DESCRIPCION DE LA DIMENSION METACOGNITIVA MONITOREO EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS RELACIONADOS CON FRACCIONES

KATHERINE ACEVEDO ZAMBRANO

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANA DE LAS CIENCIAS Y LAS MATEMÀTICAS
MANIZALES
2019

DESCRIPCION DE LA DIMENSION METACOGNITIVA MONITOREO EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS RELACIONADOS CON FRACCIONES

KATHERINE ACEVEDO ZAMBRANO

PROYECTO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE MAGISTER EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS MATEMÁTICAS

Tutor

ALEJANDRA IDARRAGA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS MATEMÁTICAS
MANIZALES
2019

RESUMEN

Este trabajo de investigación se desarrolló con el objetivo de Describir los cambios que se dan en la resolución de problemas matemáticos con fracciones en los que se vincula la habilidad metacognitiva de monitoreo. Es una investigación de tipo cualitativa descriptiva en la que se recogieron los datos en una muestra de 5 estudiantes de grado segundo, a través del desarrollo de una unidad didáctica y haciendo uso de una tabla de registro de información que contempla como categorías de análisis las fases de resolución de problemas que plantea Polya (1945) y también los postulados de Schoenfeld (1985) en cuanto al uso de ideas previas como recursos.

Es considerable que uno de los principales hallazgos obtenidos con los instrumentos de intervención pedagógica realizada, fueron haber identificado los obstáculos epistemológicos presentes en los procesos de aprendizaje de las matemáticas de los cinco niños estudiados. Así mismo, se pudieron establecer los niveles de resolución de problemas en los que se encuentran los niños y sus avances en lo referente a las habilidades metacogniitvas, lo cual permitió describir los cambios encontrados.

Como conclusión de la investigación realizada, es posible confirmar que se llevó a cabo una descripción detallada, analítica y crítica sobre los cambios que se dan en la resolución de problemas matemáticos con fracciones en los que se vincula la habilidad metacognitiva de monitoreo. Para llegar a esto fue necesario aplicar una serie de actividades, cuyos resultados y hallazgos significativos se pueden enumerar de manera particular a lo largo del trabajo.

Palabras Claves: Resolución, Metacognición, Descripción, Obstáculos.

ABSTRACT

This research work was developed with the objective of Describing the changes that occur in the resolution of mathematical problems with fractions in which the metacognitive monitoring ability is linked. It is a qualitative descriptive research in which the data were collected in a sample of 5 second grade students, through the development of a didactic unit and using an information registration table that includes the phases of analysis as phases of analysis. of problem solving posed by Polya (1945) and also the postulates of Schoenfeld (1985) regarding the use of previous ideas as resources. It is considerable that one of the main findings obtained with the instruments of pedagogical intervention made, were to have identified the epistemological obstacles present in the learning processes of mathematics of the five children studied. Likewise, it was possible to establish the levels of resolution of problems in which children are found and their progress in relation to metacogniitvas abilities, which allowed describing the changes found. As a conclusion of the research carried out, it is possible to confirm that a detailed, analytical and critical description was made of the changes that occur in the resolution of mathematical problems with fractions in which the metacognitive monitoring ability is linked. To achieve this it was necessary to apply a series of activities, whose results and significant findings can be listed in a particular way throughout the work.

Keywords: Resolution, Metacognition, Description, Obstacles.

CONTENIDO

LISTA DE TABLAS

LISTA DE FIGURAS

1 PRESENTACIÓN

Actualmente, nos desenvolvemos en una sociedad que viene generando diferentes cambios en todos sus aspectos, la educación, por supuesto no es ajena a estos cambios, ésta se constituye incluso, como uno de los ejes centrales de la sociedad debido a la influencia que ejerce en los individuos que la componen, en su formación y en su manera de pensar.

La enseñanza de las matemáticas es un aspecto que cobra vital importancia en la educación, sobre todo cuando se trata de una enseñanza que apunta a la solución de problemas en diferentes contextos, una matemática para la vida, una matemática que desarrolle en los estudiantes esa capacidad de enfrentarse y resolver situaciones en la vida real.

Tomando en cuenta lo anterior, se desarrolla el presente trabajo de investigación en miras a contribuir a tales cambios, aportando elementos importantes para la enseñanza de las matemáticas desde la resolución de problemas y el desarrollo de la habilidad metacognitiva de monitoreo en los niños de grado segundo de la institución educativa Oswaldo Ochoa Becerra del municipio de Córdoba Bolívar.

El trabajo contiene algunos aportes teóricos en torno a la resolución de problemas y la habilidad metacognitiva de monitoreo donde se retoman los postulados de algunos autores como Polya, Schoenfeld, Stanic y Kilpatrick, Rodríguez Quintana, Flavell, Gunstone y Mitchell, entre otros. Aportes importantes para poner en práctica a la hora de enseñar matemáticas a partir de la resolución de problemas. Contiene además, una unidad didáctica que busca Identificar los obstáculos epistemológicos que presentan los estudiantes para solucionar problemas matemáticos con fracciones e identificar los niveles de desarrollo de la habilidad metacognitiva de monitoreo y la solución de problemas para así intervenir pedagógicamente y generar cambios en el aprendizaje de los niños. Esta unidad didáctica se compone de algunas actividades que buscan explorar las ideas previas de los estudiantes y otras que propician del desarrollo de la habilidad metacognitiva de monitoreo, entre ellas, problemas matemáticos con fracciones y preguntas metacognitivas.

Finalmente, en el análisis de los resultados encontrados durante la ejecución del proyecto, se espera poder apreciar los cambios en los niveles de desarrollo de monitoreo y resolución de problemas que se generen a través de la intervención en el aula.

2 ANTECEDENTES

2.1 Contexto nacional

2.1.1 Incidencia De Estrategias Metacognitivas En La Resolución De Problemas En El Área De La Matemática.

Tesis de maestría, Pontificia Universidad Javeriana de Bogotá (Daza Blanca y Moreno Natalia, 2014)

En esta investigación se buscó “determinar la incidencia de diferentes estrategias metacognitivas en la resolución de problemas en el área de matemáticas en tres estudiantes de grado 7”, para ello se realizó un estudio descriptivo con el enfoque de análisis cualitativo donde se utilizaron pruebas de entrada y salida que permitieron identificar el estado inicial y final de los estudiantes, un cuadernillo de situaciones problema y una rúbrica de evaluación que sirvió para conocer las estrategias metacognitivas y los pasos empleados durante la resolución de problemas por parte de las estudiantes. Se establecieron unos criterios de evaluación utilizados en las tres etapas de la aplicación y unas categorías de análisis que sirven de guía en el proceso metodológico del presente trabajo de investigación porque se pretende desarrollar de una manera similar a la de la presente investigación.

En este trabajo de investigación, la incidencia de las estrategias metacognitivas es notable debido a que se mejoraron las habilidades de resolución de problemas de los sujetos involucrados, en los siguientes aspectos:

Predicción de las limitaciones que se tiene como aprendiz, la conciencia de las estrategias de que se dispone en el momento oportuno; la identificación del problema a resolver, la planificación del uso de estrategias apropiadas, la supervisión y la autorregulación de los planes que se están empleando.

Según los resultados que arrojó este trabajo de investigación, la planeación es una estrategia metacognitiva que impacta positivamente en el control y la evaluación de la tarea abordada, pues al tener la claridad en la meta, el sujeto se hace más consciente de la situación a resolver, la manera de abordarlo, establece las estrategias adecuadas a la misma teniendo en cuenta los datos, los procesos que requiere y a partir de allí ejecuta con mayor detenimiento el seguimiento de lo emprendido con el fin de lograr cumplir la meta y tener éxito en la tarea establecida; el autocontrol y la supervisión de los procesos de resolución, permiten que el estudiante este consciente de que el proceso emprendido corresponde con la meta y si no es el caso, replantee la estrategia de resolución.

2.1.2 Estrategias Heurísticas En La Solución De Problemas Matemáticos Para El Desarrollo De Habilidades Metacognitivas En Niños

Tesis de maestría, Universidad de Córdoba (Martínez Liliana y Negrete Mari, 2010)

Este trabajo de investigación estuvo principalmente basado la teoría de Fravell. Se desarrolló a partir de un diseño cuasi-experimental, con un modelo pre-prueba y post-prueba con grupo control, a los que se les administraron instrumentos para determinar qué estrategias empleaban en la solución de problemas y para medir el dominio de las habilidades metacognitivas. La propuesta de intervención se llevó a cabo en cuatro fases: descubrimiento dirigido, andamiaje, aprendizaje cooperativo y autorregulación.

Los resultados de la pre-prueba indican que los estudiantes presentan un bajo nivel de desarrollo de las habilidades metacognitivas, así como de las estrategias de solución de problemas, mientras que la post-prueba evidenció que la solución de problemas basada en la implementación de estrategias heurísticas, mejora el dominio de las habilidades metacognitivas de toma de conciencia, planificación de la tarea, control ejecutivo y evaluación. Aquí se presenta una propuesta de modelo de heurísticos de resolución de problemas que será de gran utilidad en el diseño de la unidad didáctica del presente trabajo de investigación, pues presenta unas fases para la resolución de los problemas matemáticos que fueron aplicados y dieron buenos resultados, lo cual servirá como insumo para la estructuración de las estrategias a desarrollar.

2.2 Contexto internacional

2.2.1 Estrategias De Enseñanza De La Resolución De Problemas Matemáticos. Fundamentos Teóricos Y Metodológicos

Artículo, Revista de Investigación de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador de Caracas. (Pérez Jenny y Ramírez Raquel 2011).

Esta investigación documental estuvo apoyada en la revisión de fuentes bibliográficas y hemerográficas relacionadas con el tema en referencia, a partir de las cuales se realizó un análisis cualitativo de la información. En este artículo se analizan los fundamentos teóricos y metodológicos tanto de la resolución de problemas matemáticos como de las estrategias para su enseñanza, se ilustran, a partir de los postulados de varios autores, entre otros aspectos, las características que debe tener un buen problema matemático, las fases o etapas por las que debe pasar el proceso de resolución de un problema matemático y algunas estrategias de resolución de problemas, información de relevancia para el desarrollo de la presente investigación, puesto que se implementará a través de la puesta en ejecución de problemas matemáticos que deben ser resueltos por los estudiantes en la búsqueda del desarrollo de habilidades metacognitivas y de la resolución de problemas.

2.2.2 La Enseñanza De Estrategias De Resolución De Problemas Matemáticos En La Enseñanza Secundaria Obligatoria: Un Ejemplo Concreto

Artículo, Universidad de Lleida, Departamento de Pedagogía y Psicología (Pifarré Manoli y Sanuy Jaume)

Este fue un estudio centrado en diseñar e implementar un proceso de enseñanza que amplíe y mejore el repertorio de estrategias de los alumnos de secundaria para resolver problemas en un campo específico: la proporcionalidad. El estudio incorpora los métodos de enseñanza de la instrucción guiada y el aprendizaje cooperativo para facilitar el aprendizaje de estrategias cognitivas y metacognitivas de resolución de problemas. Además, se utilizan cuatro categorías cognitivas que pretenden describir las diferentes acciones que realizan los alumnos para resolver el problema, estas son: análisis, planificación, ejecución y revisión.

Los resultados de esta investigación arrojaron, en primer lugar, que luego de la intervención los alumnos utilizan un elevado número de estrategias encaminadas a obtener una representación significativa del enunciado del problema y a planificar el proceso de resolución, se encontró también que los alumnos presentan un componente meta-cognitivo en las acciones realizadas para resolver el problema.

Lo anterior, constituye aportes importantes para la investigación en curso, puesto que la implementación del as mencionadas estrategias arrojó resultados positivos y serán tomadas en cuenta para incorporarlas en el presente trabajo, de tal manera que también se logren buenos resultados.

3 ÁREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

Luego de hacer una reflexión sobre el proceso de enseñanza aprendizaje que se lleva a cabo cotidianamente con los estudiantes en el área de matemáticas, se ha podido observar que éstos presentan dificultades a la hora de enfrentarse a la resolución de problemas en esta área, se puede notar cierta frustración en los niños cuando no logran dar con la solución de un problema y esto se debe a que no saben qué ruta tomar para conseguir el objetivo. Por ello surge el interés de hacer un trabajo de investigación que contribuya a desarrollar la habilidad metacognitiva de monitoreo, puesto que las habilidades metacognitivas, por el hecho de generar en el ser humano un conocimiento sobre lo que sabe, le dan la facultad para determinar cómo proceder frente a la búsqueda de la solución de un problema.

Se propone el desarrollo de la habilidad metacognitiva de monitoreo a través de la resolución de problemas con fracciones porque el concepto de fracción despierta la curiosidad y el interés de los estudiantes, esto se debe a que es algo novedoso para ellos, ya que aquí pasamos de ver el concepto de número como un todo a comprender que el numero también podemos dividirlo en varias partes. Alterno al tema de las fracciones, se pretende implementar las preguntas metacognitivas, de tal modo que esto también favorezca el desarrollo de la habilidad de monitoreo a través de la resolución de problemas.

La resolución de problemas, al estar enmarcada dentro de un tema que despierta curiosidad e interés –en este caso las fracciones-, podría representar un atractivo reto para los niños, esto favorece el desarrollo de sus habilidades para enfrentarse y dar solución a los problemas en diferentes circunstancias aun cuando no sea en contextos matemáticos, ya que desarrollan esa capacidad de analizar diferentes vías de solución para tomar la más conveniente y adecuada. Esto supone para los estudiantes, la necesidad de interrogarse a sí mismos, reflexionar, planear, controlar, orientar su propio aprendizaje, y en consecuencia, al desarrollo de la habilidad metacognitiva de monitoreo y la aplicación de estrategias metacognitivas.

Como en todo trabajo de investigación, aquí se parte de un interrogante que encierra los elementos anteriormente expuestos, éste es el siguiente: **¿Cómo se modifica la resolución**

de problemas relacionados con fracciones en los que se vincula la habilidad metacognitiva de monitoreo?

4 JUSTIFICACIÓN

La educación, como muchos otros aspectos en la sociedad, requiere de cambios que se adapten a las exigencias del mundo actual, es por ello que en las matemáticas, por ser un área fundamental en el proceso de educación, se requieren algunos cambios en cuanto a la manera de enseñarlas y aplicarlas. Frecuentemente vemos como se enseña a los estudiantes a memorizar signos, símbolos, formulas, que si bien es cierto hacen parte fundamental de esta disciplina, por sí solos no impactan de manera significativa a lo que realmente debería ser el proceso de aprendizaje matemático, un aprendizaje que permita a los sujetos enfrentarse a problemas que se pueden encontrar en la cotidianidad de sus contextos, los cuales representarían inconvenientes si no se tienen las herramientas que permitan darle solución.

De acuerdo con esto, es claro que con urgencia debemos cambiar la forma de enseñar las matemáticas, y la resolución de problemas se constituye en una buena estrategia para efectuar esos cambios que requiere la enseñanza de esta disciplina. Asimismo, el desarrollo de la habilidad metacognitiva de monitoreo sería de gran ayuda en este proceso, pues ésta permite al estudiante tomar conciencia de su progreso frente a una tarea, en este caso, frente a la solución de problemas que es un proceso en el que se requiere planificar, monitorear y evaluar, aspectos que se enmarcan dentro de lo que Flavell define como metacognición : “habilidad para monitorear, evaluar y planificar nuestro propio aprendizaje” (Flavell, 1979).

El propósito de esta investigación responde entonces, a la construcción de una propuesta didáctica en el campo de la matemática que permita avanzar en el dominio de la habilidad metacognitiva de monitoreo y en la resolución de problemas que involucran fracciones, de tal manera que desde su propia experiencia, los estudiantes adquieran los elementos de competencia requeridos para el desarrollo del pensamiento matemático.

Por consiguiente, esta investigación es conveniente, puesto que aplica estrategias que conllevan al desarrollo del pensamiento matemático desde un punto de vista práctico y propende por crear conciencia en los estudiantes sobre su propio proceso de aprendizaje, es decir, se busca que los estudiantes apliquen en la realidad esos conocimientos que contribuyen a la solución de diversas situaciones en diferentes contextos siendo conscientes de ello. En tal sentido, la investigación ofrece posibilidades para la construcción de una enseñanza matemática de calidad; asumiendo que de esta manera se puede responder a la necesidad de integrar el conocimiento matemático (saber) con su aplicación (quehacer) y la experiencia personal y social del educando (ser).

Podemos ver entonces, que esta investigación apunta hacia la integración de prácticas pedagógicas que responden a los actuales momentos y demandas educativas de la sociedad, las cuales exigen una creciente inclusión de nuevos elementos a la actividad educativa de las matemáticas. En este aspecto, la investigación permite aplicar elementos teóricos y didácticos, para la resolución de problemas, que sean más apropiados para la obtención de resultados convenientes desde lo curricular y lo social; buscando así mismo producir una mejora en la enseñanza de las matemáticas, apuntándole a mejorar la capacidad del pensamiento matemático de los educandos a través del desarrollo de la habilidad metacognitiva de monitoreo desde los niveles iniciales de su formación. Lo cual sería ampliamente productivo y provechoso en este proceso de cambios que requiere la enseñanza de las matemáticas.

Entre las implicaciones prácticas que se generan con esta investigación encontramos que, en el caso de arrojar resultados positivos, los docentes podrán tomar como referencia las estrategias y recursos aquí implementados para planificar con mayor eficiencia los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas enfocados a la resolución de problemas y al desarrollo del pensamiento meta-cognitivo; aspectos que tienen una notable importancia en dicho proceso. De igual manera es posible afirmar que se concretan las acciones pedagógicas en el aula para desarrollar actitudes positivas frente a las matemáticas, una situación que, al no darse, repercute negativamente en la posibilidad de que los niños y niñas desarrollen sus habilidades y el gusto hacia un área tradicionalmente considerada difícil. Además, los docentes podrán tomar como referencia las estrategias y recursos aquí implementados para planificar su trabajo en el aula con la certeza de que lo están haciendo de una manera que se ajusta a las actuales exigencias de la enseñanza de esta disciplina.

5 REFERENTE TEÓRICO

5.1 Problemas matemáticos

Los problemas matemáticos pueden ser entendidos, en su sentido más general, como situaciones que son planteadas con el fin de alcanzar una meta; la situación en sí misma está propuesta porque presenta los obstáculos o dificultades para alcanzar el objetivo. Por este motivo es necesario activar un proceso de reflexión y deliberación que permita identificar de qué manera solucionar dicho problema de una manera práctica y efectiva. A lo largo del estudio del aprendizaje con base en el planteamiento de problemas, académicos han propuesto diferentes definiciones sobre lo que es un problema, resulta importante exponer algunas de estas definiciones.

Para Brandsfor y Stein (1986) el problema es un obstáculo que impide llegar a una meta. Meyer (1986) matiza que el problema se trata de un estado en el que se espera llegar a otro, pero en el que no existe un camino claro a seguir; esto le permite asegurar que los problemas están asociados con los procesos del pensamiento y la cognición. De manera mucho más detallada, Rohn (citado por Pérez & Ramírez, 2011) define el problema como "un sistema de proposiciones y preguntas que reflejen la situación objetiva existente, las proposiciones representan los elementos y relaciones dados (qué se conoce) mientras que las pregunta sindican los elementos y las relaciones desconocidas (qué se busca)" (pág. 172).

Posteriormente, Puig (1996), desde una perspectiva psicológica, afirma que la capacidad de solucionar problemas obedece a factores relacionados directamente con el sujeto y no con la situación. Más recientemente, Rico (2012) resalta la importancia de resolver problemas debido a que se trata de una actividad científica ligada a los procesos educativos. Los problemas planteados en la enseñanza de la matemática pueden ser de tipo escrito y didáctico, hasta una situación real, que requiere una formulación matemática.

Un problema corresponde a una situación en donde el alumno intenta responder a una pregunta hecha o realiza una tarea determinada, a la vista de su experiencia y con informaciones que le son proporcionadas, en algunos casos, explícitamente; además, le es realmente necesario buscar un medio para responder a la pregunta; y debe recurrir a la matemática o a las habilidades intelectuales frecuentemente utilizadas para lograrlo. (Díaz & Poblete, 2001, pág. 35).

Los problemas matemáticos, planteados en el aula, por lo tanto, son considerados herramientas didácticas para que los estudiantes desarrollen habilidades que puedan aplicar en el desempeño de sus procesos de aprendizaje dentro de la institución. Más importante aún es que dichos problemas son estrategias por medio de las cuales implementar un pensamiento orientado hacia la solución de problemas y búsqueda de alternativas en la vida real. En este sentido, los problemas matemáticos son extensivos al desarrollo intelectual y personal de cada individuo (Pérez & Ramírez, 2011). A partir de este tipo de ejercicios, las personas pueden desarrollar sus capacidades creativas, de invención, de razonamiento y análisis de situaciones.

Como en el resto de las ciencias, los docentes de matemáticas tienen la función primordial de orientar a sus alumnos acerca de los fundamentos teóricos, metodologías, estrategias y procesos existentes para dar solución a los problemas de esta índole. A la vez, el docente debe esforzarse por demostrar a sus alumnos la importancia que tiene enfrentarse a problemas matemáticos estimulando su creatividad e interés (Pérez & Ramírez, 2011).

Ahora bien, para diseñar actividades para las clases en la enseñanza de las matemáticas es fundamental que el docente reconozca en qué momento está planteando problemas rutinarios y cuándo estos problemas son no rutinarios. Los problemas rutinarios, al decir de Díaz y Poblete (2001), son aquellos que más se aplican dentro del aula, donde se le plantean al alumno series de secuencias para que este llegue a comprender conceptos y algoritmos que le permitan plantear soluciones válidas. Los problemas no rutinarios se caracterizan, como su nombre lo sugiere, porque resultan nuevos y más retadores para los alumnos en la medida que no habían intentado solucionarlos previamente. En este sentido, abordar dicho problema y rastrear la solución requiere aplicar un proceso diferente al rutinario, por lo que debe hacer uso de la intuición y utilizar los conocimientos que tiene de una manera diferente basándose en experiencias previas.

Para Gascón (1994), no identificar de manera precisa desde qué perspectiva se problematiza en la enseñanza de las matemáticas, impide determinar de qué manera debe orientarse sobre la resolución de problemas matemáticos. Es notable que esta actividad resulta fundamental en el aprendizaje del área, tal como se ha dicho, de manera que para hacer funcional y efectiva dicha enseñanza es necesario entender los diferentes paradigmas sobre los que se fundamental el problema. A partir de esto es posible determinar los métodos para solucionarlos. De acuerdo con esto, Gascón (1994) propone los siguientes paradigmas:

- Teoricista, bajo el cual se considera que la resolución de problemas es un aspecto secundario en la enseñanza de las matemáticas, debido a que parte de la concepción de que ya existen los conocimientos establecidos y legitimados en teorías.
- Tecnicista: se deriva del paradigma teoricista y concibe que los alumnos puedan llegar a la solución de los problemas a menos que apliquen las técnicas ya existentes de una manera específica y rutinaria.
- Modernista, que se opone a los paradigmas anteriores y procura "identificar la actividad matemática con la exploración de problemas no triviales" (pág. 41), de manera que los sujetos se aproximen a estos como un reto sobre el cual es posible identificar soluciones de manera intuitiva, y no seguir modelos previos para llegar a las soluciones convencionales.
- Constructivista. Se trata de una evolución del paradigma modernista porque reconoce la importancia del alumno para construir nuevos conocimientos, a partir de la formulación de soluciones propias a los problemas.
- Procedimental: se enfoca en la reflexión y análisis sobre los métodos para guiar al alumno en los procesos implícitos en la solución de los problemas, como la técnica, las estrategias, la combinación de procesos mentales.
- La modelización, que se basa en el reconocimiento de que el problema debe hallar solución dentro del contexto de un sistema y "según el cual, la resolución

de un problema pasa siempre por la construcción explícita de un modelo del sistema subyacente" (pág. 46).

- Paradigma de los momentos didácticos, consiste en la propuesta que hace Gascón (1994), desde la cual se considera que los problemas de matemáticas son la expresión o manifestación de un campo de problemas más amplio relacionados directamente con los sujetos que aprenden. En este sentido, las técnicas matemáticas están orientadas a brindar herramientas a los alumnos, de manera que las pueda aplicar en un contexto más amplio.

Tal como se puede ver, en cada uno de estos paradigmas resulta clave identificar con más detalle cuáles son las cualidades de los problemas rutinarios y los no rutinarios, para lo cual Díaz y Poblete (2001) proponen una clasificación. Los problemas rutinarios pueden ser clasificados, según su contexto en:

- Reales: son susceptibles de aplicarse y exigen, la mayoría de las veces, que el alumno se movilice o ejecute determinadas acciones para llegar a la solución (medir, trazar)
- Realistas: pueden llegar a pasar en la realidad, en contextos familiares para el alumno.
- Fantasiosos: no tienen fundamento en la realidad.
- Matemáticos: hacen referencia exclusiva a objetos matemáticos como números, relaciones, operaciones matemáticas, figuras geométricas, etc.

Los problemas rutinarios, a diferencia de los enumerados anteriormente, retan al alumno a hacer uso de sus habilidades, creatividad e ingenio para solucionarlos, de modo que no existe una clasificación precisa para estos. Lo que se puede reconocer es que, en general, hacen alusión a situaciones de la vida diaria, cuya problemática implica una toma de posición del alumno, y una reflexión crítica que lo lleve a proponer una solución viable con base en el contexto en el cual el problema tiene desarrollo.

