



TRANSFORMACIÓN DEL LENGUAJE NATURAL AL ALGEBRAICO A TRAVÉS  
DE ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS CON ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO

YURANI BENAVIDES ROMERO

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES  
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES  
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS  
MANIZALES

2018

TRANSFORMACIÓN DEL LENGUAJE NATURAL AL ALGEBRAICO A TRAVÉS  
DE ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS CON ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO

YURANI BENAVIDES ROMERO

Proyecto de grado para optar al título de Magister en Enseñanza de las Ciencias

Tutor

MARÍA MILENA BEDOYA ECHAVARRÍA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES  
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES  
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS  
MANIZALES

2018

## **DEDICATORIA**

*A Dios y a san Judas Tadeo por darme la oportunidad de culminar con éxito este proceso.*

*A mis padres porque siempre están prestos a darme todo su apoyo.*

*Y a Migue por acompañarme y aportar con sus ideas a este logro.*

## **AGRADECIMIENTOS**

*A la profesora María Milena por orientarme en toda la etapa de investigación.*

*A los estudiantes de grado octavo de la jornada tarde del colegio José María Vargas Vila.*

*Y a todos los docentes que orientaron mi proceso de formación.*

## RESUMEN

El presente trabajo muestra los resultados de la investigación realizada para describir la incidencia que tienen las estrategias metacognitivas frente a la transformación del lenguaje natural al algebraico. Donde se presentan los procesos de regulación metacognitiva y los niveles de algebrización alcanzados por un grupo de estudiantes de grado octavo de acuerdo a la propuesta hecha por Godino, Aké, Gonzato y Wilhelmi (2014) en la cual se establecen los criterios para atribuir dichos niveles.

La investigación fue realizada en la institución educativa distrital José María Vargas Vila de la ciudad de Bogotá que atiende una población de estrato socio-económico bajo.

Se empleó un enfoque de análisis cualitativo de tipo descriptivo, donde se hizo un estudio de campo a través de la observación participativa y el desarrollo de cuestionarios, lo cual permitió inferir de acuerdo al desempeño mostrado por los estudiantes, que la implementación de estrategias metacognitivas de regulación incide favorablemente en la transformación del lenguaje natural al algebraico, ya que la gran mayoría de los estudiantes logró avanzar en sus niveles de algebrización, y aquellos estudiantes que llevaron su proceso de regulación hasta la evaluación fueron los mismos que alcanzaron un nivel consolidado de algebrización.

Palabras Claves: Lenguaje Natural, Lenguaje algebraico, Algebrización, Estrategias metacognitivas, regulación.

## ABSTRACT

This document presents the results of a research that aimed to describe the impact of the metacognitive strategies in the transition from the natural language to the algebraic one. The process of metacognitive regulation and levels of algebrization in eighth graders are portrayed based on Godino, Aké, Gonzato and Wilhelmi (2014) who propose the criteria to define those levels.

This research was carried out in José María Vargas Vila District School in Bogota with a population coming from a low socio-economic strata. A qualitative approach of descriptive type was employed in the analysis. A field study was done through the participant observation and the development of questionnaires, which according to the students' performance, revealed that the implementation of metacognitive regulation strategies had a positive impact on the transition from the natural language to the algebraic one, due to the fact that most of the students advanced in their levels of algebrization. The students that used their process of regulation in the assessment were the same ones who reached an established level of algebrization.

Key words: Natural Language, Algebraic language, Algebrization, Metacognitive strategies, regulation

## CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN .....	12
2. ANTECEDENTES.....	15
2.1. Introducción al Álgebra y Estrategias Metacognitivas .....	15
2.2. Lenguaje Algebraico.....	17
3. ÁREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN.....	20
4. JUSTIFICACIÓN .....	23
5. REFERENTE TEÓRICO .....	25
5.1. Álgebra .....	25
5.2. Lenguaje Natural .....	27
5.3. Lenguaje Algebraico .....	29
5.4. Epistemología del Lenguaje Algebraico .....	29
5.5. Lenguaje Natural al Lenguaje Algebraico.....	31
5.5.1. Psicología del Aprendizaje Jean Piaget: Aportes Desde la Teoría de los Estadios de Desarrollo .....	31
5.5.2. Dificultades en el Aprendizaje del Lenguaje Natural y Algebraico .....	32
5.6. Niveles de Algebrización .....	33

5.7.	Concepción de Problema.....	38
5.8.	Metacognición, Estrategias Metacognitivas y de Aprendizaje.....	38
5.8.1.	Metacognición.....	39
5.8.2.	Estrategias Metacognitivas de Regulación.....	42
5.9.	Unidad Didáctica.....	44
6.	OBJETIVOS .....	46
6.1.	Objetivo General .....	46
6.2.	Objetivos Específicos .....	46
7.	METODOLOGÍA.....	47
7.1.	Tipo de Investigación .....	47
7.2.	Enfoque .....	47
7.3.	Método.....	48
7.4.	Categorías De Análisis .....	48
7.5.	Etapas de la Investigación .....	49
7.6.	Unidad de Análisis .....	49
7.7.	Descripción del Contexto de Estudio .....	50
7.8.	Instrumento de Investigación .....	50



7.9. Plan de Análisis .....	51
8. RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....	53
8.1. Niveles de Algebrización .....	53
8.2. Regulación Metacognitiva.....	59
9. CONCLUSIONES .....	71
10. RECOMENDACIONES .....	74
11. REFERENCIAS.....	76
12. ANEXOS .....	80

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Criterios niveles de algebrización	34
Tabla 2. Resultados niveles de algebrización	53
Tabla 3. Nivel de algebrización cero estudiante 2.	56
Tabla 4. Nivel 1 de algebrización Estudiante 2.	57
Tabla 5. Regulación Metacognitiva	60
Tabla 6. Planeación idea previas.	62
Tabla 7. Planeación estudiante 1.	63
Tabla 8. Monitoreo estudiante 1.	64
Tabla 9. Evaluación estudiante 1.	64
Tabla 10. Planeación estudiante 2.	65
Tabla 11. Monitoreo estudiante 2.	65
Tabla 12. Evaluación estudiante 2.	66
Tabla 13. Planeación estudiante 3.	67
Tabla 14. Monitoreo estudiante 3.	67
Tabla 15. Planeación estudiante 4.	68

Tabla 16. Monitoreo estudiante 4.	68
Tabla 17. Planeación estudiante 5.	69
Tabla 18. Monitoreo estudiante 5.	70

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Enseñanza metacognitiva.	41
Figura 2. Etapas de la investigación.	49
Figura 3. Plan de Análisis.	52
Figura 4. Niveles de Algebrización	54
Figura 5. Nivel de algebrización cero estudiante 3	55
Figura 6. Nivel de algebrización cero estudiante 1.	55
Figura 7. Nivel 1 de algebrización Estudiante 4.	56
Figura 8. Nivel 2 de algebrización Estudiante 4.	57
Figura 9. Nivel 2 de algebrización Estudiante 1.	58
Figura 10. Nivel 3 de algebrización Estudiante 1 lenguaje natural al algebraico.	59
Figura 11. Nivel 3 de algebrización Estudiante.	59

## LISTA DE ANEXOS

Unidad didáctica

80

## 1. INTRODUCCIÓN

El trabajo de investigación realizado pone en cuestión las principales dificultades que enfrentan los estudiantes al hacer la transición de un lenguaje natural a un lenguaje algebraico, dado que cuando se requiere el uso de dicho lenguaje en alguno de los escenarios de las matemáticas, se percibe gran confusión y rechazo, lo que puede originar desmotivación y llevar a que se pierda el interés por las temáticas, esto es quizá consecuencia de la poca planeación y el escaso uso de estrategias en el aula, lo cual no permite identificar los posibles errores que pueden presentarse y con ello diseñar alternativas que sean utilizadas en dado caso.

Por tal razón la presente investigación busca describir la incidencia que tienen las estrategias metacognitivas frente a la transformación del lenguaje natural al algebraico. La investigación muestra los niveles de algebrización y los procesos de regulación alcanzados por un grupo de estudiantes de básica secundaria de un colegio del sector público de la ciudad de Bogotá.

Para tal fin se diseñó una unidad didáctica cuyo interés fue promover el uso de estrategias metacognitivas, que faciliten la transformación de un lenguaje natural a un lenguaje algebraico y que además permitieran identificar los niveles de algebrización que posee el grupo de estudio de acuerdo a los criterios establecidos en el trabajo de Godino, Aké, Gonzato y Wilhelmi (2014).

El trabajo se desarrolló en tres momentos; en el momento uno se indago por las ideas previas con que llegaban los estudiantes frente a la transformación del lenguaje natural al algebraico, los niveles de algebrización y los procesos de regulación, esto permitió conocer los principales obstáculos y dificultades, a partir de esto se diseñó e implementó el momento dos, en esta etapa se realizó la intervención del instrumento con la finalidad de mejorar las falencias encontradas y por último se realizó la evaluación del proceso para ver los avances presentados por los estudiantes.

Para el análisis de la información obtenida se tuvo en cuenta las respuestas dadas por los estudiantes en los cuestionarios y la observación hecha al comportamiento exhibido en el desarrollo de las pruebas.

El informe del trabajo de maestría incluye 7 capítulos los cuales se mencionan a continuación:

Primer capítulo: Este comprende el planteamiento del problema, pregunta de investigación, justificación y antecedentes referentes a la problemática de estudio.

Segundo capítulo: Referente Teórico que muestra las posturas y autores desde los cuales se abordó la investigación.

Tercer capítulo: Presenta los objetivos que se quieren alcanzar con el desarrollo de la investigación.

Cuarto capítulo: muestra la metodología que se llevó a cabo en la realización del trabajo, el cual tuvo un enfoque cualitativo de tipo descriptivo.

Quinto capítulo: Se presenta en análisis y discusión de los resultados obtenidos a partir de la información recolectada.

Sexto capítulo: Da a conocer las conclusiones que se obtuvieron a partir del análisis de la información.

Séptimo Capítulo: Se deja una serie de recomendaciones que podrían ser pertinentes en futuras investigaciones.



## 2. ANTECEDENTES

Son varias las investigaciones que se han realizado acerca de las temáticas que se abordaran en el presente trabajo; transformación del lenguaje natural al algebraico, estrategias metacognitivas y unidades didácticas en el aprendizaje de las matemáticas. Luego de realizar una búsqueda minuciosa entre los trabajos hechos anteriormente y de acuerdo a la bibliografía presentada a continuación se exponen algunas de estas investigaciones.

### 2.1. Introducción al Álgebra y Estrategias Metacognitivas

Algunos de los trabajos analizados que se abordan a continuación, muestran la importancia que tiene el acercamiento e introducción al álgebra desde etapas muy tempranas, ya que esto permite ir desarrollando en los niños la actividad matemática escolar y con esto facilitar la transición de la aritmética al álgebra en grados superiores.

