



**LA REGULACION METACOGNITIVA Y LA RESOLUCION DE PROBLEMAS
EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DE LA FUNCION LINEAL**

EDUAR BOLIVAR ANACONA OBANDO

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
MANIZALES
2018**

**LA REGULACION METACOGNITIVA Y LA RESOLUCION DE PROBLEMAS
EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DE LA FUNCION LINEAL**

EDUAR BOLIVAR ANACONA OBANDO

Proyecto de grado para optar al título de Magister en enseñanza de las ciencias

**Tutor
ALEJANDRA IDARRAGA**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
MANIZALES
2018**

RESUMEN

Este proyecto de investigación tiene como punto de partida el aprendizaje de la función lineal, la resolución de problemas y las estrategias metacognitivas. Así pues, se propendió por describir los cambios que se dan en tres estudiantes del grado décimo de la Institución educativa Agropecuario Yanaconas del Resguardo Ancestral de Guachicono la Vega Cauca cuando se enfrentan a la solución de problemas matemáticos auténticos en los que se relaciona la regulación metacognitiva y la resolución de problemas en el proceso de aprendizaje del concepto de función lineal.

El estudio desarrollado tiene un enfoque de análisis cualitativo, la recolección de la información se realizó a través de sesiones de trabajo apoyadas en situaciones problémicas que permitieron determinar la influencia de las diferentes estrategias metacognitivas en la habilidad de los estudiantes al resolver problemas matemáticos donde la función lineal es relevante durante ocho sesiones de 2 horas cada una. Las categorías de análisis establecidas se dieron con base en el desarrollo de tareas con situaciones problémicas que parten de la definición y representación del problema, la planeación, el control y la evaluación del mismo. Los resultados mostraron que los estudiantes desarrollaron de manera significativa procesos de planeación, los cuales les permitieron la toma de conciencia necesaria para poner en acción diversos mecanismos de solución de los diferentes problemas, entre ellos la supervisión regular del proceso. De igual forma, se destaca la importancia de la mediación del docente para poder llegar gradualmente al desarrollo de tareas de manera autónoma.

Palabras Claves: Metacognición, Estrategias Metacognitivas, Pensamiento, Resolución de Problemas, Matemáticas

ABSTRACT

This research project has as its starting point the learning of linear function, problem solving and metacognitive strategies. Thus, it was proposed to describe the changes that occur in three students of the tenth grade of the Yanacónas Agricultural Educational Institution of the Ancestral Reservoir of Guachicóno la Vega Cauca when faced with the solution of authentic mathematical problems in which the metacognitive regulation is related and solving problems in the learning process of the linear function concept.

The study developed has a qualitative analysis approach, the information was collected through work sessions supported in problem situations that allowed to determine the influence of the different metacognitive strategies in the students' ability to solve mathematical problems where the function Linear is relevant for eight sessions of 2 hours each. The categories of analysis established were based on the development of tasks with problematic situations that start from the definition and representation of the problem, planning, control and evaluation of it. The results showed that the students significantly developed planning processes, which allowed them to become aware of the need to put into action various mechanisms to solve the different problems, including the regular supervision of the process. Likewise, the importance of teacher mediation is highlighted in order to be able to gradually reach the development of tasks autonomously.

Key Words: Metacognition, Metacognitive Strategies, Thinking, Problem Solving, Mathematics

CONTENIDO

| | |
|--|-----------|
| 1. INTRODUCCION | 1 |
| 2. FORMULACION DEL PROBLEMA | 3 |
| 3. OBJETIVOS | 4 |
| 3.1 OBJETIVO GENERAL | 4 |
| 3.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS | 4 |
| 4. MARCO TEORICO | 5 |
| 4.1 ANTECEDENTES | 6 |
| 4.2 METACOGNICION | 9 |
| 4.3 RESOLUCION DE PROBLEMAS | 12 |
| 4.4 METACOGNICION Y RESOLUCION DE PROBLEMAS | 16 |
| 4.5 NIVELES EN RESOLUCION DE PROBLEMAS | 18 |
| 4.6 ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE | 19 |
| 4.7 APRENDIZAJE DE LA FUNCION LINEAL | 19 |
| 4.8 OBSTACULOS | 30 |
| 4.9 OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS: | 32 |
| 4.10 OBSTACULOS EN EL APRENDIZAJE DE LA FUNCION LINEAL | 34 |
| 5. METODOLOGÍA | 36 |
| 5.1 TIPO DE INVESTIGACION | 36 |
| 5.2 CATEGORIAS DE ANALISIS | 37 |
| 5.3 UNIDAD DE TRABAJO | 41 |
| 5.3.1 Ubicación: | 41 |
| 5.3.2 Criterios para la selección de la unidad de trabajo | 41 |
| 5.4 INSTRUMENTOS | 43 |
| 5.5 DESARROLLO DE LA INVESTIGACION | 46 |
| 5.5.1 Fase de prueba inicial | 46 |
| 5.5.2 Fase de diseño y desarrollo de acciones didácticas basadas en el uso de estrategias metacognitivas para la resolución de problemas. | 46 |
| 5.5.3 Fase de diseño y aplicación de prueba final | 48 |

| | |
|--|-----------|
| 6. PRESENTACIÓN DE RESULTADOS | 49 |
| 6.1 IDENTIFICACION DE OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS DETECTADOS EN LOS ESTUDIANTES: | 55 |
| 6.2 IDENTIFICACIÓN DE LOS NIVELES DE LOS ESTUDIANTES EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y USO DE ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS | 60 |
| 6.2.1 Nivel inicial y final del estudiante I | 60 |
| 6.2.2 Descripción del nivel alcanzado por el estudiante I, desde la prueba inicial hasta la prueba final | 64 |
| 6.2.3 Nivel inicial y final del estudiante II | 66 |
| 6.2.4 Descripción del nivel alcanzado por el estudiante II, desde la prueba inicial hasta la prueba final | 69 |
| 6.2.5 Nivel inicial y final del estudiante III | 70 |
| 6.2.6 Descripción del nivel alcanzado por el estudiante III, desde la prueba inicial hasta la prueba final | 74 |
| 6.3 COMPARACIÓN DE LOS NIVELES INICIALES Y FINALES DE LOS ESTUDIANTES | 75 |
| 6.3.1 Definición y representación del problema: | 76 |
| 6.3.2 Planeación | 77 |
| 6.3.3 Monitoreo | 79 |
| 6.3.4 Evaluación | 80 |
| 7. ANALISIS DE RESULTADOS | 82 |
| 7.1 OBSTACULOS EPISTEMOLOGICOS IDENTIFICADOS | |
| 7.2 IDENTIFICACIÓN DE LOS NIVELES DE LOS ESTUDIANTES EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y USO DE ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS | 85 |
| 7.3 COMPARACIÓN DE LOS NIVELES INICIALES Y FINALES DE LOS ESTUDIANTES | 90 |
| 8. CONCLUSIONES | 95 |
| 9. RECOMENDACIONES | 98 |

| | |
|-----------------------------------|------------|
| REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS | 100 |
| ANEXOS | 103 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|-----------|
| FIGURA 1. TEORÍA DE LA REPRESENTACIÓN | 28 |
| FIGURA 2. DEFINICIÓN Y REPRESENTACIÓN DEL PROBLEMA ESTUDIANTES I, II Y III | 76 |
| FIGURA 3. PLANEACIÓN ESTUDIANTES I, II Y III | 78 |
| FIGURA 4 . CONTROL ESTUDIANTES I,II Y III | 79 |
| FIGURA 5. EVALUACIÓN ESTUDIANTES I, II Y III | 81 |
| FIGURA 6. NIVEL INICIAL ESTUDIANTES I, II Y III | 86 |
| FIGURA 7. NIVEL FINAL ESTUDIANTES I, II Y III | 89 |
| FIGURA 8. COMPARACIÓN DE LOS NIVELES ALCANZADOS POR LOS ESTUDIANTES | 90 |

LISTA DE TABLAS

| | |
|---|-----------|
| TABLA 1. CATEGORÍAS DE ANÁLISIS | 39 |
| TABLA 2. INSTRUMENTO DE CATEGORIZACIÓN | 40 |
| TABLA 3. MATRIZ DE RESULTADOS ESTUDIANTE I | 50 |
| TABLA 4. MATRIZ DE RESULTADOS ESTUDIANTE II | 52 |
| TABLA 5. MATRIZ DE RESULTADOS ESTUDIANTE III | 54 |
| TABLA 6. RESPUESTAS ESTUDIANTE I | 56 |
| TABLA 7. RESPUESTAS ESTUDIANTE II | 57 |
| TABLA 8. RESPUESTAS ESTUDIANTE III | 59 |
| TABLA 9. NIVEL INICIAL DEL ESTUDIANTE I | 61 |
| TABLA 10. NIVEL FINAL DEL ESTUDIANTE I | 63 |
| TABLA 11. NIVEL INICIAL DEL ESTUDIANTE II | 66 |
| TABLA 12. NIVEL FINAL DEL ESTUDIANTE II | 68 |
| TABLA 13. NIVEL INICIAL DEL ESTUDIANTE III | 71 |
| TABLA 14. NIVEL FINAL DEL ESTUDIANTE III | 73 |

LISTA DE ANEXOS

| | |
|---|------------|
| ANEXO 1. CUADERNO DE SITUACIONES PROBLÉMICAS | 103 |
| ANEXO 2. SOLUCIÓN DE LOS ESTUDIANTES A LA PRUEBA FINAL | 110 |
| ANEXO 3. FORMATO DE ANÁLISIS PARA CADA SESIÓN | 118 |
| ANEXO 4. FORMATO DE REGISTRO FINAL DE CADA SESIÓN | 119 |

INTRODUCCION

El desarrollo de la habilidad para resolver problemas matemáticos, y en general de toda índole, requiere de la adquisición integral de habilidades cognitivas que permitan un proceso de transferencia de los aprendizajes adquiridos en el aula a otro tipo de situaciones y contextos reales. Sin embargo, tanto los resultados en pruebas saber cómo en pruebas de carácter internacional, entre ellas las pruebas PISA, y en general dentro de los procesos de intervención en el aula, se encuentra que una de las mayores dificultades a la que se enfrentan los estudiantes es referida a la imposibilidad de utilizar de manera efectiva lo aprendido en el contexto escolar.

Con referencia a lo anteriormente expuesto, en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, recurriendo a Santaló (1994) se expresa que enseñar matemáticas debe ser equivalente a enseñar a resolver problemas, así como, estudiar matemáticas no debe ser otra cosa que pensar en la solución de problemas en base a una perspectiva matemática. Lo mencionado por Santaló y otros teóricos dedicados a la enseñanza de matemática, es la realidad, el aprendizaje de las matemáticas se encuentra estrechamente relacionado con la resolución de problemas matemáticos.

Por otro lado, uno de los principios del enfoque computacional representacional establece que “la mente es un sistema de procesamiento de información” (Parra, Marulanda, Gómez, Cuca, 2005; p. 25) y como sistema requiere de elementos reguladores que faciliten su función, uno de ellos la metacognición, la cual permite enfrentar situaciones o problemas nuevos “con los recursos cognitivos existentes” (Parra & otros; p. 10). Resolver problemas exige procesos de adquisición, almacenaje, uso y transformación de la información, pero de la misma forma requiere procesos de planeación, supervisión y regulación de lo aprendido. De allí que “la utilización de estrategias metacognitivas en el estudio de la matemática permite que se controle la propia comprensión, que se detecten errores, se controlen los saberes previos y se regule el aprendizaje.” (Curotto, 2010)

Por tanto, el diseño de intervenciones educativas para fomentar un aprendizaje autorregulado y mediado a través de la metacognición permite explicar los procesos cognitivos y afectivos que desarrolla un estudiante cuando aprende y que favorecen su progreso en una actividad a través de la supervisión de los mismos. En consecuencia, en este trabajo se propone describir los cambios que se dan en los estudiantes del grado décimo de la Institución educativa Agropecuario Yanaconas del Resguardo Ancestral de Guachicono la Vega Cauca cuando se enfrentan a la solución de problemas matemáticos auténticos en los que se relaciona la regulación metacognitiva y la Resolución de problemas (R.P) en el proceso de aprendizaje del concepto de función lineal.

2. FORMULACION DEL PROBLEMA

Con base a la experiencia vivida como docente en la Institución Educativa Agropecuario Yanaconas (I.E.A.Y) en los niveles de educación básica y media técnica, se ha evidenciado que los alumnos no comprenden la importancia de resolver problemas, lo imprescindible que es adquirir esta competencia para desenvolverse en un contexto próximo a ellos. No conocen los procedimientos que deben emplear al momento de resolver un problema, ni utilizan estrategias o métodos específicos para lograrlo. Además, no han desarrollado la capacidad de conocer, controlar y autorregular su propio aprendizaje.

Además, “La resolución de problemas es considerada en la actualidad la parte más esencial de la educación matemática. Mediante la resolución de problemas, los estudiantes experimentan la potencia y la utilidad de las matemáticas en el mundo que les rodea” (García, 2002, p.111).

Por lo tanto, se pretende construir en los alumnos una nueva perspectiva, una visión diferente respecto al aprendizaje de las matemáticas y la importancia de llevar a cabo procesos cognitivos para alcanzar una meta, en este caso la resolución de problemas matemáticos. Para tal fin, se pretende en el presente trabajo con estudiantes del grado 10 de la I.E.A.Y a través del proceso de aprendizaje de la función lineal implementar la resolución de problemas imbricando procesos metacognitivos, de esta manera se plantea la siguiente pregunta problematizadora.

¿Qué cambios se dan en la solución de problemas auténticos en matemáticas en los que se relaciona la regulación metacognitiva y la resolución de problemas en el proceso de aprendizaje del concepto de función lineal?

3. OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

- Describir los cambios que se dan en los estudiantes del grado décimo de la Institución educativa Agropecuario Yanacónas del Resguardo Ancestral de Guachicono la Vega Cauca cuando se enfrentan a la solución de problemas matemáticos auténticos en los que se relaciona la regulación metacognitiva y la RP en el proceso de aprendizaje del concepto de función lineal.

3.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Identificar los obstáculos epistemológicos en la solución de problemas matemáticos relacionados con el concepto de función lineal.
- Identificar los niveles de aplicación de estrategias metacognitivas y de resolución de problemas relacionados con el concepto de función lineal de los estudiantes antes y después de la intervención en el aula.
- Comparar los niveles iniciales y finales de los estudiantes en la resolución de problemas y aplicación de estrategias metacognitivas en el proceso de aprendizaje de la función lineal.

4. MARCO TEORICO

El concepto de función constituye uno de los tópicos más fundamentales en las matemáticas, de hecho, han sido un instrumento que ha facilitado el modelamiento de situaciones de la ciencia, si se quiere mirar en términos de aplicaciones, pero además constituye junto con los conceptos de límite y de continuidad los pilares fundamentales del análisis matemático, y desde allí se desprenden aplicaciones importantes en otras ramas de las matemáticas.

Puesto que es de particular interés el concepto de función lineal se citan algunas investigaciones en educación matemática las cuales han desarrollado trabajos en torno a los procesos de enseñanza y aprendizaje de tal concepto, dichos trabajos son la base de otras producciones o reflexiones que posibilitan orientar desde el rigor académico muchas inquietudes y propuestas que emergen a partir del concepto de función lineal en la enseñanza escolar.

En el presente trabajo se pretende describir los cambios que presentan los estudiantes del grado 10 de la Institución Educativa Agropecuario Yanaconas en la resolución de problemas involucrando regulación metacognitiva en el aprendizaje del concepto de función lineal.

Bajo estas premisas se considera un marco teórico que pueda tejer ideas y reflexiones alrededor de las palabras que se consideran clave: función lineal, aprendizaje, historia, metacognición, regulación metacognitiva y resolución de problemas. Dichas consideraciones están reunidas en cinco apartados, el primero, en el cual se hace un rastreo de los antecedentes citando trabajos relacionados con el concepto de función lineal en el proceso de enseñanza aprendizaje, el segundo hace referencia a la metacognición, el tercer apartado comprende el proceso de resolución de problemas, en el cuarto se establece un paralelo entre la metacognición y resolución de problemas, y en por último, en el quinto

apartado se hace mención de algunas consideraciones acerca del proceso de aprendizaje de la función lineal.

4.1 ANTECEDENTES

La metacognición, a lo largo de la historia, ha hecho referencia al conocimiento que tiene una persona sobre sus procesos cognitivos, lo cual le permite identificar y trabajar estratégicamente un problema, abordándolo desde el reconocimiento y la utilización de destrezas acordes a los requerimientos que le favorecen el aprender a aprender, la autonomía y autorregulación.

Existen una variedad de trabajos encaminados a diseñar estrategias de enseñanza de objetos matemáticos especialmente el concepto de función, centrándose en algunas clases de funciones en particular, entre las cuales se destaca la función lineal, la función cuadrática entre otras, es menester en el presente apartado dar a conocer algunos trabajos encaminados al proceso de enseñanza aprendizaje de la función lineal, Metacognición y resolución de problemas, en este sentido se relacionan trabajos desde la perspectiva de la enseñanza aprendizaje de la función lineal y en una segunda perspectiva trabajos enfocados a la Metacognición y resolución de problemas.

Desde la perspectiva de la función lineal se consideran relevantes los siguientes trabajos:

- El aprendizaje de la función lineal, propuesta didáctica para estudiantes de 8° y 9° grados de educación básica por Edwin Oswaldo Roldán Cruz Universidad Nacional de Colombia Facultad de Ciencias Bogotá, Colombia 2013

- Elaboración y aplicación de una unidad didáctica para el aprendizaje del concepto de función lineal y cuadrática en los estudiantes de grado undécimo de la institución educativa pio xii del municipio de san pedro de los milagros, Antioquia por Julio César

García Jiménez. Universidad Nacional de Colombia - sede Medellín, facultad de ciencias, maestría en enseñanza de las ciencias exactas y naturales, Medellín 2013.

- Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional por Fabián Arley posada Balvin y Jhony Alexander Villa, universidad de Antioquia, facultad de educación, maestría en docencia de las matemáticas, Medellín 2006

Estos trabajos constituyen un elemento esencial para llevar a cabo los objetivos planteados en este proceso de investigación puesto que en especial el trabajo de (Roldan , 2013) permite ver que el aprendizaje de la función lineal hace grandes aportes al desarrollo del pensamiento Variacional que a su vez resulta fundamental en procesos de generalización y desarrollo del pensamiento abstracto, de igual manera si se tiene en cuenta a (García, 2013) aporta elementos teóricos acerca del aprendizaje de la función lineal, así como también evidencias acerca de la manera como los estudiantes se enfrentan a la resolución de problemas cotidianos que involucran el concepto de función lineal y da relevancia el uso de la geometría para la comprensión y al análisis de situaciones problemáticas por parte de los estudiantes. Finalmente, se destaca los aportes de (Balbín y Villa, 2006) ya que en el desarrollo de su proyecto se muestran como el concepto de función lineal puede interpretarse como un modelo matemático que atrapa la variación y el cambio de magnitudes a través de los diferentes registros de representación propuestos: gráfico, tabular, simbólico y lenguaje natural, lo cual es una herramienta fundamental para el análisis de casos.

Desde la perspectiva de Metacognición y resolución de problemas, el rastreo de antecedentes considera relevantes los siguientes trabajos:

- Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas. una propuesta integradora desde el enfoque antropológico. Memoria presentada para optar al grado de

doctor, por Esther Rodríguez Quintana, Universidad Complutense de Madrid, Facultad de Educación, Departamento de Psicología evolutiva y de la educación.

- Incidencia de estrategias metacognitivas en la resolución de problemas en el área de la matemática. Astrid Natalia Moreno Castiblanco, Blanca Yaneth Daza Torres. Trabajo de Grado para optar el Título de Magíster en Educación, Línea Cognición Creatividad y Aprendizaje en Sistemas Educativos. Pontificia Universidad Javeriana Facultad Ciencias de la Educación Maestría en Educación Bogotá, D.C. 2014
- La Metacognición y habilidades metacognitivas para la resolución de problemas matemáticos. Mónica Verdugo Velázquez, Alma Adriana León Romero, Melissa Mercedes Martínez López, Universidad Autónoma de Baja California, Facultad de Pedagogía e Innovación Educativa

Se puede decir que el presente proyecto es un caso particular del trabajo desarrollado por Rodríguez Quintana, por el hecho de que se pretende trabajar el aprendizaje de la función lineal apoyándose en la Metacognición y resolución de problemas, mientras que el trabajo de Rodríguez es una generalización pues se enmarca en Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas, en consecuencia es innegable el aporte del trabajo de Rodríguez en elementos cruciales para el presente proyecto como lo son Metacognición y resolución de problemas. Por otro lado, el trabajo llevado a cabo por (Moreno y Daza, 2014) es sin duda un elemento indispensable en el presente trabajo debido a que dota de instrumentos y técnicas que pueden ser aplicadas a la población objeto de estudio en aras de desarrollar el objetivo del proyecto que consiste en describir los cambios que se dan en los estudiantes cuando se enfrentan a la solución de problemas matemáticos auténticos en los que se relaciona la Metacognición y la Resolución de Problemas en el proceso de aprendizaje de la función lineal. También es claro que el trabajo de Verdugo y Romero es sin duda alguna un insumo importante para llevar a cabo los objetivos planteados en este proyecto debido a que aporta elementos en el proceso de Metacognición

y desarrollo de habilidades metacognitivas que permitirán monitorear la evolución de los estudiantes en tales procesos durante el aprendizaje de la función lineal.

4.2 METACOGNICION

En la presente investigación se adopta la postura del proceso de metacognición tomado del trabajo del profesor Oscar Tamayo: **La metacognición en los modelos para la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias**, Universidad Autónoma de Manizales. En dicho trabajo se asume la metacognición desde la siguiente perspectiva:

El conocimiento metacognitivo se refiere al conocimiento que tienen las personas sobre sus propios procesos cognitivos. La metacognición ha sido definida como la habilidad para monitorear, evaluar y planificar nuestro propio aprendizaje (Flavell, 1979). De manera aún más general fue definida por Flavell (1987), como cualquier conocimiento sobre el conocimiento. Estas definiciones en las últimas décadas han conllevado a la realización de importantes esfuerzos con el propósito de tener un conocimiento más detallado de la metacognición y de su relación con los procesos de aprendizaje.

En el trabajo de Tamayo se sigue a (Gunstone & Mitchell, 1998), para el cual el estudio de la metacognición aborda tres aspectos generales: conocimiento, conciencia y control sobre los propios procesos de pensamiento, teniendo en cuenta que el conocimiento debe abarcarse desde el conocimiento metacognitivo, declarativo, procedimental y condicional.

El conocimiento metacognitivo es el conocimiento que tienen las personas sobre sus propios procesos cognitivos; son conocimientos de naturaleza diferente que pueden referirse, según (Flavell, 1987), a los conocimientos sobre las personas, sobre las tareas o sobre las estrategias.

El conocimiento declarativo es un conocimiento proposicional referido a un saber que, acerca de uno mismo como aprendiz y de los diferentes factores que influyen de manera positiva o negativa en nuestro rendimiento.

El conocimiento procedimental es un saber cómo se hacen las cosas, de cómo suceden, es un tipo de conocimiento que puede representarse como heurísticos y como estrategias en las cuales los individuos definen los pasos seguidos en la solución a un problema.

El conocimiento condicional es un saber por qué y cuándo se usan el conocimiento declarativo y el procedimental (Garner, 1990). Según Reynolds 1992, (citado por Schraw 1998), este tipo de conocimiento ayuda al estudiante a distribuir selectivamente los recursos y a usar las estrategias más eficientemente, permite además identificar el conjunto de condiciones y las exigencias situacionales de cada tarea de aprendizaje. Consiste en poder desplegar una serie de estrategias y en saber hacer un análisis de la situación con el propósito de conocer cuáles son las más adecuadas. Al hablar de un tipo de conocimiento condicional, además de tener conciencia de lo que se debe realizar a nivel cognitivo, se deben emplear también conocimientos específicos relacionados con la tarea que se quiere resolver; en tal sentido el conocimiento condicional reúne tanto conocimiento de orden cognitivo como conceptual, y es debido a la importancia de esta interacción entre lo cognitivo y lo conceptual que el conocimiento condicional es especialmente importante para la educación.

La conciencia metacognitiva es un saber de naturaleza intra-individual, se refiere al conocimiento que tienen los estudiantes de los propósitos de las actividades que desarrollan y de la conciencia que tienen sobre su progreso personal; es un conocimiento que permite el control o la auto-regulación del pensamiento y de los procesos y productos del aprendizaje (Hartman, 1998).

La regulación (o control) metacognitiva se refiere al conjunto de actividades que ayudan al estudiante a controlar su aprendizaje, se relaciona con las decisiones del aprendiz

antes, durante y después de realizar cierta tarea de aprendizaje. Se asume que la regulación metacognitiva mejora el rendimiento en diferentes formas: mejora el uso de la atención, proporciona una mayor conciencia de las dificultades en la comprensión y mejora las estrategias ya existentes. Se ha encontrado un incremento significativo del aprendizaje cuando se incluyen, como parte de la enseñanza, la regulación y la comprensión de las actividades, (Schraw, 1998).

La regulación de los procesos cognitivos esta mediada por tres procesos cognitivos esenciales: planeación, monitoreo y evaluación (Browm, 1987). La planeación implica la selección de estrategias apropiadas y la localización de factores que afectan el rendimiento tales como la predicción, las estrategias de secuenciación y la distribución del tiempo o de la atención selectiva antes de realizar la tarea; es decir, consiste en anticipar las actividades, prever resultados, enumerar pasos. El monitoreo se refiere a la posibilidad que se tiene, en el momento de realizar la tarea, de comprender y modificar su ejecución, por ejemplo, realizar auto-evaluaciones durante el aprendizaje, para verificar, rectificar y revisar las estrategias seguidas. La evaluación, realizada al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz; evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia.