5.2 Resolución de problemas matemáticos

Según Rodríguez Quintana (2005), a lo largo del tiempo han aparecido diferentes modos de concebir el papel que debe o puede cumplir la resolución de problemas en la enseñanza, muchas de las cuales han coexistido y coexisten actualmente. Es necesario concretar el ámbito en que sitúan las diferentes propuestas de instrucción, así como los objetivos que se plantean, para poder llevar a cabo un análisis de los modelos instructivos que plantean.

De acuerdo con Rodríguez Quintana, cabe señalar que para el desarrollo del presente proyecto se toma en cuenta la resolución de problemas relacionados con el contexto como una estrategia que favorece el desarrollo de las habilidades para enfrentarse y dar solución a los problemas en diferentes circunstancias, puesto que desarrollan esa capacidad de analizar diferentes vías de solución para tomar la más conveniente y adecuada. El objetivo es contribuir al desarrollo de la resolución de problemas y de la habilidad metacognitiva de monitoreo a través de la ejecución de actividades basadas en resolución de problemas.

Stanic y Kilpatrick (1988), citado por Fernández y Pájaro (2016) afirman que el término resolución de problemas se ha convertido en un eslogan que acompaña a diferentes concepciones sobre qué es la educación, qué es la escuela, qué es la matemática y por qué debemos enseñar matemática en general y resolución de problemas en particular. Estos autores detectaron diferentes modos de concebir la importancia de la resolución de problemas y las clasificaron en tres tipos.

El primer significado que citan estos autores es resolver problemas como contexto, donde los problemas son utilizados como vehículos al servicio de otros objetivos curriculares.

En segundo lugar, se refieren al significado que está relacionado con la concepción de la resolución de problemas como habilidad, convirtiéndose así en un "conocimiento" que debe ser objeto de enseñanza explícita en el currículum.

El tercer significado se refiere a aquellos planteamientos que consideran que el trabajo de los matemáticos es la resolución de problemas y que la matemática realmente consiste en tratar con problemas.

Podemos ver como Stanic y Kilpatrick nos recrean a través de estos tres modos de concebir la resolución de problemas, un panorama de la verdadera esencia de la enseñanza de la matemática, pues dejan claro que enseñar matemáticas es preparar a nuestros estudiantes a partir de situaciones del contexto para que desarrollen sus habilidades de enfrentarse a problemas en la realidad.

5.3 Situaciones problema

En el estudio de las matemáticas, las situaciones problema reciben una definición especial porque son una de las estrategias fundamentales que se aplican en el aula para llevar a la práctica o evaluar la comprensión de los conceptos adquiridos. Es posible abordar diferentes definiciones sobre la situación problema, empezando por la propuesta por Moreno y Waldegg (2002) quienes la conciben como un "detonador de la actividad cognitiva", la cual tiene tres características: involucra los conceptos que se van a aprender; es un problema para el estudiante, pero es un problema que tiene solución; el estudiante puede utilizar conocimientos previos para llegar a la solución.

Existe un vínculo estrecho entre la problematización y la conceptualización que hace fundamental aplicar este tipo de situaciones para el aprendizaje de las matemáticas. Zapata y Muñera (2003) lo plantean en los siguientes términos:

La situación problema debe permitir al estudiante desplegar su actividad matemática a través del desarrollo explícito de una dialéctica entre la exploración y la sistematización. Esto implica que la situación problema debe tener, como parte de los elementos que la constituyen, dispositivos que permitan a los alumnos desarrollar, de manera autónoma, procesos de exploración tales como la formulación de hipótesis, su validación, y si es del caso, su reformulación. (pág. 186).

Por lo tanto, los alumnos entrar en una práctica propia del proceso científico que les permite desarrollar sus capacidades de comprensión de los conceptos y de la puesta en práctica de actividades orientada por dichos conceptos. De allí que se hable de sistematización. Al respecto, Brousseau (1993) considera que las situaciones problema se deben caracterizan por integrar de manera dinámica la búsqueda de definiciones y teoremas con el fin de dar solución a problemas reales o en contextos específicos. Por lo tanto, el alumno no solo reconoce, sino que activa operaciones como formular y observar de manera científica un problema y una hipótesis para solucionarlo; lo que le llevará a construir modelos, establecer lenguajes, conceptos, teorías e intercambiar con otros sus hallazgos y resultados.

Siguiendo a Vigotsky (1995), además de introducir a los alumnos en el campo científico, el planteamiento de situaciones problema contribuye en la formación de conceptos como un proceso creativo, activo y dinámico. “Desde su perspectiva, el problema desencadena una serie de procesos psicológicos que llevan a la formación de símbolos y palabras sobre las cuales se elabora el concepto” (Zapata & Muñera, 2003, pág. 186). Por lo tanto, las situaciones problema trascienden el ámbito meramente académico y tiene efecto sobre los modos en que tiene desarrollo la estructuración simbólica de los alumnos, el modo como construyen el lenguaje matemático y aplican los elementos y los conceptos básicos de la matemática en su cotidianidad. Esto tiene como consecuencia que la situación problema propicie el desarrollo de la habilidad de generalización como proceso mental de los alumnos.

De parte de los docentes y pedagogos debe haber un esfuerzo por darle un enfoque crítico y dinámico a la formulación de situaciones problema dentro del aula, de manera que los alumnos empiecen a asumir posiciones, identificar sus propias habilidades, y determinar cuáles son los procesos y conceptos que mejor dominan. Esto se logra cuando las situaciones problema permiten “la creación de sistemas de representación” (Múnera, 2011, pág. 182) por medio de los cuales se construyan conocimientos matemáticos de manera grupal, es decir, cuando es necesaria la comunicación entre varias personas para lograr hallar una solución.

Según los conceptos que se han abordado hasta este momento, y la presentación que se ha realizado de estos, se reconoce que el docente tiene un papel fundamental para que el aprendizaje de las matemáticas sea un proceso efectivo, dinámico y que, efectivamente, contribuya en el desarrollo académico y personal de los alumnos. Problematizar y, todavía más, poner en práctica la resolución de problemas matemáticos establecidos desde situaciones problema son estrategias clave que relacionan a los alumnos con los conceptos matemáticos de manera más cercana y cotidiana. Por este motivo, es considerable que la participación del docente tiene lugar de diversos modos que, según se propone en la presente investigación, puede ser del carácter de una intervención pedagógica.

5.4 Polya y Schoenfeld

Los problemas matemáticos, han sido abordados por diferentes autores que han aportado orientaciones respecto a los pasos que se deben seguir para solucionarlos, a continuación, se hace referencia a la propuesta de Polya (1965), quien es considerado por algunos como el padre de la heurística matemática y quien considera que la resolución de problemas aborda 4 fases, cada una acompañada de unas preguntas:

1. Comprender el problema: ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?
2. Concebir un plan: ¿Se ha encontrado con un problema semejante?, ¿Conoce un problema relacionado con este?, ¿Podría enunciar el problema de otra forma?, ¿Ha empleado todos los datos?
3. Ejecutar el plan: ¿Son correctos los pasos dados?
4. Examinar la solución obtenida: ¿Puede verificar el resultado?, ¿Puede verificar el razonamiento?

Como podemos ver, desde hace muchos años se ha contado con la posibilidad de tomar una ruta (fases de resolución de problemas) a través de la cual podemos llegar a la solución de problemas matemáticos, los aportes de Polya son de mucha utilidad en este ámbito puesto que nos muestran dicha ruta para llegar a la resolución de problemas matemáticos. Es bien sabido que Polya, a pesar de haber hecho estos importantes aportes acerca de la resolución de problemas, no pudo demostrar sus ideas, pues no realizó investigación de campo con estudiantes sino que propuso una especie de síntesis de sus ideas y pensamientos, más tarde llega Schoenfeld, un matemático que al terminar sus estudios encuentra literatura de Polya y le parece muy interesante, pero además le llama la atención que nunca nadie le había hablado de este autor, es entonces cuando se pone a la tarea de averiguar por qué los profesores de matemáticas no usaban las ideas de Pólya y encuentra que estos coinciden en que las ideas de Polya no funcionaban, por lo cual, en los años 80 se pone a la tarea de realizar experiencias con profesores y estudiantes siguiendo las ideas de Polya, investigaciones de las que concluyó que la heurísticas por sí solas no son suficientes para el desarrollo de la resolución de problemas sino que debe ir acompañada de los factores que se señalan a continuación:

Recursos, se refiere a los conocimientos previos de los estudiantes. Dentro de estos recursos él hace una especie de clasificación que incluye: inventario de recursos, circunstancias estereotípicas y recursos defectuosos.

Heurísticas, Schoenfeld propone que cada tipo de problema necesita de ciertas heurísticas particulares; por ejemplo, Pólya propone como heurísticas hacer dibujos, pero Schoenfeld dice que no en todo problema se puede dar este tipo de heurística específica.

Para utilizar las heurísticas, dice Schoenfeld que se deben conocer, saber darles uso y tener habilidad para hacerlo.

Control, Se refiere a la forma en que el estudiante controla su trabajo para darse cuenta a tiempo si va en el camino correcto o si debe cambiar de estrategia frente a la resolución de un problema. Aquí Schoenfeld destaca la importancia de que el estudiante desarrolle la habilidad de monitoreo para evaluar su proceso. El estudiante debe saber qué es capaz de hacer y con qué cuenta

para resolver el problema. Algunas acciones que involucran el control son:

- Entendimiento.
- Consideración de varias formas posibles de solución y seleccionar una específica, o sea: hacer un diseño.
- Monitorear el proceso y decidir cuándo abandonar un camino no exitoso y tomar uno nuevo.

- Llevar a cabo ese diseño que hizo, estar dispuesto a cambiarlo en un momento oportuno.
- Revisar el proceso de resolución, para ello, Schoenfeld propone tomar videos durante las actividades de resolución de problemas y luego mostrárselo a los estudiantes.

Además de los recursos, las heurísticas y el control, Schoenfeld presta importancia al sistema de creencias, las creencias sobre la matemática inciden notablemente en la forma en que profesores y estudiantes abordan la resolución de algún problema.

5.5 Metacognición

La metacognición cobra importancia en el proceso de la resolución de problemas matemáticos, pues para resolver problemas, el alumno requiere hacer un análisis de lo que sabe y lo que debe saber para enfrentarlo, debe ser consciente de sus habilidades a nivel cognitivo para saber si está en la capacidad de enfrentar el problema. El conocimiento meta-cognitivo, al tratarse de esa conciencia que tenemos los seres humanos sobre lo que sabemos, contribuye a que podamos determinar cómo proceder frente a la búsqueda de la solución de un problema. En términos de Flavell, (1979 p. 107) la metacognición es el Conocimiento que uno tiene acerca de los propios procesos y productos cognitivos o de cualquier otro asunto relacionado con ellos".

Siguiendo este postulado de Fravell, se podía decir que cuando los estudiantes desarrollan habilidades metacognitivas son capaces de reflexionar sobre su propio conocimiento y hacer uso de dichas habilidades para la construcción de nuevos conocimientos.

Según Gunstone y Mitchell (1998) (citado por Tamayo) "el estudio de la metacognición aborda tres aspectos generales: conocimiento, conciencia y control sobre los propios procesos de pensamiento". Es por ello que el desarrollo de habilidades metacognitivas le permiten saber al estudiante qué, cómo, por qué y cuándo aplicar sus conocimientos para la solución de un problema, porque es consciente de sus pensamientos y puede auto-regularlos.

El conocimiento metacognitivo hace referencia a la manera como cada persona entiende sus propios procesos cognitivos, puede ser declarativo, procedimental y condicional (Sánchez, Castaño, & Tamayo, 2015). Bajo esta perspectiva el desarrollo y el aprendizaje son resultado de la ampliación de conocimientos, de fortalecer las habilidades para generalizar y de aplicar estrategias adecuadas para la solución de problemas. A su vez, estos procesos están determinados por el conocimiento que se adquiere sobre los procesos cognoscitivos y la conciencia que hay del conocimiento, cómo este se define, se estructura y sucede de manera particular a lo largo del crecimiento.

Esto implicaría una dificultad para diferenciar qué es la cognición y en qué se diferencia de la metacognición, por lo cual Organista (2005)considera que la diferencia se encuentra en que, mientras la cognición hace alusión "a los diferentes elementos que participan en la actividad cognoscitiva (estrategias, procesos, operaciones, etc.)" (pág. 85), la metacognición hace referencia al momento en que se hace uso de elementos orientados a la comprensión del modo como se lleva a cabo una tarea o se alcanza un objetivo, a la vez que se hace control de esa actividad.

La conciencia metacognitiva "es un saber de naturaleza intra-individual; se refiere al conocimiento que tienen los estudiantes y las estudiantes de los *propósitos* de las actividades que desarrollan y de la conciencia que tienen sobre su propio *progreso personal*" (Sánchez, Castaño, & Tamayo, 2015, pág. 1156). Es por esto que se entiende a la conciencia como una de las facultades que se interrelaciona con el resto de los elementos que conforman y estructuran el comportamiento humano, sobre todo cuando está referido a la comprensión del mismo individuo y sus procesos de aprendizaje. En otras palabras, a través de la conciencia también se puede llegar a explicar cómo suceden los fenómenos cognoscitivos.

Esto implica que, para realizar un estudio de ella, se tengan en cuenta las diferentes posturas epistemológicas y planteamientos teóricos de diversas disciplinas que han abordado la conciencia desde el siglo XIX hasta nuestros días, según lo plantea Organista (2005). Ahora bien, Silva (2006) considera que en la educación en matemáticas es fundamental que exista “conciencia de la habilidad que cada persona, como individuo tiene sobre el dominio de procesos para abordar tareas particulares”; lo que hace referencia al conocimiento metacognitivo intra-individual mencionado anteriormente.

Sobre el control, sobre el cual se profundizará a continuación, es importante mencionar por ahora que se trata de un proceso relacionado con las estrategias metacognitivas en el que se ejecutan acciones de planificación, ejecución, supervisión y evaluación (Silva, 2006). Este concepto también se conoce como la regulación metacognitiva y hace referencia a las actividades que ayudan al individuo a determinar la efectividad de sus propios procesos de aprendizaje, tanto los que ha adquirido de manera externa como los que ha experimentado de manera autónoma. Entre los beneficios de la regulación se encuentran:

mejora el uso de la atención, proporciona una mayor conciencia de las dificultades en la comprensión, y cualifica las estrategias ya existentes. Se ha encontrado incremento significativo del aprendizaje cuando se incluyen, como parte de la enseñanza, la regulación y la comprensión de las actividades. (Sánchez, Castaño, & Tamayo, 2015, pág. 1156)

5.5.1 Dimensión Metacognitiva

En tanto que no existe una sola definición sobre la metacognición, se han desarrollado diferentes maneras de evaluar la dimensión que apela a esta actividad. Entre las dimensiones establecidas se encuentran las de Borkowski, Peck, Reid y Hurtz (1983), quienes diseñaron una batería para evaluar lo siguiente:

Conocimiento sobre la función de facilitación de la elaboración para el recuerdo, previsión de acontecimientos, recuerdo de acontecimientos, recuerdo literal versus paráfrasis, control de la memoria, estimación del tiempo de estudio con relación a la dificultad de la tarea, estrategia de agrupamiento para el recuerdo, estrategias de búsqueda alfabética para la memorización, claves cognoscitivas, estrategias para reaprender contenidos, recuerdo inmediato versus aplazado, recuperación de objetos, interferencia retroactiva y habilidad mimética. (Organista, 2005, pág. 87)

Por otro lado, Dixon y Hultsch (1984), diseñaron un instrumento para evaluar la evolución de los procesos de memoria a lo largo del envejecimiento, en el que establecieron 8 escalas que incluyen procesos relacionados con la memoria: reconocimiento de estrategias conocimiento de procesos y tareas relacionados con ella, percepción propia sobre esta capacidad, percepción en los cambios, actividades de apoyo para la memoria; también se considera la correlación entre la memoria y los estados de ansiedad, la motivación de logro y el control sobre las habilidades para memorizar.

El trabajo desarrollado por Mayor, Suengas y González (1993), consiste en un cuestionario en el que se evalúa la metacognición el cual se divide en dos partes. En la primera se evalúan los componentes metacognitivos, entre los cuales se consideran la conciencia, el control y la autopoiesis. Por cada uno de estos subcomponentes se miden componentes cognoscitivos, tareas y rasgos característicos. En la segunda parte, se contemplan las variables de la metacognición, entre las cuales se encuentran las características del sujeto como habilidades, conocimientos, disposiciones y motivaciones; el contexto, en relación con los materiales de que el sujeto dispone, las situaciones que marcan su cotidianidad y el entorno sociocultural; y la actividad, entre las que se observan el cumplimiento y desempeño en el desarrollo de tareas, estrategias para realizarlas y atención y esfuerzo que ejerce en cada una.

Resulta importante contrastar las dimensiones propuestas, mencionadas hasta ahora, con las establecidas por Silva (2006). Este autor propone una serie de dominios metacognitivos basado en una concepción holística de la conciencia, desde la cual se estudia el *saber qué*, al *saber cómo*. Esto quiere decir que la metacognición puede ser dominada desde dos ámbitos, como un conocimiento y como una experiencia. En relación con el conocimiento que los individuos tienen sobre la cognición existen tres dimensiones:

1. Conocimientos relativos a personas
2. Conocimientos relativos a la exigencia de las tareas
3. Conocimientos relativos a estrategias empleadas para resolver tareas determinadas.

El segundo dominio, que apela a las experiencias, se identifica en las sensaciones que tiene un sujeto que está en un proceso cognitivo: reconocer lo complejo del problema al que se enfrenta, identificar diferentes caminos para resolverlo y distinguir sus diferencias y consecuencias. Como se puede ver, las dimensiones de este dominio evolucionan con el crecimiento del sujeto.

5.1. Regulación y resolución de problemas

La regulación es un componente bastante importante de la metacognición, que en términos de (Flavell, 1979 p. 107) es el "conocimiento que uno tiene acerca de los propios procesos y productos cognitivos o de cualquier otro asunto relacionado con ellos" así pues, la regulación hace referencia a las actividades metacognitivas que nos ayudan a controlar nuestros procesos de pensamiento o de aprendizaje, éstas se categorizan en: planificar, monitorear y verificar dichos procesos o actividades. Si hablamos de la regulación en relación con la resolución de problemas, es importante destacar la gran importancia que ésta tiene en este proceso, puesto que a través de la planificación, monitorización y evaluación del propio proceso que se está llevando a cabo, tendremos garantizada una reflexión que nos llevará encontrar la vía adecuada para la resolución; los obstáculos –si los hay-, que se convierten, parafraseando a Brousseau (1993), en dificultades que pueden ser superadas por medio de situaciones que motiven a los estudiantes a construir modelos de una manera diferente a la que ya conocen. Además, la toma de conciencia sobre ese proceso de aprendizaje se convierte en un importante recurso para la resolución de problemas puesto que, teniendo claridad de los recursos disponibles, los obstáculos frente a la tarea y la vía para encontrar la solución, estaremos muy probablemente frente a un exitoso proceso de resolución de problemas.

5.5.2 Habilidad metacognitiva de Monitoreo

Con el paso del tiempo la metacognición, como concepto que define el proceso de pensamiento sobre el propio pensamiento, es un campo de investigación que se reformula constantemente. En este sentido, desde finales del siglo XX se han integrado el monitoreo y el control como los dos componentes básicos de la nueva visión respecto al modo como está configurada la metacognición. Según parafrasean Macbeth, Cortada, Razumiejeczky, & López (2008) las definiciones de varios autores, “El monitoreo metacognitivo se define como un registro estratégico de nivel superior de lo que ocurre en niveles inferiores de procesamiento” (pág. 64).

Sobre la base de que el control metacognitivo es una modificación de los procesos cognitivos monitoreados, Nelson y Narens (1990) proponen una estructura de los componentes básicos de estos procesos, en los que se encuentran el control y el monitoreo. Esta estructura presenta como base el nivel objetivo, que hace referencia a los procesos cognitivos en general: la percepción, la atención, la memoria y los procesos del pensamiento. En la cabeza se encuentra el nivel meta, donde suceden los procesos estratégicos donde se monitorea y controlan los procesos cognitivos del nivel base. Los procesos que se encuentran en este nivel meta son estrategias de resolución de problemas o estrategias que facilitan el almacenamiento selectivo de información en la memoria. Por lo tanto, es en este nivel meta donde se encuentra los procesos a los que esta investigación hace referencia.

Metcalfe y Shimamura (1994) consideran que en el nivel meta se encuentra una representación de la estructura del nivel objeto por medio de la cual puede desarrollar los procesos estratégicos. Siguiendo esta postura, Nelson y Narens (1990) incluyen en su gráfica al monitoreo y el control son los mecanismos por medio de los cuales fluye la información entre el nivel objeto y el nivel meta: “El monitoreo es un flujo ascendente en tanto ofrece al nivel meta un informe actualizado de lo que ocurre en el nivel objeto, y el control es un flujo descendente que implementa cambios o mantiene el *status quo* de los procesos cognitivos del nivel objeto” (pág. 65)

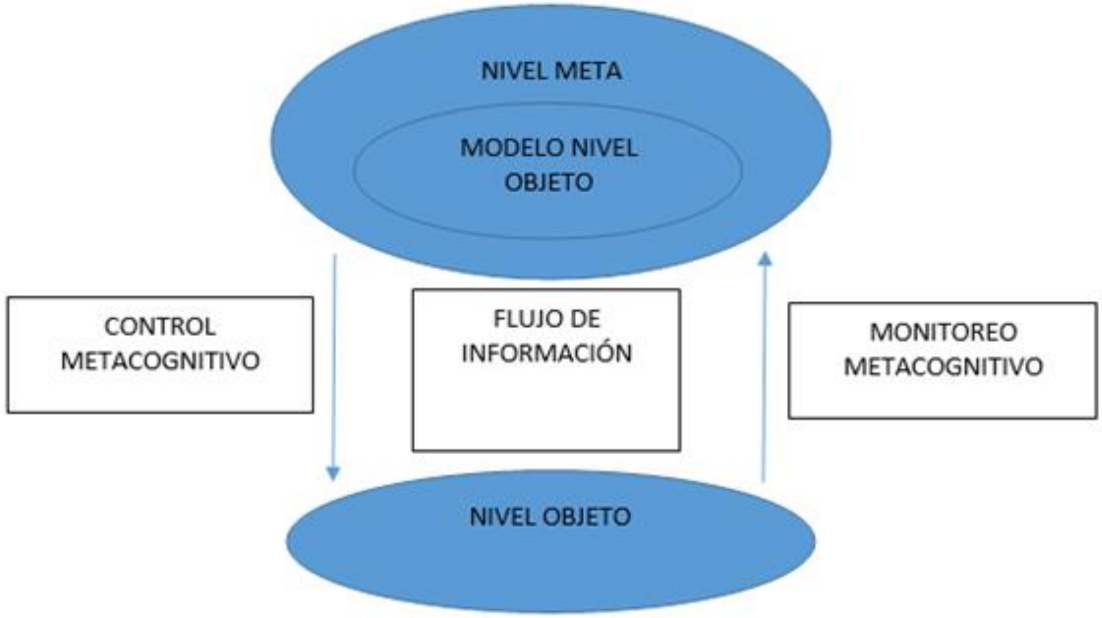


Figura 1 Componentes básicos de los procesos metacognitivos según Nelson y Narens (1990) citados por (Macbeth, Cortada, Razumiejeczky, & López, 2008, pág. 64).

A la luz de este modelo, Jiménez (2015) considera que los procesos enunciados son “efectos de interrelaciones y funciones en un sistema cognitivo”, y no partes de un mecanismo. Es decir, según los objetivos de este autor con su investigación, que trata de ver de manera aplicada estos conceptos, los procesos de flujo de información se presentan de manera compleja y dinámica, y no separados cumpliendo funciones de manera independiente. Sin embargo, este autor asume los tres principios sobre los cuales se plantea esta estructura, los cuales resulta fundamental recordar para entender de manera precisa el control y el monitoreo.

- Principio 1: los procesos metacognitivos se dividen diferentes niveles, “las interrelaciones entre estos pueden entenderse uno subordinado al otro, constituyendo parejas adyacentes con un niel meta y un nivel objeto” (pág. 40).
- Principio 2: como fue dicho anteriormente, el nivel meta es dinámico respecto al nivel objeto. Esto implica que, si es necesario, se modifiquen los procesos para cumplir con determinados objetivos en el cumplimiento de una actividad o tarea.

- Principio 3: monitoreo y control permiten el flujo de información; el monitoreo "escucha" e informa y el control modifica o "habla".

De acuerdo con esto, el monitoreo se caracteriza por establecer una relación ascendente entre el nivel objeto, el cual informa, al nivel meta. Se considera que, en este sentido, se trata de un proceso independiente, en términos lógicos, del proceso de control pues no implica modificación de los datos. En este caso, el monitoreo puede llegar a cambiar la situación elaborada en el nivel meta, si es necesario; sin embargo, no puede ocurrir lo contrario, que el modelo de la situación se modifique en el nivel objeto.

Es importante aclarar que cuando se habla de modelo de situación se hace referencia a la consideración de que todo sistema de control debe hacerse un modelo de aquello que regula, por lo cual se considera que el cerebro elabora un modelo del entorno para poder realizar funciones regulatorias. Evidentemente dicha comprensión está planteada desde la teoría computacional, en este caso formulada por Conant y Ashby (1970, citados por Jiménez, 2015).