El trabajo investigativo realizado por Aké (2013), “Evaluación y Desarrollo del Razonamiento Algebraico Elemental en Maestros en Formación”, centro su desarrollo en la clarificación de la naturaleza del álgebra escolar y la formación de los profesores, la investigación muestra la importancia que tiene la introducción de contenidos algebraicos desde los primeros niveles educativos, con el fin de enriquecer la actividad matemática escolar y así facilitar la transición con la matemática de secundaria, de igual forma evidencia que los docentes deben capacitarse para que asuman una nueva manera de entender el álgebra y así transformar su enseñanza. La muestra utilizada fue de 40 profesores en formación donde se observó que Las dificultades encontradas sugieren que los maestros no están familiarizados con los procesos de desarrollo de ideas algebraicas,

teniendo en cuenta las propiedades y relaciones que subyacen en las actividades matemáticas elementales.

La investigación de Vergel (2014), Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de Educación Básica Primaria (9-10 años), busco dar respuesta a la siguiente pregunta ¿Qué formas de pensamiento algebraico temprano emergen en alumnos de cuarto y quinto grados de Educación Básica Primaria (9-10 años), como resultado de su participación en la actividad matemática del aula, específicamente en torno a tareas sobre generalización de patrones?, obteniendo como respuesta que las formas de pensamiento algebraico temprano Factual y Contextual emergen o aparecen como posibilidades que los estudiantes instancian en la actividad, las evidencias obtenidas permitieron demostrar que es en la materialidad de la actividad donde el estudiante puede tomar conciencia de estas formas de pensamiento algebraico.

Dentro de la bibliografía consultada no se encontraron trabajos que relacionen directamente las estrategias metacognitivas con el álgebra, sin embargo se analizaron algunos que muestran la influencia que tienen las estrategias metacognitivas en las matemáticas.

La investigación realizada por Troncoso (2013), “Estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas, fijo sus objetivos en analizar las implicaciones que tiene la incorporación de estrategias metacognitivas, en la enseñanza de las matemáticas. La estrategia metacognitiva planteada consistió en ceder el control del aprendizaje al estudiante de forma progresiva. La metodología fue de tipo cuasiexperimental, donde se utilizaron talleres centrados en las operaciones básicas con números naturales. Los

resultados expuestos muestran que se afecta de forma positiva el aprendizaje de los estudiantes y permite establecer que la metacognición es relevante en el aprendizaje de las matemáticas.

Moreno y Daza (2014), en su trabajo “Incidencia de Estrategias Metacognitivas en la Resolución de Problemas en el Área De La Matemáticas” quisieron determinar el impacto que tienen diferentes estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de séptimo grado. La investigación tuvo un enfoque cualitativo, con un alcance correlacional. Los instrumentos empleados fueron una prueba de entrada y de salida y problemas estandarizados.

Los resultados presentados muestran que los estudiantes desarrollaron de manera significativa procesos de planeación, donde se evidencio la toma de conciencia en la búsqueda de métodos para la solución de problemas. De igual forma, se resalta la importancia que tiene la mediación de un adulto, para que de forma progresiva se pueda llevar a los estudiantes al desarrollo de tareas de manera autónoma. Por último se mostró el desarrollo de dispositivos básicos de aprendizaje como la motivación y la autoconfianza.

## **2.2. Lenguaje Algebraico**

El lenguaje algebraico ha sido el centro de interés de muchos investigadores, que mediante sus trabajos buscan proporcionar herramientas que contribuyan a su enseñanza y aprendizaje, detectando las principales causas de su falta de apropiación y uso, así como las dificultades en la transformación del lenguaje natural al algebraico.

Una de las investigaciones realizadas es la de González (2012), “Del Lenguaje natural al Lenguaje algebraico. El significado de la variable. Una propuesta didáctica basada en el Planteamiento y Resolución de problemas”, que tiene como objetivo potenciar en los estudiantes los diferentes usos e interpretaciones de la variable a través de procesos de generalización en contextos geométricos y numéricos, propiciando el análisis sobre sus propias concepciones y razonamiento. La metodología utilizada es la selección de una serie de ejercicios que según el autor llevan a potencializar el significado de variable, en el paso del lenguaje natural al algebraico. Tras la investigación, González concluyó que una de las formas de acercar a los niños al manejo de letras y a la construcción del lenguaje simbólico con significado es a través de procesos de generalización que se pueden abordar con actividades en diferentes contextos, dicha actividades introducen al manejo de letras, facilitan la comprensión del significado de variable a través de las relaciones de tipos numérico o geométrico, establece una relación aritmética-geometría, que se amplía con la simbolización en una relación aritmética- geometría-álgebra.

Otra investigación es la de Marquina, Moreno y Acevedo (2013), “Transformación del lenguaje natural al lenguaje algebraico en educación media general”, quienes centraron su investigación en identificar las posibles causas o factores que intervienen y dificultan la transformación del lenguaje natural al lenguaje algebraico. Se basó en el enfoque cuantitativo y un diseño de investigación cuasi-experimental. Donde se trabajó con una prueba específica de cinco ítems, basada en la utilización de un método de resolución de problemas, determinado en los contenidos de los programas de matemática de educación media general. Se dedujo que los estudiantes no poseen dominio en la resolución de

problemas matemáticos que procedan de un lenguaje natural o común, que impliquen la elaboración de una expresión algebraica.

El trabajo de Lugo (2015), “Estrategia Didáctica para Desarrollar la Transición de la Aritmética al Álgebra en el Contenido de Ecuaciones”, centro sus objetivos en proponer una estrategia didáctica para desarrollar la transición de la aritmética al álgebra en el contenido de Ecuaciones, estuvo dirigida a docentes de 1er año del Liceo Bolivariano en el municipio de miranda. La problemática identificada por Lugo radica en la falta de conexión del algebra con los temas de aritmética y la utilización de métodos tradicionales en su enseñanza. La investigación fue de tipo descriptivo con un diseño de campo transeccional, los resultados arrojan como conclusión que el aprendizaje del álgebra presume una ruptura epistemológica significativa, donde se desarrolla el pensamiento lógico y el razonamiento.

### **3. ÁREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN**

Son muchos los estudios que se han realizado acerca de la adquisición, transformación y uso del lenguaje algebraico, buscando mostrar los principales errores y dificultades que hacen que el aprendizaje sea poco significativo (Ruano, Socas y Palarea, 2003; Wagner, Rachlin, y Jensen, 1984; Booth, 1988; Kieran, 2006, 2007; Socas, 2001, 2007), situación que se puede comprobar en el aula de clase, ya que, al momento de trabajar actividades, o llevar las temáticas a uno de los escenarios de desarrollo de las matemáticas, como es la resolución de problemas, e implicar el uso de dicho lenguaje, se evidencia gran confusión y rechazo por parte de los estudiantes, incidiendo además en el bajo desempeño que se presenta en las pruebas internas y externas durante los últimos años.

Esta problemática no solo afecta la educación básica sino que es un problema que trasciende y llega hasta instancias universitarias, siendo quizá una de las razones por las que gran parte de los jóvenes prefieren elegir programas de formación que no incluyan las matemáticas ya que se puede convertir en un obstáculo que pone en riesgo su acceso o permanencia en niveles de formación superiores (Moses, 2001). La Institución Educativa Distrital José María Vargas Vila no es ajena a esta situación, pues al indagar con estudiantes de grado octavo por su proyecto de vida, casi la totalidad de los jóvenes que quieren continuar con una carrera profesional, se encaminan por programas que tienen en su pensum el mínimo de asignaturas relacionadas con los números y esto se debe quizá a que consideran que no cuentan con las bases y las herramientas necesarias, que le permitan

tener un buen desempeño y por esta razón perder tal vez la única oportunidad que tienen de formarse en una carrera profesional.

Al llegar al grado octavo uno de los principales temores de los estudiantes del colegio José María Vargas Vila es enfrentarse al pensamiento algebraico, aunque desde niveles inferiores ya se han abordado algunos aspectos de esta temática, para ellos la transición de la aritmética al algebra resulta muy complicada y es ahí cuando viene la desmotivación y el rechazo de algunos. Razón por la cual es muy importante la forma como los docentes orientan sus actividades en el aula, pues si ellos logran identificar aquellos aspectos que pueden mejorar dicha transición y detectar las principales dificultades y errores, se obtendrán mejores resultados (Socas, 2011). Otra debilidad Puede centrarse en la poca planeación y por ende el escaso uso de estrategias en el aula, lo cual no permite identificar los posibles errores que pueden presentarse y con ello diseñar alternativas que sean utilizadas en dado caso.

El poco éxito en la adquisición y uso del lenguaje algebraico en los estudiantes de grado octavo del colegio José María Vargas Vila I.E.D. se debe a la falta de estrategias y habilidades metacognitivas, esto se puede evidenciar durante el desarrollo de sus actividades en el aula y la forma como planifican, desarrollan y evalúan sus procesos, pues solo se centran en el hacer y mecanizar, dejando de lado el desarrollo del pensamiento estratégico, critico, lógico y creativo, la falta de estas competencias hace que cuando un estudiante se enfrenta a un problema distinto a los que de forma mecánica ha resuelto no tenga la capacidad ni la destreza para solucionarlo, ya que su aprendizaje es mecánico y no

se le han brindado las herramientas para enfrentar situaciones distintas y quizá más complejas.

Es fundamental, que a lo largo de la educación primaria, básica secundaria y media se den las bases y herramientas sólidas que permitan a los estudiantes desempeñarse en las distintas áreas del conocimiento, mitigando un poco el miedo y el rechazo que se pueda generar, ya sea por el álgebra o en el peor de los casos por toda el área y para lograr este objetivo es fundamental desarrollar en ellos estrategias metacognitivas, que conlleven a un aprendizaje significativo, donde los estudiantes vean la utilidad de lo que están aprendiendo y puedan aplicarlo en diferentes contextos.

Por lo anterior esta investigación pretende dar respuesta a la siguiente pregunta

***¿Cómo las estrategias metacognitivas, facilitan la transformación del lenguaje natural al algebraico en estudiantes de grado octavo de la I.E.D José María Vargas Vila de la ciudad de Bogotá?***



#### 4. JUSTIFICACIÓN

Una de las principales razones de la apatía que presentan los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas y más concretamente en el aprendizaje del álgebra son las estrategias didácticas utilizadas, pues pueden resultar poco atractivas y no contemplar aquellos aspectos motivacionales que potencian el interés de los jóvenes, ya que en algunas ocasiones dejan de lado sus gustos, fortalezas y dan poca importancia a la gran diversidad de aprendizajes que se pueden presentar en una misma aula de clase (Blanco, 2008), sumado a esto se encuentran debilidades como la falta de planificación, monitoreo y evaluación de las actividades, el desconocimiento del objeto de enseñanza del álgebra y los vacíos conceptuales de los docentes (Bednarz, N., Kieran, C., Lee, L; 1996; Socas y Cols, 1996), convirtiéndose en obstáculos que dificultan su aprendizaje.

El álgebra es uno de los pilares sobre los cuales se construye el conocimiento matemático (Martínez, 2014), es empleada en muchos campos de aplicación y de gran utilidad en varias ramas del saber, por esta razón es de vital importancia generar interés y curiosidad por su aprendizaje, diseñando estrategias didácticas que fortalezcan las habilidades metacognitivas de los estudiantes, las cuales permitan tener un mayor entendimiento y apropiación de los conceptos trabajados.