El conocimiento y la regulación de la cognición se relacionan mutuamente. (Martí, 1995), considera que es muy probable que el conocimiento que tiene una persona sobre su cognición repercuta sobre la regulación cognitiva, de igual manera, considera que es probable que los procesos reguladores aplicados por las personas al abordar una tarea de aprendizaje repercutan sobre el conocimiento que van elaborando y sobre sus propios procesos cognitivos.

Se puede decir que los elementos planteados en el artículo de Tamayo y que han sido tocados en los anteriores párrafos de este apartado son indispensables para el análisis de la categoría de Metacognición de este trabajo, sin embargo, se evidenciara como la regulación metacognitiva será una de las subcategorías de mayor incidencia en el análisis pues está

ligada a la resolución de problemas que hace parte del objetivo general planteado para esta investigación.

4.3 RESOLUCION DE PROBLEMAS

Según (D’Zurilla, 1986/1993; D’Zurilla y Nezu, 2007) la Resolución de problemas es un proceso cognitivo-afectivo-conductual mediante el cual una persona intenta identificar o descubrir una solución o respuesta de afrontamiento eficaz para un problema particular.

PAUTAS A SEGUIR EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

(Polya, 1945, p. 19) “sólo los grandes descubrimientos permiten resolver los grandes problemas, hay, en la solución de todo problema, un poco de descubrimiento”; pero que, si se resuelve un problema y llega a excitar nuestra curiosidad, “este género de experiencia, a una determinada edad, puede determinar el gusto por el trabajo intelectual, tanto en el espíritu como en el carácter, dejando una huella que durará toda una vida”.

Para resolver problemas no existen fórmulas mágicas; no hay un conjunto de procedimientos o métodos que aplicándolos lleven necesariamente a la resolución del problema (aún en el caso de que tenga solución). Hay personas que tienen más capacidad para resolver problemas que otras de su misma edad y formación parecida. Que suelen ser las que aplican (generalmente de una manera inconsciente) toda una serie de métodos y mecanismos que suelen resultar especialmente indicados para abordar los problemas. Son los, procesos que se llaman "heurísticos": operaciones mentales que se manifiestan típicamente útiles para resolver problemas. El conocimiento y la práctica de los mismos es justamente el objeto de la resolución de problemas, y hace que sea una facultad entrenable, un apartado en el que se puede mejorar con la práctica. Pero para ello hay que conocer los procesos y aplicarlos de una forma planificada, con método.

(Polya, 1945, p.19) propone cuatro etapas esenciales para la resolución de un problema:

1. Comprender el problema. Parece, a veces, innecesaria, sobre todo en contextos escolares; pero es de una importancia capital, sobre todo cuando los problemas a resolver no son de formulación estrictamente matemática. Es más, es la tarea más difícil, por ejemplo, cuando se ha de hacer un tratamiento informático: entender cuál es el problema que tenemos que abordar, dados los diferentes lenguajes que hablan el demandante y el informático.

- Se debe leer el enunciado despacio.
- ¿Cuáles son los datos? (lo que conocemos)
- ¿Cuáles son las incógnitas? (lo que buscamos)
- Hay que tratar de encontrar la relación entre los datos y las incógnitas. Si se puede, se debe hacer un esquema o dibujo de la situación.

2. Trazar un plan para resolverlo. Hay que plantearlo de una manera flexible y recursiva, alejado del mecanicismo.

- ¿Este problema es parecido a otros que ya conocemos?
- ¿Se puede plantear el problema de otra forma?
- Imaginar un problema parecido, pero más sencillo.
- Suponer que el problema ya está resuelto; ¿cómo se relaciona la situación de llegada con la de partida?
- ¿Se utilizan todos los datos cuando se aplica el plan?

3. Poner en práctica el plan. También hay que plantearlo de una manera flexible y recursiva, alejado del mecanicismo. Y tener en cuenta que el pensamiento no es lineal, que hay saltos continuos entre el diseño del plan y su puesta en práctica.

- Al ejecutar el plan se debe comprobar cada uno de los pasos.
- ¿Se puede ver claramente que cada paso es correcto?
- Antes de hacer algo se debe pensar: ¿qué se consigue con esto?
- Se debe acompañar cada operación matemática de una explicación contando lo que se hace y para qué se hace.
- Cuando se tropieza con alguna dificultad que nos deja bloqueados, se debe volver al principio, reordenar las ideas y probar de nuevo.

4. Comprobar los resultados. Es la más importante en la vida diaria, porque supone la confrontación con contexto del resultado obtenido por el modelo del problema que hemos realizado, y su contraste con la realidad que queríamos resolver.

- Leer de nuevo el enunciado y comprobar que lo que se pedía es lo que se ha averiguado.
- Debemos fijarnos en la solución. ¿Parece lógicamente posible? ¿Se puede comprobar la solución? ¿Hay algún otro modo de resolver el problema? ¿Se puede hallar alguna otra solución?
- Se debe acompañar la solución de una explicación que indique claramente lo que se ha hallado.
- Se debe utilizar el resultado obtenido y el proceso seguido para formular y plantear nuevos problemas.

Hay que pensar que no basta con conocer técnicas de resolución de problemas: se pueden conocer muchos métodos, pero no cuál aplicar en un caso concreto. Por lo tanto, hay que enseñar también a los alumnos a utilizar los instrumentos que conozca, con lo que nos encontramos en un nivel metacognitivo, que es donde parece que se sitúa la diferencia entre quienes resuelven bien problemas y los demás.

Dentro de las líneas de desarrollo de las ideas de Polya, Schoenfeld da una lista de técnicas heurísticas de uso frecuente, que agrupa en tres fases, y que se presentan a continuación:

Análisis.

- Trazar un diagrama.
- Examinar casos particulares.
- Probar a simplificar el problema.

Exploración.

- Examinar problemas esencialmente equivalentes.
- Examinar problemas ligeramente modificados.
- Examinar problemas ampliamente modificados.

Comprobación de la solución obtenida.

- Verifica la solución los criterios específicos siguientes: ¿Utiliza todos los datos pertinentes? ¿Está acorde con predicciones o estimaciones razonables? ¿Resiste a ensayos de simetría, análisis dimensional o cambio de escala?

- Verifica la solución los criterios generales siguientes: ¿Es posible obtener la misma solución por otro método? ¿Puede quedar concretada en casos particulares? ¿Es posible reducirla a resultados conocidos? ¿Es posible utilizarla para generar algo ya conocido?

Dado lo anteriormente expuesto se deben tener en cuenta las siguientes dos consideraciones. La primera hace referencia a que el contexto en el que se sitúen los problemas, que por parte de los profesores se tienden a considerar como irrelevante o, al menos como poco significativo, tiene una gran importancia, tanto para determinar el éxito o fracaso en la resolución de los mismos, como para incidir en el futuro de la relación entre las matemáticas y los alumnos. La segunda, es que la única manera de aprender a resolver problemas es resolviendo problemas; es muy bueno conocer técnicas y procedimientos, pero vistos en acción, no sólo a nivel teórico, porque si no, es un conocimiento vacío.

Finalmente, la resolución de problemas como categoría de la investigación que se está llevando a cabo se analizara desde la teoría de Polya a partir del análisis de casos, sin embargo; es importante pues que los estudiantes se apropien de estrategias que le permitan regular su aprendizaje y desarrollo de autonomía en la resolución de problemas, por lo cual se hace importante abordar desde este marco teórico la Metacognición y resolución de problemas.

4.4 METACOGNICION Y RESOLUCION DE PROBLEMAS

En la tesis doctoral de Domènech (2004), se llega a la conclusión de que:

“Los participantes con alta eficacia metacognitiva han sido más exitosos en la resolución de problemas, puesto que éstos han evaluado y regulado su proceso con mayor frecuencia, lo que les ha permitido cometer menos errores y evitar las posibles interferencias. Estos resultados corroboran los trabajos de Kurt & Weinert (1989), Swanson (1990), Whitebread (1996, 1999) o Pappas, Ginsburg & Jiang (2003), entre otros.”

De esta manera, considerando el proceso cognitivo de resolución de problemas como la actividad de pensamiento por excelencia, se puede asumir como el escenario más favorable para indagar sobre los procesos de regulación metacognitiva, dado que el estudiante deberá pasar por etapas de exploración y sistematización antes, durante y después de intentar resolver el problema. En estas etapas se presenta la posibilidad de formular, reformular y validar estrategias, donde estaría implícitamente involucrada la eficacia metacognitiva, más que la misma capacidad intelectual.

Esta exploración y sistematización inmersa dentro del proceso de resolución de problemas, mediada por la regulación metacognitiva, debe permitir que el alumno reconstruya el saber teórico matemático, haga uso de las habilidades para resolver problemas y las estructuras conceptuales que ha ido configurando en su pensamiento.

Un concepto no logra transferirse a otra situación, a menos que el estudiante lo considere parte de la solución de un problema, en este sentido no es posible pensar en la formación de conceptos de forma mecánica. En resumen y para tener en cuenta en el presente trabajo, según Davidson & Sternberg (citados por Domenech, 2004: 124):

“es necesario incluir el desarrollo de habilidades metacognitivas en la resolución de problemas dentro del currículo de matemáticas, puesto que éstas ayudan a:

- a) Codificar estratégicamente la naturaleza del problema y obtener una representación mental de sus elementos.

b) Seleccionar las estrategias adecuadas para la consecución del objetivo.

c) Identificar los obstáculos que impiden y dificultan el progreso”.

4.5 NIVELES EN RESOLUCION DE PROBLEMAS

Uno de los objetivos de relacionar Metacognición y resolución de problemas es identificar los niveles iniciales de los estudiantes a partir de una prueba inicial, e identificar los niveles finales luego de algunas sesiones de intervención didáctica, en el proceso de resolución de problemas, con este propósito se tienen en cuenta los niveles establecidos por (Tamayo, 2014) en su trabajo “Pensamiento crítico dominio específico en la didáctica de las ciencias”, los cuales se relacionan a continuación:

Nivel 1 Redescipción de la experiencia, enuncia el problema y describe el experimento según sus observaciones o utiliza datos de las instrucciones para justificar sus respuestas.

Nivel 2 Redescipción de la experiencia de manera libre, ha realizado la experiencia anteriormente, utiliza opiniones, describe lo que sintió durante las experiencias o utiliza analogías.

Nivel 3 Identificación de una o dos variables, en este nivel se reconocen las variables sin realizar algún tipo de relación entre ellas.

Nivel 4 Resolución del problema de manera inadecuada identificando y relacionando variables y justificando o no dichas relaciones.

Nivel 5 Resolución de problema de manera adecuada identificando, relacionando variables y justificando o no dichas relaciones. (Tamayo, 2014, p34)

4.6 ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE

De forma análoga que en el apartado anterior uno de los objetivos de relacionar metacognición y resolución de problemas es identificar los niveles iniciales de los estudiantes a partir de una prueba inicial, e identificar los niveles finales luego de algunas sesiones de intervención didáctica, en el proceso de implementación de estrategias metacognitivas, de esta manera se recurre al trabajo de María José Javaloyes Sáez, **Enseñanza de estrategias de aprendizaje en el aula estudio descriptivo en profesorado de niveles no universitarios**, en este Javaloyes mide cinco tipos de estrategias de aprendizaje:

1. Estrategias de Adquisición: atención, exploración y repaso
2. Estrategias de Codificación: mnemotecnias, organización y elaboración
3. Estrategias de Recuperación: estrategias de búsqueda y de generación de respuesta
4. Estrategias de Metacognición: auto-conocimiento, auto-planificación y regulación y auto-evaluación
5. Estrategias de Apoyo al procesamiento: autoinstrucciones, autocontrol, interacciones sociales, contradistractores y motivación –intrínseca, extrínseca y de escape. (Javaloyes Sáez, p.53)

4.7 APRENDIZAJE DE LA FUNCION LINEAL

HISTORIA Y EPISTEMOLOGIA DEL CONCEPTO DE FUNCION

Al hablar del concepto de función se hace necesario realizar un rastreo histórico que permita de alguna manera comprender el significado actual que se le da a este concepto. (Kleiner ; 1989) en un artículo opina que el concepto de función se remonta 4000 años

atrás, y que la noción de función no surgió en forma explícita sino hasta principios del siglo XVIII y en el transcurso de casi 200 años (1450-1650 D.C.) Por otro lado, Youschkevitch (1976) distingue varias etapas principales del desarrollo del concepto de función hasta la mitad del siglo XIX. Siguiendo un poco la idea de Youschkevitch en nuestro estudio consideramos las siguientes etapas:

Edad antigua:

Mientras Pedersen (1974) opina que los matemáticos babilónicos poseyeron un auténtico “instinto de funcionalidad”, ya que una función no sólo es una fórmula sino una relación más general que asocia elementos de dos conjuntos, y esto si está presente en las numerosas tablas de cálculos de los babilónicos Youschkevitch, asegura que no hay ninguna idea en general de función en esta matemática

En los elementos de Euclides los objetos matemáticos y las relaciones son estáticos.

Esto condujo a las proporciones y ecuaciones, pero no a las funciones, se consideran a los números enteros y discretos, y a las magnitudes continuas. Esto hace difícil construir la noción de función, puesto que los números, así considerados, sólo permitían construir una ilustración discretizada de los fenómenos de la naturaleza. En esta etapa se llevan a cabo estudios sobre diversos casos de dependencias entre cantidades de diferentes magnitudes, sin embargo, no se llegaron a aislar las nociones generales de cantidad variable y de función. Para algunos investigadores, cualesquiera que hayan sido las causas y circunstancias que condujeron a las características de la ciencia antigua, el pensamiento matemático de la antigüedad no creó una noción general de cantidad variable o de una función (Youschkevitch 1976, pág. 40)

Sin embargo, a pesar de no lograrse una construcción como tal del concepto de función en la antigüedad, se puede decir que éste está ligado a situaciones de cambio y variación asociadas inicialmente a la observación de los astros, destacándose así los trabajos

realizados por los babilonios de quienes se han encontrado tablillas en las cuales se registraban datos referentes a los períodos de divisibilidad de un planeta y al ángulo de éste con respecto al Sol. Así mismo sobresale las contribuciones de la cultura Griega (quienes utilizando como herramienta la proporcionalidad lograron describir cuantitativamente la relación establecida entre dos magnitudes homogéneas) y específicamente los aportes de Ptolomeo, quien por medio del cómputo de cuerdas de un círculo empieza a bosquejar lo que hoy conocemos como funciones trigonométricas. En este período se utilizan tres formas diferentes de representación: las tablas, la descripción verbal o retórica y el lenguaje sincopado (se utilizan ciertas abreviaciones).

Edad media:

El desarrollo del concepto de función en el período medieval se puede dividir en dos partes: una fase no latina desde el año 500 hasta el 1200, y una fase latina, aproximadamente desde el año 1200 hasta el 1500.

Las contribuciones del Período no Latino incluyendo las matemáticas Hindús y Árabes, caen en el campo del álgebra y la trigonometría. Encontraron soluciones de ecuaciones con una incógnita. Pero, la idea de variable no surgió, y de este modo, no se consideró que una ecuación con dos incógnitas establecía una relación funcional entre dos variables (Boyer, 1946).

En el Período Latino a partir del siglo XIII hasta bien entrado el período moderno aparecieron con notable regularidad tratados sobre proporciones. Estos trabajos equivalen a un álgebra de relaciones del tipo $y = kx^n$, donde n tiene un valor racional. . Esta teoría de proporciones fue básica en todas las ciencias cuantitativas hasta la época de Newton (Boyer, 1946, pág. 9).

Por su parte Oresme intentó dibujar también ciertas funciones para las cuales la tasa de cambio no era constante, las gráficas en estos casos eran líneas quebradas o curvilíneas. La

latitud de formas representó una teoría primitiva de funciones en la que esta tenía que ver con la dependencia de una cantidad variable sobre otra. Pero les faltó el lenguaje del álgebra con el cual expresar la ley de variación o la correspondencia funcional (Boyer, 1946, pág. 10).

Se puede pues inferir que en esta época a pesar de la división entre periodo latino y no latino el interés estuvo centrado en el estudio cualitativo del cambio y el movimiento, es así como surgen conceptos como el de cantidad variable, velocidad instantánea y aceleración. Se destaca el trabajo de Nicolás Oresme quien creó una representación gráfica y geométrica para representar las situaciones de cambio y específicamente las relaciones existentes entre las magnitudes físicas involucradas, apareciendo de esta manera una primera aproximación al concepto de función como una relación de dependencia. Se destaca los trabajos experimentales de Galileo a partir de los cuales se establecían leyes entre magnitudes apoyadas en la idea de proporciones.

Época moderna:

En el transcurso de 200 años (1450-1650) ocurrieron una serie de desarrollos que fueron fundamentales para el surgimiento del concepto de función:

- La unión del álgebra y la geometría

- La introducción del movimiento como un problema central en la ciencia

- La invención del álgebra simbólico

- La invención de la geometría analítica (Kleiner, 1989, pág. 283)

Esto es en el siglo XVII surge una ciencia matematizada que sugiere una “visión dinámica y continua de la relación funcional, en oposición a la visión estática y discreta sostenida por los antiguos” (Kleiner, 1989, pág. 283).

La palabra “función” apareció por primera vez en los manuscritos de Leibniz de agosto de 1673, la introdujo para designar un objeto geométrico asociado con una curva, v. g. coordenadas de un punto sobre la curva o la pendiente de una curva (Youschkevitch, 1976, pág. 56) y en 1718 Johan Bernoulli en un artículo dio la primera definición formal de función como: “Por función de una cantidad variable, denotamos aquí una cantidad construida de un modo u otro con esta cantidad variable y constantes”.(Rüthing, 1984.)

A partir del siglo XVIII se perciben cuatro etapas principales en el desarrollo del concepto de función. Matemáticos prominentes están asociados con cada una de estas etapas.

Primera Etapa

En la primera etapa donde la función es una ecuación o fórmula está asociada con Euler (1707-1783). Euler definió una función siguiendo la definición dada por su maestro Bernoulli como: “Por función de una cantidad variable denotamos aquí una expresión analítica construida de un modo u otro con esta cantidad variable y números o constantes” (Rüthing, 1984, pág. 72). Mérito grande de Euler es el de incluir expresamente las funciones implícitas además de las explícitas. Esta noción de función permaneció sin cambio hasta los inicios de 1800 cuando Fourier en su trabajo sobre las series trigonométricas, encontró relaciones más generales entre las variables.

Segunda Etapa

En 1822 Fourier dio un paso revolucionario en la evolución del concepto de función, al dar una definición de función en la que hacía notar que lo principal era la asignación de

valores para la función; que ésta asignación fuera llevada a cabo por una o varias fórmulas no era de importancia.

La definición de Fourier es: *“En general, la función $f(x)$ representa una sucesión de valores u ordenadas cada una de las cuales es arbitraria. Para una infinidad de valores dados a la abscisa x , hay un número igual de ordenadas $f(x)$. Todas tienen verdaderos valores numéricos, ya sean positivos o negativos o nulos. No suponemos que estas ordenadas estén sujetas a una ley común; se siguen una a la otra, de cualquier manera, como sea, y cada una de ellas está dada como si fuera una cantidad única”* (Rüting, 1984.)

Tercera etapa

En 1829 Dirichlet llega a formular por primera vez el concepto moderno de función $y = f(x)$ de una variable independiente en un intervalo $a < x < b$. Esta definición fue extremadamente general, no decía ni una sola palabra sobre la necesidad de dar a la función por medio de una formula, sobre todo el dominio de definición.

Definió función de la siguiente forma:

“y es una función de una variable x , definida en el intervalo $a < x < b$ si a todo valor de la variable x en este intervalo le corresponde un valor definido de la variable y . Además, es irrelevante en qué forma se establezca esta correspondencia” (Kleiner, 1989).

Debates entre muchos matemáticos famosos incluyendo a Fourier, Dirichlet, Cauchy, Riemann, Weirstrass, Lebesgue y Borel dieron ímpetu al continuo desarrollo histórico del concepto de función.

Cuarta etapa

La última etapa está asociada con Bourbaki en 1939 y se caracterizó por la arbitrariedad del dominio y el rango. Bourbaki, dio una formulación general de función como una regla

de correspondencia entre el dominio y el rango, donde ambos conjuntos son “Sean E y F dos conjuntos, que pueden ser distintos o no. Una relación entre un elemento variable x de E y un elemento variable y de F se llama una relación funcional en y , si para toda $x \in E$, existe un único $y \in F$ el cual está en la relación dada con x . (Rüthing, 1984).

Bourbaki, dio una formulación general de función como una regla de correspondencia entre el dominio y el rango, donde ambos conjuntos son arbitrarios. Desarrollo Reciente. La discusión de cómo los matemáticos deben definir las funciones no ha cambiado significativamente desde el milenio pasado. Sin embargo, el tema no ha sido completamente resuelto.

OTRAS DEFINICIONES DE FUNCIÓN A TRAVÉS DE LA HISTORIA.

- “Ciertas longitudes tales como abscisas, ordenadas, tangentes, normales, etc. Asociadas con la posición de un punto en una curva” (Leibniz)
- Una función de una cantidad variable es una expresión analítica formada de cualquier manera a partir de esta cantidad y números o cantidades constantes”. (Euler) “Si x es una cantidad variable, entonces toda cantidad que depende de x de cualquier manera o, que esté determinada por aquel se llama una función de dicha variable” (Euler).
- “Si una variable y está relacionada con otra variable x de tal manera que siempre que se atribuya un valor numérico a x hay una regla según la cual queda determinado un único valor de y , entonces se dice que y es una función de la variable independiente x ”. (Dirichlet)
- “Dados dos conjuntos arbitrarios A y B una función (o aplicación) de A en B es una ley que a cada elemento x de A hace corresponder un solo elemento y de B; o si se prefiere, una función de A en B es un subconjunto F del producto cartesiano $A \times B$ tal que si (x, y) y (x, z) pertenecen a F entonces $y=z$ ”

CONCEPTO DE FUNCION EN LA ACTUALIDAD

Tal y como se puede apreciar al hacer un recorrido histórico se estima que la idea de función ha estado implícita desde tiempos remotos en el pensamiento del hombre. Sin embargo, con el paso de los años este concepto fue adquiriendo un carácter formal, lográndose establecer diferentes definiciones con alto grado de abstracción:

- Una función es un conjunto de pares ordenados en lo que cada primer componente corresponde con exactamente un segundo componente” (Álgebra elemental, 2007).
- Es una función, la relación que se establece entre dos variables, una dependiente y otra independiente” (Zoom 8°, 2012)
- Una función es una relación que hace corresponder a cada elemento de un conjunto llamado dominio, un único elemento de un conjunto llamado rango o recorrido” (Norma 8°, 2011).
- “Una función f es una regla que asigna a cada elemento x de un conjunto A exactamente un elemento llamado $f(x)$, de un conjunto B ”. (Stewart, 1999).

Lo anteriormente expuesto hace que sea necesario establecer de forma explícita la concepción de función con el fin de poderlo estudiar desde una mirada experimental, de esta manera se adoptará del concepto como se muestra a continuación:

Entenderemos como función a la relación de cambio que se da entre dos variables, de tal forma que la variación que se produce en una de ellas depende del cambio generado en la otra

Vale aclarar, que asumir esta concepción, está muy cerca de esas primeras interpretaciones que tanto los babilonios como los griegos le asignaron, asociado a la idea de variación.

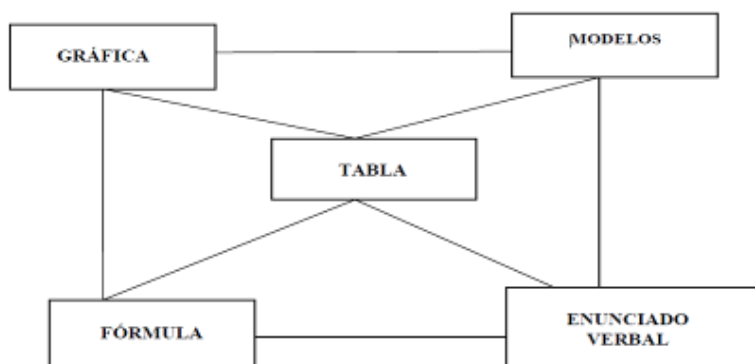
Esta definición apunta en primera instancia a la identificación de variables y a la diferenciación entre variables dependientes e independientes; a fortalecer la capacidad de observar, centrando la atención en lo que cambia y en el cómo cambia y a establecer relación entre dichas variables.

En segundo lugar, esta definición permite asignarle al concepto de función un carácter dinámico, logrando de esta forma utilizar los diferentes medios de representación (tabular, gráfico, verbal y analítico), desmitificando de cierta forma la idea de que sólo la expresión analítica constituye una función.

Para Janvier (Teoría de la representación, 1989):

El aprendizaje de las funciones se da siempre y cuando se desarrolle la capacidad del estudiante para interpretar y usar cada una de las representaciones del concepto de función. Así mismo la capacidad de traducción de uno a otro indica la comprensión del mismo. Janvier define el proceso de adquisición sobre la base de las siguientes representaciones y sus traducciones: (1989, citado por García, G., Serrano, C, Espitia L & Guayambuco, L., 1995, pág. 15)

FIGURA 1: TEORÍA DE LA REPRESENTACIÓN



ALGUNAS SITUACIONES PROBLEMATICAS QUE INVOLUCRAN FUNCIONES

Se citan a continuación algunas situaciones de la vida cotidiana en las cuales aparece el concepto de función lineal, tomadas del trabajo: *La enseñanza del concepto de función lineal mediante ejemplos de la vida real*, realizado por Anabelle Castro Castro. Rommel Alvarado Ortega de la Escuela de Ciencias y Letras, Instituto Tecnológico de Costa Rica. En estas situaciones aparece el concepto de función lineal como un elemento relevante en la resolución de los problemas que son producto de tales situaciones:

EJEMPLO 1:

Las encuestas recientes indican que el pago de la pensión alimenticia o el mantenimiento de los hijos tiende a disminuir con el tiempo transcurrido después del divorcio. Con los resultados se determina que la función que describe esta situación es $P = 92 - 0.5t$, donde P indica el porcentaje de casos en que los pagos se realizan y t el tiempo en años después de la sentencia del divorcio.

