

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MANIZALES

MAESTRIA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

TESIS DE MAESTRÍA

**LA REGULACIÓN METACOGNITIVA Y LA SOLUCION DE PROBLEMAS
SOBRE PROPORCIONALIDAD EN ESTUDIANTES DE MEDIA.**

ALFREDO JOSÉ GONZÁLEZ PATERNINA

Manizales, febrero 2017

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MANIZALES

MAESTRIA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

TESIS DE MAESTRÍA

**LA REGULACIÓN METACOGNITIVA Y LA SOLUCION DE PROBLEMAS
SOBRE PROPORCIONALIDAD EN ESTUDIANTES DE MEDIA.**

Investigación realizada en el marco de la Maestría en Enseñanza de las Ciencias de la
Universidad Autónoma de Manizales, por Alfredo José González, bajo la dirección de Mgr.

Andrea Milena Osorio

Manizales, febrero 2017

DEDICATORIA

Para mis tres mujeres, a las cuales amo y me llenan de vida;

A mi esposa Kelly, la cual me apoyó, aprendió y sufrió a mi lado cada paso de este hermoso camino, a María José, por darme momentos de alegría y preguntas constantes y a María Laura, por darme energías con sus travesuras.

AGRADECIMIENTOS

A Dios en su infinita bondad y en su amor que me permitió seguir el camino de la sabiduría, porque “contigo esta toda la sabiduría” **Sabiduria Cap. 9 Vs. 9**

A la Mgr. Andrea Milena Osorio que con su conocimiento, experiencia y paciencia me oriento por buen puerto en el transcurrir de esta investigación.

A los estudiantes de grado undécimo 11° C (jornada Vespertina) de la Institución Educativa Normal Superior de Sincelejo, por su participación activa en esta investigación.

A el cuerpo docente y administrativo de la Universidad Autónoma de Manizales, por su calidez, comprensión y apoyo en todo momento.

TABLA DE CONTENIDO

CAPÍTULO 1.	10
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	10
Planteamiento Del Problema	10
Justificación	14
Objetivos.....	18
Objetivo general.	18
Objetivos específicos.	18
CAPÍTULO 2	19
REFERENTE CONCEPTUAL.....	19
Antecedentes.....	19
Referente Conceptual	22
Resolución de Problemas.	22
Metacognición.....	26
Resolución de problemas y su relación con la regulación metacognitiva.....	29
Proporcionalidad.....	34
Razón y proporción.	34
Proporcionalidad directa e inversa.	36
Sobre el cómo enseñar proporcionalidad y sus obstáculos.....	37

CAPÍTULO 3	41
METODOLOGÍA	41
Diseño Metodológico	41
Ruta Metodológica.	42
Tipo de Estudio.....	43
Contexto de Investigación, Unidad de Análisis y Participantes.....	45
Recogida de Datos: Resolución de los Problemas, Análisis y Valoración de respuestas	46
Triangulación de la Información	48
Enfoque de la Investigación	48
Técnicas e Instrumentos	50
Sistematización de la Información	50
Sistematización de la información.	51
Descripción de la muestra observada.	51
Matrices de Análisis.	52
Categorización.....	52
Codificación.	55
Matrices.....	58
CAPÍTULO 4	61
ANÁLISIS Y RESULTADOS	61

Presentación De Los Resultados Del Análisis.....	61
<i>Fase N°1</i>	62
Fase N° 2. Regularidades en torno a la resolución de problemas, con las sugerencias dadas por el docente a los aspectos de planeación, control-monitoreo y evaluación.	87
Análisis Actividad N°1. Resolver problemas con sugerencias del docente.....	88
Análisis Actividad N°2. Resolver problemas con sugerencias del docente.....	98
Análisis sobre la Descripción de Cambios al Resolver Problemas sobre Proporcionalidad Utilizando Procesos de Regulación Metacognitiva	108
Momento de Reenfoque.	108
Conclusiones y Recomendaciones	119
REFERENCIAS	122
LISTA DE TABLAS.....	128
LISTA DE FIGURAS	130
ANEXO 1	132
ESTRUCTURA DE LA UNIDAD DIDÁCTICA	132
Introducción.....	132
Descripción de Criterios para elaborar la Unidad Didáctica.	133
Descripción de Objetivos de Enseñanza y Aprendizaje de la Unidad Didáctica.	135
Objetivos de enseñanza y aprendizaje.....	135
Tiempo de ejecución y grado de enseñanza de la Unidad Didáctica	136

Formas de trabajo de la Unidad Didáctica	136
Momentos de la Unidad Didáctica.	136
Momento de Ubicación.	136
Situación Problema N° 1 Objetivos.	137
Situación Problema N° 2. Objetivos.	142
Momento de Desubicación.	146
Situaciones Problema N° 1 y N°2. Objetivos.	146
Metodología	147
Momento de Reenfoque.	157
Situación Problema N° 1. Objetivos.	157

CAPÍTULO 1.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Planteamiento Del Problema

Para empezar a entender las dificultades que tienen los estudiantes al tratar de aprender matemáticas, es necesario mostrar la visión fragmentada que existe en torno a la enseñanza de las mismas, y esta realidad se vive de cerca en las diferentes escuelas del país. Es válido decir, que esta situación de ver las matemáticas completamente separadas (Curotto, 2010), ha sido un fenómeno estudiado, debatido, analizado, investigado e informado por muchos investigadores Martínez, E. C. (2008). Es importante decir, que la fragmentación del currículo de matemáticas ha generado problemas relacionados no solo con la enseñanza, si no con los procesos de aprendizaje por parte de los estudiantes, como lo menciona (Curotto et al)

“(…) se tratan como contenidos puntuales, separados de otros contenidos matemáticos o de otras asignaturas. La desconexión existente parece mostrar a los alumnos una matemática completamente separada en ramas, alejada de la realidad y poco útil para el estudio de ella misma y de otras disciplinas (…)”. (Pág. 13)

De igual forma, es necesario puntualizar en otros aspectos que este fenómeno ha traído a las escuelas, una de estas repercusiones por llamarlas así, ha sido el hecho de no trabajar con estrategias más complejas, como lo es, la resolución de problemas Schoenfeld (1992), al respecto Martínez, E. C. (2008) cita Schoenfeld (1992) y señala;

“que en primera instancia, que este fenómeno ha traído, como consecuencias la dificultad enorme de la utilización de estrategias complejas en especial la resolución de problemas, debido que dicho proceso requiere combinar técnicas y saberes provenientes de diferentes sectores y hasta diferentes áreas del currículum de matemáticas” (Martínez, E. C. 2008. Pág. 9)

La realidad institucional, no es ajena a lo mencionado –donde las matemáticas son trabajadas de forma desarticulada-, sin tener en cuenta ningún contexto, donde se deja de lado la construcción de saberes para lograr la repetición mecánica de situaciones estandarizadas en libros de texto y donde se evidencia una desarticulación entre los saberes matemáticos (Martínez, E. C. 2008, Schönfeld, 1992) Ahora bien, conceptos como el de proporcionalidad, rara vez son comprendidos y esto se nota en los resultados de los estudiantes en la aplicación de pruebas externas (Pruebas Saber 11°), en las cuales se ven enfrentados a resolver situaciones problemas -en este caso sobre proporcionalidad- y de igual forma en actividades que necesitan implícita y explícitamente el dominio del estudiante en varios aspectos entre ellos; los conceptos, las estrategias, sus creencias entre otras.

De acuerdo a lo anterior es válido, mostrar lo que expresa Martínez, E. C. (2008) al citar a Schoenfeld (1992) que no solo basta con aplicar estrategias complejas como la resolución de problemas, sino que;

“(…) es necesario centrar su (la) atención en la incorporación de nuevos componentes de la resolución de problemas que puedan explicar las actuaciones de los resolutores: conocimiento base, aspectos metacognitivos, aspectos afectivos y el sistema de creencias y prácticas (…)” (Pág.9)

En este sentido se hace necesario desarrollar situaciones o problemas donde el concepto de proporcionalidad, le brinden a los estudiantes un proceso de reflexión sobre su proceso de

aprendizaje (Peñalva, 2010), para dejar de ser visto como una simple secuencia de pasos, para transformarse en una actividad que tenga en cuenta todos los procesos de orden cognitivo y metacognitivo. Ahora bien, conocer el proceso Metacognitivo permite según Peñalva (2010) que se realicen; acciones, preguntas y se conozca como es el proceso de solución y a su vez que se aprende al resolver el problema. Al respecto se afirma, que es posible identificar aspectos como; “qué son, cómo se realizan, cuándo hay que usar una u otra, qué factores ayudan o interfieren en su operatividad, etcétera (...)” (Peñalva et al, Pág.142) Así mismo, el hecho de conocer las operaciones mentales que se realizan, nos permite diferenciar actividades como; “...percepción, atención, memorización, lectura, escritura, comprensión, comunicación, entre otras”. (Pág. 143)

El uso de problemas significativos, permite unir aspectos teóricos como prácticos, y a su vez que puedan ser utilizados por los estudiantes, lo cual se ve reflejado en el aprendizaje de conceptos como el de proporcionalidad, para lo cual durante años se han adelantado investigaciones como; el desarrollo cognitivo de los conocimientos matemáticos, el aprendizaje del concepto de proporción o desde la perspectiva histórica sobre la proporcionalidad. En palabras de Vasco y otros (2014); “(...) diversidad de líneas de investigación de carácter cognitivo, didáctico, curricular, epistemológico, etc., la preocupación por las dificultades relacionadas con la enseñanza o el aprendizaje de estos objetos de conocimiento sigue vigente.” (Pág. 8)

A lo largo de estos trabajos, se pueden detectar ciertas dificultades al momento de abordar los procesos de enseñanza aprendizaje sobre proporcionalidad usando los problemas significativos. En primera medida vale resaltar las dificultades al momento de aprender los conceptos matemáticos - en este caso, la proporcionalidad- Vergnaud (1983), citado por (de

Oleza, 1989. Pág.86) estos se dan en dos niveles; el nivel psicológico y el nivel didáctico. El primero de ellos, hace alusión a lo extenso de la adquisición del concepto de proporcionalidad, el cual se da a lo largo de (7 a 16 años o 18). Y en segundo lugar, a que los modelos matemáticos **no** son asimilados por los estudiantes, porque no es usado en la resolución de un problema, (de Oleza, 1989. Pág. 85) citando a Vergnaud (1983). En torno al segundo aspecto, es necesario decir que resolver problemas donde este involucrado el concepto de proporcionalidad, necesita de una comprensión exacta y precisa del problema mismo. Al respecto Corral (1987) afirma: “la resolución de problemas que implica operaciones de proporcionalidad exige la comprensión de una relación cuantitativa precisa, si bien antes de llegar a ella es necesaria previamente una aproximación cualitativa”. (Corral, 1987. Pág. 36)

Ante esta perspectiva las investigaciones sobre el razonamiento proporcional empiezan a mirar a la escuela: estas permitieron identificar elementos para la comprensión de los procesos de enseñanza aprendizaje en el contexto escolar (Vasco, 2014) pero no permitieron, realizar cuestionamientos sobre las dificultades en la enseñanza y el aprendizaje, tocando solo aspectos cognitivos y de contexto, sin permear los aspectos originados en los estudiantes, al momento de planificar, ser supervisados y sobre su proceso de regulación del aprendizaje Curotto (2010), todos estos de orden Metacognitivo.

Al respecto es válido decir, que se hace necesario desarrollar un proceso de investigación que describa los cambios que se presentan en los estudiantes al enfrentar situaciones problemas sobre proporcionalidad utilizando estrategias propias de la Metacognición, como lo es la regulación metacognitiva. De igual forma es importante identificar en primera instancia, las dificultades u obstáculos que tienen los estudiantes al resolver problemas sobre

proporcionalidad, así como encontrar las características entre las relaciones originadas en sus procesos Metacognitivos y la forma en cómo resuelven problemas. De acuerdo a lo anterior es oportuno plantear la siguiente pregunta: ¿Qué cambios se generan en los estudiantes en el proceso de solución de problemas sobre proporcionalidad, al emplear procesos de Regulación Metacognitiva?

Justificación

Para poder entender las razones que llevan a realizar este estudio, es necesario preguntarse; ¿cuáles son los beneficios de este proceso de investigación y a quienes puede brindar una mayor utilidad? Para poder contestar esta pregunta, -en términos generales- se puede decir que esta investigación puede dar un aporte, hacia la construcción de nuevos paradigmas sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas; especialmente en lo relacionado con la resolución de problemas, teniendo en cuenta las características de la Regulación Metacognitiva y cómo esta interviene brindando nuevas herramientas para los estudiantes para su proceso de aprendizaje, saliéndose este -el estudiante- de la visión fragmentada en la que se encuentra. Para esto, es necesario explorar los fundamentos teóricos empezando desde la Didáctica de las Matemáticas, para así encontrar alternativas en los procesos de enseñanza por parte de los profesores a nivel de la institución.

Ahora bien, una de las principales causas de esta investigación se presenta en la estructura de los problemas que se resuelven en el interior de la escuela, debido a que estos no generan en los estudiantes, preguntas sobre el cómo se aprende, el que se aprende y que se aprende desde la realidad. Debido a esto es importante estructurar una serie de problemas, donde se aprenda haciendo, donde tenga sentido el concepto mismo. De igual forma, lograr que el

estudiante se enfrente a comprender y articular los conocimientos a verlos como un todo, al respecto Curotto (2010) al citar a, Schöenfeld (1985) que explicita; “(...) *que esta ausencia de articulación entre los conocimientos, herencia de la práctica tradicional, descompone el saber matemático en pequeñas porciones y asigna a los estudiantes un papel pasivo en la construcción y utilización de los métodos de resolución de problemas (...)*”, (Curotto, 2010. Pág. 3).

Del mismo modo es posible relacionar esta *desarticulación* (Curotto, 2010. Pág. 3), con la realidad nacional y extrapolarla a nivel institucional en donde los procesos de enseñanza y aprendizaje de conceptos como; el de proporcionalidad, se ve como un *saber matemático porcionado* (Curotto, 2010. Pág. 3) el cual se le presenta a los estudiantes a través de una serie de ejercicios, donde deben lograr aplicar un conjunto de fórmulas para obtener datos puntuales. Ahora bien, con relación a la resolución de problemas es válido decir que esta es vista como una estrategia de pasos metódicos para resolver situaciones idealizadas, - especialmente de carácter numérico-, dejando de lado aspectos como; la interacción de saberes disciplinares propios y de otras áreas, del conocimiento propio sobre la realidad, de los problemas reales que se resuelven por medio de la aplicación de conceptos matemáticos, del contexto en donde se mueven los estudiantes y que todo esto produce relaciones de tipo Metacognitivo.

Debido a lo anterior, es válido resaltar que una de las principales causas para desarrollar este proceso de investigación, es lograr estructurar y evidenciar como los procesos de Regulación Metacognitiva, son decisivos al momento de resolver problemas y en especial lograr que los estudiantes tengan el conocimiento sobre su proceso de cognición, para de esta forma permitirles tener una visión amplia y general sobre su aprendizaje. Así mismo, la

metacognición se vuelve pertinente para los procesos de resolución de problemas, porque ayuda a resolver mejor los mismos, en palabras de (Doménech, M. 2004):

“La metacognición, es decir, el conocimiento que tiene uno mismo sobre su cognición, permite al sujeto identificar y trabajar con las tres partes del problema (estado inicial, proceso y estado final), de modo que al tener un conocimiento acerca de la resolución de problemas en general, así como de los propios procesos mentales en particular, permite a los sujetos resolver mejor los problemas (Davidson & Sternberg, 1998)” (Doménech, M. 2004. Pág.122)

Ante esto, es necesario revisar los fundamentos teóricos para poder contestar preguntas sobre; ¿qué matemáticas se enseñan y se aprenden en la escuela? y ¿cómo se llevan a cabo estos procesos?, estas preguntas se pueden abordar desde la educación matemática en palabras de Kilpatrick, (1998); “(...) se ha interesado en el qué y en el cómo de las matemáticas que deberían enseñarse y aprenderse en la escuela (...)” (Pág. 1)

Ahora bien, desde la didáctica de las matemáticas, se pueden contestar dichas preguntas, develando en primera medida las características propias del sistema escolar y a su vez ayudar a determinar el cómo y por quien es llevada a cabo dichos procesos. En otras palabras:

“(...) el primero, como conjunto de conocimientos, artes, destrezas, lenguajes, convenciones, actitudes y valores, centrados en las matemáticas y que se transmiten por medio del sistema escolar; el segundo, como actividad social que tiene lugar en unas instituciones determinadas y que es llevada a cabo por unos profesionales cualificados; y el tercero como disciplina científica, que tiene como objeto de estudio los dos campos anteriores y su propia fundamentación teórica” (Rico, Sierra, y Castro, 1999, P. 81).

Por último, es necesario decir que la investigación dentro del contexto Institucional de la Normal Superior de Sincelejo, es vista como un pilar fundamental, debido a que los procesos se enfocan hacia la formación de Maestros con sentido crítico y carácter investigativo. Esto se puede ver en el Proyecto Educativo Institucional PEI trabajado por todo el cuerpo docente donde se afirma que:

“El carácter investigativo del currículo dado por la teoría crítica, ubica al docente y a la comunidad educativa como protagonistas esenciales en los procesos de construcción del quehacer educativo, desde el diseño de los procesos macro curriculares y pedagógicos hasta los aspectos de orientación del aprendizaje desarrollados en el aula de clase. La investigación se convierte en la herramienta fundamental para explorar los cimientos que subyacen en las estructuras contextuales, las cuales son reflexionadas, analizadas y comprendidas por los sujetos que aprenden, para su posterior transformación.”. (Proyecto Educativo Institucional, (PEI) 2014. Pág. 34)

Así mismo, en el plano administrativo y funcional es importante resaltar que la población estudiantil de la IENSS, es de unos 5000 estudiantes aproximadamente, distribuidos en los siguientes niveles; para el nivel de básica primaria, secundaria y media incluyendo los niños de transición suman un total de 4280 estudiantes distribuidos en dos jornadas y para el programa de formación complementaria se cuenta con alrededor de 800 estudiantes distribuidos en 4 o 5 semestres. Esta realidad de tipo administrativa que apunta a la cobertura, permite garantizar que el proceso de investigación se lleve a cabo sin ninguna dificultad.

Objetivos

Objetivo general.

Describir los cambios que se generan en los estudiantes en el proceso de solución de problemas sobre proporcionalidad, al emplear procesos de Regulación Metacognitiva.

Objetivos específicos.

Caracterizar los obstáculos epistemológicos y ontológicos, que se originan en los estudiantes de Educación Media de la IENSS, al enfrentar situaciones problema sobre proporcionalidad.

Caracterizar los procesos de Regulación Metacognitiva originados en los procesos de solución de problemas sobre proporcionalidad en los estudiantes de Educación Media de la IENSS.

CAPÍTULO 2

REFERENTE CONCEPTUAL

Antecedentes

En primera medida se toman como referencias trabajos relacionados con proporcionalidad y así mismo, con los procesos de Metacognición asociados a nivel escolar. En este sentido se hallaron artículos relacionados con la resolución de problemas y a su importancia en los procesos de investigación, estos tocan aspectos como; caracterización de los principios teóricos que le dan sustento a los programas de investigación Martínez (2008) y en especial hacen una revisión exhaustiva de temas relacionados con la resolución de problemas Santos-Trigo (2008).

Al respecto se encontró a nivel internacional una tesis - de la Universidad Complutense de Madrid- a nivel de doctorado en educación, enfocada en la búsqueda de mejorar la instrucción en matemáticas –para favorecer la competencia en resolución de problemas de los alumnos- a partir de las dificultades que estos presentan frente a tareas problemáticas así como de las características de los resolutores exitosos Rodríguez, Q (2005). La tesis toma como referente el enfoque antropológico en didáctica de las matemáticas, iniciado por Yves Chevallard, donde se permite describir los aspectos Metacognitivos a través de la completitud creciente de la praxeologías que se construyen en el proceso de enseñanza-aprendizaje. (Rodríguez, Q. 2005. Pág. 22)

De igual forma, se encontró un artículo sobre una investigación de intervención, la cual hace énfasis en determinar las estrategias desplegadas por los estudiantes al resolver

situaciones de variación y cambio, en el tratamiento de una situación de reparto proporcional. Además se muestra, de qué manera los conceptos de razón, proporción y proporcionalidad, son usados para enfrentar la situación, estos usos son explicados a partir de los fundamentos teóricos y metodológicos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico Sánchez Ordoñez (2013). La investigación se lleva a cabo en Popayán Colombia, con un proceso metodológico llamado Modestou y Gagatsis (2010) conciencia meta-analógica, donde el carácter proporcional de la situación o el tipo de proporcionalidad no se hizo explícito.

En la misma línea se encontró una tesis doctoral cuyo objetivo principal fue el desarrollo de una propuesta didáctica para abandonar la enseñanza tradicional del concepto de proporcionalidad, basado en operaciones descontextualizadas y la regla de tres Oller Marcen (2012). Para esto se llevó a cabo un proceso de reflexión sobre la práctica de ser docente, en donde prevaleció la Investigación-Acción. Los resultados apuntaron a mejorar el desempeño de los estudiantes en tres aspectos principales; el uso, la aprehensión y la aplicación del concepto de proporcionalidad. Pero dicha propuesta didáctica no toca aspectos de tipo Metacognitivo, en lo cual el autor hace indicaciones para poder adelantar investigaciones relacionadas con la resolución de problemas sobre proporcionalidad y el control como aspecto principal a la hora de comprender dicho concepto.

De igual forma, se encontró una tesis de Maestría en Matemática Educativa, de carácter exploratorio, y tenía como objetivo analizar los conceptos y procedimientos empleados por estudiantes del primer año de la carrera de física, al resolver problemas que involucraban a la proporcionalidad. Se desarrolló un proceso metodológico con pruebas diagnósticas, con problemas para conocer con mayor precisión las concepciones y nociones de los sujetos en

torno a la proporcionalidad Cano (2011). En este trabajo no se tuvieron en cuenta los procesos metacognitivos, originados al momento de resolver los problemas.

Por último se encontraron dos tesis de doctorado, la primera elaborada por Doménech, M. (2004) de la *Universidad Rovira I Virgili, Tarragona*. La cual gira en torno a tres aspectos: la resolución de problemas, la inteligencia y la metacognición (Doménech, M. 2004.Pág. 17). Es pertinente este trabajo de investigación, porque se realiza un estudio profundo sobre los aspectos metacognitivos de la resolución de problemas y concluye a manera general que; “(...) la metacognición favorece la comprensión y la resolución de problemas.” (Doménech, M. 2004.Pág. 17). El estudio se llevó a cabo con estudiantes de secundaria, donde la metodología utilizada giro a resolver los tres objetivos del estudio, entre ellos cabe resaltar; ¿cómo es la resolución de problemas en los resolutores con alta y baja capacidad Metacognitiva?. Para esto se siguió el siguiente proceso; una fase preliminar de “screening”, otra fase basada en la aplicación de instrumentos de resolución de problemas y metacognición.

Y la segunda tesis, elaborada por Tamayo Alzate, Ó. E. (2001). De la Universitat Autònoma de Barcelona, la cual solo se toma como referente en los aspectos relacionados con la regulación Metacognitiva en las diferentes sub-categorías y así mismo realiza un estudio profundo de la evolución conceptual desde las dimensiones; conceptual, cognitivo lingüística, Metacognitiva y motivacional. La metodología, se desarrolla en tres momentos; un momento de diagnóstico, el cual sirve para identificar concepciones, donde se utiliza análisis del discurso para poder encontrar la coherencia en la estructura del discurso. En este aspecto, sirve para identificar y analizar los diferentes obstáculos que se presentan para desarrollar este trabajo de investigación. Por último el análisis de la categoría de regulación Metacognitiva,

que nos interesa nos brinda tres sub-categorías como lo son: planeación, monitoreo y evaluación.

Referente Conceptual

Resolución de Problemas.

La estructura teórica en torno a la resolución de problemas, toma como referencia a varios autores; en primer lugar la teoría de resolución de problemas de: Polya (1979), y de A.H. Schoenfeld (1985) y Modelo de Mason-Burton-Stacey (1989). El primero de ellos es tomado como referente histórico y los otros dos modelos se ajustan a la propuesta de investigación. Este último brinda elementos fundamentales sobre como las regulaciones de tipo Metacognitivo se convierten en pilares en la resolución de problemas y en la conceptualización.

Ahora bien, los procesos de investigación en resolución de problemas, han logrado caracterizar cada uno de los modelos, encontrando aspectos apropiados para desarrollar orientaciones de tipo pedagógico, psicológico o idiosincrásico e inclusive de tipo filosófico (Mazario Triana, Sanz Cabrera, & Hernández Camacho, 2009) De esta forma, es válido decir que hay investigaciones sobre resolución de problemas se han enfocado en *contrastar mecanismos entre expertos y novatos* (Mazario Triana et al, 2009). En otros planos se han orientado las investigaciones hacia *la creatividad* como aspecto fundamental para resolver los problemas y por último aquellas que consideran que a través del *cambio conceptual*, metodológico y actitudinal. (Mazario Triana., et al, 2002, pág. 5) se pueden lograr avances significativos en el proceso de resolución de problemas.

De acuerdo a lo anterior, es posible mirar estas investigaciones como un criterio adecuado para ubicar el modelo de resolución de problemas que se ajusta al desarrollo de procesos de regulación metacognitiva en los estudiantes. Ahora bien, para poder orientar el proceso de investigación, se deben conocer las características de los modelos y así, relacionar estos con las características de los procesos sobre Regulación Metacognitiva.

En primera medida, es necesario definir lo que se conoce como modelo de resolución de problemas para Blanco, (1996):

“ Se acostumbra llamar modelo de resolución de problemas a una doctrina que clasifica y analiza las fases del proceso de resolución de problemas, las sugerencias y estrategias heurísticas, y los distintos aspectos de orden cognoscitivo, emocional, cultural, científico, etc., que intervienen en el proceso.” (pág. 11)

De acuerdo a lo anterior, durante años han existido modelos para la resolución de problemas, pero fue hasta 1945, que George Polya, desarrollo una nueva doctrina (Blanco, 1996). Para Polya, el modelo pretendía conseguir que cualquier persona, preferiblemente con la ayuda de un tutor, logre convertirse en un buen resolutor de problemas (Blanco, 1996). Ahora bien de acuerdo a su propósito general, se puede decir que las características del modelo de Polya se centran en la aplicación de estrategias heurísticas y métodos didácticos, todo con el firme objetivo de armar a los estudiantes con herramientas para resolver el problema (Blanco, 1996) Vale la pena decir que la estructura y los pasos propuestos por Polya, para (Mazario, et al, 2009): “(...) están presentes de una forma u otra en modelos posteriores y es susceptible a ser enriquecido con nuevos elementos, sin perder la vigencia de su propuesta.” (Pág. 6)

En un segundo momento, y después de varias investigaciones se origina un nuevo modelo, tratando de profundizar en aspectos en los cuales el modelo de Polya se queda corto, esto es en el análisis de las estrategias heurísticas y sobre los procesos reflexivos (Mazario, et al, 2009). Aquí las investigaciones de A.H. Schoenfeld, logran crear un nuevo modelo, basado en cuatro dimensiones las cuales se utilizan en la resolución de problemas. Según (Mazario Triana, Sanz Cabrera, & Hernández Camacho, 2009) estas dimensiones son:

“Dominio de conocimientos y recursos: Expresados a través de lo que el sujeto conoce y la forma de aplicar experiencias y conocimientos ante situaciones de problemas.

Estrategias cognoscitivas: Categoría que contempla el conjunto de estrategias generales que pueden resultar eficaces para acceder a la solución de un problema. Dentro de la misma se pueden identificar recursos heurísticos para abordar los problemas matemáticos tales como: analogía, inducción, generalización, entre otros.

Estrategias Metacognitivas: Se caracteriza como la conciencia mental de las estrategias necesarias para resolver un problema, para planear, monitorear, regular o controlar el proceso mental de sí mismo.

Sistema de creencias: Está conformado por las ideas, concepciones o patrones que se tienen en relación con la Matemática y la naturaleza de esta disciplina. Además, cómo esta se relaciona o identifica con algunas tendencias en la resolución de problemas.” (Pág., 7)

Como se puede ver el modelo de A.H. Schoenfeld, hace un primer acercamiento a los procesos de conciencia al momento de resolver un problema, es decir tiene en cuenta la dimensión metacognitiva como factor fundamental al momento de resolver un problema. El modelo potencia, según (Mazario Triana, Sanz Cabrera, & Hernández Camacho, 2009), la interpretación y búsqueda de soluciones a los problemas, a manera de mostrar la experiencia de los hechos y relaciones matemáticas en una totalidad coherente, mostrando así de forma indirecta, un carácter no lineal planteado por Polya. Es decir, que el proceso de resolución no es lineal, si no que supone caminos en Zigzag y marchas hacia atrás y hacia adelante.

(Blanco, 1996)

Vale la pena decir que el modelo A.H. Schoenfeld, tiene cuatro fases, las cuales el nombró de la siguiente manera, según (Blanco, 1996); “Análisis, Exploración, Ejecución y Comprobación” (P.13). En estas cuatro fases, el modelo explora las estrategias metacognitivas, nombrándolas según (Blanco, 1996) citando a Schoenfeld (1985) como; “(...) categorías de conocimiento y comportamiento matemático (...)”. En torno a estas categorías, es necesario decir que la más importante de ellas y la más novedosa, es la que tiene que ver con el CONTROL, la cual en palabras de Schoenfeld (1985), citado por (Blanco, 1996); “Esta categoría, una novedad respecto a modelos anteriores, es según el autor la más **crítica** a la hora de lograr **éxitos o fracasos**. Por eso, se le concede especial atención y se diseña un programa de mejora del mismo” (Pág. 14) Es por esta razón que varios autores, le conceden el carácter social a la actividad de resolver problemas en matemáticas, al respecto (Mazario, & otros, 2002), comentan: “(...) evidente en el modelo, debe quedar manifiesto el carácter social de esta ciencia” (Pág. 7)

Como tercer momento, surge una propuesta basada en la retroalimentación como parte fundamental y con el objetivo claro de ser apoyo a los procesos de instrucción. Para Blanco, (1996) la propuesta que elaboran Mason, Burton y Stacey en su libro *Pensar Matemáticamente* (1989), y la cual parte de la idea de Schoenfeld (1985), sobre la *trascendencia del Control en el proceso* (Blanco et al, 1996). Es importante resaltar que el modelo, hace énfasis en la persona que resuelve el problema y la resolución de problemas es vista como un proceso dialéctico, (Mazario, & otros, 2002), donde el problema adquiere una trascendencia didáctica lo que se debe a varios aspectos entre ellos:

“1. Se le da un enfoque positivo al hecho de no poder avanzar en la resolución del problema.