Por su parte, el control es la función en el que la información fluye del nivel meta al nivel objeto. Esto quiere decir que se produce un proceso de modificación de los datos recibidos, por lo que se emite una información nueva. Es en este punto que se habla de que el nivel meta efectúa cambios sobre el nivel objeto, lo que es diferente a que se genere un cambio en el modelo de la situación de este nivel. Jiménez (2015) indica que los cambios provocados en el control "pueden ser cambios en el estado de un proceso, o del proceso propiamente dicho. Pueden producirse tres tipos de efectos sobre el proceso del nivel objeto: puede iniciar una acción, continuarla o finalizarla" (pág. 40).

Para finalizar el estudio sobre el monitoreo metacognitivo es posible mencionar el desarrollo que los mismos Nelson y Narens (1990) realizaron de su modelo al plantear un marco conceptual sobre los procesos de monitoreo y control en la memoria humana. Para esto, los investigadores estudiaron los procesos realizados por estudiantes universitarios en el momento de prepararse para presentar exámenes en el desarrollo de sus estudios. A partir de esto, los investigadores plantearon un sistema de tres estadios del aprendizaje:

adquisición, retención y recuperación; que pone en evidencia, una vez más, la influencia del estudio computacional en la comprensión del cerebro humano. Como resultados del estudio, se obtuvo que los estudiantes realizaban tres tipos de juicios de monitoreo, los cuales fueron categorizados en función del estado de los aspectos monitoreados. Estos juicios son:

- Juicios de facilidad de aprendizaje (Ease Of Learning). Consiste en las predicciones realizadas respecto a la facilidad o dificultad para alcanzar un aprendizaje puntual.
- Juicios de aprendizaje (Judgmets Of Learning). Se trata de las predicciones que se hacen sobre la capacidad para recordar lo que ha sido recientemente memorizado. Por lo tanto, se considera el desempeño de la memoria de corto plazo (Short-Term Memory), aunque en ocasiones también interviene la memoria de largo plazo (Long-Term Memory) para completar las predicciones.
- Juicios de sensación de saber (Feeling Of Knowing). Son las predicciones sobre si un conocimiento que no ha sido memorizado podrá ser recordado en el futuro.

Jiménez (2015) desarrolla una gráfica a partir de estos planteamientos, la cual resulta oportuna para la investigación que se desarrolla, sobre todo, porque organizar el diseño de los instrumentos de recolección de datos y, posteriormente, contrastar con los resultados obtenidos en la aplicación de estos instrumentos.

En la gráfica, presentada en la Figura 2, se encuentran todos los elementos que componen o hacen parte del monitoreo y control en la metacognición. Es posible visualizar cómo cada uno de los procesos de monitoreo, que corresponden a la elaboración de juicios se correlacionan de manera particular con los estadios de aprendizaje. Por ello, en ocasiones pueden obedecer a dos o más estadios, como es el caso de los juicios JOL o FOK. En el caso de los procesos del control, estos se relacionan de manera directa con alguno o algunos de los procesos derivados de los estadios de aprendizaje. Tal como lo presenta Jiménez en su profunda y detallada investigación, cada uno de los estadios tiene una compleja estructuración, para la cual dedica espacio significativo en la exposición.

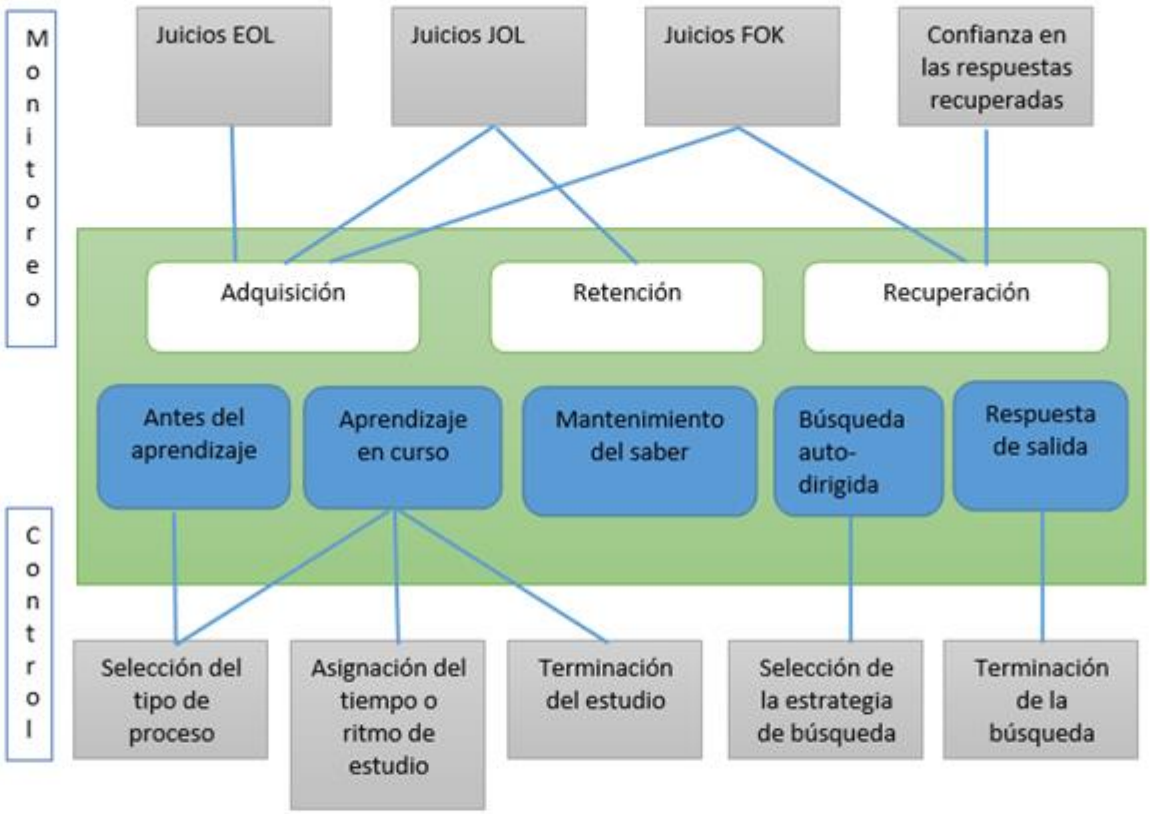


Figura 2. Estadios y componentes del marco teórico de Nelson y Narens (1990).

Fuente: Adaptación de (Jiménez, 2015, pág. 43)

Para los objetivos de la presente investigación, es posible indicar, de manera breve, que la adquisición de la información está compuesta por dos procesos que se dan de manera sucesiva: antes del aprendizaje y el aprendizaje en curso. Antes del aprendizaje define cuáles son las metas del aprendizaje y determina qué es lo que debe aprender y la prueba para la que debe prepararse. Es en este punto donde se formula el juicio EOL, al cual corresponde la identificación del dominio, norma y ritmo de estudio que se debe tener para cumplir con la tarea. Posteriormente se presenta el aprendizaje en curso, donde se formulan los juicios FOC y JOL, a partir de los cuales se presentan los primeros cambios en el plan.

La retención consiste en el proceso en el que los estudiantes se enfocan en no olvidar lo que han aprendido a partir de una prueba de mantenimiento. Esta prueba permite realizar procesos de monitoreo metacognitivo, que puede ser entendido como un reaprendizaje, durante el cual el estudiante puede aplicar estrategias como la elaboración de mapas mentales, esquemas, figuras, resúmenes, entre otros.

Por último, la recuperación está conformado por los procesos de búsqueda y salida de la respuesta. En este punto se activan los juicios FOK pues el estudiante debe definir si sabe la respuesta o predecir qué conocimientos conserva incluso cuando desconoce la respuesta. De allí se derivan los juicios de confianza, los cuales "se basan en la potencia y la facilidad de la recuperación, así como en heurística empleadas tomando en cuenta las condiciones en que se da el aprendizaje, y la memoria del sujeto" (Jiménez, 2015, pág. 47).

De acuerdo con el entramado construido aquí con base en los autores revisados, es posible ahondar en la definición de las situaciones problema, las cuales, en el caso de las matemáticas, también presentan deferentes acepciones.

5.6 Aprendizaje de fracciones

A través de los procesos de reflexión acerca del aprendizaje de las matemáticas en primaria, las fracciones significan el paso de ver el número como un todo a comprender que el numero también puede ser dividirlo en varias partes. Cotidianamente, usamos la fracción para expresar una parte de un todo. De aquí podíamos partir para ilustrar el concepto de fracción con los estudiantes, pero este concepto puede tener varias interpretaciones de acuerdo al contexto en que lo estemos desarrollando. María Elizabeth Hurtado en su trabajo de investigación "una propuesta para la enseñanza de fracciones" (2012) nos ilustra el siguiente ejemplo:

Al tomarse ¾, puede interpretarse:

- Un área dividida en 4 partes y el ¾ representa tres de esas partes (parte todo)
- si en el salón de clase los ¾ de los estudiantes asistentes son hombres significa que por cada 4 estudiantes 3 son hombres (razón)

- si se tienen 4 tortas y se quieren repartir entre 3 personas, el ¾ se puede interpretar como la repartición en partes iguales (repartición cociente)
- ¾ lo podemos usar como comparación de medida por ejemplo una cinta mide 3 metros y otra 4, se relaciona como que la primera es los ¾ de la otra.

Todas estas interpretaciones dependen de la situación o contexto en la que se maneje la fracción. Cuando no hay contexto, se habla simplemente de un número racional.

Tomando en cuenta el ejemplo anterior, podemos evidenciar que el concepto de fracción tiene variedad de interpretaciones que para su comprensión requieren de un proceso de aprendizaje a largo plazo, por lo cual, la unidad didáctica a desarrollar, tomará en cuenta principalmente la fracción como relación parte todo, en este sentido, a continuación se hace referencia a esta interpretación de la fracción tomando en cuenta el postulado de Linares y Sánchez (2000).

Según Linares y Sánchez (2000), se presenta la situación de relación parte – todo cuando un «todo» se divide en partes «congruentes» (equivalentes como cantidad de superficie o cantidad de «objetos»). La fracción indica la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes (que puede estar formado por varios «todos»).

El todo recibe el nombre de unidad. Esta relación parte-todo depende directamente de la habilidad de dividir un objeto en partes o trozos iguales. La fracción aquí es siempre «fracción de un objeto».

Para una comprensión operativa de este sub-constructo se necesita previamente el desarrollo de algunas habilidades como:

- Tener interiorizada la noción de inclusión de clases (según la terminología de PIAGET);
- La identificación de la unidad (qué «todo» es el que se considera como unidad en cada caso concreto);
- La de realizar divisiones (el todo se conserva aun cuando lo dividamos en trozos, conservación de la cantidad)

5.7 Unidad didáctica

Una unidad didáctica es una herramienta pedagógica que incorpora elementos didácticos fundamentados en un marco teórico previo y que bajo un modelo metodológico y una estructura curricular específica, en un periodo de tiempo determinado, se desarrolla con el fin de ser implementada en una población para dar solución a problemáticas pedagógicas particulares. En palabras de Flores y Zamora (2016) "las unidades didácticas son una forma de programación o planificación de la enseñanza en un tiempo determinado, en la misma se pretende incluir al máximo los elementos que intervienen en el proceso educativo". (p. 10)

La ventaja de la unidad didáctica es que permite planificar el proceso de enseñanza-aprendizaje alrededor de uno o varios elementos de contenido que se convierten en ejes integradores del proceso educativo, y además le proporciona consistencia y significatividad (Bustamante & González, 2017). Una unidad didáctica considera no solamente los contenido y la metodología empelada para su ejecución sino también , y ante todo, los conocimientos y experiencias propias de los estudiantes. Bustamante y González (2017) afirman que una unidad didáctica

> debe considerar la diversidad de elementos que contextualizan el proceso (nivel de desarrollo del alumno, medio sociocultural y familiar, proyecto curricular, recursos disponibles) para regular la práctica de los contenidos, seleccionar los objetivos básicos que pretende conseguir, las pautas metodológicas con las que trabajará, las experiencias de enseñanza-aprendizaje necesarios para perfeccionar dicho proceso.

Del mismo modo, una unidad didáctica debe dar respuesta a tres interrogantes: qué enseñar, cómo enseñar y cómo evaluar aquello que se enseña. El "qué" está determinado por los objetivos y los contenidos de la unidad, es decir, aquellos conceptos que se desea que los niños aprendan, para el caso de la presente investigación este elemento está determinado por la adquisición de la habilidad para realizar fracciones. En relación al cómo se tienen en particular las actividades, la forma de organización del espacio y del tiempo, y los materiales y recursos didácticos empleados. La evaluación está determinada por los criterios e instrumentos para la medición de las habilidades adquiridas los alumnos. En el presente documento el cómo serán las actividades enfocadas en la resolución de conflictos y la evaluación la dimensión metacognitiva

Para Flores y Zamora (2016) la correcta planificación didáctica es un aspecto imprescindible en el proceso de enseñanza de las matemática, principalmente en lo que refiere al aprendizaje por competencias, pues esta requiere necesariamente de una estructura distribuida por sesiones. Este modelo permite a los docentes diseñar estructuras de enseñanza-aprendizaje completas e innovadoras para la consecución de las competencias matemáticas de sus alumnos, se trata por tanto, de un modelo que se aleja del esquema tradicional hacia una configuración de metodologías asistidas que parten del contexto de los alumnos y se adecúan al enfoque de acción-investigación.

Algunas de las principales ventajas de las unidades didáctica en el campo específico de las matemáticas son las propuestas por Flores y Zamora (2016):

- Puede abarcar el tratamiento de varios contenidos.
- Permite relacionar la teoría con la práctica.
- Orienta el actuar del docente y del estudiante en cada momento.
- Evita el papel monólogo del docente.
- Como alternativa es propio de la metodología constructivista.
- Contiene el qué, el para qué y el cómo del desarrollo de la clase.
- Orienta el proceso de evaluación en todo momento.

En resumen, una didáctica es una metodología de planificación de la enseñanza que busca incluir al máximo los elementos que intervienen en el proceso educativo (Flores & Zamora, 2016). Para el caso del área matemática, las unidades deben ser especialmente significativas para mejorar la relación entre los alumnos y esta área, esto se logra mediante la selección cuidadosa de tareas y situaciones que permitan a los alumnos asimilar su contexto con el problema asignado y plantear métodos de solución validos desde el punto de vista matemático.

6 OBJETIVOS

6.1 OBJETIVO GENERAL

Describir los cambios que se dan en la resolución de problemas matemáticos con fracciones en los que se vincula la habilidad metacognitiva de monitoreo.

6.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar obstáculos epistemológicos que presentan los estudiantes de grado segundo para solucionar problemas matemáticos con fracciones.

- Identificar los niveles de resolución de problemas de los estudiantes de grado segundo

- Analizar los niveles resolución de problemas que presentan los estudiantes al emplear la dimensión metacognitiva de monitoreo.

7 METODOLOGÍA

7.1 Tipo de investigación: estudio de caso

La presente, es una investigación de tipo cualitativa descriptiva en la que se llevará a cabo una recolección de datos a través del desarrollo de una unidad didáctica con la finalidad de caracterizar los cambios que se dan en la resolución de problemas matemáticos con fracciones en los que se vincula habilidad metacognitiva de monitoreo y, de describir cómo la presencia de ésta habilidad metacognitiva influye en el proceso de resolución de problemas.

El enfoque de análisis cualitativo, Según Hernández, Fernández, & Baptista (2014), "se basa en métodos de recolección de los datos no estandarizados. No se efectúa una medición numérica, por tanto, el análisis no es estadístico. La recolección de los datos consiste en obtener las perspectivas y puntos de vista de los participantes (y) no se pretenden generalizar de manera probabilística los resultados a poblaciones más amplias". De acuerdo con ello, se desarrollarán actividades que permitan obtener información cualitativa acerca de lo que piensan y hacen los estudiantes para posteriormente realizar el respectivo análisis.

7.2 Población y muestra

La población está constituida por los estudiantes de Básica Primaria de la institución educativa Oswaldo Ochoa Becerra del municipio de Córdoba en el departamento de Bolívar. La muestra constituye 5 estudiantes del grado 2°, a los cuales se les aplican los instrumentos de recolección de información que se encuentran integrados en una propuesta de unidad didáctica para desarrollar habilidades metacognitivas y de resolución de problemas matemáticos.

Los aspectos tomados en cuenta para la selección de la muestra son: que los estudiantes sepan leer fluidamente para posibilitar la comprensión de los problemas que se planteen y, la disponibilidad de éstos –previo consentimiento de sus acudientes- para asistir a la institución en jornada contraria de tal manera que el desarrollo de este proyecto no interfiera en las actividades académicas propias de la institución.

Los estudiantes seleccionados para la muestra son niños con edades comprendidas entre los 7 y 8 años de edad quienes se encuentran, según las etapas del desarrollo de Piaget, pasando de la etapa pre-operacional a la etapa de las operaciones concretas, donde ya el niño empieza a usar la lógica para llegar a hacer sus conjeturas tomando en cuenta elementos del mundo real.

7.3 Sesiones programadas

El desarrollo de la unidad didáctica se llevará a cabo en 40 sesiones (5 sesiones por semana) de 1 hora cada una, distribuidas de la siguiente manera:

- Semana 1 y 2: indagación de ideas previas
- Semana 2: historia y epistemología del concepto
- Semanas 3,4,5,6,7y 8: Resolución de problemas (metacognición)
- Semana 8: reflexiones finales **(**relaciones ciencia – tecnología y sociedad)

7.4 Instrumentos para el análisis de la información

Por la naturaleza del enfoque que se desarrolla en este trabajo de investigación (cualitativa descriptiva), se aplicarán instrumentos que permitan obtener las perspectivas o puntos de vista de los participantes de una manera no estandarizada ni cuantitativa. En tal sentido, el eje central de la intervención en el aula consiste en el desarrollo de una unidad didáctica que incluye instrumentos para la indagación de ideas previas, éstos permitirán identificar el estado inicial de los estudiantes en cuanto a la resolución de problemas y su habilidad metacognitiva de monitoreo, así mismo, la propuesta incluye actividades basadas en situaciones problema que contribuyen al desarrollo de la resolución de problemas y la habilidad metacognitiva de monitoreo, como también contiene actividades que permitirán evidenciar la evolución de los estudiantes durante la intervención pedagógica en el aula con referencia a la resolución de problemas y la habilidad metacognitiva de monitoreo.

Alterno al desarrollo de la unidad didáctica, se hará uso de una tabla para el registro de aspectos importantes durante el desarrollo de la intervención en el aula, ésta tabla de registro de la información será diligenciadas en 3 oportunidades para cada estudiante, inicialmente se diligenciará con los datos obtenidos mediante la aplicación del instrumento de indagación de ideas previas, luego, durante las actividades de intervención de la unidad didáctica y finalmente se tomarán los datos en la última actividad de la unidad didáctica.

Para el registro de información de la primera categoría se toman como base las fases de la resolución de problemas que plantea Polya (1945) y los postulados de Schoenfeld (1985) en cuanto al uso de ideas previas como recursos. En este sentido, la resolución de problemas es la categoría de análisis y las subcategorías son las fases de la misma, se establecen también unas sub-subcategorías para un análisis más específico de la información. En cuanto a la categoría de habilidad metacognitiva de monitoreo también se registran subcategorías y otras subcategorías derivadas de estas que permitirán un análisis más específico de la información.

Hartman y Stember (citado por Schraw, 2001), señalan cuatro formas de incrementar la metacognición:

1. Promover la importancia de la conciencia metacognitiva general.
2. Mejorar el conocimiento de la cognición.
3. Mejorar la regulación de la cognición.
4. Fomentar ambientes de aprendizaje que son conducto para la construcción y uso de la metacognición .

De acuerdo con estas formas, Schraw (2001), propone cuatro estrategias instruccionales para mejorar la metacognición en el salón de clases. A continuación, se hace referencia a la número 3 que corresponde al mejoramiento de la regulación de la cognición, donde Schraw considera una lista de comprobación que incluye tres categorías principales (planeación, monitoreo y evaluación) que permiten al estudiante implementar una secuencia regulatoria sistemática y le ayudan a controlar su ejecución. De acuerdo con lo anterior, en la tabla de registro de la información para esta categoría se han establecido las subcategorías y los elementos derivados de ellas, tomando como referencia la lista de chequeo regulatoria propuesta por Schraw (2001) para la habilidad metacognitiva de monitoreo.

7.4.1 Lista De Chequeo Regulatoria

Planeación:

• ¿Cuál es la naturaleza de la tarea?

• ¿Cuál es mi meta?

• ¿Qué clase de información y estrategias necesito?

• ¿Cuánto tiempo y recurso necesitare?

Monitoreo:

• ¿Tengo una clara comprensión de lo estoy haciendo?

• ¿Tiene sentido hacer esta tarea?

• ¿Estoy alcanzando mis metas?

• ¿Necesito hacer cambios?

Evaluación:

• ¿He alcanzado mis metas?

• ¿Qué trabajé?; ¿Qué no trabajé?

• ¿Haría cosas diferentes la próxima vez?

De acuerdo con lo anterior, se propone la siguiente tabla que recoge todos los aspectos señalados:

Tabla 1. Operacionalización de las variables

Categorías	**Subcategorías**	**Sub-subcategoría**	**Si**	**No**
Resolución de problemas y Habilidad metacognitiva de monitoreo	Comprensión del problema	Identifica la incógnita		
		Identifica los datos		
		Relaciona los datos		
		Identifica dificultades para resolverlo		
	¿Tengo una clara comprensión de lo que estoy haciendo?	Puede explicar su plan para resolver el problema		
		Ejecuta el plan tal como lo ha propuesto		
	Elaboración de un plan	Identifica recursos disponibles para la solución del problema		
		Elabora un mapa mental del problema		
		Usa sus conocimientos previos para elaborar el plan		
		propone posibles estrategias para resolverlo		
		Describe las posibles estrategias		
	¿Tiene sentido hacer esta tarea?	Se preocupa por resolver el problema correctamente		
		Reconoce que a través de la resolución de problemas en el aula se entrena para resolver problemas en la realidad		
	Ejecución del plan	Pone en marcha el plan		
		Identifica fallas en el plan y hace ajustes		
		Encuentra la solución del problema		
	¿Estoy alcanzando mis metas?	Durante la ejecución del plan, nota si es o no el camino correcto		

Categorías	Subcategorías	Sub-subcategoría	Si	No
		Al encontrar la solución del problema lo contrasta con los datos para saber si su solución es la correcta		
	Análisis de la solución obtenida	Encuentra relación entre la incógnita y el resultado		
		Reconoce la efectividad de su plan		
		Se muestra satisfecho frente a la forma en que resolvió el problema		
	¿Necesito hacer cambios?	Se detiene a analizar si lo está haciendo correctamente		
		Reconoce cuando debe hacer ajustes al plan		
		Hace los ajustes que considera necesarios		

A continuación, encontramos una tabla en la que serán registrados los obstáculos epistemológicos que presentan los estudiantes frente al concepto en la etapa de exploración de ideas previas que se desarrollará en la unidad didáctica. Para el desarrollo de esta temática se requieren conocimientos previos acerca de los números enteros, fracción y las operaciones básicas de suma y resta, conceptos con los cuales ya los estudiantes se han relacionado en el proceso de aprendizaje.

Obstáculos Identificados	**Respuestas de los estudiantes**
Epistemológicos/Conceptuales	

8 RESULTADOS

A continuación, se presentan los resultados de las pruebas aplicadas con el fin de describir los cambios que se dan en la resolución de problemas matemáticos con fracciones. La unidad didáctica se aplicó en 5 estudiantes, los cuales son referenciados haciendo uso de los siguientes códigos: E1, E2, E3, E4 y E5.

8.1 Obstáculos epistemológicos que presentan los estudiantes de grado segundo para solucionar problemas matemáticos con fracciones.

8.1.1 Situaciones Problema De Ideas Previas

Es posible iniciar la presentación indicando algunas generalidades obtenidas. En primer lugar, respecto a las preguntas que hay en cada una de las situaciones se obtuvo que los niños afirman entender el problema, lo cual confirman al describirlo con breves palabras presentes en el enunciado. Respecto a la justificación de las respuestas, se reiteran afirmaciones como “porque está bien”, “porque así es”, “porque eso me dio”.

En la solución de la primera situación de la categoría Ideas previas, el estudiante E1 indica que es posible hallar solución al problema planteado en tanto que se puede dividir una sola torta en más partes de tamaños iguales. Refleja que no tuvo inconveniente para elegir la opción correcta respecto a cómo debía cortarse el pastel. En este caso el obstáculo epistemológico se encuentra en que la justificación de su respuesta está en que llegó a la solución orientándose por lo que ve, es decir por una percepción sensible más no por una explicación matemática.

Por su parte, el estudiante E2 no aclara si al entregar un pedazo a cada niño, cada uno recibirá partes iguales. Por su parte el obstáculo epistemológico está en que asocia la respuesta a partir de conteo: elige la opción en la que hay 8 pedazos. Sin embargo, está implícito que eligió la opción en la que los 8 pedazos fueran iguales. Siguiendo esta misma lógica, los estudiantes E4 y E5 plantearon sus respuestas.

En la respuesta del estudiante E3 no hay evidencia de que encuentre que un solo objeto se puede dividir en más partes, pues su solución es “que su mamá le compre 8 tortas”. Al igual que Daniela, llegó a la respuesta sobre la división de la torta por conteo. Tampoco realiza una explicación matemática sobre cómo llegó a la solución del problema: “con la mente”.