- Interprete la intersección con el eje p.
- Haga una interpretación del significado de la pendiente.

- c) ¿En qué porcentaje de casos se sigue pagando la pensión alimenticia o el mantenimiento de los hijos después de 5 años?
- d) Haga la representación gráfica de la situación, para los valores de t que usted considera que se dan.

EJEMPLO 2:

La longitud de un feto de más de 12 semanas de gestación se calcula mediante la fórmula $L = 1.531t - 6.7$, donde L es la longitud (en cm) y t es el tiempo (en semanas). La longitud prenatal se puede determinar por ultrasonido. Explique porque es posible determinar la edad de un feto cuya longitud es de 28 centímetros mediante la fórmula dada.

EJEMPLO 3:

Un inversionista para sembrar yuca, le solicita un préstamo a su padre de \$8 500 sin intereses, el cual acuerda pagar mediante mensualidades de \$125 hasta saldar completamente la deuda.

- a) Indique la cantidad P (en dólares) a pagar en términos de t (en meses)
- b) Después de cuantos meses deberá \$ 5 000.
- c) Trace la gráfica que muestre la relación entre p y t para hallar la duración del préstamo.

EJEMPLO 4:

Un grupo de ingenieros agrónomos conformaron una sociedad para instalar una tienda de agroquímicos, para lo que tienen que pagar una franquicia a la casa matriz de \$ 1000 por mes, más el 5% de los ingresos mensuales: R. Los costos de operación de la franquicia

incluyen un costo fijo de \$ 2 600 mensuales por servicios y mano de obra. Además, el costo de la materia prima para la producción de agroquímicos comprende el 50% de los ingresos.

a) Determine los gastos mensuales E de la sociedad de agrónomos, en términos de R .

b) Expresé la utilidad mensual P en términos de R .

c) Indique el ingreso mensual necesario para que no halla pérdidas ni ganancias.

4.8 OBSTACULOS

En la actualidad uno de los principales problemas que afectan el diseño curricular en cada una de las áreas consiste en diseñar actividades que sean transversales a las demás áreas. Se ha vuelto tan popular el hablar de transversalización que muchos docentes terminan tergiversando el concepto y creyendo con ello que esto se alcanza en la medida que una actividad o proyecto involucre a cada una de las otras áreas del conocimiento. Según esto nunca se podría avanzar en los contenidos del área, pues ¿cómo realizar actividades para que cada temática involucre todas las áreas?

Se está consolidando la idea de que no nos encontramos ante un debate entre contenidos y transversales, sino frente a una lógica de organización de contenidos que implica una forma de **transversalidad oculta**, y, otra lógica cultural crítica que, desde supuestos transversales alternativos, selecciona y organiza con otro sentido los contenidos. Toda selección de contenidos implica sistemas de valores, supuestos acerca de la realidad, que no pueden ser neutrales (Celorio; 1996).

Ahora bien, cada área tiene en sí la responsabilidad del desarrollo de ciertas habilidades y competencias que permitirán al educando prepararse para los retos que ofrece la vida y en la medida que éste sujeto logre sortear de manera adecuada cada situación, involucrando los sistemas de valores fortalecidos en la escuela, en esa misma medida sabrá el docente qué

tan transversales fueron sus actividades de enseñanza y a la vez, qué tan significativo fue el aprendizaje, esto es, cuando la persona logra aplicar en un contexto diferente un nuevo conocimiento, lo que está logrando con esto es transversalizar (llevar de un contexto a otro) lo aprendido, a la vez que lo está relacionando con otros conocimientos.

El docente de matemáticas debe tener claro que no todos los contenidos que enseña en su quehacer tendrán aplicación en la vida diaria de sus alumnos “la construcción de la matemática ha implicado el desarrollo de conceptos cada vez más abstractos y desligados de representaciones preceptivamente más ricas y cotidianas” (Carrillo; 2007), sin embargo son las habilidades operacionales y de razonamiento, así como las competencias propias del área las que cobrarán su cuota en este mundo cambiante. Esta realidad donde el niño, el joven y el adulto se enfrentan a un mundo que ofrece mucho y en la misma medida quita sin devolución, donde la tecnología se apodera del medio y la información llega por toneladas en diferentes medios, es lo que debe interesar al docente actual.

La enseñanza de las matemáticas debe enfrentar varios obstáculos, el primero de ellos y quizás el más marcado se debe a su fama mal ganada, pues es considerada por muchos un área difícil y en muchas ocasiones casi imposible “se afirma que la formación matemática está relacionada con la comprensión conceptual y ésta, en parte, es producto de superación de conocimientos obstáculo ya construidos por el estudiante” (Trujillo; 2007), lo cual exige del docente actual un gran esfuerzo a la hora de enseñar, pues se requiere de él, creatividad e invención metodológica para saber sortear este desafío social.

“Es indudable que en todo proceso de cambio o renovación en la enseñanza de la ciencia, los docentes son el componente decisorio, pues son ellos los que deben estar convencidos que se necesita de su innovación, de su creación y de su actitud hacia al cambio, para responder no sólo a los planteamientos y propósitos que se fijan en las propuestas didácticas, sino también, para satisfacer a las exigencias de los contextos que envuelven a los educandos como sujetos sociales, históricos y culturales” (Ruiz; 2007)

Se requiere por tanto de docentes apasionados por el conocimiento pero también por generar cambio, por innovar, docentes NO convencidos de que su estatus de buen Profesor lo determina la cantidad de estudiantes que reprobaban su área, sino convencidos de que la labor de enseñanza va más allá de clasificar a sus alumnos con una nota, que su labor está en involucrar muchos más estudiantes en ese proceso de aprendizaje.

Son muchas las temáticas que requieren de esa capacidad innovadora en el docente de la que habla Ruiz, pues comúnmente en las aulas de clase se abordan conceptos matemáticos que son necesarios desde el currículo, pero que lamentablemente no son apropiados por parte de los estudiantes, debido a que la enseñanza de ésta área tradicionalmente ha sido asumida por muchos docentes mediante un modelo bien cuestionado en la actualidad: quien lidera el proceso hace un desarrollo teórico presentando una colección de fórmulas seguido de una serie de ejemplos y luego propone una cantidad de ejercicios esperando que sus estudiantes sean capaces de reproducir el algoritmo de solución que él ejemplificó, cabe entonces preguntarse ¿dónde quedó la conceptualización?. No hay duda que el hecho de que este método sea tan reiterativo y lleve tanto tiempo aplicándose en las aulas de clase es porque genera resultados, pero estos resultados se asemejan más a la capacidad que tiene un animal de recordar donde encontrar un alimento, o qué objetos no tocar, es decir, este método entrena a los estudiantes para que resuelvan ciertos ejercicios, más no es eficaz en el alcance de competencias, dado que el estudiante no se ha apropiado del concepto. Es muy común que presentando pruebas por competencias no obtenga buenos resultados, pues le cuesta relacionar lo aprendido con *el mundo de la vida*.

4.9 OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS:

Hay que plantear el problema del conocimiento científico en términos de obstáculos. No se trata de considerar los obstáculos externos, como la complejidad o la fugacidad de los fenómenos, ni de incriminar a la debilidad de los sentidos o del espíritu humano: es en el acto mismo de conocer, íntimamente, donde aparecen, por una especie de necesidad funcional, los entorpecimientos y las confusiones. Es ahí donde mostraremos causas de

estancamiento y hasta de retroceso, es ahí donde discerniremos causas de inercia que llamaremos obstáculos epistemológicos. El conocimiento de lo real es una luz que siempre proyecta alguna sombra. Jamás es inmediata y plena. (LFEC: 15)

Obstáculos epistemológicos Son las limitaciones o impedimentos que afectan la capacidad de los individuos para construir el conocimiento real o empírico. El individuo se confunde por el afecto que ejercen sobre algunos factores, lo que hace que los conocimientos científicos no se adquieran de una manera correcta, lo que obviamente afecta su aprendizaje.

De acuerdo a Bachelard se dan cinco obstáculos principales a saber:

- La experiencia básica o conocimientos previos.
- El obstáculo verbal.
- El peligro de la explicación por la utilidad.
- El conocimiento general.
- El obstáculo animista.

La experiencia básica o conocimientos previos: Los individuos antes de iniciar cualquier estudio, tienen un conjunto de ideas muy propias acerca de cómo y el porqué de las cosas son como son. Estas ideas pueden ejercer una potente influencia que puede limitar el proceso de aprendizaje.

Concepciones espontáneas: Se forman por las percepciones sensoriales que tienen los niños acerca del mundo que les rodea y de hechos de la vida cotidiana. **Concepciones inducidas** Son creencias inducidas debido a procesos de socialización. Estas concepciones se originan en el entorno familiar, social y por la influencia de los medios de comunicación.

Concepciones analógicas: Se derivan de las comparaciones que se realizan con hechos de la vida cotidiana, así la comprensión del concepto se basa en la formación de analogías generadas por los propios alumnos en su entorno familiar o en la escuela.

Conocimiento general: Al explicar mediante el uso de generalizaciones un concepto, se cae, en la mayoría de las veces, en equivocaciones, porque los conceptos se vuelven vagos, e indefinidos, ya que se dan definiciones demasiado amplias para describir un hecho o fenómeno y se deja de lado aspectos esenciales, los detalles que son los que realmente permiten exponer con claridad y exactitud los caracteres que permiten distinguirlos y conceptuarlos correctamente.

El conocimiento pragmático y utilitario: El utilitarismo plantea una serie de problemas a la hora de definir un término, porque se tiende a reducir y sintetizar conceptos a través de la utilidad o beneficio. Pregunta ¿qué es la electricidad? Respuesta: es una energía que nos sirve para producir luz y poner a funcionar los aparatos electrodomésticos.

El obstáculo animista: Los niños tienden a explicar ciertos fenómenos haciendo analogías con naturaleza animada. Pregunta: ¿qué es el movimiento? Respuesta: el movimiento es aquello que se mueve como los animales y la gente.

El obstáculo verbal: Se presenta cuando mediante una sola palabra o una imagen se quiere explicar un concepto. Pregunta: ¿qué es la flor? Respuesta: es un adorno. Se sustituye el concepto por una palabra que designa una de las utilidades o empleo de esos vocablos.

4.10 OBSTACULOS EN EL APRENDIZAJE DE LA FUNCION LINEAL

La investigación en educación matemática ha mostrado que existen varios problemas para el aprendizaje del cálculo dificultando a una gran mayoría de estudiantes, e incluso a algunos profesores que desarrollan su labor en los niveles de educación básica y media, el

acceso profundo a los conceptos propios del cálculo. La gran cantidad de tópicos que están íntimamente relacionados en cálculo, y el manejo pobre de algunos de sus subconceptos, obstaculiza el desarrollo profundo de los conceptos propios del cálculo, como son, el concepto de función, de límite, de continuidad, de derivada y de integral. Es decir, los problemas derivados de una concepción pobre del “precálculo” derivará en un mal entendimiento de los procesos infinitos del cálculo y sus aplicaciones. Ello quiere decir, que además de los problemas para el entendimiento de los procesos infinitos, hay que añadir los problemas producto de un mal aprendizaje del precálculo. Por ejemplo sobre el concepto de función se pueden encontrar diversas dificultades en su comprensión, y en cada clase especial de función se pueden encontrar aún muchas más dificultades, tal como es el caso que concierne al presente trabajo que es el concepto de función lineal, de acuerdo con Fernando Hit en su trabajo **Dificultades en el aprendizaje del cálculo** se pueden evidenciar las siguientes dificultades que dan lugar a obstáculos en el proceso de enseñanza aprendizaje del concepto en cuestión:

- Producto de la enseñanza, se encuentran alumnos que, frente a una contradicción, no generarán un conflicto cognitivo (reconocimiento de que algo anda mal) y su desempeño será bajo en la resolución de problemas.
- Falta de visión global sobre el comportamiento de las funciones. Este conflicto se puede detectar de inmediato al solicitar la tarea de dada una gráfica de una función, construir su correspondiente expresión algebraica.
- Imposibilidad de trasladar las ideas, expresadas en lenguaje geométrico al lenguaje de las funciones

5. METODOLOGÍA

En este apartado se describe todo lo concerniente a la metodología de la investigación; en primer lugar, el método de investigación corresponde a un estudio de caso ya que de acuerdo con el objetivo general se pretende describir los cambios que se dan en los estudiantes cuando se enfrentan a la solución de problemas matemáticos auténticos en los que se relaciona la regulación metacognitiva y la RP en el proceso de aprendizaje del concepto de función lineal, lo cual se sustenta en el hecho de que según (barrio et al., p. 3) el estudio de casos es un método de investigación cualitativa que se utiliza ampliamente para comprender en profundidad la realidad social y educativa, el cual consiste en una descripción y análisis detallados de unidades sociales o entidades educativas únicas.

Se presenta también en este apartado el tipo de investigación, luego se presentan las categorías de análisis y la unidad de trabajo, para finalmente exponer los instrumentos y técnicas que serán tenidos en cuenta para la recolección y análisis de la información.

5.1 TIPO DE INVESTIGACION

Tomando en cuenta que “La investigación descriptiva es aquella que busca especificar las propiedades, características y los perfiles importantes de personas, grupos, comunidades o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis” (Danhke, 1989, citado en Hernández et. al., 2003, p. 117). La metodología que se utilizó se basó en la observación, interpretación y análisis de los efectos o resultados que se creó en los estudiantes del grado 10 de la Institución Educativa Agropecuario Yanacunas, todo lo que se llevó a cabo en el aula de clase que condujo a enriquecer el proceso de aprendizaje del concepto de función lineal a partir de la resolución de problemas involucrando imbricadamente regulación metacognitiva. En consecuencia, se determinó en primera instancia que el tipo de investigación de este proyecto sería de carácter descriptivo.

En segunda instancia, se optó por un paradigma investigativo de carácter cualitativo además del carácter descriptivo, puesto que:

“El enfoque de análisis es cualitativo, según Sampieri (2005, p 20) este se basa en métodos de recolección de los datos no estandarizados. No se efectúa una medición numérica, por tanto, el análisis no es estadístico. La recolección de los datos consiste en obtener las perspectivas y puntos de vista de los participantes (y) no se pretenden generalizar de manera probabilística los resultados a poblaciones más amplias” (Moreno y Daza, 2014, p. 65)

En este sentido el enfoque cualitativo de este trabajo se encamina en comprender la actitud que toman los estudiantes cuando se enfrentan a la resolución de problemas en los cuales la función lineal es relevante en su proceso de solución, así mismo el uso de estrategias metacognitivas en el transcurso del aprendizaje de la función lineal, se recurre también a herramientas de la estadística descriptiva para poder analizar y describir el progreso de los estudiantes.

5.2. CATEGORIAS DE ANALISIS

El objetivo general del presente trabajo establece que se pretende describir los cambios que se dan en los estudiantes del grado décimo de la Institución educativa Agropecuario Yanaconas del Resguardo Ancestral de Guachicono la Vega Cauca cuando se enfrentan a la solución de problemas matemáticos auténticos en los que se relaciona la regulación metacognitiva y la RP en el proceso de aprendizaje del concepto de función lineal. Así pues, se pueden distinguir categorías de análisis tales como: Metacognición, resolución de problemas y aprendizaje de la función lineal. Tales categorías se ilustran en la siguiente tabla (tabla 1 de presente documento) diseñada en (Castiblanco, Daza; 2014, p 76-77) y cuya adaptación a este trabajo se hace con base en los postulados de (Mateos, 2001) citado en (Castiblanco, Daza; 2014, p 76).

Por otro lado, con el fin de poder dar cumplimiento al objetivo general del proyecto se adaptó un instrumento de análisis de categorías que se describe en la tabla 2, el cual fue tomado de (Castiblanco, Daza; 2014, p 75), este se tomó con el fin de poder determinar criterios que se pretenden emplear para analizar la actitud de los estudiantes frente a la definición y representación de problemas, la planeación, el control y la evaluación. Se establecen ítems que permiten determinar lo que realiza y no realiza cada estudiante durante las diferentes sesiones de intervención de aula; este instrumento constituye un insumo importante para la presentación y análisis de resultados de este trabajo.

TABLA 1: CATEGORÍAS DE ANÁLISIS, ADAPTADA DE (CASTIBLANCO, DAZA; 2014, P 76-77)

| COMPONENTE DECLARATIVO (SABER QUE) | COMPONENTE PROCEDIMENTAL (SABER COMO) | | | |
|------------------------------------|--|--|--|--|
| | DEFINICION Y PRESENTACION DEL PROBLEMA | PLANEACION | MONITOREO | EVALUACION |
| PERSONA | <ul style="list-style-type: none"> ➤ Tienen en cuenta sus conocimientos previos | <ul style="list-style-type: none"> ➤ Evalúa sus saberes previos para realizar una tarea ➤ Reconoce el esfuerzo que requiere la tarea (CONCIENCIA METACOGNITIVA) | <ul style="list-style-type: none"> ➤ Determina sus restricciones frente a la tarea específica ➤ Determina que le falta saber para continuar con la tarea ➤ Determina que ayudas específicas necesita para resolver la tarea | <ul style="list-style-type: none"> ➤ Evalúa su nivel de satisfacción con la tarea ➤ Reflexiona lo aprendido con la tarea ➤ Fomenta el autocuestionamiento frente a la tarea |
| TAREA | <ul style="list-style-type: none"> ➤ Identifica la tarea | <ul style="list-style-type: none"> ➤ Descompone el problema ➤ Determina datos conocidos ➤ Clasifica el problema ➤ Entiende las instrucciones de la tarea (CONCIENCIA METACOGNITIVA) | <ul style="list-style-type: none"> ➤ Fomenta el autocuestionamiento al logro de la meta de la tarea ➤ Detecta errores de la tarea ➤ Detecta problemas propios de interpretación, análisis, vocabulario en el desarrollo de la tarea ➤ Establece si va encaminado al logro de la meta de la tarea | <ul style="list-style-type: none"> ➤ Evalúa la relación de la meta con el resultado obtenido ➤ Supervisa el seguimiento de las instrucciones de la tarea |
| Estrategia | <ul style="list-style-type: none"> ➤ Elabora un mapa mental: relaciona elementos y metas ➤ Reconoce que, como, cuáles y cuando emplear las estrategias <p>(COMPONENTE PROCEDIMENTAL)</p> | <ul style="list-style-type: none"> ➤ Identifica el tipo de estrategia a emplear ➤ Describe el plan de acción teniendo en cuenta la estrategia ➤ Identifica los recursos para resolver la tarea ➤ Identifica el tiempo para resolver la tarea | <ul style="list-style-type: none"> ➤ Establece el nivel de eficiencia de la estrategia usada ➤ Dirige el plan de acción detectando posibles errores en la estrategia ➤ Ajusta y emplea estrategias alternativas | <ul style="list-style-type: none"> ➤ Determina la efectividad de la estrategia teniendo en cuenta el plan y la meta ➤ Propone nuevas alternativas y estrategias de solución ➤ Evalúa los cambios durante el desarrollo de la estrategia |

**TABLA 2: INSTRUMENTO DE CATEGORIZACIÓN, ADAPTADO DE
(CASTIBLANCO, DAZA; 2014, P 75)**

| COMPONENTE PROCEDIMENTAL | ESTRATEGIA METACOGNITIVA | | |
|--|--|---------|------------|
| | ASPECTO | LO HACE | NO LO HACE |
| DEFINICIÓN Y REPRESENTACIÓN DEL PROBLEMA | Identifica metas de la tarea | | |
| | identifica sus conocimientos previos | | |
| | Reconoce la situación a resolver | | |
| | Identifica datos necesarios | | |
| | Identifica elementos de la situación problema | | |
| | Realiza un mapa mental del problema | | |
| | Recuerda definir y representar el problema | | |
| PLANEACIÓN (ANTES) | Reconoce posibles estrategias a emplear | | |
| | Reconoce su esfuerzo para resolver la tarea | | |
| | Identifica dificultades para resolver la tarea | | |
| | Identifica el tipo de estrategia a usar | | |
| | Describe el plan de acción teniendo en cuenta la estrategia | | |
| | Identifica los recursos que tiene para resolver la tarea | | |
| | Recuerda planear acciones | | |
| CONTROL (DURANTE) | Detecta problemas propios de la interpretación, análisis, vocabulario en el desarrollo de la tarea | | |
| | Verifica si va encaminado al logro de la meta de la tarea | | |
| | Establece el nivel de eficiencia de la estrategia usada | | |
| | Dirige el plan de acción detectando posibles errores en la estrategia | | |
| | Ajusta y emplea estrategias alternativas | | |
| | Plantea preguntas para verificar la comprensión del problema | | |
| | Recuerda controlar el proceso | | |
| EVALUACIÓN (DESPUÉS) | Determina la efectividad de la estrategia teniendo en cuenta el plan y la meta | | |
| | Reflexiona respecto a lo aprendido en la tarea | | |
| | Fomenta el autocuestionamiento frente a la tarea | | |
| | Evalúa su nivel de satisfacción con la tarea | | |
| | Evalúa la relación de la meta con el resultado obtenido | | |
| | Recuerda evaluar el proceso | | |

5.3. UNIDAD DE TRABAJO

5.3.1 Ubicación

El proyecto se llevó a cabo en la institución Educativa Agropecuaria Yanaconas del Resguardo Ancestral de Guachicono La vega, La población objeto de estudio corresponde a los estudiantes de grado decimo, quienes en esta etapa de formación se acercan formalmente al concepto de función en el área de trigonometría de acuerdo a los planes de estudio estipulados en el **PEC** de la institución, por PEC debe entenderse proyecto educativo comunitario que se estipula en las zonas indígenas.

Los estudiantes que conformaran la población objeto de estudio son 36 estudiantes del grado decimo, conformado por 20 mujeres y 16 hombres, cuyas edades oscilan entre 14 a 17 años, que están distribuidos en dos grupos Ay B, respectivamente, pertenecientes a la etnia indígena Yanaconas, caracterizados por ser sumisos, tranquilos, algo tímidos, callados, respetuosos, que presentan dificultades de formación en matemáticas, pero con motivación de aprender.

5.3.2 Criterios para la selección de la unidad de trabajo

La unidad de trabajo está integrada por estudiantes de grado décimo de la Institución en mención. Por tratarse de una investigación cualitativa con carácter descriptivo que se afrontara desde el estudio de caso, con el fin de imbricar regulación metacognitiva en la resolución de problemas se opta por la selección de 3 estudiantes ya que ello hace más fácil el manejo, sistematización de la información y búsqueda de resultados en una investigación cualitativa.

Dentro de las características principales de selección de las estudiantes se tuvo en cuenta que no presentaran problemas de aprendizaje, es decir problemas de lectura, escritura, ni limitaciones en cuanto a la comprensión de enunciados matemáticos. Conjuntamente que

no contarán con ninguna necesidad educativa especial de índole motor, cognitivo, social, entre otras. Cabe resaltar que solo se seleccionaron tres estudiantes teniendo en cuenta que el mínimo de personas para desarrollar la acción didáctica basada en la práctica cooperativa es 3 personas o números impares.

También se seleccionaron las edades entre 14 a 17 años debido a que investigaciones desarrolladas por varios estudiosos como Schneider y Pressley (1989), Young y Schumacher (1983) y descritas por Mateos (2001, p 53 – 67) se establece que en la adolescencia los sujetos poseen las siguientes características:

- En cuanto al conocimiento de la persona: son más realistas y reconocen más sus capacidades personales.
- En cuanto al conocimiento de la tarea: identifican las metas y lo que las condicionan, clasifican los problemas, hacen categorías e identifican las partes esenciales del mismo.
- Referido al conocimiento de las estrategias: las habilidades de memoria para resolver problemas son desarrollados durante los años escolares y se prolongan hasta la adolescencia.
- Se incrementa el número de estrategias y se hacen cada vez más eficientes, lo cual ayuda a la comprensión de manera clara de la superioridad de las mismas, lo que permite clasificar los ítems a recordar y dar mayor autonomía al estudiante al resolver una situación.

Para finalizar de acuerdo con Mateos (2001, p. 61), se señala que el “conocimiento metacognitivo empieza a manifestarse más claramente durante los años de la educación primaria, y es mucho más completo alrededor en la adolescencia”, en este orden de ideas se debe destacar la relevancia de realizar investigaciones en estas edades con el fin de contribuir al desarrollo de las estrategias en los sujetos, que si bien es cierto todos las

poseen es necesario potenciarlas a través del uso de acciones didácticas, para que sean conscientes de ellas, las utilicen en la práctica y las controlen de manera significativa en distintos ámbitos académicos y de la vida cotidiana a fin de favorecer mejores conocimientos.

5.4 INSTRUMENTOS

Teniendo en cuenta el objetivo de la investigación y con base en la literatura, se determinaron necesarios e importantes los siguientes instrumentos: prueba final e inicial, el cuadernillo de situaciones problema, instrumentos de evaluación para cada sesión e instrumento de categorización.

