niveles de lectura de graficas de niveles incluye examinar la calidad de los datos y la metodología de recolección, la sugerencia de una posible explicación, y la elaboración de modelos alternativos de representaciones gráficas.

10 REFERENCIAS

- Dolores, C., & Cuevas, I. (08 de 12 de 2006). Lectura e interpretación de gráficas socialmente compartidas. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 10(1), 69-96. Retrieved 25 de 04 de 2021, from <http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v10n1/v10n1a4.pdf>
- Tonon , G. (14 de 05 de 2012). Reflexiones latinoamericanas sobre investigación cualitativa. *Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales, Niñez y Juventud*, 8(1). Retrieved 03 de 04 de 2021, from <http://revistaumanizales.cinde.org.co/rllcsnj/index.php/Revista-Latinoamericana/article/view/606/312>
- Tufte , E. (2001). *The Visual Display of Quantitative Information* (Segunda ediccion ed.). Retrieved 03 de 04 de 2021, from [https://kyl.neocities.org/books/\[TEC%20TUF1%20the%20visual%20display%20of%20quantitative%20information.pdf](https://kyl.neocities.org/books/[TEC%20TUF1%20the%20visual%20display%20of%20quantitative%20information.pdf)
- Arias, G. D., & Torres, P. E. (01 de 07 de 2017). Unidades didácticas. Herramientas de la enseñanza. *Revista Noria · Investivación Educativa*, 1(1). Retrieved 03 de 04 de 2021, from <https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/NoriaIE/article/view/13072/13556>
- Batanero , C., & Godino, J. (2001). Análisis de Datos y su Didáctica. Departamento de Didáctica de la Matemática.Universidad de Granada. Granada, España. Retrieved 23 de 09 de 2021, from <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Apuntes.pdf>
- Batanero, C., & Godino, J. (2001). Análisis de Datos y su Didáctica. *Apuntes*. Retrieved 29 de 03 de 2021, from <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Apuntes.pdf>
- Batanero, C., Arteaga, P., & Ruiz, B. (2010). Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 28(1), 141-

154. Retrieved 24 de 09 de 2021, from
<http://www.ugr.es/~batanero/documentos/EcienciaBatanero.pdf>
- Bertin, J. (2010). *Semiología de gráficos: diagramas, redes, mapas*. Cádiz, KY, , EE. UU.: Esri Press. Retrieved 03 de 04 de 2021, from
https://www.abebooks.com/servlet/BookDetailsPL?bi=30861358866&searchurl=an%3Djacques%2Bbertin%26sortby%3D17%26tn%3Dsemiology%2Bgraphics%2Bdiagramas%2Bnetworks%2Bmaps&cm_sp=snippet-_-srp1-_-title2
- Bertin's, J. (1967). *Sémiologie graphique*. Paris. Retrieved 24 de 09 de 2021, from
<http://www.infolio.es/01infolio/bertin/entretien.pdf>
- Curcio, F. (11 de 1987). Comprensión de relaciones matemáticas expresadas en gráficas. (C. N. Matemáticas, Ed.) *Revista de Investigación en Educación Matemática*, 18(5), 382-393. Retrieved 30 de 03 de 2021, from
<https://www.jstor.org/stable/749086?seq=1>
- Curcio, F. (11 de 1987). Comprensión de relaciones matemáticas expresadas en gráficas. (C. N. Matemáticas, Ed.) *Revista de Investigación en Educación Matemática*, 18(5), 382-393. Retrieved 24 de 09 de 2021, from
<https://www.jstor.org/stable/749086?seq=1>
- Del Pino, G., & Estrella, S. (30 de 04 de 2012). Educación estadística: relaciones con la matemática. *Pensamiento Educativo. Revista de Investigación Educativa Latinoamericana*, 49(1), 53-64. Retrieved 21 de 09 de 2021, from
<http://rhd.uc.cl/index.php/pel/article/view/25747/20671>
- Díaz, B. L., Torruco, G. U., Martínez, H. M., & Varela, R. M. (13 de 05 de 2013). La entrevista, recurso flexible y dinámico. (U. N. México, Ed.) *Investigación en Educación Médica*, 2(7), 162-167. Retrieved 10 de 07 de 2021, from
<https://www.redalyc.org/pdf/3497/349733228009.pdf>