2. *Se le asigna una gran importancia a la fase de revisión, con frecuencia no abordada con suficiente profundidad.*

3. *El modelo no se presenta como un planteamiento estructurado sobre la resolución de problemas, sino que trasciende y analiza lo que constituye el pensamiento y la experiencia aportada por la Matemática, ilustrando una manera de enfocar la vida al mismo tiempo que posibilita conocerse uno mismo.” (Mazario, et al, 2009. Pág. 7)*

Debido a esta forma de ver los problemas, toma trascendencia para Mason, Burton y Stacey, según (Mazario, et al, 2009) el papel del “Monitor”, el cuál puede ser; “interno”, el cual se considera una dificultad para los estudiantes que presentan dificultades al momento de resolver el problema, para estos estudiantes se sugiere acudir, a un monitor “externo” el cuál le brinde las estrategias apropiadas para resolver el problema y a la vez sirva de control al proceso. En palabras de Blanco (1996); “(...) proponen la idea de Monitor, una especie de Tutor interior que desde arriba, sin implicarse, vigila y dirige los procesos, tanto personales, como técnicos que se despliegan en la resolución de problemas” (Pág. 15)

Metacognición.

Para poder empezar a hablar sobre metacognición en el plano de la educación, es necesario recordar cómo este concepto emergió, con un referente como *Jhon Flavell en la década de los 70's* (Georghiades, 2004), el cual lo concibe en primera instancia como “Metamemoria” y luego el mismo autor plantea la siguiente definición: “(...) viewed metacognition as learners’ knowledge of their own cognition, defining it as ‘knowledge and cognition about cognitive phenomena’(...) (p. 906).” (Flavell, 1979) citado por (Georghiades, 2004. Pág.365) De este primer concepto, han surgido definiciones y estudios más profundos, donde se *ha demostrado lo importante de la metacognición para la educación* (Tamayo, 2001.Pág. 49). Donde se

destaca por ejemplo la definición dada por Gunstone (1994) la metacognición: “*Se refiere al conocimiento, conciencia y control del propio aprendizaje*” (Gunstone,1994. Pág.7)

Así mismo, es posible decir que la investigación en este campo es muy amplia y toca varios aspectos, como lo menciona *Dunlosky (2009), la metacognición continua siendo un área importante de investigación con muchas aplicaciones a la educación (Pág.1)*, de igual forma esta se extiende hacia campos más específicos, como lo es la didáctica de las ciencias y/o de las matemáticas, en esta última sus aportes giran en torno hacia la resolución de problemas en palabras de Tamayo (2001); “(...) la didáctica de las ciencias debido a que incide en la adquisición, comprensión, retención y aplicación de lo que se aprende; su influencia se da además sobre la eficacia del aprendizaje, el pensamiento crítico y la resolución de problemas.” (Tamayo, 2001.Pág. 49)

De acuerdo a lo anterior es válido decir que existen algunos tipos de experiencia Metacognitiva, que ayudan a la resolución de problemas. Ahora bien, para (White, Frederiksen, & Collins, 2009) citando a Brow (1987) es posible identificar dos, los cuales son: “(...) el primero es el conocimiento sobre la cognición (...) el segundo tipo de experiencia esta relacionado con la gestión y la mejora de su conocimiento y, a menudo se llama autorregulación. Esta incluye la planificación, el seguimiento y la reflexión (...)” (Pág.176)

Para el primer aspecto, el conocimiento Metacognitivo según (Tamayo, 2007) citando a Gunstone & Mitchell (1998), se puede decir que es, el conocimiento que tienen las personas sobre sus procesos cognitivos. Para el segundo aspecto, el cual interesa a este proceso de investigación y se centra en el control del propio aprendizaje (Gunstone,1994. Pág.7) o en palabras de Brow (1987) citada por Tamayo (2007); “(...) la autoregulación o la regulación (o control) metacognitivo, se refiere al conjunto de actividades que ayudan al estudiante a

controlar su aprendizaje y se relaciona con las decisiones del aprendiz antes, durante y después de realizar cierta tarea (...)” (P.

Ahora bien existen unos procesos primordiales dentro de la regulación metacognitiva, los cuales se pueden definir tomando las palabras de Brown al ser citada de (Tamayo, 2006, p.3):

“1. Planeación: es un proceso que se realiza antes de enfrentar una tarea o meta escolar, implica la selección de estrategias apropiadas y la localización de factores que afectan el rendimiento; la predicción, las estrategias de secuenciación y la distribución del tiempo o de la atención selectiva antes de realizar la tarea; consiste en anticipar las actividades, prever resultados, enumerar pasos”.

2. Monitoreo: se refiere a la posibilidad que se tiene, en el momento de realizar la tarea, de comprender y modificar su ejecución, por ejemplo, realizar auto-evaluaciones durante el aprendizaje, para verificar, rectificar y revisar las estrategias seguidas.

3. Evaluación: Realizada al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz; evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia.” (Tamayo, 2006, p.3)

En torno a la planeación y al monitoreo (White, Frederiksen, & Collins, 2009) afirman que: “es importante decir que los estudiantes necesitan determinar todos los pasos que deben completarse. (...) como parte de su proceso de planificación, necesitan aprender a prever los posibles resultados de sus experimentos para asegurarse que lo hará (...)” (P. 177) lo cual permite que estos planteen preguntas sobre su progreso, es decir, según Schoenfeld (1987) citado (White, et al 2009), preguntas sobre; “ a) lo que estamos tratando de hacer; b)¿por qué estamos tratando de hacer eso? y c) ¿estamos haciendo progresos? (...)” (P. 177)

Con relación a la evaluación, es importante verla como un proceso reflexivo, donde el estudiante pueda ver su proceso como una oportunidad, para mejorar en todo su proceso. En palabras de (White, et al 2009): “La reflexión puede ser utilizado como una oportunidad para mejorar los procesos (...)” (Pág. 178)

De acuerdo a lo anterior es necesario tener en claro, que para este proyecto de investigación es necesario tomar la regulación metacognitiva y analizar como intervienen desde sus tres categorías: la planificación, el monitoreo y la regulación, (teniendo como eje principal) en la solución de problemas sobre proporcionalidad.

Resolución de problemas y su relación con la regulación metacognitiva.

Los modelos sobre resolución de problemas y los procesos metacognitivos, tienen miradas que confluyen en varios aspectos. Es el caso de los modelos de Schoenfeld (1985) y de Mason, Burton y Stacey (1989), éstos se abordan desde el énfasis del Control, como principal estrategia Metacognitiva y en el otro se nombra la figura de “Monitor”, para estructurar todo el proceso Metacognitivo. En este sentido, es necesario dejar en claro que el enfoque de resolución de problemas en el ámbito escolar permite la intervención de tres componentes según *Martínez, E. C. (2008) citando a Kilpatrick, (1978)*: “...el problema, interrogante o cuestión que se plantea, el alumno (o los alumnos) a quien se plantea el problema para que lo resuelva, y la situación en que resuelve el problema, que en el ámbito educativo es el aula, manejada por el profesor.” (P.3)

De estos tres componentes, Schoenfeld (1985) y Mason, Burton y Stacey (1989) hacen referencia y apoyan todo su proceso en los alumnos, es decir en quien se plantea el problema – vistos estos como parte fundamental del proceso Metacognitivo - para esto, se tienen en cuenta factores cómo;

“Factores de tarea, relacionados con la naturaleza del problema; factores del sujeto, o características de la persona que resuelve el problema; factores del proceso, conductas

individuales durante la resolución de problemas factores ambientales, características externas al problema y al resolutor, y factores de instrumentación y metodología de la investigación” *Martínez, E. C. (2008) citando a Lester (1983).*

En este sentido y atendiendo el problema que se presenta, en torno a la comprensión de conceptos de proporcionalidad y en él como se presentan los procesos relacionados con la Metacognición se hace indispensable delimitar en cuál de los aspectos o componentes es imperativo enfocarse durante el proceso de investigación. De estos factores se tendrán en cuenta principalmente, los asociados a los procesos de; cómo se actúa o como se piensa al resolver un problema, y/o como se controla o regula para poder resolver un problema.

Ahora bien un primer acercamiento entre la resolución de problemas y la Metacognición en matemáticas nos arroja pistas sobre que es un campo muy amplio donde existen una diversidad de posibles soluciones a problemáticas dadas entre la resolución de problemas y la meta-cognición como tal, así lo dejan ver investigaciones al respecto (Davidson y Sternberg, 1998; Dunlosky, 1998), los cuales plantean; “...En el área de matemáticas, un gran número de cuestiones permanecen sin respuesta sobre qué acciones cognitivas y meta-cognitivas realizan los estudiantes mientras hacen frente a problemas...” De esta forma las estructuras teóricas que competen al problema de investigación convergen y adquieren sentido, al ser una situación viable para investigar. Así mismo, los procesos meta-cognitivos que se llevan a cabo para desarrollar o resolver un tipo de problema dependen, del tipo de problema (en este caso los relacionados con la proporcionalidad) y se hace necesario una mayor exploración desde el punto de vista de las interacciones entre los componentes de la metacognición para así mejorar el rol de la “meta-cognición” dentro de la resolución de problemas.

Al respecto Hacker; Dunlonsky & Greasser, (1998) afirman que, el conocimiento de la interacción entre procesos metacognitivos y tipos de problemas en un área necesita exploración adicional si quiere ser mejorado el rol de la meta-cognición dentro de la resolución de problemas. Por esta razón es claro delimitar, los modelos desde los cuales se va a desarrollar la investigación, dejar en claro cuál es el modelo de resolución de problemas con el que se va a trabajar y cuál es el papel de la meta-cognición.

Se busca conocer los procesos asociados a la metacognición y para esto se hace necesario encontrar los aportes teóricos -Aproximación histórica- sobre meta-cognición dados por John Flavell (1987), el cual lo plantea; “(...) como procesos cognitivos, particularmente aquellos involucrados en la memoria.” De igual forma es apropiado decir que existen definiciones variadas de meta-cognición en la literatura, pero la gran mayoría de ellas incluyen una serie de componentes que están interrelacionados (Shcraw y Dennison, 1994). Generalmente hay un acuerdo en que la meta-cognición implica dos componentes principales: conocimiento sobre la cognición y regulación de la cognición. De igual forma la meta-cognición es descrita por gran número de investigadores como multidimensional y ha sido utilizada como un término general con referencia a un rango de dispares habilidades cognitivas de nivel superior Rodriguez Quintana (2005) citando a (Wilson, 1999).

Al hablar de manera puntual sobre, la regulación de la cognición se ve claramente que los modelos de resolución de problemas que aportan o brindan elementos teóricos fuertes son; el de Schoenfeld (1985) y de Mason, Burton y Stacey (1989), como se menciono al principio de este apartado. Es decir, que los aspectos metacognitivos toman fuerza y son fundamentales en los procesos de resolución de problemas y de aprendizaje, al respecto es válido encontrar la

relación que se da entre estas al respecto *Monereo (1990) afirma*: “(...) Estas estrategias son las responsables de una función primordial en todo proceso de aprendizaje (...)”

Para detallar y ampliar que aspectos metacognitivos se relacionan con la resolución de problemas, es necesario recurrir a definiciones históricas sobre el concepto de metacognición, así como a sus elementos. En primera instancia se da una definición; “La metacognición es el conocimiento sobre los propios procesos y productos cognitivos y también el conocimiento sobre las propiedades de la información, sobre los datos relevantes para el aprendizaje o cualquier cosa relacionada con procesos y productos cognitivos” (Flavell, 1976). Para otros autores, la metacognición se relaciona con la regulación de las capacidades cognitivas Baker (1985) citado por (Curotto, 2010)

Ahora bien, en las investigaciones llevadas a cabo se ha notado que existen unas categorías en torno a las estrategias de aprendizaje usadas por los estudiantes al momento de afrontar un problema, las cuales deben diferenciarse de entrada y de manera clara en; “(...) estrategias metacognitivas, estrategias cognitivas y estrategias de apoyo (...)” (Curotto, 2010, Pág.15). En lo relacionado a las estrategias metacognitivas, se debe aclarar que son procesos propios de cada individuo, y que por lo general cumplen una función de optimización y regulación de los procesos cognitivos. Al respecto Curotto (2010) cita a Brow (1987) y aclara: “ Las estrategias metacognitivas son aquellas que intervienen en la regulación y control de la actividad cognitiva del individuo (...)” (Pág, 16).

Entre las estrategias metacognitivas utilizadas en todos los procesos de cognición se destacan tres grandes categorías; la planificación, la regulación y la evaluación, Curotto (2010), estas estrategias se entrecruzan debido a que son procesos recurrentes e interactivos, muy relacionados entre si. Debido a esto algunos autores consideran que las líneas entre

estrategias metacognitivas y cognitivas son muy delgadas, así como, es difícil distinguir entre la cognición y la regulación de la cognición, esto hace que en ocasiones no sea sencillo distinguirlas Curotto (2010) citando a Swanson (1990). Ahora bien, debido a este carácter bipolar de la metacognición, se ha originado un sólo un modelo superficial de ese constructo (Wilson, 1999) citado por Rodríguez Quintana (2005).

En el mismo sentido, vale la pena decir, que es muy difícil definir y separar las estrategias cognitivas de las metacognitivas, al respecto Rodríguez Quintana, (2005) afirma que; “Además de la problemática relacionada con la difícil tarea de definir y separar estos dos aspectos, también ha sido causa de frustración en los investigadores las dificultades encontradas al intentar distinguir entre cognición y metacognición (Brown et al., 1983).”

Dado este entramado, las investigaciones relacionadas con los procesos metacognitivos y las matemáticas se desarrollaron, con el fin de mostrar lo importante de las estrategias metacognitivas para potencializar el pensamiento matemático y a su vez para la resolución de problemas Rodríguez Quintana, (2005) , estas mostraron -que según algunos autores (Garofalo y Lester, 1985; Lester y Garofalo, 1982; Schoenfeld, 1987a) - citados por Rodríguez Quintana (2005), que las dificultades en la resolución de problemas consisten en una falta de habilidad de los estudiantes para monitorear y regular activamente sus procesos cognitivos. Este último aspecto coincide con los modelos de Schoenfeld (1985) y de Mason, Burton y Stacey (1989), los cuales hacen énfasis en el Control, como principal estrategia Metacognitiva.

Por último es importante decir que según (Davinson; Sternberg, 1998; Domenech, 2004); “(...) *las habilidades Metacognitivas son usadas para codificar el problema, determinar lo que hace falta saber para su resolución, establecer sus condiciones iniciales, seleccionar*

estrategias de solución, identificar obstáculos, y evaluar los resultados (...)” (p. 755) De esta forma se pueden determinar los diferentes obstáculos que se presenten al momento de resolver problemas relacionados con proporcionalidad, teniendo en cuenta en especial las habilidades de planeación, reflexión y evaluación.

Proporcionalidad

Para empezar este apartado es necesario revisar los conceptos de Razón y Proporción, sus propiedades, tipos y representaciones. Para esto se apelara a un brevisimo recorrido histórico, el cual dará luces sobre los orígenes de dichos conceptos y las dificultades para su comprensión a través de los tiempos.

Razón y proporción.

Empezar a definir el concepto de razón sin recurrir a la historia, en especial a lo referido a los pitagóricos o a los griegos, es bastante atrevido, es desconocer el largo trayecto de construcción de dicho concepto. En primera medida, los pitagóricos se les suele atribuir el carácter abstracto de las matemáticas Ruiz (1995), este carácter les permitió definir los números de diferentes maneras, teniendo en cuenta que éstos sólo aceptaban los números enteros y por lo tanto las fracciones no eran números Ruiz (1995). De este contexto en particular, surge la definición de razón: “(...) cociente de dos números enteros” (Ruiz, 1995, Pág. 38). La cual coincide con la definición moderna, encontrada en “cociente de dos números o, en general, de dos cantidades comparables entre sí”. R.A.E (Real academia de la lengua Española). Por lo tanto una Razón, es una comparación entre cantidades de la misma naturaleza.

Esta definición, fue sistematizada mucho antes en la obra los Elementos de Euclides y presenta información sobre los **problemas** concretos que pudieron dar lugar a formalizar la teoría sobre las proporciones. Oller & Gairin, (2013). En los trece libros de la obra de Euclides, hay un libro que trata los conceptos de Razón y proporción, este es el libro V. Las definiciones dadas en los Elementos, tienen la particularidad de no definir la Razon ni la proporción, como un numero (Oller,et al 2013).

Desde hace muchos años, los conceptos de razón y proporción transitan entre la definición clásica u original, basada en las magnitudes a la definición moderna basada en principios aritméticos, en palabras de Oller & Gairin, (2013); “Esta dicotomía se ha mantenido vigente (...)” al respecto Oller & Gairin, (2013) toma una definición dada por Baratech (1996, Pág 89) en su *libro sobre Primer curso de Bachillerato donde* por ejemplo definen el concepto de razón así; “se denomina razón entre dos números al cociente exacto de dichos números”. Al respecto Oller et al (2013) da una definición actual sobre dicho concepto; “ (...) que si a y b son cantidades de una misma magnitud, la medida de a cuando se toma por unidad a b, se llama razón entre ay b” (Pág. 334).

Debido a esto es posible ver la definición de proporción de las siguientes formas; Una *proporción* es aquella relación de dos razones que son equivalentes. La notación $m/n=r/s$ representa la idea de una proporción. Cuando una razón es igual a otra, se dice que existe *proporcionalidad*. En otras palabras, una relación entre dos conjuntos de cantidades es de proporcionalidad si dadas dos razones, éstas son equivalentes. Entonces una proporción está formada por los números m, n, r y s si la razón que existe entre m y n es equivalente a la razón que existe entre r y s . Una proporción está formada por dos razones iguales, lo cual se puede expresar de la siguiente forma:

$m : n = r : s$; o bien, $m/n = r/s$ lo cual se lee “ m es a n como r es a s ” (con n y s distintos de cero).

Proporcionalidad directa e inversa.

A partir de lo anterior , se pueden considerar “otras definiciones”, que generalmente se dan cuando se consideran situaciones donde intervienen las variables X e Y , y *las cuales* están en una relación de proporcionalidad. Es así que al considerar las variables X e Y , donde se toman X_1, X_2, \dots, X_n e Y_1, Y_2, \dots, Y_n valores de las variables, respectivamente; entonces decimos que estas variables son proporcionales puesto que; “ X_1 es a Y_1 ” de igual manera que “ X_2 es a Y_2 ”. En cada pareja “ X_n es a Y_n ” se puede establecer la igualdad entre tales variables ya sea multiplicando o dividiendo entre un valor constante, llamado *constante de proporcionalidad*. (Swokowski, 1998).

De esta forma es posible definir otras relaciones de proporcionalidad de la siguiente manera:

a) Proporcionalidad directa: Sean x y y dos variables cualesquiera. El enunciado y varía directamente proporcional con x , o y es directamente proporcional a x , significa que $y = kx$, para algún número real k (Swokowski, 1998).

b) Proporcionalidad inversa: Sean x y y dos variables cualesquiera. El enunciado y varía inversamente proporcional con x , o bien y es inversamente proporcional a x , significa que $y = k/x$, en donde k es un número real (Swokowski, 1998).

En síntesis, una relación es de *proporcionalidad directa* si en una razón al aumentar una cantidad, la otra también aumenta en la misma proporción. Por el contrario, si en una razón una cantidad aumenta y la otra disminuye en la misma proporción, entonces la relación entre las cantidades es de *proporcionalidad inversa*.

Sobre el cómo enseñar proporcionalidad y sus obstáculos

En primera instancia se necesita enseñar razones y proporciones, porque estos son los conceptos base, con el cual se pueden atacar los diferentes problemas que se encuentran en las escuelas y en el diario vivir. Ahora bien, esto se debe a que según Crippa, Grimaldi, & Machunias (2005); “(...) existe un estrecho vínculo entre la proporcionalidad y los numerosos problemas de nuestro entorno (...)” (Pág. 10) y así esta sea reconocida como parte de los conocimientos que todos deben poseer. De igual forma, a esto se une, la presencia constante del concepto en los diferentes currículos. Ahora bien el concepto de proporcionalidad, brinda elementos suficientes para desarrollar una actitud crítica, que debe no solo lograr que los individuos apliquen lo aprendido, en resolver problemas cotidianos, que se presentan desde diferentes ámbitos como; el social, el de las ciencias naturales y el económico, por mencionar algunos.

Debido a lo anterior, los investigadores se han enfocado en desarrollar estudios sobre proporcionalidad donde se muestren los procesos llevados a cabo por los estudiantes para resolver problemas, identificando en ellos estrategias aditivas o multiplicativas (Cano, 2011). Así mismo, los estudios sobre los conceptos de razón y proporción se dan a lo largo del siglo XX, pero con las investigaciones de Inhelder y Piaget en (1955) citados por Mochon Cohen (2012), se empieza a estudiar de manera amplia la noción de razón (en primera medida) la

cual según estos, se ubica en la intersección de dos temas; uno es la proporcionalidad, principalmente desde el punto de vista cognitivo y el otro es el de los números racionales, desde una perspectiva didáctica.

Ahora bien la proporcionalidad, es un concepto considerado como “piedra angular”, por algunos autores, Lesh y otros (1989), citado por Cano (2011) debido a que es; el nivel superior de la aritmética elemental y el punto de partida de niveles superiores, incluyendo el álgebra. Esto le ha permitido ser un concepto difundido, por tener especialmente un carácter intuitivo y de uso cotidiano. Así mismo, las investigaciones muestran que el desarrollo del razonamiento proporcional, transita (según Piaget) por una serie de estadios donde se caracteriza dicho razonamiento. Para Piaget (1970), *en los primeros años los procesos se hacen por correspondencias cualitativas y series*, luego en un lapso de 4 años, se pasa a utilizar las compensaciones aditivas o el empleo de razones. *Solo en edades entre los 14-15 años, en el cual piaget llama operaciones formales, se puede decir que el razonamiento proporcional es aplicado.* (Cano, 2011)

Dentro de los múltiples estudios sobre el razonamiento proporcional, es importante resaltar el hecho por Karplus (1983) citado por Mochon Cohen (2012,) en los cuales concluyeron que *los estudiantes deciden o no utilizar el razonamiento proporcional de acuerdo con la facilidad o dificultad que encuentran en relacionar los números involucrados* (P.3). Para lograr ayudar a los estudiantes a decidir cuando utilizar el razonamiento proporcional, se deben aplicar diferentes estrategias que incidan en la aplicación de los conceptos de razón y proporción, así como el de proporcionalidad directa. Para Batanero & Godin (2002) las orientaciones o las estrategias se deben enfocar a: “ Proporcionar una amplia variedad de tareas sobre razones y proporciones en diversos contextos (...) Estimular la

discusión y experimentación (...)” (Pág. 434). Ahora cabe aclarar que lo último que se debe realizar es los procesos mecánicos, como la “regla de tres” Batanero & Godin (2002), solo hasta que tengan un dominio intuitivo de los mismos

En torno a las dificultades relacionadas con el aprendizaje de la proporcionalidad se puede decir que estas giran en torno a varios referentes entre ellos; el primero es la dificultad o el desequilibrio entre lo conceptual y lo procedimental. En segundo aspecto, esta la consideración de la razón solo como un cociente y por último el manejo de las magnitudes, el cual se da por sentado que es directa o inversa y generalmente se presenta de manera algebraica (Oller Marcén, 2012). Para el primer aspecto es válido decir, que las dificultades en la comprensión de los conceptos generan “suplantaciones” lo procedimental se vuelve conceptual. Es decir, que los estudiantes consideran en palabras de Oller Marcén (2012); “(...) los conocimientos relevantes para los alumnos son los procedimentales (...)” (Pág. 67) . Este aspecto, genera que los estudiantes no se preocupen por identificar la relación entre las magnitudes.

Para el segundo aspecto, se presenta de manera general que el concepto de razón – por lo general- se muestra como una fracción lo cual es incorrecto (Oller Marcén et al), pero esta situación se considera ventajosa al momento de trabajar el concepto de proporción, lo cual genera en los estudiantes confusiones y “suplantaciones” como se ha mencionado anteriormente. Así mismo, estas dificultades al generar confusiones tratando de resolver problemas o situaciones donde intervienen magnitudes, solo desde el punto de vista numérico generando; (...) hay una gran tendencia a presentar técnicas de resolución que podríamos definir como “memorísticas”(...)” (Oller Marcén, 2012, Pág. 70) por tal razón, los problemas

tienden a solo resolverse de manera algebraica y de forma mecánica, siempre que se traten de problemas sobre proporcionalidad.

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

Diseño Metodológico

Este trabajo forma parte de un proyecto de investigación dirigido a la Caracterización de los procesos de Regulación Metacognitiva en la Solución de Problemas sobre Proporcionalidad en los Estudiantes de Educación Media de la IENSS al resolver problemas sobre proporcionalidad utilizando estrategias de Regulación Metacognitiva. La investigación es de carácter cualitativo-descriptivo, del tipo estudio de casos. Su desarrollo contempla la elaboración de una Unidad Didáctica (U. D) con tres momentos: (a) Ubicación; (b) Desubicación y (c) Reenfoco. Donde en el momento de ubicación se diseña y se aplica un instrumento para identificar los diferentes obstáculos que presentan los estudiantes al enfrentar situaciones problemas relacionadas con proporcionalidad. Para los momentos de desubicación y reefonque, se tendrá en cuenta el primer instrumento, el cual servirá como guía para diseñar las actividades de estos dos momentos.

Ruta Metodológica.

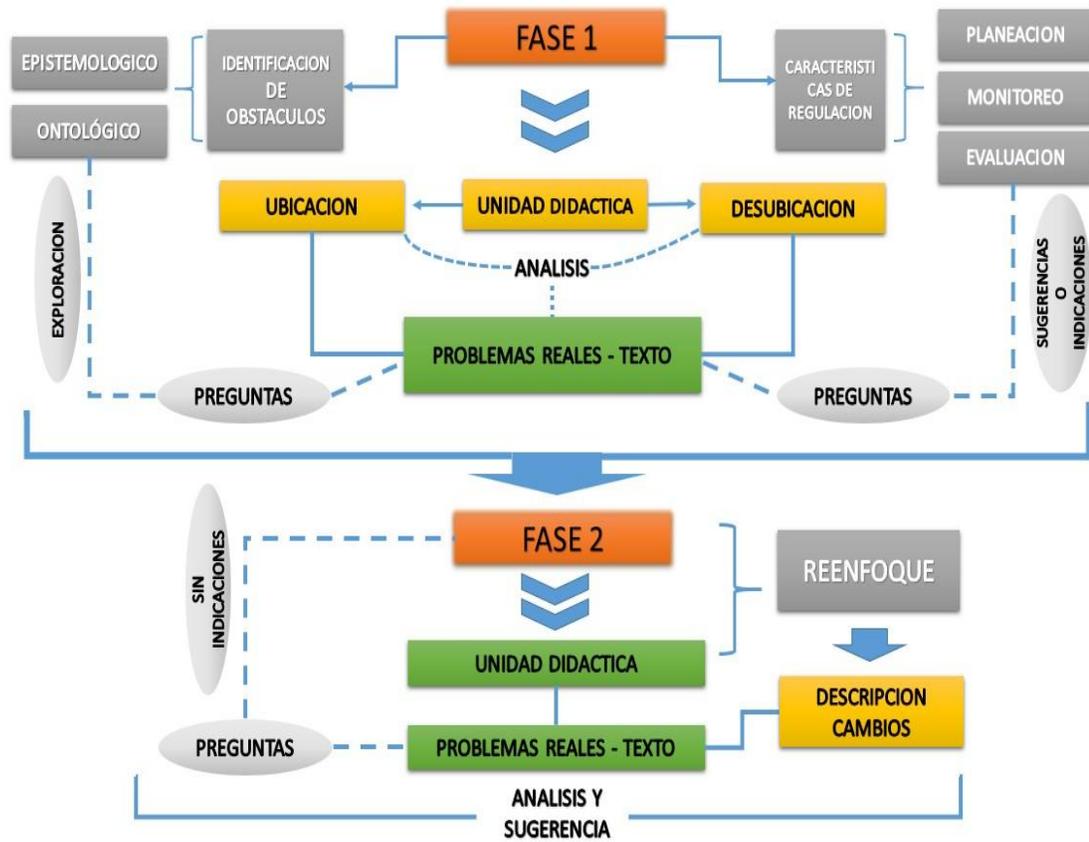


Figura 1 Fases Del Diseño Metodológico

Tipo de Estudio

La investigación se centra en el enfoque cualitativo-descriptivo, del tipo estudio de casos, debido a la naturaleza del problema de investigación y de acuerdo a las características de dicho enfoque. Una de estas características permite describir acontecimientos y conductas estudiándolas en el contexto donde ocurren (Aravena, Kimelman, Micheli, & Torrealba, 2006). Así, las entidades son concebidas como globalidades que deben ser entendidas y explicadas en su integralidad (Aravena, et al). También hay que tener en cuenta el carácter procesal de este enfoque de investigación, debido a que permite una investigación abierta y no estructurada. De tal forma, el problema de investigación necesita hacer énfasis en la descripción (Aravena, Kimelman, Micheli, & Torrealba, 2006) para lo cual es pertinente desarrollar un estudio de caso, porque permite interpretar y analizar de mejor manera la información recolectada, así como también se puede (mediante la *observación* y las *entrevistas informales*, individuales o grupales) permitir a la *validación e interpretación* de los datos. (Aravena et al). Para esto los procesos de investigación cualitativa siguen una ruta metodológica, la cual se describiera muy suscintamente.

Los procesos de investigación cualitativa se ven inmersas en una serie de etapas que permiten desarrollar, no solo los procesos descriptivos, sino ahondar en la comprensión y explicación de los fenómenos estudiados. Esta ruta tiene los siguientes pasos; “(...) formulación, diseño, ejecución y cierre (...)” (Quintana Peña, 2006).

Esta ruta metodológica tiene una característica especial, la cual es cíclica. (ver Figura 2;)

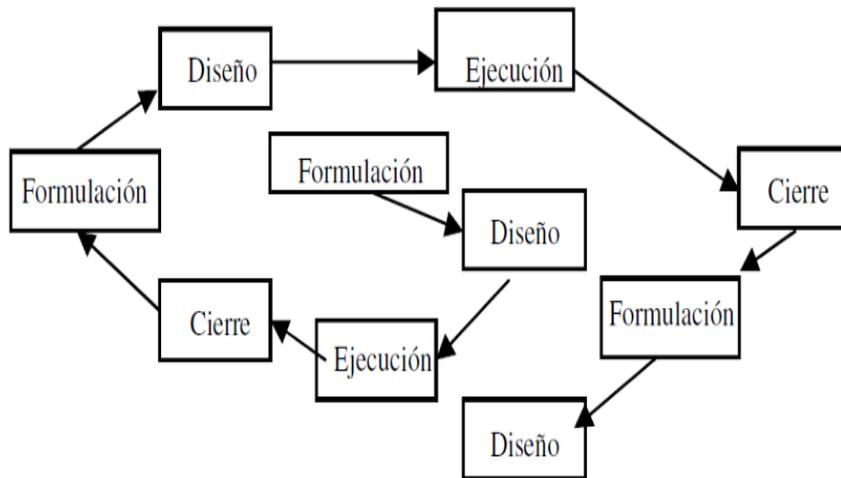


Figura 2 Ruta Metodológica Cualitativa.