Prueba final e inicial: son pruebas escritas por medio de las cuales se estableció, el estado inicial y final en cuanto al uso de las estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos de los estudiantes en el proceso de aprendizaje de la función lineal. En la prueba inicial (ver anexo 1) se consideran dos situaciones problémicas con sus respectivos ítems de preguntas y se establece la siguiente convención para estudiar las dificultades presentadas por los estudiantes:

S1: situación problémica 1

S1a: pregunta del ítem a de la situación 1

S1b: pregunta ítem b de la situación 1

S2: situación problémica 2

S2a: pregunta del ítem a de la situación 2

La prueba final (ver anexo 1) consta de una situación problémica la cual el estudiante debió resolver con las herramientas adquiridas durante las sesiones de intervención didáctica.

Prueba final e inicial no se proponen preguntas de carácter metacognitivo, sin embargo, se le pide al estudiante que resuelva las situaciones problema planteadas y con sus palabras describa como las desarrolló.

Cuaderno de situaciones problémicas: Contempla 6 tareas cognitivas, basada en una serie de problemas matemáticos que dan cuenta de las estrategias metacognitivas empleadas para resolver el problema, por parte de las estudiantes objeto de estudio.

Instrumento de categorización: Empleado para conocer las estrategias metacognitivas y los pasos empleados durante la resolución de problemas por parte de las estudiantes, siendo preponderante en el proceso de presentación y análisis de resultados. (Ver tabla 2) Es de destacar que en este instrumento se evidencia la mayor incidencia de la regulación metacognitiva en comparación con las otras dimensiones de la metacognición en el proceso de resolución de problemas puesto que de acuerdo con (Polya, 1945) hay una etapa de comprensión y trazar un plan (antes), poner en práctica el plan (durante) y comprobación de resultados (después) y por otro lado, esto se ratifica en (Domenech, 2004, p. 396) para quien la metacognición aporta herramientas para el uso de estrategias y regulación de la resolución de problemas.

Instrumento de evaluación para cada sesión: son pruebas escritas por medio de las cuales se formulan situaciones problémicas en cuyo proceso de solución la función lineal es relevante, cada situación problémica tiene sus propios interrogante que se espera el estudiante responda, sin embargo, con el fin de poder hacer que los estudiantes se familiaricen con el uso de estrategias metacognitivas, se establecen preguntas acordes a cada categoría de la metacognición, las cuales se presentan a continuación:

Para conciencia

➤ ¿Qué información pide la situación?

Para conocimiento declarativo

- Escriba la información previa que debe tener en cuenta para comprender el problema y dar solución al mismo

Para conocimiento procedimental:

- Solucione el problema

Para planeación:

- ¿Qué pasos va a seguir para resolver la situación problema?
- ¿Qué recursos va a utilizar para resolver la situación problema?
- Escriba las estrategias que va a seguir para dar solución al problema.
- Establezca un plan a seguir para resolver el problema

Para monitoreo

- ¿Considera que tanto el plan como las estrategias que planteo son los mismos que utilizó en la resolución del problema? Si_____ No_____ ¿Por qué?

Para evaluación

- ¿Qué fue lo que más se le dificultó en el proceso de resolver la situación?

En cada prueba se propusieron algunas de estas preguntas metacognitivas como parte agregadas a la resolución de problemas, con el fin antes mencionado y es acercar a los

estudiantes al uso de las estrategias metacognitivas en el proceso de aprendizaje de la función lineal.

5.5 DESARROLLO DE LA INVESTIGACION

Para alcanzar los objetivos propuestos la investigación se desarrollará en fases discriminadas como se presenta a continuación:

5.5.1 Fase de prueba inicial

En esta fase a través de la aplicación de instrumento de ideas previas se pretendió identificar las estrategias metacognitivas que utilizan los estudiantes en la resolución de dos problemas matemáticos en los cuales el concepto de función lineal es relevante, y también identificar los obstáculos epistemológicos que presentan los estudiantes acerca de la función lineal, el estudiante debe describir los procesos empleados en la solución de los problemas en un tiempo máximo de 60 minutos.

5.5.2 Fase de diseño y desarrollo de acciones didácticas basadas en el uso de estrategias metacognitivas para la resolución de problemas.

En esta fase se diseñaron y desarrollaron 8 sesiones de acompañamiento, que tuvieron una duración cada una de 60 minutos y se llevaron a cabo 2 días a la semana durante 1 mes, en estas sesiones se buscó desarrollar, potencializar, afianzar y familiarizar a las estudiantes con el uso de diferentes estrategias metacognitivas, se llevaron a cabo 2 sesiones magistrales donde el docente expuso el proceso de resolución de problemas a través de ejemplos y el uso de estrategias metacognitivas, las 6 sesiones de acompañamiento restantes fueron basadas en el desarrollo de pruebas por parte de los estudiantes. Para tal fin, se propuso emplear las siguientes estrategias y acciones didácticas descritas por Mateos (2001):

La Instrucción Explícita: el docente proporcionó a los estudiantes de manera explícita la información sobre la meta, las estrategias a emplear, los recursos, los pasos, la utilidad, los momentos y los criterios de evaluación, analizando así la parte declarativa, procedimental y condicional, lo que permitiría a los estudiantes que posteriormente de manera independiente definieran, supervisarán, planearán y evaluarán el problema.

La Práctica Guiada: en la investigación el docente proporcionó momentos de apoyo y diálogo, permitiendo a los estudiantes, además del desarrollo de la parte declarativa, procedimental y condicional, verbalizar vías alternas de solución que le favorecen el aprender a tomar decisiones relacionadas con el control de actividad.

La Práctica Cooperativa: consistió en la resolución de problemas en grupo donde las mediaciones entre todos propiciaron espacios oportunos de discusión, verbalización, confrontación de percepciones, exposición de reflexiones propias y de preguntas, que le permitirían a los estudiantes desarrollar las partes declarativas, condicionales y procedimentales del problema de manera social.

Todas estas actividades permiten desarrollar una conciencia de los procesos mentales y las estrategias metacognitivas de las cuales se dispone y se pueden emplear al enfrentarse a un problema que necesita ser resuelto y donde la *interacción social* según Vigostsky (1978 citado por Mateos, 2001 p 98) cobra importancia ya que “todas las funciones psicológicas superiores aparecen primero en un plano de funcionamiento interpsicológico (social), al ser compartidos con otros, el cual, progresivamente se transforma en un proceso intrapsicológico (individual)”. Cada sesión de acción didáctica se planea en tres momentos: el primero, busca identificar los conocimientos previos requeridos para resolver el problema, a partir de la definición y representación del mismo. El segundo, pretende encaminar a los estudiantes al logro de la meta de los objetivos correspondientes a la sesión, a través de la planeación y el control. Finalmente, el tercero, permite la evaluación del alcance de las metas propuestas.

5.5.3 Fase de diseño y aplicación de prueba final

A través de la aplicación de una tarea metacognitiva final, estructurada de la misma manera que la inicial, es decir sin restricciones en las que las estudiantes debían resolver un problema y describir el proceso empleado para tal fin, con una duración de 60 minutos; se propende por determinar la relación entre el uso de las estrategias metacognitivas y la resolución de problemas, con el fin de determinar el cambio, la incidencia y la importancia del uso de las mismas en el proceso de aprendizaje de la función lineal.

6. PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

En este apartado se presentan los avances y resultados fruto de la investigación llevada a cabo con los tres estudiantes después de realizadas las acciones didácticas basadas en el uso de estrategias metacognitivas, resolución de problemas en el proceso de aprendizaje del concepto de función lineal, tales acciones didácticas permitieron hacer énfasis en el cambio entre el momento inicial (prueba inicial) y el momento final (prueba final); en dicho cambio es de resaltar la influencia de las sesiones intermedias o acciones didácticas empleadas tales como: la instrucción explícita, la práctica guiada y cooperativa.

Se tiene en cuenta el procesamiento de la información analizándola en los momentos de la resolución del problema y las estrategias metacognitivas empleadas para tal fin como la definición y representación del problema, planeación, control y la evaluación, contrastando lo que los individuos objeto de estudio pudieron hacer de manera autónoma y aquellas que no pudieron realizar, lo cual llevo a evidenciar su respectivo proceso en la resolución de problemas en el aprendizaje de la función lineal relacionando regulación metacognitiva. Esto se consolida en las matrices de resultados de los estudiantes, que se presentan a continuación:

TABLA 3: MATRIZ DE RESULTADOS ESTUDIANTE I

| COMPONENTE PROCEDIMENTAL | ESTRATEGIA METACOGNITIVA | | | | | | | | | | | | |
|--|--|----------------------------|--------------------------------------|----------------------------|--------------------------------------|----------------------------|--------------------------------------|----------------------------|--------------------------------------|----------------------------|--------------------------------------|---|--|
| | SESION | PRUEEBA INICIAL | | SESIONES DIDACTICAS | | | | | PRUEBA FINAL | | | | |
| | | 1 | | 2 | | 3 | 4 | | 5 | | 6 | | |
| | | L O H A C E | N O L O H A C E | L O H A C E | N O L O H A C E | L O H A C E | N O L O H A C E | L O H A C E | N O L O H A C E | L O H A C E | N O L O H A C E | | |
| DEFINICIÓN Y REPRESENTACIÓN DEL PROBLEMA | Identifica metas de la tarea | X | | | X | X | | X | | X | | X | |
| | identifica sus conocimientos previos | | X | | X | X | | X | | X | | X | |
| | Reconoce la situación a resolver | | X | | X | X | | X | | X | | X | |
| | Identifica datos necesarios | X | | X | | X | | X | | X | | X | |
| | Identifica elementos de la situación problema | | X | | X | X | | X | | X | | X | |
| | Realiza un mapa mental del problema | | X | | X | X | | X | | X | | X | |
| | Recuerda definir y representar el problema | | X | | X | X | | X | | X | | X | |
| PLANEACIÓN (ANTES) | Reconoce posibles estrategias a emplear | | X | | X | | X | X | | X | | X | |
| | Reconoce su esfuerzo para resolver la tarea | | X | | X | | X | | X | X | | X | |
| | Identifica dificultades para resolver la tarea | | X | | X | | X | | X | X | | X | |
| | Identifica el tipo de estrategia a usar | | X | | X | | X | | X | X | | X | |
| | Describe el plan de acción teniendo en cuenta la estrategia | | X | | X | | X | X | | X | | X | |
| | Identifica los recursos que tiene para resolver la tarea | | X | | X | | X | X | | X | | X | |
| | Recuerda planear acciones | | X | | X | | X | X | | X | | X | |
| MONITOREO (DURANTE) | Detecta problemas propios de la interpretación, análisis, vocabulario en el desarrollo de la tarea | | X | | X | | X | | X | X | | X | |
| | Verifica si va encaminado al logro de la meta de la tarea | | X | | X | | X | | X | X | | X | |
| | Establece el nivel de eficiencia de la estrategia usada | | X | | X | | X | | X | X | | X | |
| | Dirige el plan de acción detectando posibles errores en la estrategia | | X | | X | | X | | X | X | | X | |
| | Ajusta y emplea estrategias alternativas | | X | | X | | X | | X | | X | X | |
| | Plantea preguntas para | | X | | X | | X | | X | | X | X | |

| | | | | | | | | | | | | |
|-----------------------------|--|--|---|--|---|--|---|--|---|---|---|---|
| | verificar la comprensión del problema | | | | | | | | | | | |
| | Recuerda controlar el proceso | | X | | X | | X | | X | | X | X |
| EVALUACIÓN (DESPUÉS) | Determina la efectividad de la estrategia teniendo en cuenta el plan y la meta | | X | | X | | X | | X | | X | X |
| | Reflexiona respecto a lo aprendido en la tarea | | X | | X | | X | | X | X | | X |
| | Fomenta el autocuestionamiento frente a la tarea | | X | | X | | X | | X | X | | X |
| | Evalúa su nivel de satisfacción con la tarea | | X | | X | | X | | X | | X | X |
| | Evalúa la relación de la meta con el resultado obtenido | | X | | X | | X | | X | | X | X |
| | Recuerda evaluar el proceso | | X | | X | | X | | X | | X | X |

TABLA 4: MATRIZ DE RESULTADOS ESTUDIANTE II

| COMPONENTE PROCEDIMENTAL | ESTRATEGIA METACOGNITIVA | | | | | | | | | | | |
|--|--|----------------------------|--------------------------------------|----------------------------|--------------------------------------|----------------------------|--------------------------------------|----------------------------|--------------------------------------|----------------------------|--------------------------------------|---|
| | SESION | PRUEEBA INICIAL | | SESIONES DIDACTICAS | | | | | | PRUEBA FINAL | | |
| | | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 |
| | ASPECTO | L O H A C E | N O L O H A C E | L O H A C E | N O L O H A C E | L O H A C E | N O L O H A C E | L O H A C E | N O L O H A C E | L O H A C E | N O L O H A C E | |
| DEFINICIÓN Y REPRESENTACIÓN DEL PROBLEMA | Identifica metas de la tarea | | X | | X | X | | X | | X | | X |
| | identifica sus conocimientos previos | | X | | X | X | | X | | X | | X |
| | Reconoce la situación a resolver | | X | | X | X | | X | | X | | X |
| | Identifica datos necesarios | X | | X | | X | | X | | X | | X |
| | Identifica elementos de la situación problema | | X | | X | X | | X | | X | | X |
| | Realiza un mapa mental del problema | | X | | X | X | | X | | X | | X |
| | Recuerda definir y representar el problema | | X | | X | | X | X | | X | | X |
| PLANEACIÓN (ANTES) | Reconoce posibles estrategias a emplear | | X | | X | X | | X | | X | | X |
| | Reconoce su esfuerzo para resolver la tarea | | X | | X | | X | X | | X | | X |
| | Identifica dificultades para resolver la tarea | | X | | X | | X | | X | X | | X |
| | Identifica el tipo de estrategia a usar | | X | | X | X | | X | | X | | X |
| | Describe el plan de acción teniendo en cuenta la estrategia | | X | | X | X | | X | | X | | X |
| | Identifica los recursos que tiene para resolver la tarea | | X | | X | X | | X | | X | | X |
| | Recuerda planear acciones | | X | | X | | X | | X | X | | X |
| MONITOREO (DURANTE) | Detecta problemas propios de la interpretación, análisis, vocabulario en el desarrollo de la tarea | | X | | X | X | | X | | X | | X |
| | Verifica si va encaminado al logro de la meta de la tarea | | X | | X | X | | X | | X | | X |
| | Establece el nivel de eficiencia de la estrategia usada | | X | | X | | X | X | | X | | X |
| | Dirige el plan de acción detectando posibles errores en la estrategia | | X | | X | | X | | X | X | | X |
| | Ajusta y emplea estrategias alternativas | | X | | X | | X | | X | | X | X |
| | Plantea preguntas para verificar la comprensión del problema | | X | | X | X | | X | | X | | X |

| | | | | | | | | | | | | |
|-----------------------------|--|--|---|--|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | |
| | Recuerda controlar el proceso | | X | | X | X | | X | | | X | X |
| EVALUACIÓN (DESPUÉS) | Determina la efectividad de la estrategia teniendo en cuenta el plan y la meta | | X | | X | | X | | X | | X | X |
| | Reflexiona respecto a lo aprendido en la tarea | | X | | X | X | | X | | X | | X |
| | Fomenta el autocuestionamiento frente a la tarea | | X | | X | | X | | X | X | | X |
| | Evalúa su nivel de satisfacción con la tarea | | X | | X | X | | X | | X | | X |
| | Evalúa la relación de la meta con el resultado obtenido | | X | | X | X | | X | | X | | X |
| | Recuerda evaluar el proceso | | X | | X | | X | | X | | X | X |

TABLA 5: MATRIZ DE RESULTADOS ESTUDIANTE III

| COMPONENTE PROCEDIMENTAL | ESTRATEGIA METACOGNITIVA | | | | | | | | | | | | |
|--|--|-------------------------------------|---|-------------------------------------|---|-------------------------------------|---|-------------------------------------|---|-------------------------------------|---|-------------------------------------|---|
| | SESION | PRUEEBA INICIAL | | SESIONES DIDACTICAS | | | | | | | | PRUEBA FINAL | |
| | | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | |
| | ASPECTO | L O H A C C E | N O L O H A C C E | L O H A C C E | N O L O H A C C E | L O H A C C E | N O L O H A C C E | L O H A C C E | N O L O H A C C E | L O H A C C E | N O L O H A C C E | L O H A C C E | N O L O H A C C E |
| DEFINICIÓN Y REPRESENTACIÓN DEL PROBLEMA | Identifica metas de la tarea | X | | X | | X | | | X | X | | X | |
| | identifica sus conocimientos previos | | X | | X | | X | X | | X | | X | |
| | Reconoce la situación a resolver | | X | X | | X | | | X | X | | X | |
| | Identifica datos necesarios | X | | X | | X | | X | | X | | X | |
| | Identifica elementos de la situación problema | X | | X | | X | | X | | X | | X | |
| | Realiza un mapa mental del problema | X | | | X | X | | X | | X | | X | |
| | Recuerda definir y representar el problema | X | | | X | X | | X | | X | | X | |
| PLANEACIÓN (ANTES) | Reconoce posibles estrategias a emplear | X | | | X | X | | | X | X | | X | |
| | Reconoce su esfuerzo para resolver la tarea | | X | | X | | X | X | | | X | X | |
| | Identifica dificultades para resolver la tarea | X | | X | | X | | X | | X | | X | |
| | Identifica el tipo de estrategia a usar | | X | | X | X | | | X | X | | X | |
| | Describe el plan de acción teniendo en cuenta la estrategia | | X | | X | X | | X | | X | | X | |
| | Identifica los recursos que tiene para resolver la tarea | | X | | X | | X | X | | X | | X | |
| | Recuerda planear acciones | | X | | X | X | | X | | X | | X | |
| MONITOREO (DURANTE) | Detecta problemas propios de la interpretación, análisis, vocabulario en el desarrollo de la tarea | | X | X | | X | | X | | X | | X | |
| | Verifica si va encaminado al logro de la meta de la tarea | X | | X | | X | | X | | X | | X | |
| | Establece el nivel de eficiencia de la estrategia usada | | X | | X | | X | | X | X | | | X |
| | Dirige el plan de acción detectando posibles errores en la estrategia | | X | | X | X | | X | | X | | X | |
| | Ajusta y emplea estrategias alternativas | | X | | X | | X | X | | X | | | X |
| | Plantea preguntas para verificar la comprensión del problema | | X | | X | | X | X | | | X | X | |
| | Recuerda controlar el proceso | X | | X | | X | | X | | X | | X | |

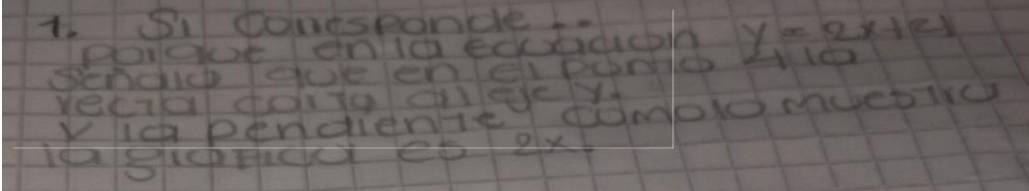
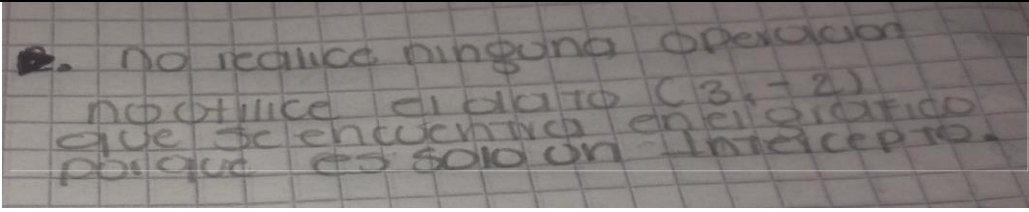
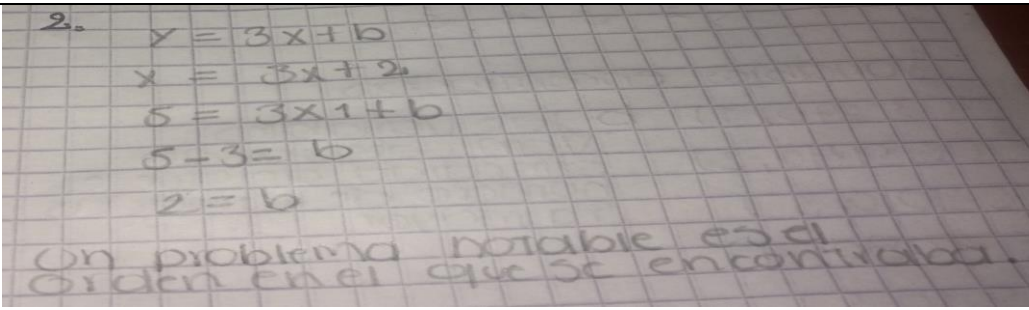
| | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------------------|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | |
| EVALUACIÓN (DESPUÉS) | Determina la efectividad de la estrategia teniendo en cuenta el plan y la meta | | X | | X | | X | X | | X | | X | |
| | Reflexiona respecto a lo aprendido en la tarea | | X | X | | X | | X | | X | | X | |
| | Fomenta el autocuestionamiento frente a la tarea | | X | | X | X | | X | | | X | X | |
| | Evalúa su nivel de satisfacción con la tarea | | X | | X | | X | | X | | X | | X |
| | Evalúa la relación de la meta con el resultado obtenido | X | | X | | X | | X | | X | | X | |
| | Recuerda evaluar el proceso | | X | | X | | X | | X | X | | X | |

6.1 IDENTIFICACION DE OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS DETECTADOS EN LOS ESTUDIANTES:

Los obstáculos detectados en los estudiantes durante la aplicación de la prueba inicial se pudieron evidenciar a partir de las respuestas dadas a algunas de las preguntas realizadas en dicha prueba.

A continuación se presentan las respuestas dadas por los estudiantes a cada una de las preguntas planteadas en la prueba inicial:

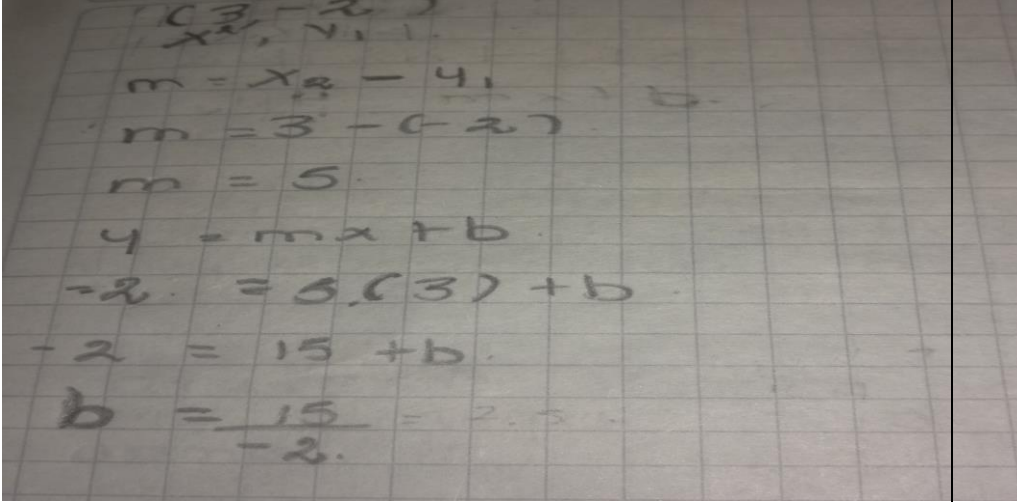
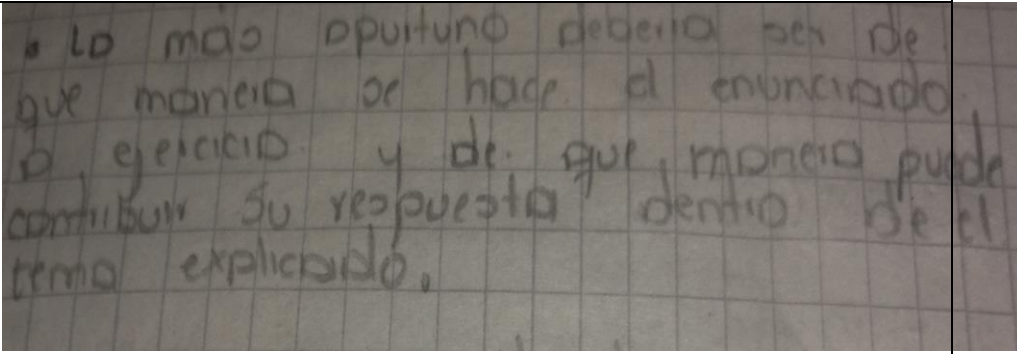
TABLA 6: RESPUESTAS ESTUDIANTE I

| PREGUNTA | RESPUESTA |
|----------|---|
| S1a |  |
| S1b |  |
| S2a |  |

Con referencia a las respuestas dadas por el estudiante I se puede decir que:

- No asocia una ecuación lineal a su gráfica, lo que se evidencia en s1a
-
- No da explicación del procedimiento a realizar en la resolución de s1, lo cual se indaga en s1b, como tampoco identifica con claridad los datos proporcionados en la s1.
-
- En s2 no hay comprensión de la situación problemática ya que no se reconoce la situación a resolver.

TABLA 7: RESPUESTAS ESTUDIANTE II

| PREGUNTA | RESPUESTA |
|----------|---|
| S1a |  <p> $(3, -2)$ $(1, -2)$ $m = x_2 - y_1$ $m = 3 - (-2)$ $m = 5$ $y = mx + b$ $-2 = 5(3) + b$ $-2 = 15 + b$ $b = \frac{-15}{-2} = 7.5$ </p> |
| S1b | No hay respuesta |
| S2a |  <p> • lo más oportuno debería ser de que manera se hace el enunciado o ejercicio y de que manera puede contribuir su respuesta dentro de el tema explicado. </p> |

En cuanto a las respuestas dadas por el estudiante II se considera que:

- No asocia una ecuación lineal a su gráfica, se evidencia en s1
- No reconoce la fórmula que se debe emplear para determinar la pendiente de una recta, lo cual se aprecia en la respuesta dada a s1a.