- Díaz, L. D., Arteaga, P., & Batanero, C. (01 de 01 de 2017). Lectura de gráficos estadísticos: una competencia importante a desarrollar en clases. Universidad de granada. España. Retrieved 03 de 04 de 2021, from https://www.researchgate.net/publication/323832666_LECTURA_DE_GRAFICOS_ESTADISTICOS_UNA_COMPETENCIA_IMPORTANTE_A_DESARROLLAR_EN_CLASES
- Díez, G. E. (16 de 05 de 2021). *Las unidades didácticas*. Educar.unileon: <http://educar.unileon.es/Antigua/Didactic/UD.htm#subir>
- Duval, R. (1995). *Semiosis y pensamiento humano*. (Universidad del Valle, Ed.) Santiago de Cali , Colombia . Retrieved 03 de 04 de 2021, from https://books.google.com.co/books/about/Semiosis_y_pensamiento_humano.html?id=ToOpAAAACAAJ&redir_esc=y
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales* (Primera edición ed.). (U. d. Valle, Ed.) Santiago de Cali, Colombia . Retrieved 10 de 07 de 2021.
- Duval, R. (02 de 2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Estudios Educativos en Matemáticas*, 61(2), 103-131. Retrieved 03 de 04 de 2021, from http://www.edumatec.mat.ufrgs.br/artigos/esm_2008_v68/5semiotic.pdf
- Escobar, H. G. (14 de 07 de 2016). Las actividades cognitivas de tratamiento y conversión de las representaciones semióticas en la resolución de problemas contextuales relacionados con el concepto de función cuadrática. Tesis de Maestría. Universidad Autónoma de Manizales. Manizales, Colombia. Retrieved 29 de 03 de 2021, from http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/bitstream/11182/579/1/Actividades_cognitivas_tratamiento_conversi%C3%B3n_representaciones_semi%C3%B3ticas_resoluci%C3%B3n_problemas_contextuales_relacionados_concepto_funci%C3%B3n_cuadr%C3%A1tica.pdf

- Estruch, F. V., Gregori, G. V., & Sapena, P. A. (2010). *Lecciones de estadística* (Primera edición ed.). Universitat Politècnica de València. Retrieved 23 de 09 de 2021, from <https://es.scribd.com/document/364871590/Lecciones-de-Estadistica-Pg-2-60>
- Few, S. (2004). *Show Me the Numbers. Designing Tables & Graphs to Enlighten*. Perceptual Edge. Retrieved 03 de 04 de 2021, from https://courses.washington.edu/info424/2007/readings/Show_Me_the_Numbers_v2.pdf
- Friel, S., Curcio, F., & Bright, G. (03 de 2001). Making Sense of Graphs: Critical Factors Influencing Comprehension and Instructional. *Source: Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124- 158. Retrieved 03 de 04 de 2021, from <http://snoid.sv.vt.edu/~npolys/projects/safas/749671.pdf>
- Fuentes, L. C., Páez, G. P., & Prieto, D. E. (03 de 06 de 2019). Dificultades de la resolución de problemas matemáticos de estudiantes de grado 501. Tesis. Universidad Cooperativa de Colombia. Facultad de Educación. Bogota, D.C, Colombia. Retrieved 27 de 04 de 2021, from https://repository.ucc.edu.co/bitstream/20.500.12494/12570/6/2019_dificultades_resolucion_problemas_.pdf
- Hernández, S. R., Fernández, C. C., & Pilar, B. L. (2010). *Metodología de la investigación* (Sexta edición ed.). Colonia Desarrollo Santa Fe, Mexico DF: McGraw-Hill. Retrieved 29 de 03 de 2021, from <http://observatorio.epacartagena.gov.co/wp-content/uploads/2017/08/metodologia-de-la-investigacion-sexta-edicion.compressed.pdf>
- Herrera, V. R., Lascarro, T. O., & Palacios, D. R. (05 de 04 de 2018). Representación de gráficos estadísticos un estudio con estudiantes de grado 8° de básica secundaria. Tesis maestría. Universidad del Cauca.Facultad de ciencias naturales, exacta y de la educación . Buenaventura, Colombia. Retrieved 29 de 03 de 2021, from <http://repositorio.unicauca.edu.co:8080/bitstream/handle/123456789/1043/REPRES>