Fuente: Libro Metodología de Investigación Cualitativa. Tópicos de Actualidad. Psicología.

Autor Quintana Peña, 2006. Pág.42

Esto quiere decir que durante la planeación del proceso de investigación es necesario desarrollar diferentes estrategias y constantemente ser analizadas, para fundamentalmente lograr la producción de conocimiento en contacto directo con los sujetos investigados o para poder descubrir o reconocer o comprender: los conflictos y fracturas, las divergencias y consensos, las regularidades e irregularidades, que se dan con los sujetos de investigación. (Quintana Peña et al, Pág.49)

Para esta investigación, cada paso del proceso se procederá así:

- a) **Formulación;** hace alusión al proceso de identificación, descripción y planteamiento de los objetivos, así como la estructura general del proyecto.
- b) **Diseño;** se refiere al plan para poder alcanzar los objetivos planteados. Es aquí donde se estructura las fases del proceso de investigación, así como el diseño de la Unidad Didáctica, como herramienta principal del proceso de investigación, en donde se construirán diversos instrumentos para recolectar la información.

- c) Ejecución; hace referencia al momento de aplicación, para este caso la aplicación de la Unidad Didáctica. Así mismo, se establecen los tiempos, los participantes, así como las diferentes estrategias para entrar en contacto con la realidad a investigar y entran en juego los instrumentos propios para recolectar la información.
- d) Cierre; este proceso se refiere a la sistematización de los datos, para lo que concierne vale decir, que es necesario realizar varios “cierres”, especialmente relacionados con los momentos definidos dentro de la Unidad Didáctica.

Contexto de Investigación, Unidad de Análisis y Participantes

El contexto de esta investigación se desarrolla en el ámbito de la matemática escolar, en el nivel de educación media de una institución formadora de maestros (Institución Educativa Normal Superior de Sincelejo, IENSS), cuyo énfasis es la pedagogía. Debido a esto la investigación se enmarca dentro de la didáctica de las matemáticas, lo cual permitirá encontrar alternativas de tipo didáctico para mejorar los niveles de comprensión de los conceptos a través de la caracterización de los procesos de autorregulación. Así mismo, esta investigación toma la descripción como base fundamental para ser llevada a cabo y utiliza el método de “estudio de Caso”, lo cual permite analizar y reconocer en un alto grado de profundidad el papel de la regulación Metacognitiva en la resolución de problemas sobre proporcionalidad en estudiantes de educación media.

Los participantes serán 38 estudiantes del grado 10° (Vespertino) de la IENSS, a los cuales se les aplicara la UD, para evidenciar las dificultades de tipo Metacognitivo al momento de afrontar la solución de problemas sobre proporcionalidad.

Recogida de Datos: Resolución de los Problemas, Análisis y Valoración de respuestas

El proceso de recogida de datos involucra información obtenida durante el desarrollo de la UD, la cual se llevara a cabo en el lapso de dos meses, con sesiones distintas con el grupo de estudiantes. Como primera actividad se resolverán problemas donde se involucren los conceptos de; razón y proporción, esto se hará de manera individual por cada estudiante en presencia del docente, pero sin la intervención de este último, Para recoger los datos obtenidos en la primera prueba se llevara a cabo el siguiente protocolo; en primera medida se recolectaran las evidencias elaboradas (escritas, orales, dibujos, formulas, etc) utilizadas por los estudiantes para dar solución a los problemas planteados. En segundo lugar y como una parte del problema a resolver, los estudiantes deben contestar una serie de preguntas dadas, con el objetivo de identificar los obstáculos de tipo; epistemológicos y ontológicos relacionados con el concepto de proporcionalidad. Así mismo, se plantearan otra serie de preguntas denominadas -generadoras - cuyo objetivo principal es indagar sobre los procesos de Regulación Metacognitiva, especialmente dirigida a los procesos de planeación, monitoreo y evaluación.

De manera que, las fuentes de datos serán en primera instancia: a) las resoluciones del problema, b) el análisis epistémico de la resolución del problema, c) el análisis de las respuestas dadas al problema por alumnos de grado 10°Vespertino de la IENSS. Para poder desarrollar los dos últimos literales, se pretende primero llevar los escritos o protocolos dados por los estudiantes para resolver los problemas con sus respectivas preguntas, y como complemento un registro de audio en las sesiones que se pueda.

Vale aclarar que los instrumentos diseñados para el Primer Momento de la Unidad Didáctica; Ubicación, no son concebidos específicamente con la finalidad de realizar un análisis minucioso de los obstáculos epistemológicos y ontológicos originados en el proceso de aprendizaje del concepto de proporcionalidad, pero si permiten establecer conclusiones de tipo exploratorio que se utilizaran como preparación para las siguientes sesiones (Segundo Momento de la Unidad Didáctica; Desubicación).

En el segundo momento, según los resultados obtenidos se diseñaran instrumentos de lápiz y papel (Instrumentos 2 y 3) enfocados a identificar los procesos de Regulación Metacognitiva originados en los procesos de solución de problemas sobre proporcionalidad. Para esto, se plantearan dos tipos de problemas: en primer lugar se diseñaran problemas o situaciones “reales” y en segundo lugar problemas idealizados y contextualizados. En ambos problemas, se deben aplicar el concepto de proporcionalidad, de igual forma el instrumento tendrá diseñadas una serie de actividades, pasos o secuencias de intervención del docente para lograr guiar al estudiante en la aplicación de estrategias de Regulación Metacognitiva – Planificación, Monitoreo y Evaluación- y de esta forma identificar cuáles son las características de Regulación Metacognitiva que llevaron a cabo en la resolución de problemas sobre proporcionalidad.

Para poder desarrollar el tercer momento de la Unidad Didáctica (Momento de Reenfoque), es necesario aplicarlo un mes después de la aplicación del instrumento 2 y 3, y se utiliza una actividad (Instrumento 4) cuyo objetivo es que los estudiantes se enfrenten a una situación o problema real donde se utilice el concepto de proporcionalidad, para esta situación se trata de utilizar en especial la escala. De esta forma se pretende ver en primera medida la validez del uso de las estrategias de regulación Metacognitiva y analizar los cambios al afrontar

problemas contextualizados sobre proporcionalidad. En este tercer momento, se procede a sistematizar los datos más importantes y se pretende evaluar el proceso de intervención, para lograr caracterizar los procesos de regulación metacognitiva y su intervención en la solución de problemas sobre proporcionalidad. Por último, los resultados obtenidos sirven para redactar las conclusiones del estudio y así mismo, escribir las posibles recomendaciones para futuros estudios relacionados con las categorías de este proceso de investigación.

Triangulación de la Información

Este proceso se llevará a cabo mediante el contraste de las respuestas (escritas), de las entrevistas y de los diferentes gráficos utilizados por los estudiantes, utilizando en primera medida el análisis del discurso, para de esta forma crear las categorías principales y lograr identificar; obstáculos –en un primer momento-, características de los procesos de regulación Metacognitiva –en segundo momento- y describir las características de los cambios sucedidos al aplicar estrategias de regulación Metacognitiva al momento de resolver problemas sobre proporcionalidad.

Enfoque de la Investigación

Para este proceso de investigación es necesario utilizar el estudio de caso, como enfoque debido a que permitirá, en primera instancia que le investigador se desempeñe en diferentes funciones, como lo establece Stake E, 2009); “(...) la de profesor, observador participante, entrevistador, lector, narrador de historias, defensor, artista, consejero, evaluador entre otras (...)” (Pág. 114) Para esta investigación en particular es necesario que el investigador asuma en primera instancia el rol de “profesor”, por que como lo establece Stake (2009) citando

Cronbach (1980), en los procesos de enseñanza no solo se da el contexto de explicar, ni de facilitar la información, sino que –el profesor- *se dedica a ofrecer oportunidades a quienes aprenden para que sigan la inclinación natural del hombre a educarse* Stake E (2009). De igual forma es necesario tener en claro, que los estudiantes necesitan para aprender tener un referente claro, alguien que les resulte familiar Stake (2009).

En un segundo momento del proceso de investigación, es necesario que el docente asuma el papel de observador y de evaluador, porque es necesario *hacer hincapié en la calidad de las actividades y de los procesos* Stake (2009), debido a que se hace necesario realizar una descripción detallada de forma narrativa con énfasis en el análisis del discurso, elaborado a partir de los trabajos o actividades realizadas por los estudiantes y de esta forma tener un aserto interpretativo, y es aquí donde el docente asume su papel como evaluador del proceso. Ahora bien desde el punto de vista del observador, se puede decir que se necesita que el maestro sea un mediador en varios niveles como lo establecen Evertson & Grenn (1989); “ el nivel de observador como persona con prejuicios, creencias, formación y aptitudes (...)” Pág.176.

Desde el punto de vista de la propia investigación, es valido tener el enfoque de estudio de caso por que permite la selección del objeto de estudio, el cual se articula con sujetos sociales- en este caso, los estudiantes- (Garcia, 1992), así mismo permite detectar la expresion individual de los referentes axiologicos (Garcia et al). Además los estudios de caso son estudios en profundidad, en palabras de Garcia (1992); “(...) constituyen un laboratorio que facilita reconstruir la complejidad de un fenómeno social... el estudio en profundidad es un acercamiento a lo social cualitativamente (...)” Pág.105. Así mismo, el estudio de caso

permite el registro de procesos, dinámicas, relaciones, contenidos y significados (García et al) dándole una visión holística, la cual para este proceso de investigación es apropiado.

Técnicas e Instrumentos

En primera instancia es necesario aclarar, que las técnicas para desarrollar, recolectar y analizar la información, están basadas en el diseño de la investigación, la cual es cualitativa descriptiva con un enfoque en el estudio de caso, debido a esto se utilizara el método de Observación Participante, como primer referente y el análisis del discurso como técnica principal para encontrar información valiosa dada por los participantes. Así mismo, se desarrollaran instrumentos de solución de dos tipos de problemas, unos con situaciones idealizadas y otro con situaciones de la vida cotidiana, con preguntas relacionadas a los conceptos matemáticos inmersos en este caso; Proporcionalidad. De igual forma, los instrumentos harán énfasis en preguntas de corte Metacognitivo.

En el diseño del instrumento piloto- momento de Ubicación de la Unidad Didáctica-, para evidenciar los procesos de regulación metacognitiva que se originan en los estudiantes de secundaria de la IENSS, se toman y se adaptan preguntas del trabajo elaborado por Sandra Jaramillo y Sonia Osses, de la Universidad de Chile, del año 2012, del trabajo titulado; “Validación de un Instrumento sobre Metacognición para Estudiantes de Segundo Ciclo de Educación General Básica” y publicado en la revista Estudios pedagógicos. Así mismo, en los momentos de Desubicación y de Reenfoco, se toman preguntas de dicho estudio, relacionadas específicamente con aspectos metacognitivos.

Sistematización de la Información

Sistematización de la información.

Para sistematizar la información se utilizaron instrumentos del estudio de casos tales como la observación participativa definida como: el registro visual de lo que ocurre en una situación real, en este se observaron las características, conductas y condiciones de los participantes al enfrentar situaciones problemas (planteadas en la Unidad Didáctica) sobre proporcionalidad. La observación se realizó al interior del grupo seleccionado de 4 estudiantes de un total de 38; de igual forma se escanearon y sistematizaron las respuestas textuales dadas por estos al solucionar los problemas planteados al interior de la Unidad Didáctica, este último insumo sirven para mostrar las diferentes estrategias (de resolución de problemas y de regulación metacognitiva) propuestas por los estudiantes.

Descripción de la muestra observada.

La población objeto de estudio está constituida por diez (4) estudiantes de grado undécimo de la Institución Educativa Normal Superior de Sincelejo, para el análisis de los datos se denominarán como participantes del proceso y se denotarán por los números del 2, 9, 10, y 20 (estos números se asignaron al azar al momento de aplicar el instrumento diagnóstico a la totalidad de 38 estudiantes del curso). El grupo de participantes está conformado por 3 mujeres y un hombre, esto debido a que la mayoría de la población estudiantil son mujeres. Las edades oscilan entre los 14 y 17 años.

Algunas características socio-culturales de los participantes se determinan por los barrios donde habitan, los cuales son de los estratos socio-económicos 1 y 2. Con respecto al núcleo familiar es pertinente decir que: De los 4 participantes todos conviven con papá y mamá quienes se dedican a labores como: Moto-taxi, ayudante de construcción, comerciante, vendedor, amas de casa en su mayoría.

Matrices de Análisis.

Categorización.

Tomando como referente las categorías del estudio se establecieron una serie de etapas, en las cuales se plasmaron varias matrices de análisis, con una serie de criterios e indicadores para:

1° Identificación. Para esta etapa, se estableció una matriz enfocada a identificar las dificultades en torno a la comprensión (Azcarate, P. Cardeñoso, J. & Serrado, A. 2005.) del concepto de proporcionalidad, a los cuales se les llamaran en este proceso; Obstáculos Epistemológicos y ontológicos. Así mismo se trata de encontrar las diferentes *estrategias de razonamiento al otorgar significados al concepto de proporcionalidad* (Azcarate, P et al. Pág. 11.) a estas se les llamaran Obstáculos Ontogenéticos. Esta etapa de identificación sirve como un puente entre la elaboración de los momentos de la unidad didáctica y las categorías centrales del estudio.

2° Evidencias de Procesos de Regulación Metacognitiva. Esta etapa, es primordial porque surge del análisis exploratorio de la identificación de obstáculos. En ella se establecen criterios para la categoría; Regulación Metacognitiva. Se elabora una matriz que ayuda a encontrar Regularidades en torno a las respuestas y a los procedimientos usados por los estudiantes, todo esto para poder identificar y describir los procesos de Regulación Metacognitiva que intervienen en la Solución de Problemas sobre Proporcionalidad. De igual forma, se crearon códigos dentro de las matrices para establecer los diferentes cambios

(o niveles) que se originan en los estudiantes al momento de solucionar problemas sobre proporcionalidad, al utilizar procesos de Regulación Metacognitiva.

3° Evidencias sobre la resolución de Problemas. Para esta categoría, se establecen dos tipos de problemas usados para el estudio; el primer grupo de problemas son idealizados y contextualizados, muy acordes a los encontrados en los libros de texto y con los cuales están familiarizados los estudiantes. Para el segundo grupo de problemas, se plantean situaciones reales y prácticas donde los estudiantes deben no solo resolver el problema con la aplicación del concepto de proporcionalidad, sino que deben entregar productos (entiéndase como rompecabezas, croquis y planos).

Para cada categoría se establecen matrices con una serie de códigos, para facilitar el procesamiento de la información. Así mismo se tendrá una matriz de relación entre las categorías; Resolución de problemas y Regulación Metacognitiva, con lo cual será posible caracterizar las estrategias de Regulación Metacognitiva que utilizan los estudiantes al enfrentar un problema sobre proporcionalidad. En torno, a este ítem es importante decir que las respuestas dadas por los estudiantes ayudan a encontrar las características de los procesos de regulación Metacognitiva.

Los puntajes obtenidos en las matrices van desde 0 (puntos) hasta un máximo posible de 6 (puntos). Entre menor puntaje se halla obtenido en el primer instrumento, mayores dificultades expresa el estudiante en torno a las categorías de resolución de problemas y a la regulación metacognitiva.

El primer instrumento funciona como un filtro, el cual se diseñó para trabajar en equipos debido a que el trabajo en equipo es una estrategia muy usada para resolver problemas y

también es un tema de amplia discusión en el campo de la didáctica y según Mazario & otros (2009) recomendado por diversos autores como (Ausubel 1991; Vigostky 1981, de Guzmán 1993, Ballester 1999, Carnero y García 1999, Hernández 1999). Ahora bien para el caso de la resolución de problemas, vale la pena decir (Mazario & otros, 2009. P.43) al citar a miguel de Guzman donde se pone de manifiesto lo importante del trabajo en grupos o en equipos;

“La tarea de solución de problemas será más efectiva cuando se resuelva en pequeños grupos de trabajo, pues proporciona posibilidad de enriquecimiento, el grupo proporciona apoyo y estímulo, permite contrastar los progresos, etc. (de Guzmán, 1993, p.14).”

Para este caso, la categoría principal tiene que ver con la resolución de problemas sobre proporcionalidad y subyacente en ella se encuentra los procesos de regulación Metacognitiva. Para este apartado, es necesario trabajar con un modelo de resolución de problemas apropiado que permita dicha situación. Para esto se toma de referente las dimensiones del modelo de resolución de problemas de A. H. Schoenfeld. El cual considera cuatro dimensiones según Mazario & otros (2009) citando a Schoenfeld (1985); “(...) Dominio de conocimientos y recursos, Estrategias cognoscitivas, Estrategias Metacognitivas y Sistema de creencias (...)”

Ahora bien para las preguntas 1, 2 y 3 de las actividades 1 y 2 del momento de Ubicación, están enfocadas a mostrar aspectos de orden cognitivo o de dominio de conocimientos y recursos y sobre las Estrategias cognoscitivas o Heurísticas en palabras de (Mazario & otros 2009) citando a (Schonfeld, 1985). Ahora bien estas preguntas se enfocan a identificar en primera medida las posibles dificultades que tienen los estudiantes al enfrentar problemas relacionados con el concepto de proporcionalidad.

Codificación.***Códigos en torno a la Comprensión de conceptos sobre proporcionalidad. Obstáculos Epistemológicos***

Código I (Obstáculos de tipo aritmético): El estudiante expresa razonamientos de tipo aritmético al momento de dar solución a un problema dado sobre el concepto de proporcionalidad.

Código II (Obstáculos de tipo algebraico): El estudiante realiza suposiciones en torno a las magnitudes generalmente utiliza o presenta expresiones de manera algebraica.

Códigos en torno a las estrategias de razonamiento al otorgar significado al concepto de proporcionalidad en la resolución de un problema. Obstáculos Ontológicos.

Código III (Obstáculos de tipo Ontológico): El estudiante no desarrolla estrategias en su proceso de razonamiento y muestra dificultades al momento de dar significado al concepto de proporcionalidad en la solución de un problema dado.

Códigos en torno a la regulación metacognitiva.

Código 0 (Nivel de ausencia): El estudiante no muestra elementos o no aplica estrategias de Regulación Metacognitiva que intervengan para resolver los problemas.

Código 1 (Nivel de Dificultad): El estudiante muestra algunos elementos o aplica una sola estrategia de Regulación Metacognitiva que interviene para resolver los problemas.

Código 2 (Nivel de Evidencia): El estudiante muestra elementos o estrategias de Regulación Metacognitiva que intervienen para resolver los problemas.

Códigos en torno a la Resolución de Problemas.

Código R (Problemas Reales)

Código ID (Problemas Contextualizados)

NIVEL X. (No hay relación entre la solución del problema y las estrategias de regulación metacognitiva)

- El estudiante resuelve el problema, pero no aplica estrategias de regulación metacognitiva.
- El estudiante **no resuelve** el problema. No aplica ninguna estrategia de regulación metacognitiva.

NIVEL +

- El estudiante **resuelve** el problema. Presenta algunas estrategias de Regulación Metacognitiva para resolver y entender el problema.

- El estudiante **resuelve** el problema. Presenta estrategias de Regulación Metacognitiva relacionadas a la planeación, la regulación y la evaluación de su proceso para resolver y entender el problema.
- El estudiante **resuelve** partes del problema. Presenta algunas estrategias de Regulación Metacognitiva para resolver y entender el problema. Desarrolla algunas estrategias que le permiten acercarse a solucionar el problema.
- El estudiante **No Resuelve** el problema, pero presenta algunas estrategias de Regulación Metacognitiva para resolver y entender el problema.

Matrices.

A continuación se muestran las matrices con las categorías, criterios y códigos usados para la categorización.

Matriz Inicial. Etapa 1.*Tabla 1 Matriz Inicial. Identificación de Obstáculos.*

Obstáculos	Indicadores	Respuestas o Evidencias
Epistemológicos	Reconoce la razón como una relación entre variables.	
	Reconoce la proporción como una relación de equivalencia entre razones.	
	Establece alguna relación entre las magnitudes.	
	Escribe la razón de la forma a/b , (como una expresión que cuantifica la medida relativa entre la parte y el todo).	
Ontológicos	Expresa ideas sobre los conceptos de forma clara.	
	Establece procesos aditivos o multiplicativos como muestra del concepto de proporcionalidad.	
	Establece algún esquema para ampliar o reducir.	

Nota: La tabla muestra las categorías del estudio, los indicadores y el espacio de las evidencias.

Fuente: Diseño de las matrices por el autor del proceso de Investigación

Evidencias De Procesos De Regulación Metacognitiva Y Resolución De Problemas.***Etapa 2.****Tabla 2 Matriz Evidencias de Regulación Metacognitiva.*

<i>Ficha N°</i>		
Código 0 (Nivel de ausencia): El estudiante no muestra elementos o no aplica estrategias de Regulación Metacognitiva que intervengan para resolver los problemas.		
Código 1 (Nivel de Dificultad): El estudiante muestra algunos elementos o aplica una sola estrategia de Regulación Metacognitiva que interviene para resolver los problemas.		
Código 2 (Nivel de Evidencia): El estudiante muestra elementos y/o estrategias de Regulación Metacognitiva que intervienen para resolver los problemas.		
<i>Planificación</i>		
<i>Indicadores</i>	<i>Evidencias</i>	<i>Nivel</i>
Realiza lecturas detalladas y elabora preguntas.		
Piensa en diferentes estrategias para resolver el problema.		
Ejecuta acciones claras para resolver los problemas.		
<i>Control y supervisión</i>		
<i>Indicadores</i>	<i>Evidencias</i>	<i>Nivel</i>
Revisa frecuentemente su trabajo.		
Se plantea y revisa sus objetivos antes de empezar a resolver un problema.		
<i>Evaluación</i>		
<i>Indicadores</i>	<i>Evidencias</i>	<i>Nivel</i>
Revisa los objetivos planteados.		
Hace preguntas a un compañero o al docente.		
Establece un tiempo para ejecutar o resolver la situación.		

Nota: La tabla muestra las categorías del estudio, los indicadores, las evidencias y el nivel.

Fuente: Diseño de las matrices por el autor del proceso de Investigación

Tabla 3 Matriz de Relación Entre Resolución de Problemas y Regulación Metacognitiva.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS				REGULACIÓN METACOGNITIVA
Código	R	NIVEL X	NIVEL +	PLANIFICACIÓN
PROBLEMAS				
REALES				CONTROL Y SUPERVISIÓN
				EVALUACIÓN
<hr/>				
PROBLEMAS				PLANIFICACIÓN
IDEALIZADOS				CONTROL Y SUPERVISIÓN
				EVALUACIÓN
<hr/>				

CAPÍTULO 4

ANÁLISIS Y RESULTADOS

Presentación De Los Resultados Del Análisis.

Debido a que el objetivo del proceso de investigación es la caracterización de los procesos de regulación metacognitiva en la solución de problemas sobre proporcionalidad, es necesario aclarar que no se mostraran las matrices con toda la información, ni tampoco se desglosara el análisis por categorías. Sino que, con base en la codificación de las matrices, se redactan apartes o textos donde se describan comprensivamente las diferentes categorías del estudio. En la fase N°1, se redacta un texto que identifica de forma sucinta y con un fin exploratorio los obstáculos de tipo epistemológico y ontológico, que tenían los estudiantes al enfrentar problemas sobre proporcionalidad y un segundo apartado donde se señalan las características en torno a la regulación metacognitiva que tienen los estudiantes antes del proceso de intervención de la unidad didáctica.

Para la fase N°2, se llevó en dos partes: Parte a) donde se muestran regularidades en torno a cómo se resuelven los problemas por parte de los estudiantes, con las sugerencias dadas por el docente a los aspectos de planeación, control-monitoreo y evaluación. La parte b) de la fase N° 2, hace hincapié en la descripción de los cambios que se originan en los estudiantes en el proceso de solución de problemas sobre proporcionalidad, al utilizar procesos de Regulación Metacognitiva sin sugerencias dadas por el docente y después de pasar por la intervención durante el desarrollo de la unidad didáctica.

*Fase N°1.**Obstáculos Epistemológicos y Ontológicos.*

En las respuestas dadas por los estudiantes en las preguntas 1, 2 y 3 del primer instrumento de ubicación y después de utilizar la matriz inicial, se pudieron clasificar la mayoría de las respuestas en el **Código I (Obstáculos de tipo aritmético)**, donde el estudiante presenta dificultades en la comprensión del concepto de proporcionalidad en la solución de un problema dado y lo expresan con razonamientos de tipo aritmético. La totalidad de puntos obtenidos por los cuatro participantes del estudio fueron respectivamente: 3 para los estudiantes N°2 y N°10, 2 para el participante N° 9 y N°20 (Ver Matriz de Análisis con Resultados). De esta clasificación, se puede inferir que existen en los estudiantes en primera instancia obstáculos de tipo epistemológico en torno a la comprensión del concepto de Razón, el cual es fundamental para entender el concepto de proporcionalidad. Ante esto, las respuestas no se acercan al concepto de razón y se relacionan con procesos de orden aditivo, de medición y de cálculo de áreas y perímetros. Por ejemplo, al preguntarles; “¿Si las tarjetas en vez de traer el número de galletas, fuesen la cantidad de botellas? ¿Puedes establecer algún tipo de relación entre el número de galletas y el número de botellas de plástico? Si___ No___ Explica tu razonamiento” (Pregunta 1 y 2. Instrumento 1. Momento de Ubicación). Se pueden ver respuestas como:

Respuestas dadas por el estudiante N° 9

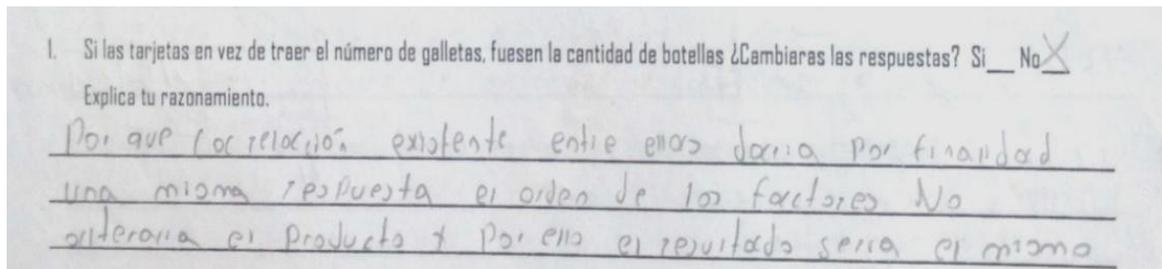


Figura 3 Respuesta Estudiante N°9.

Fuente: Respuestas a los instrumentos de la Unidad Didáctica.

“la relación que se puede establecer entre el número de galletas y el número de botellas es, si aumenta el número de galletas aumenta el número de botellas.” Respuesta a la pregunta N°2.

En las respuestas se puede notar la “dificultad” en la comprensión por parte de los estudiantes, relacionando el concepto de razón con la concepción tomada de la aritmética; “Como una relación ordenada entre dos cantidades de magnitud” (Oller Marcén, 2012. Pág.133). Se entiende que las operaciones que explican dicha relación, se mueven desde el orden aditivo y multiplicativo, generalmente tomado de textos escolares. Continuando con Oller Marcén, et al (2012) se puede decir que *la aritmetización del concepto de razón*, hace énfasis en aspectos numéricos y deja de lado la concepción de ver las razones como *la cantidad de una magnitud que se relaciona con una unidad de la otra*.

Esta concepción arraigada desde la aritmética, genera en los estudiantes errores al entender el concepto mismo de proporcionalidad y en este caso el de razón, porque como lo expresan Serradó, A., Cardeñoso, J. M., & Azcárate, P. (2005) al citar a Socas (1997) el cual define un obstáculo como: “(...) *aquel conocimiento que ha sido, en general, satisfactorio durante un tiempo (...) y que se fija en la mente de los estudiantes. Este conocimiento resulta inadecuado y*

difícil de adaptarse cuando el alumno se enfrenta a problemas nuevos.” (Serradó, A., Cardeñoso, J. M., & Azcárate, P. 2005. Pág. 3).

De igual forma, se puede decir que las dificultades relacionadas con el aprendizaje de la proporcionalidad, según lo visto, giran en torno a varios ejes; entre ellos, la dificultad o el desequilibrio entre lo conceptual y lo procedimental, así como la consideración de la razón solo como un cociente (proceso de aritmetización) y por último, el manejo de las magnitudes, el cual se da por sentado que es directa o inversa y generalmente se les presenta de manera algebraica (Oller Marcén, 2012).

Para notar esta forma de obstáculo que se origina al presentarles los conceptos matemáticos a los estudiantes de forma algebraica, vale la pena observar la actividad 2 (en este caso se les solicitó realizar copias de rompecabezas. Ver Actividad 2. Momento de Ubicación).

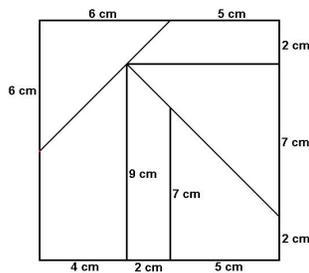


Figura 4. Rompecabezas

Nota: Adaptado por Cano 2011. (Pág. 37) de Block, 2006. (Pág.41).

Fuente: Cano 2011. Análisis del uso de conceptos y procedimientos de proporcionalidad en la resolución de problemas de física, y propuestas didácticas con tecnología. Tesis de Maestría.

La actividad tenía como intención el observar cómo los estudiantes podían usar el concepto de proporcionalidad, el de semejanza de figuras y procedimientos de cálculo para crear copias de los rompecabezas. Así mismo, se buscaba que fuesen capaces de establecer una relación de tipo multiplicativo, para encontrar una constante de proporcionalidad. Al respecto es necesario tomar las palabras de Crippa, Grimaldi, & Machunias, (2005);

“La situación del rompecabezas es de proporcionalidad, dado que si queremos que las nuevas figuras sean una ampliación de las originales, estamos buscando que sean semejantes, es decir, que los lados de la nueva figura mantengan la misma relación que tenían, entre sí, los lados de la figura original. Podemos resolverla a partir del cálculo de la transformación correspondiente a un segmento de 1 cm de longitud, o bien la constante de proporcionalidad.” (Crippa, Grimaldi, & Machunias, 2005. Pág. 32.)