Respecto a la primera situación se obtuvo que las representaciones alternativas a la solución del problema son del mismo carácter que el de la solución dada, por gráfica de torta.

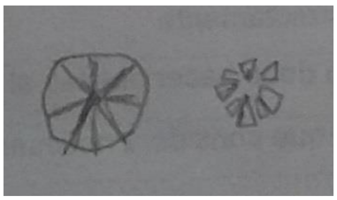
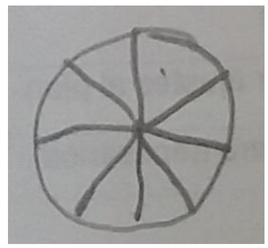
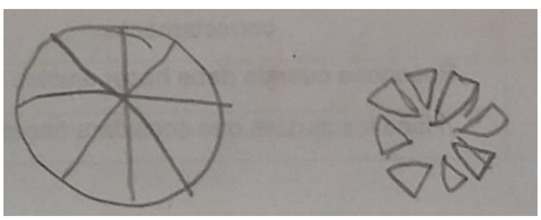
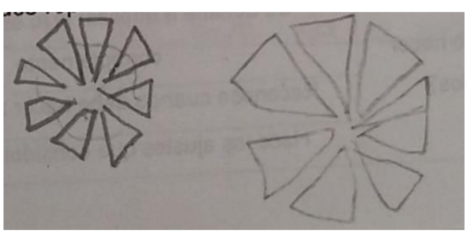
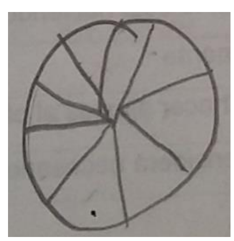
<table>
<tr><td>E1
</td><td>E2
</td></tr>
<tr><td colspan="2">E3
</td></tr>
<tr><td>E4
</td><td>E5
</td></tr>
</table>

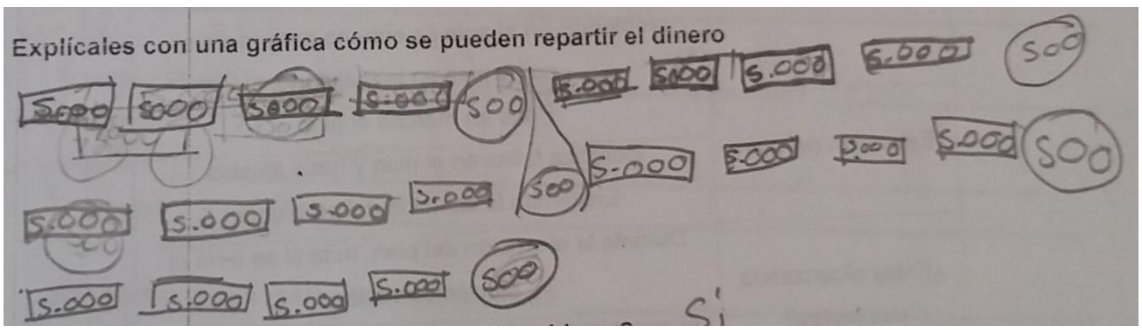
Figura 3. Respuesta pregunta 8, situación 1. ¿De qué otra forma puedes representar la manera en que Valentina va a compartir la torta?

Situación 2

En la respuesta de todos los niños se identifica que existe un obstáculo epistemológico en la medida que no asocia la posibilidad de dividir en partes iguales la cantidad de $25. Por eso, ellos asumen la cantidad total y la dividen en unidades de $5. El alumno E3 propone como alternativa que un niño reciba $10 y el otro $15; sin embargo, no aclara cómo debe entregarse el dinero para que cada niño reciba partes iguales.

En la Figura 4 es posible apreciar la solución gráfica propuesta por dos de los niños, E2 y E5, la cual se reitera en los otros casos.

E2



E5

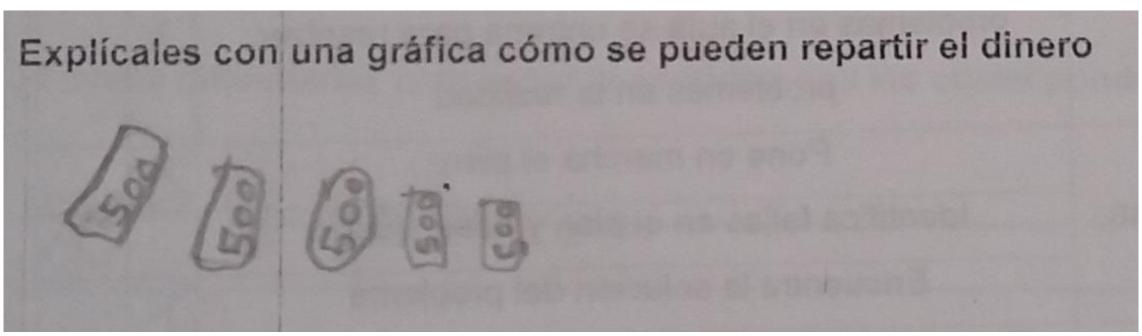


Figura 4. Respuesta gráfica solución del problema Situación 2.

Fuente: elaboración propia

Situación 3

Respecto a la situación 3 se identificó que el obstáculo epistemológico es el conteo; los niños indican que la manera como llegaron a la solución fue: "contando" (E2), "sí, porque saqué la cuenta" (E1), "volví a contar" (E3), "4, 4, 4, 4 para cada uno" (E4). Por su parte, el estudiante E5 se aproxima a una respuesta más formal así: "porque son 16 pedazos de chocolatina y son 4 niños, repartiendo en línea recta" (E5). En este caso la operación resulta efectiva para llegar a la solución, pero no existe claridad sobre cómo aplicar los fraccionarios.

8.1.1. **Metacognición**

De esta categoría se obtuvieron resultados desde la situación 4 hasta la 7, sobre la cual se presentan los resultados obtenidos.

Situación 3, Metacognición

En este caso, todos los niños llegaron a la respuesta correcta por medio de la realización de gráficas, las cuales les permitieron asignar a cada fracción un valor uniforme para completar los 60$, esto hizo posible que cada niño identificara que el total que debía invertir la madre para la merienda de sus hijos era de 20$. Como ejemplo la Figura 5, muestra la respuesta de Jesús. En este caso, los estudiantes E1 y E2 argumentan que llegaron a la solución contando, el resto de los niños solamente indican que esa es la respuesta correcta.

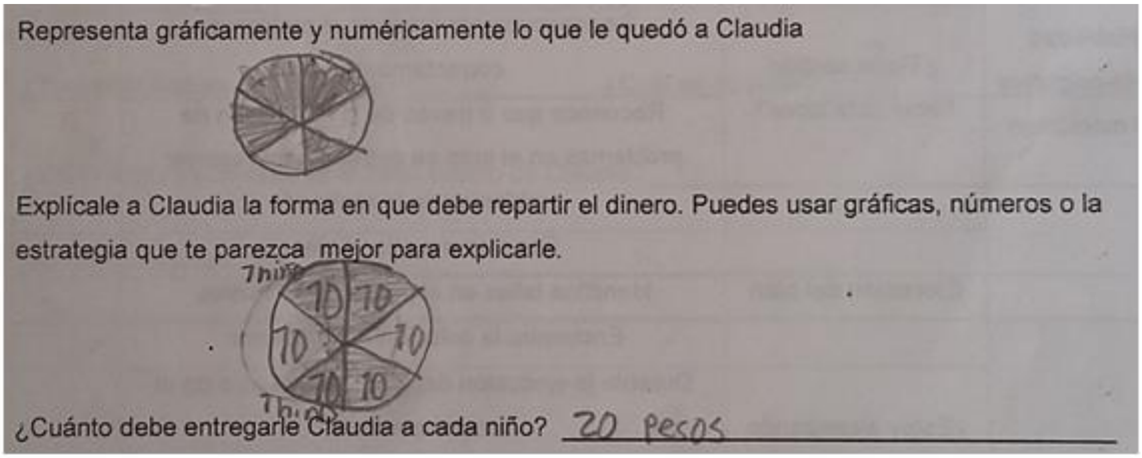


Figura 5. ***Respuesta del alumno E3 a la Situación 4, Metacognición.***

Fuente: elaboración propia.

Situación 4, Metacognición

En este ejercicio las respuestas se dividen entre los niños que identificaron que la clave para llegar a la respuesta estaba en la cantidad de décimas del peso del personaje de la situación problema (40), y los que no lo hicieron. Solamente una niña, E2, llegó a la respuesta acertada. Al igual que en la situación anterior, los niños realizaron gráficas en torta. Sin embargo, los alumnos E3 y E5 no asignaron las décimas, por lo que su respuesta fue como fraccionario: “1/4”, en vez de 30. Por su parte, el obstáculo epistemológico del estudiante E1 fue no haber identificado la pregunta, por lo que su gráfica solamente la llevó a confirmar el planteamiento de la pregunta “3/4”. El alumno E4 no resolvió esta situación.

Situación 5, Metacognición

Tres de los cinco niños llegaron a la solución correcta al realizar la gráfica de torta, dividiéndola en 9 partes, lo que les permitió reconocer que cada persona debía recibir 3 porciones de natilla. El alumno E4 no resolvió la situación, mientras que el estudiante E5 hizo una gráfica en cuadrícula. Nuevamente el argumento que los niños utilizan para justificar su respuesta es el proceso de conteo; de hecho, es posible ver que, en la gráfica de torta de E2, ella colocó números para facilitar el conteo. En la Figura 6, se presenta las alternativas que cada niño propone para representar cómo se debe repartir la natilla.

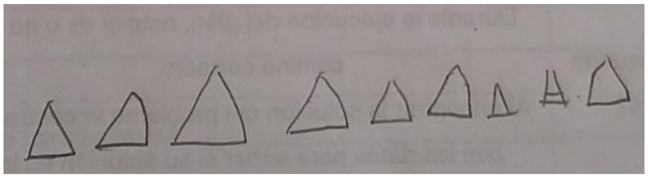
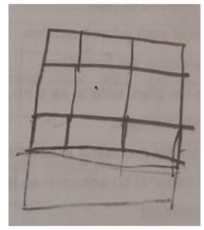
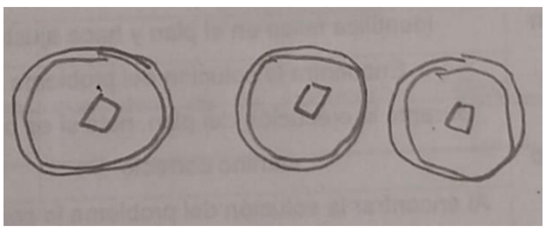
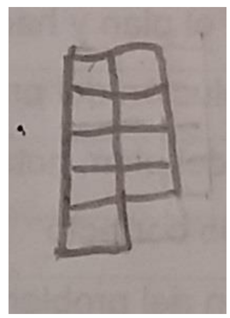
E1 	E2 
E3 	E5 

Figura 6. Respuesta gráfica situación 5: ¿De qué otra forma puedes representar la forma en que Ana va a repartir la natilla?

Situación 6, Metacognición

Las respuestas que los niños indicaron acerca de los pasos que consideran seguir para comprender la situación problema 6 fueron: “leer, analizar, contar, hacerlo”(E5), “lo leo, lo comprendo, lo miro, lo analizo” (E2), “lo miro, lo analizo, lo cuento, lo reviso” (E3), “leer, analizar, contar, hacerla” (E5). El alumno E4 no respondió a la pregunta.

La solución que esta pregunta obtuvo de parte de los niños es similar a las que se han revisado anteriormente (excepto el estudiantes E5, cuya gráfica no es clara), con gráficas de tortas, asignando valores concretos a cada fracción. Se identifica que los niños tienen facilidad para hallar las respuestas cuando la gráfica está dada (preguntas de múltiple opción). Los niños continúan asegurando que lograron la respuesta contando.

Situación 7, Metacognición

Sobre esta situación problema es posible mencionar, como datos distintos a los que se han venido presentando, que respecto a la pregunta sobre los pasos que debe seguir el protagonista del problema para llegar a la respuesta, los niños indicaron: "1. leer, 2. analizar, 3. contar" (E5); "1. puede contar los animales, 2. puede ver los animales, 3. puede analizar los animales" (E2); "1. que observe la gráfica, 2. que reparta los 25 en la gráfica, 3. Que mire cuanto queda en la gráfica" (E1). El alumno E4 no resolvió esta situación.

Según el análisis de los datos recolectados hasta este punto, se identificaron tres obstáculos epistemológicos presentes en los procesos y respuestas de los niños, estos son, llegar a la respuesta a partir de la percepción sensible, llegar a la respuesta por un proceso de conteo en el que la igualdad se encuentra implícita pero no se justifica; dificultad al explicar de manera detallada el proceso para llegar a la respuesta.

8.2 Niveles de resolución de problemas de los estudiantes de grado segundo

Para analizar los niveles de resolución de problemas se toma como instrumento la rejilla de control metacognitivo, la cual fue diligenciada por los niños por cada situación problemática que desarrollaron. Para sistematizar estas respuestas, que funcionan como una suerte de cuestionario, se han tabulado las opciones (Sí y No) y se han creado gráficas por cada formato de rejilla diligenciado por cada niño. A continuación, se presentará una síntesis del análisis presentando gráficas representativas de los resultados obtenidos, las cuales permitan categorizar a cada uno de los alumnos.

En relación con la *Comprensión del problema,* las respuestas del alumno E1 son una evidencia del modo como se manifiesta esta subcategoría dentro del grupo escogido: hay un alto nivel en este aspecto, lo cual se expresa en una prevalencia de la respuesta Sí para cada uno de los indicadores planteados. En el caso particular de esta estudiante se obtuvo 78% de respuestas afirmativas, y 22% de respuestas negativas. Los tres primeros indicadores, *Identifica la incógnita*, *Identifica los datos* y *Relaciona los datos* obtuvieron en su totalidad afirmaciones, mientras que el indicador *Identifica dificultades para resolverlo* obtuvo en su mayoría "No" como respuesta (6 veces). Es importante resaltar esto porque dicho indicador (el cuarto y último dentro de la lista), obtuvo en todos los estudiantes predominio de respuesta negativa (todas las gráficas se pueden apreciar en el Anexo 2). Esto indica que los niños tienen la seguridad de comprender el problema, pero no tienen conciencia o claridad de las dificultades que dicho problema implica.

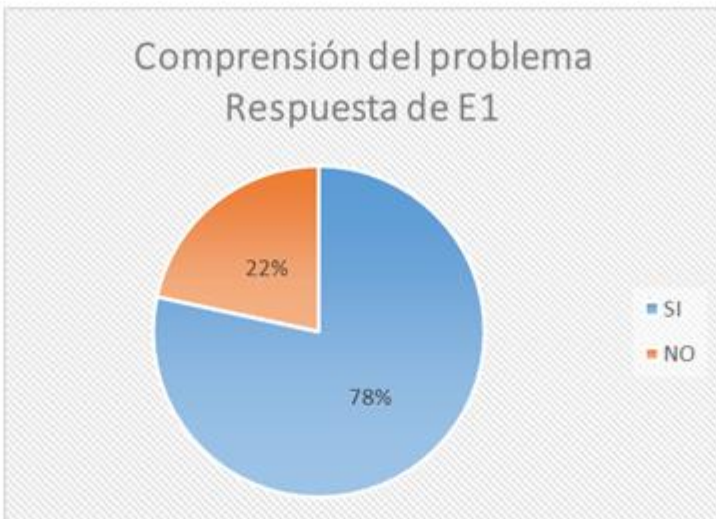


Figura 7. Niveles de resolución de problemas: Comprensión del problema. Respuesta de E1.

Fuente: elaboración propia

Respecto a la subcategoría *¿Tengo una clara comprensión de lo que estoy haciendo?*, las respuestas de la estudiante E2 permiten tener una mirada general del grupo. En ellas se obtuvo un 95% de respuestas afirmativas por los dos indicadores revisados, *Puede explicar su plan para resolver el problema y Ejecuta el plan tal como lo ha propuesto*. En general los niños se encuentran seguros de que saben claramente los procesos que realizan para solucionar el problema. Esto puede deberse a las preguntas iniciales que se establecieron al inicio de cada situación, en las cuales se les pregunta si entienden el problema, en qué consiste este y cuando se les pide describir la solución. De hecho, estudiantes como E4 y E1 indicaron un 100% de respuestas afirmativas para esta categoría.

Figura 8. Niveles de resolución de problemas: ¿Tengo una clara comprensión de lo que estoy haciendo? Respuestas de E2.

Fuente: elaboración propia.

Sobre la *Elaboración del plan*, el alumno E3 fue quien presentó los niveles más bajos en tanto que indicó en 14 ocasiones de 50 una respuesta negativa frente a los 5 indicadores a evaluar. El indicador que tuvo más respuestas negativas fue *Describe las posibles estrategias* (6 veces de las 10 situaciones problema que resolvió); aspecto que se reiteró en los otros alumnos. Por su parte, los otros niños presentan porcentajes en los que la respuesta afirmativa recibe dominio, llegando a un 98%, como es el caso de E3. Según esto, es posible afirmar que la posibilidad de hacer gráficas, tal como se evidenció en el análisis de las situaciones, es uno de los procesos clave dentro del plan. Además, el conteo puede ser considerado un conocimiento previo valioso para llegar a la solución de las situaciones propuestas.

Figura 9. Niveles de resolución de problemas: elaboración de un plan. Respuestas de E3.

Fuente: elaboración propia.

8.3 Niveles resolución de problemas que presentan los estudiantes al emplear la dimensión metacognitiva de monitoreo.

Alterno al desarrollo de la unidad didáctica, se hará uso de una tabla para el registro. Para identificar qué sucede con la resolución de problemas cuando se emplea la dimensión metacognitiva de monitoreo, se ha tomado la segunda parte de la rejilla por medio de la cual los niños hicieron control de las situaciones problema que resolvieron. Las subvariables a contemplar son aquellas que apelan al sentido de la tarea, el modo como cada niño ejecuta el plan elaborado; también se le cuestiona si está logrando los objetivos propuestos y se le motiva a que haga un control de estos procesos si así es necesario.

El primer elemento de la metacognición a sondear es *¿Tiene sentido hacer esta tarea?* La respuesta de la estudiante E5 se destaca porque muestra algunas inquietudes respecto al cuestionamiento en la solución de algunas situaciones, las cuales corresponden a un 8% por las respuestas negativas en todos los problemas que resolvió. El indicador que más respuestas negativas obtuvo fue *Se preocupa por resolver el problema correctamente* (2). Es importante resaltar que mientras los estudiantes E1 y E2 no presentaron objeción al sentido de la tarea, E3 fue quien mayores inquietudes negativas formuló, con un 35% de ellas en las 10 situaciones que resolvió. Por otro lado, no existe una situación específica en la que los niños hayan señalado mayoría de respuestas negativas.

Figura 10. Niveles de resolución de problemas al emplear la dimensión metacognitiva ¿Tiene sentido hacer esta tarea? Respuesta de E5

Fuente: elaboración propia.

La subcategoría *Ejecución del plan*, tiene tres indicadores, *Pone en marcha el plan, Identifica fallas en el plan y hace ajustes* y *Encuentra la solución del problema*. En relación con estas observaciones, el alumno E4 presenta resultados que están en línea con el control realizado por el resto de los niños. Esta es una de las subvariables en la que prevalecen las respuestas negativas (63%) sobre las positivas (37%). El indicador que, en general, recibió mayores respuestas negativas fue *Identifica fallas en el plan y hace ajustes*. Esto puede deberse, bien porque la solución a la que los niños llegaron resultó satisfactoria y por ello consideran su plan está correctamente ejecutado y sin fallas, o bien porque no sabe qué se pueda encontrar mal en dicho plan.

Figura 11. Nivel de resolución de problemas al emplear la dimensión metacognitiva: ejecución del plan. Respuestas de E4.

Fuente: elaboración propia

Sobre el cuestionamiento si *¿Estoy alcanzando mis metas?* es posible mencionar que el grupo se divide entre los estudiantes que indican que cumplen o no, en la mayoría de las situaciones problema que resolvieron, con las dos acciones evaluadas, *Durante la ejecución del plan, nota si es o no el camino correcto* y *Al encontrar la solución del problema lo contrasta con los datos para saber si su solución es la correcta*. Un grupo, conformado por los estudiantes E1 , E2 y E4, presentan respuestas afirmativas de 78% (E1), 82% (E2) y 80% (E4); mientras que E5 y E3 evidencian que su seguimiento de las metas es menor, con porcentajes positivos de 50% (E5) y 30% (E3).

Figura 12. Nivel de resolución de problemas al emplear la dimensión metacognitiva: ¿Estoy alcanzando mis metas? Respuestas de E5.

Fuente: elaboración propia.

Los resultados para el *Análisis de la solución obtenida*, indican que la mayoría de los niños, salvo E3, se encuentra conforme con la solución a la que ha llegado para cada situación problema. En este sentido, las afirmaciones respecto a si *Encuentra relación entre la incógnita y el resultado*, si *Reconoce la efectividad de su plan*, y *Se muestra satisfecho frente a la forma en que resolvió el problema* están en un promedio entre el 83% y el 100% (en el caso de E2). Esto señala que los niños elaboran procesos de contraste entre el resultado al que llegaron con el planteamiento propuesto; aspecto que se debe, también, a la manera como está estructurada cada una de las situaciones. De esta manera es posible afirmar que dichas indicaciones también les permiten a los niños ser más reflexivos y autocríticos al momento de verificar las respuestas a las que han llegado y el proceso que realizaron.

Figura 13. Nivel de resolución de problemas al emplear la dimensión metacognitiva: análisis de la solución obtenida. Repuestas de E3.

Fuente: elaboración propia.

Finalmente, sobre la subcategoría *¿Necesito hacer cambios?*, que procura una revisión del proceso realizado en comparación con la respuesta obtenida, los niños indicaron respuestas negativas sobre si se realizan controles de análisis para confirmar que los procesos son correctos o si se detienen a analizar si lo está haciendo correctamente. El motivo de estas respuestas puede encontrarse en el análisis de las situaciones problema que fueron revisadas en la primera parte del análisis. En ellas, como se afirmó, los niños hacen afirmaciones de que se encuentran seguros de sus respuestas porque así lo leyeron o porque el resultado es correcto. En la medida que consideran que la respuesta es satisfactoria, no consideran replantear, revisar o analizar los procesos realizados.

Para ejemplificar esta posición se ha tomado los resultados obtenidos en las respuestas de del alumno E3, quien se caracterizó por ser el niño que más respuestas negativas indicó en la mayoría de las subvariables analizadas. Aspecto que se confirma al revisar las situaciones problema que resolvió, pues en algunas ocasiones sus respuestas presentan errores y marcados obstáculos epistemológicos. Para este caso particular, el 90% de sus respuestas fueron negativas, donde cada uno de los indicadores obtuvo una calificación equivalente.

Figura 14. Nivel de resolución de problemas al emplear la dimensión metacognitiva: ¿necesito hacer cambios? Respuestas de E2.

Fuente: elaboración propia.

8.4 Análisis global

Con base en los resultados obtenidos, se ha elaborado un esquema de las categorías que se hallaron dentro del grupo, las cuales obedecen a los obstáculos epistemológicos, al nivel de resolución de problemas y al nivel de las habilidades metacognitivas. A partir de esto fue posible determinar en qué categoría se ubica cada niño para, posteriormente, tener una visión general de la muestra. En el anexo 3 se presenta la ficha matriz de categorización para cada participante. A continuación, se presenta el esquema de categorización y, en seguida, una tabla de categorización de cada niño.

Es importante hacer notar que, aunque se toman por porcentajes, estos son apenas indicadores de los niveles rastreados. Sin embargo, en tanto que la presente investigación es cualitativa, se pretende utilizar tales porcentajes como orientación para asignar categorías de carácter descriptivo que ahonden más en el carácter mismo de los sujetos analizados. Por ello, además de asignar una aproximación numérica del nivel de cada estudiante, se asigna, con mayor interés, una categorización que permita comprender tanto el proceso de resolución de problemas como el desempeño de la habilidad metacognitiva de monitoreo. Por lo cual, los aspectos identificados como indicadores o característicos de ambos elementos derivan de lo plantado en el marco teórico, con autores como Polya y Shoenfeld para la subvariable de resolución de problemas y Nelson & Narens y Jiménez para las habilidades metacognitivas.

En el cuadro de categorización que encontramos a continuación, están los estudiantes codificados como E1, E2, E5, E3, E4, se ubicaron en este orden dentro del cuadro, de acuerdo con los resultados que se hallaron en cada uno, iniciando por los más satisfactorios.

Tabla 2. Matriz de análisis general

<table>
<tr><th>Obstáculo epistemológico</th><th>Resolución de problemas</th><th>Habilidades metacognitivas</th><th>Categorías</th></tr>
<tr><td rowspan="3">-Percepción sensible
-Conteo
-Fundamentación a partir de tautologías: “porque así es”, “porque así me dio”, “porque leí”</td><td>Comprensión del problema</td><td>¿Tiene sentido hacer esta tarea?</td><td rowspan="2">Numéricas
Nivel alto 80%-100%
Nivel intermedio 30%- 79% Nivel bajo
1%-29%</td></tr>
<tr><td>¿Tengo una clara comprensión de lo que estoy haciendo?</td><td>Ejecución del plan</td></tr>
<tr><td>Elaboración de un plan</td><td>¿Estoy alcanzando mis metas?</td><td>Cualitativas:
Desarrollo de habilidades para solucionar problemas con fracciones</td></tr>
</table>

		Análisis de la solución obtenida	Metacognición: Presencia de juicios de monitoreo. Presencia de los componentes de monitoreo y control: Adquisición, Retención y Recuperación Relación con el proceso de control: Respuestas detalladas Diseño de gráficas Uso de términos que designan procesos (analizar, comprender)
		¿Necesito hacer cambios?	