- No comprende los procesos de transposición de términos para despejar una ecuación, lo cual se puede evidenciar en la respuesta dada en el ítem s1a.
-
- No da explicación del procedimiento a realizar en la resolución de s1, lo cual se indaga en s1b, como tampoco identifica con claridad los datos proporcionados en la s1.
-
- En s2 no hay comprensión de la situación problemática ya que no se reconoce la situación a resolver.

TABLA 8: RESPUESTAS ESTUDIANTE III

| PREGUNTA | RESPUESTA |
|----------|---|
| S1a | <p>1. $(3, -2)$.</p> <p>No pertenece la ecuación $y = 2x + 4$ a la recta graficada porque el intercepto de la ecuación es diferente al intercepto de la gráfica.</p> $-y = mx + b \Rightarrow -2 = 2(3) + b$ $-2 = 6 + b$ $-2 - 6 = b$ $-8 = b$ |
| S1b | <p>b. Utilice la fórmula de la ecuación que es $y = mx + b$ * si uno de los datos.</p> |
| S2b | <p>2. * que se trata de una ecuación de una gráfica</p> <p>* situación polimica = que se encuentra en desorden</p> <p>Correcto sería = $y = 3x + b$</p> $5 = 3(1) + b$ $5 - 3 = b$ $2 = b$ $y = 3x + 2$ |

De las respuestas dadas por el estudiante III se puede deducir que:

- En s1b el estudiante no da cuenta de los procedimientos realizados para resolver el problema, en s1a se evidencia un procedimiento que no es el adecuado pues la estudiante

no reconoce los conocimientos previos no los usa adecuadamente para dar una correcta solución a la situación planteada.

- En cuanto a s2a no hay comprensión del estudiante con referencia a la intencionalidad del problema, no se plantea una situación problémica cuya solución este asociada al procedimiento ilustrado en s2.

6.2 IDENTIFICACIÓN DE LOS NIVELES DE LOS ESTUDIANTES EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y USO DE ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS

La identificación de los niveles de los estudiantes antes y después de la intervención de aula en cuanto al uso de estrategias metacognitivas relacionando la resolución de problemas en el proceso de aprendizaje de la función lineal, tuvo como punto de partida la matriz de evaluación de cada estudiante.

6.2.1 Nivel inicial y final del estudiante I

Consideremos los diferentes aspectos tenidos en cuenta en la matriz de resultados del estudiante I en la sesión inicial:

TABLA 9: NIVEL INICIAL ESTUDIANTE I

| COMPONENTE PROCEDIMENTAL | ESTRATEGIA METACOGNITIVA | | | APRECIACIONES CON BASE EN LA PRUEBA INICIAL |
|---|--|----------------|-------------------|--|
| | SESION | PRUEBA INICIAL | | |
| | | 1 | | |
| | ASPECTO | L O H A C C E | N O L O H A C C E | |
| DEFINICIÓN Y REPRESENTACIÓN DEL PROBLEMA | Identifica metas de la tarea | X | | De los siete ítems tenidos en cuenta el estudiante no realiza 5, lo que indica que éste no comprendió la situación a resolver, aunque identifica metas de a tarea, y los datos necesarios, no hay un proceso de reconocimiento de la situación a resolver. |
| | identifica sus conocimientos previos | | X | |
| | Reconoce la situación a resolver | | X | |
| | Identifica datos necesarios | X | | |
| | Identifica elementos de la situación problema | | X | |
| | Realiza un mapa mental del problema | | X | |
| | Recuerda definir y representar el problema | | X | |
| PLANEACIÓN (ANTES) | Reconoce posibles estrategias a emplear | | | Se puede apreciar que en este apartado el estudiante no planea estrategias para solucionar el problema pues no hay proceso inicial de comprensión |
| | Reconoce su esfuerzo para resolver la tarea | | X | |
| | Identifica dificultades para resolver la tarea | | X | |
| | Identifica el tipo de estrategia a usar | | X | |
| | Describe el plan de acción teniendo en cuenta la estrategia | | X | |
| | Identifica los recursos que tiene para resolver la tarea | | X | |
| | Recuerda planear acciones | | X | |
| MONITOREO (DURANTE) | Detecta problemas propios de la interpretación, análisis, vocabulario en el desarrollo de la tarea | | X | Dado que no hay un plan a seguir y no hay comprensión de la situación a resolver, no hay un proceso de control por parte del estudiante. |
| | Verifica si va encaminado al logro de la meta de la tarea | | X | |
| | Establece el nivel de eficiencia de la estrategia usada | | X | |
| | Dirige el plan de acción detectando posibles errores en la estrategia | | X | |
| | Ajusta y emplea estrategias alternativas | | X | |
| | Plantea preguntas para verificar la comprensión del problema | | X | |
| | Recuerda controlar el proceso | | X | |
| EVALUACIÓN (DESPUÉS) | Determina la efectividad de la estrategia teniendo en cuenta el plan y la meta | | X | El estudiante no evalúa el proceso de solución ya que no hay comprensión, ni planeación y control. |
| | Reflexiona respecto a lo aprendido en la tarea | | X | |
| | Fomenta el autocuestionamiento frente a la tarea | | X | |
| | Evalúa su nivel de satisfacción con la tarea | | X | |
| | Evalúa la relación de la meta con el resultado obtenido | | X | |
| | Recuerda evaluar el proceso | | X | |

Los diferentes elementos aportados por la matriz de resultados permiten inferir que el estudiante I inicialmente no utiliza estrategias metacognitivas como tampoco un adecuado proceso de resolución de problemas.

Sin embargo, se puede notar que luego de los procesos de intervención didáctica tales como exposición explicita, práctica guiada y práctica cooperativa en las diferentes sesiones de trabajo, el estudiante evolucionó significativamente tal y como lo muestra la matriz de evaluación correspondiente a la sesión final.

TABLA 10: NIVEL FINAL ESTUDIANTE I

| COMPONENTE PROCEDIMENTAL | ESTRATEGIA METACOGNITIVA | | APRECIACIONES CON BASE EN LA PRUEBA FINAL | |
|--|--|--------------------------------------|---|--|
| | SESION | PRUEBA FINAL | | |
| | | 6 | | |
| ASPECTO | L O H A C E | N O L O H A C E | | |
| DEFINICIÓN Y REPRESENTACIÓN DEL PROBLEMA | Identifica metas de la tarea | X | | En este aspecto estudiante desarrolla todos los ítems, mostrando comprensión de la situación problémica a resolver, así pues se observa una correcta definición y representación del problema. |
| | identifica sus conocimientos previos | X | | |
| | Reconoce la situación a resolver | X | | |
| | Identifica datos necesarios | X | | |
| | Identifica elementos de la situación problema | X | | |
| | Realiza un mapa mental del problema | X | | |
| | Recuerda definir y representar el problema | X | | |
| PLANEACIÓN (ANTES) | Reconoce posibles estrategias a emplear | X | | En el proceso de planeación se evidencia un alto grado de evolución ya que el estudiante realiza todos los ítems, lo que indica pues comprensión de la situación a resolver , así como también del concepto de función lineal, pues el estudiante identifica estrategias, elementos, recursos, reconoce sus dificultades y al mismo tiempo implementa y planea acciones. |
| | Reconoce su esfuerzo para resolver la tarea | X | | |
| | Identifica dificultades para resolver la tarea | X | | |
| | Identifica el tipo de estrategia a usar | X | | |
| | Describe el plan de acción teniendo en cuenta la estrategia | X | | |
| | Identifica los recursos que tiene para resolver la tarea | X | | |
| | Recuerda planear acciones | X | | |
| MONITOREO (DURANTE) | Detecta problemas propios de la interpretación, análisis, vocabulario en el desarrollo de la tarea | X | | En este aspecto dado que el estudiante realiza cinco de los ítems, se nota como las intervenciones didácticas han influido a tal punto que éste controla su propio proceso de aprendizaje de la función lineal a través de la resolución de problemas, aunque no ajusta a estrategia empleada y no plantea preguntas para verificar la comprensión del problema, aunque en el proceso de solución denota comprensión, lo que se evidencia en el anexo de proceso de aplicación de la prueba final. |
| | Verifica si va encaminado al logro de la meta de la tarea | X | | |
| | Establece el nivel de eficiencia de la estrategia usada | X | | |
| | Dirige el plan de acción detectando posibles errores en la estrategia | X | | |
| | Ajusta y emplea estrategias alternativas | | X | |
| | Plantea preguntas para verificar la comprensión del problema | | X | |
| | Recuerda controlar el proceso | X | | |
| | Determina la efectividad de la estrategia teniendo en | | X | En este apartado se puede apreciar que el |

| | | | | |
|---------------------------------|---|---|---|--|
| EVALUACIÓN (DESPUÉS) | cuenta el plan y la meta | | | estudiante reflexiona respecto a sus aprendizajes, se autocuestiona, evalúa sus soluciones y fomenta la evaluación de lo que realiza, sin embargo no evalúa su nivel de satisfacción con la tarea desarrollada y no determina la efectividad de sus estrategias con base en el plan. |
| | Reflexiona respecto a lo aprendido en la tarea | X | | |
| | Fomenta el autocuestionamiento frente a la tarea | X | | |
| | Evalúa su nivel de satisfacción con la tarea | | X | |
| | Evalúa la relación de la meta con el resultado obtenido | X | | |
| | Recuerda evaluar el proceso | X | | |

6.2.2 Descripción del nivel alcanzado por el estudiante I, desde la prueba inicial hasta la prueba final

Definición y representación de problema: en las sesiones 1 y 2 de intervención didáctica el estudiante solo identifica metas de la tarea y algunos de los datos necesarios, sin embargo, durante el proceso de las sesiones restantes de trabajo se evidencia que lee con atención las situaciones problema, reconociendo en su gran mayoría la meta planeada e identificando los datos necesarios de la información que en ellas se establecen; además tuvo en cuenta los elementos propios de las situaciones problema, no obstante, se notó que se le dificultaba identificar y verbalizar los conocimientos previos acerca de la ecuación de la recta para estudiar el comportamiento de las funciones lineales que modelaban las situaciones problemáticas propuestas en las sesiones de trabajo, asimismo, se encontró que se le dificultaba expresar una representación mental de las situaciones, al cuestionarle por estos aspectos, el estudiante asumía el conocimiento previo como la información que podían encontrar en los problemas, con ayuda de la acción didáctica basada en la instrucción explícita, el docente dio a conocer los aspectos de explorar los conceptos previos y realizar un mapa mental del problema, de esta manera el estudiante pudo ser concreto en determinar que conceptos previos podía utilizar en la resolución de un determinado problema, mostrando una representación mental, logrando así definir los problemas con mayor claridad.

Planeación: El estudiante no reconocía posibles estrategias a emplear, los recursos y sus dificultades individuales frente a la resolución de un problema; de igual manera se le

dificultó expresar planes de acciones o tipos de estrategias a emplear durante las tres primeras sesiones de trabajo, también se le notó el afán por resolver un problema y dar la respuesta, sin antes tener un plan de acción o identificando con claridad la estrategia a utilizar. No obstante, como consecuencia de las intervenciones basadas en instrucción explícita y prácticas guiada, se pudo ver en las posteriores sesiones de trabajo que el estudiante se apropió de los aspectos de planeación identificando, verbalizando y escribiendo los tipos de estrategias, planes de acción y recursos que iba a emplear dentro de las soluciones a las situaciones problemáticas planteadas.

Monitoreo: Este proceso no se evidencia desde la prueba inicial hasta la tercera sesión de trabajo, a partir de las posteriores sesiones de intervención, el estudiante detecta problemas propios de la interpretación, del análisis, del vocabulario en el desarrollo de la tarea, va verificando en lo posible si va encaminado en lograr la meta que las situaciones problemáticas le proponen controlando lo que va realizando, evidencia de esto es que después de las prácticas guiadas puede realizar un plan de acción, aunque hasta la prueba final el educando no ajusta y emplea estrategias alternativas, como tampoco plantea preguntas para verificar la comprensión del problema, esto se debe a que las estrategias iniciales le permiten llegar al objetivo para dar solución a la situación problemática propuesta.

Evaluación: este proceso no se evidencia hasta la cuarta sesión de trabajo, en la quinta y sexta sesión de trabajo como consecuencia de la práctica cooperativa y la práctica guiada, el estudiante empieza a reflexionar sobre lo aprendido en las tareas, fomenta el autocuestionamiento, evalúa la relación de la meta con el resultado obtenido, recordando evaluar el proceso, también a determinar la efectividad de la estrategia teniendo en cuenta la meta, en relación con el resultado obtenido durante el proceso; sin embargo, se le dificulta evaluar su estrategia frente a los planes de acción ya que no los tenía presentes o no los proponía.

6.2.3 Nivel inicial y final del estudiante II

Consideremos los diferentes aspectos tenidos en cuenta en la matriz de resultados del estudiante II en la sesión inicial:

TABLA 11: NIVEL INICIAL ESTUDIANTE II

| COMPONENTE PROCEDIMENTAL | ESTRATEGIA METACOGNITIVA | | | APRECIACIONES CON BASE EN LA PRUEBA INICIAL |
|--|--|----------------------------|--------------------------------------|--|
| | SESION | PRUEBA INICIAL | | |
| | | 1 | | |
| | ASPECTO | L O H A C E | N O L O H A C E | |
| DEFINICIÓN Y REPRESENTACIÓN DEL PROBLEMA | Identifica metas de la tarea | X | | De los siete ítems tenidos en cuenta el estudiante no realiza 4, lo que indica que éste no comprendió la situación a resolver, aunque identifica metas de a tarea, sus conocimientos previos y los datos necesarios, no hay un proceso de reconocimiento de la situación a resolver. |
| | identifica sus conocimientos previos | X | | |
| | Reconoce la situación a resolver | | X | |
| | Identifica datos necesarios | X | | |
| | Identifica elementos de la situación problema | | X | |
| | Realiza un mapa mental del problema | | X | |
| | Recuerda definir y representar el problema | | X | |
| PLANEACIÓN (ANTES) | Reconoce posibles estrategias a emplear | | | Se puede apreciar que en este apartado el estudiante no planea estrategias para solucionar el problema pues no hay proceso inicial de comprensión |
| | Reconoce su esfuerzo para resolver la tarea | | X | |
| | Identifica dificultades para resolver la tarea | | X | |
| | Identifica el tipo de estrategia a usar | | X | |
| | Describe el plan de acción teniendo en cuenta la estrategia | | X | |
| | Identifica los recursos que tiene para resolver la tarea | | X | |
| | Recuerda planear acciones | | X | |
| MONITOREO (DURANTE) | Detecta problemas propios de la interpretación, análisis, vocabulario en el desarrollo de la tarea | | X | Dado que no hay un plan a seguir y no hay comprensión de la situación a resolver, no hay un proceso de control por parte del estudiante. |
| | Verifica si va encaminado al logro de la meta de la tarea | | X | |
| | Establece el nivel de eficiencia de la estrategia usada | | X | |
| | Dirige el plan de acción detectando posibles errores en la estrategia | | X | |
| | Ajusta y emplea estrategias alternativas | | X | |
| | Plantea preguntas para verificar la comprensión del problema | | X | |
| | Recuerda controlar el proceso | | X | |
| EVALUACIÓN (DESPUÉS) | Determina la efectividad de la estrategia teniendo en cuenta el plan y la meta | | X | El estudiante no evalúa el proceso de solución ya que no hay comprensión, ni planeación y control. |
| | Reflexiona respecto a lo aprendido en la tarea | | X | |
| | Fomenta el autocuestionamiento frente a la tarea | | X | |
| | Evalúa su nivel de satisfacción con la tarea | | X | |
| | Evalúa la relación de la meta con el resultado obtenido | | X | |
| | Recuerda evaluar el proceso | | X | |

Esta matriz de la prueba inicial del estudiante II aporta elementos que permiten inferir que el estudiante, inicialmente no utiliza estrategias metacognitivas como tampoco un adecuado proceso de resolución de problemas.

Se puede evidenciar que luego de los procesos de intervención didáctica, el estudiante evolucionó en cuanto al uso de estrategias metacognitivas en la resolución de problemas, tal y como lo muestra a matriz de resultados correspondiente a la sesión final.

TABLA 12: NIVEL FINAL ESTUDIANTE II

| COMPONENTE PROCEDIMENTAL | ESTRATEGIA METACOGNITIVA | | PRUEBA FINAL | | APRECIACIONES CON BASE EN LA PRUEBA FINAL |
|--|--|----------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--|
| | SESION | 6 | | N O L O H A C E | |
| | ASPECTO | L O H A C E | N O L O H A C E | | |
| DEFINICIÓN Y REPRESENTACIÓN DEL PROBLEMA | Identifica metas de la tarea | X | | | En este aspecto estudiante desarrolla todos los ítems, mostrando comprensión de la situación problemática a resolver, así pues se observa una correcta definición y representación del problema. |
| | identifica sus conocimientos previos | X | | | |
| | Reconoce la situación a resolver | X | | | |
| | Identifica datos necesarios | X | | | |
| | Identifica elementos de la situación problema | X | | | |
| | Realiza un mapa mental del problema | X | | | |
| | Recuerda definir y representar el problema | X | | | |
| PLANEACIÓN (ANTES) | Reconoce posibles estrategias a emplear | X | | | En el proceso de planeación se evidencia un alto grado de evolución ya que el estudiante realiza todos los ítems, lo que indica pues comprensión de la situación a resolver, así como también del concepto de función lineal, pues el estudiante identifica estrategias, elementos, recursos, reconoce sus dificultades y al mismo tiempo implementa y planea acciones. |
| | Reconoce su esfuerzo para resolver la tarea | X | | | |
| | Identifica dificultades para resolver la tarea | X | | | |
| | Identifica el tipo de estrategia a usar | X | | | |
| | Describe el plan de acción teniendo en cuenta la estrategia | X | | | |
| | Identifica los recursos que tiene para resolver la tarea | X | | | |
| | Recuerda planear acciones | X | | | |
| MONITOREO (DURANTE) | Detecta problemas propios de la interpretación, análisis, vocabulario en el desarrollo de la tarea | X | | | En este aspecto dado que el estudiante realiza cinco de los ítems, se nota como las intervenciones didácticas han influido a tal punto que éste controla su propio proceso de aprendizaje de la función lineal a través de la resolución de problemas, aunque no ajusta a estrategia empleada y no plantea preguntas para verificar la comprensión del problema, aunque en el proceso de solución denota comprensión, lo que se evidencia en el anexo de proceso de aplicación de la prueba final. |
| | Verifica si va encaminado al logro de la meta de la tarea | X | | | |
| | Establece el nivel de eficiencia de la estrategia usada | X | | | |
| | Dirige el plan de acción detectando posibles errores en la estrategia | X | | | |
| | Ajusta y emplea estrategias alternativas | X | | | |
| | Plantea preguntas para verificar la comprensión del problema | X | | | |
| | Recuerda controlar el proceso | X | | | |
| EVALUACIÓN (DESPUÉS) | Determina la efectividad de la estrategia teniendo en cuenta el plan y la meta | | | X | En este apartado se puede apreciar que el estudiante reflexiona respecto a sus aprendizajes, se autocuestiona, evalúa sus soluciones, fomenta la evaluación de lo que realiza, evalúa su nivel de satisfacción con la tarea desarrollada, sin embargo, no determina la efectividad de sus estrategias con base en el plan y no evalúa el proceso. |
| | Reflexiona respecto a lo aprendido en la tarea | X | | | |
| | Fomenta el autocuestionamiento frente a la tarea | X | | | |
| | Evalúa su nivel de satisfacción con la tarea | X | | | |
| | Evalúa la relación de la meta con el resultado obtenido | X | | | |
| | Recuerda evaluar el proceso | | | X | |

6.2.4 Descripción del nivel alcanzado por el estudiante II, desde la prueba inicial hasta la prueba final

Definición y representación de problema: El estudiante se destaca porque lee en más de dos ocasiones la situación propuesta, presenta dificultad para reconocer los datos necesarios de la situación problémica, de igual manera se le dificulta reconocer sus conocimientos previos acerca de los elementos de la ecuación de la recta, pues consideraba que solo la información que plantea la situación eran los conceptos que debía conocer, también se le dificulta identificar las metas propuestas, realizar un mapa mental, y por tanto, definir y representar el problema. Después de realizar las sesiones de instrucción explícita, práctica guiada y cooperativa, el individuo presenta mayor seguridad y desenvolvimiento para identificar los datos necesarios, la meta y los conocimientos previos para hacer una representación mental y el definir el problema que debe resolver.

Planeación: durante las dos primeras sesiones de trabajo no se evidencia el proceso de planeación por parte del estudiante, pues se le dificulta describir un plan de acción teniendo en cuenta el tipo de estrategia que va a emplear, al igual que identificar los recursos que puede tener para resolver la situación problema, en la medida que va pasando el proceso, con la ayuda de práctica guiada y cooperativa, el educando exterioriza con claridad el plan o acciones que puede plantear, desarrollando una mayor autonomía e independencia del docente, pues reconoce que por sí mismo puede desarrollar la situación planteada.

Monitoreo: al igual que en los dos procesos anteriores, este proceso no se manifiesta por parte del estudiante durante las dos primeras sesiones de trabajo. La práctica guiada durante las demás sesiones de intervención didáctica permitió al estudiante controlar el proceso teniendo en cuenta la meta de la situación y las acciones que propone para solucionar la situación; durante su desempeño lee constantemente la información que tiene el problema y constantemente hace preguntas al docente en las prácticas guiadas al igual que a sus compañeros en la práctica cooperativa, a partir de la tercera sesión de trabajo el educando en el proceso de control demuestra más seguridad estableciendo los problemas

propios de la interpretación y el análisis de la situación, logrando generar una autorregulación de sus procesos que le permite reconocer la eficiencia de la estrategia inicial, de su plan de acción y poder ajustar o cambiar si es necesario, para ello emplea preguntas que le ayudan a verificar la comprensión del problema.

Evaluación: este proceso se manifiesta en el estudiante a partir de la tercera sesión de trabajo desde la cual, éste evalúa la relación de la meta con el resultado obtenido durante las sesiones realizadas. Aunque reflexiona sobre su aprendizaje y evalúa su satisfacción frente a su desempeño en la tarea, se observa que se le dificulta por sí mismo evaluar y contrastar frente a las estrategias el proceso que siguió en la resolución del problema para adquirir mayor seguridad al solucionar las situaciones problemáticas propuestas en las sesiones de trabajo, puesto que no determina la efectividad de la estrategia teniendo en cuenta el plan y la meta, y no recuerda evaluar el proceso.

6.2.5 Nivel inicial y final del estudiante III

Tengamos en cuenta los aspectos considerados en la matriz de resultados del estudiante III en la sesión inicial:

TABLA 13: NIVEL INICIAL ESTUDIANTE III

| COMPONENTE PROCEDIMENTAL | ESTRATEGIA METACOGNITIVA | | | APRECIACIONES CON BASE EN LA PRUEBA INICIAL |
|---|--|--------------------------------------|---|--|
| | SESION | PRUEBA INICIAL | | |
| | | 1 | | |
| ASPECTO | L O H A C E | N O L O H A C E | | |
| DEFINICIÓN Y REPRESENTACIÓN DEL PROBLEMA | Identifica metas de la tarea | X | | De los siete ítems tenidos en cuenta el estudiante no realiza 2, lo que indica que éste no reconoció la situación a resolver, de igual manera no identifica sus conocimientos previos, aunque identifica metas de la tarea, los datos necesarios, realiza un mapa mental al mismo tiempo que recuerda definir y representar el problema. |
| | identifica sus conocimientos previos | | X | |
| | Reconoce la situación a resolver | | X | |
| | Identifica datos necesarios | X | | |
| | Identifica elementos de la situación problema | X | | |
| | Realiza un mapa mental del problema | X | | |
| | Recuerda definir y representar el problema | X | | |
| PLANEACIÓN (ANTES) | Reconoce posibles estrategias a emplear | X | | Se puede apreciar que en este apartado el estudiante reconoce estrategias a emplear e identifica dificultades para resolver la situación problema. |
| | Reconoce su esfuerzo para resolver la tarea | | X | |
| | Identifica dificultades para resolver la tarea | X | | |
| | Identifica el tipo de estrategia a usar | | X | |
| | Describe el plan de acción teniendo en cuenta la estrategia | | X | |
| | Identifica los recursos que tiene para resolver la tarea | | X | |
| | Recuerda planear acciones | | X | |
| MONITOREO (DURANTE) | Detecta problemas propios de la interpretación, análisis, vocabulario en el desarrollo de la tarea | | X | En la prueba inicial el educando verifica que va encaminado al logro de la meta de la resolución problémica y recuerda controlar el proceso. |
| | Verifica si va encaminado al logro de la meta de la tarea | X | | |
| | Establece el nivel de eficiencia de la estrategia usada | | X | |
| | Dirige el plan de acción detectando posibles errores en la estrategia | | X | |
| | Ajusta y emplea estrategias alternativas | | X | |
| | Plantea preguntas para verificar la comprensión del problema | | X | |
| | Recuerda controlar el proceso | X | | |
| EVALUACIÓN (DESPUÉS) | Determina la efectividad de la estrategia teniendo en cuenta el plan y la meta | | X | En este aspecto el educando solo evalúa la relación de la meta con el resultado obtenido. |
| | Reflexiona respecto a lo aprendido en la tarea | | X | |

| | | | |
|--|---|---|---|
| | Fomenta el autocuestionamiento frente a la tarea | | X |
| | Evalúa su nivel de satisfacción con la tarea | | X |
| | Evalúa la relación de la meta con el resultado obtenido | X | |
| | Recuerda evaluar el proceso | | X |

Los diferentes elementos aportados por la matriz de resultados permiten inferir que el estudiante III, al igual que los estudiantes I y II, inicialmente no utiliza estrategias metacognitivas aunque se evidencia un proceso de resolución de problemas en el cual el estudiante no identifica sus conocimientos previos.