Al respecto es necesario analizar las respuestas dadas por los casos **E.2** y **E.10** a la pregunta N.3 (Ver actividad 2. Momento de Ubicación). **P.3:** *“¿Cómo expresarías la relación entre la disminución y/o el aumento de un lado del rompecabezas, con los otros lados? ¿Crees que se puede construir copias del tamaño que se desee del rompecabezas? Explica tu respuesta”*

Las respuestas de los casos **E.2** y **E.10**, coinciden en su respuesta: **“Lado - X y lado + X. Si se puede, siempre y cuando se aumenten todos los lados del rompecabezas.”**

En este caso se evidencia un obstáculo **Código II (Obstáculos de tipo algebraico)**, debido a que la respuesta dada por los casos, van al plano de la mecanización y se aleja de un razonamiento apropiado, que le permita resolver la situación planteada. Esto se presenta porque según Rivas, Godino, & Castro (2012); *“(…) la escuela enseña reglas que permiten, de manera mecánica, resolver la mayoría de los tipos de tareas que comúnmente se presentan (…)”* (Pág. 562). Esta situación generó en los estudiantes un proceso basado en suposiciones en torno a las magnitudes (daban por sentado que eran directa o inversa) que los llevó a utilizar o presentar alguna expresión algebraica, lo cual implicó que se evitara en ellos el desarrollo de un razonamiento de tipo proporcional, el cual se desarrolla como una habilidad indispensable para el trabajo apropiado con las matemáticas del nivel medio y avanzado del

currículo escolar (Rivas, Godino, & Castro, 2012) citando a (Lamon, 2005; Onuchic; Allevato, 2008).

En otro ejemplo, tomado de la actividad 2 (en este caso se les solicitaba realizar copias de rompecabezas. Ver Actividad 2. Momento de Ubicación) y se les pregunta; “¿Para construir las copias de los rompecabezas, has utilizado alguna operación matemática? Sí___ No___ ¿Qué técnica utilizaste para construir las copias de los rompecabezas? Explica tu razonamiento.” (Pregunta N°1. Actividad 2. Ubicación). Se pueden ver respuestas como: Respuesta dada por los casos; **E. 20. “Si. Suma y Resta porque algunos lados disminuían mientras otros aumentaban.”** Y por el caso, **E.9. “Si.- En este caso es cálculo de área y la búsqueda del perímetro fueron operaciones que utilizamos para armar los rompecabezas.”**

Ahora bien, en las respuestas de los casos estudiados se evidencian errores, ante la creencia que las copias se pueden construir utilizando operaciones aritméticas, relacionadas con procesos aditivos. Así mismo, se muestra la dificultad al no establecerse relaciones de semejanzas de figuras y al utilizar conceptos relacionados con el cálculo de áreas, perímetros y la medición. Esta es una evidencia, donde los conceptos previos se convierten en un error, o en *un obstáculo de tipo epistemológico* (Brousseau, 1998), para este caso -**Código I (Obstáculos de tipo aritmético)**- los cuales hacen difícil la construcción del nuevo concepto. En palabras de Barrantes (2006) citando a Brousseau, (1998) queda claro que: “El error no es solamente el efecto de la ignorancia, la incertidumbre, sino que es el efecto de un conocimiento anterior, que, a pesar de su interés o éxito, ahora se revela falso o simplemente inadecuado”. (Barrantes, 2006. Pág. 3).

Continuando con el análisis, se puede notar que en las respuestas dadas por los estudiantes, se evidencian dificultades en torno a cómo razonan, a como tratan de darle significado al

concepto para poder resolver el problema. Aquí aparece un elemento relacionado con las dificultades para desarrollar estrategias propias para resolver un problema, lo cual se conocen como Obstáculos Ontológicos, los cuales se definen en palabras de Serradó, A., Cardeñoso, J. M., & Azcárate, P. (2005) como: “*las estrategias de razonamiento al otorgar significado al concepto de proporcionalidad en la resolución de un problema*” (Serradó, A., 2005. Pág.11). Lo anterior permite realizar una interpretación, sobre las características y el cómo se originan los obstáculos ontológicos, se puede decir que estos surgen en el proceso de enseñanza y aprendizaje *vividos por los* estudiantes e influenciados *por los libros de texto, por los discursos de los profesores y en general por las propuestas curriculares.* (Tamayo, 2002. Pág. 7)

Para poder identificar estos obstáculos, es necesario develarlos bajo *las interpretaciones y estrategias* (Konold, 1995, citado por Serradó, A., Cardeñoso, J. M., & Azcárate, P. 2005) de los sujetos ante situaciones de proporcionalidad.

Ahora bien, en torno a las *interpretaciones y estrategias* que aplican los estudiantes en la resolución de problemas sobre proporcionalidad, se pueden destacar las que giran alrededor de *cómo comprenden el* concepto. En términos generales, se puede decir que las interpretaciones y las estrategias se mueven alrededor de lo *procedimental* mostrando de esta forma el *cómo comprenden el concepto y el cómo lo interpretan*, donde ese *procedimiento* en sí mismo y para ellos se convierte en el concepto. Para Oller Marcén (2012); “(...) los conocimientos relevantes para los alumnos son los procedimentales (...)” (Pág. 67). Por ejemplo en las respuestas dadas por los estudiantes a las pregunta 2 y 4 del instrumento de ubicación:

2. *¿Puedes establecer algún tipo de relación entre el número de galletas y el número de botellas de plástico? Explica tu respuesta.*

4. *“¿Cuándo estabas leyendo la situación problema pensaste en un plan para poder resolverla? Si __ No __ Explica tu respuesta.”* Las cuales se planteaban, en primera instancia con el objeto de indagar el nivel de comprensión en torno a los conceptos de proporcionalidad y en segundo lugar, a explorar las diferentes formas en que los estudiantes esbozan un plan o algún tipo de estrategia para resolver el problema dado. Se ven respuestas que muestran *estrategias de razonamiento basadas en la Regla de Tres Simple o en la Proporción*. (Respuestas del estudiante **E.2**).

E.2. Respuesta a la preguntas 2 y 4 (respectivamente): “La relación que existe entre los dos es que son *directamente proporcional*, es decir, si las botellas aumentan de igual forma aumentarían las galletas”.

E.2: “SI.- El *plan que utilizamos fue el de la proporción*, comenzamos a analizar cuántas botellas aproximadamente obtendríamos a partir de la cantidad de galletas.” (Ver Original en Anexo II)

De aquí se pueden inferir dos situaciones: primero, la dificultad manifiesta de no comprender el concepto de razón, y la segunda, la relación entre la aplicación de *estrategias basadas solo en el concepto de proporcionalidad directa*. El estudiante, reduce sus procedimientos a un solo aspecto – en este caso en particular a relacionar las respuestas con proporcionalidad directa-. Y no logra, identificar en primera instancia si existe una relación entre magnitudes, así como tampoco logra identificar la constante de proporcionalidad. Esto se debe en términos generales a la visión de resolver problemas o situaciones donde

intervienen magnitudes, solo desde el punto de vista numérico, lo cual origina estrategias basadas en la mecanización y en la memorización al respecto (Oller Marcén, 2012) afirma; “(...) hay una gran tendencia a presentar técnicas de resolución que podríamos definir como “memorísticas” (...)” (Oller Marcén, 2012, Pág. 70)

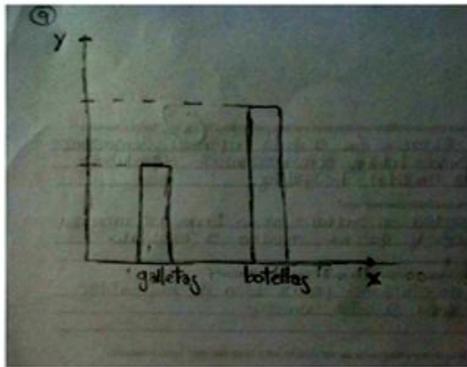
Al respecto es importante, señalar que las estrategias de los estudiantes se basan en reglas aprendidas y utilizadas para progresar en la solución de problemas, a estas reglas Schoenfeld (1985) las llama heurísticas las cuales son según Blanco, L & Pino, J. (2008) citando a Schoenfeld (1985): “son reglas para progresar en situaciones difíciles” (Pág. 74) Aunque estas reglas le permiten al estudiante dotar de significado el problema, no es evidente como pueden ayudarlo a resolver el mismo. Ahora bien para los estudiantes la principal estrategia es la *observación* y el *recordar*, por medio de las cuales establece alguna relación entre el problema y las posibles soluciones.

Un ejemplo de esta última situación se puede notar al analizar las gráficas hechas para representar la relación entre botellas y galletas, las cuales van desde mostrar *diagramas de barras* en un caso (E.2), otra muestra un plano cartesiano con un solo punto (E.9) y en otra se muestran las botellas y las galletas como magnitudes ubicándolas en los ejes coordenados (E.20). Todas tienen en común partir de estrategias ya vistas, las cuales se vuelven importantes para el estudiante, porque le brinda significado o lo relaciona con sus experiencias.

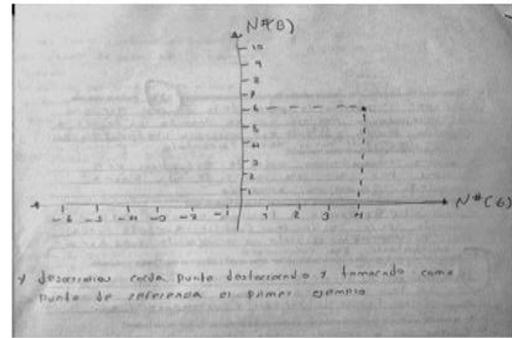
REPRESENTACIONES GRAFICAS SOBRE HECHAS POR EL E.2, E.9 y E.20.

RESPECTIVAMENTE

ESTUDIANTE N° 2



ESTUDIANTE N° 9



ESTUDIANTE N° 20

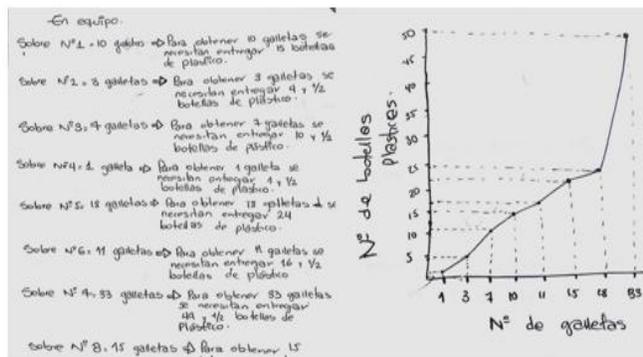


Figura 5 Respuestas de los estudiantes E. 2, E. 9 y E. 20

Fuente: Respuestas tomadas de los instrumentos de la Unidad Didáctica.

En los casos de los estudiantes (E.2) y (E.9), se puede ver que las estrategias de razonamiento que estos aplican, para representar gráficamente la relación entre botellas y galletas, se convierten en un obstáculo de tipo Ontológico, porque se basan en primera medida; en plasmar resultados sin mirar su utilidad en aspectos generales sobre la solución del problema. En palabras de (Blanco, L & Pino, J. 2008. Pág. 74), *estos razonamientos obvian el marco global de decisión* llevándolos a ejecutar las acciones en función del resultado siguiente Nieto, (2002) citado por Blanco, L et al () y en segundo aspecto, se muestra la dificultad en la comprensión y aplicación del concepto de proporcionalidad.

Para el (E.2), el representar las magnitudes como datos y mostrarlos como diagramas de barras, es una muestra de cómo las reglas establecidas para superar o *encontrar soluciones a problemáticas o heurísticas* (Schoenfeld, 1985) se convierten en un obstáculo difícil en la comprensión de un concepto como el de proporcionalidad. Aquí el estudiante, busca una *estrategia de razonamiento* basada en su experiencia, y cree que al representar “los datos” como un diagrama de barras, estaría representando una razón. Suponiendo, de manera analógica que la misma representación vale para representar los datos estadísticos descritos, pensando en el resultado inmediato (Nieto, 2002) y no en el problema a nivel general. De igual forma, sucede con el (E.9), el cual “ubica” en un punto, la relación entre el número de botellas y el número de galletas, en este caso el razonamiento apunta a aplicar un modelo de tipo lineal, como lo explica Obando, G. (2015) basado en la *aplicación del modelo de la linealidad en situaciones en las que no es viable*.

Características en torno a la regulación metacognitiva de los estudiantes antes del proceso de intervención de la unidad didáctica.

En este apartado de tipo preliminar, se pretende mostrar cuáles fueron los aspectos relacionados con la regulación metacognitiva que presentan los estudiantes al enfrentar situaciones problemas antes de la intervención realizada en desarrollo de la Unidad Didáctica. Los problemas planteados apuntan en primer lugar, a que se identifique una situación de intercambio, como la idea intuitiva de razón. En segundo lugar, introducir a los estudiantes a un tipo de razonamiento multiplicativo, con la idea de entender la razón como la relación entre dos magnitudes. Partiendo de esta base, se analizarán las respuestas con el objetivo de identificar aspectos relacionados con la planeación, el control, monitoreo y la evaluación.

Planeación.

En primera medida es necesario analizar las respuestas dadas por los estudiantes a la categoría **tipo de planeación**. Para esto se tienen en cuenta tres indicadores, que se formalizaron al momento de estructurar las preguntas del instrumento y con las regularidades en las respuestas dadas por los estudiantes, para así poder evidenciar cuáles son las estrategias, *las tareas y las acciones que se deben seguir antes de desarrollar la actividad*. (Jaramillo, S y Osses, S. 2012, p.126). Los tres indicadores que se utilizaron fueron:

- ✓ Realiza lecturas detalladas y elabora preguntas.
- ✓ Piensa en diferentes estrategias para resolver el problema.
- ✓ Ejecuta acciones claras para resolver los problemas.

Ahora bien en la actividad N°1 y N°2, del primer instrumento de ubicación se les plantean a los estudiantes una serie de preguntas relacionadas con la planeación entre ellas están: La pregunta N°4 y la pregunta N° 7, de ahora en adelante **P.4 y P.7**

P.4. *¿Cuándo estabas leyendo la situación problema pensaste en un plan para poder resolverla? Si __ No __ Explica tu respuesta.*

P.7. *¿Para poder entender la situación problema tuviste que leer varias veces? o ¿leíste más lento? Explica tu respuesta.*

En torno a la **P.4**, las respuestas de los **(E.2)**, **(E.9)**, **(E.10)** y **(E.20)** están enfocadas en aspectos de tipo procedimental y especialmente relacionadas con las *estrategias de razonamiento basadas en la Regla de Tres Simple*, y con el objetivo de dar solución a la situación problema. Pero en ningún caso se observaron evidencias en la planeación y

organización propias de las dinámicas internas que les permitan establecer acciones claras para tratar de resolver el problema planteado. A partir de las respuestas dadas se pudo establecer, que las motivaciones que lleva cada individuo, en este tipo de situaciones, parten en primer lugar, de la búsqueda de una respuesta, sin utilizar ningún tipo de estrategia de planeación. Al respecto *Mazario & otros, (2009)* afirman que; “en las respuesta de los estudiantes al enfrentar una situación problema se pueden evidenciar *sus motivaciones, aptitudes, relaciones de comunicación y participación*” (P.43) las cuales pueden ayudar a resolver el problema.

Al tomar apartes de las respuestas de los cuatro casos (ver *Tabla 4* con respuestas de los casos E.2, E.9 E.10 y E.20), **se pudo identificar como regularidad explícita la falta de un *diseño propio de intervención*** (Martinez Fernandez, Tubau, Guilera, Rabanaque, & Sánchez, 2008) que le permita plantear posibles soluciones a los problemas dados. Ahora bien, esto es una muestra de las dificultades que presentan los estudiantes al momento de resolver un problema, debido a que los mismos ***no son conscientes de los procesos metacognitivos*** (Tamayo, 2006); según se deriva de diferentes estudios y modelos, entre ellos el elaborado por **Schoenfeld (1985)** y expuesto por *Mazario & otros, (2009)*, donde se hace énfasis en la toma de conciencia para planear, monitorear, regular o controlar el proceso (Mazario et al) al momento de afrontar un problema y dar su respectiva solución. Igualmente los diseños que presentan se vuelven obsoletos o ineficientes para dar cuenta del problema, en palabras de *Martinez Fernandez, Tubau, Guilera, Rabanaque, & Sánchez, (2008)*; “Quizás en algunas ocasiones las ayudas que se presentan no son útiles ni para los estudiantes más aventajados” (Pág. 21)

Tabla 4 Respuestas a las preguntas P.4 de los casos (E.2), (E.9), (E.10) y (E.20) tomadas de la Matriz de Evidencias de Regulación Metacognitiva.

<p>✓ (E.2); “Si.- El <i>plan que utilizamos fue el de la proporción, comenzamos a analizar cuantas botellas aproximadamente obtendríamos a partir de la cantidad de galletas</i>”</p>	<p><i>Nota</i> Tomado Nivel Establecido en la Tabla de categorización. Ver anexo Matriz de Categorización.</p>
<p>✓ (E.9); “Si. Básicamente <i>en encontrar la solución de la situación que se nos está presentando por esto no pensaba en hallar una respuesta exacta o un dato que arrojaría una respuesta que fuese consecuente con lo que se preguntaba.</i>”</p>	<p>Código 0 (Nivel de ausencia): El estudiante no muestra elementos o no aplica estrategias de Regulación Metacognitiva que intervengan para resolver los problemas.</p> <p><i>Regularidades:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>plan que utilizamos fue el de la proporción,</i> • <i>encontrar la solución de la situación</i> • <i>plan que utilizamos para hallar el número de galletas fue que por cuatro galletas</i>
<p>✓ (E.10); “Si. El <i>plan que utilizamos para hallar el número de galletas fue que por cuatro galletas se necesitan 6 botellas.</i>”</p>	<p>Código 1 (Nivel de Dificultad): El estudiante muestra algunos elementos o aplica una sola estrategia de Regulación Metacognitiva que interviene para resolver los problemas.</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Prácticamente pensé en realizar campañas que ayudaran a concientizar al personal educativo (...)</i>

Nota: Las respuestas tienen unos apartes en cursiva para facilitar al lector identificar la recurrencia y ubicarse en las categorías del estudio. (N.A)

Al tomar el caso del (E.20), la situación cambia un poco, porque este se concentra en *estrategias* relacionadas con darle solución al problema real (ver situación 1, momento de ubicación. Donde se plantea en términos generales darle buen uso de los residuos sólidos,

utilizando una campaña de intercambio de botellas plásticas por galletas). Aquí el estudiante, piensa en una *estrategia* para resolver el problema, y logra esbozar una acción muy definida con la cual pretende dar solución al problema planteado. Pero la *estrategia* apunta más al plano motivacional e inclusive al plano de la creatividad y de la imaginación, y en ningún caso o momento logra establecer una relación, con los conceptos matemáticos, se muestra como una estrategia aislada.

De acuerdo a lo anterior es necesario dejar en claro que los procesos de imaginación y de creatividad se muestran como la principal herramienta, pero esto no significa que estén desarrollando procesos relacionados con la planeación, debido a que colocan en primera instancia aspectos relacionados más con el *conocimiento, visto este desde el punto de vista de la Metacognición* (Jaramillo, S y Osses, S. 2012) En este caso, se ve de manera implícita aspectos referenciados hacia las *habilidades, motivaciones, recursos y estados personales* (Jaramillo, S y Osses, S. 2012, p.126), que llevan al estudiante a plantear posibles soluciones al problema dado, eso sin pensar en los conceptos implícitos en él. Para mostrar esta realidad, se puede analizar la respuesta dada por (E.20), en torno al uso de la imaginación para tratar de resolver un problema: “Si, siempre trato de imaginar algún hecho de la vida real, o que la situación problema me ocurre a mí.” (*Respuesta tomada de una pregunta Abierta hecha por el docente en el aula, cuando se estaba realizando la actividad. Ver Anexo con Preguntas abiertas hechas por el docente.*)

Con relación a la pregunta **P.7 tanto en las actividades N°1 y N°2** las respuestas de los estudiantes (E.2), (E.9), (E.10) y (E.20) se encaminan a mostrar lo importante que es la lectura, al momento de afrontar una situación problema, esta es vista como paso inicial en la solución del problema. Para tener más claridad al respecto es importante ver las respuestas dadas por los estudiantes, las cuales fueron tomadas textualmente de los instrumentos aplicados. (Ver Tabla 5)

Tabla 5 Respuestas a las preguntas P.7 de los casos (E.2), (E.9), (E.10) y (E.20) tomadas de la Matriz de Evidencias de Regulación Metacognitiva.

<p>✓ (E.2) "Primeramente no entendí el problema y por lo tanto lo volví a leer para poder comprenderlo totalmente."</p>	<p><i>Nota</i> Tomado Nivel Establecido en la Tabla de categorización. Ver anexo Matriz de Categorización.</p>
<p>✓ (E.2) y (E.10) "Leímos varias veces para comprender mejor la situación y poder buscar una solución a esta."</p>	<p>.</p>
<p>✓ (E.10) "Utilicé las 2 formas, leí lentamente y varias veces para procesar la información y entender lo que en realidad me estaban preguntando."</p>	<p>Código 2 (Nivel de Evidencia): El estudiante muestra elementos o estrategias de Regulación Metacognitiva que intervienen para resolver los problemas.</p> <p><i>Regularidades:</i></p>
<p>✓ (E.9) "Simplemente <i>analizando la situación leyendo un poco más lento</i> porque cada aspecto del problema es muy importante."</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Leer para poder comprender. • Leer para procesar la información. • Leer para Analizar.
<p>✓ (E.20) "Leí más lento para poder ir <i>analizando</i>." Tuve que leer varias veces y hacerlo de manera lenta, porque no fui capaz de <i>entender el problema o captarlo de manera rápida</i>, tuve que llevar la situación al contexto escolar para que fuera fácil resolverla."</p>	<p><i>Estrategias utilizadas:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Leer Lento. Leer Varias veces.

Nota: Las respuestas tienen unos apartes en cursiva para facilitar al lector identificar la recurrencia y ubicarse en las categorías del estudio. (N.A)

En la tabla N° 5 se puede notar, que existen regularidades en los cuatro casos en torno a las utilidades que les brinda el proceso de lectura para poder resolver un problema dado. Los estudiantes utilizan estrategias basadas en la repetición de la lectura y en realizar lecturas de forma más "lenta". Igualmente existen regularidades en torno, al uso que se le da a la lectura para poder resolver el problema, en este caso: *para el procesamiento, para la comprensión y*

el análisis. Estos aspectos hacen parte de los procesos que se deben llevar a cabo al momento de planear estrategias de tipo metacognitivo, porque los problemas propuestos vinculan de forma “implícita” un reto de mayor profundidad y les permite desarrollar lecturas (detalladas), que les originan procesos de exploración y de interpretación, para esto es oportuno citar a Peñalva (2010):

“(…) *La lectura de problemas de aplicación matemática lleva al estudiante a un nivel de profundidad más allá que el de sólo conocer las palabras. (...) pero también el desarrollo de conceptos, técnicas y métodos “en abstracto” (...)*” Pág. 144.

Por último, es necesario mostrar la relación entre los procesos de planeación y la situación problema, tomando como referencia en este caso de la estrategia de la *lectura detallada*. El aspecto fundamental en esta relación, se da en la comprensión y en la resolución del problema, donde es primordial el desarrollo de problemas donde se evidencien las dinámicas internas, las diferentes técnicas y los métodos que permiten pensar en “*abstracto*” (Peñalva et al) y de esta forma lograr que los estudiantes desarrollen dentro de su proceso de formación, regulación Metacognitiva, relacionado con la planificación para dar solución al problema.

Control - Monitoreo

Pasando ahora a otro aspecto del análisis, en este caso relacionado con la categoría **Control – Monitoreo**. Para tres indicadores, que se formalizaron al momento de estructurar las preguntas del instrumento y con las regularidades en las respuestas dadas por los estudiantes. El aspecto del Control-Monitoreo hace alusión al componente procedimental que se establece desde que se inicia la ejecución de las acciones con el propósito de verificar y

rectificar la estrategia empleada (Jaramillo, S y Osses, S. 2012, p.126). Los tres indicadores que se utilizaron fueron:

- ✓ *Revisa frecuentemente su trabajo.*
- ✓ *Se plantea objetivos antes de empezar a resolver un problema.*
- ✓ *Establece un tiempo para ejecutar o resolver la situación.*

Ahora bien en la actividad N°1 y N°2, del primer instrumento de ubicación se les plantean a los estudiantes una serie de preguntas relacionadas con el control y el monitoreo entre ellas están: La pregunta N°10 y la pregunta N° 11, de ahora en adelante **P.10 y P.11.**

P.10. Para saber si puedes cumplir con la actividad.

¿Controlas o mides el tiempo? Si__ No__ Explica tu respuesta.

P.11. Durante la actividad:

- *¿Te propusiste algunos objetivos? Sí__ No__*
- *¿Revisaste tus objetivos para saber si estabas resolviendo bien la actividad? Si__ No__ Explica tus respuestas.*

Para tener claridad sobre las recurrencias de las respuestas de los casos analizados, se muestran en las siguientes tablas (tomadas de la matriz de categorización Ver Anexo). En primera medida las respuestas a **P.10**, de las actividades N°1 y N°2 del momento de ubicación en el Tabla 6 y las respuestas a P.11 en el Tabla 7.

Tabla 6 Respuestas a las pregunta P.10 de los casos (E.2), (E.9), (E.10) y (E.20) tomadas de la Matriz de Evidencias de Regulación Metacognitiva.

PREGUNTA 10	<i>Nota</i>
<p>Respuestas Actividad N°1.</p> <p>✓ E.2: “SI.- Porque de este modo logro saber aproximadamente cuanto tiempo debo llevarme en cada pregunta.”</p> <p>✓ E.10: “Si.- si se mide el tiempo para tener un orden o constancia en la realización del trabajo ya que si no se hace de pronto no alcanzaría el tiempo.”</p> <p>Respuestas Actividad N°2.</p> <p>✓ E.2 y E.10: “Si, por que establecemos un tiempo para resolver cada pregunta.”</p> <p>✓ E.9: “Si, Para que al final se pueda considerar si esa fue la mejor manera de resolver el problema.”</p>	<p>Tomado Nivel Establecido en la Tabla de categorización. Ver anexo Matriz de Categorización.</p> <p>Código 1 (nivel de dificultad): El estudiante muestra algunos elementos o estrategias de Regulación Metacognitiva que intervienen para resolver los problemas.</p> <p>Totalidad de Puntos = 2. Para los casos E.2 y E.10.</p> <p>Totalidad de Puntos = 1. Para el caso E.9</p> <p>Regularidades:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El tiempo como control en cada pregunta. • El tiempo como proceso de orden y constancia • El tiempo como rectificación del proceso. <p>Estrategias utilizadas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • No se plantean estrategias para verificar el uso del tiempo. No colocan la hora de inicio, ni finalización.

Tabla 7 Respuestas a las pregunta P.11 de los casos (E.2), (E.9), (E.10) y (E.20) tomadas de la Matriz de Evidencias de Regulación Metacognitiva.

PREGUNTA 11

Respuestas Actividad N°1.

- ✓ **E.2:** “NO.-NO.- Porque simplemente me concentre a responder las preguntas.”
- ✓ **E.10:** “NO.-NO.- no me propuse objetivos, solo me puse en disposición para resolver la actividad.”
- ✓ **E.20:** No contesto

Nota

Tomado Nivel Establecido en la Tabla de categorización. Ver anexo Matriz de Categorización.

Código 0 (Nivel de ausencia): Pts. 0 Para los casos E.2, E.10 y E.20.

El estudiante no muestra elementos o no aplica estrategias de Regulación Metacognitiva que intervengan para resolver los problemas.

Regularidades:

- No se proponen objetivos.
- Consideran que Resolver la actividad o Contestar las preguntas, no son objetivos.

Estrategias utilizadas:

- Resolver, armar o contestar. Sin objetivo puntual.

Respuestas Actividad N°2.

- ✓ **E.9:** “NO.-NO.- Simplemente con objetividad resolver cada una de las situaciones que se presenten fijando un solo patrón a seguir.”

Es posible afirmar, que en el aspecto de control-monitoreo los estudiantes no son conscientes Tamayo (2006) de dichos procesos metacognitivos, porque entre otras cosas les queda muy difícil tomar decisiones en torno a las actividades necesarias para ejercer control y así poder resolver un problema dado. En los casos analizados, los estudiantes mostraron acciones como: el no proponer un objetivo claro o solo considerar resolver la actividad o contestar las preguntas. Estos actos se convierten en “acciones inconscientes” de control sobre la actividad por parte del estudiante, debido que su único “objetivo” era tener “disposición para resolver la actividad.” (Afirmación hecha por el caso E.10).

A la vez esta situación muestra una relación estrecha entre las estrategias de control y las de planeación, debido que las estrategias de planeación, las de control y monitoreo obtuvieron resultados parecidos al ser clasificadas en el (**Nivel de ausencia. Código 0**), esto último coincide con los hallazgos encontrados por Buitrago & García (2012) donde se muestra una relación estrecha entre las estrategias de identificación del problema (planeación) y las estrategias de control.

Para mostrar lo estrecho de dicha relación, es necesario analizar las respuestas relacionadas con el seguimiento que hacen los estudiantes a la ejecución del proceso (Buitrago & García, 2012) y a la planeación, para esto vale la pena observar la consideración que se le da al factor tiempo por parte de ellos. Estos lo ven: como una estrategia de control en cada pregunta, como un proceso de orden o constancia y por último como rectificación del proceso. Ahora bien, las estrategias planteadas en torno al control y al monitoreo por los casos (*E.2*, *E.9* y *E.10*) no se relacionan en ningún aspecto a la planeación, porque los diseños que presentan son obsoletos o ineficientes para dar cuenta del problema (Martínez Fernández, Tubau, Guílera, Rabanaque, & Sánchez, 2008) y a su vez los estudiantes no plantean estrategias para verificar el uso del tiempo, igualmente no escriben la hora de inicio, ni de finalización. Esto muestra que para desarrollar estrategias de control y monitoreo es necesario dedicar mucho tiempo a los aspectos de planeación (Kapa, 2002) citado por (Buitrago & García et al).