Fuente: elaboración propia.

8.4.1 Categorización De Los Estudiantes

Tabla 3. Esquema de matriz general de categorización de los niños.

estudiantes	**categorías**
E1	Obstáculo epistemológico: Percepción sensible Nivel alto de resolución de problemas y metacognición Habilidad para el desarrollo de fracciones: 3/3. Realiza juicios de facilidad de aprendizaje Relación asertiva con el proceso de control: elaboración de

	gráficas, descripción de procesos mentales.
E2	Obstáculo epistemológico: Conteo Nivel alto de resolución de problemas y metacognición Habilidad para el desarrollo de fracciones: 3/3. Realiza juicios de facilidad de aprendizaje Relación asertiva con el proceso de control: elaboración de gráficas, descripción de procesos mentales. Uso de tautologías: “porque así es”, “porque así me dio”, “porque leí”
E5	Obstáculo epistemológico: Conteo Nivel medio de resolución de problemas y metacognición Habilidad para el desarrollo de fracciones: 2/3. Realiza juicios de facilidad de aprendizaje Relación asertiva con el proceso de control: elaboración de gráficas, descripción de procesos mentales. Uso de tautologías: “porque así es”, “porque así me dio”, “porque leí”
E3	Obstáculo epistemológico: Conteo Nivel medio de resolución de problemas y metacognición Habilidad para el desarrollo de fracciones: 1/3. Realiza juicios de facilidad de aprendizaje

	Relación asertiva con el proceso de control en elaboración de gráficas. Uso de tautologías: “porque así es”, “porque así me dio”, “porque leí”
E4	Obstáculo epistemológico: Conteo Nivel alto de resolución de problemas y metacognición Habilidad para el desarrollo de fracciones: 2/3. No fue posible identificar la relación con los procesos de control metacognitivo. Uso de tautologías: “porque está bien”,

Fuente: elaboración propia

9 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

De acuerdo con los resultados obtenidos, es posible identificar elementos puntuales de los conceptos abordados que se manifestaron de manera particular en el desarrollo de las situaciones problema solucionadas por los cinco niños que participaron en la investigación.

9.1 Obstáculos en la resolución de problemas

Es considerable que uno de los principales hallazgos obtenidos con los instrumentos de intervención pedagógica realizada, fueron haber identificado los obstáculos epistemológicos presentes en los procesos de aprendizaje de las matemáticas de los cinco niños estudiados. Frente a ello, se confirma la contribución de Brousseau (1993) al plantear este concepto para definir procesos de pensamiento que pueden ser de gran o poca complejidad, vinculados al razonamiento matemático. Tal como se pudo encontrar, se hallaron tres obstáculos epistemológicos concretos: que los niños confíen a su percepción sensible la validez de una deducción. Esto pudo ser visto en las situaciones iniciales, correspondientes a las ideas previas y se mira como un obstáculo porque esto limitó a los niños a basarse en solo un aspecto de la situación y no avanzar a soluciones más científicamente matemáticas para hallar la solución de las situaciones problema, de hecho, en algunas situaciones, la sola confianza en la percepción sensible no era suficiente para hallar la solución.

Otro de los obstáculos es el relacionado con el proceso de conteo: los niños cuentan de manera natural para dividir un todo en sus partes. En este sentido dicho proceso les permite superar el obstáculo presentado en el problema planteado; sin embargo, no en todos los casos el conteo funcionó y, de hecho, se convirtió en un elemento insuficiente para llegar a la solución correcta (situación 2). Sobre este aspecto puntual es importante aplicar lo que afirma Barrantes (2006): el conocimiento funcional del conteo se hizo disfuncional ante la necesidad de aplicar fraccionarios para dividir cantidades y separar unidades.

Además, fue identificado que las representaciones alternativas planteadas por los niños para la solución del problema son del mismo carácter que el de la solución dada. La gráfica de torta es la representación más utilizada y en la que los niños tienen mayor dominio. En ese sentido es importante recordar nuevamente a Brousseau (1993) cuando afirma que este tipo de dificultades pueden ser superadas, por medio de las situaciones problema en tanto que se motive a los niños a construir modelos de una manera diferente a la que ya conocen.

Finalmente, se destacan los argumentos que se obtuvieron para explicar y justificar el conocimiento. Las expresiones como "porque está bien", "porque así es", "porque eso me dio", confirman que para los niños es más importante llegar al resultado satisfactorio que confirmar el proceso que se está ejecutando. Ante ello, es posible interrogarse cómo estimular el desarrollo de los juicios de monitoreo desarrollados por Nelson y Narens (1990), los cuales son considerados procesos fundamentales para que el proceso de aprendizaje sea más sólido y se construya un pensamiento crítico y orientado a la resolución de problemas. Las situaciones problema, por lo tanto, pueden estimular al desarrollo de los juicios EOL, JOL y FOK que permitan solucionar el uso de tautologías como justificación de los problemas.

Por lo tanto, estas problemáticas identificadas se convierten en la base sobre la cual orientar a los niños para que descubran el error, profundicen en el hallazgo de soluciones más prácticas y oportunas que les brinden soluciones satisfactorias.

9.2 Niveles de resolución de problemas

Para dar una ubicación a los niños en cuanto a la resolución de problemas se establecieron unos niveles con criterios numéricos donde en el ato se ubica a los niños que tuvieron entre el 80 y el 100 por ciento de respuestas positivas registradas en la tabla de recolección de la información, en nivel intermedio entre el 30% y 79%, y en nivel bajo entre el 1% y 29%. Esto, atendiendo a ciertos criterios tales como el desarrollo de habilidades para solucionar problemas con fracciones, Presencia de juicios de monitoreo, Presencia de los componentes de monitoreo y control: adquisición, retención y recuperación, relación con el proceso de control: respuestas detalladas, diseño de gráficas, uso de términos que designan procesos (analizar, comprender).

Se pudo encontrar, a partir de lo anterior, que, en su mayoría, los niños avanzaron en sus niveles de resolución de problemas haciendo una reflexión sobre sus soluciones dadas a través del diligenciamiento de la tabla de recolección de la información basada en las fases e resolución de problemas de Polya, hasta llegar a un proceso de reflexión sobre su propio trabajo, donde se inicia el proceso de metacognición.

Partiendo del marco teórico establecido para la resolución de problemas, cuyo eje fundamental son las tesis de Polya, se deduce que existen problemáticas asociadas al proceso. El autor sostiene que inicialmente es preciso que los alumnos entiendan el problema que abordarán, sin embargo, se encontró que aunque los niños tienen la seguridad de comprender el problema, en el fondo no tienen conciencia o claridad de las dificultades que dicho problema implica. Ejemplo de ello es es el hecho de que los alumnos no tienen interiorizado el concepto de “fracción” a no tener una noción clara de cómo una unidad puede ser dividida en partes iguales, lo niños tienden a emplear otros conceptos asociados como el conteo.

Para Polya es necesario que el individuo pueda replantear el problema en sus propias, en este sentido, los niños manifestaron tener destreza en el ejercicio, sin embargo, se hizo reiterativo el uso de tautologías como: “porque así es”, “porque así me dio”, “porque leí”, etc., las cuales evidencian una ausencia de conceptos esenciales o de capacidad argumentativa.

En relación con la formulación de las situaciones problema se identificó que los niños asociaron dichas situaciones con la cotidianidad, lo que se ve en el uso de afirmaciones como “que la mamá le compre más tortas”, o que se le dé importancia a detalles como repartir la torta en los platos o ver los animales del zoológico. Aspecto que se confirma cuando Puig (1996) afirma, desde una perspectiva psicológica, que la manera como cada niño soluciona los problemas que se le presentan son extensivos a su realidad y la manera como percibe el mundo.

Finalmente, se reconoció que los niños no objetaron la tarea propuesta, motivo por el cual se puede inferir que hallaron importancia o entretenimiento en ella. En todo caso, hay evidencia de que se dedicaron con interés a resolver las preguntas propuestas, incluso cuando se trataron de reflexionar sobre los procesos realizados. Los espacios a los que los niños mayor importancia dieron fue a realizar gráficas y representaciones de las soluciones propuestas. En ese sentido se resalta la importancia que tienen las situaciones problema desarrolladas para vincular a los niños con el desarrollo del proceso científico y estimularlos a que apliquen su intelectualidad para solucionarlas, según lo plantean Díaz & Poblete (2001).

En las siguientes fases de las propuestas por Polya, referentes a la configuración y ejecución de un plan, se debe tener en cuenta las estrategias empleadas para dar solución de los problemas. Tal como se puede ver en la estructura, y como se confirma por los resultados obtenidos, las preguntas iniciales que se establecieron en cada situación problema buscan que el estudiante sepa qué, cómo, por qué y cuándo aplicar sus conocimientos para la solución de la problemática planteada (Sánchez, Castaño, & Tamayo, 2015). De hecho, es necesaria la consideración si, como tal, identifica un problema de manera de que se haga consciente de la situación y de cómo auto-regular sus pensamientos para orientarlos hacia la solución. En este caso se evidenció que la posibilidad de hacer gráficas o analizarlas, es uno de los procesos clave dentro del plan.

Se encontró también que los estudiantes emplearon de manera mayoritaria el método de conteo, que si bien se presenta como una alternativa necesaria teniendo en cuenta el nivel educativo de los sujetos, también manifiesta una debilidad epistemológica, pues evidencia una falta de rigor científico, en la cual el participante opta por el método más familiar sin ser necesariamente el más completo ni práctico. En este sentido se precisa de una reestructuración de los contenidos del área matemática en la cual no solamente se instruyan en los conceptos y métodos sino también en la practicidad y utilidad de los mismos. Una vez que los niños sean conscientes de que las fracciones no solamente son un método sino que es la única herramienta que puede dar resultados satisfactorios frente a problemas de división, y que además puede proyectar soluciones de manera más rápida y práctica el conteo, estos configurarán planes donde incorporen los conocimientos adquiridos de manera voluntaria.

Respecto a las habilidades que hay que tener para resolver fracciones, según las proponen Linares y Sánchez (2000), es posible comparar la situación 2 de ideas previas (en la que no llegaron a la consideración de dividir los $25 para dos personas, sino en 5 partes), con la situación 3 de metacognición. Es posible afirmar que la gráfica y el asignar valores concretos a cada fracción facilita los procesos de comprensión. Esto demuestra que el conteo es un obstáculo epistemológico si no se orienta en el desarrollo de las habilidades concretas para solucionar fraccionarios. La respuesta de la figura 5 indica que algunos niños no asocian los fraccionarios con la consideración de que un todo se puede dividir en partes iguales, dado que no hay noción clara de cómo una unidad es dividida.

9.3 Dimensión metacognitiva

En línea con lo anterior, la gráfica propuesta por Jiménez (2015) (Figura 2), se considera un esquema clave a seguir, desde el cual profundizar en los procesos de retención y recuperación de la información para la enseñanza de la matemática. Por las soluciones satisfactorias a las que los niños llegaron, es claro que la adquisición de conocimiento se efectúa; sin embargo, las dificultades para explicar cómo llegaron a la respuesta detallando el proceso es evidencia de que se requiere activar aún más la metacognición con el fin de fortalecer los procesos de retención y recuperación. Así se logrará mayor profundidad en la comprensión de los conceptos para llevarlos a la práctica.

El interés de los niños se enfoca en llegar a una respuesta satisfactoria, aunque no haya claridad sobre el proceso. Sin embargo, las subvariables que analizan la metacognición permitieron identificar que los niños asocian los conceptos de comprender y analizar con leer y contar. En este sentido, los niños elaboraron procesos de contraste entre el resultado al que llegaron con el planteamiento propuesto; aspecto que se debe, fundamentalmente, a la manera como está estructurada cada una de las situaciones. Es posible afirmar, confirmando lo dicho por Sánchez, Castaño y Tamayo (2015), que dichas indicaciones también les permiten a los niños fortalecer las habilidades para generalizar y de aplicar estrategias adecuadas para la solución de problemas. Se considera que, de fondo, estas actividades transcienden para que los niños sean más reflexivos y autocríticos al momento de verificar las respuestas a las que han llegado y el proceso que realizaron.

Se planteó una categorización para cada niño, en la que adquirieron mayor relevancia los planteamientos de Brousseau (1993), Nelson y Narens (1990) y Sánchez, Castaño y Tamayo (2015). Esto se debe a que los niños analizados presentan mayores oportunidades de acción en las categorías trabajadas por dichos autores: Desarrollo de habilidades para solucionar problemas con fracciones, Metacognición en relación con la presencia de juicios de monitoreo.

10 CONCLUSIONES

Como conclusión de la investigación realizada, es posible confirmar que se llevó a cabo una descripción detallada, analítica y crítica sobre los cambios que se dan en la resolución de problemas matemáticos con fracciones en los que se vincula la habilidad metacognitiva de monitoreo. Para ello, se llevó a cabo un trabajo detenido y organizado con cinco niños estudiantes de segundo grado, con quienes se aplicó una unidad didáctica para desarrollar habilidades metacognitivas y de resolución de problemas matemáticos. Para llegar a esto fue necesario aplicar una serie de actividades, cuyos resultados y hallazgos significativos se pueden enumerar de manera particular.

Tal como se comentó en el análisis de la información, luego de aplicar la unidad didáctica, se identificaron, en primer lugar, los obstáculos epistemológicos que presentan los estudiantes de grado segundo para solucionar problemas matemáticos con fracciones. Se hallaron tres obstáculos epistemológicos concretos: que los niños confíen a su percepción sensible o al conteo la validez de una deducción, o que justifiquen sus procesos a partir de tautologías.

Posteriormente se establecieron los niveles de resolución de problemas de los estudiantes de grado segundo, para lo cual se realizó la sistematización de las matrices de monitoreo que los niños solucionaron por cada situación problema desarrollada. Los resultados encontrados permiten hablar de generalidades en relación con esta categoría: los niños tienen la seguridad de comprender el problema, pero no tienen conciencia o claridad de las dificultades que dicho problema implica; se encuentran seguros de que saben claramente los procesos que realizan para solucionar el problema, aunque no los describan con detalle.

Con base en la segunda parte de la matriz de monitoreo se pudo realizar el análisis de los niveles resolución de problemas que presentan los estudiantes al emplear la dimensión metacognitiva de monitoreo. Se evidenció que el principal interés de los niños es llegar a un resultado satisfactorio, aunque no pueda describir dicho proceso. Por ello que no sientan preocupación por resolver el problema correctamente pues tienen la seguridad de haberlo resuelto bien. En la medida que existe esta percepción tampoco se presenta la necesidad de realizar ajustes o reconsiderar el plan que implementaron para solucionarlo.

Lo anterior no necesariamente describe una debilidad operativa de los alumnos, aunque sí argumentativa. Es decir, el hecho de que los niños sepan la respuesta correcta y la ilustren manifiesta un desarrollo cognitivo importante que el docente debe contemplar en la medida que refleja los conocimientos previos de los estudiantes. Sin embargo, el hecho de que los alumnos no hayan podido argumentar debidamente el proceso por el cual llegaron a dichas soluciones supone una debilidad argumentativa que el docente debe anotar con la finalidad de diseñar nuevas estrategias para su fortalecimiento.

Según lo dicho, se logró confirmar la importancia que tiene estimular procesos de auto-reflexión y autorregulación del pensamiento en el desarrollo de habilidades matemáticas. En el caso puntual de los fraccionarios, es relevante porque, como se encontró, es uno en el que los niños se encuentran con obstáculos epistemológicos que pueden ser aprovechados para desarrollar su pensamiento analítico y capacidad de resolución de problemas. También se identificó que los niños se esfuerzan y aplican procesos científicos con el mayor rigor posible, de acuerdo con los conocimientos que tienen, lo que refuerza la concepción acerca de la importancia fundamental que tienen las situaciones problema en el desarrollo del aprendizaje de las matemáticas.

Como se presentó en el análisis general de los resultados y en la triangulación de datos, los obstáculos epistemológicos presentes en los estudiantes que participaron en la investigación, fueron contemplados por Brousseau. Se considera que es posible orientar estos obstáculos y convertirlos elementos que sirvan como herramienta para llegar a la solución de los problemas matemáticos. Para ello, es necesario fortalecer los procesos propios de una disciplina científica, como la identificación de un problema, la elaboración de hipótesis, la definición de técnicas y métodos que permitan plantear soluciones adecuadas.

Además, se considera que en el trabajo con los niños es importante que las hipótesis establecidas por ellos sean sometidas a experimento de manera que puedan evidenciar si son correctas o no, y para que identifiquen de qué manera el error es significativo. En otras palabras, la unidad didáctica desarrollada funciona como una herramienta inicial de trabajo dentro del aula que permite desarrollar el pensamiento científico de los estudiantes y motivar el pensamiento metacognitivo de los mismos.

Finalmente, es posible afirmar que la intervención pedagógica realizada fue satisfactoria y que permitió obtener resultados que brindan información valiosa para el estudio de los procesos de aprendizaje en niños de primaria. En este sentido se contribuye con el aporte de datos, reflexiones y productos específicos, como la unidad didáctica desarrollada, para que sea aplicado en otros espacios escolares con niños de la misma edad. Sobre todo, se busca resaltar la importancia que tiene la metacognición y el papel de los docentes de matemáticas para estimular el desarrollo de las habilidades metacognitivas.

En relación específica con la metodología implementada, es posible destacar que el estudio de las capacidades y dificultades de los estudiantes para solucionar problemas matemáticos relacionados con fraccionarios tiene un enfoque más adecuado si se hace de manera cualitativa. El motivo de esto se encuentra en el concepto mismo de habilidad metacognitiva, que se formuló como categoría de investigación, porque en él se plantea que es necesario tener en cuenta tanto los aspectos cognoscitivos del estudiante, como otros de tipo emocional, de personalidad y de contexto para llevar a la autorreflexión y la conciencia de los procesos aplicados para adquirir conocimiento.

En este sentido, esta investigación contribuye en la comprensión de los problemas que enfrentan los niños desde una perspectiva epistemológica más profunda. De hecho, se identificó que los mismos problemas y obstáculos epistemológicos que tienen los niños está relacionado con que los docentes aún imparten clases siguiendo paradigmas que han sido superados. Para realizar este tipo de observaciones fue fundamental aplicar instrumentos que permitieran reconocer las voces de los niños, encontrar sus razones expresadas con sus propias palabras y visualizar el modo como diseñan soluciones de manera gráfica.

De esta manera también es posible destacar cómo se integró la metodología establecida en la construcción de la unidad didáctica, dado que tiene un fuerte componente cualitativo que recoge los puntos de vista de los participantes. Otro de los elementos que funcionan a favor de esta metodología es el haber aplicado los instrumentos en varias ocasiones pues de esta manera existiese una continuidad y una percepción de proceso. Estos factores también facilitan la metacognición, en la medida que los estudiantes percibieron actividades creadas con unos propósitos claros y explícitos, los cuales les fueron comentados. Lo que se busca decir con la enumeración de actividades realizadas, es demostrar que la unidad didáctica funciona tanto como instrumento de recolección de datos, como herramienta para plantear una solución. De acuerdo con esto, a la vez que se logra realizar un diagnóstico, también puede llegar a contrastar hipótesis de solución.

Respecto a las tablas de registro diligenciadas por los estudiantes, estas tienen un carácter más esquemático y funcionan, principalmente, para diseñar estadísticas que permitan ver los obstáculos epistemológicos de manera integrada. Ahora bien, lo anterior permite a los docentes considerar de manera organizada y estructural los procesos de planeación, monitoreo y evaluación. Procesos que fueron presentados a los niños en forma de enunciados breves, concretos y claros que estimularon su metacognición. Sin embargo, respecto a esto es considerable plantear otro tipo de registros o chequeos que permitan a los niños ampliar la justificación de los procesos que realizaron de manera que el mismo proceso de chequeo los lleve a fortalecer la metacognición.

Los análisis realizados indican que existen dificultades básicas en la argumentación y la puesta en evidencia de la respuesta alcanzada en la solución de problemas matemáticos con fraccionarios. Se considera que los fraccionarios son componentes esenciales del estudio de las matemáticas que tienen mayor conexión con los niños pues la distribución de cantidades es una situación que se presenta cotidianamente. En este sentido, es posible fortalecer la argumentación en la resolución de problemas matemáticos trabajando con fraccionarios, tal como se hizo con las unidades didácticas. Las situaciones contextualizadas, como la división de objetos, el manejo del dinero, las preparaciones de comida, entre otro, son situaciones problema con los que los niños encuentran relación.

El diseño de la unidad didáctica está basado en la revisión y configuración de un marco teórico conformado por investigaciones fundamentales dentro del estudio de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. A la vez, se realizó una revisión de los antecedentes de la temática y propósito de la investigación que permitiera identificar cuál es el vacío conceptual que requería atención. Frente a esto se identificó la importancia que tiene el desarrollo de las habilidades metacognitivas para mejorar el desempeño en los procesos mentales vinculados con el estudio de las matemáticas.

En tanto que en el país se han realizado investigaciones parciales, resulta un ejercicio oportuno e interesante identificar la correlación que existe entre la resolución de problemas matemáticos con los procesos de reflexión sobre los propios procesos de cognición, comprensión y monitoreo de los aprendizajes adquiridos. Uno de los principales hallazgos obtenidos es la relación existente entre los obstáculos epistemológicos que se enfrentan en el aprendizaje de las matemáticas, propuestos por Brousseau, con el monitoreo y control metacognitivos.

La revisión de literatura permitió comprender que la habilidad metacognitiva no puede ser enseñada por sí misma, es decir, no es posible establecer unos pasos para llegar a ella, es decir, no se trata de una meta, sino de un resultado producto de plantear los problemas adecuados. Es en este punto en donde se hace énfasis en la importancia de las situaciones problema y de los niveles de resolución de problemas, pues una unidad didáctica que parta de la comprensión de estos conceptos dará como resultado siempre un desarrollo metacognitivo en los estudiantes.

Para realizar la unidad didáctica se tomaron las fuentes teórico conceptuales consultadas de manera que se obtuvieran resultados que respondieran y pudieran catalogarse según las variables de estudio planteadas. De dicho proceso es posible resaltar que cada una de las situaciones problema está configurada de manera que los estudiantes tengan una orientación adecuada con el fin de tener las bases necesarias para que se contextualice y maneje un marco de referencia que le permita llegar a la solución del problema.

Evidencia de esto se encuentra en los apartados denominados Exploración de ideas previas (Situación 1, Anexo 1), en el que se introduce a los niños a la manera como pueden comprender el problema por medio de situaciones que les inducen a cuestionar los hechos y pensar de qué manera resolver lo planteado. En otro sentido, el apartado Historia y epistemología del concepto (Anexo 1), plantea de manera precisa el modo como el docente puede introducir a los estudiantes en el abordaje de las fracciones a partir del reconocimiento del concepto. Como aporte significativo de esta sección es importante resaltar el uso de material audiovisual y el uso de herramientas como la socialización de datos curiosos e interesantes que estimulen la curiosidad de los niños. Como se puede apreciar, estos aspectos se lograron por la identificación de estrategias y herramientas enunciadas por autores como Pérez y Ramírez (2011).

Del mismo modo, estas situaciones problema permitieron poner en evidencia los obstáculos y fortalezas de los alumnos, pues los caminos y herramientas escogidas por los sujetos durante el desarrollo de la unidad arrojan información relevante para comprender el grado de desarrollo de competencias y, especialmente, el nivel de resolución de problemas que tiene cada uno. Los resultados obtenidos demuestran que la unidad es adecuada para identificar las dificultades en los procesos operativos que tienen los niños, así como para aproximarse a una comprensión más profunda sobre la manera como los niños utilizan las herramientas y conceptos previos para solucionar problemas matemáticos.

11 RECOMENDACIONES

En línea con lo dicho, como recomendaciones se propone continuar aplicando la unidad didáctica diseñada, plantear modificaciones y mejoras que la hagan un instrumento de recolección de datos más potente. Además es un instrumento que puede ser de uso pedagógico y didáctico dentro de la aulas, de manera que a partir de este el docente identifique dificultades puntuales entre su grupo de alumnos. También se dispone de las matrices de categorización realizadas, pues es posible contrastar resultados de acuerdo con el contexto y los procesos que se lleven a cabo en diferentes aulas de clase.

12 REFERENCIAS

Alzate, M., Arbelaez, M., Gómez, M., Romero, F., & Gallón, H. (2005). Intervención, mediación pedagógica y los usos del texto escolar. *Revista Colombiana de Educación*(49), 83-102. doi:ISSN: 1681-5653

Barrantes, H. (2006). Resolución de problemas el trabajo de Allan Schoenfeld. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, *1*(1), 1-9.

Brousseau, G. (1993). *Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática.* Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba.

Díaz, V., & Poblete, A. (2001). Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas, 45*, 33-41.

Gascón, J. (1994). El papel de la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas. *Educación matemática, 6*(3), 37-51.