Teniendo en cuenta que el razonamiento algebraico en grado octavo, centra su utilización en un lenguaje simbólico, en el análisis de la equivalencia de expresiones algebraicas e

implica representar, generalizar y formalizar patrones (Godino, 2003), es indispensable que los estudiantes comprendan la importancia que tiene su apropiación y uso en la resolución de problemas, las diversas aplicaciones que tiene en el mundo real y la influencia que representa en la adquisición de otros conceptos de mayor complejidad con los que se ira enfrentando a lo largo de su vida escolar.

Por todo lo anterior el presente trabajo busca diseñar una unidad didáctica donde se permita a los docentes tener una herramienta para llevar al aula de clase, fortaleciendo habilidades en los estudiantes para transformar el lenguaje natural al lenguaje algebraico y que además modifique en algo aquellas ideas previas que les hace creer que es difícil y aburrida, para de esta forma contribuir en algo a su desarrollo profesional e intelectual.

## 5. REFERENTE TEÓRICO

Los estudiantes van construyendo su conocimiento de acuerdo a distintas etapas donde el lenguaje, los símbolos y esquemas les permiten establecer relaciones que favorecen el desarrollo de estrategias y habilidades metacognitivas con lo que se pueda lograr que sean personas creativas, críticas, con capacidad de organizar y relacionar lo que aprenden para posteriormente aplicarlo en la realización de operaciones y en la resolución de problemas. Pensando en esto y buscando contribuir a la formación de los estudiantes se presentan a continuación los conceptos que se relacionan con la presente investigación.

### 5.1. Álgebra

Para abordar la transformación del lenguaje natural al algebraico es importante empezar por definir el concepto de álgebra y sus principales características, según el Diccionario de la Real Academia Española (2016), define el álgebra de la siguiente manera:

Álgebra: (latín tardío algebra, abreviado del árabe clásico algabru walmuqabalah, reducción y cotejo). Parte de las matemáticas en la cual las operaciones aritméticas son generalizadas empleando números, letras y signos. Cada letra o signo representa simbólicamente un número u otra entidad matemática. Cuando alguno de los signos representa un valor desconocido se llama incógnita.

Cathy Seeley (1993), hace referencia a la integración del álgebra en las distintas ramas de las matemáticas tales como geometría, estadística y matemática discreta, entre otras, y

muestra que como área específica de conocimiento, tiene distintos significados: el de una estructura abstracta, el de un instrumento para el estudio de las funciones o el de un método de resolución de problemas, Citado por Esquinas (2009). El álgebra presenta una doble acepción; una como objeto matemático, y otra como método, así lo destaca Douady (1984) citado por Esquinas (2009).

Esquinas (2009), expresa en su investigación que la dualidad conceptual que se ha definido para el álgebra conduce a una interpretación integral, que es a la vez compleja, pero fundamental para su introducción en la escuela. Ya que debido a su complejidad se muestra a los estudiantes un álgebra radicalmente sesgada, como instrumento vacío de significados, dejando muchas dudas, errores y frustraciones. Generalmente el álgebra se introduce como método de resolución de ecuaciones desligadas de la realidad o de problemas parcialmente contextualizados.

Dentro de las principales características del algebra se destacan; el uso de símbolos, habitualmente letras, la expresión de relaciones entre objetos mediante ecuaciones, fórmulas, funciones y la aplicación de unas reglas sintácticas de transformación de las expresiones. La parte esencial del algebra está constituida por variables, ecuaciones, funciones, y las operaciones que se pueden realizar con estos medios. Godino y Vicenç (2003).

El álgebra sirve de gran ayuda para la resolución de problemas y para la representación de modelos matemáticos, entre muchas otras utilidades, por esta razón es muy importante

despertar en los estudiantes el interés por su estudio y mostrar las diversas aplicaciones que puede llegar a tener para que de esta forma obtengan un aprendizaje significativo.

## **5.2. Lenguaje Natural**

La comunicación no es la única función del lenguaje, al igual que el habla informal, el discurso matemático espontáneo está cargado de expresiones imprecisas e inconclusas. (Douglas Barnes, citado por García & Cuaréz 2014). El estudiante pronuncia una cantidad de frases que modifica de acuerdo a su propio pensamiento. En el contexto educativo de las clases matemáticas, generalmente son dos las razones principales para que el alumno hable (Pimm, 1999 citado por citado por García & Cuaréz 2014):

- Para comunicarse con los demás: cuando el estudiante interviene con la intención de comunicar una información o hacer entender algo que él ya ha comprendido.
- Para hablar consigo mismo: se refiere a situaciones en la que el estudiante puede hablar en voz alta, siendo su fin principal organizar las ideas propias y no el comunicarse con los demás.

En otro caso se da también para que el profesor pueda acceder a la intuición y forma de pensar del alumno (Barnes, 1976, citado por David Pimm, 1999). Lo que hace entender que algo que facilita la comunicación y el lenguaje directo es la reflexión sobre los pensamientos propios de cada alumno, ya que el expresar las ideas ayuda a aclarar pensamientos y significados, por lo tanto a tener una mayor comprensión.

Brown (1982, citado por Pimm, 1999) trató de explicar el porqué de la poca participación de los estudiantes siendo esto un objetivo educativo, compara dos funciones distintas del lenguaje hablado:

- Habla orientada hacia el mensaje: que debe enseñarse de manera explícita en las escuelas, en este caso el hablante se dirige a conseguir determinados objetivos y desea expresar un mensaje concreto con la intención de hacer llegar la información de forma correcta y a su vez modificar positivamente el conocimiento del oyente.
- Habla orientada hacia el oyente: consiste primordialmente en el establecimiento y mantenimiento de buenas relaciones sociales con el oyente. En este caso, la forma de hablar es muy general e inespecífica, el estudiante tiende a expresar frases inespecíficas como “esto no lo he hecho antes”. Además, tal forma de exponer uno o varios temas, resulta insuficiente para facilitar que los alumnos adquieran el estilo más estructurado de habla orientada hacia el mensaje.

En el habla matemática también influye el ambiente inmediato, que según Brown (citado por Pimm, 1999) puede consistir en la utilización de símbolos escritos, figuras o, incluso, señalar formas bosquejadas en el aire para ofrecer una mejor explicación. Indica además que el habla orientada hacia el mensaje supone una cuantificación más eficaz en cuanto a la información, una manifestación más estructurada y con mayor cantidad de marcadores sintácticos. García y Cuaréz (2014).

### **5.3. Lenguaje Algebraico**

De acuerdo a los estándares matemáticos las variaciones de números y figuras, pensar con variaciones y álgebra ayuda a conocer y reconocer procesos de cambio, concepto de variable, el álgebra como sistema de representación y descripción de fenómenos de variación y cambio; también se ponen en práctica modelos matemáticos y relaciones y funciones con sus correspondientes propiedades y representaciones gráficas. MEN (2003).

A través de los símbolos el hombre puede representar, transformar, comunicar y explicar situaciones reales que contribuyen a su desarrollo. El ser humano por naturaleza utiliza símbolos para representar las cosas que están a su alrededor, de ahí surge la capacidad simbólica que es necesaria para crear esquemas mentales, que le permitirán entender de un modo más sencillo el lenguaje algebraico.

Los símbolos algebraicos han ido evolucionando y han pasado de ser sustitutos para llegar a ser representativos con un sentido específico y con la posibilidad de ser operados, para lograr que los estudiantes puedan entender este sentido y llegar a operarlos se hace necesario partir del lenguaje natural que servirá de base e introducción.

### **5.4. Epistemología del Lenguaje Algebraico**

Cuando se quiere llevar un concepto al aula de clase es importante tener una trazabilidad de la forma como este ha ido evolucionando y como se ha construido a lo largo de la historia, en este caso el seguimiento se centra sobre la noción de variable y el lenguaje simbólico en matemáticas. La epistemología brinda elementos para analizar cómo nace y se desarrolla este concepto haciendo un recorrido por los principales lugares y momentos históricos en

el desarrollo del álgebra, donde el lenguaje es primordial y el uso del simbolismo en matemáticas se constituye en otra forma de comunicación. Al volver a la historia y encontrar dificultades y aciertos en el desarrollo del lenguaje algebraico se obtienen elementos para su enseñanza y aprendizaje. González (2012).

Según Nesselman citado por González (2012), la construcción de la notación algebraica se concibió en tres momentos, los cuales llama etapas de lenguaje algebraico, La primera de ellas: Etapa retórica o verbal se desarrolló entre los años 2000 – 250 A.C.

aproximadamente, las matemáticas surgen junto con la necesidad de comunicarse y allí diversos problemas planteados según el contexto cultural “se remiten al planteamiento y solución en forma verbal, que se centra en describir aspectos procedimentales de los pasos a realizar para resolver el problema” Esta forma de abordar los problemas, es aplicada a situaciones particulares y no en una forma generalizada.

Nesselman indica que para los años comprendidos entre 250 a.C - 1500 d.C los conocimientos en aritmética se amplían, debido a que la actividad comercial aumenta, la astronomía tiene cálculos más complejos, surge la necesidad de abreviar el lenguaje en matemáticas que era herramienta indispensable en el planteamiento y solución de problemas que conducían a diversos tipos de ecuaciones y esto da lugar al Lenguaje sincopado que lleva a introducir por primera vez abreviaturas usando letras para las incógnitas y sus potencias, en una combinación del lenguaje retórico con abreviaturas, aún en esta fase predominan los cálculos en lenguaje natural.



Del año 1500 d.C en adelante, aparecen nuevas necesidades en matemáticas y con ello el lenguaje simbólico. El lenguaje algebraico va incrementando su importancia por su incursión en diversos sectores y por la utilidad que presta a las matemáticas para representar situaciones problemitas, ecuaciones, entre otras. Matemáticos como François Vieta generan el cambio más significativo en el lenguaje algebraico e impulsan a otros a enriquecer la notación simbólica. González (2012).

## **5.5. Lenguaje Natural al Lenguaje Algebraico**

### **5.5.1. Psicología del Aprendizaje Jean Piaget: Aportes Desde la Teoría de los Estadios de Desarrollo**

Jean Piaget, es un psicólogo suizo, reconocido como una de las figuras más influyentes de la psicología, la pedagogía moderna y el estudio del desarrollo infantil. Sus investigaciones le llevaron a determinar que el niño normal, atraviesa por cuatro estadios en su desarrollo cognitivo: el estadio senso-motor, pre-operatorio, operaciones concretas y operaciones formales. Cada estadio se tiene características propias, y especificaciones determinadas.

Etapas de las operaciones formales

La fase de las operaciones formales es la última de las etapas de desarrollo cognitivo propuestas por Piaget, y aparece desde los doce años de edad en adelante, incluyendo la vida adulta.

Es en este período en el que se gana la capacidad para utilizar la lógica para llegar a conclusiones abstractas que no están ligadas a casos concretos que se han experimentado de primera mano. Por tanto, a partir de este momento es posible "pensar sobre pensar", hasta

sus últimas consecuencias, y analizar y manipular deliberadamente esquemas de pensamiento, y también puede utilizarse el razonamiento hipotético deductivo. Triglia, (2015).