[ENTACI%c3%93N%20DE%20GR%c3%81FICOS%20ESTAD%c3%8dSTICOS%20UN%20ESTUDIO%20CON%20ESTUDIANTES%20DE%20GRADO%208%c2%b0%20DE%20B%c3%81SICA%20SECUNDARIA.pdf?sequence=1&isAllowed=y](#)

ICFES. (2013). *SABER 3°, 5° y 9° 2012. Cuadernillo de prueba Matemáticas 9° grado.*

Bogotá, D.C, Colombia . Retrieved 05 de 10 de 2021, from

<https://matematicasievg.files.wordpress.com/2012/09/19-z3-matematicas-9-2012.pdf>

Jiménez, E. A., & Camacho, M. L. (28 de 09 de 2016). Lectura y escritura en la

comprensión de gráficas estadísticas. *Redipe*, 5(9), 1-15. Retrieved 29 de 03 de

2021, from <https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/114>

López, R. O. (11 de 09 de 2011). *Instrumentos de investigación.* Retrieved 08 de 07 de

2021, from Slideshare.net:

<https://es.slideshare.net/oscarlopezregalado/instrumentos-de-investigacin-9217795>

Martínez, M. M. (02 de 12 de 2006). Validez y confiabilidad en la metodología cualitativa.

Paradigma, 27(2), 7-33. Retrieved 03 de 04 de 2021, from

http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1011-22512006000200002

Mezo, J. (22 de 12 de 2016). *La estadística es cuestión de palabras.* Retrieved 23 de 09 de

2021, from Cuadernosdeperiodistas.com:

<https://www.cuadernosdeperiodistas.com/la-estadistica-cuestion-palabras/>

Morena, M. (01 de 02 de 2015). *Tipos de gráficas estadísticas.* Retrieved 23 de 09 de 2021,

from Matematicasmodernas.com: [https://matematicasmodernas.com/tipos-de-](https://matematicasmodernas.com/tipos-de-graficas-estadisticas/)

[graficas-estadisticas/](https://matematicasmodernas.com/tipos-de-graficas-estadisticas/)

Moreno, C. M. (27 de 08 de 2018). Análisis de la información estadística a partir de un

contexto rural. Tesis de maestría. Universidad Externado de Colombia.Facultad de

Ciencias de la Educación. Bogota, D.C, Colombia. Retrieved 27 de 03 de 2021,

from <https://bdigital.uexternado.edu.co/bitstream/001/1156/1/CAA-Spa-2018-Analisis de la informacion estadistica a partir de un contexto rural Trabajo.pdf>

Muñoz, Á. L. (2017). Ambiente de aprendizaje para la enseñanza de interpretación y construcción de gráficos estadísticos basado en resolución de problemas y mediado por tic, para estudiantes de grado séptimo de la institución educativa Antonio Nariño, del municipio de Calarcá. Pereira, Colombia. Retrieved 23 de 09 de 2021, from <http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/handle/11059/8714/371334M971a.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Navia, O. L. (2017). Representaciones Semióticas del Concepto de Ecuación Lineal con una Variable a partir de la implementación de un juego didáctico. *Universidad del Cauca*, 1-26. Retrieved 02 de 04 de 2021, from https://www.academia.edu/43375516/Representaciones_Semi%C3%B3ticas_del_Concepto_de_Ecuaci%C3%B3n_Lineal_con_una_Variable_a_partir_de_la_implementaci%C3%B3n_de_un_juego_did%C3%A1ctico

Pascuzzo, L. A. (05 de 04 de 2014). *Histogramas, Polígonos de Frecuencia y Ojivas*. Retrieved 23 de 09 de 2021, from Aldanalysis.blogspot.com: <http://aldanalysis.blogspot.com/2014/04/histogramas-poligonos-de-frecuencia-y.html>

Plaza, G. J., Uriguen, A. P., & Bejarano, C. H. (25 de 08 de 2017). Validez y confiabilidad en la investigación cualitativa. *Revista arje*, 11(21), 344-349. Retrieved 03 de 04 de 2021, from <http://arje.bc.uc.edu.ve/arj21/art24.pdf>