Gutiérrez, M., Pájaro, L., & Solipaz, R. (2016). Estrategias para la resolución de problemas reales mediante la estimulacion del pensamiento lógico-matemático. *Trabajo de grado*. Cartagena: Universidad de Cartagena.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación.* México D.F.: McGraw Hill.

Hurtado, M. (2012). Una propuesta para la enseñanza de fracciones en el grado sexto. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Jiménez, L. (2015). Desarrollo metacognitio enfocado en procesos de monitoreo y control en estudiantes de secundaria técnica empleando el modelo de resolución de problemas en una perspectiva de investigación. *Tesis doctoral*. Bogotá: Universidad Santo Tomás.

Linares, S., & Sánchez, M. (2000). Capítulo 5. Las fracciones: diferentes interpretaciones. En S. Linares, & M. Sánchez, *Fracciones.* Madrid: Síntesis.

Macbeth, G., Cortada, N., Razumiejeczky, E., & López, A. (2008). Eficacia del monitoreo metacognitivo en los procesos de atribución de verdad, falsedad y novedad. *Signos universitarios*, *27*(43), 76-63.

May, I. (2007). George Polya (1965): cómo plantear y resolver problemas. *Entreciencias: diálogos en la Sociedad del Conocimiento, 3*(8), 215-.

Mayor, J., Suengas, A., & González, J. (1993). Estrategias metacognitivas. Aprender a aprender y aprender a pensar. Madrid: Síntesis.

Metcalfe, J., & Shimamura, A. (1994). *Metacognition: Knowing about Knowing.* Cambridge: MIT Press.

Moreno, L., & Waldegg, G. (2002). Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas. Memorias. Primer Seminario Nacional de Formación de Docentes en el Uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas, 40-66.

Múnera, J. (2011). Una estrategia didáctica para las matemáticas escolares desde el enfoque de situaciones problema. *Revista Educación y Pedagogía*, *23*(59), 179-193.

Nelson, T., & Narens, L. (1990). Metamemory: a theoretical framework and new findings. *The Psychology of Learning and Motivation, 26*, 125-173.

Organista, P. (2005). Conciencia y metacognición. *Avances en Psicología Latinoamericana*, *23,* 77-89.

Pérez, Y., & Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de Investigación ,* *73*(35), 169-193.

Rodríguez, E. (2005). Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico. Madrid: Universidad Complutense de Madrid.

Sánchez, J., Castaño, O., & Tamayo, O. (2015). argumentación metacognitiva en el aula de ciencias. *Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales, Niñez y Juventud, 13*(2), 1153-1168.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Academic Press.

Silva, C. (2006). Educación en matemática y procesos metacognitivos en el aprendizaje. *Revista del Centro de Investigación, 7*(26), 81-91.

Tamayo, O. (2006). La metacognición en los modelos para la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias. Los bordes de la pedagogía: del modelo a la ruptura. Bogotá: Universidad Pedagógica de Bogotá.

Tomás, J., & Almenara, J. (2000). *Desarrollo cognitivo: las teorías de Piaget y Vigotsky.* Barcelona: Universidad Autónoma de Barcelona.

Touriñan, J. (2011). Intervención educativa, intervención pedagógica y educación: la mirada pedagógica. *revista portuguesa de pedagogia*, 283-307.

Vigotsky, L. (1995). *Pensamiento y lenguaje.* Barcelona: Paidós.

Zapata, G., & Muñera, J. (2003). La situación problema como estrategia para la conceptualización matemática. *Revista Educación y pedagogía, XV*(35), 185-199.

13 ANEXOS

13.1 Anexo A. Unidad didáctica

UNIDAD DIDÁCTICA

EXPLORACIÓN DE IDEAS PREVIAS

Para el desarrollo de esta temática se requiere que el niño conozca algunos elementos básicos de las matemáticas como el reconocimiento de los números naturales, nociones de reparto, identificación de la unidad, y las nociones de inclusión de clases que mencionan Linares y Sánchez (2000) refiriéndose a la terminología usada por Piaget. Para indagar éstos y los demás conocimientos previos que traen los niños, se proponen las tres situaciones problema que se encuentran a continuación.

Situación 1:

Valentina va a compartir una torta con nosotros el día su cumpleaños, pero está preocupada porque en la clase somos 8 personas y su mamá solo le comprará una torta.

¿Cuál es el problema que tiene Valentina?

____

____

¿Qué le propones a Valentina para resolver su problema?

____

____

¿Cómo puede hacer para entregar igual cantidad de torta a cada compañero?

____

____

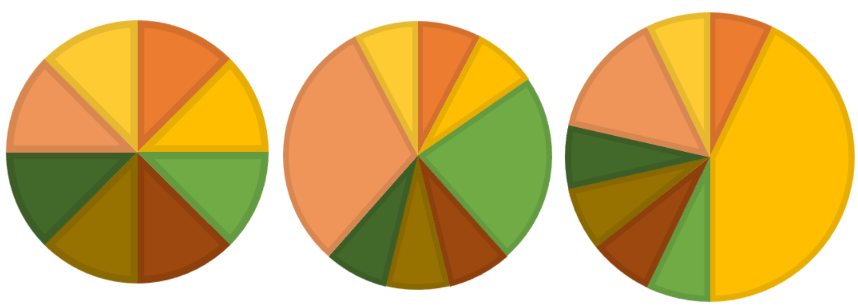
Indícale unos pasos a Valentina para sacar 8 partes iguales de la torta

Paso 1: ____

Paso 2: ____

Paso 3: ____

¿Cuál de las siguientes representaciones le sirve a Valentina para guiarse cuando vaya a



repartir la torta?

¿Por qué crees que esa es la que le sirve?

____

____

¿Cómo hiciste para saberlo?

____

____

¿De qué otra forma puedes representar la manera en que valentina va a compartir la torta?

____

____

Situación 2:

Camilo y sus 4 primos tienen unos libros de cuentos que ya leyeron y ahora los quieren

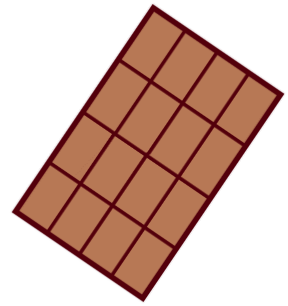
vender, para eso, publicaron el siguiente aviso en el colegio:

La profesora vio el aviso y les preguntó si ya habían hablado sobre la manera en que compartirán el dinero que les paguen por los libros. Ésta pregunta los dejó a todos muy pensativos.

¿Camilo y sus primos tienen un problema?

____

¿Cuál es el problema que tienen?
____



¿Cómo les puedes ayudar a resolverlo?
____

Explícales con una gráfica cómo se pueden repartir el dinero.

¿Crees que tu explicación les resuelve el problema?
____

¿Por qué?
____

¿Crees que hay otra forma de resolver el problema?
____

¿Cuál? ____

Situación 3:

El coordinador del colegio mandó unas chocolatinas como la de la imagen para compartirlas en grupos de 4 niños. Si te correspondiera repartir la de tu grupo ¿Qué cantidad separarías para cada uno?

¿Qué información te piden?

____

____

¿Qué información te dan?

____

____

¿Qué datos necesitas para saber la cantidad de chocolatina que le toca a cada uno?

____

____

¿Qué pasos vas a seguir para compartir la chocolatina?

Paso 1. ____

Paso 2. ____

Paso 3. ____

¿Cuál es tu respuesta?

____

____

¿Tuviste dificultades para saber la cantidad que les corresponde?

____

¿Cuáles?

____

____

¿Qué hiciste para superar esas dificultades?

____

____

¿Crees que tu respuesta es la correcta? ¿Por qué?

____

____

¿Cómo puedes comprobar que tu respuesta es la correcta?

____

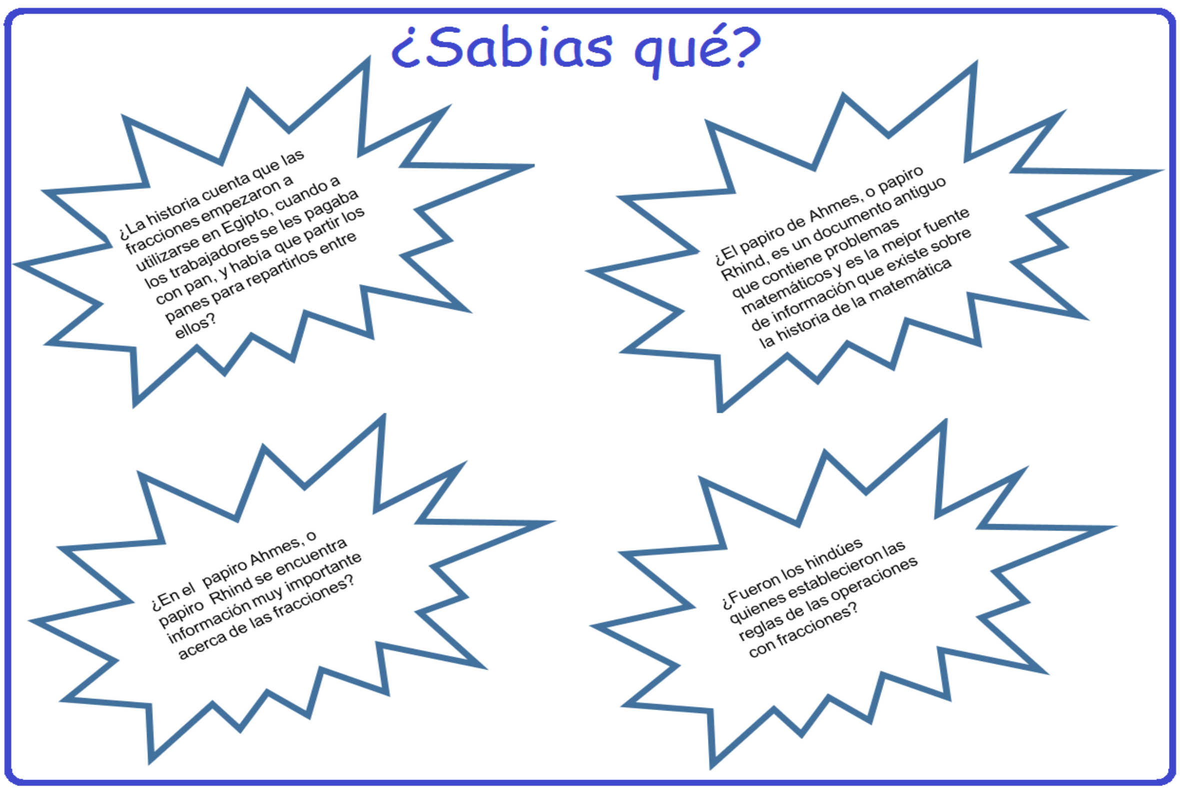
____

HISTORIA Y EPISTEMOLOGÍA DEL CONCEPTO

Para iniciar dando a los estudiantes una idea del concepto de fracciones se les mostrará un video disponible en https://www.youtube.com/watch?v=vB4uMRgSz-s que nos muestra gráficamente la representación de algunas fracciones. Luego del video, para establecer una socialización con los niños que permita ir familiarizándolos con el concepto de fracción, se harán las siguientes preguntas:

- Cómo explicarías tú, lo que es una fracción.
- ¿Por qué crees que se inventaron las fracciones?
- ¿Para qué crees que sirven las fracciones?
- ¿Alguna vez usaste las fracciones?
- Cuéntanos la situación en la que usaron en tu casa las fracciones

Posteriormente, leeremos un afiche que estará en el salón con datos curiosos acerca de las fracciones, sobre el cual se establecerá una socialización a partir de preguntas u opiniones de los niños.



METACOGNICIÓN

Para conseguir que los estudiantes lleven a cabo el proceso de metacognición y que especialmente desarrollen la habilidad meta- cognitiva de monitoreo a través de la resolución de problemas con fracciones que es lo que se busca con el desarrollo de la presente unidad didáctica, es necesario desarrollar problemas que los conlleven a reflexionar acerca de los conocimientos que tienen para enfrentarse a este tipo de problemas, a elaborar y ejecutar un plan que les permita resolver correctamente dicho problema y durante el desarrollo de éste se detengan a analizar si lo están haciendo correctamente. Para ello se proponen las siguientes situaciones:

METACOGNICIÓN

SITUACIÓN 1: Puedes usar el disco de fracciones.

Amalia fue con su papá y su mamá a la pizzería y ordenaron traerle a la mesa una pizza de 15 porciones. Mientras esperaban, la mamá les propuso guardar 6/15 de la pizza para llevarlo a la casa y compartir el resto entre los 3, pero ahora están en discusión porque no saben cuántas porciones se comerá cada uno.

¿Por qué están discutiendo Amalia con su mamá y su papá?

____

____

¿Crees que puedes ayudarles a resolver su problema?

____

____

¿Qué información necesitas?

____

____

Usa el disco de fracciones para representar la parte que se llevarán a casa y la parte que se comerá cada uno.

Representa gráficamente la parte que se llevarán a casa

Representa numéricamente la parte que se comerá cada uno

Cuéntales a Amalia y sus padres cómo pueden repartirse la pizza

____

____

¿Crees que esa es la forma correcta? ______________________________________

¿Por qué crees que esa es la forma correcta?

____

____

¿Cuántas porciones de pizza se llevarán a casa? ____________________________

¿Cuántas porciones se comerá cada uno? ________________________________

¿Cuántas porciones se comerán entre los 3? _____________________________

¿Piensas que tus respuestas son las correctas? __________ ¿Por qué?

____

¿Consideras que debes hacer cambios en tus respuestas? _________ ¿Por qué?
____

¿Cuáles? ____

METACOGNICIÓN

SITUACIÓN 2: Puedes usar el disco de fracciones

Estefany y su hermana Camila se comieron parte de una torta que estaba en la nevera y le dejaron una nota a la mamá que decía: "Mamá, ahí te dejamos tu parte, Estefany se comió 2/8 y Camila se comió 3/6 de lo que quedó". La mamá al ver la nota se quedó pensativa porque no tenía ni idea de la cantidad de torta que representaban esas fracciones. Ahora ella quiere saber cuántos pedazos de torta se comió cada niña para saber si la repartición fue justa.

¿Qué quiere saber la mamá de las niñas?

____

¿Cómo puede hacer para saber cuántas porciones se comió cada niña?

____

____

Indícale unos pasos a la señora para que sepa cuántas porciones se comió cada niña

Paso 1 ____

Paso 2 ____

Paso 3 ____

Representa gráficamente lo que se comió Estefany

Representa gráficamente lo que se comió la Camila

Representa numéricamente lo que se comió la mamá

Escribe cuantas porciones se comió cada una

Estefany

Camila

La mamá

¿Ya le puedes responder a la mamá cuántas porciones se comió cada niña? ______________
¿Cuántas fueron? ____

Crees que esa es la respuesta correcta? ___________________________________

¿Por qué crees que esa es la respuesta correcta? ___________________________

____

¿Cómo hiciste para saberlo? ____

____

METACOGNICIÓN

SITUACIÓN 3:

La señora Claudia fue a la tienda con 60 pesos y se gastó 2/6 de lo que llevó. Ahora necesita darles para la merienda a sus dos hijos con lo que le quedó, pero no sabe cómo hacer para entregar igual cantidad a cada uno. ¿Cuánto debe dale, Claudia a cada niño?

Responde:

¿Cuál es el problema que tiene Claudia?

____

¿Qué te preguntan?

____

¿Qué información necesitas para encontrar la respuesta?

____

____

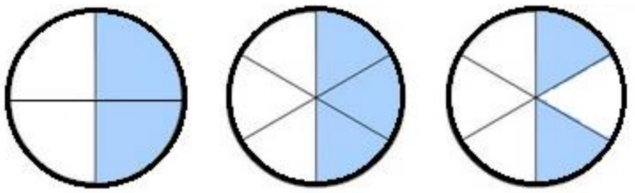
____

¿Qué información te dan?

____

¿Es suficiente la información que te dan?

____



¿Cuál de las siguientes gráficas representa correctamente lo que gastó Claudia?

Representa gráficamente y numéricamente lo que le quedó a Claudia

Explícale a Claudia la forma en que debe repartir el dinero. Puedes usar gráficas, números o la estrategia que te parezca mejor para explicarle.

¿Cuánto debe entregarle Claudia a cada niño?

____

¿Por qué piensas que tu respuesta es la correcta?

____

¿Crees que con tu respuesta le resuelves el problema a Claudia? _______ ¿Por qué?

____

____

____

Revisa nuevamente para confirmar si lo hiciste bien.

Crees que debes hacer cambios _______________ ¿Cuáles?

____

____

____

METACOGNICIÓN

SITUACIÓN 4:

El médico le preguntó a Karla cuánto pesa para poder formularle la cantidad de medicamento para la fiebre. Ella le respondió: “no sé exactamente doctor, solo sé que ayer, al subirme a la báscula, mi mamá me dijo que estoy pesando ¾ de 40” el doctor le dijo que sacara su cuenta y le dijera el peso exacto porque si no, no le podrá formular el medicamento.

¿Cuál es la pregunta que se debe estar haciendo Karla en este momento?

____

¿Qué información te dan en el problema?
____

____

____

¿Crees que con esa información puedes ayudar a Karla a encontrar la respuesta?
____

Explícale a Karla mediante graficas o números los pasos que debe seguir para encontrar la respuesta

¿Ya sabes cuánto pesa Claudia? ______________ ¿Cuál es su peso?

¿Estás seguro de que eses es el peso exacto de Claudia?

¿Cómo lo supiste?

METACOGNICIÓN

SITUACIÓN 5: Ana hizo una natilla para comérsela con sus 2 hijos. La natilla tiene 9 porciones y ella no sabe cómo repartirla de tal manera que a todos les toque igual cantidad.

¿Qué necesita saber Ana?

____

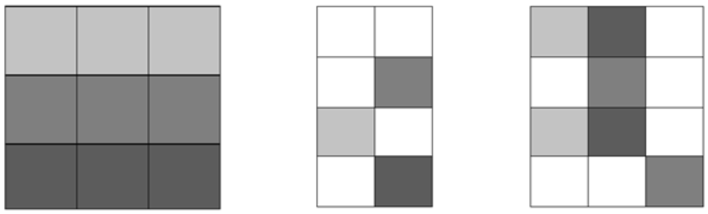
¿Cómo puedes ayudar a Ana?

____

Representa gráficamente la natilla que hizo Ana

¿Cómo repartirías la natilla entre los 3?

____



¿Cuál de las siguientes representaciones le sirve a Ana para guiarse al repartir la natilla?

¿Por qué crees que esa es la que le sirve?

¿Cómo hiciste para saberlo?

¿De qué otra forma puedes representar la forma en que Ana va a repartir la natilla?

METACOGNICIÓN

SITUACIÓN 6: Un padre repartió 800 pesos entre sus 4 hijos y no le quedó nada. Días después necesitaba saber cuánto le dio a cada niño pero no recordaba, solo recordaba que fueron 800 pesos entre los 4 hijos.

¿Qué necesita saber el padre?

____

¿Qué dato recuerda el padre?

____

¿Qué puede hacer para saber cuánto le dio a cada niño sin preguntarle a ellos mismos? _______

____

_____

Representa gráficamente la posible repartición que hizo el padre

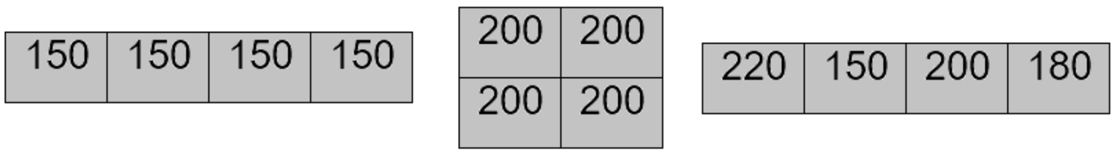
Explícale con unos pasos cómo puede hacer para saber cuánto dinero le entregó a cada uno

Paso 1 ____

Paso 2 ____

Paso 3 ____

¿Cuál de las siguientes ilustraciones representa correctamente la repartición que hizo el



padre?

¿Por qué crees que esa es la correcta? __________________________________

____

______

¿Cómo hiciste para saberlo?

____

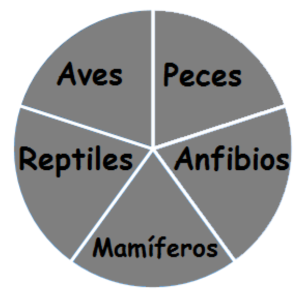
____

______

METACOGNICIÓN

SITUACIÓN 7:

Antes de iniciar Menciona los pasos que piensas seguir para comprender la situación



____

____

____

____

Carlos fue al Zoológico y en la entrada encontró una gráfica que muestra las 5 especies de animales que tienen disponibles. El total de animales son 25 pero antes de entrar al zoológico él quiere saber exactamente cuántos animales hay de cada especie y qué fracción representa cada cantidad.

¿Qué quiere saber Carlos?

____

____

____

¿Tuviste dificultades para comprender el problema? ____________ ¿Cuáles?

____

____

____

¿Qué hiciste para superar esas dificultades?

____

____

____

¿En algún momento te regresaste a leer nuevamente el problema?

______________________ ¿Para qué?

____

¿Qué pasos puede seguir Carlos para encontrar respuesta a lo que él quiere saber?

Paso 1____

Paso 2 ____

Paso 3 ____

Realiza los pasos que le propones a Carlos para encontrar la respuesta

¿Ya sabes cuantos animales hay de cada especie?

____

¿Cuántos animales hay de cada especie?

____

¿Cuál es la fracción que representa la cantidad de aves?

____

¿Crees que tus respuestas son las correctas? ___________ ¿Por qué?

____

____

____

¿Cómo puedes demostrar que tus respuestas son correctas?

____

____

____

¿Te regresaste en algún momento a verificar si habías resuelto bien el problema?

____

SITUACIÓN 8: En el almacén hay una pelota que cuesta 36 pesos y un grupo de 6 amigos quiere comprarla para jugar microfútbol pero no saben qué fracción del precio debe poner cada uno.

¿Puedes ayudarles?________________

¿Qué necesitan saber los chicos?
____

¿Cómo les vas a ayudar?
____
____
____

¿Qué les propones hacer para saber la fracción de dinero que cada uno debe poner?
____
____
____

De los discos de fracciones que tiene la profesora, escoge el que te sirve para resolver este problema.

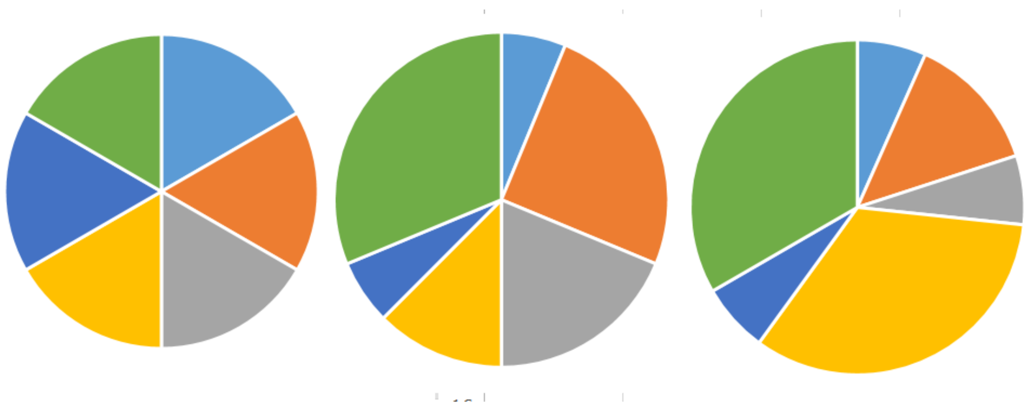
Indícales unos pasos para saber la fracción del dinero que debe poner cada uno

Paso 1 ____

Paso 2 ____

Paso 3 ____

¿Cuál de las siguientes representaciones les sirve a los niños para guiarse al distribuir el



total del dinero?

¿Por qué crees que esa es la que les sirve?

____

¿Qué fracción del dinero debe poner cada niño?

____

¿Cuánto representa eso en dinero?

¿Cómo hiciste para saberlo?

____

____

____

¿Crees que debes hacer cambios? __________________ ¿por qué?

____

____

____

SITUACIÓN 9:

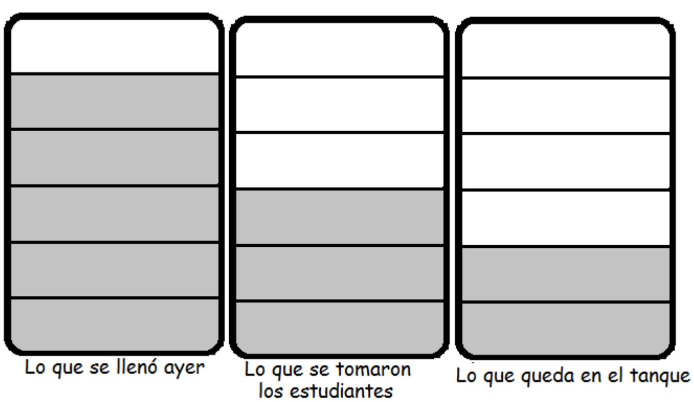
¿Qué vas a hacer para comprender la situación?