En matemáticas se espera que cada etapa propicie y fundamente el desarrollo del pensamiento abstracto, de generalización y simbolización para que cuando el estudiante se encuentre entre los 12 y 15 años de edad tenga las bases y herramientas necesarias para afrontar operaciones formales, esto indica que debe tener un desarrollo de pensamiento formal, luego su pensamiento está preparado y dispuesto para apreciar las relaciones, expresiones y abstracciones en el álgebra. González (2012).

### **5.5.2. Dificultades en el Aprendizaje del Lenguaje Natural y Algebraico**

El álgebra juega un papel fundamental en las matemáticas, ya que aporta muchas herramientas que facilitan la representación de situaciones problemáticas, pero se presentan muchas dificultades para su enseñanza, ya sea por la complejidad de su objeto, por el desarrollo cognitivo de los estudiantes, por los vacíos conceptuales o por las didácticas que se utilizan para su presentación. Estas dificultades generan obstáculos que tienen repercusión en los alumnos en los errores que pueden llegar a cometer.

Con relación a las dificultades asociadas a la complejidad de los objetos del Álgebra, se observa cómo éstos operan a dos niveles, el nivel semántico los signos son dados con un significado claro y preciso, y el nivel sintáctico los signos pueden ser operados mediante reglas sin referencia directa a ningún significado Socas (1996). Son éstos dos aspectos los

que ponen de manifiesto la naturaleza abstracta y la complejidad de los conceptos matemáticos.

Con relación a las dificultades asociadas a los procesos de pensamiento en Álgebra, también se observa que se ponen de manifiesto en la naturaleza lógica del Álgebra y en las rupturas que se dan necesariamente en relación a los modos de pensamiento algebraico. Los modos de pensamiento algebraico provocan rupturas que se convierten en dificultades en el proceso normal de construcción del conocimiento matemático. El saber matemático anterior produce modelos implícitos para resolver los problemas matemáticos. Muchas veces estos modelos son adecuados, pero otras, por el contrario, aparecen como dificultades para el saber matemático nuevo, el saber algebraico, (Palarea, 1998, p.74).

Son diferentes los orígenes que se otorgan a las dificultades del aprendizaje de las Matemáticas, en especial para el Álgebra, estas se ubican generalmente una dinámica que incluye al estudiante, al contenido, al profesor y a la institución escolar, Castellanos y Obando (2009).

## **5.6. Niveles de Algebrización**

Para determinar los posibles estados o niveles de algebrización en que se encuentran los estudiantes, en cuanto a la transformación del lenguaje natural al algebraico se tendrá en cuenta a Godino, Aké, Gonzato y Wilhelmi (2014). Quienes proponen distinguir dos niveles de algebrización primarios (que llaman protoalgebraicos al considerarlos como primarios, primitivos o incipientes). Estos niveles están enmarcados entre un nivel 0 de

algebrización (ausencia de razonamiento algebraico) y un tercer nivel en el que la actividad matemática se puede considerar como propiamente algebraica.

El nivel se asigna no a la tarea en sí misma, sino a la actividad matemática que se realiza, por lo que dependiendo de la manera en la que se resuelve una tarea, la actividad matemática puede ser clasificada en un nivel u otro. No se trata, por tanto, de niveles exclusivamente matemáticos (centrados en las tareas), sino de estadios del funcionamiento de los conocimientos matemáticos en la resolución de problemas. Además, el cambio en alguna de las variables de la tarea puede dar lugar a nuevas prácticas matemáticas con progresivo nivel de algebrización.

Los criterios básicos para definir los niveles de algebrización de acuerdo a Godino son:

**Tabla 1. Criterios niveles de algebrización**

	<b>OBJETOS</b>	<b>TRANSFORMACIONES</b>	<b>LENGUAJES</b>
<b>NIVEL 0</b>	-Objetos de primer grado de generalidad (Números particulares).  -Significado operacional de la igualdad.  -Variable como receptor de números	Operaciones aritméticas con números particulares	Natural, numérico, icónico, gestual; pueden intervenir símbolos que refieren a objetos extensivos o datos desconocidos.

	particulares.		
<b>Nivel 1</b>	<p>-Objetos con un segundo grado de generalidad (Conjuntos, clases o tipos de número.</p> <p>-Significado relacional de la igualdad.</p> <p>-Variable como incógnita.</p>	<p>Operaciones con objetos de primer grado de generalidad, aplicando propiedades de la estructura algebraica de N y la igualdad como equivalencia.</p>	<p>Natural, numérico, icónico, gestual; se usan símbolos implicando información espacial, temporal y contextual.</p>
<b>Nivel 2</b>	<p>-Objetos con un segundo grado de generalidad (Conjuntos, clases o tipos de número.</p> <p>-Significado relacional de la igualdad.</p> <p>-Variable como incógnita, números generalizados y</p>	<p>Operaciones con objetos de primer grado de generalidad, aplicando propiedades de la estructura algebraica de N.</p> <p>-Ecuaciones de la forma <math>Ax + B = C</math></p> <p>-No realizan operaciones con variables para obtener formas canónicas de</p>	<p>Simbólico- literal, usado para referir a los intensivos reconocidos, aunque ligados a la información del contexto espacial y temporal.</p>

	cantidad cambiante.	expresión.	
<b>Nivel 3</b>	-Se usan indeterminadas. Incógnitas, ecuaciones, variables y funciones particulares. (Objetos intensivos con un segundo grado de generalidad.	En tareas estructurales las ecuaciones son de la forma $Ax +/-- B = Cx +/-- D$ . -Se opera con las indeterminadas o variables para obtener formas canónicas de expresión.	Simbólico- literal; los símbolos se usan de manera analítica, sin referir a la información del contexto.

• **Nivel 0 de algebrización (ausencia de razonamiento algebraico)**

Intervienen objetos extensivos (particulares) expresados mediante los lenguajes natural, numérico, icónico o gestual. Pueden intervenir símbolos que refieren a un valor desconocido, pero este valor se obtiene como resultado de operaciones sobre objetos particulares. En tareas de generalización, el mero reconocimiento de la regla recursiva que relaciona un término con el siguiente, en casos particulares, no es indicativa de generalización.

• **Nivel incipiente de algebrización (nivel 1)**

Intervienen objetos intensivos cuya generalidad se reconoce de manera explícita mediante los lenguajes natural, numérico, icónico o gestual. Pueden intervenir símbolos que refieren a los intensivos reconocidos, pero sin operar con estos objetos. En tareas estructurales, se aplican relaciones y propiedades de las operaciones y pueden intervenir datos desconocidos expresados simbólicamente. En tareas funcionales, se reconoce la generalidad aunque expresada en un lenguaje diferente al simbólico-literal.

• **Nivel intermedio de algebrización (nivel 2)**

Intervienen indeterminadas o variables expresadas con lenguaje simbólico-literal para referir a los intensivos reconocidos, aunque ligados a la información del contexto espacial temporal. En tareas estructurales, las ecuaciones son de la forma  $Ax \pm B = C$ . En tareas funcionales, se reconoce la generalidad, pero no se opera con las variables para obtener formas canónicas de expresión.

• **Nivel consolidado de algebrización (nivel 3)**

Se generan objetos intensivos representados de manera simbólica-literal y se opera con ellos; se realizan transformaciones en la forma simbólica de las expresiones conservando la equivalencia. Se realizan tratamientos con las incógnitas para resolver ecuaciones del tipo  $Ax \pm B = Cx \pm D$ , y la formulación simbólica y descontextualizada de reglas canónicas de expresión de funciones y patrones.

### **5.7. Concepción de Problema**

La definición de Gravemeijer y Doorman (1999), Lesh y Zawojewski (2007) que se encuentra en Santos (2007), consideran que problemas: “son situaciones auténticas o realistas que propicien en los estudiantes la construcción de modelos matemáticos” (p. 3).

D’Amore (2010) distingue entre problema y ejercicio de la siguiente manera: Los ejercicios pueden ser resueltos utilizando reglas ya aprendidas, o en vías de consolidación y, por tanto entran en la categoría de refuerzo o aplicación inmediata de conceptos; mientras los problemas, implican o bien el uso de más reglas (algunas incluso explícitas, en ese momento) o bien una sucesión de operaciones cuya elección implica un acto estratégico, quizás creativo, del propio alumno (p. 18).

D’Amore (2010, p. 18), escribe “Los ingredientes necesarios para tener lo que en la escuela se llama problema: son datos numéricos, situación ficticia pero comprensible e imaginable, ensimación semántica de las operaciones necesarias.

### **5.8. Metacognición, Estrategias Metacognitivas y de Aprendizaje.**

El aprendizaje del algebra y su transición de la aritmética al lenguaje simbólico requiere que los estudiantes desarrollen procesos mentales que le permitan comprender, retener y aplicar lo que aprenden, para ello es fundamental el uso de estrategias metacognitivas y de aprendizaje que faciliten este proceso.

En esta sección se abordarán las variables que se consideran influirán en la transformación del lenguaje natural al algebraico, tales como metacognición, estrategias metacognitivas de regulación y estrategias de aprendizaje.



### **5.8.1. Metacognición**

La metacognición es descrita por gran número de investigadores como multidimensional y ha sido utilizada como un término general con referencia a un rango de dispares habilidades cognitivas de nivel superior (Wilson, 1999) citado por Rodríguez (2005).

De acuerdo a (Tamayo, 2013). La metacognición es especialmente importante para la educación y para la didáctica de las ciencias debido a que incide en la adquisición, comprensión, retención y aplicación de lo que se aprende; su influencia se da, además, sobre la eficacia del aprendizaje, el pensamiento crítico y la resolución de problemas.

Según el trabajo realizado por Tamayo (2006), La metacognición aborda tres aspectos generales, dentro de los que se encuentra el conocimiento, la conciencia y la regulación Gunstone & Mitchell (1998); el conocimiento se ramifica en Metacognitivo el cual hace referencia al conocimiento de la persona sobre sus propios procesos cognitivos Flavell (1987), el conocimiento declarativo que es el saber qué, acerca de uno mismo y los factores que influyen en el rendimiento, el conocimiento procedimental que es el saber cómo se hacen y suceden las cosas y el condicional que es el saber cómo y cuándo se usan el conocimiento declarativo y el procedimental (Garner, 1990). La conciencia metacognitiva se refiere al propósito de las actividades y al progreso personal obtenido y la regulación metacognitiva que la miden los procesos de planeación, monitoreo y control de los individuos (Browm, 1987), que es lo que en lo que se pretende enfocar la presente investigación.

Cuando se trabaja la metacognición es fundamental identificar aquellos aspectos que se involucran en su enseñanza, resaltando el uso de estrategias de gestión para fomentar el desarrollo Metacognitivo tal como lo muestra la figura 1.