En los procesos de intervención didáctica posteriores a la prueba inicial se pudo notar como la exposición explícita, práctica guiada y práctica cooperativa en las diferentes sesiones de trabajo, permitieron que el estudiante evolucionara significativamente tal y como lo muestra a matriz de resultados correspondiente a la sesión final.

TABLA 14: NIVEL FINAL ESTUDIANTE III

| COMPONENTE PROCEDIMENTAL | ESTRATEGIA METACOGNITIVA | | APRECIACIONES CON BASE EN LA PRUEBA FINAL | |
|--|--|--------------------------------------|---|---|
| | SESION | PRUEBA FINAL | | |
| | | 6 | | |
| ASPECTO | L O H A C E | N O L O H A C E | | |
| DEFINICIÓN Y REPRESENTACIÓN DEL PROBLEMA | Identifica metas de la tarea | X | | En este aspecto estudiante desarrolla todos los ítems, mostrando comprensión de la situación problemática a resolver, así pues se observa una correcta definición y representación del problema. |
| | identifica sus conocimientos previos | X | | |
| | Reconoce la situación a resolver | X | | |
| | Identifica datos necesarios | X | | |
| | Identifica elementos de la situación problema | X | | |
| | Realiza un mapa mental del problema | X | | |
| | Recuerda definir y representar el problema | X | | |
| PLANEACIÓN (ANTES) | Reconoce posibles estrategias a emplear | X | | En el proceso de planeación se evidencia un alto grado de evolución ya que el estudiante realiza todos los ítems, lo que indica pues comprensión de la situación a resolver, así como también del concepto de función lineal, pues el estudiante identifica estrategias, elementos, recursos, reconoce sus dificultades y al mismo tiempo implementa y planea acciones. |
| | Reconoce su esfuerzo para resolver la tarea | X | | |
| | Identifica dificultades para resolver la tarea | X | | |
| | Identifica el tipo de estrategia a usar | X | | |
| | Describe el plan de acción teniendo en cuenta la estrategia | X | | |
| | Identifica los recursos que tiene para resolver la tarea | X | | |
| | Recuerda planear acciones | X | | |
| MONITOREO (DURANTE) | Detecta problemas propios de la interpretación, análisis, vocabulario en el desarrollo de la tarea | X | | En este aspecto dado que el estudiante realiza cinco de los ítems, se nota como las intervenciones didácticas han influido a tal punto que éste controla su propio proceso de aprendizaje de la función lineal a través de la resolución de problemas, aunque no ajusta a estrategia empleada para implementar estrategias alternas, tampoco establece el nivel de eficiencia de la estrategia usada. |
| | Verifica si va encaminado al logro de la meta de la tarea | X | | |
| | Establece el nivel de eficiencia de la estrategia usada | | X | |
| | Dirige el plan de acción detectando posibles errores en la estrategia | X | | |
| | Ajusta y emplea estrategias alternativas | | X | |
| | Plantea preguntas para verificar la comprensión del problema | X | | |
| | Recuerda controlar el proceso | X | | |
| EVALUACIÓN (DESPUÉS) | Determina la efectividad de la estrategia teniendo en cuenta el plan y la meta | X | | En este apartado se puede apreciar que el estudiante reflexiona respecto a sus aprendizajes, se autocuestiona, evalúa sus soluciones y fomenta la evaluación de lo que realiza, sin embargo no evalúa su nivel de satisfacción con la tarea desarrollada. |
| | Reflexiona respecto a lo aprendido en la tarea | X | | |
| | Fomenta el autocuestionamiento frente a la tarea | X | | |
| | Evalúa su nivel de satisfacción con la tarea | | X | |
| | Evalúa la relación de la meta con el resultado obtenido | X | | |
| | Recuerda evaluar el proceso | X | | |

6.2.6 Descripción del nivel alcanzado por el estudiante III, desde la prueba inicial hasta la prueba final

Definición y Representación del Problema: se aprecia que el estudiante lee las situaciones problema con detenimiento; desde la primera practica el educando resalta dentro de las situaciones algunos datos que influyen en la solución de las mismas, se evidencia que identifica los datos necesarios, elementos y metas de las tareas, realiza representaciones mentales para definir los problemas. En la prueba inicial se evidencio dificultad para identificar sus conocimientos previos, puesto que los consideraba que eran los datos que proporcionaba el problema, en la medida que avanzó el tiempo y con las prácticas el estudiante mejoró en este aspecto. En el transcurso de las sesiones de intervención didáctica se observa que el educando asume de manera positiva las sugerencias o estrategias que le puedan dar tanto el docente en las prácticas guiadas, como las de sus compañeros en la práctica cooperativa, apropiándolas para tener mayor comprensión de las situaciones propuestas.

Planeación: en este aspecto el estudiante reconoce dificultades que se le puedan presentar en la realización de las tareas y algunas posibles estrategias que puede emplear al resolver las situaciones problema; en la prueba inicial se evidencia dificultad para reconocer su esfuerzo al resolver una tarea e identificar el tipo de estrategias y acciones que pueda proponer y llevar a cabo; también se observa la dificultad en diferenciar los recursos para resolver el problema. A través de la práctica guida e instrucción explícita el educando logra identificar con mayor apropiación los recursos que puede tener proponiendo estrategias y planes de acción para la solución de los problemas. Este educando retoma las estrategias que se pudieron utilizar en prácticas anteriores estudiando la posibilidad de volver a plantearlas en una nueva situación.

Monitoreo: en este apartado el educando al inicio de las prácticas recuerda controlar el proceso verificando el alcance del logro de la tarea propuesta, procura detectar los problemas propios de la interpretación, el análisis y vocabulario en el desarrollo de la tarea,

además logra establecer el nivel de eficiencia de las estrategias propuestas o el plan de acción utilizado para saber si proseguía con estos o cambiaba por otras alternativas que lo llevan a la solución del problema. Por medio del proceso investigativo, reconoce que éste le permitió conocer nuevas estrategias, lo cual fue positivo pues pudo enfrentarse con motivación a situaciones en las que no podía encontrar una solución eficaz.

Evaluación: el estudiante en este aspecto evalúa la relación de la meta con el resultado obtenido al resolver las situaciones problema, con la instrucción explícita y prácticas guiadas éste fomenta la autorregulación frente a la tarea al igual que comienza a determinar la efectividad de las estrategias como de los planes de acción propuestos en la planeación; en las dos últimas prácticas el educando evidencia evaluar el proceso de forma general y su nivel de satisfacción con lo que realizó.

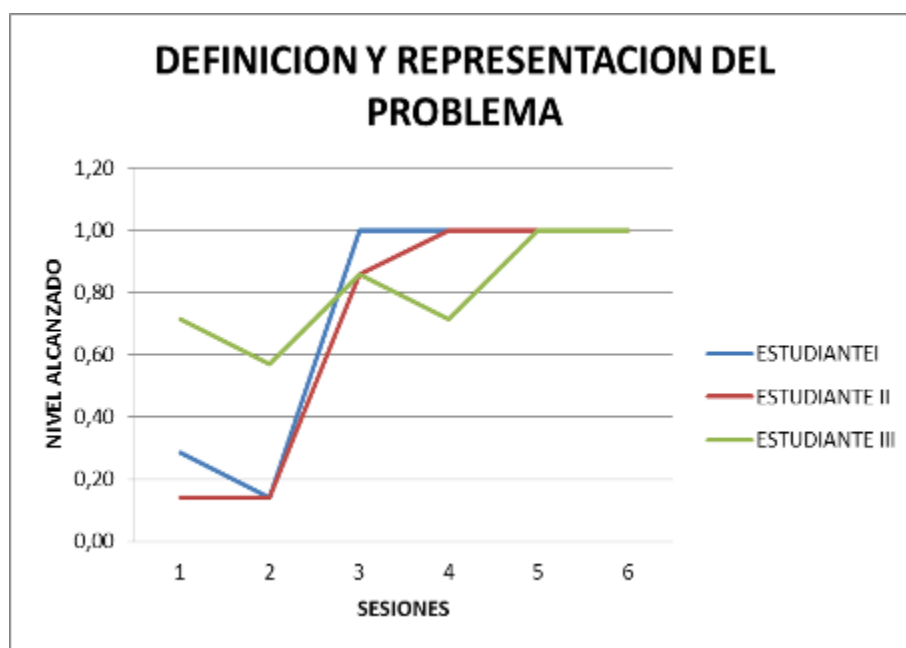
6.3 COMPARACIÓN DE LOS NIVELES INICIALES Y FINALES DE LOS ESTUDIANTES

Tomando como punto de partida las matrices de resultados y los aspectos cualitativos contemplados en el apartado anterior, por cada estudiante se pudo realizar un análisis estadístico que permite identificar el nivel alcanzado por cada uno de ellos en la aplicación de estrategias metacognitivas en la resolución de problemas alrededor de la comprensión del concepto de función lineal, el nivel alcanzado se determina en cada aspecto metacognitivo al dividir el número de ítems realizados entre el total de ítems tenidos en cuenta para la evaluación de un determinado aspecto. Este análisis se presenta a continuación a través de gráficos estadísticos y permite comparar los niveles alcanzados por los tres estudiantes desde el inicio hasta el final del proceso de intervención didáctica.

6.3.1 Definición y representación del problema:

| SESION | ESTUDIANTE I | ESTUDIANTE II | ESTUDIANTE III |
|--------|--------------|---------------|----------------|
| 1 | 0,29 | 0,14 | 0,71 |
| 2 | 0,14 | 0,14 | 0,57 |
| 3 | 1,00 | 0,86 | 0,86 |
| 4 | 1,00 | 1,00 | 0,71 |
| 5 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| 6 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |

FIGURA 2: DEFINICION Y REPRESENTACION DEL PROBLEMA ESTUDIANTES I, II Y III



Estudiante I: Inicia el aumento del uso de esta estrategia metacognitiva desde la sesión 3 (instrucción explícita), gana autonomía hasta la sesión 4 (práctica guiada e instrucción explícita) y 5 (práctica cooperativa); finalmente mantiene esta autonomía hasta prueba final sesión 6 en comparación con la sesión 1 donde esta estrategia metacognitiva no se manifiesta.

Estudiante II: Inicia el aumento del uso de esta estrategia metacognitiva desde la sesión 3 y 4 (instrucción explícita y práctica guiada) y gana más autonomía desde la sesión 4 pasando por la sesión 5 (práctica cooperativa) y finalmente esta autonomía se consolida en la prueba final sesión 6, logrando mejores resultados en comparación con la sesión 1.

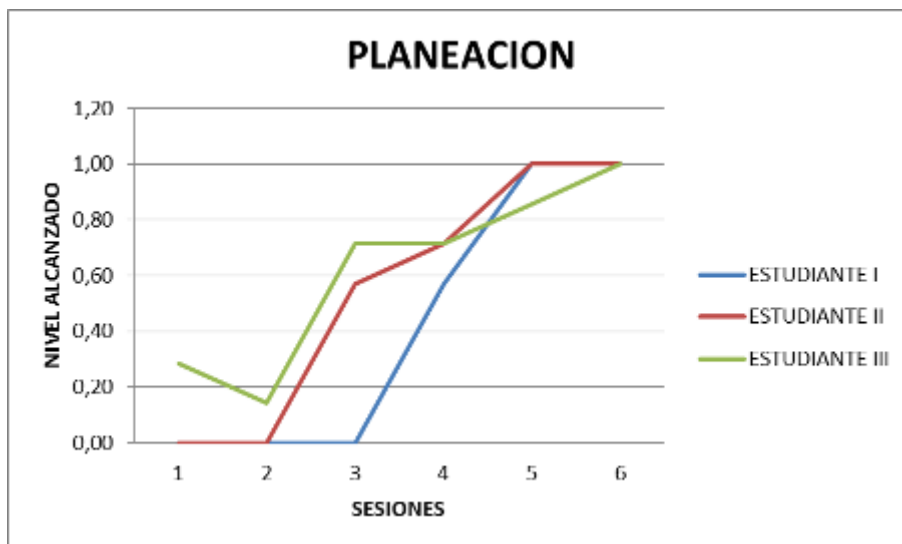
Estudiante III: Inicia el aumento del uso de esta estrategia metacognitiva desde la sesión 3 (instrucción explícita y práctica guiada), en las sesiones 4 (práctica guiada) y 5 (práctica cooperativa) se mantiene constante y más autónoma, finalmente se consolida esta autonomía en la sesión 6 alcanzando un alto nivel en comparación con el nivel inicial en la sesión 1.

En el uso de esta estrategia metacognitiva los tres estudiantes alcanzan el máximo nivel desde la sesión 5 (práctica cooperativa).

6.3.2 Planeación

| SESION | ESTUDIANTE I | ESTUDIANTE II | ESTUDIANTE III |
|--------|--------------|---------------|----------------|
| 1 | 0,00 | 0,00 | 0,29 |
| 2 | 0,00 | 0,00 | 0,14 |
| 3 | 0,00 | 0,57 | 0,71 |
| 4 | 0,57 | 0,71 | 0,71 |
| 5 | 1,00 | 1,00 | 0,86 |
| 6 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |

FIGURA 3: PLANEACIÓN ESTUDIANTES I, II Y III



Estudiante I: Inicia el aumento del uso de esta estrategia metacognitiva desde la sesión 4 (práctica guiada e instrucción explícita), gana más autonomía en la sesión 5 (práctica cooperativa) y en la sesión 6 (prueba final) consolida el uso de esta estrategia metacognitiva.

Estudiante II: Inicia el aumento del uso de esta estrategia metacognitiva desde la sesión 3 (instrucción explícita y práctica guiada), gana más autonomía en la sesión 5 (práctica cooperativa) y es en la sesión 6 (prueba final), donde se consolida el uso de esta estrategia metacognitiva.

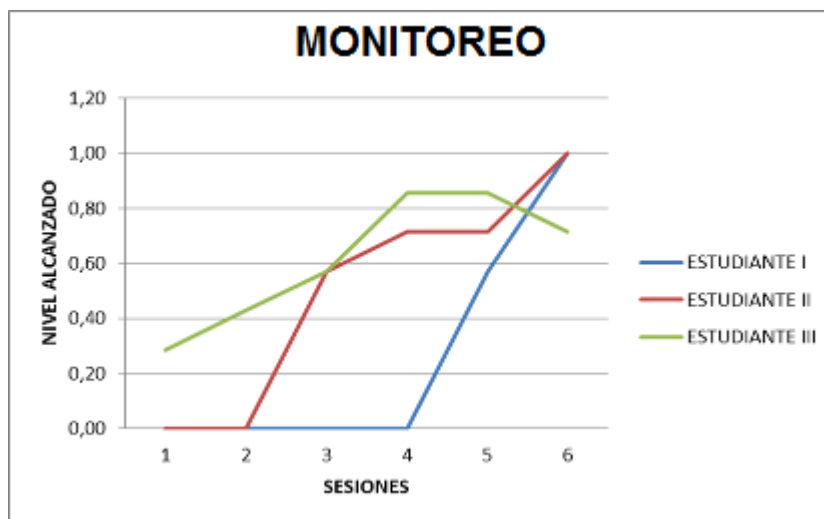
Estudiante III: Inicia el aumento del uso de esta estrategia metacognitiva desde la sesión 3 (instrucción explícita y práctica guiada), alcanzando mayor autonomía desde las sesiones 4 (práctica guiada) y 5 (práctica cooperativa), en la sesión 6 (prueba final) se consolida el uso de esta estrategia metacognitiva alcanzando un mayor nivel en comparación con la prueba inicial.

En la implementación de esta estrategia metacognitiva los tres estudiantes alcanzan el máximo nivel, notar que los estudiantes I y II alcanzan este nivel desde la sesión 5 (práctica cooperativa).

6.3.3 Monitoreo

| SESION | ESTUDIANTE I | ESTUDIANTE II | ESTUDIANTE III |
|--------|--------------|---------------|----------------|
| 1 | 0,00 | 0,00 | 0,29 |
| 2 | 0,00 | 0,00 | 0,43 |
| 3 | 0,00 | 0,57 | 0,57 |
| 4 | 0,00 | 0,71 | 0,86 |
| 5 | 0,57 | 0,71 | 0,86 |
| 6 | 1,00 | 1,00 | 0,71 |

FIGURA 4: CONTROL ESTUDIANTES I, II Y III



Estudiante I: el uso de esta estrategia metacognitiva se manifiesta en la sesión 5 (práctica cooperativa), a través de la mediación del docente en la sesión 6 (prueba final) se consolida el uso de esta estrategia, logrando un nivel más alto en comparación con el identificado en la sesión 1 (prueba inicial)

Estudiante II: Inicia el aumento del uso de esta estrategia metacognitiva desde la sesión 3 (instrucción explícita y práctica guiada), alcanzando mayor autonomía en la sesión 4 (práctica guiada) y 5 (práctica cooperativa), en la sesión 6 (prueba final) se consolida el uso de esta estrategia al alcanzar mejores resultados en comparación con los obtenidos en la sesión 1.

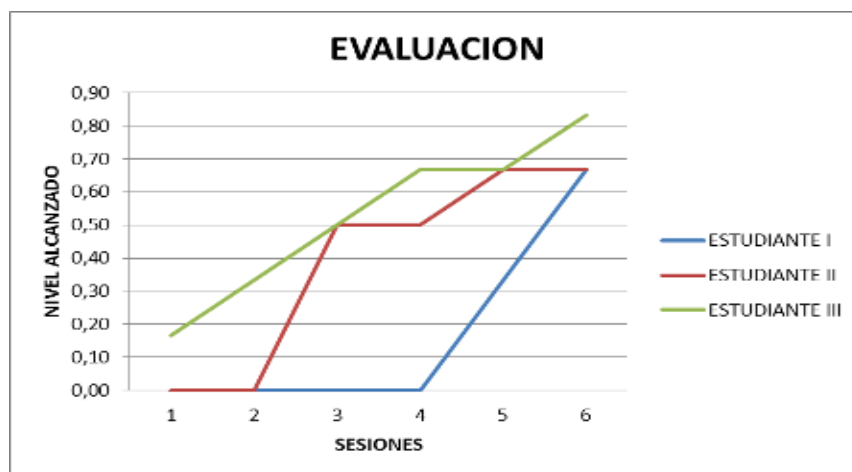
Estudiante III: Inicia el aumento del uso de estas estrategias Metacognitiva desde la sesión 3 (instrucción explícita), logrando mayor autonomía en las sesiones 4 y 5 (práctica guiada y cooperativa), en la sesión 6 (prueba final) se ratifica esta estrategia logrando mejores resultados en comparación con la sesión 1 (prueba inicial)

En el uso de esta estrategia metacognitiva los estudiantes I y II alcanzan un mayor nivel en comparación con el estudiante III

6.3.4 Evaluación

| SESION | ESTUDIANTE I | ESTUDIANTE II | ESTUDIANTE III |
|--------|--------------|---------------|----------------|
| 1 | 0,00 | 0,00 | 0,17 |
| 2 | 0,00 | 0,00 | 0,33 |
| 3 | 0,00 | 0,50 | 0,50 |
| 4 | 0,00 | 0,50 | 0,67 |
| 5 | 0,33 | 0,67 | 0,67 |
| 6 | 0,67 | 0,67 | 0,83 |

FIGURA 5: EVALUACIÓN ESTUDIANTES I, II Y III



Estudiante I: Inicia el aumento del uso de esta estrategia metacognitiva desde la sesión 5 (práctica cooperativa), alcanzando en la sesión 6 (prueba final) mejores resultados en comparación con los obtenidos en las sesiones anteriores a la sesión 5.

Estudiante II: Inicia el aumento del uso de esta estrategia metacognitiva desde la sesión 3 (instrucción explícita y práctica guiada), alcanza mayor autonomía en las sesiones 4 y 5 (práctica guiada y cooperativa), en la sesión 6 (prueba final) se consolida el uso de esta estrategia obteniendo mejores resultados en comparación con los obtenidos en la sesión 1 (prueba inicial).

Estudiante III: Inicia el aumento del uso de esta estrategia metacognitiva desde la sesión 3 (instrucción explícita y práctica guiada), logra mayor autonomía en las sesiones 4 y 5 (práctica guiada y cooperativa), en la sesión 6 (prueba final) logra alcanzar mejores resultados en comparación con la sesión 1 (prueba inicial).

En la implementación de esta estrategia metacognitiva el estudiante III alcanza un nivel más elevado en comparación con los estudiantes I y II.

7. ANALISIS DE RESULTADOS

En cuanto al objetivo general planteado: Describir los cambios que se dan en los estudiantes del grado décimo de la Institución educativa Agropecuario Yanaconas del Resguardo Ancestral de Guachicono la Vega Cauca cuando se enfrentan a la solución de problemas matemáticos auténticos en los que se relaciona la regulación metacognitiva y la RP en el proceso de aprendizaje del concepto de función lineal, se puede concluir que las estrategias metacognitivas relacionadas con la resolución de problemas propiciaron cambios notables en los estudiantes puesto que mejoraron las habilidades de resolución de problemas a partir de un nivel inicial identificado (prueba inicial), en este sentido los estudiantes mejoraron en los siguientes aspectos: concientización de las limitaciones que se tiene como aprendiz y de las estrategias de que se dispone en el momento oportuno; la identificación del problema a resolver, la planificación del uso de estrategias apropiadas, la supervisión y el autorregulamiento de los planes que se están empleando, estos cambios se lograron evidenciar durante el transcurso de las sesiones de intervención didáctica y en la prueba final, en la cual se identifica un nivel final alcanzado por los estudiantes en la que estos ganan mayor autonomía en el uso de estrategias metacognitivas para enfrentarse a la solución de un problema, logrando un aprendizaje profundo acerca del concepto de función lineal puesto que consiguen aplicar los diferentes elementos de tal concepto en situaciones problémicas del contexto netamente matemático y de otros contextos cotidianos a partir del análisis de casos.

En consecuencia, con base a lo anterior, se coincide con (Rodríguez Quintana, 2005) en:

Que la ausencia de un modelo de la actividad matemática que incorpore la resolución de problemas y con ello los aspectos metacognitivos, de manera integrada en el proceso de enseñanza-aprendizaje, hace difícil el desarrollo transpositivo necesario para llevar a la práctica este objetivo educativo. (Rodríguez Quintana, 2005, p 238)

También, se infiere que en los logros alcanzados por los estudiantes incide la transformación del concepto de la enseñanza y el aprendizaje, pues al pretender que el educando vaya más allá de la repetición y mecanización de unos procedimientos y formulas, éste se visualiza como constructor conocimientos, con objetivos y estrategias metacognitivas claros, propiciándose espacios para la constante actividad cognitiva y metacognitiva, favoreciendo el reconocimiento de sus conocimientos previos, la indagación en el aula de clase, o la búsqueda de ayudas específicas en cuanto a aquellas estrategias de solución que son más acordes a sus dificultades, lo cual le garantizará un mayor seguimiento en los procesos y un éxito en la tarea a desarrollar.

7.1 OBSTACULOS EPISTEMOLOGICOS IDENTIFICADOS

Con base en las respuestas de los estudiantes I, II y III, y las dificultades que se mostraron en la sesión de presentación de resultados, y coincidiendo con Fernando Hit en su trabajo **Dificultades en el aprendizaje del cálculo** se puede identificar el siguiente obstáculo epistemológico en el proceso de aprendizaje del concepto de función lineal el cual se enmarca en la imposibilidad de trasladar las ideas, expresadas en representación geométrica al contexto de las funciones, ya que no evidencian como la a partir de la gráfica se puede determinar la pendiente de la recta graficada con su respectivo intercepto con el eje vertical y al obtener la ecuación de la recta propuesta en la gráfica se podía apreciar que dichas ecuaciones no coincidían.

En s1a los estudiantes no identificaron que cuando la gráfica de una función lineal es decreciente se sigue que dicha recta tiene pendiente negativa, lo cual es suficiente para afirmar que la ecuación dada en s1a no correspondía con la gráfica, se puede así, inferir apoyándose en el trabajo de Fernando Hit, **Dificultades en el aprendizaje del cálculo**, que se puede identificar el obstáculo epistemológico falta de visión global sobre el comportamiento de las funciones, en este caso el comportamiento de la función lineal.

El estudiante II en el inciso (b) de la S1 no identifica el intercepto de la recta dada con el eje Y, lo que permite identificar de acuerdo con Fernando Hit en su trabajo **Dificultades en el aprendizaje del cálculo** el obstáculo epistemológico, Falta de visión global sobre el comportamiento de las funciones. Es decir, este obstáculo se manifiesta por el hecho de que el estudiante no tiene una visión acerca del comportamiento de la función lineal.

En cuanto a la dificultad que presenta el estudiante I en la que se manifiesta no comprende los procesos de transposición de términos para despejar una ecuación, y siguiendo a (Bachelard; 1948), se hace evidente un obstáculo epistemológico asociado a la experiencia básica o conocimientos previos, puesto que el manejo de transposición de términos para despejar ecuaciones es un conocimiento previo para el aprendizaje de la función lineal.

Con referencia *identificar los obstáculos epistemológicos en la solución de problemas matemáticos relacionados con el concepto de función lineal*, los obstáculos identificados se pueden sintetizar como sigue:

- Apoyándose en el trabajo de Fernando Hit, **Dificultades en el aprendizaje del cálculo**, que se puede identificar el obstáculo epistemológico falta de visión global sobre el comportamiento de las funciones, en este caso el comportamiento de la función lineal y sus diferentes elementos.
- Siguiendo a (Bachelard; 1948), se hace evidente un obstáculo epistemológico asociado a la experiencia básica o conocimientos previos, el estudiante no identifica sus conocimientos previos.