Con relación a lo anterior, es necesario observar la capacidad de autorregulación como una estrategia de regulación metacognitiva que apunta al control-monitoreo. Esta no fue tomada en cuenta, porque no se evidencian aspectos como: “(...) realizar auto-evaluaciones durante el aprendizaje, para verificar, rectificar y revisar las estrategias seguidas.” Brow citado por

Tamayo (2006). Para los casos estudiados (E.2, E.9, E.10 y E.20) se puede notar la ausencia del plano de la autorregulación por varias razones, entre ellas vale destacar en primera instancia: que los estudiantes no logran identificar que quieren en torno al problema dado (Peñalva, 2010), solo necesitan “contestar o resolver el problema”. Para esto es válido ver la respuesta del caso E.9 a la pregunta (P.4) de las actividades 1 y 2, del momento de ubicación; “(...) Básicamente en encontrar la solución de la situación que se nos está presentando por esto no pensaba en hallar una respuesta exacta o un dato que arrojaría una respuesta que fuese consecuente con lo que se preguntaba (...)”.

En segundo lugar, el autorregularse exige según (Brow, 1987): “(...) planificar la actividad mental antes de enfrentarse a una tarea (...)” Aunque en este aspectos los casos estudiados muestran deficiencias en torno a la comprensión del concepto de razón y proporción, lo cual se da por dos razones (Godino & Batanero, 2002); la primera que apunta a “(...) la adquisición de las destrezas de razonamiento proporcional es insatisfactoria en la población en general.” Y la segunda que apunta a que en “(...) la adolescencia se presentan dificultades en torno a las nociones de comparación y covariación”. (Pág. 431) Estos dos aspectos coinciden con los obstáculos identificados (tanto epistemológicos, como ontológicos) y a su vez se convierten en una dificultad para desarrollar estrategias de planeación estructuradas y por ende de control y monitoreo.

Para terminar, es válido decir que en los casos no se evidencian estrategias relacionadas a descomponer en “pequeñas” tareas los problemas planteados, así como tampoco en torno a los objetivos al respecto (*Mazario & otros, 2009. P.45*), afirman que; los estudiantes que logran *descomponer los objetivos en tareas de realización progresiva*, son muestra del énfasis en el Control y el “monitoreo” y en el desarrollo de habilidades para resolver el

problema dado, lo cual coincide con lo planteado por los modelos de Schoenfeld (1985) y de Mason, Burton y Stacey (1989).

Evaluación.

En torno a la evaluación como subcategoría de la regulación metacognitiva, se tuvo en cuenta tres indicadores, que se formalizaron al momento de estructurar las preguntas del instrumento y con las regularidades en las respuestas dadas por los estudiantes. El aspecto de la Evaluación está dirigido a comprobar las metas logradas y a identificar los problemas suscitados durante el proceso a objeto de generar nuevas acciones o utilizar nuevas estrategias que hagan posible el logro de las metas establecidas (Jaramillo, S y Osses, S. 2012, p.126) citando a (Argüelles, 2007) Los indicadores que se utilizaron fueron:

- ✓ Muestra preocupación por lo que hace
- ✓ Identifica los errores y plantea posibles soluciones
- ✓ Muestra seguridad al contestar.

Para encontrar elementos que de evidencias de los procesos de evaluación se planteó una pregunta (**P.6**), tanto en la actividad 1 y 2, del momento de ubicación la cual trató de explorar en las explicaciones de los estudiantes sus formas de ver la evaluación.

P.6. Cuando estas resolviendo la situación problema, te preguntas;

¿Lo estoy haciendo bien? Si__ No__ Explica tu respuesta.

Las respuestas recurrentes se muestran en la tabla N° 8

Tabla 8 Respuestas a las pregunta P.6 de los casos (E.2), (E.9), (E.10) y (E.20) tomadas de la Matriz de Evidencias de Regulación Metacognitiva.

PREGUNTA 6	Nota
Respuestas Actividad N°1.	<i>Tomado Nivel Establecido en la Tabla de categorización. Ver anexo Matriz de Categorización.</i>
✓ E.2 y E.10: <i>SI.- Por que al momento de resolver el problema nos estamos dando cuenta si somos capaces de solucionarlo o no y evaluamos si está bien.</i>	Código 1 (Nivel de dificultad):
✓ E.9: <i>Si.- Por que como la rama de la matemática es muy amplia puede que un problema tenga una solución con varias opciones.</i>	El estudiante no muestra elementos o no aplica estrategias de Regulación Metacognitiva que intervengan para resolver los problemas.
✓ E.20: <i>Sí, porque se debe estar seguro de lo que se está haciendo.</i>	Regularidades:
Respuestas Actividad N°2.	<ul style="list-style-type: none"> • Verificar respuestas. Buscar Soluciones
✓ E.2: <i>Si, porque de esta forma podría volver a verificar las respuestas (posibles errores) y saber si están correctas.</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Verificar Procedimientos. Seguridad al resolver el problema.
✓ E.20: <i>Tuve que leer varias veces y hacerlo de manera lenta, porque no fui capaz de entender el problema (posibles errores) o captarlo de manera rápida, tuve que llevar la situación al contexto (posibles soluciones) escolar para que fuera fácil resolverla.</i>	Estrategias utilizadas:
✓ E.9: <i>Cuando estoy resolviendo el problema lo que se está buscando es la salida más factible que este pueda tener por eso no me concentro en la respuesta si no que el procedimiento sea consecuente. (aspectos de seguridad)</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Leer varias veces y de manera lenta.
✓ E.10: <i>Si porque para que uno pueda resolver algo, debe estar en un gran porcentaje seguro de lo que piensa utilizar para poder llevarlo a la práctica (procedimientos) y poder tener una posible respuesta.</i>	

En primera medida es importante ver como las respuestas dadas por los casos apuntan a mostrar elementos de evaluación, pero en su mayoría relacionados con la respuesta, y esto es entendible porque las prácticas de enseñanza se “enfocan más hacia la respuesta que hacia los procesos de comprensión” (Buitrago & García, 2012. Pág. 57). Aunque es oportuno aclarar que para el caso **E.9**, sus respuestas apuntan a mostrar un avance en torno a ver la evaluación como un proceso complejo.

Al respecto es válido recordar lo que significa la evaluación en el sistema educativo, para los estudiantes y para los docentes. En primer lugar la evaluación se considera como el asignar valor a algo (Cajiao, 2008) citando a Tenbrink (1981). En segundo lugar, significa identificar el progreso en el logro de unos objetivos propuestos, o averiguar el estado de algo con respecto a un parámetro (estándar) preestablecido. En general este es el sentido que se asigna con más frecuencia a la evaluación. (Cajiao et al). Siguiendo esta línea es posible ver en las respuestas de los casos, se ajustan más a conseguir un objetivo propuesto, inclusive sus argumentos están alrededor del cumplimiento de la actividad, como un compromiso académico dado y no como un proceso de reflexión referido a la naturaleza de las acciones y decisiones (Tamayo, 2006) necesarias para poder resolver un problema dado.

Para cerrar este análisis preliminar se presenta un diseño que resume lo encontrado en la primera parte de la investigación. (Ver Figura 6)

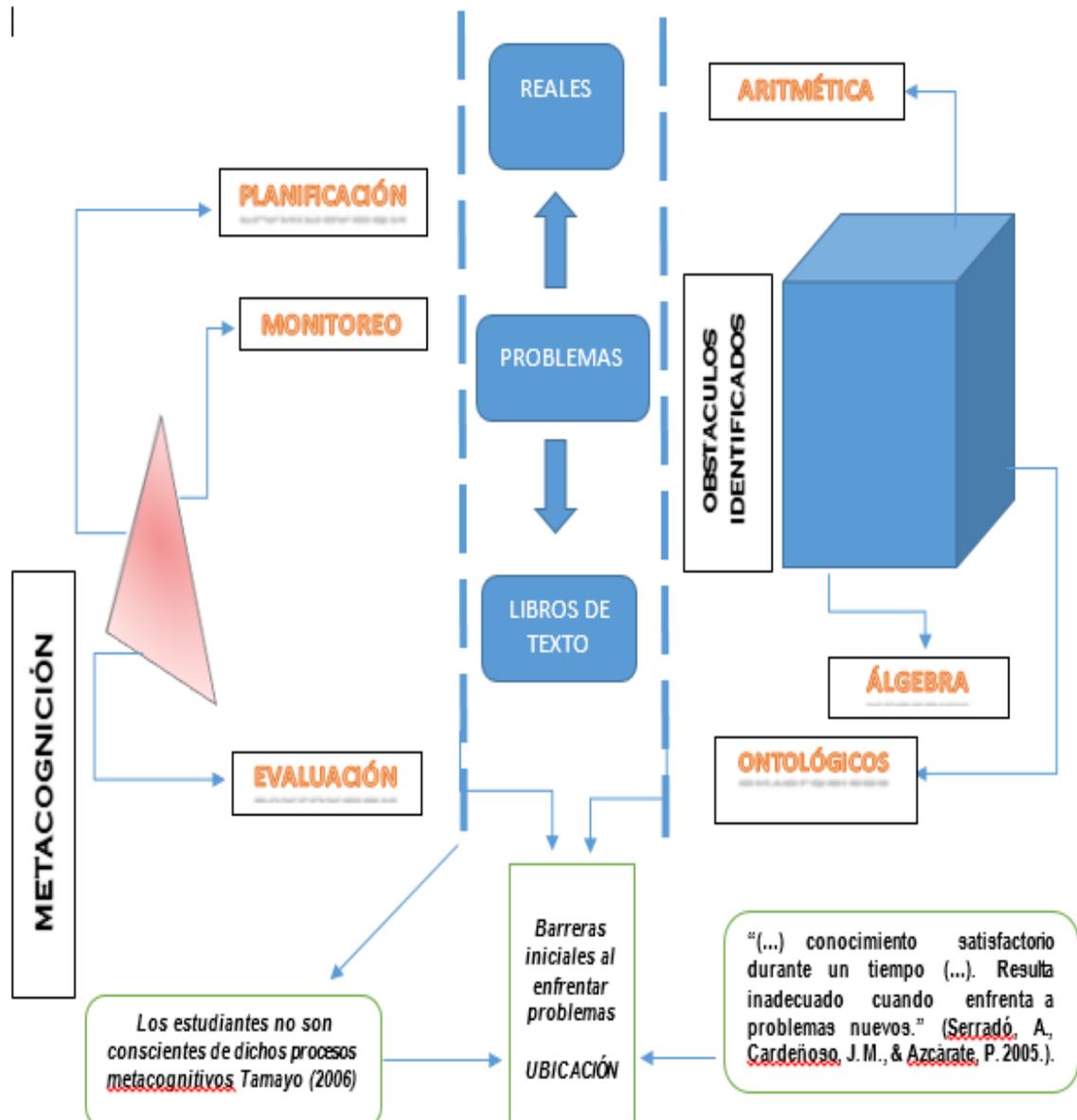


Figura 6 Esquema del Análisis del Momento de Ubicación

Fase N° 2. Regularidades en torno a la resolución de problemas, con las sugerencias dadas por el docente a los aspectos de planeación, control-monitoreo y evaluación.

Para esta parte del análisis es necesario en primera medida encontrar las regularidades en torno a cómo resuelven problemas los estudiantes, con la ayuda de sugerencias dadas por el docente relacionadas con aspectos de tipo metacognitivo, en particular con la regulación metacognitiva -en este caso- lo referente a; la planeación, el control-monitoreo y la evaluación, esto se llevó a cabo durante el momento de desubicación. Al respecto es importante resaltar lo que dice Curotto (2010) sobre la implementación de estrategias de orden metacognitivo por parte de los docentes y las implicaciones de ésta en los procesos de orden cognitivo. Es así que;

“(...) las estrategias meta-cognitivas, Brown (1987) son aquellas que intervienen en la regulación y control de la actividad cognitiva del individuo, optimizando los recursos cognitivos disponibles; se destacan tres principales: la planificación, la regulación y la evaluación (...). En primer aspecto, es necesario desarrollar estrategias metacognitivas, porque lleva a crear los medios para controlar el éxito de los esfuerzos del estudiante en aspectos cognitivos del aprendizaje (Baker, 1991)” (Curotto 2010, Pág. 15.).

De acuerdo a lo anterior, se hizo necesario definir acciones por parte del docente en el plano de las estrategias metacognitivas, porque estas permiten mejorar aspectos de orden cognitivo. Igualmente, debe existir un espacio de intervención donde el docente brinde las herramientas (conceptuales, procedimentales) a sus estudiantes para resolver los diferentes problemas. Este espacio se propició durante las sesiones de clase y dentro del momento de Desubicación de la unidad didáctica.

En segunda medida y como análisis final, se describen los cambios en los estudiantes al enfrentar situaciones problemas sobre proporcionalidad, al usar procesos de regulación

metacognitiva, esto se llevó a cabo durante el momento de reenfoque. Aclarado este aspecto se procede a desglosar el análisis en la fase N°2.

Análisis Actividad N°1. Resolver problemas con sugerencias del docente.

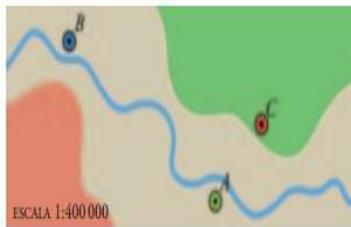
Momento de Desubicación.

Planeación

Para el momento de Desubicación para las actividades N°1 y N°2, las respuestas de los casos (E.2, E.9, E.10 y E.20) se agrupan en torno a las sugerencias dadas por el docente para resolver los problemas planteados. (Ver figura 7)

△△ Mide sobre el plano \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{AC} .

Averigua cuáles son las verdaderas distancias entre esos tres pueblos.



△△ Sabiendo que la distancia real entre A y B (en línea recta) es 6,4 km, halla la escala y las distancias reales \overline{BC} , \overline{CD} y \overline{AD} .



Figura 7 Actividades N°1 y N°2, del momento de Desubicación.

Fuente: Actividades de la Unidad Didáctica. (Ver Unidad Didáctica)

Estas sugerencias apuntan al aspecto de la planeación (Buitrago & García, 2012) citando a (Kapa, 2002) porque se necesita dedicar mucho tiempo para resolver el problema y desarrollar estrategias de control y monitoreo. Lo cual hace posible una relación entre; los problemas planteados, las tareas y los objetivos (Mazario & otros, 2009), debido a que los estudiantes logran descomponer los objetivos en tareas de realización progresiva, esto coincide con lo planteado por los modelos de Schoenfeld (1985) y de Mason, Burton y

Stacey (1989). Para que el proceso de análisis fuese coherente con lo anterior se llevó a cabo una relación “uno a uno” entre los indicadores para resolver problemas y las sugerencias dadas por el docente, para desarrollar aspectos de orden metacognitivo que coadyuven a resolver el problema planteado. (Ver Tabla 9):

Tabla 9 Relación entre los indicadores para resolver problemas y las sugerencias del docente.

INDICADORES	SUGERENCIAS RELACIONADAS CON PLANEACIÓN
✓ Identifica y define aspectos del problema.	✓ Observar
✓ Realiza lecturas detalladas y elabora preguntas.	✓ Realizar Lecturas
✓ Crea sus propias representaciones del problema.	✓ Modelar o Representar
✓ Piensa en diferentes estrategias para resolver el problema.	✓ Estrategias
✓ Ejecuta acciones claras para resolver los problemas.	✓ Posibles soluciones

Nota: Las indicadores se encuentran en las matrices de categorías.

Durante el desarrollo de la actividad N°1 del momento de desubicación (Ver Figura 7), se pudo establecer que de las sugerencias dadas por el docente y para todos los casos (**E.9, E.10 y E.20**) estos coinciden en realizar observaciones detalladas y a su vez se enfocan en la “descripción” de los elementos del problema, al respecto es necesario ver las respuestas más relevantes de los casos estudiados. (Ver Tabla 10)

Tabla 10 Respuestas de los casos en torno a las sugerencias dadas por el docente.

E.9.: “Observe dos problemas que constan de un mapa con unos puntos (...)

E.10. “En la primera foto observe una imagen satelital en la cual se señalan tres puntos A, B Y C, pero esta es una reducción con respecto a la realidad.

E.20. “En la imagen 1, puedo observar que me dan la escala de la imagen y me piden la distancia (...)”

Nota: Las respuestas tienen unos apartes en cursiva para facilitar al lector identificar la recurrencia y ubicarse en las categorías del estudio. (N.A)

Para los casos **E.10** y **E.20** evidencian un proceso de observación más amplio y tocan aspectos relacionados con el indicador: “Identifica y define aspectos del problema” en este caso la “**(E.20)** escala de la imagen...” y “**(E.10)**... reducción con respecto a la realidad”. Estos dos aspectos en particular permiten ver que los estudiantes empiezan a “mejorar” su comprensión del concepto de Proporcionalidad, en especial en el uso de la razón vista como escala y son capaces de identificar de manera anticipada lo que se requiere para resolver el problema. Al respecto es importante decir que se nota un progreso para tratar de resolver el problema, porque se identifica una posible actividad previa a la ejecución de una determinada tarea (Silva Cordoba, 2006). Igualmente es oportuno decir que los conceptos “ahora” no son vistos de forma aislada y sin conexión, (Romero, J., García, G., & Niño, I. 2008) donde afirman que; “(...) la proporcionalidad era un tema totalmente aislado, pero se han establecido algunas conexiones (...)” (Pág. 1)

Otro factor interesante y relevante de analizar es el relacionado con la creación por parte del estudiante de diferentes estrategias para resolver el problema. Aquí es importante mostrar que los casos; **E.2**, **E.10** y **E.20** (Ver Tabla 11) crean diferentes estrategias (siguiendo la sugerencia del docente) y a la vez resuelven el problema planteado, con la excepción del caso **E.9** que no logra

esbozar ninguna solución, pero plantea una estrategia. Al respecto en la figura 8, se ven las estrategias planteadas por caso E.20, para resolver la actividad planteada.

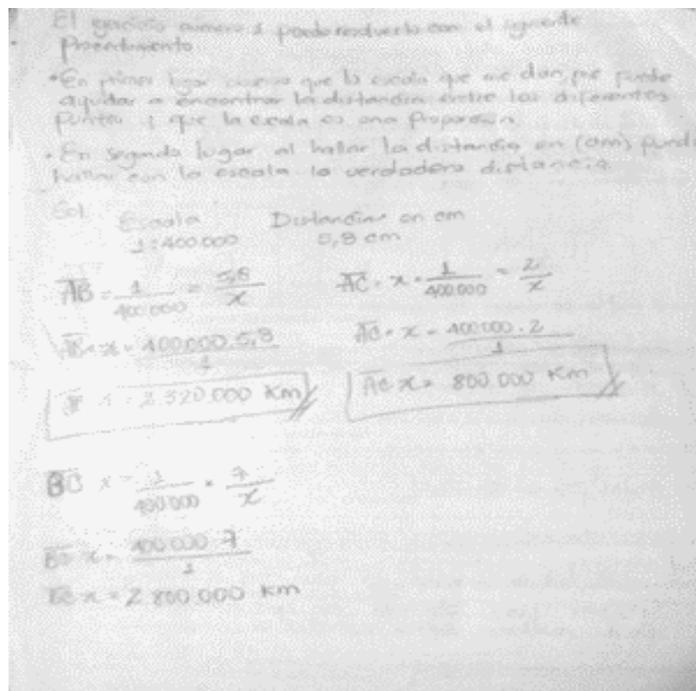
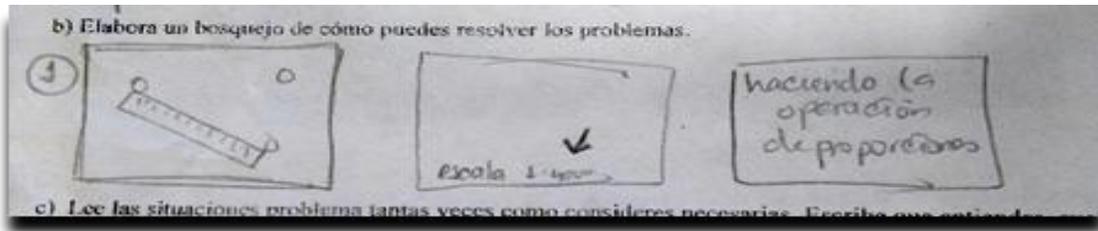


Figura 8 Estrategias del caso E.20 para poder resolver el problema.

Nota: Apartes de una respuesta del caso E.20 “(...) es medir y calcular por proporciones (...)”

Ante lo anterior es importante destacar como la relación entre la resolución de problemas y el uso de -sugerencias dadas, en este caso por el docente- relacionadas con las estrategias metacognitivas (Kershaw y Ohlsson, 2004; y Malmivuori, 2006) citado por (Martinez Fernandez, Tubau, Guilera, Rabanaque, & Sánchez, 2008) se desempeñaron como una serie de activadores metacognitivos porque le permite explorar sus conocimientos previos. Dos de los casos, se

enfocan en; realizar procesos de medición, plantear el uso de la escala y por último pretenden usar una proporción para encontrar las distancias pedidas en el problema. (Ver Tabla 11) Lo anterior les brinda posibilidad de focalizar la atención en las variables que deberán combinarse para dar solución al problema y ayudando de forma paralela a superar dificultades existentes en torno a la comprensión de los conceptos subyacentes en el problema.

Tabla 11 Respuestas de los casos en torno a plantear estrategias para resolver problemas.

SUGERENCIA

Piensa en diferentes estrategias para resolver el problema.

Estrategias planteadas en la Actividad N°1.

- ✓ **E.9.** “(...) hallar la distancia en cm... multiplicarla por la escala presente en el mapa. (...)”
- ✓ **E.20.** “(...) es medir y calcular por proporciones (...)”
- ✓ **E.10.** “(...) utilizar las cifras en formas de razones (...) Luego utilizare la regla de tres simple
- ✓ **E.2.** “(...) hacer un procedimiento más complejo y varias conversiones (...)”

Regularidades en Torno a las Estrategias Planteadas por los casos E.9 y E.20 :

Hallar la distancia en cm (medir).

Calcular Proporciones-Multiplicar por la escala (Usar los conceptos)

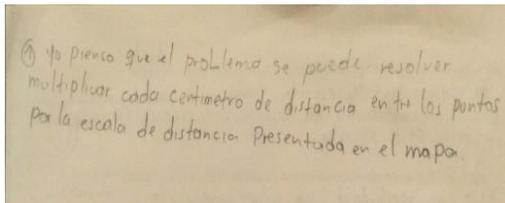
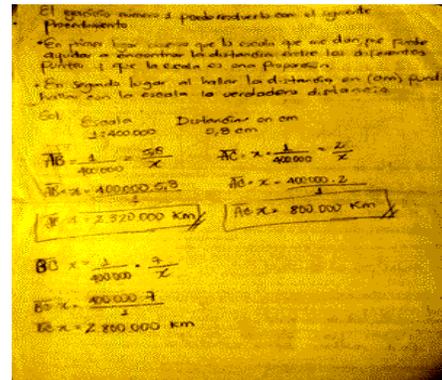
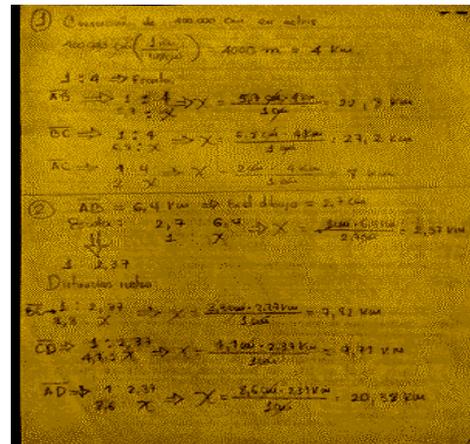
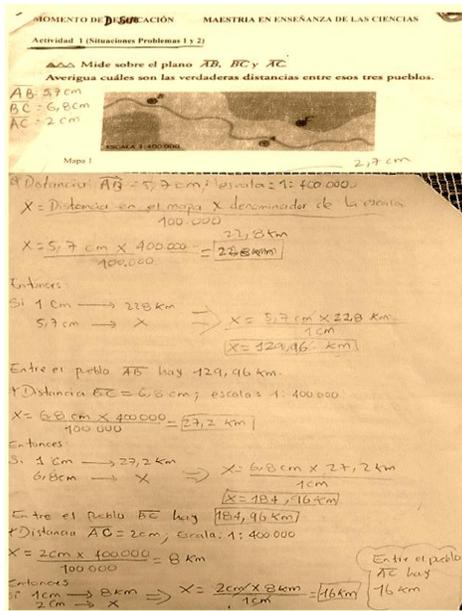
Total de Pasos en la estrategia: 3

Estrategias Planteadas por el caso E.10:

Utilizar la Razón. (convertir la escala 1:400.000 a 1:4)

Utilizar la “regla de tres simple” para encontrar las distancias

Soluciones al problema hechos por los casos (E.2, E.9, y E.10) en la Actividad N°1.



Regularidades en torno a las soluciones del problema por los casos E.2, E.9, E.10 y E.20:

- **E.2** resuelve el problema, pero presenta dificultades al no identificar la escala como una razón de 1:4. (1c.m = 4K.m). **la solución del problema es incorrecta**
- **E.9** no resuelve o no plantea una solución
- **E.10** Resuelve de forma correcta el problema. Primero realiza una conversión 1:400.000 a una razón 1 c.m = 4 K.m. Luego encuentra las distancias reales en el problema.
- **E.20** resuelve el problema, pero presenta dificultades al utilizar la escala 1:400.000. **La solución del problema es incorrecta, debido a que las unidades no corresponden.**

De lo anterior se puede decir que existe una característica general, los casos (E.2, E.10 y E.20) establecen “comparaciones” entre las diferentes razones, porque las ven como un todo y

de esta forma asocian las partes correspondientes para dar solución al problema, esto se debe a que las cifras o las cantidades tienen un carácter homogéneo (Ramirez Maciel & Acuña Soto, 2015) lo que permite que los casos, se acerquen a la solución del problema (con excepción del caso E.9) debido a que son capaces de plantear un “producto” entre las magnitudes intervinientes (ver tabla 11).

Para el caso **E.10** las estrategias, se convierten en un pilar importante porque le permite analizar su estructura conceptual (Buitrago, S., & García, L. 2012) en busca de una solución al problema planteado pasando de un aprendizaje mecánico a un aprendizaje más autónomo. Es notorio en primera instancia el uso de la proporción entre; la razón dada por la situación problema (1: 400.000) y una nueva razón establecida por el estudiante para hacer una conversión (1:100). Aquí es notorio que el estudiante logra entender la conexión de equivalencia que existe entre las dos razones e identifica las propiedades de invariancia de estas (Mochon, 2012). Y logra usarla en el problema al conservar la razón y rescribiéndola de otra forma. Es así, que logra primero convertir las distancias obtenidas por el en centímetros a kilómetros, como lo pide el problema, esto lo logra al multiplicar ambas cantidades por un mismo factor (Mochon et al) y resuelve satisfactoriamente el problema.

Control-Monitoreo y Evaluación.

En este punto es necesario analizar aspectos relacionados con el Control y Monitoreo. Ante esto se puede afirmar que las respuestas de los casos (**E.2, E.9, E.10 y E.20**), en primera medida no muestran evidencias en torno a revisar su trabajo y comprobar los objetivos planteados. Es importante decir, que los casos actúan de forma instintiva y no acuden a las acciones que les permitan ser coherentes con las estrategias de planeación (Buitrago, S., & García, L. 2012) esbozadas para poder resolver el problema dado.

En un segundo aspecto que destacar en torno a la subcategoría de Control y Monitoreo, las acciones del caso **E.10**, el cuál considera “importante” los procesos de Control, específicamente lo relacionado con el factor tiempo, que se convierte en parte fundamental para poder resolver un problema.

E.10: “Si es útil, porque nosotros mismos nos retamos al realizar tal actividad, *ya que nos colocamos un tiempo límite* en el que hay que pensar de manera rápida *para encontrar la solución a las problemáticas.*” (Respuesta tomada del instrumento de lápiz y papel, actividad N°1 del momento de desubicación)

El caso **E.10** establece una estrategia “implícita” sobre el control -en este caso sobre el tiempo- para realizar y resolver el problema relacionada más con la Autorregulación que con acciones de un monitor externo, que le indique en cuanto tiempo se debe resolver el problema. Esto se ajusta a lo que dice (Brown, 1987; Silva, 2004; Buitrago, S., & García, L. 2012): “Este proceso indica que buena parte del aprendizaje ocurre al interior de cada individuo, en ausencia de agentes externos. Precisamente es esta acción la que favorece de manera directa la autonomía en el aprendizaje.” (Buitrago et al, 2012. Pág. 70)

Ahora bien, otro aspecto que favorece la *autonomía del aprendizaje* (Brown, 1987 citado por Buitrago, S., & García, L. 2012) son los procesos relacionados con la evaluación ante esto es importante decir que todos los casos mostraron avances en torno a este ítem, debido a que establecieron pautas para: revisar los “objetivos” (en este caso lo que estaban haciendo), hacer preguntas para aclarar dudas y certeza de lo que se está haciendo. (Ver tabla 12)

Tabla 12 Respuestas en torno a plantear objetivos para resolver problemas.

Momento de Desubicación	<i>Nota</i>
Respuestas Actividad N°1.	<i>Tomado Nivel Establecido en la Tabla de categorización. Ver anexo Matriz de Categorización.</i>
E.2. <i>Si, consulte a algunos compañeros, compartimos e intercambiamos apuntes con respecto al tema y logramos darle solución a algunos puntos.</i>	Código 2 (Nivel de Evidencia): El estudiante muestra elementos y/o aplica estrategias de Regulación Metacognitiva que intervengan para resolver los problemas.
E.9. <i>Sí, en total necesite ayuda para intentar resolver el segundo mapa, más sin embargo, por más ayuda que recibí no pude resolver el problema.</i>	<i>Regularidades:</i> <ul style="list-style-type: none">• <i>Revisión de lo que hace con compañeros</i>• <i>Compartir información para resolver el problema</i>• <i>Certeza en las respuestas.(saber o no saber la solución del problema)</i>
E. 10. <i>Yo aprendí a relacionar cifras (razón), logre entender y realizar el cálculo para hallar la escala de alguna imagen y por supuesto afiance los conocimientos que tenía sobre como hallar una incógnita X, por medio de la regla de tres simple.</i>	<i>Estrategias utilizadas:</i> <ul style="list-style-type: none">• <i>Preguntas a compañeros y/o docentes.</i>• <i>Intercambio de apuntes.</i>• <i>Reflexión sobre lo que se hace.</i>
E.20. <i>Seguí las instrucciones del docente, pero sentí la necesidad de preguntarle al profesor.</i>	
E.20. <i>Aprendí a sacar la distancia de un diagrama con respecto a la escala.</i>	

Al analizar las respuestas dadas por los casos **E.2, E.9 y E.20** sus estrategias de evaluación colindan con estrategias de control y monitoreo, porque según (Miranda, 2005) citado por (Buitrago, S., & García, L. 2012) la evaluación es una habilidad que ayuda a realizar una reflexión en torno a; lo apropiado del plan, la eficacia de las estrategias y procedimientos utilizados. Las reflexiones se dan a la luz de estrategias propias de los estudiantes que van del plano externo (desde su autoregulación) hasta la ayuda implícita y explícita de un monitor o par que le facilite la corrección de errores y realizar la tarea. Ahora bien, las acciones tomadas por los casos muestran un gran avance en torno a las decisiones que toman los estudiantes, porque

dan pie a procesos de evaluación de sus resultados e igualmente se enfocan en establecer algunas estrategias eficaces (Tamayo, 2006), para resolver el problema como tal.