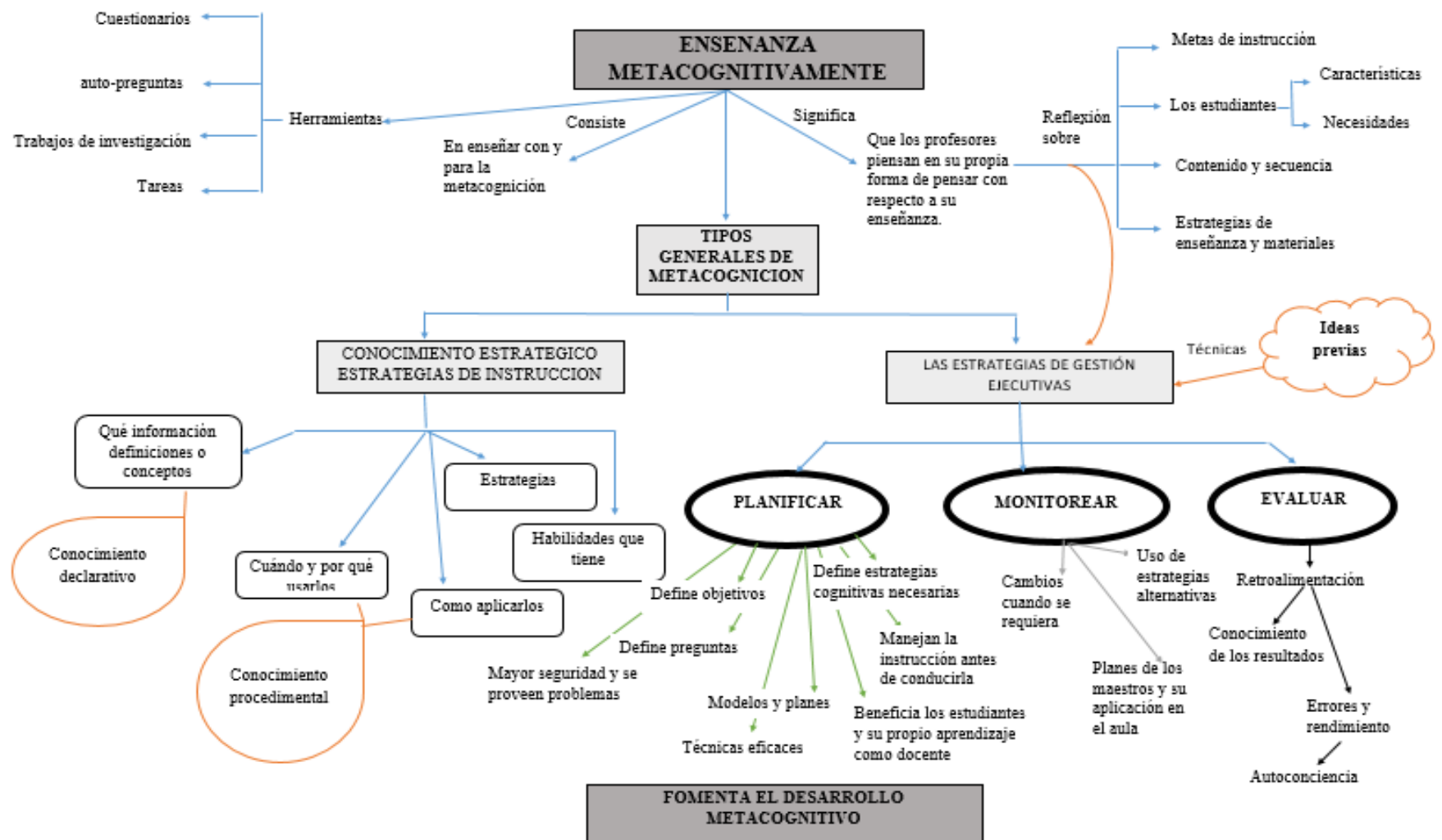


Figura 1. Enseñanza metacognitiva.

### 5.8.2. Estrategias Metacognitivas de Regulación

A continuación, se presentan las estrategias de regulación que se pueden llevar a la clase de matemáticas y en especial para estudiar la transformación del lenguaje natural al lenguaje algebraico, todo esto sin dejar de lado el apoyo de otras estrategias cognitivas y motivacionales.

- **Planificación.** Planificar las actividades cognitivas consiste en prever las actividades cognitivas ante las demandas de la situación, asignando los recursos cognitivos disponibles como atención, concentración, organización de las actividades entre otros Elosúa (1993).

Planificar lleva a diseñar la estrategia o plantear los pasos de acuerdo con la cual desarrollará el proceso de búsqueda de la solución del problema, donde se tiene en cuenta la información relevante, los posibles métodos de solución y estrategias que le han sido útiles en el pasado para solucionar ejercicios similares.

- **Monitoreo.** Son estrategias metacognitivas que tratan de comprobar si la actividad se está llevando a cabo según lo planificado, constatando las dificultades que aparecen, las causas de las mismas, las estrategias que se utilizan y su efectividad Elosúa (1993). Mediante la supervisión se pueden identificar errores para realizar ajustes sobre la marcha haciendo uso de estrategias alternativas.

- **Evaluación.** La evaluación proporciona al sistema cognitivo un juicio sobre la calidad de los procesos y resultados obtenidos. La evaluación metacognitiva incluye el conocimiento de las propias capacidades y recursos, las exigencias y objetivos de la tarea, los procesos de realización, y los resultados logrados, así como la introducción de las modificaciones y

rectificaciones que se estimen necesarias Elosúa (1993). Los estudiantes necesitan entender por qué están mal para poder aprender mejor los conceptos y evitar repetir los mismos errores, la retroalimentación, es una parte importante de la enseñanza Hartman, 2001.

Las estrategias cognitivas servirán de respaldo a la investigación, las cuales constituyen métodos o procedimientos mentales para adquirir, elaborar, organizar y utilizar información que hacen posible enfrentarse a las exigencias del medio, resolver problemas y tomar decisiones adecuadas, Elosúa (1993) lo que contribuye a la regulación del conocimiento.

En el aprendizaje, además de los factores y estrategias metacognitivas y cognitivas, están siempre presentes factores motivacionales, que resultan tan importantes como los cognitivos para lograr buenos resultados, por esto es importante tener en cuenta la forma de presentar y estructurar la tarea, la forma de organizar las actividades en el contexto de la clase, los mensajes que da antes, durante y después de la tarea y que afectan a la relevancia y valor de las metas y a la valoración del sujeto, el modelado de valores, así como de las formas de pensar y actuar al enfrentarse con las tareas y la forma que va a adoptar la evaluación del alumnado Elosúa (1993).

En la transformación del lenguaje natural al algebraico, se busca que los estudiantes adquieran un aprendizaje desde el análisis, desde lo creativo y desde lo práctico; desde el análisis a través de estrategias donde comparen, contrasten, analicen y argumenten la temática trabajada, para que de esta forma puedan llegar a lo creativo, elaborando, diseñando y proponiendo alternativas de solución a los problemas planteados, todo esto con

el fin de que apropien los conceptos abordados y sean capaces de manipularlos y aplicarlos en diversos contextos.

### **5.9. Unidad Didáctica**

Tamayo (2011) define el concepto de unidad didáctica a partir de los planteamientos presentados por Tamayo (2006), Sánchez Blanco, G & Valcarcel Pérez, M.V. (1993) y Escamilla (1993), como un proceso flexible de planificación de la enseñanza de los contenidos relacionados con un dominio de saber específico, en el caso de la presente investigación los dominios de las matemáticas que están dirigidos a fortalecer las estrategias metacognitivas en estudiantes de grado octavo de la I.E.D. José María Vargas Vila en la ciudad de Bogotá.

Esta definición de unidad didáctica deja de lado figura transmisionista del docente y la actitud pasiva por parte de los estudiantes, adoptando una visión constructivista sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje (Tamayo 2011). Entre los componentes que integran la unidad didáctica se consideran los siguientes: ideas previas, historia y epistemología, metacognición y estrategias metacognitivas de gestión ejecutivas; planeación. Monitoreo y evaluación.

Las ideas previas que posee el estudiante son tenidas en cuenta ya que estas sirven de punto de partida para la elaboración del instrumento, además porque involucran vivencias y creencias que deben ser reestructuradas por modificación o adaptación. La historia y epistemología del concepto que se está abordando para saber cuál ha sido su evolución y detectar los posibles errores y dificultades en su enseñanza. El reconocimiento de los

procesos metacognitivos y la necesidad de intervenir en su desarrollo buscando que los docentes y estudiantes sean conscientes de sus propios procesos cognitivos (Tamayo 2011) y las estrategias metacognitivas que se espera faciliten la apropiación de los conceptos trabajados.

## **6. OBJETIVOS**

### **6.1. Objetivo General**

Describir la incidencia de las estrategias metacognitivas frente a la transformación del lenguaje natural al algebraico por parte de los estudiantes de grado octavo de la I.E.D. José María Vargas Vila de la ciudad de Bogotá.

### **6.2. Objetivos Específicos**

- Diseñar y aplicar con los estudiantes de grado octavo de la I.E.D. José María Vargas Vila, una unidad didáctica que promueva el uso de estrategias metacognitivas, para facilitar la transformación de un lenguaje natural a un lenguaje algebraico.
- Identificar los niveles de algebrización que poseen los estudiantes del grado octavo de la I.E.D. José María Vargas Vila al pasar de un lenguaje natural a un lenguaje algebraico.
- Mostrar que impacto tiene el uso de estrategias metacognitivas en la transformación del lenguaje natural al algebraico, en estudiantes de grado octavo de la I.E.D. José María Vargas Vila.



## **7. METODOLOGÍA**

### **7.1. Tipo de Investigación**

El enfoque de análisis es cualitativo, ya que se realizó una descripción detallada de la forma como las estrategias metacognitivas influyen en la transformación del lenguaje natural al algebraico, teniendo en cuenta la realidad del contexto escolar que se presenta en estudiantes de grado octavo del colegio José María Vargas Vila I.E.D. de la ciudad de Bogotá. De acuerdo a Cauas (2015), la investigación cualitativa es aquella que utiliza preferente o exclusivamente información de tipo cualitativo y cuyo análisis se dirige a lograr descripciones detalladas de los fenómenos estudiados.

### **7.2. Enfoque**

La investigación es de tipo descriptiva, cuyo objetivo fue identificar la forma como el uso de las estrategias metacognitivas favorecen la transformación del lenguaje natural al algebraico en estudiantes de grado octavo del colegio José María Vargas Vila I.E.D. De la ciudad de Bogotá, Según como lo expresa Tamayo (2004) en su libro Proceso de Investigación Científica, la investigación descriptiva comprende la descripción, registro, análisis e interpretación de la naturaleza actual, y la composición o proceso de los fenómenos, trabaja sobre realidades de hecho, y su característica fundamental es la de presentar una interpretación correcta.

### **7.3. Método**

La investigación es de campo, esta consiste en la recolección de datos directamente de la realidad donde ocurren los hechos, sin manipular o controlar información alguna, Arias (2004), para esto se tomaron los datos de un grupo de estudiantes de grado octavo del colegio José María Vargas Vila I.E.D. de la ciudad de Bogotá, tal y cual como se proporcionaron de la fuente, teniendo en cuenta las condiciones y la realidad del contexto, a través de la observación participativa donde el objetivo fue familiarizarse con el grupo estudio, ver su actitud y comportamiento frente a las dinámicas planteadas y la aplicación de cuestionarios, para de esta forma determinar la influencia que tienen las estrategias metacognitivas en la transformación del lenguaje natural al algebraico en estudiantes de grado octavo del colegio José María Vargas Vila I.E.D. de la ciudad de Bogotá .