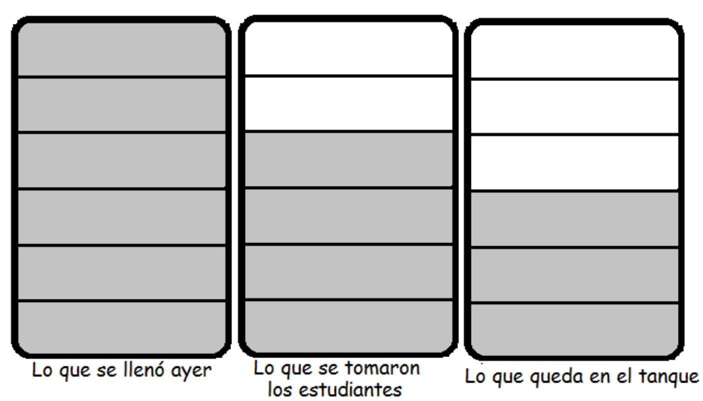
________________________ ________________________

____

El tanque de agua del colegio tiene una capacidad de 120 litros. Ayer se logró llenar hasta los 5/6 de su capacidad total pero esta mañana los estudiantes se tomaron 3/6 de la capacidad total del tanque. Ahora el coordinador quiere saber Cuál es la fracción de agua que queda en el tanque para determinar exactamente cuántos litros de agua se toman los estudiantes en un día.

¿Qué quiere saber el coordinador? ____





Indícale cuál de los siguientes grupos de gráficas le sirve para guiarse

¿Por qué crees que esa es la gráfica que le sirve?

____

Representa los 3/6 que se tomaron los estudiantes

Representa gráficamente y numéricamente lo que queda en el tanque

¿Cuántos litros de agua quedan en el tanque?

¿Ya le puedes dar al coordinador la respuesta que el anda buscando?

____

¿Cuál es esa respuesta?

____

¿Por qué crees que esa es la respuesta correcta?

____

¿Cómo hiciste para saber que esa es la respuesta correcta?

____

____

______

SITUACIÓN 10:

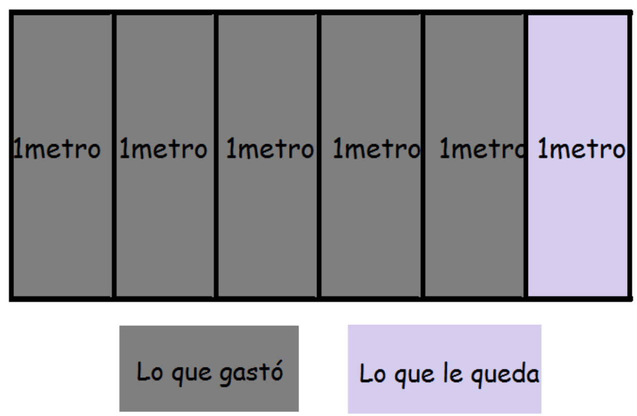
Tus pasos para comprender la situación:

________________________ ________________________

____

Maritza tenía un trozo de tela de 6 metros y le hizo un vestido a su hija con 1/6 de la tela. Ahora ella quiere saber cuántos metros de tela se gastó para ver cuantos vestidos le salen en la tela que le quedó

¿Qué necesita saber Maritza?



Indícale cuál de estas graficas le sirve para guiarse

¿Por qué crees que esa es la gráfica que le sirve?

____

____

____

¿Cuál es la fracción que está representada en la gráfica que escogiste?

Representa gráficamente y numéricamente la fracción de tela que le quedó a Maritza

¿Cuantos metros de tela se gastó Maritza?

____

¿Ya le puedes dar a Maritza la respuesta que ella anda buscando?

____

¿Cuál es esa respuesta?

____

¿Por qué crees que esa es la respuesta correcta?

____

____

______

¿Cómo hiciste para saber que esa es la respuesta correcta? _________________________________

____

____

¿En algún momento te regresaste a releer la situación? ________ ¿para qué? __________________

____

____

SITUACIÓN 11:

Tus pasos para comprender la situación:

_________________________   _________________________

____

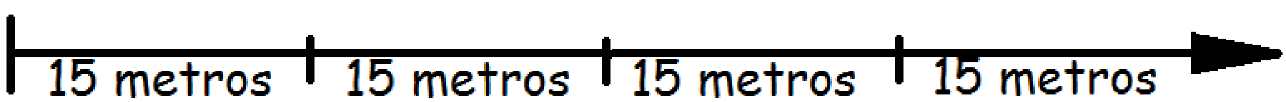
Marta salió para el colegio esta mañana pero estaba tan cansada que se detuvo a descansar cuando había caminado apenas 15 metros.

Su mamá le dijo: “ánimo, Marta, falta poco, ya hemos recorrido ¾ de la distancia total”.

Ahora Marta quiere saber cuántos metros faltan para llegar al colegio.

¿Qué quiere saber Marta? ____

¿Le sirve la siguiente gráfica para hacerse una idea de la distancia que le falta? Sí____



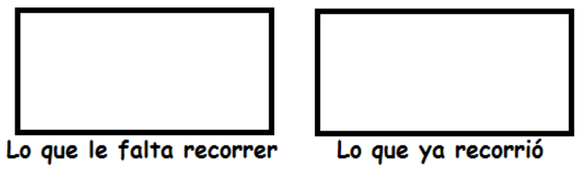
No____

¿Por qué crees que le sirve esa gráfica? ____

¿Cuantos metros ha caminado Marta?

____

Representa numéricamente:



¿Ya le puedes dar a Marta la respuesta que ella anda buscando?

____

¿Cuál es esa respuesta?

____

¿Por qué crees que esa es la respuesta correcta?

____

¿Cómo hiciste para saber que esa es la respuesta correcta?

____

¿Tuviste dificultades para encontrar la respuesta? _________ ¿Cuáles?

____

____

____

¿Te regresaste a releer la situación? ________ ¿para qué?

____

____

____

SITUACIÓN 12:

Tu plan para resolver el problema:

________________________ ________________________

____

El señor Antonio esta mañana despachó 3/5 del queso que tenía en su tienda y le quedaron 2 kilos, pero no recuerda exactamente cuántos kilos tenía al principio. Ahora él quiere saber cuántos kilos tenía al principio para sacar las cuentas de sus ganancias.

¿Qué quiere saber Antonio? ____

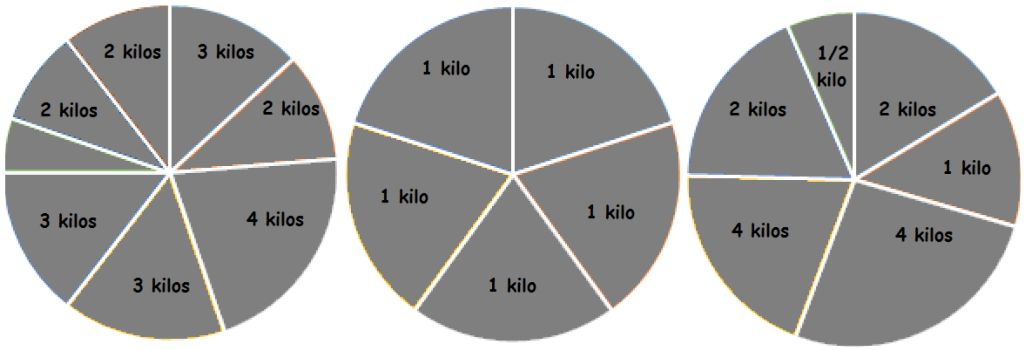
¿Qué le propones a Antonio para resolver su problema? __________________________________ ____ _______

Indícale unos pasos a Antonio para resolver su problema

Paso 1

Paso 2

Paso 3



¿Cuál de las siguientes representaciones le sirve a Antonio para resolver su problema?

¿Por qué crees que esa es la que le sirve?

____

____

____

¿Cómo hiciste para saber que esa es la que le sirve?

____

____

____

Representa gráficamente y numéricamente la fracción de queso que vendió Antonio

Representa gráficamente y numéricamente la fracción de queso que le queda a Antonio

¿Ya le puedes dar a Antonio la respuesta que el anda buscando?_________ ¿Cuál es esa respuesta?

____

____

¿Por qué crees que esa es la respuesta correcta?

____

¿Cómo hiciste para saberlo?

____

¿En algún momento hiciste cambios? ___________________________________ ¿Por qué?

____

SITUACIÓN 13: La moto de Camilo se llena con 6 litros de gasolina. Esta mañana él la llenó y se fue para su trabajo, cuando llegó solo tenía 1/6 de la gasolina. Él quiere saber cuánto de gasolina se gasta desde la estación donde venden la gasolina hasta su trabajo.

¿Qué quiere saber Camilo?

____

¿Qué le propones a Camilo para resolver su problema?

____

____

____

¿Cómo puede hacer para encontrar la respuesta que está buscando?

____

____

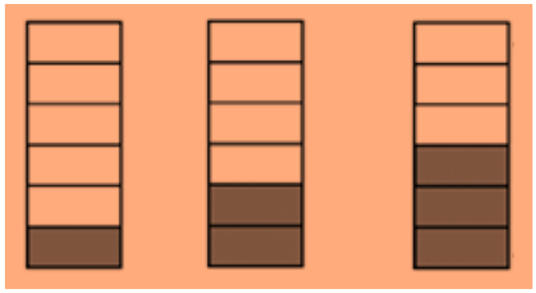
____

Indícale unos pasos a Camilo para encontrar la respuesta

Paso 1

Paso 2

Paso 3



¿Cuál de las siguientes gráficas representa la gasolina que se gastó Camilo?

¿Por qué crees que esa es la que mejor representa la gasolina que se gastó Camilo? ____________

____

____

¿Cómo hiciste para saberlo? ____

____

____

¿De qué otra forma se puede representar la gasolina que se gastó Camilo?

¿Ya puedes darle a Camilo la respuesta que anda buscando?_________ ¿Cuál es la respuesta? ____

____

____

¿Cómo hiciste para saber la respuesta?

____

____

____

¿En algún momento te regresaste a releer la situación? _____ ¿para qué?

____

____

____

SITUACIÓN 14: Carlota fue con sus dos hermanos a un cumpleaños y en un concurso se ganaron una torta de 15 porciones. Cuando llegaron a la casa el papá les propuso que se comieran 3/15 de la torta y guardaran el resto para compartir al día siguiente en familia. Pero lo que no les dijo el papá es a cuántas porciones corresponden los 3/15 y ellos ahora necesitan ayuda para saberlo.

Qué necesitan saber Carlota y sus hermanos? ____

____

¿Crees que puedes ayudarles a resolver su problema? _____________________________________

____

¿Qué información necesitas? ____

____

Usa el disco de fracciones para representar la parte que se van a comer y la parte que van a guardar

Representa gráficamente la parte que van a guarda

Representa numéricamente la parte que se comerán

Dales unos pasos a Carlota y sus hermanos para separar la fracción de torta de hoy y la de mañana

1. ____
2. ____
3. ____

¿Crees que esa es la forma correcta? ______ ¿por qué?

____

____

____

¿Cuántas porciones de torta se van a comer hoy?

____

¿Cuántas porciones de torta se comerán mañana?

____

¿Piensas que tus respuestas son las correctas? _________ ¿Por qué?

____

____

______

¿Consideras que debes hacer cambios en tus respuestas? __________ ¿Por qué?

____

____

____

¿Cuáles?

____

SITUACIÓN 15: Ernesto y su hermano Felipe hicieron un bazar y acordaron que las ganancias se repartirían así: 1/3 para Ernesto, 1/3 para Felipe y 1/3 para su mamá. Ahora saben que las ganancias fueron de 900 pesos pero no saben cuánto dinero le corresponde a cada uno.

¿Qué necesitan saber Ernesto y Felipe? ____

____

¿Crees que puedes ayudarles a resolver su problema? _____________________________________

____

¿Qué información necesitas? ____

____

Representa gráficamente la repartición del dinero

Representa numéricamente la repartición del dinero

Dales unos pasos a Ernesto y Felipe para que se repartan el dinero

4. ____
5. ____
6. ____

¿Crees que esa es la forma correcta? ______ ¿por qué?

____

____

____

¿Cuánto le corresponde a cada uno? ____

¿Piensas que tu respuesta es la correcta? _________ ¿Por qué? _______________________

____

______

¿Consideras que debes hacer cambios en tu respuesta? ________ ¿Por qué?

____

____

____

¿Cuáles?

____

SITUACIÓN 16:

Carlos y camilo se repartieron un paquete de galletas, Carlos agarró 1/4 y Camilo las 15 que quedaron, ahora ellos quieren saber cuántas galletas en total tenía el paquete.

Plantea esta misma situación pero con tus palabras:
____
____
____
____
____

¿Qué quieren saber Carlos y Camilo?
____

¿Les puedes ayudar a encontrar la respuesta?
____

¿Qué información necesitas?
____

¿Qué información te dan?
____

¿Qué dificultad crees han tenido ellos para encontrar la respuesta?

____

____

____

Dales unos pasos a los niños para que encuentren la respuesta

7. ____
8. ____
9. ____

Representa gráficamente la repartición de las galletas

¿Ya encontraste la respuesta que están buscando los niños?

____

¿Cuál es la respuesta?

____

¿Crees que tu respuesta es correcta? __________ ¿por qué?

____

____

____

Compara el problema con tu respuesta.

¿Es coherente tu respuesta? ____________ ¿por qué?

____

____

____

¿Crees que debes hacer cambios? __________ ¿por qué?

____

____

____

SITUACIÓN 17: Kiara se comió 2/8 de una torta y Aidana se comió 3/8 de esa misma torta. Karina quiere saber cuántas fracciones de torta quedan para compartirlas con Katy.

Plantea esta misma situación pero con otras palabras:
____
____
____
____
____

¿Qué quiere saber Karina?
____

¿Les puedes ayudar a encontrar la respuesta?
____

¿Qué información necesitas?
____

¿Qué información te dan?
____

¿Qué dificultad crees ha tenido ella para encontrar la respuesta?
____

____

______

Dale unos pasos a Karina para que encuentre la respuesta

1. ____
2. ____
3. ____

Representa gráficamente la situación:

¿Ya encontraste la respuesta que está buscando Karina?

____

¿Cuál es la respuesta?

____

¿Crees que tu respuesta es correcta? __________ ¿por qué?

____

____

______

Compara el problema con tu respuesta.

¿Es coherente tu respuesta? ____________ ¿por qué?

____

____

____

¿Crees que debes hacer cambios? __________ ¿por qué?

____

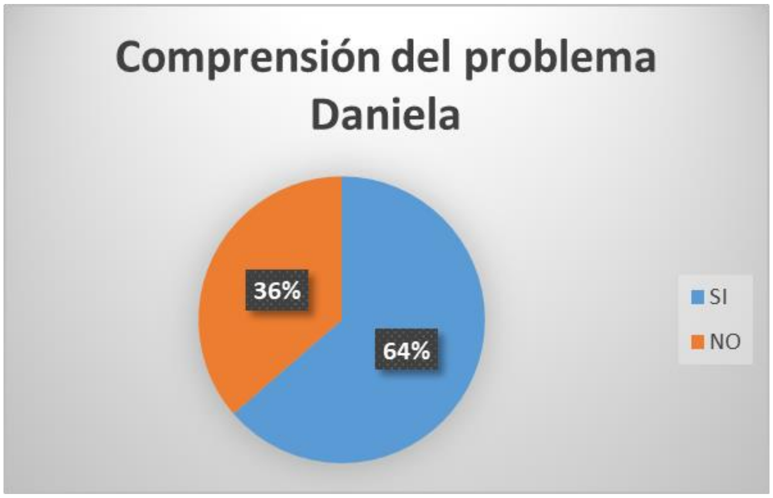
____

____

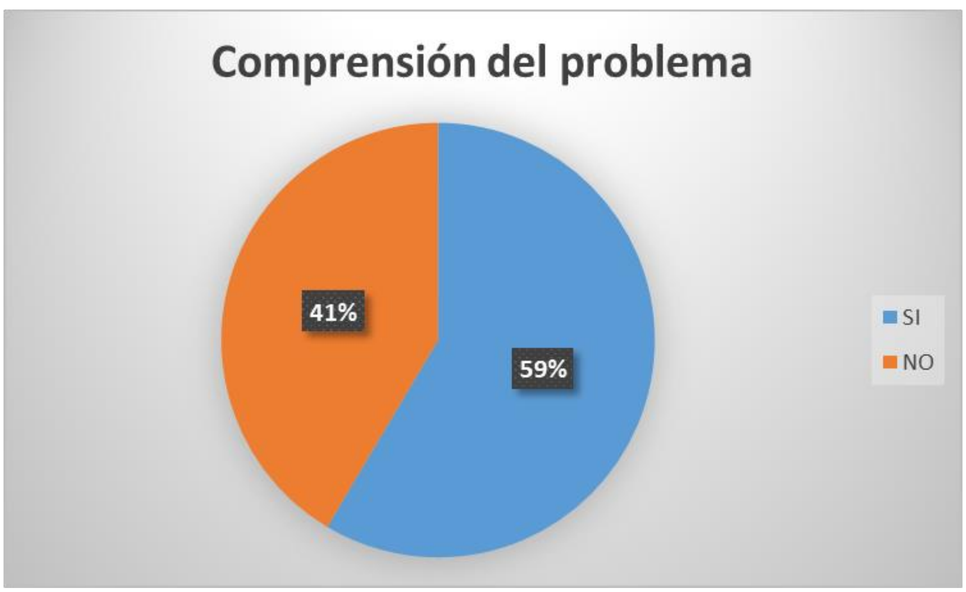
13.2 ANEXO B. Sistematización de la Rejilla de Control Metacognitivo

Gráficas Respuesta comprensión del problema

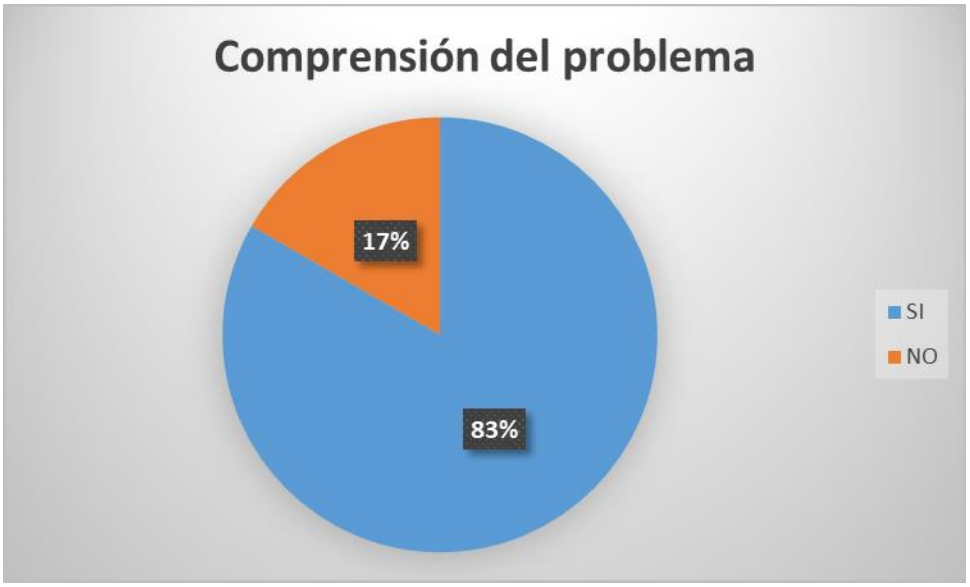
E2


Comprensión del problema
Daniela
36%
64%
SI
NO

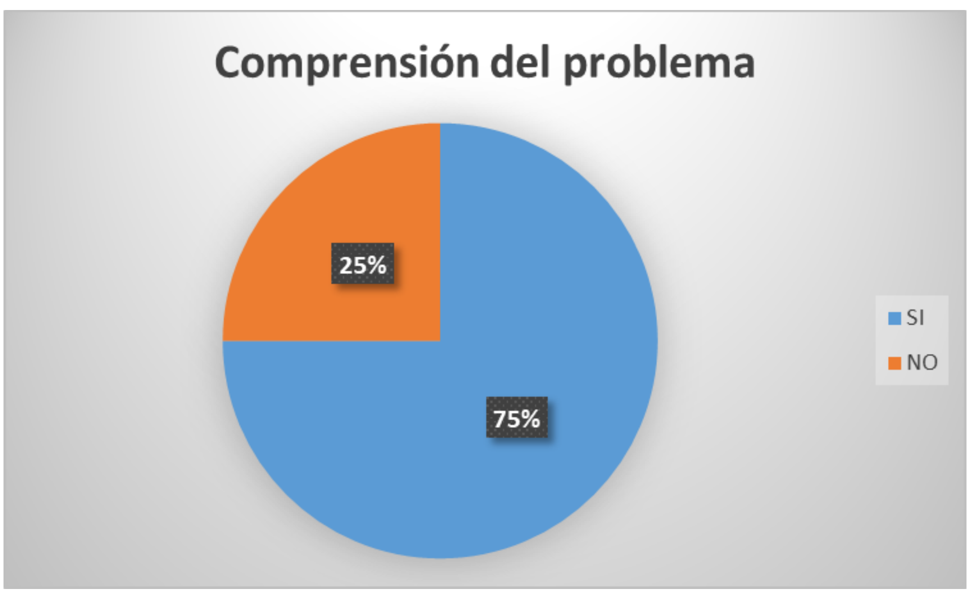
E3


Comprensión del problema
41%
59%
SI
NO

E4



E5



Gráficas Respuesta ¿Tengo una clara comprensión de lo que estoy haciendo?