Análisis Actividad N°2. Resolver problemas con sugerencias del docente.***Momento de Desubicación.***

Continuando con el análisis observemos que sucede cuando los estudiantes se enfrentan a una situación no tomada de un texto, sino que los enfrenta con su realidad, como lo es la actividad N°2 del momento de Desubicación en la cual deben *realizar un mapa del barrio donde viven*, con los elementos conceptuales trabajados en la intervención hecha por el docente - incluyen sugerencias de “corte metacognitivo” para cumplir con la actividad. Para esto se sigue el proceso llevado a cabo en la actividad N°1, del momento de desubicación, es decir establecer una relación “uno a uno” entre los indicadores y las sugerencias (ver tabla 9).

Empezando con el indicador; “identifica y define aspectos del problema”, es importante decir que los casos (**E.2, E.9, E.10 y E.20**) presentan una regularidad y amplían de forma minuciosa la descripción de elementos, características y de aspectos necesarios para poder resolver el problema, de igual forma dejan entrever estrategias –con una estructura más elaboradas- para poder resolver el problema. (Ver Tabla 13 y 14)

Tabla 13 Respuestas en torno a identificar y definir aspectos del problemas.

SUGERENCIAS: Observar	SUGERENCIAS: Estrategias
INDICADOR: Identifica y define aspectos del problema.	INDICADOR: Piensa en diferentes estrategias para resolver el problema.
E.2. “En esta 1era. (Primera) calle de mi barrio hay 24 casas, 12 del lado izquierdo y 12 del lado derecho con unas dimensiones muy parecidas... ”	E.2. Ancho (aproximado) de las casas: 10 mts. Largo (aproximado) de las casas: 30 mts. En total hay 7 calles, con 24 casas cada una.
E.9. “(...) este observo plantas, puertas, ventanas. Elaboradas con materiales como el cemento, bloque y estas están trazadas por ciertas medidas.”	E.9. Las calles de 400 mts. Y 6 de ancho.
E.10. “(...) Primero que todo medí el frente de mi casa, luego observe el número de casas que hay en frente y por la hilera donde se encuentra mi vivienda. ... observé tamaños y las comparé con la medida del frente de mi casa, así calcule aproximadamente su medida.”	E.10. El largo del barrio es 77,9 mts y el ancho... E.20. Según la escala es más grande pero no más grande que el barrio Versalles.
E.20. “ Mi casa mide 10 mts. De frente. Existen casas más grandes que otras. Hay un puente. Existen diferentes métodos para hallar las dimensiones que conforman el lugar. Con exactitud en mi calle (carrera 15) hay 38 casas”	<i>Regularidades en Torno a las Estrategias Planteadas por los casos E.2, E.9, E.10 y E.20</i>
<i>Regularidades en Torno a las Estrategias Planteadas por los casos:</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Estiman cuán grande es el barrio. • Miden las casas, de frente y de ancho. Estiman el tamaño de las calles.
E.2 y E.9. Descripciones de materiales, estimaciones de cantidades.	
E.10. y E.20. Medición y comparación.	

Tabla 14 Respuestas en torno a identificar y definir aspectos del problemas.

Momento de Desubicación	<i>Nota</i>
<p>Respuestas Actividad N°2.</p> <p>Identifica y define aspectos del problema.</p> <p>E.2. Cartógrafo: Realizan Mapas. Cartografía: Representar en un plano la superficie de la tierra. Regla: Necesaria para determinar las distancia y la escala. Proporcionalidad: base para dibujar mapas y planos.</p> <p>E.9. Escala = para determinar las distancias entre cada sector. Cartógrafo = Para diseñar el mapa. Regla = Para <i>indagar el tamaño original de las casas del barrio</i> y proporción.</p> <p>E.10. Los conceptos que utilizaría serían: <i>Escala y Razón</i>, debido a que las razones <i>la tomaría a la hora de relacionar el tamaño de mi mapa con el tamaño real</i>, haciendo de esto una división o un cociente, entonces aquí también estaría poniendo en práctica el concepto de escala.</p> <p>E.20. Escala - proporciones - porcentajes - gráficos - Razones -planos.</p>	<p>Tomado Nivel Establecido en la Tabla de categorización. Ver anexo Matriz de Categorización.</p> <p>Código 2 (Nivel de Evidencia): El estudiante muestra elementos y/o aplica estrategias de Regulación Metacognitiva que intervengan para resolver los problemas.</p> <p><i>Regularidades:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifica Conceptos. • Determina instrumentos para realizar el mapa. • Determina como utilizar los conceptos en la elaboración del mapa. • Búsqueda de conceptos asociados.

Los casos **E.10** y **E.20** al momento de enfrentarse a un problema de mayor complejidad y de la vida real como lo es, la elaboración de un mapa del barrio donde viven, coinciden en explicar con detalles lo que observan, plantear “estrategias” y definir conceptos claves que les ayuden a resolver el problema para (Buitrago & García, 2012) estos casos intentan: “compensar sus dificultades con la resolución de problemas por medio del uso de estrategias de planeación.” (Pág.46). De igual forma al realizar una observación minuciosa, logran –nuevamente, como en la actividad N°1- identificar elementos indispensables para poder resolver el problema. Es de notar que en este caso, llevan una secuencia paso a paso, es la cual tiene una mayor graduación de

utilidad según el problema en la que se aplica. (López, V. S., Portolés, J. J. S., & Gómez, Á. 2011, Pág. 144). En este caso, el problema permite desarrollar una estructura basada en “secuencias” y las estrategias que se planteen desde el inicio se vuelven fundamentales para poder avanzar en la solución del problema.

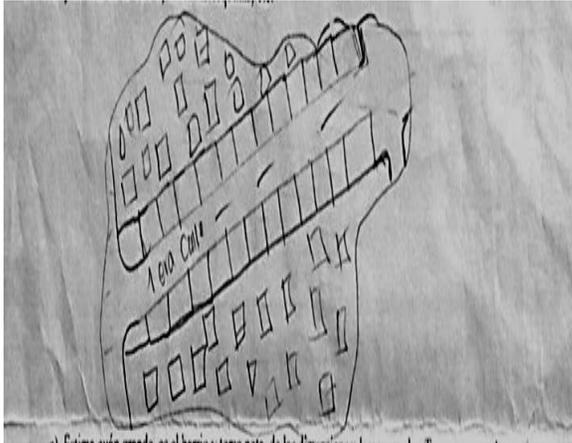
Al respecto (Martinez Fernandez, Tubau, Guilera, Rabanaque, & Sánchez, 2008) plantean lo relevantes que son las estrategias metacognitivas para resolver problemas, y que estas se evidencian de forma clara cuando se tratan problemas de solución incremental, es decir, problemas cuya dificultad reside mayormente en la planificación y control (Metcalf y Wiebe, 1987) citados por (Martinez Fernandez et al).

En los casos **E.2** y **E.9** las descripciones se van al punto de mostrar las cantidades y realizan estimaciones en torno a las dimensiones, a los materiales con los que están elaboradas las casas del barrio donde viven. Estas últimas descripciones parecen importantes para los estudiantes, porque tocan aspectos, del plano de la emotividad (Auque, 2006) y dan la “impresión” de sentir cercano el problema, ante esto se puede decir que los aspectos emotivos, brindan elementos para ayudar a la resolución del problema. En este punto del análisis es necesario aclarar que este aspecto no se tocó en el marco del trabajo de investigación.

Volviendo a los casos **E.10** y **E.20**, se puede observar que las respuestas apuntan en primera medida a mostrar aspectos relacionados con la medición, comparación y la estimación – de las casas-, para luego determinar el tamaño de las calles del barrio. Ante esto, es importante resaltar que las respuestas dadas apuntan a la forma en cómo se construye y cómo se entiende la noción de proporcionalidad y ellas son: la comparación y la variación (Mochon Cohen, 2012.

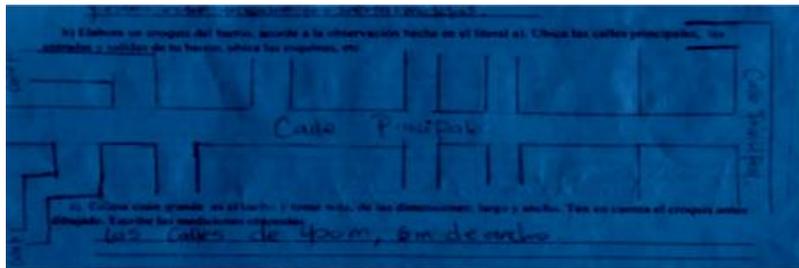
Pág.134). Ahora bien estas estrategias se ven reflejadas en la elaboración de modelos o bosquejos de la actividad (ver tabla 15)

Tabla 15 Modelos elaborados para resolver los problemas.



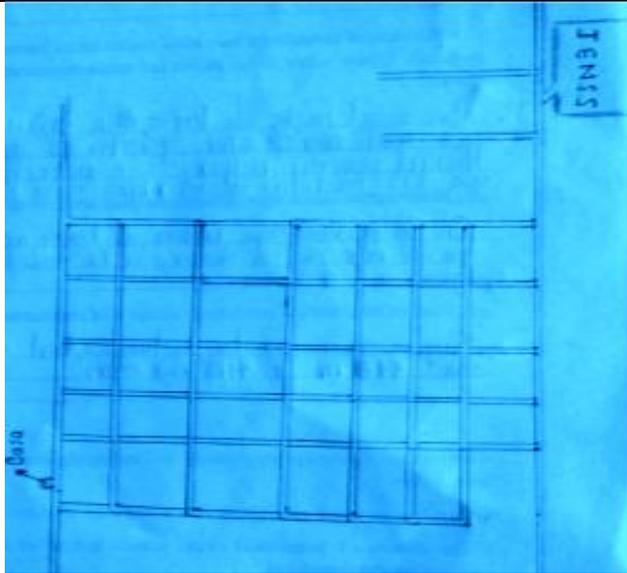
E.2

E.9



Regularidades en Torno a los bosquejos o modelos Planteadas por los casos E.2, E.9, E.10 y E.20

- Los bosquejos son acordes a las observaciones.
- Bosquejos muy generales.
- No cuentan con medidas, ni comparaciones.
- No usan el concepto de razón, para construir una escala.
- Bosquejos sin referencias de distancias.



Ahora al observar las respuestas en torno a los procesos de regulación metacognitiva y relacionados con la subcategoría de planeación en este punto de la actividad N°2 del momento de desubicación, es importante observar que los casos (*E.2*, *E.9*, *E.10* y *E.20*), muestran una regularidad en torno a que los bosquejos o modelos se basaron más en la intuición y desechan de antemano las estrategias planteadas en los pasos anteriores. Esto pone de manifiesto una relación emergente entre la

regulación metacognitiva y los conocimientos metacognitivos, puesto que la planeación depende directamente de los conocimientos (Buitrago, S., & García, L. 2012) que tengan los casos sobre los conceptos de proporcionalidad. En esta situación, ningún caso utilizó conceptos como: medición, estimación, escalas y/o proporción, los cuales son útiles para construir el modelo o mapa del barrio en este caso, aunque si los identificaron como importantes para la realización de los mapas.

Para concluir esta parte del análisis se hace necesario mostrar: en primera medida un cuadro con un paralelo entre los dos tipos de problemas que se llevaron a cabo en el momento de desubicación y las estrategias de regulación metacognitiva utilizadas, para poder resolver los mismos. (Ver Tabla 16: resolución de problemas y regulación metacognitiva). Y en segundo lugar un esquema que orienta el proceso de análisis en este momento de desubicación. (Ver Figura 9. Esquema del Análisis del Momento de Desubicación.)

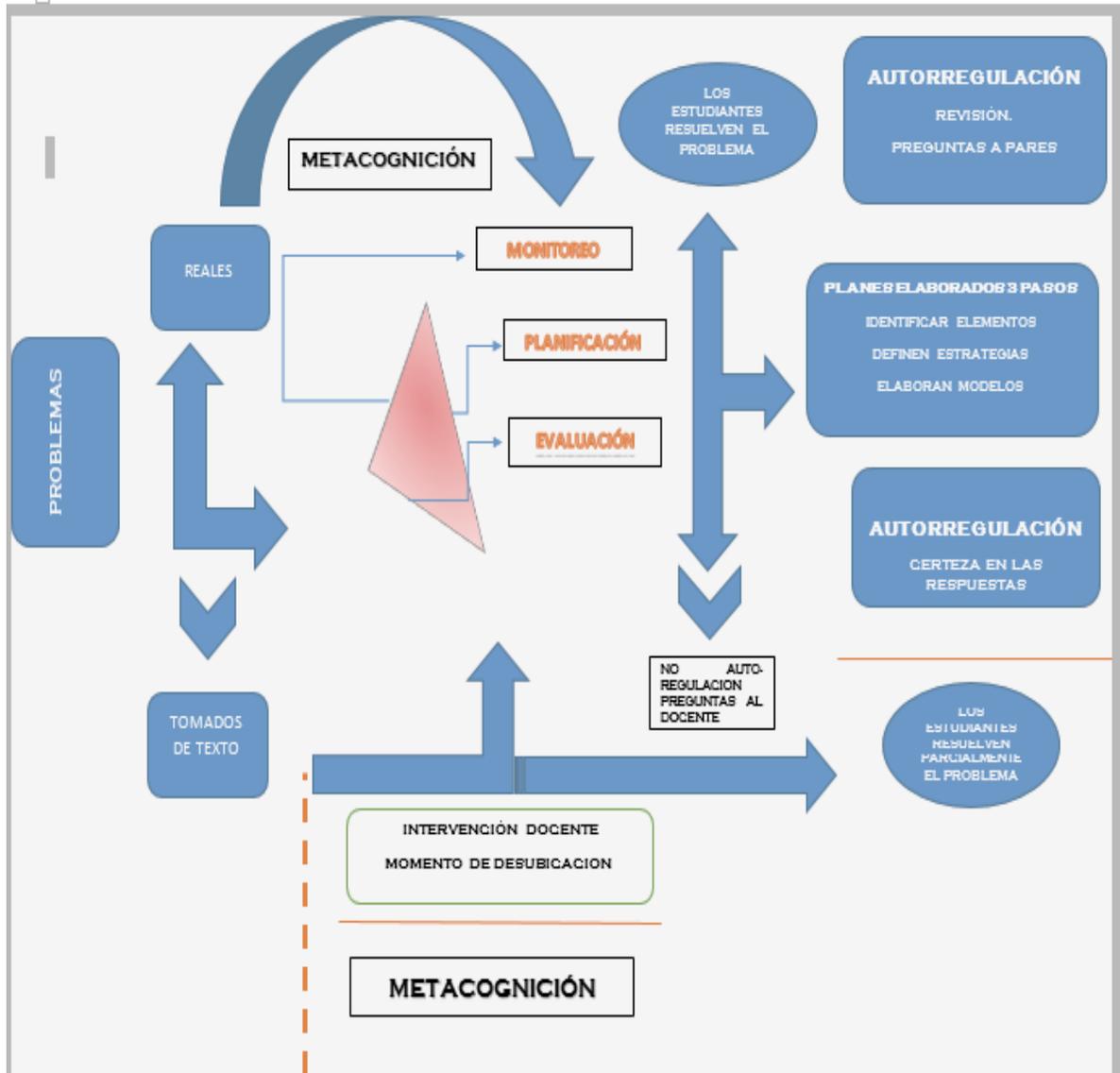


Figura 9 Esquema del Análisis del Momento de Desubicación

Tabla 16 Matriz de correspondencia entre Resolución de Problemas y Regulación Metacognitiva

<i>Resolución De Problemas</i>		<i>Regulación Metacognitiva</i>	
Desubicación	Nivel x (No resuelve el problema)	Nivel + (resuelve el problema)	
Problema Actividad n°1	<i>E.2, y E.20 No Resuelven de forma correcta el problema.</i>	Observaciones. El problema es tomado de un texto.	<p>Observaciones. Todos los casos plantean estrategias en torno a la CATEGORIA REGULACIÓN METACOGNITIVA. E.2, E.9, E.10 Y E.20</p> <p><i>Subcategoría; Planeación</i></p> <p><i>Planes Elaborados. -Mínimo de dos Pasos.-</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Identifican Elementos. (Conceptos, Razón y Proporción)</i> • <i>Definen Estrategias.(Medir Distancias Con la Regla, Multiplicar por la escala)</i> <p><i>Subcategorías; Control-Monitoreo y Evaluación.</i></p> <p><i>Autorregulación.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Revisión. (por medio de preguntas a pares o docentes)</i> • <i>Comparten información.</i> • <i>Certeza en las respuestas. (saber o no saber la solución del problema)</i>
	<i>E.9 No plantea ninguna solución</i>	<i>E.10 Resuelve de forma correcta el problema.</i>	
Problema Actividad n°2 desubicación		Observaciones. El problema es “real”	<p>OBSERVACIONES. Todos los casos plantean estrategias en torno a la CATEGORIA REGULACIÓN METACOGNITIVA. E.2, E.9, E.10 Y E.20</p> <p><i>Subcategoría; Planeación</i></p>
		<i>E.2, E.9, E.10 y E.20 Resuelven de forma parcialmente el problema.</i>	

Elaboran mapas de los barrios pero no utilizan los conceptos de razones y proporciones, para dibujar correctamente el mapa del barrio donde viven.

Planes Elaborados. -Mínimo de tres Pasos.-

- *Identifican Elementos. (Conceptos, Razón y Proporción, Búsqueda de conceptos asociados para realizar la actividad)*
- *Definen Estrategias. (Medir Distancias Con la Regla, Multiplicar por la escala)*
- *Elaboran Modelos propios (bosquejos para elaborar el mapa)*
- *Determina como utilizar los conceptos en la elaboración del mapa.*

*Subcategorías; **Control-Monitoreo y Evaluación.***

Autorregulación.

- *Revisión. (por medio de preguntas a pares o docentes)*
 - *Comparten información.*
 - *Importancia al Tiempo (Lo asume como indispensable, pero aun no determina como usarlo)*
 - *Certeza en las respuestas. (saber o no saber la solución del problema)*
-

Análisis sobre la Descripción de Cambios al Resolver Problemas sobre Proporcionalidad Utilizando Procesos de Regulación Metacognitiva

Momento de Reenfoque.

En esta parte del análisis, es necesario decir que en el momento de desubicación, se llevaron a cabo una serie de estrategias de intervención por el docente que propiciaron avances significativos, en la resolución de problemas sobre proporcionalidad, gracias al desarrollo por parte de los estudiantes de estrategias de regulación metacognitiva en particular en los aspectos de: planeación y monitoreo.

Una de las estrategias de intervención que permitió un proceso de cambio, fue la de observar un video sobre escalas y proporción. Aquí se dinamizaron discusiones en torno a la comprensión de los conceptos; razón, proporción y proporcionalidad y sus diferentes usos en la vida real. En estas conversaciones surgieron expresiones como la dada por el caso **E.2**, el cual manifiesta textualmente; “Sí, aprendí, ya que este tema no lo manejaba muy bien”, a la pregunta de ¿qué había aprendido con el video y qué te gusto del mismo? (pregunta hecha por el docente, como forma de control al momento de ver el video. Vale aclarar que la respuesta también fue consignada en los instrumentos de lápiz y papel aplicados para la actividad N°2, del momento de Desubicación)

Para continuar mostrando los cambios originados en los estudiantes, se muestran a continuación las respuestas de los estudiantes a las subcategorías de regulación metacognitiva; planeación, monitoreo y evaluación, al enfrentarse a un problema de la vida real, como lo es dibujar el plano del primer piso del edificio del Programa de Formación Complementaria (P.F.C.) de la Institución Educativa Normal Superior de Sincelejo. (Este se encuentra en la Unidad Didáctica en el momento de reenfoque. Ver Actividad N°1 del Momento de Reenfoque).

Con relación a las respuestas dadas por los casos (*E.2, E.9, E.10 y E.20*), se evidencio un cambio en torno a la forma de “planear” las acciones para resolver el problema, pasando de estrategias de 2 o 3 pasos, a estrategias elaboradas -con más de 3 pasos- para identificar elementos conceptuales y comprender el problema (Buitrago, S., & García, L. 2012). Para notar esto es oportuno ver las respuestas (ver tabla 17) de los estudiantes al solicitarles dos acciones puntuales; la primera que *escribieran las acciones que llevarian a cabo para poder cumplir con la tarea de elaborar los planos del primer piso del P.F.C.* y la segunda que contestaran la pregunta sobre, *¿Utilizaste otra estrategia diferente a la planteada por el profesor para iniciar a resolver el problema? Explica que hiciste.* (Ambas acciones se encuentran en el momento de reefoque)

Tabla 17 Respuestas sobre estrategias para realizar los planos.

Momento de Reenfoque Planeación.	<i>Nota</i>
Indicador: Piensa en diferentes estrategias para resolver el problema.	<i>Tomado Nivel Establecido en la Tabla de categorización. Ver anexo Matriz de Categorización.</i>
E.2. 1°. Observar, medir, hacer un croquis, establecer una proporción, establecer una razón. Usar cinta métrica y regla.	Código 2 (Nivel de Evidencia): El estudiante muestra elementos y/o aplica estrategias de Regulación Metacognitiva que intervengan para resolver los problemas.
Si, buscamos ayuda de tutoriales, videos, etc.	
E.10. (...) observar, medir. Croquis o boceto teniendo en cuenta las medidas. Luego elijo o identifico la escala y así empiezo a dibujar mis planos relacionando las medidas reales con la de la escala.	<i>Regularidades: Planes elaborados más de tres pasos</i>
... me vi en <i>la tarea de hacer uso de mis capacidades y habilidades mentales, además de mis pre-saberes.</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Observar. • Medir. • Identificar elementos conceptuales.
E.20. Observar, hacer un croquis, medir., tomar el tiempo, establecer proporción y escalas.	<ul style="list-style-type: none"> • Crear Modelos o Bosquejos. • Buscar Herramientas • Utilizar los pre-saberes • Tomar el tiempo.

Se pudo notar, que los estudiantes esbozan planes más elaborados porque se ven enfrentados a una situación “compleja”, donde necesitan de un proceso de planeación y control (Martinez Fernandez, Tubau, Guilera, Rabanaque, & Sánchez, 2008) sobre las acciones a tomar para poder resolver dicho problema. Al comparar, (Ver tabla 18) los planes elaborados por los casos se nota, como adquieren relevancia las estrategias de regulación metacognitiva, en este caso la planeación.

Tabla 18 Matriz de comparación (Ubicación-Desubicación-Reenfoco)

Momento de Ubicación. Planeación.	Momento de Desubicación. Planeación.	Momento de Reenfoco Planeación.
Indicador: Piensa en diferentes estrategias para resolver el problema.	Indicador: Piensa en diferentes estrategias para resolver el problema.	Indicador: Piensa en diferentes estrategias para resolver el problema.
(E.2); “SI.- <i>El plan que utilizamos fue el de la proporción...</i> ”	E.9. “(...) observo plantas, puertas, ventanas...trazadas por ciertas medidas.”	E.2. 1°. <i>Observar, medir, hacer un croquis, establecer una proporción, establecer una razón. Usar cinta métrica y regla.</i>
(E.9); “Si. <i>Básicamente en encontrar la solución de la situación...</i> ”	E.10. “(...) medí el frente de mi casa, luego observe el número de casas que hay en frente y por la hilera...así calcule aproximadamente su medida.”	E.10. (...) <i>observar, medir. Croquis o boceto ... identifico la escala</i> ... me vi en <i>la tarea de hacer uso de mis capacidades y habilidades mentales, además de mis pre-saberes.</i>
(E.10); “Si. <i>El plan que utilizamos para hallar el número de galletas fue que por cuatro galletas se necesitan 6 botellas.</i> ”	E.20. “Mi casa mide 10 mts Hay un puente. ...Con exactitud en mi calle (carrera 15) hay 38 casas”	E.20. <i>Observar, hacer un croquis, medir., tomar el tiempo</i> , establecer proporción y escalas.
(E.20); Sí, <i>prácticamente pensé en realizar campañas que ayudaran a concientizar...</i>	<i>Cantidad de estrategias: 2 a lo sumo.</i>	<i>Cantidad de estrategias: 3 como mínimo.</i>
<i>Cantidad de estrategias: 1 a lo sumo.</i> <i>Las estrategias se basan en encontrar la respuesta del problema.</i>	<i>Las estrategias se basan en encontrar la respuesta, muestran elementos de utilizar conceptos para resolver el problema.</i>	<i>Las estrategias son variadas, entre ellas; identifican elementos de los conceptos, utilizan sus pre-saberes, plantean el uso de modelos propios para resolver el problema, etc.</i>

Es importante resaltar un elemento que surge al analizar los cambios en los estudiantes al enfrentar situaciones problemas sobre proporcionalidad, usando procesos de regulación metacognitiva, y se relaciona con la capacidad de expresar sus ideas sobre el problema planteado. Al observar las respuestas se puede afirmar que los estudiantes pasan de un acervo limitado y condicionado, en otras palabras, estos realizaban “traducciones” al lenguaje cotidiano y esto a su vez se convertía en un tipo de representación o interpretación del problema (Buitrago, S., & García, L. 2012) Por ejemplo, al tomar el caso **(E.2)**, y analizar sus respuestas sobre sus estrategias o planes (Ver cuadro Comparativo), pasa de expresar o escribir; “El plan que utilizamos fue el de la proporción...” a “*Observar, medir, hacer un croquis, establecer una proporción, establecer una razón. Usar cinta métrica y regla.*”

En la primera respuesta se nota que el estudiante relaciona “el Plan” con el concepto subyacente, es decir, su plan es el de resolver la situación problema planteada. Esto da a entender, su dificultad para comprender el concepto de proporcionalidad. Esto se nota al tomar otra respuesta dada por el caso **E.2**, donde se infiere que los conceptos no presentaban mayor significado y eran vistos de forma aislada al afirmar que los; “conceptos ahí planteados lo hemos manejado muy poco” (afirmación tomada del instrumento de lápiz y papel de la actividad N°2 del momento de desubicación). Esto reafirma lo difícil que es comprender el concepto de proporcionalidad Godino & Batanero (2002) en especial en los adolescentes.

Ahora bien en el marco de la unidad didáctica se plantearon situaciones problemas, que se resolvieron con estrategias metacognitiva asociados a la regulación, en estas se notó que **(E.2, E.9, E.10 y E.20)** mejoraron su capacidad de expresar ideas, de esbozar planes y de realizar asociaciones, debido a la interacción entre la regulación metacognitiva y la situación problema. Esta interacción propicia niveles de estructuración simbólica y de lenguaje matemático, elementos básicos en la construcción de conceptos matemáticos (Obando & Múnera, 2003). Volviendo al ejemplo

(E.2) y teniendo en cuenta lo anterior, se puede decir que en el momento de reenfoque, el estudiante mejora sus niveles de estructuración, al plasmar ideas de forma clara, identificar elementos conceptuales del problema y al usar un “lenguaje” apropiado para poder dar solución al mismo.

Entre los cambios importantes, vale destacar el que se presenta en la estructura de las estrategias de regulación metacognitiva, especialmente el que se relaciona con el diseño de planes. Estos hacen el tránsito de tener una estructura simple; de un solo paso, con un objetivo definido, el cual es solucionar el problema a tener una estructura mucho más elaborada, con diferentes “pasos” u acciones que le permiten al estudiante ser productivo en términos de resolver el problema. En las primeras estructuras de “planeación” no hay una ruta de acción definida, se actúa más por intuición, que por reflexión sobre el que se va hacer, basando su proceder en el ensayo y en el error (Buitrago, S., & García, L. 2012). Entre tanto, que en los “planes” elaborados en el proceso final de la aplicación de la Unidad didáctica, se ven reflejados aspectos como, la definición de estrategias, la elección de herramientas y la definición de un objetivo, lo cual lo lleva a ser más productivo y eficaz ante la situación que se le plantea. (Silva Cordoba, 2006. Pág. 84).

Continuando con el análisis en torno a los elementos del diseño de planes, es importante resaltar que en torno a los procesos de lectura, se recalco el uso de esta como; estrategia de comprensión, para procesar la información y como primera actividad de análisis, esto lo llevan a cabo a través de la repetición y de leer de forma más “lenta”. Estos aspectos, de planeación relacionados con la lectura, fueron transversales durante todo el proceso de investigación, porque los problemas propuestos a lo largo de la Unidad Didáctica, vincularon de forma “implícita” un reto de mayor profundidad, que les originaron procesos de exploración y de interpretación (Peñalva, 2010)

Pasando a otro punto importante en torno a los cambios al enfrentar situaciones problemas sobre proporcionalidad, usando procesos de regulación metacognitiva, se dio en el plano de la creación de sus propias representaciones sobre el problema. En este aspecto fue donde hubo el mayor impacto, porque en términos generales se pasó de No realizar diseños acordes a la situación, a diseñar secuencias de bocetos, a modelar los problemas e inclusive a mejorar y reestructurar los bosquejos iniciales. Para observar esto con detalle se muestran los modelos creados o diseñados por los estudiantes al resolver los problemas planteados, durante los tres momentos de la unidad didáctica. (Ver Figuras 10, 11 y 12) en las Tablas 19, 20 y 21.

Tabla 19 Diseños hechos en el momento de Ubicación por los estudiantes.

Momento de Ubicación.

Planeación.

Indicador: Crea sus propias representaciones del problema.

(E.2, E.9 y E.20. Respectivamente)

Modelos No acordes o con errores. Modelos Sencillos basados en la Intuición. Un Caso no realizó modelos para el problema planteado.