### **7.4. Categorías De Análisis**

- Niveles de algebrización en la transformación del lenguaje natural al algebraico

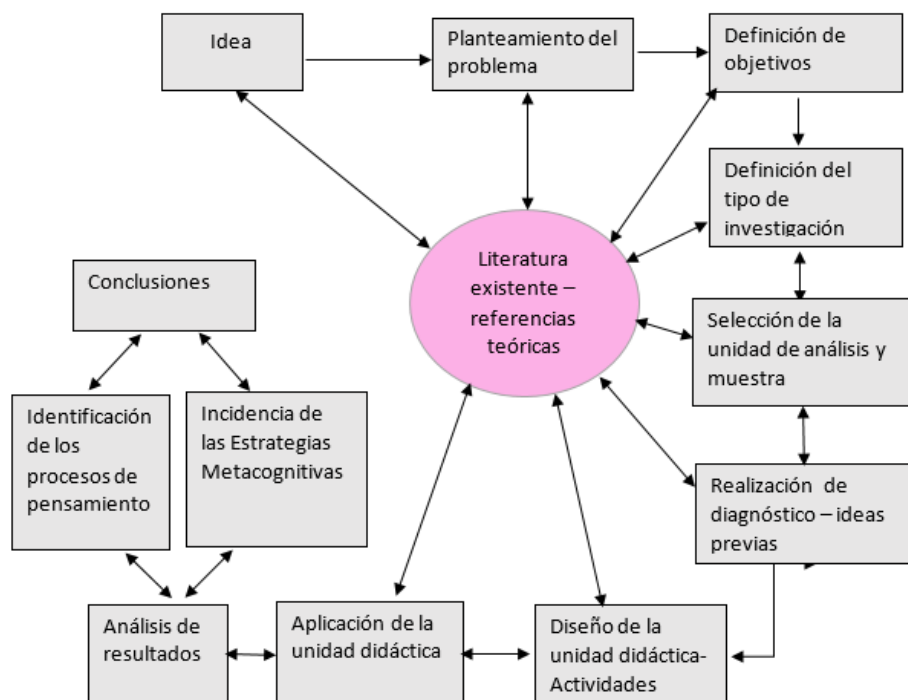
Subcategorías: nivel 0, nivel 1, nivel 2. Dificultades

- Categoría: Regulación Metacognitiva

Subcategorías: planificación, monitoreo y evaluación

## 7.5. Etapas de la Investigación

Figura 2. Etapas de la investigación.



## 7.6. Unidad de Análisis

La unidad de análisis que se estudió en esta investigación está conformada por 25 estudiantes de octavo grado pertenecientes a la institución educativa distrital José María Vargas Vila de la ciudad de Bogotá, con edades entre los 13 y 16 años, de los cuales 15 son mujeres y 10 hombres.

Para la aplicación de los instrumentos la muestra seleccionada es de cinco (5) estudiantes, el tipo de muestreo utilizado fue el dirigido ya que no depende de la probabilidad sino de las características de la investigación.

### **7.7. Descripción del Contexto de Estudio**

La presente investigación se desarrolló en la institución educativa distrital José María Vargas Vila de la ciudad de Bogotá, la cual atiende estudiantes pertenecientes al estrato 1, provenientes de familias desplazadas y población flotante de diversas regiones del país. El colegio se encuentra ubicado en el barrio Bella Flor en la localidad Ciudad Bolívar, cuyo sector se caracteriza por sus altos índices de violencia, inseguridad, pobreza, consumo de SPA, familias disfuncionales, entre otros factores de riesgo que afectan notablemente la población estudiantil incidiendo notablemente en su rendimiento académico.

### **7.8. Instrumento de Investigación**

En el presente trabajo se diseñó una unidad didáctica (Anexo 1), la cual se estructuró en tres momentos que se describen a continuación:

#### **Momento 1:**

En esta etapa se diseñó y aplicó una prueba que permitió identificar las ideas previas que presentan los estudiantes frente a la transformación del lenguaje natural al algebraico, donde de acuerdo a las respuestas dadas por los estudiantes se determinó que se debían fortalecer los niveles 1, 2 y 3 de algebrización ya que no se contaba con las bases algebraicas suficientes para trabajar los niveles 3, 4 y 5.

De igual forma la prueba permitió ver los procesos de regulación metacognitiva de los estudiantes, la cual evidencio que son escasos debido a la poca familiarización con los mismos.

### **Momento 2:**

Se realizó la intervención en el aula con una unidad didáctica cuyo objetivo fue el fortalecimiento de estrategias metacognitivas de regulación para que estas a su vez favorecieran la transformación del lenguaje natural al algebraico y con esto mejorar los niveles de algebrización.

Se recolectaron datos para ser analizados y posteriormente realizar una descripción detallada de los hallazgos encontrados, apoyados en instrumentos como el cuestionario el cual hace referencia a un instrumento que agrupa una serie de preguntas relativas a un evento, situación o temática particular, sobre el cual el investigador desea obtener información, Hurtado (2000). La observación que Marshall y Rossman (1989) definen como la descripción sistemática de eventos, comportamientos y artefactos en el escenario social elegido para ser estudiado.

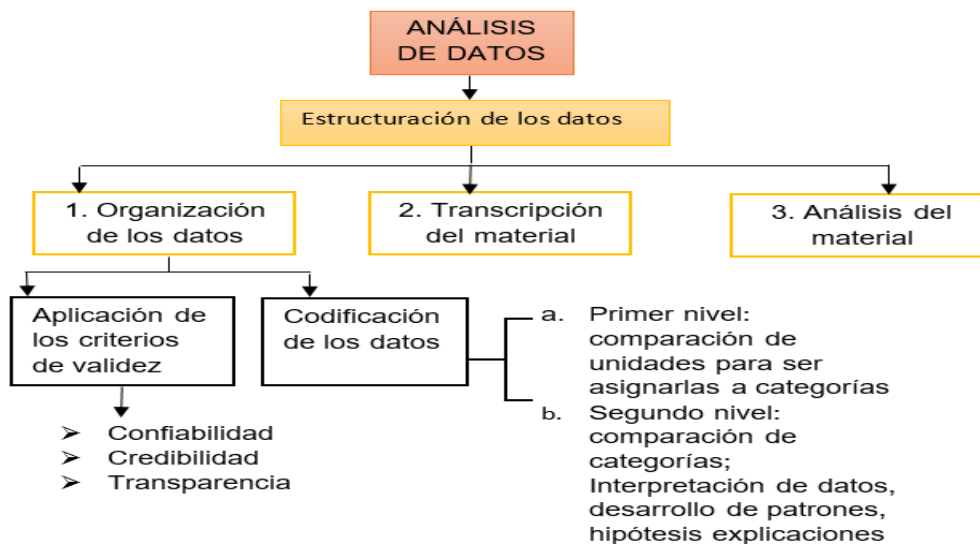
### **Momento 3:**

Tras la intervención en el aula, se aplicaron actividades que permitieron detectar los avances de los estudiantes y con esto realizar el contraste del antes y después de la implementación del instrumento.

#### **7.9. Plan de Análisis**

Luego de diseñar actividades que permitieran identificar los niveles de algebrización de los estudiantes e indagar sobre sus procesos de regulación, se procedió a aplicar los talleres durante un mes con una intensidad de 4 horas semanales. Con la información recolectada se llevó cabo el respectivo análisis como lo muestra la figura 3.

Figura 3. Plan de Análisis.



1. **Organización del material:** el material recolectado se dividió por momentos y categorías, después fue clasificado por subcategorías y se procedió con la comparación de las mismas. Se asignaron códigos que permitieron interpretar los datos y encontrar patrones para sacar las respectivas hipótesis y conclusiones.
2. **Transcripción del material:** con el material organizado este fue transcrito y agrupado en una matriz de análisis.
3. **Análisis del material:** se realizó la triangulación entre el marco teórico y los resultados obtenidos con la aplicación de los instrumentos mencionados anteriormente.

## 8. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La unidad didáctica diseñada y aplicada involucro una serie de actividades de tipo algébrico que debido a los diversos ritmos de aprendizaje presentes en los estudiantes, se convirtió para algunos en ejercicios de tipo mecánico y para otros en problemas que requirieron una actividad mental mucho más exigente.

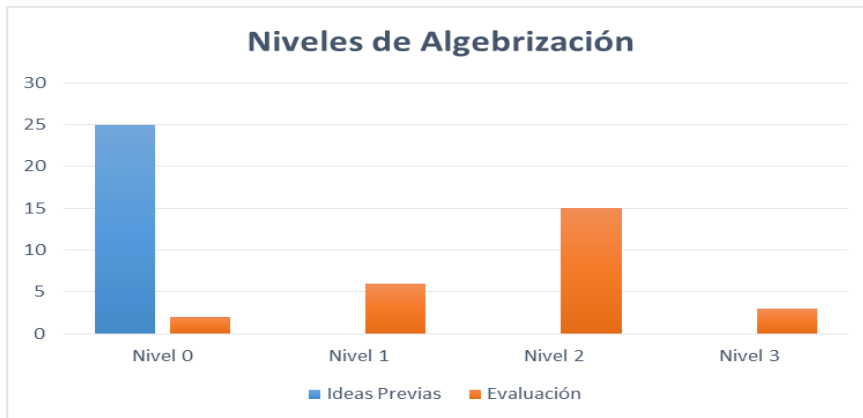
### 8.1. Niveles de Algebrización

Las actividades diseñadas para la identificación de los niveles de algebrización en los estudiantes de grado octavo se aplicaron a un total de 25 estudiantes en tres momentos: ideas previas, intervención y evaluación; donde el estudiante desarrollo cada una de las tareas y de acuerdo a los criterios establecidos por Godino, Aké, Gonzato y Wilhelmi (2014) se determinó el nivel donde este debía ser ubicado, cuyos resultados se muestran en la figura 4 y tabla 2.

**Tabla 2. Resultados niveles de algebrización**

<b>MOMENTO</b>	<b>Nivel 0</b>	<b>Nivel 1</b>	<b>Nivel 2</b>	<b>Nivel 3</b>
Ideas Previas	25			
Evaluación	2	5	15	3

**Figura 4. Niveles de Algebrización**



En el gráfico se observa que en el momento de indagación de ideas previas los estudiantes se ubicaron en el nivel cero de algebrización, tras la intervención con la unidad didáctica se logró un avance significativo en la mayoría de los estudiantes siendo el nivel 2 el predominante en el momento de la evaluación.

Al desarrollar el momento uno de la unidad didáctica se aplicaron tareas donde el estudiante debía operar con números particulares, los 25 estudiantes se ubicaron en el nivel cero de algebrización de acuerdo a lo planteado por Godino, Aké, Gonzato y Wilhelmi (2014), ya que aunque identificaron que debían buscar un término desconocido, se limitaron a resolver las operaciones pedidas, sin llegar a plantear el ejercicio mediante una ecuación, por tanto la actividad matemática realizada no implicó ningún nivel de razonamiento algebraico.



**Figura 5. Nivel de algebrización cero estudiante 3**

• ¿Qué número debes sustraerle al setecientos cuarenta y cinco para obtener como resultado doscientos cuarenta y tres? Plantea el ejercicio y resuélvelo.