Como consecuencia de implementar estrategias metacognitivas relacionándolas con la resolución de problemas y a través de la mediación docente mediante acciones didácticas basadas en instrucción explícita, práctica guiada y práctica cooperativa, se logró que los estudiantes en gran medida superaran los obstáculos detectados en la primera sesión en la

cual se aplicó la prueba inicial, evidencia de ello es la solución que los estudiantes dan a la prueba final aplicada en la sesión 6 (ver anexo 2), en estas soluciones los estudiantes:

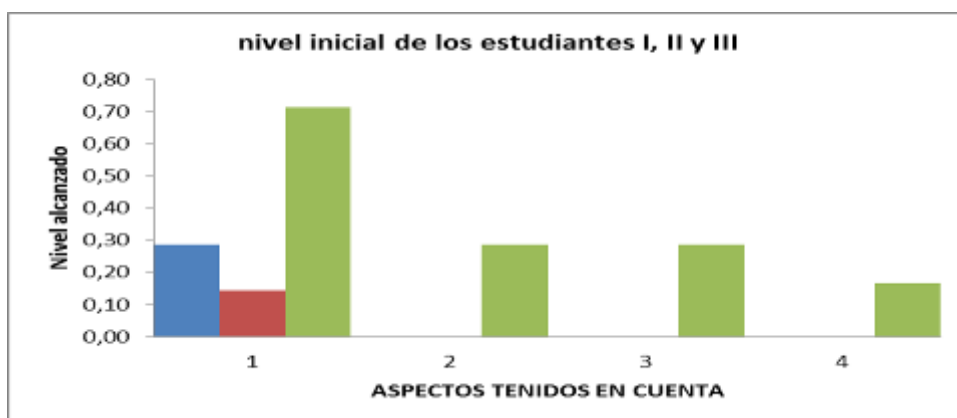
- Identifican sus conocimientos previos
- Traducen la situación problémica a lenguaje algebraico y geométrico con base en el conocimiento adquirido del comportamiento de la función lineal y sus elementos
- Determinan variables contextualizadas a la situación con las cuales dan solución al problema dando a una respuesta conforme al objetivo del problema
- Reflexionan sobre la solución que dan a la situación problémica destacando desde los recursos empleados hasta las dificultades que encontraron.

7.2 IDENTIFICACIÓN DE LOS NIVELES DE LOS ESTUDIANTES EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y USO DE ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS

En cuanto a Identificar los niveles de los estudiantes en la resolución de problemas relacionados con el concepto de función lineal antes y después de la intervención en el aula, podemos identificar un nivel inicial de los estudiantes a partir de los ítems realizados en la prueba inicial de la primera sesión de intervención didáctica, se determina el nivel alcanzado de acuerdo con el número de ítems realizados sobre el total de ítems tenidos en cuenta en la matriz de resultados en el aspecto metacognitivo y de resolución de problemas, en este orden de ideas se presenta el siguiente análisis gráfico:

FIGURA 6: NIVEL INICIAL DE LOS ESTUDIANTES I, II Y III

| nivel inicial de los estudiantes | ESTUDIANTE I | ESTUDIANTE II | ESTUDIANTE III |
|---|--------------|---------------|----------------|
| 1. Definición y representación del problema | 0,29 | 0,14 | 0,71 |
| 2. Planeación | 0,00 | 0,00 | 0,29 |
| 3. Monitoreo | 0,00 | 0,00 | 0,29 |
| 4. Evaluación | 0,00 | 0,00 | 0,17 |



Del cual se puede inferir que el aspecto de definicion y representacion del problema los estudiantes tienen un proceso inicial donde el estudiante I tiene mayor autonomia, sin embargo en los demas aspectos metacognitivos los estudiantes I y II, no manifiestan uso de estrategias metacognitivas, mientras que el estudiante tres usa estas estrategias pero no refleja autonomia.

Dado que los estudiantes manifiestan un nivel inicial en el aspecto definición y representación del problema, se puede sintetizar con base en los ítems realizados que los educandos:

- Identifican metas de la tarea

- Reconocen la situación a resolver

- Identifican datos necesarios

- Identifican elementos de la situación problema

- Realizan un mapa mental del problema

Si bien, no reconocen sus conocimientos previos y en general, tampoco recuerdan definir y representar el problema, y la solución dada a las situaciones problemáticas no son correctas, los estudiantes usaron los datos de los problemas, establecieron relaciones y justificaron dichas relaciones aunque incorrectamente.

De este modo teniendo en cuenta el artículo de (Tamayo, 2014) **Pensamiento crítico dominio específico en la didáctica de las ciencias** página 34, en el cual identifica los siguientes niveles en el proceso de resolución de problemas:

Nivel 1 Redescrición de la experiencia, enuncia el problema y describe el experimento según sus observaciones o utiliza datos de las instrucciones para justificar sus respuestas.

Nivel 2 Redescrición de la experiencia de manera libre, ha realizado la experiencia anteriormente, utiliza opiniones, describe lo que sintió durante las experiencias o utiliza analogías.

Nivel 3 Identificación de una o dos variables, en este nivel se reconocen las variables sin realizar algún tipo de relación entre ellas.

Nivel 4 Resolución del problema de manera inadecuada identificando y relacionando variables y justificando o no dichas relaciones.

Nivel 5 Resolución de problema de manera adecuada identificando, relacionando variables y justificando o no dichas relaciones.

Se encuentra de acuerdo con (Tamayo, 2014), que los estudiantes I, II y III inicialmente se encuentran en el nivel 4 de resolución de problemas.

Por otra parte, Javaloyes Sáez en su trabajo Enseñanza de estrategias de aprendizaje en el aula estudio descriptivo en profesorado de niveles no universitarios, mide cinco tipos de estrategias de aprendizaje:

Estrategias de Adquisición: atención, exploración y repaso

Estrategias de Codificación: mnemotecnias, organización y elaboración

Estrategias de Recuperación: estrategias de búsqueda y de generación de respuesta

Estrategias de Metacognición: auto-conocimiento, auto-planificación y regulación y auto-evaluación

Estrategias de Apoyo al procesamiento: autoinstrucciones, autocontrol, interacciones sociales, contradistractores y motivación –intrínseca, extrínseca y de escape.

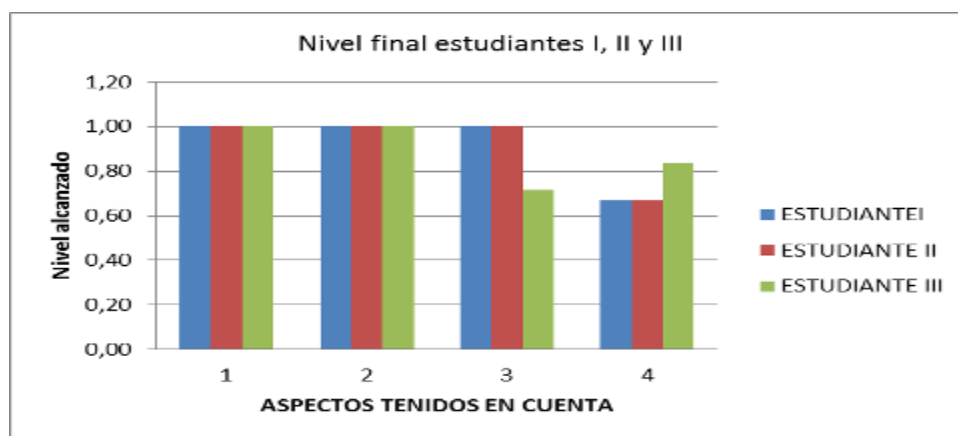
Como consecuencia, de acuerdo con Javaloyes se afirma que según en análisis de la prueba inicial aplicada a los estudiantes, estos inicialmente desarrollaban estrategias de

aprendizaje de adquisición, codificación y de recuperación, sin tener éxito en el proceso de solucionar problemas correctamente.

En atención al nivel final, se tiene en cuenta la matriz de resultados producto de la sesión 6 en la cual se aplica la prueba final, después de que los estudiantes han atravesado las sesiones de intervención didáctica, en este sentido, se realiza un proceso de análisis análogo al realizado con los resultados de la prueba inicial, obteniéndose los siguientes gráficos:

FIGURA 7: NIVEL FINAL DE LOS ESTUDIANTES I, II Y III

| NIVEL FINAL DE LOS ESTUDIANTES | ESTUDIANTE I | ESTUDIANTE II | ESTUDIANTE III |
|---|--------------|---------------|----------------|
| 1. Definición y representación del problema | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| 2. Planeación | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| 3. Monitoreo | 1,00 | 1,00 | 0,71 |
| 4. Evaluación | 0,67 | 0,67 | 0,83 |



Con base en los gráficos se puede observar que los estudiantes en los aspectos de definición y representación del problema, y en planeación desarrollan mayor autonomía alcanzando el nivel más alto, con respecto a la estrategia de control los estudiantes I y II

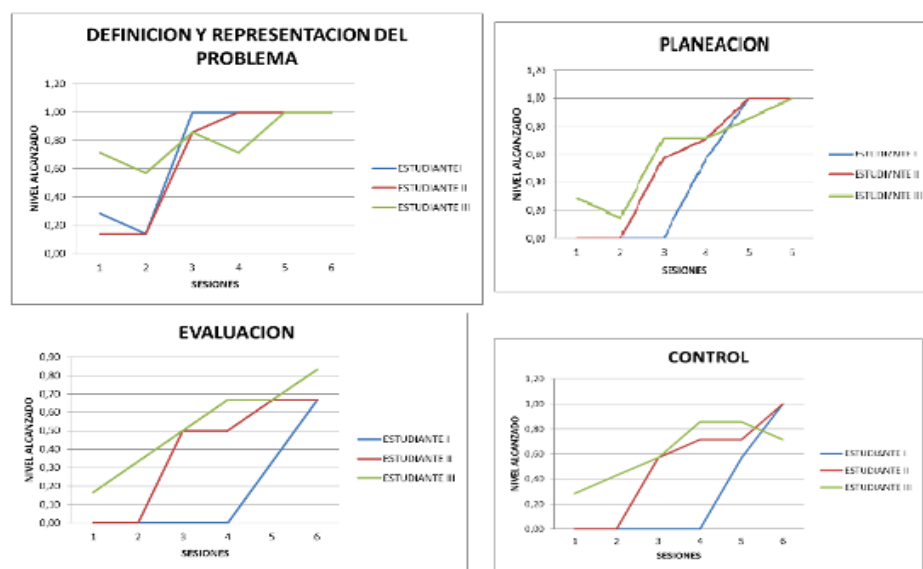
desarrollan mayor autonomía alcanzando el nivel más alto, mientras el estudiante III solo ganan autonomía sin alcanzar el máximo nivel, en el aspecto de evaluación los tres estudiantes manifiestan esta estrategia metacognitiva ganando autonomía aunque no se alcanza el nivel más alto. En esta instancia final los estudiantes solucionan correctamente los problemas, usan y relacionan los datos, justificando en lo posible estas relaciones.

Se puede inferir de acuerdo con (Tamayo, 2014) que los estudiantes en la sesión final alcanzan el nivel 5 de resolución de problemas, y de acuerdo con el trabajo de Javaloyes los estudiantes en cuanto a estrategias de aprendizaje de la función lineal desarrollan estrategias de Metacognición esto es, auto-conocimiento, auto-planificación y regulación y auto-evaluación, mas explícitamente, planean, monitorean y evalúan su propio aprendizaje.

7.3 COMPARACIÓN DE LOS NIVELES INICIALES Y FINALES DE LOS ESTUDIANTES

Los niveles alcanzados por los estudiantes durante la prueba inicial, las sesiones de intervención didáctica y la prueba final se resumen en la figura que se ilustra a continuación.

FIGURA 8: COMPARACIÓN DE LOS NIVELES ALCANZADOS POR LOS ESTUDIANTES



Al Comparar los niveles iniciales y finales de los estudiantes en la resolución de problemas relacionados con el concepto de función lineal, se encuentra que inicialmente los estudiantes no usan estrategias metacognitivas, de hecho se identificó que inicialmente se encuentran en el nivel 4 de resolución de problemas y usan estrategias de aprendizaje de adquisición, codificación y de recuperación, sin embargo, luego de la prueba final, se observa como los estudiantes alcanzan el nivel 5 de resolución de problemas y desarrollan estrategias de aprendizaje de carácter metacognitivo, todo lo anterior es consecuencia de los resultados que se resumen en la figura 8, según la cual los estudiantes en la prueba final alcanzan el máximo nivel en el uso de estrategias metacognitivas y resolución de problemas pues desarrollan casi el 100% de los ítems tenidos en cuenta para el análisis de cada categoría.

El éxito alcanzado por los estudiantes durante el desarrollo de este proceso de investigación se debe al trabajo llevado a cabo en las sesiones intermedias previas a la sesión final, puesto que las sesiones de intervención didáctica basadas en instrucción explícita, práctica guiada y práctica cooperativa fueron contundentes en este proceso ya que:

- En la definición y representación del problema la práctica guiada y la instrucción explícita, permitió que los estudiantes ganaran autonomía a partir de la 3 sesión de intervención didáctica, y a partir de la 5 sesión de práctica cooperativa los tres estudiantes desarrollan todos los ítems propuestos para esa categoría alcanzando el máximo nivel.
- En la planeación la práctica guiada fue preponderante pues los tres estudiantes desarrollan autonomía en el manejo de esta estrategia, y posteriormente con la práctica cooperativa se alcanza el máximo nivel, aunque se evidencia en este aspecto que para el estudiante I esta categoría generó dificultades, no obstante la práctica cooperativa ayudó a que este estudiante alcanzara el máximo nivel.

- El monitoreo fue una de las categorías que causó mayor dificultad pues como se puede apreciar en la figura 8, los estudiantes desarrollan autonomía a partir de la sesión 4 hasta la sesión final, donde tuvieron lugar conjuntamente la práctica guiada y cooperativa, las cuales ayudaron a los estudiantes I y II adquirir máximo nivel en el control de su proceso de solución de problemas, sin embargo, el estudiante III no alcanza el máximo nivel aunque desarrolla autonomía en el control de su aprendizaje.
- Al igual que en el monitoreo la evaluación fue una de las categorías que causó mayor dificultad, los tres estudiantes no alcanzan el máximo nivel aunque desarrollan autonomía en la evaluación de su proceso de resolución de problemas, los estudiantes I y II manifiestan el uso de esta estrategia desde la sesión 3 de práctica guiada, mientras que el estudiante III solo la manifiesta desde la sesión 5 como consecuencia de la sección de intervención didáctica basada en práctica cooperativa.

La influencia de acciones didácticas tales como la instrucción explícita, práctica guiada y práctica cooperativa, en la apropiación de estrategias metacognitivas, se evidenció en la descripción anterior, esto permite pues coincidir con (Osse Bustingorry; Jaramillo Mora, 2008, p. 95) quienes en su trabajo *Metacognición: un camino para aprender a aprender*, proponen que:

Una alternativa metodológica que puede emplearse para lograr los objetivos de la instrucción metacognitiva, inspirada básicamente en la filosofía de la transferencia gradual del control del aprendizaje, concibe al profesor en el papel de modelo y guía de la actividad cognitiva y metacognitiva del alumno, llevándole poco a poco a participar de un nivel creciente de competencia y, al mismo tiempo, retirando paulatinamente el apoyo que proporciona hasta dejar el control del proceso en manos del estudiante.

Esta metodología de trabajo supone las siguientes etapas:

- Instrucción explícita. Mediante este tipo de instrucción, el profesor proporciona a los alumnos de modo explícito, información sobre las estrategias que después van a ser practicadas. Esta información puede ofrecerse a través de:
 - a. Explicación directa, que debe dar cuenta explícitamente de las estrategias que se van a enseñar y de cada una de sus etapas. La explicación debe procurar conocimientos declarativos (saber qué), procedimentales (saber cómo) y condicionales (saber cuándo y por qué). Una mayor conciencia de estos aspectos de las estrategias puede redundar en una aplicación más flexible de las mismas.
 - b. Modelado cognitivo. En forma complementaria a la instrucción que se ofrece a través de la explicación del profesor, éste puede modelar la actividad cognitiva y metacognitiva que lleva a cabo durante la tarea. En este modelado cognitivo se sustituyen las conductas observables a imitar, características del modelado conductual, por acciones cognitivas que son expresadas verbalmente por el modelo. Se trata de modelar, no sólo las acciones cognitivas implicadas en la tarea, sino también las actividades metacognitivas de planificación, supervisión y evaluación de las primeras.
- Práctica guiada. Esta práctica se realiza con la colaboración del profesor quien actúa como guía que conduce y ayuda al alumno en el camino hacia la autorregulación. La característica distintiva de esta práctica es el diálogo entre profesor y alumno, cuyo fin es proporcionar al estudiante ayuda y guía suficientes para alcanzar metas que quedan fuera de sus posibilidades sin esa ayuda.
- Práctica cooperativa. Proporciona una fuente adicional de andamiaje al aprendizaje individual. Se lleva a cabo en el contexto de la interacción con un grupo de iguales que colaboran para completar una tarea. El control de la actividad se traslada al grupo para distribuirse entre sus miembros.

Así pues, es como se puede apreciar que independiente del desempeño adquirido por los estudiantes, los diferentes elementos asociados a que los estudiantes adoptaran estrategias metacognitivas encuentran su sustento teórico en el trabajo de Osses Bustingorry; Jaramillo Mora, 2008, configurándose las prácticas asociadas al proceso de intervención didáctica como una categoría emergente en el presente proceso de investigación, y cuya influencia ha sido preponderante en la presentación y análisis de resultados.

También es importante resaltar como al igual que en el trabajo de (Moreno Castiblanco; Blanca Yaneth, 2014), en esta investigación se ratifica que una de las estrategias metacognitivas más utilizadas por los estudiantes en la resolución de problemas en el área de matemáticas, en particular, en problemas relacionados con la función lineal, es la planeación, ya que esta impacta positivamente en el monitoreo y la evaluación de la tarea abordada, pues al tener la claridad en la meta a obtener, el sujeto se hace más consciente de la situación a resolver, la manera de abordarlo, establece las estrategias adecuadas a la misma teniendo en cuenta los datos, los procesos que requiere y a partir de allí ejecuta con mayor detenimiento el seguimiento de lo emprendido con el fin de lograr cumplir la meta y tener éxito en la tarea establecida.

El análisis del estado inicial de los estudiantes y el estado final de los mismos permite ratificar como en la investigación se pudo establecer que entre más se avanza en las acciones didácticas, las estudiantes van identificando las estrategias metacognitivas que debían tener en cuenta para la resolución de un problema de manera efectiva, lo cual permite reconocer la mediación, como un proceso contante y gradual con el tiempo, pues como señala (Flavell, 2000, p.149) “Como con otras adquisiciones de conocimiento, el conocimiento metacognitivo, probablemente se acumula de forma lenta y gradual a lo largo de años de experiencia en el ‘dominio’ de los diversos tipos de empresas cognitivas”, ello implica que inicialmente se dé un proceso cercano de guía y poco a poco se vaya transformando en algo más autónomo y autorregulado por parte del aprendiz.

8. CONCLUSIONES

Con base en los resultados obtenidos en el proceso investigativo se pueden establecer las siguientes conclusiones:

- La labor a partir de un proceso mediacional basado en acciones didácticas como la instrucción explícita, la práctica guiada y cooperativa, donde se promueva la implementación de las estrategias metacognitivas en la resolución de problemas, permite establecer que las acciones de mayor trascendencia en dicho proceso son las basadas en la práctica cooperativa y la práctica guiada, puesto que estas permitieron y propiciaron el desarrollo de nuevas estrategias de resolución en los estudiantes, debido a que se transforman en un espacio para la discusión, el afianzamiento de estrategias, la motivación y la confianza en la resolución de problemas a nivel individual al estar con un grupo en igualdad de condiciones y con el docente en calidad mediador, y facilitador del conocimiento. Esto resalta lo importante que es que el estudiante gradualmente pase de un ámbito social a uno individual y autorregulado, en el que la mediación del docente que le instruye y le capacita, le permita sentar las bases y capacidades para que posteriormente progrese y pueda realizarlas por sí mismo.
- Dentro de las estrategias metacognitivas utilizadas por los estudiantes en la resolución de problemas en el proceso de aprendizaje de la función lineal, se afirma que la estrategia metacognitiva con mayor trascendencia es la planeación, pues impacta positivamente en el monitoreo y la evaluación de la situación problemática a resolver, ya que cuando se tiene la claridad en la meta a obtener el estudiante se hace más consciente de la situación a resolver, la manera de abordarla, establece las estrategias adecuadas a la misma teniendo en cuenta los datos, los procesos que requiere y a partir de ahí ejecuta con mayor detenimiento el seguimiento de lo emprendido con el fin de lograr cumplir la meta y tener éxito en la resolución de una determinada situación problemática. También hay que resaltar las estrategias metacognitivas monitoreo y evaluación de los procesos de resolución, son relevantes puesto que permiten que el estudiante este consciente de

que el proceso emprendido corresponde con la meta y si no es el caso, replantee la estrategia de resolución; a su vez esto genera que se cuente con más herramientas al enfrentar un reto nuevo o conocido que demande actividad cognitiva y metacognitiva lo cual dará mayor autonomía y capacidad de toma de decisiones al estudiante.

- La relación que existe entre el uso de las estrategias metacognitivas y la resolución efectiva de un problema matemático, se logra en la medida que el docente permite que el estudiante tenga una actuación acertada con respecto al uso de sus conocimientos y estrategias, alejándolo de la repetición de algoritmos y acercándolo a la reflexión sobre sus conocimientos previos requeridos para resolver una determinada situación problémica, su propia actuación al discutir con sus compañeros los métodos aplicados a las soluciones encontradas, en este sentido se mejora la capacidad para resolver una situación problema que le genere un desafío, pues se permite en el educando la capacidad para relacionar conceptos, para ser consciente de sus procesos de aprendizaje, fomentar la reflexión de los saberes y las maneras de actuar y enfrentar la situación.
- El Cuadernillo de situaciones problema, que durante el proceso investigativo se planteó para conocer las estrategias metacognitivas en la resolución de problemas y las acciones didácticas más efectivas para identificarlas, se convierte en una herramienta útil para los docentes que deseen promover las estrategias metacognitivas basadas en la resolución de problemas en el área de matemáticas o en otras áreas del conocimiento y de la vida cotidiana; y a su vez se encuentra también el formato de análisis para cada sesión, el cual permite conocer con criterio los avances en los estudiantes en cuanto a la parte procedual de la resolución, las estrategias metacognitivas empleadas y afianzadas y la estructuración de su pensamiento en general.
- Es necesario transformar los procesos pedagógicos en el ámbito educativo, de tal manera que estén centrados en los alumnos, favoreciendo momentos en que se permita la mediación y el trabajo cooperativo entre estudiantes y docente, donde la participación activa en el proceso y el desarrollo de todos los ámbitos y dimensiones del aprendiz, se

conviertan en hechos cotidianos que permiten el desarrollo, el procesamiento de la información y la transferencia de las mismas en ámbitos de la vida cotidianos, en diversas áreas y disciplinas, esto es, propender por el desarrollo de aprendizajes profundos.

9. RECOMENDACIONES

- Se sugiere implementar estudios relacionados con los conocimientos previos de los estudiantes, pues en la presente investigación las estudiantes no lograron ser conscientes de sus procesos, de sus pre-saberes y se les dificultó su verbalización, aun cuando se desarrolló la mediación y se les indagó constantemente por los mismos, se presume que es porque se consideran obvios para la resolución de una situación, por eso evitan escribirlos y expresarlos oralmente. Conjuntamente hay que reconocer que como señala Brown, los conocimientos previos del sujeto, tanto conceptuales como procedimentales, no se surge de manera inmediata y de la nada, sino que requiere una serie de procesos previos como la observación, la comparación, las relaciones y asociaciones, la interpretación, el análisis, la síntesis, la discriminación, la crítica basada en las experiencias, la toma de decisiones y la resolución de problemas; y finalmente la creatividad que ante una serie de restricciones permite explorarlo de manera diferente, productiva y transformadora; en este sentido se señala la importancia de seguir fomentando en ellos pues muchas veces los sujetos están familiarizados con el término en relación a las prácticas educativas y situaciones cotidianas.
- Sería conveniente desarrollar la investigación en poblaciones con dificultades de aprendizaje, pues al emplear las acciones didácticas basadas en la Instrucción Explícita, la Práctica Guiada y el Trabajo Cooperativo, se podrían obtener buenos resultados en los procesos si se hacen de manera paulatina y constante en el tiempo, lo cual, permitirá tener mayor éxito en la actividad emprendida, mejorar desempeños, autonomía y confianza.
- En atención a relacionar estrategias metacognitivas y resolución de problemas en procesos de enseñanza aprendizaje se sugiere en las situaciones problemáticas implementar el análisis de casos puesto que:

- Los estudiantes se muestran más interesados en estos casos que cuando realizan ejercicios rutinarios, aun cuando les cuesta mucho el análisis.
- Potencia la enseñanza activa ya que permite trabajar aspectos técnicos y metodológicos
- Se establece un puente entre la teoría y la práctica.
- Fomenta el desarrollo del pensamiento crítico.
- Permite la comprensión de diferentes formas de abordar a resolución de un problema
- Permite a los estudiantes descubrir y desarrollar su propio sistema de entender y manejar la resolución de problemas.
- Obliga al profesor y al estudiante a no quedarse en la superficie de los problemas, sino a profundizar.
- Permite la interdisciplinariedad, ya que para resolver un caso deben considerarse conocimientos de diversas áreas
- Favorece la práctica cooperativa.
- Aunque el protagonismo del proceso de aprendizaje corresponde a los estudiantes se sugiere la guía y supervisión de un maestro, ya que, en contra de lo que creen muchos docentes, las estrategias no se adquieren de manera espontánea, precisan de un proceso de aprendizaje.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Alfaro C. (2006). Las ideas de Pólya en la Resolución de Problemas. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Año 1, Número 1.