E1


¿Tengo una clara comprensión de lo que estoy haciendo?
0%
100%
SI
NO

E2


¿Tengo una clara comprensión de lo que estoy haciendo?
5%
95%
SI
NO

E3


¿Tengo una clara comprensión de lo que estoy haciendo?
10%
90%
SI
NO

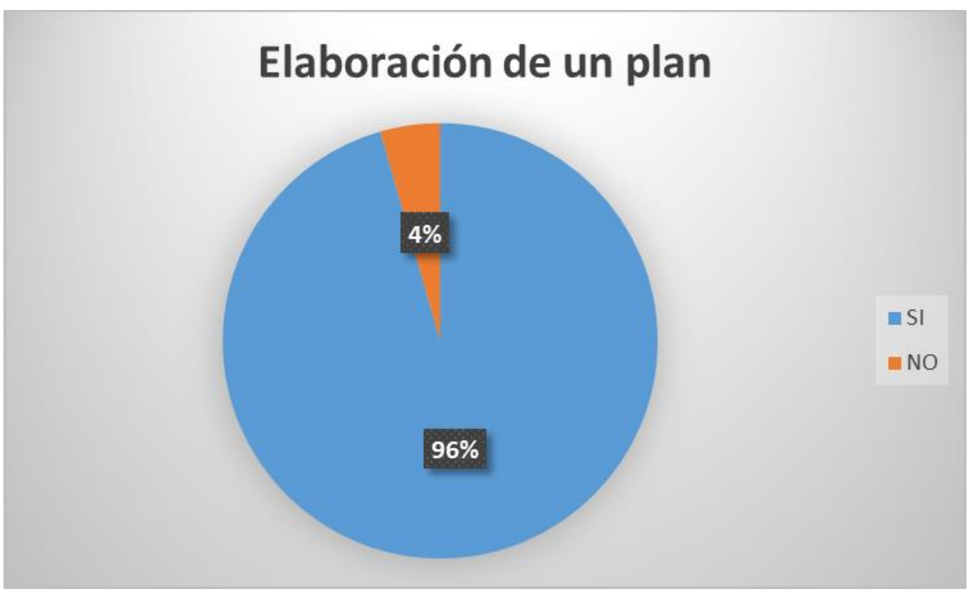
E4


¿Tengo una clara comprensión de lo que estoy haciendo?
8%
92%
SI
NO

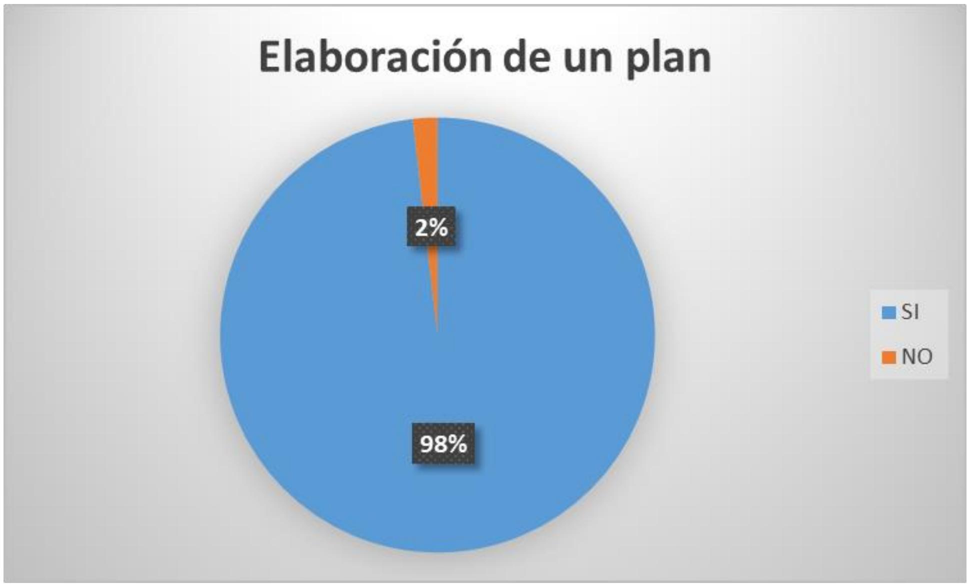
E5

Gráficas Respuesta elaboración de un plan

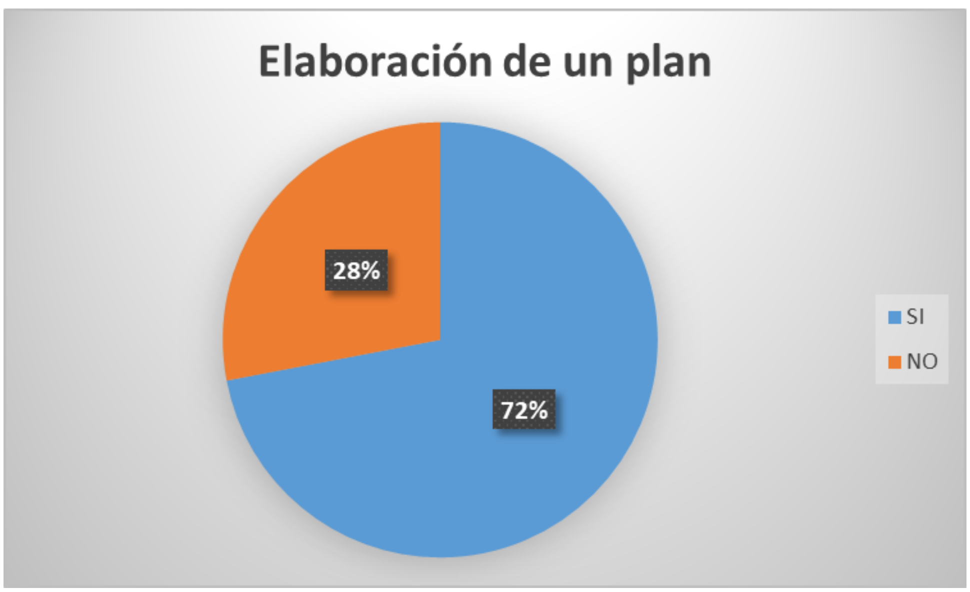
E1



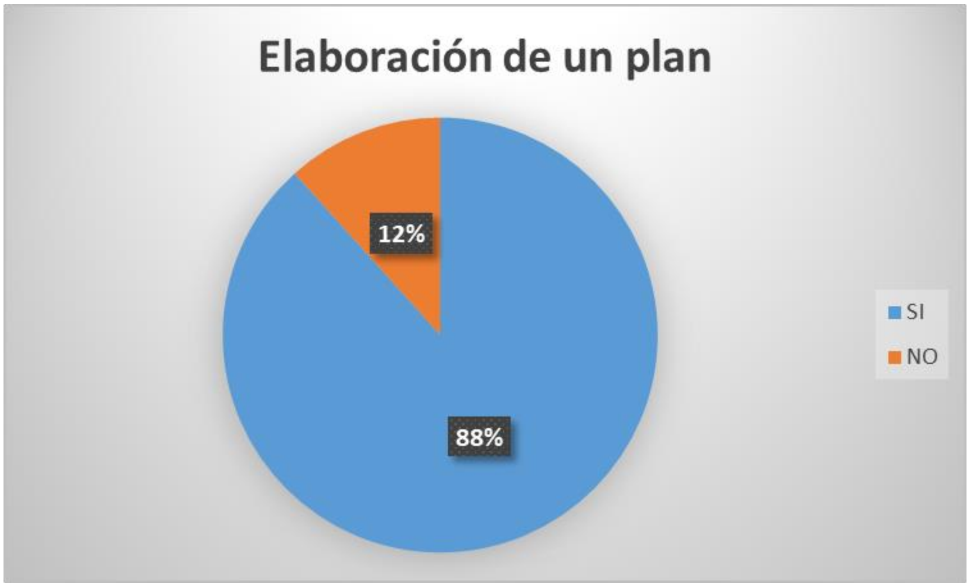
E2


Elaboración de un plan
2%
98%
SI
NO

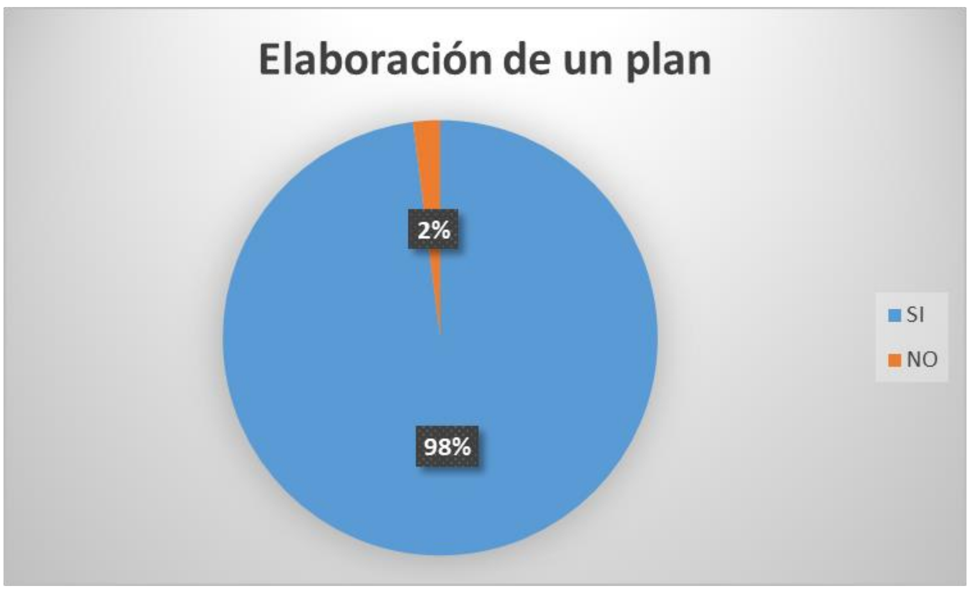
E3


Elaboración de un plan
28%
72%
SI
NO

E4



E5



Gráficas Respuesta ¿Tiene sentido hacer esta tarea?

E1


¿Tiene sentido hacer esta tarea?
0%
100%
SI
NO

E2


¿Tiene sentido hacer esta tarea?
0%
100%
SI
NO

E3


¿Tiene sentido hacer esta tarea?
35%
65%
SI
NO

E4


¿Tiene sentido hacer esta tarea?
8%
92%
SI
NO

E5

Gráficas Ejecución del plan

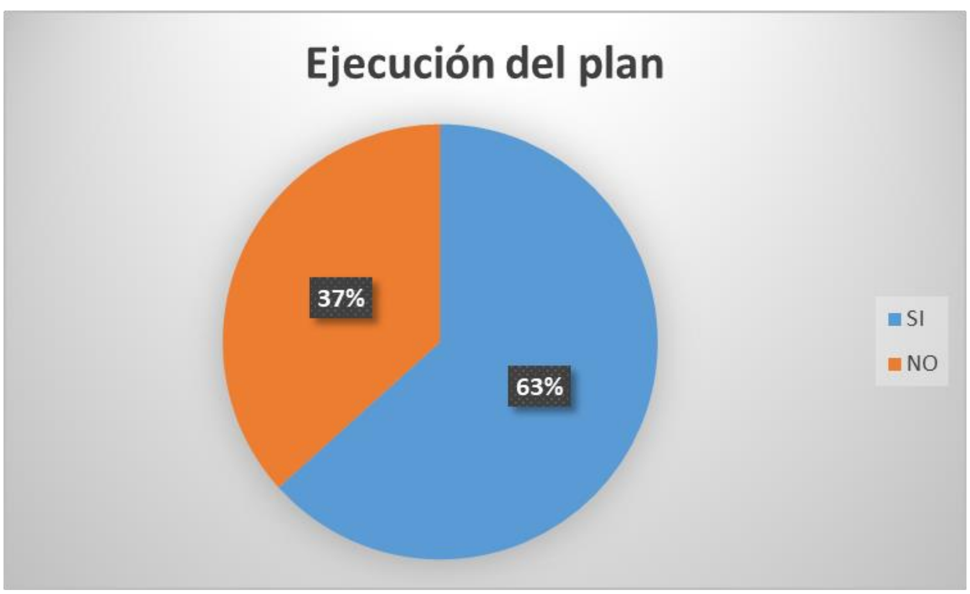
E1

E2

E3

E4

E5



Gráficas Respuesta ¿Estoy alcanzando mis metas?

E1


¿Estoy alcanzando mis metas?
22%
78%
SI
NO

E2


¿Estoy alcanzando mis metas?
18%
82%
SI
NO

E3


¿Estoy alcanzando mis metas?
30%
70%
SI
NO

E4


¿Estoy alcanzando mis metas?
50%
50%
SI
NO

E5

Gráficas de Respuesta Análisis de la solución obtenida

E1

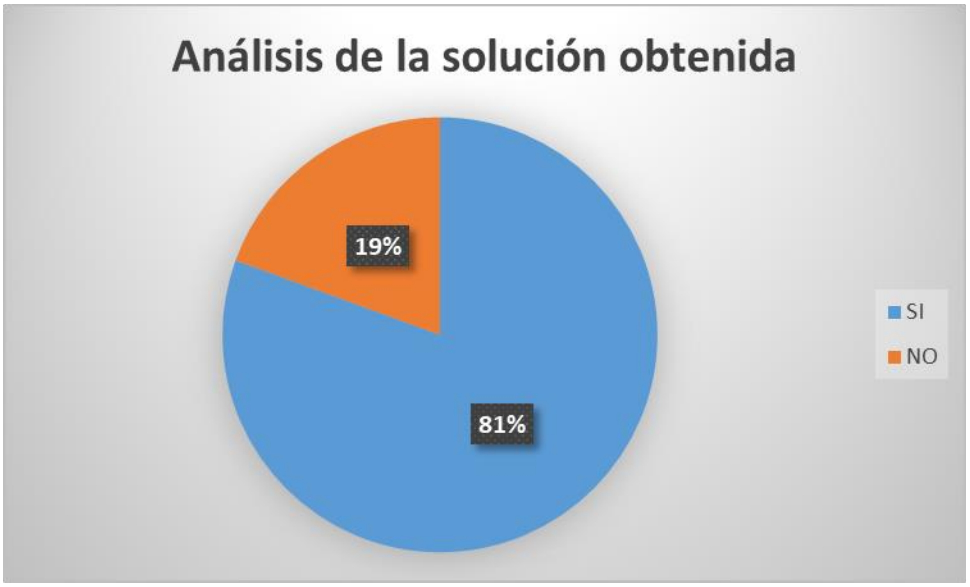
E2


Análisis de la solución obtenida
0%
100%
SI
NO

E3


Análisis de la solución obtenida
43%
57%
SI
NO

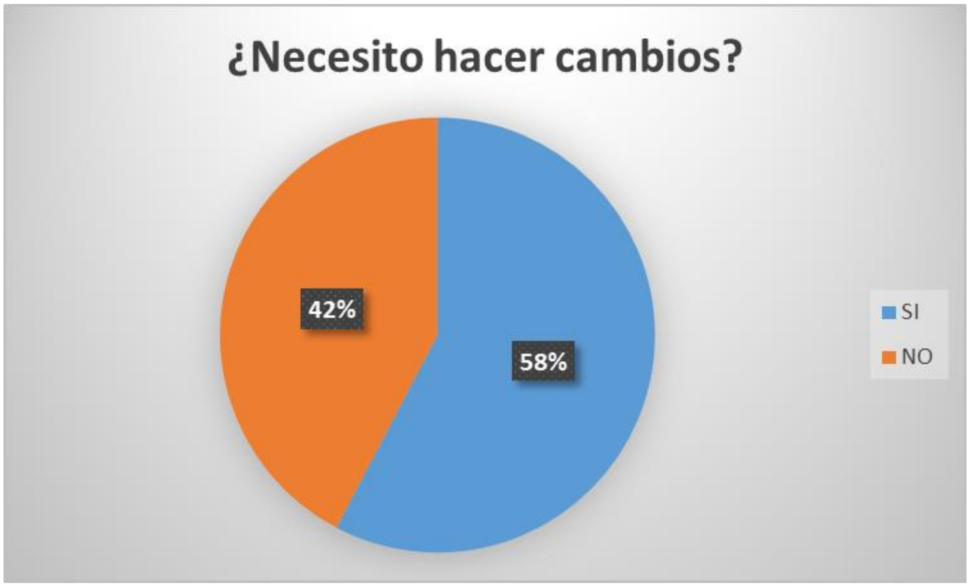
E4



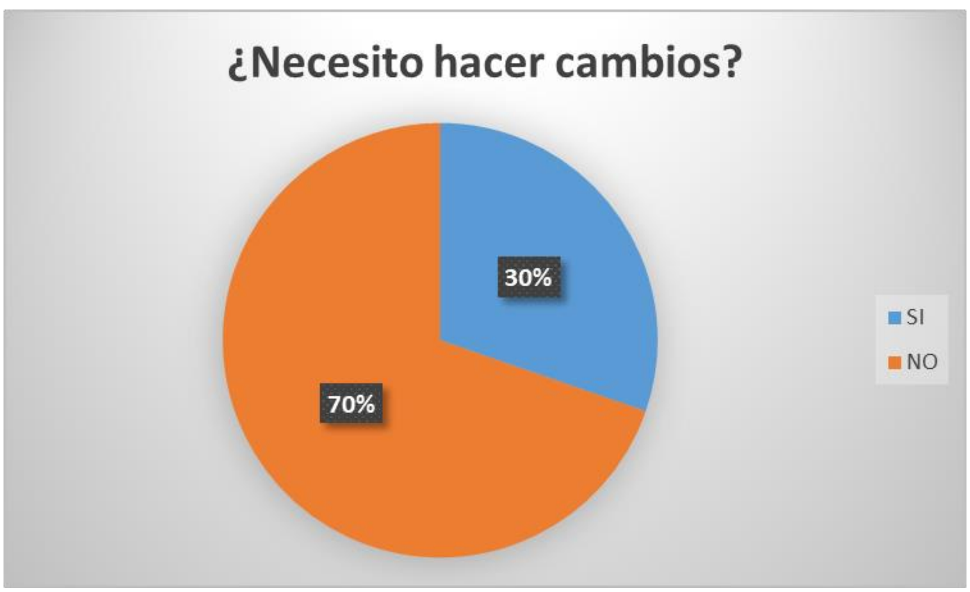
E5

Gráficas Respuesta ¿Necesito hacer cambios?

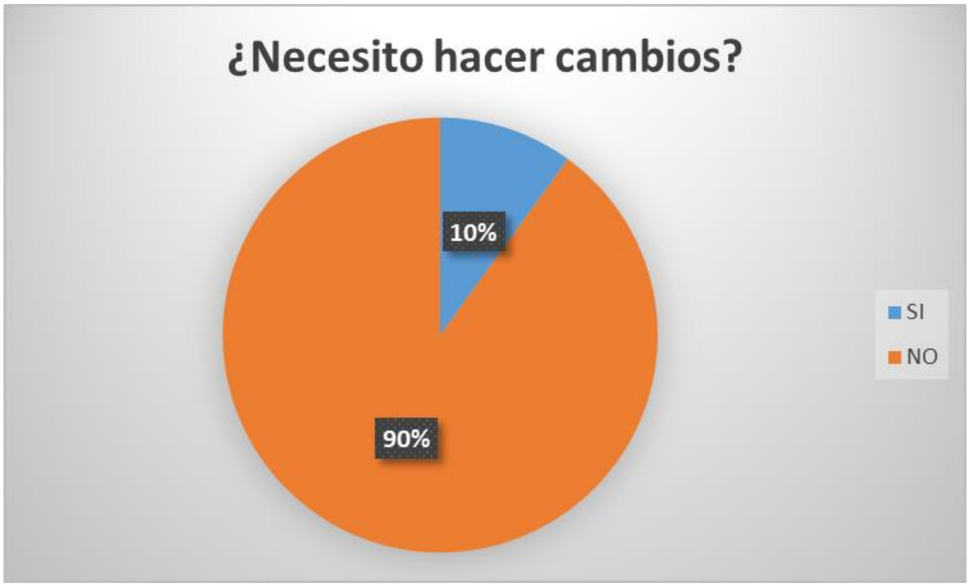
E1


¿Necesito hacer cambios?
42%
58%
SI
NO

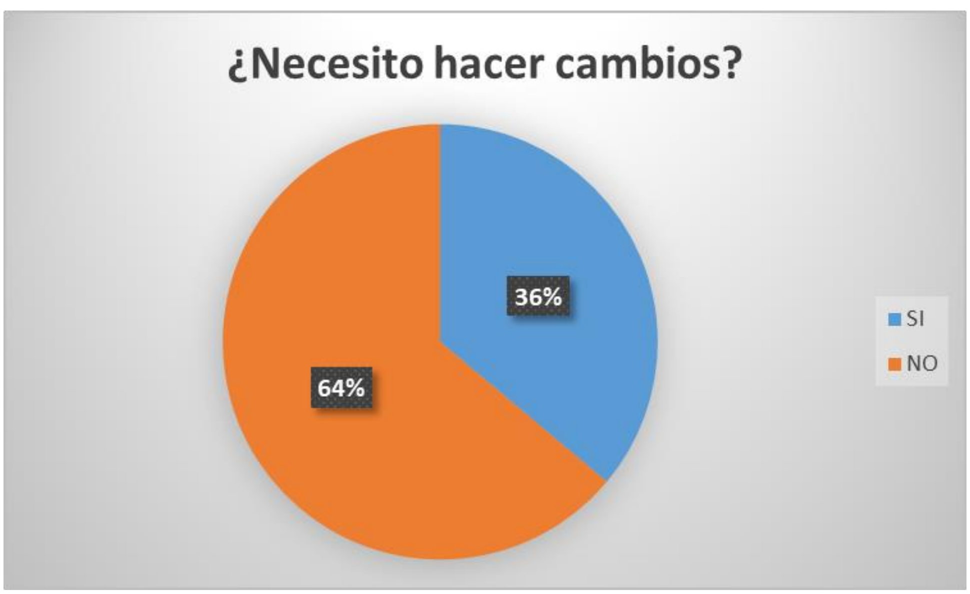
E2


¿Necesito hacer cambios?
30%
70%
SI
NO

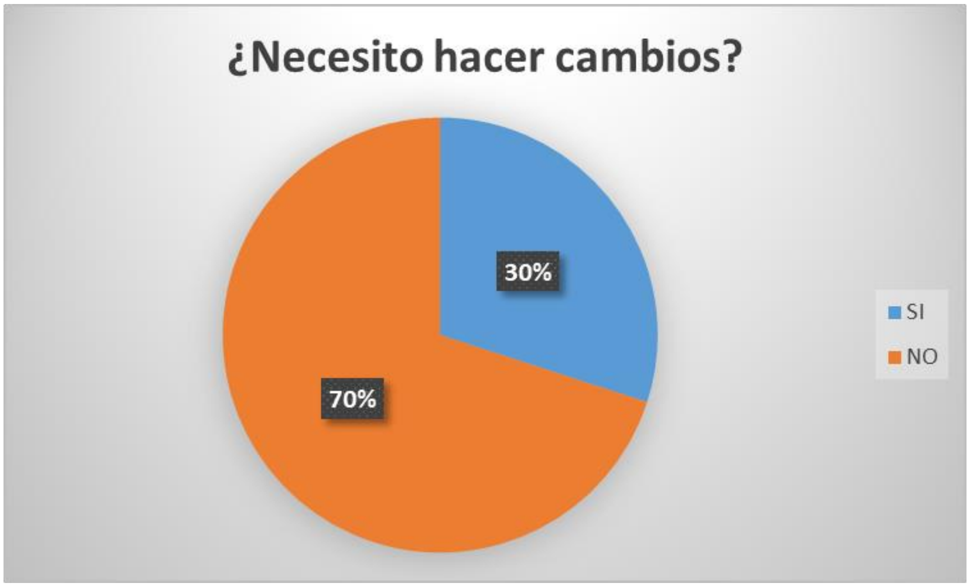
E3


¿Necesito hacer cambios?
10%
90%
SI
NO

E4


¿Necesito hacer cambios?
36%
64%
SI
NO

E5



13.3 ANEXO C. Tabla de categorización de los estudiantes

E1

Obstáculo epistemológico	Subvariable Resolución de problemas	Habilidades metacognitivas	Categoría
Percepción sensible	Comprensión del problema **Nivel alto, 78%**	¿Tiene sentido hacer esta tarea? **Nivel alto, 100%**	**Nivel alto**
Conteo	¿Tengo una clara comprensión de lo que estoy haciendo? **Nivel alto 100%**	Ejecución del plan **Nivel medio, 70%**	**Cualitativas Fracciones:** Interiorizada la noción de inclusión de clases Identificación de la unidad (qué «todo» es el que se considera como unidad en cada
Tautologías: “porque así	Elaboración de un plan	¿Estoy alcanzando mis metas?	

es", "porque así me dio", "porque leí"	**Nivel alto, 96%**	**Nivel medio, 70%**	caso concreto); Realizar divisiones (el todo se conserva aun cuando lo dividamos en trozos, conservación de la cantidad) **Metacognición: Juicios de monitoreo:** Juicios de facilidad de aprendizaje **Relación con el proceso de control** Diseño de gráficas Uso de términos que designan procesos (analizar, comprender)
		Análisis de la solución obtenida **Nivel alto, 89%**	
		¿Necesito hacer cambios? **Nivel medio, 58%**	

E2

Obstáculo epistemológico	**Subvariable Resolución de problemas**	**Habilidades metacognitivas**	**Categoría**
Percepción sensible	Comprensión del problema **Nivel, 64%**	¿Tiene sentido hacer esta tarea? **Nivel alto, 100%**	**Nivel alto**
			Cualitativas Fracciones: Interiorizada la noción de inclusión de clases Identificación de la unidad (qué «todo» es el que se considera como unidad en cada caso concreto); Realizar divisiones (el todo se conserva aun cuando lo
Conteo	¿Tengo una clara comprensión de lo que estoy haciendo? **Nivel alto 95%**	Ejecución del plan **Nivel medio, 70%**	
Tautologías: "porque así	Elaboración de un plan	¿Estoy alcanzando mis metas?	

es", "porque así me dio", "porque leí"	**Nivel alto, 98%**	**Nivel alto, 82%**	dividamos en trozos, conservación de la cantidad) **Metacognición: Juicios de monitoreo:** Juicios de facilidad de aprendizaje **Relación con el proceso de control** Diseño de gráficas Uso de términos que designan procesos (analizar, comprender)
		Análisis de la solución obtenida **Nivel alto, 100%**	
		¿Necesito hacer cambios? **Nivel medio, 30%**	

E4

Obstáculo epistemológico	Subvariable Resolución de problemas	Habilidades metacognitivas	Categoría
Percepción sensible	Comprensión del problema **Nivel alto, 83%**	¿Tiene sentido hacer esta tarea? **Nivel alto, 92%**	**Cualitativas Fracciones:** Interiorizada la noción de inclusión de clases Identificación de la unidad (qué «todo» es el que se considera como unidad en cada caso concreto) **Metacognición: Juicios de monitoreo:** Juicios de facilidad de aprendizaje **Relación con el proceso de control** Diseño de gráficas Uso de términos que
Conteo	¿Tengo una clara comprensión de lo que estoy haciendo? **Nivel alto 92%**	Ejecución del plan **Nivel medio, 67%**	
Tautologías: "porque así es", "porque así me dio", "porque leí"	Elaboración de un plan **Nivel alto, 88%**	¿Estoy alcanzando mis metas? **Nivel medio, 50%**	

		Análisis de la solución obtenida **Nivel alto, 81%**	designan procesos (analizar, comprender): "leer, analizar, contar, hacerlo" (Saray, 2019).
		¿Necesito hacer cambios? **Nivel medio, 36%**	

E3

Obstáculo epistemológico	Subvariable Resolución de problemas	Habilidades metacognitivas	Categoría
Percepción sensible	Comprensión del problema **Nivel alto, 59%**	¿Tiene sentido hacer esta tarea? **Nivel medio, 65%**	**Cualitativas Fracciones:** Interiorizada la noción de inclusión de clases **Metacognición: Juicios de monitoreo:** Juicios de facilidad de aprendizaje **Relación con el proceso de control** Diseño de gráficas
Conteo	¿Tengo una clara comprensión de lo que estoy haciendo? **Nivel alto 90%**	Ejecución del plan **Nivel medio, 40%**	
Tautologías: "porque así es", "porque así me dio", "porque leí"	Elaboración de un plan **Nivel alto, 72%**	¿Estoy alcanzando mis metas? **Nivel bajo, 30%**	
		Análisis de la solución obtenida **Nivel medio, 57%**	
		¿Necesito hacer	

		cambios? **Nivel medio, 10%**	

E5

Obstáculo epistemológico	Subvariable Resolución de problemas	Habilidades metacognitivas	Categoría
Percepción sensible	Comprensión del problema **Nivel alto, 75%**	¿Tiene sentido hacer esta tarea? **Nivel alto, 95%**	**Cualitativas** **Fracciones:** Interiorizada la noción de inclusión de clases. Identificación de la unidad (qué «todo» es el que se considera como unidad en cada caso concreto) **Metacognición:** **Juicios de monitoreo:** Juicios de facilidad de aprendizaje **Relación con el proceso de control:**
Conteo	¿Tengo una clara comprensión de lo que estoy haciendo? **Nivel alto 100%**	Ejecución del plan **Nivel medio, 63%**	
Tautologías: “porque así es”, “porque así me dio”, “porque leí”	Elaboración de un plan **Nivel alto, 98%**	¿Estoy alcanzando mis metas? **Nivel alto, 80%**	
		Análisis de la solución obtenida **Nivel alto, 93%**	
		¿Necesito hacer cambios? **Nivel bajo, 30%**	