The image shows a rectangular box containing handwritten work. On the left, there is a subtraction problem: 
$$\begin{array}{r} 745 \\ - 243 \\ \hline 502 \end{array}$$
 To the right of this is another subtraction problem: 
$$\begin{array}{r} 745 \\ - 502 \\ \hline 243 \end{array}$$
 To the right of these two problems, the student has written: "El numero es 502".

La figura 5 muestra como el estudiante 3 encuentra el término desconocido mediante operaciones de suma y resta lo cual no implicó ningún nivel de razonamiento algebraico, algo similar sucede con el estudiante 1 quien aunque encuentra el resultado solicitado no llega al planteamiento de la ecuación para resolverlo, como lo ilustra la figura 6.

**Figura 6. Nivel de algebrización cero estudiante 1.**

• Si te piden encontrar un número que al sumarlo con tres mil cuarenta y cinco dé como resultado doce mil trescientos cuarenta, que planteamiento usarías para encontrar el número. ¿Cuál es el número?

The image shows a rectangular box containing handwritten work. On the left, there is a subtraction problem: 
$$\begin{array}{r} 12,340 \\ - 3,045 \\ \hline 9,295 \end{array}$$
 To the right of this is another subtraction problem: 
$$\begin{array}{r} 9,295 \\ + 3,045 \\ \hline 12,340 \end{array}$$
 To the right of these two problems, the student has written: "El numero que debo sumarle al 3,045 es 9,295".

La respuesta mostrada en la tabla 3 permite inferir que el estudiante 2 tiene un nivel algebraico casi nulo, pues a pesar de estar en grado octavo manifiesta no conocer una fórmula matemática y no haberla usado antes.

Tabla 3. Nivel de algebrización cero estudiante 2.

Pregunta	Transcripción de la respuesta.
De acuerdo a lo trabajado en la actividad escribe una ecuación matemática que hayas utilizado a lo largo de tu vida escolar y cuéntanos con tus propias palabras cual es la interpretación que le das a dicha ecuación.	"No la conozco la fórmula matemática"

Con el avance en la implementación de la unidad didáctica y para detectar el nivel uno de algebrización se aplicó actividades que permitieron reconocer la igualdad como relación de equivalencia e identificar la variable como incógnita, el lenguaje utilizado fue el natural y en algunas ocasiones el simbólico ligado a la información espacial temporal y contextual Godino, Aké, Gonzato y Wilhelmi (2014), dichas actividades fueron aplicadas a los 25 estudiantes donde 23 alcanzaron dicho nivel.

Figura 7. Nivel 1 de algebrización Estudiante 4.

• Encuentra el valor de cada fruta y soluciona la operación propuesta

$$\text{🍎} + \text{🍎} + \text{🍎} = 30$$

$$\text{🍎} + \text{🍌} + \text{🍌} = 18$$

$$\text{🍌} - \text{🥥} = 2$$

$$\text{🥥} + \text{🍎} + \text{🍌} = ?$$

Handwritten solution:

$$10 + 10 + 10 = 30$$

$$10 + 4 + 4 = 18$$

$$4 - 2 = 2$$

$$2 + 10 + 4 = 16$$

**Tabla 4. Nivel 1 de algebrización Estudiante 2.**

<b>Pregunta</b>	<b>Transcripción de la respuesta.</b>
Utilizando las letras del alfabeto como representarías la siguiente expresión “la letra que le corresponda al número	“ $x=y$ ”

La figura 7 y la tabla 4 muestran como el estudiante reconoce la igualdad como relación de equivalencia e identifica la variable como incógnita, llegando a plantear la ecuación a partir del enunciado propuesto alcanzado el nivel 1 de algebrización.

El nivel 2 de algebrización lo alcanzaron 18 de los 25 estudiantes, los cuales lograron desarrollar al menos alguno de los criterios propuestos por Godino, Aké, Gonzato y Wilhelmi (2014). Se manipularon objetos con un segundo grado de generalidad y se plantearon ecuaciones del tipo  $AX + B = C$  a partir de los enunciados propuestos.

**Figura 8. Nivel 2 de algebrización Estudiante 4.**

<b>Pregunta</b>	<b>Transcripción de la respuesta.</b>
A partir del enunciado escribe una expresión matemática que lo represente:	
La edad de Martha es el doble de la de su hijo menos cinco años.	$M \rightarrow$ edad de Martha $2M-5 \rightarrow$ edad de su hijo
La suma de dos números es igual a dieciocho	$M+R=18$
El producto de dos números aumentados en diez da como resultado cuarenta	$LxS+ 10 = 40$
Al sumar un número a diez da como resultado veinticinco	$A+10=25$
La diferencia de dos números es igual a catorce	$X-Y=14$
El doble de un número disminuido en cuarenta y dos, da como resultado mil ciento cinco	$2N-42=1125$

En la figura 8 el estudiante cumple con varios de los criterios establecidos por Godino para alcanzar el nivel 2 de algebrización, donde se utiliza un lenguaje un poco más generalizado para pasar del lenguaje natural al algebraico y se formulan ecuaciones de la forma  $AX + B = C$ .

El estudiante 1 presenta una expresión algebraica donde identifica la variable como incógnita y crea un contexto para dicha expresión cumpliendo con 2 de los criterios para ser ubicado en el nivel 2 como lo evidencia la figura 9.

**Figura 9. Nivel 2 de algebrización Estudiante 1.**

EXPRESION ALGEBRAICA	TÉRMINO DESCONOCIDO	ENUNCIADO (LENGUAJE COMÚN)
$H + Y$	H (edad) Y (pablo)	La edad de camilo mas la de pablo
$3m + 5$	M (estatura)	El triple de la estatura aumentada en 5m
$\left(\frac{x}{5}\right)^2$	(x) (peso)	El cuadrado de la quinta parte de un peso

Tan solo 3 de los 25 estudiantes lograron alcanzar el nivel 3 de algebrización, donde se empezó con una información contextual pero luego se usaron reglas algebraicas para realizar las transformaciones entre los lenguajes, mostrando un lenguaje natural mucho más formalizado y ecuaciones planteadas de manera simbólica. Las figuras 10 y 11 evidencian el desempeño de uno de los estudiantes que alcanzó el nivel 3, es de resaltar que las actividades planteadas para algunos de los estudiantes se convirtieron en ejercicios los cuales desarrollaron de forma mecánica pero para otros en problemas debido a la exigencia mental que les demando, D'Amore (2010).

Figura 10. Nivel 3 de algebrización Estudiante 1 lenguaje natural al algebraico.

ENUNCIADO	VARIABLE (TÉRMINO DESCONOCIDO)	EXPRESIÓN ALGEBRAICA
La edad de Juan es cuatro veces la edad de María, la suma de ambas edades es 75 años.	X = edad Maria 4X = edad de Juan	$X + 4X = 75$
La suma de tres números consecutivos es 270	X = Numero	$X + X + 1 + X + 2 = 270$
el número de horas trabajadas por Lorena es tres veces el número de horas trabajadas por Sergio menos 3 horas	Y horas de Sergio $3Y - 3$ Horas de L	$3Y - 3$
Carolina compro un esfero, un lápiz y un borrador por \$1.900, el esfero costo el triple de lo que costo el borrador y el lápiz \$200 menos que el esfero.	C = Valor Borrador $3C =$ esfero $3C - 200$	$C + 3L + 3C - 200 = 1900$
Para elegir el personero de un colegio, se realizó una votación en la cual se registró un total de 560 votos. Miguel obtuvo 75 votos menos que Camilo y 55 votos más que Leonardo	X = Miguel $X + 75 =$ Camiguel $X - 55 =$ Leonar	$X + X + 75 + X - 55 = 560$
Si a la edad de Elena se le suman 9 años, se tiene la edad de Carlos	C edad Elena $C + 9 =$ edad carlos	$C + 9 =$ edad de carlos
La suma de los ángulos de un triángulo es 180 grados, la medida del ángulo mayor es 7 veces la del menor y la del menor es 50 grados más que el tercer Angulo	X = 3 Angulo $50 + X =$ menos $7(50 + X) =$ Mayor	$X + X + 50 + 7(X + 50) = 180$ grados
Tres hermanos se reparten 1300 millones. El mayor recibe doble que el mediano y este el cuádruple que el pequeño.	X = dinero del pequeño $4X =$ mediano $2(4X) =$ Mayor	$X + 4X + 2(4X) = 1300$ millones

Figura 11. Nivel 3 de algebrización Estudiante

$X + (X+1)$	Un numero mas su sucesor
$3(X + Y)^2$	El triple de las suma al cuadrado de 2 numeros
$(X + Y)(X - Y)$	La suma de dos numeros por la diferencia de dos numeros
$X/4 + 2X$	La cuarta parte de un numero mas el doble de un numero
$X/5 + 10$	La quinta parte de un numero mas 10
$X^2 - 6$	El cuadrado de un numero menos seis
$X^3 + Y^3$	El cubo de un numero mas el cubo de otro numero
$2X - (X - 1)$	El doble de un numero menos su antecesor

## 8.2. Regulación Metacognitiva

Las actividades diseñadas y aplicadas además de permitir identificar los niveles de algebrización, se realizaron con el objetivo de promover el uso de estrategias metacognitivas de regulación que la miden los procesos de planeación, monitoreo y control de los individuos (Browm, 1987), teniendo en cuenta la propuesta hecha por Tamayo

(2006), favoreciendo así no solo la transformación de los lenguajes sino también el desempeño de los estudiantes en cualquier otra temática que se les plantee.

De acuerdo a los criterios establecidos para cada una de las sub-categorías en la tabla 5 se muestra el avance alcanzado por los 5 estudiantes analizados (E1 es el estudiante 1, E2 el estudiante 2, E3 el estudiante 3, E4 el estudiante 4, E5 el estudiante 5), donde se marca con una x al estudiante que alcanzo dicha sub-categoría.

**Tabla 5. Regulación Metacognitiva**

<b>SUB-CATEGORÍAS</b>	<b>CRITERIOS</b>	E 1	E 2	E 3	E 4	E 5
<b>planeación</b>	Lee las instrucciones del ejercicio propuesto antes de intentar solucionarlo.					
	Identifica la información que le será relevante para solucionar el ejercicio.					
	Busca conexión con los ejemplos planteados en clases anteriores					
	Diseña una estrategia o plantea unos pasos para dar solución al ejercicio.	x	x	x	x	x
<b>control (Monitoreo)</b>	Lleva a cabo la estrategia o los pasos que planteo para dar solución al ejercicio.					
	Identifica las dificultades presentes en el ejercicio y busca alternativas de solución.					