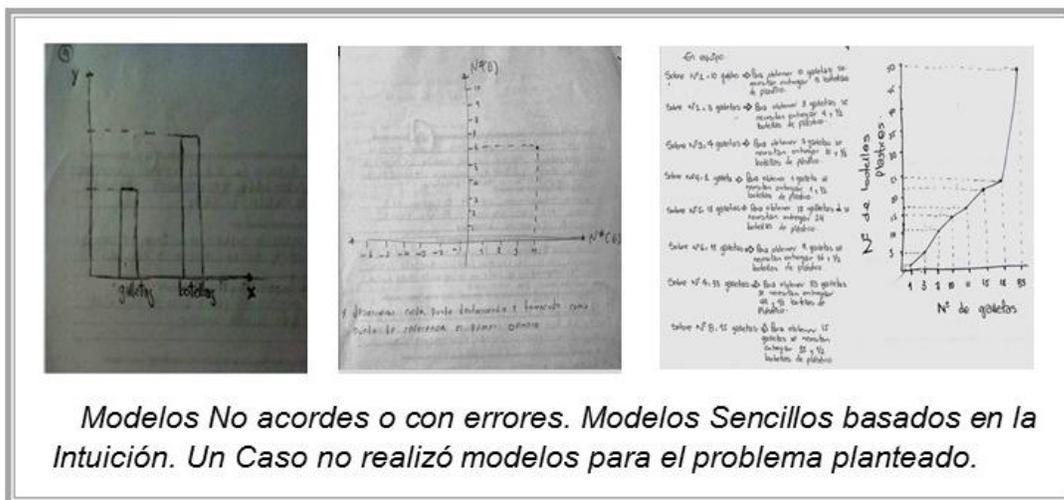


Figura 10 Esquema del Análisis del Momento de Ubicación

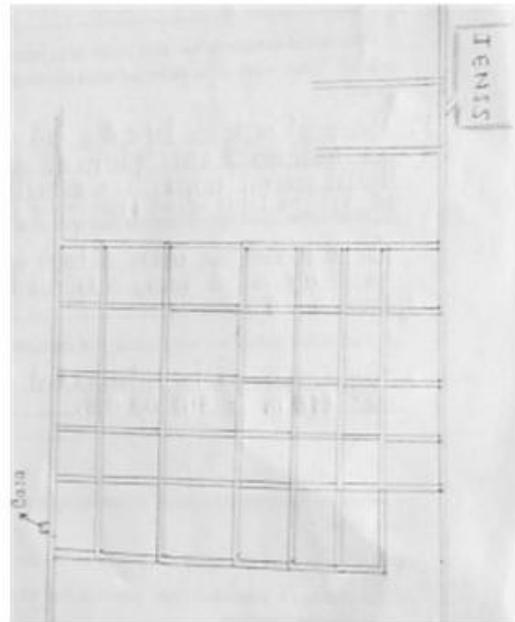
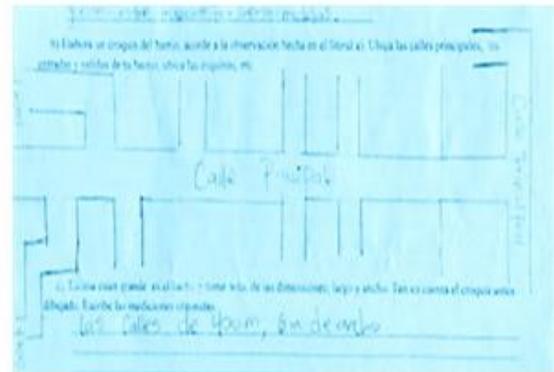
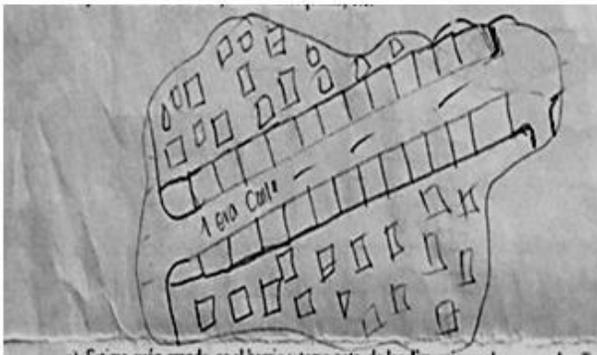
Tabla 20 Modelos Hechos en el Momento de Ubicación por los Estudiantes.

Momento de Desubicación.

Planeación.

Indicador: Crea sus propias representaciones del problema.

(E.2, E.9, E.10. E.20. Respectivamente)



*Modelos acordes, con más detalles, basados en la Observación.
Todos los Casos realizaron modelos para el problema planteado.*

Figura 11 Esquema del Análisis del Momento de Desubicación

Tabla 21 Modelos Hechos por los Estudiantes en el Momento de Reenfoque.

Momento de Reenfoque.

Planeación.

Indicador: Crea sus propias representaciones del problema.

E.2, E.9, E.10. E.20. Respectivamente)

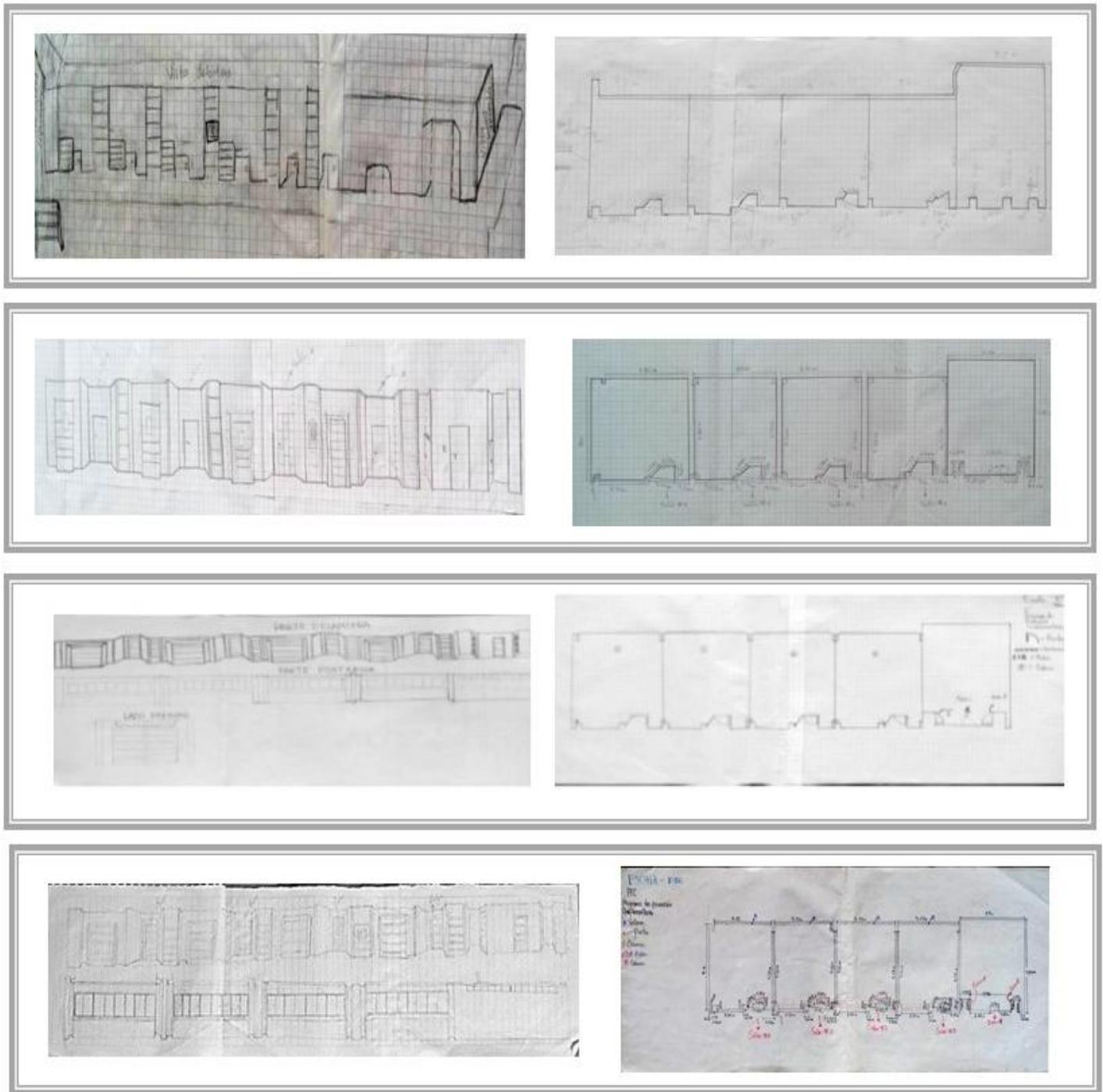


Figura 12 Comparaciones entre los modelos iniciales y finales hechos por los estudiantes.

Al observar los modelos elaborados por los estudiantes en la actividad de reenfoque, en todos los casos (*E.2, E.9, E.10. E.20.*) se notó, un cambio significativo debido a que el problema les exige pasar de los modelos de repetición dados por el docente a la búsqueda de caminos que lo lleven por sí mismo a la construcción de nuevos conocimientos (Buitrago, S., & García, L. 2012). Ahora bien, todos los casos se dieron a la tarea de trazar un primer bosquejo, basado en la observación lo cual coincide con sus respuestas al momento de diseñar una estrategia, por ejemplo el caso (**E.2**) plantea en sus primeros pasos realizar una observación, medir, y hacer un croquis. Aquí el caso parte no solo de su propia estructura conceptual, sino que desarrolla de forma consciente una reflexión que le permite generar esos nuevos aprendizajes y desarrollar así su pensamiento matemático. (Buitrago et al).

Es importante resaltar que todos los casos lograron realizar el plano del bloque del edificio, solo el caso (**E.2**) no establece las medidas usando una escala, ni tampoco determina el uso que le da al concepto de proporción. Ante lo anterior, es válido mencionar que el estudiante le solicita ayuda a un compañero, como parte de su estrategia. De acuerdo, a esto se puede decir que las estrategias de planeación se relacionan estrechamente, con las actividades de monitoreo Brown (1987). Los modelos usados permiten inferir que se utilizaron diversos elementos, más sencillos que los reales (Peñalva, 2010), para darle significado al problema “comprimiendo” relaciones entre los objetos y los resultados.

Siguiendo con el análisis de los cambios generados en los estudiantes al enfrentar situaciones problemas con el uso de estrategias relacionadas con la regulación metacognitiva, es oportuno decir que la actividad de crear los planos del edificio del P.F.C, logró desarrollar en los estudiantes aspectos de reflexión en torno a su aprendizaje y de evaluación de sus saberes. Ante esto es interesante observar las regularidades en torno a las respuestas de los casos estudiados.

El realizar preguntas a los compañeros, fue la actividad más recurrente aplicada por los estudiantes para aclarar dudas y tener certeza de lo que se hacía. Es así que las acciones, que desarrollan los estudiantes le permiten verificar la coherencia de los resultados que va consiguiendo (Tamayo, 2007). Esto se nota en afirmaciones como; **E.2 y E.9** (respectivamente): “...solicite la opinión a uno de mis compañeros con respecto a mi trabajo” y “necesite ayuda de mis compañeros”. En estos casos, se notó una evolución al aceptar la figura de un “monitor”, el cual los orientaba para poder desarrollar de forma correcta el problema dado, esto coincide con lo planteado por Mason, Burton y Stacey (1989) donde sugieren acudir, a un agente “externo” que le brinde estrategias apropiadas para resolver el problema y a la vez sirva de control al proceso.

A su vez, también se dieron situaciones donde los casos encontraban la regulación o el monitoreo en ellos mismos, esto se nota en las respuestas de los casos **E.10 y E.20** (respectivamente): “...no, ya que en esta actividad es muy similar a las anteriores por lo que ya conozco los pasos a seguir para hacer dicho trabajo, tengo las bases que me facilitan la realización” y “(...) no sentí duda alguna”, aquí es posible ver como los estudiante actúan de su propio monitor y logran dirigir los procesos para poder dar solución al problema Blanco (1996).

Por último es importante notar el cambio a reconocer que han aprendido durante el proceso. Uno de esos cambios es el reconocimiento del uso de la escala y la proporción como herramientas necesarias para poder construir copias u hacer planos. Ahora bien, esto muestra un aspecto subyacente en cada uno de los casos (**E.2, E.9, E.10. E.20.**), los cuales logran reflexionar sobre sus saberes – Desarrollan Autoevaluaciones- y a su vez son capaces de identificar elementos conceptuales, logran diseñar estrategias que van desde; la verificación, rectificación y la revisión de las estrategias (Tamayo, 2006).

Conclusiones y Recomendaciones

Entre las conclusiones que dejó este estudio se destacan:

La existencia de obstáculos de tipos epistemológicos y ontológicos en torno a la comprensión del concepto de Razón. De los obstáculos epistemológicos, se encuentra uno relacionado la concepción tomada de la aritmética, que dificulta la comprensión del concepto de razón, porque genera en los estudiantes errores al tomar solo aspectos de orden numérico donde relacionan procesos de orden aditivo, de medición y de cálculo de áreas y perímetros, desconociendo que dicha relación se mueven desde el orden aditivo y multiplicativo y dejan de lado la concepción de ver las razones como la cantidad de una magnitud que se relaciona con una unidad de la otra.

Otro obstáculo epistemológico, surge en las bases del álgebra, los cuales generan en los estudiantes un proceso lleno de suposiciones en torno a las magnitudes, donde se dan por sentado que las relaciones son de tipo directamente proporcional o inversamente, lo que los lleva a utilizar la regla de tres, como herramienta para resolver el problema y utilizan expresiones de tipo algebraico que impiden el desarrollo de razonamiento de tipo proporcional.

Se presentan dificultades en torno a cómo razonan los estudiantes y al como tratan de darle significado al concepto para poder resolver el problema, originando obstáculos de tipo ontológico porque desarrollan estrategias propias para resolver un problema y las que utilizan las toma de los libros de texto.

Los problemas basados en situaciones reales originan cambios en los estudiantes, al punto de lograr desarrollar estrategias de regulación metacognitiva relacionadas específicamente con la planeación, monitoreo y evaluación.

Las situaciones problema de texto no ayudan a generar estrategias de regulación metacognitiva, porque son situaciones que se resuelven con conocimientos memorísticos y con algoritmos.

De las estrategias de regulación metacognitiva que usan los estudiantes al afrontar problemas sobre proporcionalidad basados en situaciones reales, se destaca la planeación como la más desarrollada, porque permite establecer acciones claras para poder resolver el problema.

Los problemas sobre proporcionalidad basados en situaciones reales permiten mejorar la capacidad de la estructura de las estrategias de regulación metacognitiva, especialmente en lo que se relaciona con el diseño de planes. Los planes transitan de una estructura simple; de un solo paso, con un objetivo definido a tener una estructura compleja, con diferentes acciones que les permiten a los estudiantes ser productivos en términos de resolver el problema.

Las estrategias de regulación metacognitiva al ser aplicadas propician una interacción entre la estructura simbólica del concepto de proporcionalidad y el lenguaje matemático usado por los estudiantes.

Los procesos de evaluación como parte de las estrategias de regulación metacognitiva, son muy difíciles de generar en los estudiantes sin importar el tipo de situación problema al que se enfrenten.

Las situaciones problemas que se resuelven con el uso de estrategias de regulación metacognitiva –planeación, monitoreo y evaluación– logran desarrollar en los estudiantes aspectos de reflexión en torno a su aprendizaje y de evaluación de sus saberes. Éstos presentaron cambios en torno a su proceso de aprendizaje, destacándose el reconocimiento del concepto de proporción y del uso de la escala en particular como herramientas que permiten la reflexión sobre sus saberes, en aspectos como; la autoevaluación, la identificación de elementos conceptuales y el diseño de estrategias propias que incluyen; la verificación, rectificación y la revisión de las estrategias.

Algunas recomendaciones que deja esta investigación:

En primer lugar es necesario desarrollar un proceso de investigación a profundidad sobre los obstáculos epistemológicos y ontológicos que se originan en el proceso de enseñanza aprendizaje sobre proporcionalidad, debido a que en éste solo se alcanzan a tocar algunos aspectos.

En segundo lugar es necesario ampliar los trabajos sobre regulación metacognitiva y su incidencia en la resolución de problemas enfocados a otros conceptos de las matemáticas, como puede ser el estudio de las razones trigonométricas.

REFERENCIAS

- Aravena, M., Kimelman, E., Micheli, B., & Torrealba, J. (2006). *Investigación Educativa I* (Vol. I). (Universidad Arcis, Ed.) Santiago De Chile: Universidad Arcis.
- Auque, M. D. (2006). El papel de la inteligencia y de la metacognición en la resolución de problemas (Doctoral dissertation, Universitat Rovira i Virgili).
- Batanero, C., & Godin, J. D. (2002). Proporcionalidad manual para el estudiante. In P. EduMat, *Matemáticas y su didáctica para Maestros* (pp. 417-443). Madrid: Proyecto de Investigación y Desarrollo del pensamiento.
- Blanco, J. L. (1996). La resolución de problemas. Una revisión teórica. *Suma 21*, 11-20.
- Buitrago Molina, S. M., & García Castro, L. I. (2012). Procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas matemáticos (Doctoral dissertation).
- Cajiao, F. (2008). Informe general sobre evaluación del aprendizaje: Análisis de la problemática planteada en las diversas regiones del país y recomendaciones [en línea]. Bogotá (Colombia): Ministerio de Educación.
- Cano, M. (2011). *Análisis del uso de conceptos y procedimientos de proporcionalidad en la resolución de problemas de física, y propuestas didácticas con tecnología*. Tesis de Maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto politecnico, Departamento de matematicas, Mexico.
- Castro, E. (2008) Resolución de Problemas Ideas, tendencias e influencias en España. Ponencia Congreso investigación en Educación Matemática. Badajoz España.

- Chevallard, Y. (1998). *La transposición Didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. (A. Editores, Ed., & C. Gilman, Trans.) Buenos aires, Argentina: Aique Grupo Editor.
- Corral, A. (1987). El aprendizaje de la estrategia de comparación de proporciones. *Infancia y Aprendizaje*, 10(37), 33-43.
- Crippa, A. I., Grimaldi, V., & Machunias, M. V. (2005). *La proporcionalidad*. Buenos Aires: DGC y E. Secretaria de Educación de Buenos Aires.
- Curotto, M. (2010). La metacognición en el aprendizaje de la matemática. *Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología*, 12-18.
- Davidson, J. E.; Sternberg, R. Smart problem solving: how metacognition helps. In: HACKER, D. J.; GRAESSER, A. C.; DUNLOSKY, J. (Ed.). *Metacognition in educational theory and practice*. The educational psychology series Mahwah: Lawrence Erlbaum, 1998. p. 47-69.
- De Oleza, L. C. (1989). La adquisición de la noción de proporcionalidad según diferentes tipos de estructuras multiplicativas por el niño de 8 a 11 años. *Anuario de psicología/The UB Journal of psychology*, (42), 83-102.
- Diaz Barriga, F. (2003). Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo. (U. A. México, Ed.) *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 5(2), 105-117.
- Doménech, M. (2004). El papel de la inteligencia y de la metacognición en la resolución de problemas. Publicaciones Universidad Rovira I Virgili, Tarragona.

- Evertson, C. M., & Grenn, J. (2008). Antología de Métodos Cuentitativos. En Varios, *la investigación de la enseñanza II* (Vol. II, págs. 174-187). Chihuahua, México: Centro de Investigaciones CID.
- Flavell, J. H.: «First discussant's comments. What is memory development?», en *Human Development*, 14 (1971), pp. 272-278.
- García Salord, S., & Vanella, L. (2008). Del Dato a la Teoría, por los Estudios de Caso. Normas y valores en el salón de clases. *MÉTODOS CUANTITATIVOS APLICADOS 2*, 102.
- García Salord, Susana y Vanella, L. Valores y práctica escolar cotidiana: Una alternativa de intervención. *Revista Latinoamericana de estudios educativos, CEE*, Vol. XVI 3 y 4 trimestre 1986.México.
- Georghiadis, P. (27 de FEBRUARY de 2004). From the general to the situated: three decades of metacognition. (T. & Group, Ed.) *INT. J. SCI. EDUC*, 26(3), 365-383.
- Hacker, D. J.; Dunlonsky, J.; Greasser, A. C.: *Metacognition in educational theory and practice*. Hillsdale, NJ, Erlbaum, 1998
- Hacker, D., Dulonsky, J., & Grasser, A. (2009). A Growing Sense of "Agency". En D. Hacker, J. Dulonsky, & A. Grasser, *Handbook of Metacognition in Education* (págs. 1-6). New york: Taylor & Francis.
- Jaramillo, S., & Osses, S. (Diciembre de 2012). Validación de un instrumento sobre metacognición para estudiantes de segundo ciclo de educación general básica. *Estudios Pedagógicos*, XXXVIII(2), 117-131.

- Kilpatrick, J., Gomez, P., & Rico, L. (1998). *Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes, Resolución de Problemas, Evaluación e Historia*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericana.
- López, V. S., Portolés, J. J. S., & Gómez, Á. (2011). Control de la comprensión durante la lectura de textos de ciencias en inglés. ¿ Están preparados los estudiantes universitarios españoles para integrarse en el Espacio Europeo de Educación Superior?. *Didáctica de las ciencias experimentales y sociales*, (25), 149-163.
- Martínez, E. C. (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. In *Investigación en educación matemática XII* (p. 6). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Mason, J., Burton, L. y Stacy, K. (1988): *Pensar matemáticamente*. Madrid, Labor-MEC.
- Mazario Triana, I., Sanz Cabrera, T., & Hernández Camacho, R. (2009). *Reflexiones sobre un tema polémico: La resolución de problemas*. La Habana: Editorial Universitaria.
- Medina Carballo, M. (N.A). Reflexiones sobre el discurso desde una perspectiva integradora. *Acotaciones*, 1-13.
- Mochon Cohen, S. (2012 йил Abril). Enseñanza del razonamiento proporcional y alternativas para el manejo de la regla de tres. (G. Santillana, Ed.) *Educación Matemática*, 24(1), 133-157.
- Monereo, C. (1990) Las estrategias de aprendizaje en la educación formal: enseñar a pensar y sobre el pensar. *Revista Infancia y Aprendizaje*.
- Muria, I. (1994) La enseñanza de las estrategias de aprendizaje y las habilidades metacognitivas. *Perfiles Educativos*, No. 65. Universidad Nacional Autónoma de México, México, D. F.

- Obando, G. Vasco, C. y Arboleda, L. (2014) Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad: un estado del arte. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Cali, Colombia.
- Oller Marcén, A. (2012). *Proporcionalidad Aritmética: Una propuesta Didáctica para Alumnos de secundaria*. Tesis Doctoral, Universidad de Valladolid, DEparatmento de Didactica de las CCSS y de las CCEE, Valladolid.
- Oller, A., & Gairin, J. M. (2013). La génesis histórica de los conceptos de Razón y proporción y sus posterior aritmetización. *Revista latinoamericana de Matemática Educativa*, 317-338.
- Ortiz, C. (2012) Curso investigación cualitativa. Universidad Nacional Abierta y a Distancia – UNAD- Escuela de Ciencias Sociales Artes y Humanidades. Programas de Comunicación Social y Psicología. Colombia.
- Peñalva Rosales, L. P. (2010). Las matemáticas en el desarrollo de la metacognición. *Política y cultura*, (33), 135-151.
- Piaget, J. (1970). *Genetic Epistemology*. New York: Columbia University Press.
- Polya, G. (1979). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas. [Versión original 1945].
- Quintana Peña, A. (2006). Metodología de Investigación Cualitativa. *Tópicos de Actualidad. Psicología*, 48-84.
- Rodriguez Quintana, E. (2005). *Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico*. Tesis Doctoral, Universidad Complutense de Madrid, Departamento de Psicología Evolutiva y Educación, Madrid.
- Romero, J., García, G., & Niño, I. (2008). El papel de los textos escolares de matemáticas en la implementación de los lineamientos curriculares: el caso del razonamiento multiplicativo.
- Ruiz, A. (1995) *Historia y Filosofía de las Matemáticas*. Costa Rica. U.C.R

- Santos Trigo, M. “La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica” del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Cinvestav-IPN, de la ciudad de México.
- Sánchez Ordoñez, E. (2013) Razones, proporciones y proporcionalidad en una situación de reparto: una mirada desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*.
- Schraw, G., y Dennison, R. (1994). Assessing metacognitive awareness. *Contemporary Educational Psychology*, 19, 460-475. doi: 10.1006/ceps.1994.1033.
- Serradó, A., Cardeñoso, j. M., & Azcárate, P. (2005). Los obstáculos en el aprendizaje del conocimiento probabilístico: su incidencia desde los libros de texto. *SERJ EDITORIAL BOARD*, 59.
- Stake E, R. (2009). Investigación con estudios de caso. En C. d. ocencia (Ed.), *Antología de Metodos Cuantitativos Aplicados* (Vol. II, págs. 114-133). Chihuahua, Mexico: Centro de Investigación y docencia. CID.
- Swokowski, E. W. (1989). *Calculus with analytic geometry. Cálculo con geometría analítica/*. Tamayo Alzate, Ó. E., & Sanmartí, N. (2001). Evolución conceptual desde una perspectiva multidimensional. *Universitat Autònoma de Barcelona*.
- White, B., Frederiksen, J., & Collins, A. (2009). The Interplay of Scientific Inquiry. More than a Marriage of Convenience. En D. J. Hacker, J. Dunlosky, & A. C. Graesser, *Handbook of Metacognition* (págs. 175-206). New York: Taylor & Francis e-Library.
- Wilson, J. H., & Izquierdo, J. (2015). Metacognición y comprensión oral en L2. Estudio en nivel universitario. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*.

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Matriz Inicial. Identificación de Obstáculos.	58
Tabla 2 Matriz Evidencias de Regulación Metacognitiva.	59
Tabla 3 Matriz de Relación Entre Resolución de Problemas y Regulación Metacognitiva. ..	60
Tabla 4 Respuestas a las preguntas P.4 de los casos (E.2) , (E.9) , (E.10) y (E.20) tomadas de la Matriz de Evidencias de Regulación Metacognitiva.....	74
Tabla 5 Respuestas a las preguntas P.7 de los casos (E.2) , (E.9) , (E.10) y (E.20) tomadas de la Matriz de Evidencias de Regulación Metacognitiva.....	76
Tabla 6 Respuestas a las pregunta P.10 de los casos (E.2) , (E.9) , (E.10) y (E.20) tomadas de la Matriz de Evidencias de Regulación Metacognitiva.....	79
Tabla 7 Respuestas a las pregunta P.11 de los casos (E.2) , (E.9) , (E.10) y (E.20) tomadas de la Matriz de Evidencias de Regulación Metacognitiva.....	80
Tabla 8 Respuestas a las pregunta P.6 de los casos (E.2) , (E.9) , (E.10) y (E.20) tomadas de la Matriz de Evidencias de Regulación Metacognitiva.....	84
Tabla 9 Relación entre los indicadores para resolver problemas y las sugerencias del docente.	89
Tabla 10 Respuestas de los casos en torno a las sugerencias dadas por el docente.	90
Tabla 11 Respuestas de los casos en torno a plantear estrategias para resolver problemas.....	92
Tabla 12 Respuestas en torno a plantear objetivos para resolver problemas.	96
Tabla 13 Respuestas en torno a identificar y definir aspectos del problemas.....	99
Tabla 14 Respuestas en torno a identificar y definir aspectos del problemas.....	100
Tabla 15 Modelos elaborados para resolver los problemas.	102

Tabla 16 Matriz de correspondencia entre Resolución de Problemas y Regulación Metacognitiva	106
Tabla 17 Respuestas sobre estrategias para realizar los planos.	109
Tabla 18 Matriz de comparación (Ubicación-Desubicación-Reenfoque).....	110
Tabla 19 Diseños hechos en el momento de Ubicación por los estudiantes.....	113
Tabla 20 Modelos Hechos en el Momento de Ubicación por los Estudiantes.....	114
Tabla 21 Modelos Hechos por los Estudiantes en el Momento de Reenfoque.....	115

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Fases Del Diseño Metodológico	42
Figura 2 Ruta Metodológica Cualitativa.....	44
Figura 3 Respuesta Estudiante N°9.....	63
Figura 4. Rompecabezas	64
Figura 5 Respuestas de los estudiantes E. 2, E. 9 y E. 20	70
Figura 6 Esquema del Análisis del Momento de Ubicación	86
Figura 7 Actividades N°1 y N°2, del momento de Desubicación.....	88
Figura 8 Estrategias del caso E.20 para poder resolver el problema.	91
Figura 9 Esquema del Análisis del Momento de Desubicación.....	105
Figura 10 Esquema del Análisis del Momento de Ubicación	113
Figura 11 Esquema del Análisis del Momento de Desubicación.....	114
Figura 12 Comparaciones entre los modelos iniciales y finales hechos por los estudiantes.	116
Figura 13 Cartel N°1. Unidad Didáctica Momento de Ubicación	138
Figura 14 Rompecabezas Unidad Didáctica Momento de Ubicación	142

Figura 15 Uso de la escala. Momento de Desubicación Unidad Didáctica	148
Figura 16 Uso de la escala. Momento de Desubicación Unidad Didáctica	148
Figura 17 Fotos bloques IENSS. Unidad Didáctica. Momento de Reenfoque	158

ANEXO 1

ESTRUCTURA DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Introducción.

Existe un concepto que para todos los maestros de matemáticas es fundamental a la hora de resolver algún problema, este es el de proporcionalidad. Debido a que, en él convergen categorías u otros conceptos -por llamarlos así-como; el de razón, el de proporción, el de magnitudes directamente proporcionales o inversamente proporcionales. En este sentido, diseñar una Unidad Didáctica basada en resolución de problemas sobre proporcionalidad, es una tarea bastante difícil y si adicionalmente se pretende caracterizar las reflexiones Metacognitivas que intervienen en dicho proceso, lo es aún más. En este sentido se puede decir, que estas categorías y el concepto de proporcionalidad son primordiales para resolver situaciones de la vida cotidiana, porque en ocasiones la actitud y el control sobre las emociones influyen a la hora de resolver un problema en nuestro diario vivir, e igualmente el conocimiento teórico es necesario para dar respuesta rápida a una situación.

Ahora bien, el resolver problemas tienen varios enfoques, los últimos especifican sobre la importancia de las actitudes Blanco (1996) citando a De Guzman; “(...) la actitud adecuada

para abordar un problema debe caracterizarse por la confianza, la tranquilidad, la disposición para aprender, etc. (...). Otros hablan sobre la importancia del control para poder resolver un problema, entre estos están los modelos de Schoenfeld y el de Mason, Burton y Stacy, cada modelo muestra como el control o mejor el autocontrol, es una categoría importante a la hora de resolver un problema.

Debido a esto el diseño de la Unidad Didáctica, debe enfocarse a problemas que generen en los estudiantes procesos de Autocontrol y donde se evidencien, no solo los Heurísticos (Blanco, 1996), si no los procesos de control, para esto es necesario como plantea Mason, Burton y Stacy citados por (Blanco et al.): “(...) puede desarrollarse siempre que demos ocasión al análisis (...)” (Pág. 15). En este sentido, se diseña una serie de problemas prácticos que obliguen a los estudiantes, a realizar procesos de análisis y rompan las cadenas sistemáticas usadas para resolver un problema.