Arrieta Gallastegui, J.J. (1989). La resolución de problemas y la educación matemática: Hacia una mayor interrelación entre investigación y desarrollo curricular. Enseñanza de las Ciencias. Vol 7 N°. 1. págs. 63-71.

Bachelard, G. (1948): la formación del espíritu científico. México: siglo.

Barrio del Castillo, I. et all. (). Métodos de investigación educativa. Universidad Autónoma de Madrid 3º Magisterio Educación Especial.

Bell, E.T. (1985): Historia de las Matemáticas. Fondo de Cultura Económica. México.

Boyer, C. (1986): Historia de las Matemáticas. Alianza Universidad Textos (AUT/94), Madrid.

Boyer, C. (1949): History of the Calculus and its conceptual development. Dover, New York.

Campanario, J. M. y Otero, J. C. (2000). Más allá de las Ideas previas como dificultades de Aprendizaje: Las pautas de pensamiento, las Concepciones Epistemológicas y las Estrategias metacognitivas de los Alumnos en Ciencias. Enseñanza de las Ciencias, 18 (2), 155-169.

Colombo de Cudmani L. (1998). La Resolución de Problemas en el Aula. Revista Brasileira de Ensino de Física, Vol 20 N° 1.

Curotto, M. (2010). La metacognición en el Aprendizaje de la matemática. En: Revista electrónica iberoamericana de educación en ciencias y tecnología. Volumen 2.

Flavell, Jhon H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring. A new area of cognitive-developmental inquiry. *American Psychologist*, 34 (10) pp. 906-911

Flavell, Jhon H. (2000). El desarrollo cognitivo. Madrid: Visor.

García, J. E. (2002). La resolución de problemas en matemáticas. Barcelona:

GraóHitt, Fernando. Dificultades en el aprendizaje del cálculo. Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN. Département de Mathématiques, Université du Québec à Montréal

Javaloyes Sáez, María José. Enseñanza de estrategias de aprendizaje en el aula estudio descriptivo en profesorado de niveles no universitarios. Tesis doctoral.

Mateos, M. (2001). Metacognición y Educación. Buenos Aires: Aique Grupo Editor S.A

Moreno Castiblanco, Astrid Natalia; Blanca Yaneth, daza torres (2014). Incidencia de estrategias metacognitivas en la resolución de problemas en el área de la matemática. Pontificia universidad javeriana facultad ciencias de la educación, maestría en educación Bogotá, D.c.

Muercia, N.; Jaramillo, L. (2000). Investigación cualitativa. La complementariedad. Kinesis. Armenia, Colombia. (2000), p.15

Osses Bustingorry, Sonia; Jaramillo Mora, Sandra. (2008). Metacognición: un camino para aprender a aprender. Universidad de La Frontera, Facultad de Educación y Humanidades, Departamento de Educación. Casilla 54-D, Temuco, Chile

Parra, J. et al., (2005) Tendencias de estudio en cognición, creatividad y aprendizaje. En: Serie estados del arte, Facultad de Educación, Pontificia Universidad Javeriana. Bogotá, Colombia. Impreso JAVEGRAF.

Rodríguez Quintana, E. (2005). Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico. Universidad complutense de Madrid facultad de educación. Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación

Tamayo, A.O.(2014). Pensamiento crítico dominio-específico en la didáctica de las ciencias. Manizales: Universidad de Caldas, Universidad Autónoma de Manizales.

ANEXOS:

ANEXO I: CUADERNO DE SITUACIONES PROBLEMATICAS

1. CUADERNO DE SITUACIONES PROBLEMATICAS
INSTITUCION EDUCATIVA AGROPECUARIO YANACONAS
RESGUARDO DE GUACHICONO
PRUEBA INICIAL
SESION N°1
2017

NOMBRE:

FECHA:

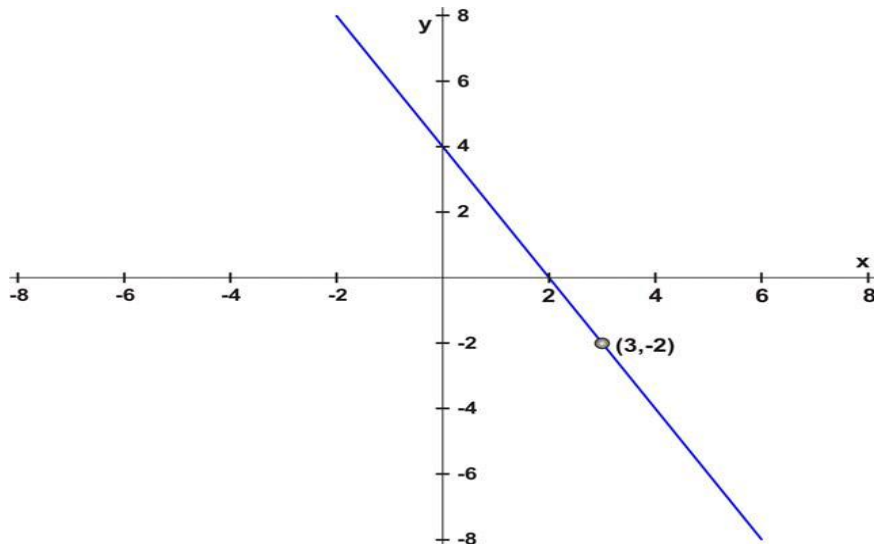
GRADO 10

OBJETIVO:

Resolver problemas en cuyo proceso solución la ecuación de la recta y sus diferentes elementos constituyen un elemento indispensable.

SITUACION PROBLEMICA 1(S1)

Plutarco represento gráficamente la recta que pasa por el punto $(3,-2)$. La grafica obtenida por el estudiante se presenta a continuación.



Teniendo en cuenta la información dada por el estudiante Plutarco responda:

S1a) ¿Corresponde la ecuación $y = 2x + 4$ a la recta graficada? Justifique su respuesta.

S1b) Explique cuales operaciones tuvo que realizar para resolver la pregunta. ¿Hay datos en el gráfico que no ha usado?, explique por qué.

SITUACION PROBLEMICA 2 (S2)

José encontró una hoja de su compañera Susana. En ella estaba escrito:

$$\begin{aligned}y &= 3x + b \\5 &= 3 \times 1 + b \\5 - 3 &= b \\2 &= b \\y &= 3x + 2\end{aligned}$$

S2a) ¿Qué le preguntaría para saber de qué se trata? ¿Puede enunciar una situación problemática que responda a lo escrito?

Resuelva las situaciones problema planteadas y con sus palabras describa como las desarrolló:

INSTITUCION EDUCATIVA AGROPECUARIO YANACONAS
RESGUARDO DE GUACHICONO
ACCION DIDACTICA BASADA EN
INSTRUCCIÓN EXPLICITA
SESION N°2
2017

NOMBRE:

FECHA:

GRADO 10

OBJETIVO

Resolver un problema numérico utilizando una tabla de datos, teniendo en cuenta las relaciones existentes entre las variables que éste pueda tener, dando explícitamente estrategias de solución.

Considere la siguiente situación:

Los tiempos de marca mundial (en s) para la carrera de una milla se detallan en la tabla siguiente

| Año | Tiempo | Año | Tiempo |
|------------|---------------|------------|---------------|
| 1954 | 238.0 | 1966 | 231.3 |
| 1957 | 237.2 | 1967 | 231.1 |
| 1958 | 234.5 | 1975 | 229.4 |
| 1962 | 234.4 | 1979 | 229.1 |
| 1964 | 234.1 | 1980 | 228.8 |
| 1965 | 233.6 | 1981 | 227.3 |

- a) Haga la gráfica de los datos.
- b) Encuentre una recta de la forma $T = a x + b$ que aproxime estos datos, donde T es el tiempo y x es el año. Gráfico recta y datos en los mismos ejes coordenados.
- c) Utilice la recta para pronosticar el tiempo récord en 1985, y compárelo con la marca real de 226.3 segundos.
- d) Interprete el valor de la pendiente de esa recta.

De acuerdo con la información:

- ¿Qué información pide la situación?
- Establezca un plan a seguir para resolver el problema:
- Describa las estrategias que se pueden seguir para dar solución a la situación:
 - Solucione el problema
 - Escriba la información previa que debe tener en cuenta para comprender el problema y dar solución al mismo:
 - ¿Qué fue lo que más se te dificultó en el proceso de resolver la situación?

INSTITUCION EDUCATIVA AGROPECUARIO YANACONAS
RESGUARDO DE GUACHICONO
ACCION DIDACTICA BASADA EN
PRACTICA GUIADA
SESION N°3
2017

NOMBRE:

FECHA:

GRADO 10

OBJETIVO

Resolver un problema numérico con dos o más variables utilizando una tabla de valores conceptuales, teniendo en cuenta las relaciones existentes entre las variables, recordando estrategias de solución por parte del estudiante y mediación del profesor.

Considere la siguiente situación:

Las encuestas recientes indican que el pago de la pensión alimenticia o el mantenimiento de los hijos tiende a disminuir con el tiempo transcurrido después del divorcio. Con los resultados se determina que la función que describe esta situación es $P = 92 - 8.5t$, donde P indica el porcentaje de casos en que los pagos se realizan y t el tiempo en años después de la sentencia del divorcio.

- a) Interprete la intersección con el eje p .
 - b) Haga una interpretación del significado de la pendiente.
 - c) ¿En qué porcentaje de casos se sigue pagando la pensión alimenticia o el mantenimiento de los hijos después de 5 años?
 - d) Haga la representación gráfica de la situación, para los valores de t que usted considera que se dan.
-
- ¿Qué pasos va a seguir para resolver la situación problema?
 - ¿Qué recursos va a utilizar para resolver la situación problema?
 - Escriba las estrategias que va a seguir para dar solución al problema.
 - Resuelva la situación problema:
 - ¿Qué fue lo que más se le dificultó en el proceso de resolver la situación?

INSTITUCION EDUCATIVA AGROPECUARIO YANACONAS
RESGUARDO DE GUACHICONO
ACCION DIDACTICA BASADA EN
PRACTICA GUIADA
SESION N°4
2017

NOMBRE:

FECHA:

GRADO 10

OBJETIVO

Resolver un problema numérico con dos o más variables utilizando una tabla de valores conceptuales, teniendo en cuenta las relaciones existentes entre las variables, recordando estrategias de solución por parte del estudiante y mediación del profesor.

Considere la siguiente situación:

Un inversionista para sembrar yuca, le solicita un préstamo a su padre de \$8 500 dólares sin intereses, el cual acuerda pagar mediante mensualidades de \$125 dólares hasta saldar completamente la deuda.

- a) Indique la cantidad P (en dólares) a pagar en términos de t (en meses)
- b) Después de cuantos meses deberá \$ 5 000.
- c) Trace la gráfica que muestre la relación entre p y t para hallar la duración del préstamo.
 - ¿Qué pasos va a seguir para resolver la situación problema?
 - ¿Qué recursos va a utilizar para resolver la situación problema?
 - Escriba las estrategias que va a seguir para dar solución al problema.
 - Resuelva la situación problema:
 - ¿Considera que tanto el plan como las estrategias que planteo son los mismos que utilizó en la resolución del problema? Sí _____ No _____ ¿Por qué?
 - ¿Qué fue lo que más se le dificultó en el proceso de resolver la situación?

INSTITUCION EDUCATIVA AGROPECUARIO YANACONAS
RESGUARDO DE GUACHICONO
ACCION DIDACTICA BASADA EN
PRACTICA COOPERATIVA
SESION N°5
2017

NOMBRE:

FECHA:

GRADO 10

OBJETIVO

Resolver un problema numérico utilizando un diagrama y una tabla, teniendo en cuenta las relaciones existentes entre las variables que éste pueda tener, dando explícitamente estrategias de solución.

Considere la siguiente situación:

El fenómeno de la isla de calor urbano se ha observado en Tokio. El promedio de temperatura era de 13.5°C en 1915, y desde entonces ha subido 0.032°C por año. Considerando que la temperatura T en $^{\circ} \text{C}$ está linealmente relacionada con el tiempo t (en años) y que $t = 0$ corresponde al año 1915;

- a) Expresa T en términos de t .
- b) Pronostique el promedio de temperatura para el año 2010.

- ¿Qué pasos van a seguir para resolver la situación problema?
- ¿Qué recursos van a utilizar para resolver la situación problema?
- Escriban las estrategias que van a seguir para dar solución al problema.
- Resuelvan la situación problema:
- ¿Consideran que el plan como las estrategias que plantearon son las mismas que utilizaron en la resolución de la situación problema? Sí_____ No_____ ¿Por qué?
- ¿Qué fue lo que más se les dificultó en el proceso de resolver la situación?

INSTITUCION EDUCATIVA AGROPECUARIO YANACONAS
RESGUARDO DE GUACHICONO
PRUEBA FINAL
SESION 6
2017

NOMBRE:

FECHA:

GRADO 10

OBJETIVO

Resolver un problema con dos o más variables.

Considere la siguiente situación:

Estudios científicos indican que el número de sonidos emitidos por los grillos se relacionan linealmente con la temperatura del ambiente, de manera que si la temperatura del ambiente es 20°C un grillo emite 100 chirridos y si la temperatura es de 30°C emite 150 chirridos.

- a. Determine una expresión analítica para la función lineal que modela esta situación.
- b. Que pendiente tiene la gráfica y que representa
- c. Si la temperatura es de 40°C ¿Cuántos chirridos emitirá un grillo?

Resuelva la situación problema planteada y con sus palabras describa como la desarrolló:


ANEXO 2: SOLUCIONES DE LOS ESTUDIANTES A LA PRUEBA FINAL

SOLUCION ESTUDIANTE I

Estudios científicos indican que el número de sonidos emitidos por los grillos varía linealmente con la temperatura del ambiente de manera que la temperatura del ambiente es de 20°C , un grillo emite 100 chirridos y si la temperatura es de 30°C emite 150 chirridos.

1. Determine una expresión analítica para la función lineal que se modela esta relación.
2. ¿Qué pendiente tiene la gráfica y que representa?
3. Si la temperatura es 40°C , ¿cuántos chirridos emite el grillo?

Solución

1. 

| x_1 | y_1 |
|-------|-------|
| 20 | 100 |
| 30 | 150 |

x_2 y_2

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$m = \frac{150 - 100}{30 - 20} = \frac{50}{10} = \frac{25}{5} = \frac{5}{1} = 5.$$

$$y = mx + b$$

hallar b.

$$y = mx + b$$

$$100 = 5 \cdot 20 + b$$

$$100 = 100 + b$$

$$b = -100 + 100$$

$$b = 0$$

$y =$ chirridos...

$x =$ Temperatura...

Formula

$$y = 5x$$

1. la expresión analítica para la función lineal es $y = 5x + 0$

2. la pendiente de la gráfica es $m = 5$ y representa la variación entre la temperatura y los chirridos de los grillos.

3.

$$y = 5x$$

$$y = 5 \cdot 40 = 200$$

$$y = 200$$

Si la temperatura es de 40° los chirridos emitidos por el grillo es igual a 200 chirridos.

• Para solucionar el problema que figura los datos conocidos en el plano cartesiano.

Hallar la pendiente y el intercepto con el eje "y", así encontrar la fórmula para la expresión de la función lineal.

• Lo que más se me dificultó es encontrar lo que representa la pendiente.

Para superar esta dificultad lo que hice fue leer el problema detenidamente y entender las variaciones que están en el problema.

SOLUCION ESTUDIANTE II

que intenté

Mes Año

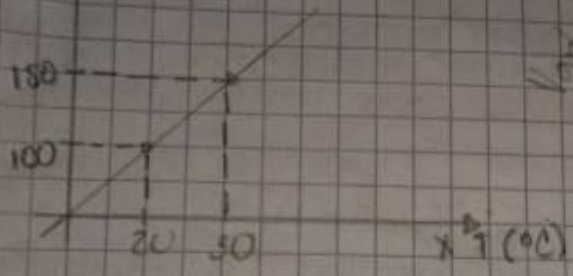
a. Estudios científicos indican que el número de sonidos emitidos por los grillos se relacionan linealmente con la temperatura del ambiente, de manera que si la temperatura del ambiente es 30° un grillo emite 100 chirridos si la temperatura es de 35° , emite 150 chirridos.

a. Determine una expresión analítica para la función lineal que modela esta relación.

b. ¿Que pendiente tiene la gráfica y que representa?

c. Si la temperatura es 40°C . ¿Cuántos chirridos emitirá el grillo?

Solucion.



$$(x_2, y_2) (x_1, y_1)$$

$$(30, 150) (20, 100)$$

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(150 - 100)}{(30 - 20)} = \frac{50}{10} = 5$$

$$y = m \cdot x + b$$

$$150 = 5 \cdot 30 + b$$

$$150 = 150 + b$$

$$b = 150 - 150$$

$$b = 0$$

$$y = 5x + b \rightarrow y = 5x$$

c. $y = m \cdot x + b$

$$y = 5 \cdot 40 + 0$$

$$y = 200$$

Si la temperatura es de 40°C los chimichos que se emite son 200

Día Mes Año

a. La expresión analítica para la función lineal que modela esta relación es

$$y = 5.7$$

b. La pendiente de la gráfica es línea donde la pendiente representa una relación de sonidos con temperatura.

Redacción.

1. Para iniciar en desarrollar el problema tuve que leer atentamente el problema, localizar cada pregunta, analizar los datos disponibles, luego buscar problemas parecidos a este, organizar los datos en gráfica para sacar datos desconocidos.

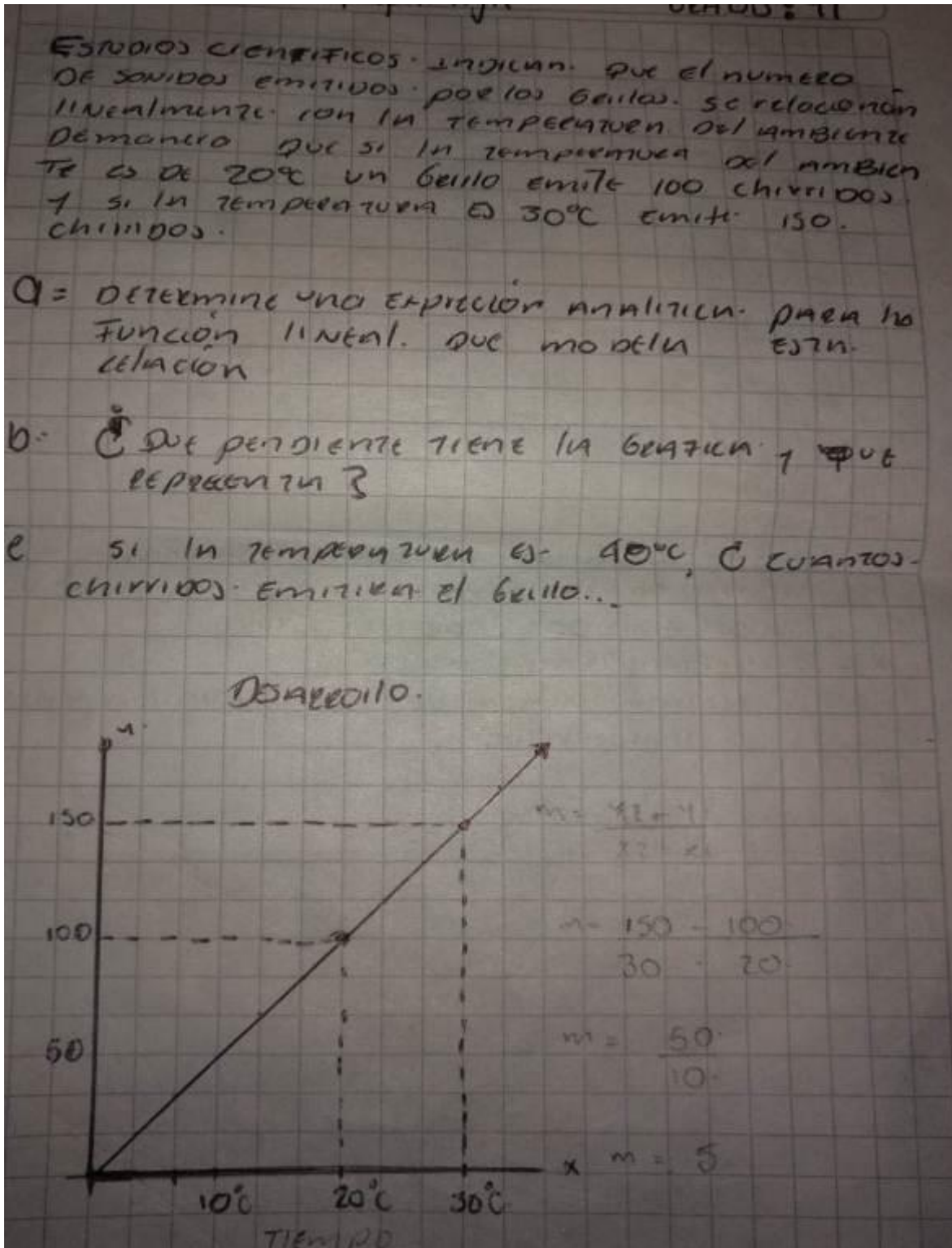
Encontre m con la fórmula $\frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$, teniendo la pendiente busco b para poder sacar la expresión analítica (fórmula).

Realizo la gráfica y obtuve una pendiente lineal.

Teniendo la fórmula pase al último punto acerca de la cantidad de grillos cuanto la temperatura aumenta. Con base a la fórmula obtuve el resultado, guiado por anteriores ejercicios.

Lo que más me dificultó fue crear la fórmula pero con ayuda de entender pude hacer una.

SOLUCION DEL ESTUDIANTE III



$$y = mx + b$$

$$150 = 5 \cdot 30 + b$$

$$150 = 150 + b$$

$$150 - 150 = b$$

$$0 = b$$

a) la ecuación analítica para
la función lineal es $y = 16x + 150$

A:

$$q = 5x$$

© $y = m \cdot x + b$

$$y = 5 \cdot 40 + b$$

$$y = 200$$

b) La gráfica tiene una pendiente lineal recta
dependiente de la temperatura ambiente y el número
de chirridos emitidos por un grillo.

X = representa temperatura

Y = representa número de chirridos en base
a temperatura

①

- Leer atentamente el problema.
- Determinar una expresión analítica para la función lineal.
- Mirar que pendiente tiene la gráfica y que intercepta.
- Mirar cuántos chirridos emite el Gallo cuando la temperatura es de 40°C .

② Que recursos utilice

- Una Gráfica

3. Pautas para resolver el problema.

- Buscar datos desconocidos
- Mirar como aumenta el número de chirridos a medida que aumenta la temperatura.

a lo que más se me dificite fue

- Determinar una expresión analítica para la función lineal que muestra la relación

ANEXO 3: FORMATO DE ANALISIS PARA CADA SESION

| COMPONENTE PROCEDIMENTAL | ESTRATEGIA METACOGNITIVA | | |
|---|--|---------|------------|
| | ASPECTO | LO HACE | NO LO HACE |
| DEFINICIÓN Y REPRESENTACIÓN DEL PROBLEMA | Identifica metas de la tarea | | |
| | identifica sus conocimientos previos | | |
| | Reconoce la situación a resolver | | |
| | Identifica datos necesarios | | |
| | Identifica elementos de la situación problema | | |
| | Realiza un mapa mental del problema | | |
| | Recuerda definir y representar el problema | | |
| PLANEACIÓN (ANTES) | Reconoce posibles estrategias a emplear | | |
| | Reconoce su esfuerzo para resolver la tarea | | |
| | Identifica dificultades para resolver la tarea | | |
| | Identifica el tipo de estrategia a usar | | |
| | Describe el plan de acción teniendo en cuenta la estrategia | | |
| | Identifica los recursos que tiene para resolver la tarea | | |
| | Recuerda planear acciones | | |
| CONTROL (DURANTE) | Detecta problemas propios de la interpretación, análisis, vocabulario en el desarrollo de la tarea | | |
| | Verifica si va encaminado al logro de la meta de la tarea | | |
| | Establece el nivel de eficiencia de la estrategia usada | | |
| | Dirige el plan de acción detectando posibles errores en la estrategia | | |
| | Ajusta y emplea estrategias alternativas | | |
| | Plantea preguntas para verificar la comprensión del problema | | |
| | Recuerda controlar el proceso | | |
| EVALUACIÓN (DESPUÉS) | Determina la efectividad de la estrategia teniendo en cuenta el plan y la meta | | |
| | Reflexiona respecto a lo aprendido en la tarea | | |
| | Fomenta el autocuestionamiento frente a la tarea | | |
| | Evalúa su nivel de satisfacción con la tarea | | |
| | Evalúa la relación de la meta con el resultado obtenido | | |
| | Recuerda evaluar el proceso | | |

ANEXO 4: FORMATO DE REGISTRO FINAL DE CADA SESION

| FORMATO DE REGISTRO FINAL DE CADA SESION | |
|--|--|
| LOGROS DEL ESTUDIANTE (TENIENDO EN CUENTA EL COMPONENTE DECLARATIVO, PROCEDIMENTAL Y CONDICIONAL) | DIFICULTADES DEL ESTUDIANTE (TENIENDO EN CUENTA EL COMPONENTE DECLARATIVO, PROCEDIMENTAL Y CONDICIONAL) |
| | |
| ESTRATEGIAS ADICIONALES SUGERIDAS AL ESTUDIANTE | OBSERVACIONES Y SUGERENCIAS |
| | |