Requena, S. B. (2017). *Histograma*. Retrieved 23 de 09 de 2021, from Universoformulas.com: <https://www.universoformulas.com/estadistica/descriptiva/histograma/>

- Rodríguez, G. G., Gil, F. J., & García, J. E. (1996). Capítulo 1. Tradición y enfoques en la investigación cualitativa. En *Metodología de la investigación cualitativa* (pág. CAPITULO I). Granada, España: Editorial Aljibe. Retrieved 02 de 04 de 2021, from https://www.researchgate.net/publication/44376485_Metodologia_de_la_investigacion_cualitativa_Gregorio_Rodriguez_Gomez_Javier_Gil_Flores_Eduardo_Garcia_Jimenez
- Rodríguez, H. (09 de 05 de 2021). *Potencia tu empresa: conoce la importancia de usar gráficos estadísticos*. Retrieved 23 de 09 de 2021, from Crehana.com/co/blog: <https://www.crehana.com/co/blog/marketing-digital/conoce-la-importancia-de-usar-graficos-estadisticos-en-tu-empresa/>
- Sánchez, B. G., & Valcárcel, P. M. (1993). Diseño de unidades didácticas en el área de Ciencias Experimentales. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 11(1), 33-44. Retrieved 13 de 09 de 2021, from <https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/39774/93225>
- Sanders, P. C. (1986). *La ciencia de la semiótica*. Buenos Aires: Ediciones Nueva Visión. Retrieved 03 de 04 de 2021, from <http://mastor.cl/blog/wp-content/uploads/2015/08/PEIRCE-CH.-S.-La-Ciencia-de-La-Semi%C3%B3tica.pdf>
- Sanmartí, i. P. (2002). *Didáctica de las Ciencias Experimentales. Capítulo 10 – El diseño de unidades didácticas*. Barcelona, España: Ed. Marfil. Retrieved 03 de 04 de 2021, from <http://www.uepc.org.ar/conectate/wp-content/uploads/2015/04/El-dise%C3%B1o-de-unidades-did%C3%A1cticas.pdf>
- Watson, J. (2006). *Statistical Literacy at School*. Retrieved 21 de 09 de 2021, from https://www.researchgate.net/publication/288309367_Statistical_Literacy_at_School_Growth_and_Goals
- Zuleta, Á. D., Valencia, M. G., & Arboleda, N. P. (2016). La conversión de representaciones semióticas en la resolución de problemas relacionados con la

frecuencia estadística absoluta. Tesis. Universidad de Autonomia De Manizales.
Departamento de Educación. Manizalez, Colombia. Retrieved 29 de 03 de 2021,
from

http://repositorio.autonoma.edu.co/xmlui/bitstream/handle/11182/581/Conversi%C3%B3n_representaciones_semi%C3%B3ticas_resoluci%C3%B3n_problemas_relacionados_frecuencia_estad%C3%ADstica_absoluta.pdf?sequence=1&isAllowed=y

11 ANEXOS

Anexo 1. Formato de permiso de la Institución Educativa para realizar el proyecto.



Ciudad, fecha

Señor

Miriam Cedeño de cuenca

Rector

Institución Educativa RUFINO QUICHOYA

Municipio de El Doncello

Cordial saludo.

Yo, GREIDDY FABIAN GOMEZ CARDENAS, como estudiante de la Maestría en Enseñanza de las Ciencias de la Universidad Autónoma de Manizales, solicito ante usted permiso para desarrollar dentro de su institución educativa y con los estudiantes de Noveno grado, la propuesta de investigación denominada tratamiento y conversión de representaciones semióticas: un camino hacia el análisis e interpretación de gráficos estadísticos

Para el desarrollo de la investigación, se recolectará información a través de XXXX (citar instrumentos, por ejemplo: de lápiz y papel, entrevistas, entre otros). Vale la pena resaltar que la información se utilizará únicamente con fines investigativos y se manejará la confidencialidad de la misma, al igual que me comprometo a dar a conocer los resultados a la comunidad educativa una vez concluido el proyecto.

Atentamente,

NOMBRE ESTUDIANTE

Estudiante de maestría en Enseñanza de las Ciencias

Fuente: elaboración propia.