Para esto es necesario, como primer momento de la Unidad Didáctica enfrentar al estudiante a conceptos elementales relacionados con la proporcionalidad, en este caso se diseñaran actividades relacionadas con los conceptos; de razón, proporción y magnitudes proporcionales.

Descripción de Criterios para elaborar la Unidad Didáctica.

Los criterios utilizados para diseñar la Unidad Didáctica sobre resolución de problemas de proporcionalidad, que se tuvieron en cuenta fueron: la historia y la epistemología del concepto, los obstáculos, las Regulaciones Metacognitivas y el uso de múltiples lenguajes. El primer criterio se tiene en cuenta, debido a la génesis del concepto de proporcionalidad, el

cual se encuentra situado a través de la historia en el intercambio de mercancías o trueque (Oller & Gairin, 2013), para esto se diseñan actividades que incluyan las variables; Magnitudes (en los problemas se utilizaran tanto continuas como discretas), Acción al intercambiar y Conceptualización (uso apropiado de los conceptos).

Para el segundo criterio, es necesario utilizar problemas que rompan con los aprendizajes declarativos abstractos y descontextualizados, conocimientos inertes, poco útiles (Diaz Barriga, 2003). Los problemas auténticos, necesitan ser coherentes con la realidad, significativos al tener sentido al momento de resolverlos y propositivas (Diaz Barriga et al), en las cuales se espera propuestas alternativas, que rompan las estructuras ya establecidas. De esta forma es posible encontrar en los estudiantes, no solo las dificultades en torno al momento de resolver un problema, o las técnicas utilizadas para dar respuestas en palabras de (Blanco, 1996), los heurísticos. Si no que es posible, determinar las dificultades en torno a la comprensión del concepto –en este caso de proporcionalidad-, así como, también es posible identificar las dificultades en torno a los aspectos metacognitivos.

En lo relacionado con el uso de múltiples lenguajes, el diseño de la Unidad Didáctica debe permitir la expresión como fuente alterna para poder resolver un problema y a su vez sirve como insumo para analizar las diferentes características de interpretación de los problemas y sus respectivas soluciones. Así mismo, el diseño de las actividades deben estar enfocadas a la utilización de diferentes formas de ver un mismo concepto. Para este caso es necesario ver como se interpreta el concepto de razón en primera instancia, cuando se dan ejemplos solo numéricos o se dan actividades del concepto de razón para resolver una situación desde la geometría. Este aspecto de la Unidad Didáctica, se relaciona con lo que los psicólogos cognitivos han estudiado concretamente, el discurso Medina Carballo (2004).

Pero también es importante mostrar, los procesos estratégicos que los usuarios aplican al momento de resolver situaciones problemas y a la comprensión de los diferentes tipos de discurso. Así mismo, es necesario entender como estos utilizan el discurso para construir significado o sentido al nuevo conocimiento. Medina Carballo (2004)

Descripción de Objetivos de Enseñanza y Aprendizaje de la Unidad Didáctica.

El objetivo general de la Unidad Didáctica gira en torno a la comprensión del concepto de proporcionalidad por parte de los estudiantes, para ser utilizado en la resolución de problemas auténticos teniendo en cuenta la Regulación Metacognitivas (Planeación, Monitoreo y Evaluación) como parte de intervención en la solución del mismo.

Objetivos de enseñanza y aprendizaje.

Para poder desarrollar la Unidad Didáctica se hace necesario tener unos objetivos relacionados con el ejercicio de enseñar, y al respecto estos objetivos deben apuntar en primera medida a; Identificar el concepto de razón, en los ámbitos más usuales; en el aritmético, como una relación ordenada de dos magnitudes y como el cociente de dos números. Así mismo, el estudiante debe ser capaz de inferir e identificar una proporción, desde el punto de vista aritmético, como la igualdad entre dos razones. Por último se espera, que sea capaz de aplicar dichos conceptos en la solución de problemas auténticos, utilizando sus propias heurísticas y sus propias reflexiones metacognitivas, para dar cuenta de sus obstáculos u avances.

Tiempo de ejecución y grado de enseñanza de la Unidad Didáctica

El tiempo establecido para desarrollar la unidad didáctica sera de dos meses, y se llevará a cabo con los estudiantes de grado 10° vespertino, los cuales son 38 en su mayoría niñas.

Formas de trabajo de la Unidad Didáctica

Para el desarrollo de la Unidad Didáctica se tiene establecido trabajar en primera instancia de manera individual, para así poder identificar los obstaculos, epistemológicos y ontológicos que se presentan al momento de resolver un problema auténtico sobre proporcionalidad. Despues de realizada la prueba piloto e identificadas las dificultades se tiene planeado desarrollar, trabajo de tipo individual y luego de tipo colaborativo, para así poder recolectar y comparar información importante sobre como son capaces de resolver un problema los estudiantes.

Momentos de la Unidad Didáctica.

Momento de Ubicación.

El momento de ubicación se tomara como prueba piloto donde se diseñaran situaciones autenticas relacionadas con las siguientes temáticas:

- a) La razón
- b) Proporciones

Situación Problema N° 1 Objetivos.

Como primer objetivo se tiene pensado que el estudiante identifique una situación de intercambio, como la idea intuitiva de razón. En segundo lugar, se pretende introducir a los estudiantes a un tipo de razonamiento multiplicativo, con la idea de entender la razón como la relación entre dos magnitudes.

Situación Problema 1

En la Institución Educativa Normal Superior de Sincelejo, se vive una situación particular con el uso de los residuos sólidos. La mayoría de los estudiantes, arrojan a la basura material reciclable y/o reutilizable, como lo son los envases plásticos de refrescos, jugos y gaseosas. Así mismo, se ven por el suelo de la institución muchas bolsas de agua, lo que genera un problema de contaminación. Ante esta realidad, un colectivo de docentes y los señores de los kioscos han decidido realizar una campaña con una empresa de reciclaje, para así incentivar a los estudiantes a reciclar y/o reutilizar el material generado en la institución.

Para esto, se idearon los siguientes carteles:

Cartel N° 1



Figura 13 Cartel N°1. Unidad Didáctica Momento de Ubicación

Metodología

Par desarrollar la actividad se seguirá el siguiente ciclo de aprendizaje:

Se organizan los estudiantes por equipos de trabajo de 4 personas donde a cada grupo se le entregan 8 sobres sellados con un número en su interior que hace alusión, al número de galletas que se obtendrán al buscar la cantidad adecuada de botellas de plástico desocupadas.

Los sobres tienen los siguientes números:

Sobre N°1: 10 galletas

Sobre N°3: 7 galletas

Sobre N°5: 18 galletas

Sobre N°2: 3 Galletas

Sobre N°4: 1 galleta

Sobre N°6: 11 galletas

Sobre N°7: 33 galletas

Sobre N°8: 15 galletas

1. **De Forma Individual;** donde a cada integrante del equipo se le entregan dos sobres, y deben buscar la cantidad de botellas para poder intercambiar por galletas, sin que los demás compañeros le colaboren. Los sobres se eligen al azar. Inmediatamente se les

pide que escriban en una hoja su respuesta, y el razonamiento que hicieron para poder dar con la respuesta. Junto con los sobres se les entrega una hoja con una serie de preguntas que deben contestar de manera individual. Se lleva a cabo una plenaria para escuchar las impresiones de los estudiantes del cómo se sintieron al realizar la actividad. Esta sesión se graba el audio para recoger opiniones importantes, para el desarrollo.

2. **De Forma en Equipo;** en este momento se les entrega al equipo de 4 personas, 4 sobres numerados con la cantidad de botellas que deben buscar, pero en este momento pueden ayudarse en equipo para encontrar las botellas. Se les solicita que uno de los integrantes escriba todo el proceso que llevan a cabo, así como las discusiones u acuerdos que se den dentro del equipo.

3. **De Forma General o en Plenaria;** En un último momento se les solicita a todo el curso, que den sus apreciaciones sobre la forma en cómo resolvieron el problema, los encargados de tomar apuntes por cada equipo se encargaran de tomar respectivas notas y de igual forma la sesión se grabara para evitar perdida de información.

Instrumento con preguntas generadoras

De acuerdo con este cartel, se presentan discusiones en torno a la cantidad de galletas que se deben obtener por la cantidad de botellas que se lleven al puesto de recolección.

Preguntas generadoras

1. Si las tarjetas en vez de traer el número de galletas, fuesen la cantidad de botellas ¿Cambiaras las respuestas? Si___ No___ Explica tu razonamiento.

2. ¿Puedes establecer algún tipo de relación entre el número de galletas y el número de botellas de plástico? Explica tu respuesta.

3. ¿Cómo expresarías la relación entre galletas y botellas? ¿Crees que se puede saber siempre la cantidad de galletas que se pueden obtener, con cualquier número de botellas? Explica tu respuesta.

4. ¿Cuándo estabas leyendo la situación problema pensaste en un plan para poder resolverla? Si__ No__ Explica tu respuesta.

5. ¿Tú imaginas el problema para decidir cómo resolverlo?

6. Cuando estas resolviendo la situación problema, te preguntas; ¿Lo estoy haciendo bien?

7. ¿Para poder entender la situación problema tuviste que leer varias veces? o ¿leíste más lento? Explica tu respuesta.

8. Al momento de enfrentar la situación problema o una clase normal sientes que; ¿te distraes con facilidad?

9. ¿Puedes elaborar alguna gráfica donde muestres la relación entre el número de galletas y el número de botellas? Realízala.

10. Para saber si puedes cumplir con la actividad, ¿Controlas o mides el tiempo? Si__
No__ Explica tu respuesta

11. Durante la actividad, ¿Te propusiste algunos objetivos? Si__ No__ ¿Revisaste tus objetivos para saber si estabas resolviendo bien la actividad? Si__ No__ Explica tus respuestas.

Situación Problema N° 2. Objetivos.

Como primer objetivo se tiene pensado que el estudiante identifique el uso del concepto de proporción, a través de la comparación de magnitudes. En segundo lugar, se pretende introducir a los estudiantes a un tipo de razonamiento proporcional, con la idea del uso de la escala vista como conservación de razones internas.

Situación Problema 2

En la Institución Educativa Normal Superior de Sincelejo, debido a su énfasis, los estudiantes deben realizar “prácticas de aula” desde que llegan a la media, como parte de la política de Formar Maestros. Los estudiantes, presentan dificultades al momento de afrontar sus prácticas debido a la falta de “material didáctico”, por tal razón los docentes de matemáticas y de Ayudas Educativas Especiales, decidieron con la ayuda de sus estudiantes construir “rompecabezas” de varios tamaños utilizando un molde muy conocido. Ilustración Tomada de (Cano, 2011. Pág. 37)

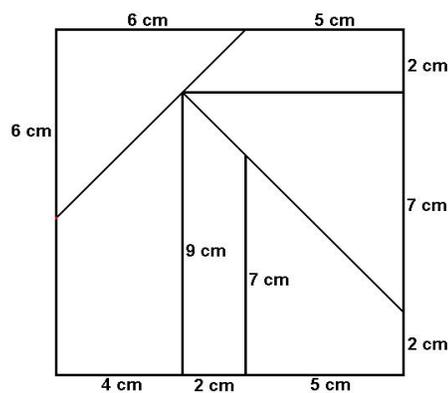


Figura 14 Rompecabezas Unidad Didáctica Momento de Ubicación

Metodología

Par desarrollar la actividad se organizan los estudiantes por equipos de trabajo de 4 personas donde a cada grupo se le entregan 1 “rompecabezas” del tamaño original, sin recortar, solo con las líneas marcadas para que en equipo lo corten y lo armen. De igual forma se le entregan instrucciones a cada equipo, los cuales deben hacer copias de dicho “rompecabezas”.

Las instrucciones son las siguientes:

- a) Construye una copia del “rompecabezas”, cambiando el tamaño del lado que mide 4 cm, por 5 cm.
- b) Construye una copia del “rompecabezas” disminuyendo en 2 cm el lado que mide 7 cm.

Se lleva a cabo una plenaria para escuchar las impresiones de los estudiantes del cómo se sintieron al realizar la actividad. Esta sesión se graba el audio para recoger opiniones importantes, para el desarrollo

Instrumento con preguntas generadoras

De acuerdo con esta situación, se pueden presentar discusiones en torno a la construcción de las copias de los “rompecabezas”.

Preguntas generadoras

1. Para construir las copias de los rompecabezas, ¿Has utilizado alguna operación matemática? Si__ No__ ¿Qué técnica utilizaste para construir las copias de los rompecabezas? Explica tu razonamiento.

2. ¿Puedes establecer algún tipo de relación entre la disminución de un lado del rompecabezas y los otros lados del rompecabezas? Explica tu respuesta.

3. ¿Cómo expresarías la relación entre la disminución y /o el aumento de un lado del rompecabezas, con los otros lados? ¿Crees que se puede construir copias del tamaño que se desee del rompecabezas? Explica tu respuesta.

4. ¿Cuándo estabas leyendo la situación problema pensaste en un plan para poder resolverla? Si__ No__ Explica tu respuesta

5. ¿Tú imaginas el problema para decidir cómo resolverlo? Si__ No__ Explica

6. Cuando estas resolviendo la situación problema, te preguntas; ¿Lo estoy haciendo bien? Si__ No__ Explica

7. ¿Para poder entender la situación problema tuviste que leer varias veces? o ¿leíste más lento? Explica tu respuesta.

8. Al momento de enfrentar la situación problema o una clase normal sientes que; ¿te distraes con facilidad?

9. ¿Cuándo te enfrentaste a la situación problema, pensaste en diversas formas de cómo resolverla y escogiste la mejor? Explica tu respuesta.

10. Para saber si puedes cumplir con la actividad, ¿Controlas o mides el tiempo? Si___ No___ Explica tu respuesta.

11. Durante la actividad, ¿Te propusiste algunos objetivos? Si___ No___
¿Revisaste tus objetivos para saber si estabas resolviendo bien la actividad? Si___
No___ Explica tus respuestas.

Momento de Desubicación.

El momento de Desubicación debe permitir, utilizar estrategias de la regulación Metacognitiva en problemas contextualizado sobre razones y proporciones. Así mismo, el momento debe tener diseñadas una serie de actividades, pasos o secuencias de intervención del docente para lograr guiar al estudiante en la aplicación de estrategias de Regulación Metacognitiva –Planificación, Monitoreo y Evaluación- y de esta forma identificar cuáles son las características de Regulación Metacognitiva que llevaron a cabo en la resolución de problemas sobre proporcionalidad, por último debe permitir el trabajo en la conceptualización sobre razones y proporciones.

Situaciones Problema N° 1 y N°2. Objetivos.

Como primer objetivo se tiene pensado que el estudiante utilice el concepto de razón para elaborar soluciones prácticas a problemas reales. En segundo lugar, se pretende que los estudiantes reconozcan el uso de la escala, como elemento de la proporcionalidad. En tercer lugar se pretende que calcule distancias utilizando el concepto de proporcionalidad, utilizando las escalas como instrumento para dar cuenta de ello. (Igualdad de razones) y realice comparaciones entre objetos y reconozca que existen situaciones en las que no se puede definir la razón entre magnitudes

Metodología

Para desarrollar la actividad se organizan los estudiantes **donde se le entrega una situación problema a cada estudiante**, relacionados con los conceptos de Razón y Proporción (utilización de escala). De igual forma se le entregan instrucciones a cada uno de ellos, los cuales deben resolver las situaciones problema, teniendo en cuenta lo siguiente:

A. Trabajo por parte de los alumnos;

1. En primera medida deben resolver los problemas, teniendo en cuenta las indicaciones dadas por el docente.
2. Seguidamente deben resolver una situación problema, donde deben escribir o redactar las situaciones que se presentan para poder resolver el problema.

B. Intervención del docente.

El docente recopila las ideas de los estudiantes y aclara lo útiles que son los conceptos de; razón y proporción (Escala) para resolver este tipo de problemas y tareas.

Situación Problema 1

Para este primer momento se selecciona un video sobre Escalas, Mapas y planos esta situación se llevará a cabo de manera individual por parte de los estudiantes y responderán las siguientes preguntas.

Enlace del video: (<https://www.youtube.com/watch?v=YJqIFmTpG1I>)

Preguntas sobre el video

Actividad 1

—△ Mide sobre el plano \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{AC} .

Averigua cuáles son las verdaderas distancias entre esos tres pueblos.



Figura 15 Uso de la escala. Momento de Desubicación Unidad Didáctica

▲▲▲ Sabiendo que la distancia real entre A y B (en línea recta) es 6,4 km, halla la escala y las distancias reales \overline{BC} , \overline{CD} y \overline{AD} .



Figura 16 Uso de la escala. Momento de Desubicación Unidad Didáctica

Instrumento con preguntas generadoras Actividad 1.

Indicaciones generales para poder resolver el problema dado (Es necesario que lleven a cabo TODAS las indicaciones):

- Realiza una lectura de la situación planteada, tantas veces como sea necesario.
- Elabora un bosquejo, un dibujo de la situación problema.
- Plantea una posible solución. Coloca un plazo de tiempo para resolver la situación.
- Verifica, si la solución que planteaste sirve. Hazlo por medio del medio que consideres necesario.
- Escribe todo el proceso y pregúntate; qué aprendiste, donde tuviste dificultades, donde tuviste fortalezas.

Nombres: _____

1. Para poder resolver los problemas planteados en torno al video, el docente decide darles una serie de indicaciones o un plan a seguir:

a) Realiza una observación detallada de las Situaciones Problemas. Escribe lo que observas de cada una de ellas.

b) Elabora un bosquejo de cómo puedes resolver los problemas.

c) Lee las situaciones problema tantas veces como consideres necesarias. Escribe que entiendes, cuales son las dificultades que ves para resolver las situaciones problema.

d) Escribe la estrategia para resolver cada situación. Explica, ¿cuál de las dos situaciones problema consideras más difícil para resolver? Explica, ¿por qué la consideras así?

e) Realiza primero un borrador de las posibles soluciones de las situaciones problema. Explica si consideras necesario utilizar regla, para poder resolver alguna de las situaciones problema.

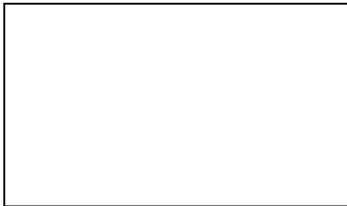
2. ¿En algún momento sentiste que no entendías y quisiste preguntarle a tus compañeros?
O ¿Solo seguiste las instrucciones dadas por el docente? Explica tu respuesta.

3. ¿Qué escala se usa en la primera situación problema? ¿Qué crees que significa esa escala?

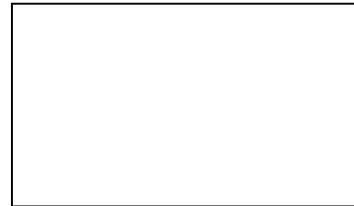
4. ¿Te pareció difícil hallar la escala en la segunda situación problema? Explica tus respuestas

5. Crea copias de los mapas. Para el mapa 1, Auméntalo de tamaño. ¿Debes ampliar o reducir la escala? Escoge la escala y explica tu respuesta

MAPA 1



COPIA



6. ¿Notaste al desarrollar la actividad si aprendiste o no aprendiste? Explica que aprendiste y que no aprendiste

7. ¿Cuál de las instrucciones dadas te fue difícil de llevar a cabo? Explica

8. ¿Para poder cumplir con las instrucciones dadas, tomaste en cuenta el tiempo para cada actividad? SI____ NO____ ¿Escribiste la hora de inicio y de finalización? Si____ NO____
¿Consideras que medir el tiempo es útil para poder desarrollar la actividad? . Explica tus respuestas

Actividad 2

Esta actividad tiene el propósito de enfrentar a los estudiantes con sus saberes.

1. Haz un mapa donde se muestre el barrio donde vives. Utiliza el tamaño que tú desees para hacer el mapa.

a). Escribe que conceptos vistos en el video utilizarías para poder realizar dicho mapa.

b) ¿Qué relación puedes establecer entre el mapa de tu barrio hecho por ti, con el barrio real?

c) Relaciona el tamaño de las calles reales de tu barrio, con las calles de tu mapa.

¿Tienen algo en común? ¿Cómo sabes si las calles del mapa representan el tamaño real de las calles hechas por ti en tu plano?

d) ¿Estableciste algún tipo de relación para realizar tu mapa? ¿Cuál fue esa relación?

e) ¿Cuál es la distancia real entre tu casa y la institución, utilizando tu mapa?

2. Contesta las siguientes preguntas y realiza las siguientes actividades, teniendo como base lo que viste en el video.

a) Realiza un mapa conceptual con lo visto en el video.

b) De acuerdo a lo visto en el video, puedes definir los siguientes conceptos; Razón, Proporción, escala y proporcionalidad.

Instrumento con preguntas generadoras Actividad 2.

Nombres: _____

1. Para poder llevar a cabo la elaboración del mapa del barrio, el docente decide darles una serie de indicaciones o un plan a seguir:

a) Realiza una observación detallada del lugar. Escribe lo que observas. Ten en cuenta el día, la hora y el mes.

b) Elabora un croquis del barrio, acorde a la observación hecha en el literal a). Ubica las calles principales, las entradas y salidas de tu barrio, ubica las esquinas, etc.

c) Estima cuán grande es el barrio y toma nota, de las dimensiones; largo y ancho. Ten en cuenta el croquis antes dibujado. Escribe las mediciones obtenidas.

d) Utiliza una escala para determinar el tamaño del mapa Escribe todo el proceso.

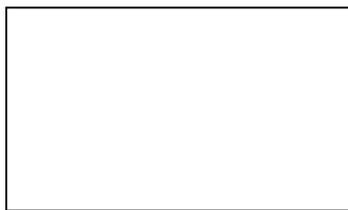
e) Dibuja el mapa de tu barrio teniendo en cuenta todas las indicaciones. Realiza primero un borrador, utiliza regla, escuadra y compas

2. ¿En algún momento sentiste que no entendías y quisiste preguntarle a tus compañeros?
O ¿Solo seguiste las instrucciones dadas por el docente? Explica tu respuesta.

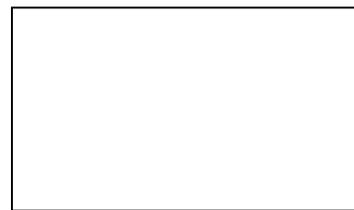
3. En una razón se define el antecedente y el consecuente, como se ha visto en clase y en el video. ¿Qué escala usaste para elaborar el mapa de tu barrio? Explica tus respuestas

4. Compara los dos mapas que elaboraste. El primero después de ver el video y el que elaboraste al seguir las instrucciones dadas por el profesor ¿Notaste algún cambio en el mapa? Explica

MAPA 1



MAPA 2



5. ¿Notaste al desarrollar la actividad si aprendiste o no aprendiste? Explica que aprendiste y que no aprendiste

6. ¿Cuál de las instrucciones dadas te fue difícil de llevar a cabo? Explica

7. ¿Para poder cumplir con las instrucciones dadas, tomaste en cuenta el tiempo para cada actividad? SI___ NO___ ¿Escribiste la hora de inicio y de finalización? Si___ NO___

¿Consideras que medir el tiempo es útil para poder desarrollar la actividad? . Explica tus respuestas

Momento de Reenfoque.

El momento de reenfoque debe, permitir que los estudiantes se enfrenten a situaciones problema contextualizados donde se utilicen de forma correcta los conceptos de razón y proporción (especialmente relacionado con el uso de la escala). De esta forma se pretende ver en primera medida la validez del uso de las estrategias de Regulación Metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) por parte de los estudiantes, y analizar los cambios al afrontar problemas contextualizados sobre proporcionalidad.

Situación Problema N° 1. Objetivos.

Como primer objetivo se tiene que los estudiantes apliquen el concepto de razón y proporción (utilización de la escala) en la construcción de un plano a escala real de uno de los edificios o bloques de la institución educativa normal superior de Sincelejo. Como segundo objetivo, la situación debe permitir describir los cambios en los estudiantes al momento de

resolver un problema sobre proporcionalidad, al utilizar las estrategias de Regulación Metacognitiva.

Situación Problema 1

El Rector de la Institución Educativa Normal Superior de Sincelejo, desea realizar una remodelación dentro del programa de mejoramiento de las instalaciones, para tal efecto, el arquitecto le propone que los estudiantes de los grados 10° y 11° se encarguen de ciertos aspectos como son; los planos de los edificios. De acuerdo a esto se deben llevar a cabo ciertos procesos. A los estudiantes, se les pidió realizar los planos del bloque del programa de formación complementaria, en el cual hay 20 salones. Así mismo el arquitecto en pos de ayudar a los estudiantes deja solo una sugerencia; usar la escala 1:100 para elaborar los planos. VER FOTOS BLOQUE IENSS



Figura 17 Fotos bloques IENSS. Unidad Didáctica. Momento de Reenfoque

Instrumento con preguntas generadoras.

Nombres: _____

1. Escribe las acciones que puedes llevar a cabo para poder cumplir con la tarea de elaborar los planos del primer piso del P.F.C.

2. Explica porque el arquitecto decide que los planos se deben realizar con la escala sugerida. ¿Utilizarías otra escala? Sí__ No__ ¿Cuál? Explica tu respuesta.

3. Dibuja el plano del primer piso de los bloques del PFC, utilizando la escala indicada. (si el espacio no es suficiente utiliza las hojas que necesites y las anexas)

4. ¿En algún momento sentiste que no entendías y quisiste preguntarle a tus compañeros?
O ¿Solo seguiste la sugerencia dada por el arquitecto? Explica tu respuesta.

5. En una razón se define el antecedente y el consecuente, como se ha visto en clase y en el video. ¿En la escala dada 1:100, para elaborar el plano cuál es el antecedente y cuál es el consecuente? ¿Qué significa ser el antecedente y que el consecuente en una escala? Explica tus respuestas

6. ¿Te preguntaste, si lo estabas haciendo bien? Sí__ No__ ¿Utilizaste alguna estrategia para ver tu progreso? Sí__ No__ Explica tu respuesta

7. Explica que aprendiste al desarrollar la actividad y las dificultades que se te presentaron en la misma.

8. . ¿La tarea dada por el arquitecto te fue difícil de llevar a cabo? Explica porque.

9. ¿Para poder cumplir con las tareas, tomaste en cuenta el tiempo para cada actividad?
SI____ NO____ ¿Escribiste la hora de inicio y de finalización? Si____ NO_____

¿Consideras que medir el tiempo es útil para poder desarrollar la actividad? . Explica tus respuestas

Actividad 2.

En esta actividad pretende enfrentar a los estudiantes con los conceptos vistos y será desarrollada de forma individual, a las cuales se les **entregara una situación problema a cada estudiante (y solo una situación problema)** contextualizado en la realidad institucional, que tocan los temas de razón y proporción. **No se le dan indicaciones**, para poder resolver el problema. Así mismo, se les pedirá que documenten todo y que contesten una serie de preguntas.

ENUNCIADOS	EXPLICACIONES PARA RESOLVER LA SITUACIÓN PROBLEMA ACORDES A LAS INDICACIONES DADAS
-------------------	---

<p>1. En el grado 6°A de la IENSS los niños cambian 5 Canicas por 3 láminas del álbum de la copa América 2015. Un niño de 7° llega con 12 canicas, y pide que le den 10 láminas. Uno de los niños acepta el trato, otro le dice; que salió perdiendo al aceptar el trato, el niño dice que no es así. ¿Cuál de los dos niños dice la verdad?</p>	
<p>2. La señora del aseo le dice a una compañera; “yo en 4 horas limpió 37 ventanas”. ¿si fuesen 3 señoras del aseo cuantas ventanas limpiarán en 4 horas?</p>	
<p>3. Una de las niñas de grado 5°A Laura tiene 10 años y tiene una estatura de 120 cm. Cuando tenga 14 años tiene una estatura de 170 cm, dice un compañero ante lo cual dice otro; a lo sumo estará en 9° grado ¿Cuál de los dos niños tiene la razón? Y explica el ¿por qué?</p>	
<p>4. El señor de la cafetería coloca este letrero; Al comprar 3 paquetes de papas sabor BBQ se les obsequian 4 jugos de caja. Un niño llega a comprar 4 jugos de caja y le pide al señor las papas a lo que el señor le dice que no se puede ¿Tiene razón el señor o el niño?</p>	
<p>5. Los 2 perros que cuidan la IENSS tardan 4 días en terminarse 1 saco</p>	

<p>de comida. ¿Si fuesen 5 perros cuantos días demorarían en terminarse el saco de comida?</p>	
<p>6. Debido al aumento del dólar, el profesor les lleva este anuncio; Por 125 dólares me han dado 347500 pesos. Y por 550000 me han dado 195 dólares. ¿Cuál es la razón entre cambiar dólares por peso, y de peso a dólares? ¿Es la misma razón?</p>	
<p>7. El docente de química les deja la siguiente formula; para preparar “naranjada” se mezclan 3 litros de zumo de naranja con 5 litros de agua. Si se desea preparar 1 litro de “naranjada” ¿Cuáles son las cantidades de zumo de naranja y de agua que se deben usar?</p>	
<p>8. El profesor de matemáticas le pregunta a un estudiante ¿Cuándo cumplés años?, él contesta; el 10 de junio cumplí 16 años. Y le pregunta; ¿en el año 2035, tendrás cuantos años? A lo que el estudiante contesta, no se afirma. ¿Contesto bien o mal el estudiante?</p>	
<p>9. Acto seguido el profesor les afirma: Leyendo 2 horas al día tardo 7 días en terminar un libro de 426 páginas. ¿Si leo 3 horas al día cuantos días, me demoro en leer</p>	

otro libro con la misma cantidad de páginas?	
<p>Instrumento con preguntas generadoras y orientaciones del profesor en torno a los procesos de Regulación Metacognitiva.</p> <p>1. ¿Para poder entender las situaciones problema tuviste que leer varias veces? o ¿leíste más lento? ¿Volviste a leer, cuántas veces lo hiciste? Explica tu respuesta.</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <p>2. ¿Utilizaste otra estrategia diferente a la planteada por el profesor para iniciar a resolver el problema? Explica que hiciste</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <p>3. ¿Controlaste el tiempo para saber si terminabas la actividad en la clase?</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <p>4. ¿Durante el proceso de solución se les ocurrió plantearse algún objetivo? SI__ NO__ ¿Cuál? ¿Lo alcanzaron? Explica</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <p>5. Cuando tocó resolver la solución del problema se preguntaron; ¿Si lo estábamos haciendo bien?</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	

6. ¿Estás seguro que fuiste capaz de aprender algo de la actividad? Si__ No__
Explica

7. ¿Durante la solución del problema te preocupas de saber si aprendiste algo o no te importa? Explica tu respuesta

8. ¿Sabes cuales fueron tus errores al momento de resolver la situación problema?