	Replantea la estrategia utilizada cuando esta no lo lleva a solucionar el ejercicio.	x	x	x	x	
<b>Evaluación</b>	Revisa la efectividad de la estrategia o pasos diseñados en la solución del ejercicio.					
	Compara la estrategia utilizada con estrategias alternativas que permitan resolver el ejercicio de manera más rápida.	x	x			

Como lo muestra la tabla 5, los 5 estudiantes alcanzaron la planificación, en la etapa de monitoreo 4 llegaron a realizar el control de sus procesos y tan solo uno no logro realizarlo, para la etapa de evaluación tan solo 2 de los 5 estudiantes llegaron a alcanzar dicho proceso ya que la evaluación metacognitiva incluye el conocimiento de las propias capacidades y recursos, las exigencias y objetivos de la tarea, los procesos de realización, y los resultados logrados, así como la introducción de las modificaciones y rectificaciones que se estimen necesarias Elosúa (1993) lo cual no quedo evidenciado en las respuestas que estos expusieron.

Se puede inferir de acuerdo a las respuestas dadas por los 5 estudiantes, que en el momento de indagación de ideas previas no realizaban una regulación metacognitiva en el desarrollo de sus tareas, la cual fue medida por los procesos de planeación, monitoreo y control (Brown, 1987) donde ninguno de los estudiantes logro realizar dicho proceso.

**Tabla 6. Planeación idea previas.**

<b>Pregunta</b>	<b>Transcripción de la respuesta.</b>
¿Qué plan utilizaste para resolver el criptograma?	<b>Estudiante 1.</b> “como la primera fue la A conté 20 veces del B a la letra que corresponde que es la T y después conté 25 veces desde la u hasta encontrar la siguiente letra”
¿Qué plan utilizaste para resolver el criptograma?	<b>Estudiante 2.</b> “Pues empecé a contar desde la letra que indicaba el numero hasta la siguiente”
¿Qué plan utilizaste para resolver el criptograma?	<b>Estudiante 3.</b> “utilice mi capacidad de entender”
¿Qué plan utilizaste para resolver el criptograma?	<b>Estudiante 4.</b> “pues dependiendo del número que tenía cada espacio se corrían las debidas letras en el criptograma”
¿Qué plan utilizaste para resolver el criptograma?	<b>Estudiante 5.</b> “utilice el plan de contar”

La tabla 6 muestra como las respuestas dadas por los estudiantes no cumplen con los criterios establecidos para alcanzar la planeación, pues al parecer no proveen las actividades cognitivas ante la demanda de las situaciones planeadas ni disponen los recursos a emplear como lo establece Elosúa (1993).



Luego de identificar las principales dificultades que presentaron los estudiantes, se procedió con la aplicación de la unidad didáctica, consiguiendo un avance significativo en los procesos de regulación, a continuación se muestran los desempeños de cada uno de los estudiantes analizados.

**Estudiante 1.**

El estudiante 1 logro llevar su regulación metacognitiva hasta la evaluación, llegando a diseñar un plan acorde con los criterios establecidos, desarrollando la tarea de acuerdo al plan formulado, dando solución a los obstáculos encontrados y cuestionándose sobre la efectividad de dicho plan, lo que según Elosúa (1993) lleva a la introducción de las modificaciones y rectificaciones que se estimen necesarias.

**Tabla 7. Planeación estudiante 1.**

<b>Pregunta</b>	<b>Transcripción de la respuesta.</b>
Cómo diste solución al ejercicio, es decir ¿Qué pasos empleaste?	paso 1: compare lo escrito con la expresión algebraica Paso 2: Enumere lo escrito Paso 3: Leí lo escrito y resolví el termino desconocido

La tabla 7 muestra como el estudiante 1 plantea los pasos con los cuales dio solución al ejercicio, teniendo una estructura y secuencia lógica, identificando lo más relevante y leyendo las instrucciones e información presentadas.

**Tabla 8. Monitoreo estudiante 1.**

<b>Pregunta</b>	<b>Transcripción de la respuesta.</b>
¿Qué inconvenientes tuviste para completar la tabla?	“No entendía el enunciado para poder resolver la actividad”
¿De qué manera le diste solución a estos inconvenientes?	“La profesora me dijo que enumerara lo escrito”

En la tabla 8 se evidencia como el estudiante 1 identifica cuales fueron las dificultades que encontró al realizar la actividad y la forma como dio solución a las mismas, adoptando las sugerencias dadas para replantear su estrategia inicial.

**Tabla 9. Evaluación estudiante 1.**

<b>Pregunta</b>	<b>Transcripción de la respuesta.</b>
¿Crees que si hubieras diseñado un proceso diferente para el desarrollo de la actividad la hubieses solucionado más rápido? ¿Por qué?	“si porque si hubiese hecho un cuadro al principio con los valores se me hubiese hecho más fácil”

En la tabla 9 el estudiante 1, cuestiona el proceso que llevo a cabo para desarrollar el ejercicio y plantea que con la ayuda de un cuadro elaborado al comienzo, su tiempo en la solución de la tarea habría sido menor, llegando así autoevaluar su desempeño.

## Estudiante 2.

La estudiante 2 llegó a evaluar los planes que diseñó, mostrando como la ejecución de sus tareas tendrían mayor éxito aplicando procesos distintos para la solución de la tarea, alcanzando la regulación metacognitiva, uno de los tres componentes de la metacognición que plantea Tamayo (2006).

**Tabla 10. Planeación estudiante 2.**

<b>Pregunta</b>	<b>Transcripción de la respuesta.</b>
Antes de empezar diseña una estrategia que te permita armar de manera más fácil y rápida el rompecabezas. ¿Qué pasos vas a emplear?	Paso 1. Mirar las fichas Paso 2. Leer la plantilla y comparar con las fichas Paso 4. resolver las que conozco y acomodar las faltantes

La tabla 10 muestra como la estudiante 2 en su plan propone leer la información presentada, comparar y utilizar lo que conoce, para de esta forma poder dar solución a aquellas interrogantes que no tiene claras.

**Tabla 11. Monitoreo estudiante 2.**

<b>Pregunta</b>	<b>Transcripción de la respuesta.</b>
¿Qué inconvenientes tuviste para completar la tabla?	“poder determinar la menor variable y así determinar los términos”
¿De qué manera le diste solución a estos	“si entendiéndolos al leerlos para solucionarlo y pidiendo en algunos puntos

inconvenientes?	ayuda ala profe”
-----------------	------------------

La tabla 11, evidencia como la estudiante 2 identifica sus dificultades y la forma de solucionarlas, monitoreando así el desarrollo de la actividad y dando solución a la misma.

**Tabla 12. Evaluación estudiante 2.**

<b>Pregunta</b>	<b>Transcripción de la respuesta.</b>
¿Crees que si hubieras diseñado un proceso diferente para el desarrollo de la actividad la hubieses solucionado más rápido? ¿Por qué?	“si porque hubiese entendido bien si hubiera leído y con ayuda de las actividades del cuaderno”

La tabla 12 permite inferir que la estudiante 2 reconsidera el plan empleado para desarrollar su tarea, tiene en cuenta aspectos importantes como la lectura del ejercicio y la conexión con actividades desarrolladas anteriormente, evaluando así su desempeño.

### **Estudiante 3.**

El estudiante 3 llego a monitorear sus procesos en el desarrollo de sus tareas, planteando una serie de pasos y ejecutándolos durante la solución de la misma, también identifica sus dificultades y busca alternativas de solución, controlando la ejecución de su estrategia en el proceso de regulación metacognitiva Tamayo (2006).

**Tabla 13. Planeación estudiante 3.**

<b>Pregunta</b>	<b>Transcripción de la respuesta.</b>
Antes de empezar diseña una estrategia que te permita armar de manera más fácil y rápida el rompecabezas. ¿Qué pasos vas a emplear?	Paso 1. Leer las preguntas Paso 2. Comparar las preguntas con las soluciones Paso 3. solucionar y resolver el rompecabezas

La tabla 13 muestra la estrategia que planteó el estudiante para poder solucionar un rompecabezas, donde antes de empezar lee la información y compara lo que tiene para poder resolver la tarea.

**Tabla 14. Monitoreo estudiante 3.**

<b>Pregunta</b>	<b>Transcripción de la respuesta.</b>
¿Cuáles fueron las dificultades que encontraste para realizar la actividad?	“encontré unas dificultades en los enunciados y por ello no le di una solución inmediata”
¿Pudiste solucionar los inconvenientes? ¿De qué forma?	“si leyendo nuevamente y pensándolo que tenía que poner, y pidiendo ayuda a la profesora y comparando con los compañeros”

Las respuestas dadas por el estudiante 3 en la tabla 14 permiten deducir que tiene la capacidad para identificar las dificultades de la tarea, también muestra cómo se toma un tiempo para replantear lo que está haciendo y se apoya en la docente y sus compañeros para superar los obstáculos encontrados, lo que para Elosúa (1993) lleva al monitoreo pues el estudiante se está cuestionando sobre las estrategias que se está utilizando y su efectividad.

**Estudiante 4.**

La estudiante 4 realiza un proceso de regulación donde llega hasta el monitoreo, planteando una serie de pasos para dar respuesta a la tarea e identificando sus dificultades.

**Tabla 15. Planeación estudiante 4.**

<b>Pregunta</b>	<b>Transcripción de la respuesta.</b>
Antes de empezar diseña una estrategia que te permita armar de manera más fácil y rápida el rompecabezas. ¿Qué pasos vas a emplear?	Paso 1. Mirar las fichas y compararlas Paso 2. Buscar las similitudes Paso 3. Pegar las fichas en su respectivo lugar

La respuesta de la estudiante 4 muestra los pasos que llevará a cabo para armar el rompecabezas, donde lee, busca información semejante y procede a la solución de la tarea.

**Tabla 16. Monitoreo estudiante 4.**

<b>Pregunta</b>	<b>Transcripción de la respuesta.</b>
¿Cuáles fueron las dificultades que	“averiguar el orden que se colocaba en

encontraste para realizar la actividad?	cada operación”
¿Pudiste solucionar los inconvenientes? ¿De qué forma?	“prestando atención a las claves que me daban en el ejercicio, revisando el cuaderno y pidiéndole ayuda a la profesora”

La tabla 16, evidencia como el estudiante 4, buscó la forma de resolver aquellas cosas que para él no fueron claras, además utilizo información anterior para poder conectarla con lo que estaba trabajando y así dar respuesta al ejercicio, el estudiante constata las dificultades que aparecen, lo que para Elosúa (1993) constituye el monitoreo donde se plantean estrategias metacognitivas que tratan de comprobar si la actividad se está llevando a cabo según lo planificado.

### **Estudiante 5.**

El estudiante 5 solo llevo su regulación metacognitiva hasta la planeación de acuerdo a lo establecido por Tamayo (2006). Donde después de diseñar una estrategia, de acuerdo a las repuestas dadas, parece indicar que no identifica las dificultades presentadas y por tanto no evidencia alternativas de solución.

**Tabla 17. Planeación estudiante 5.**

<b>Pregunta</b>	<b>Transcripción de la respuesta.</b>
Antes de empezar diseña una estrategia que te permita armar de manera más fácil y rápida el rompecabezas. ¿Qué pasos vas a	Paso 1. Pues yo primero hice leer Paso 2. Segundo mire las diferencias

emplear?	Paso 3. Después comencé a solucionar las operaciones
----------	--

En la respuesta que da el estudiante 5 muestra la forma como dio solución a la actividad, los pasos que llevo a cabo para alcanzar el objetivo.

**Tabla 18. Monitoreo estudiante 5.**

<b>Pregunta</b>	<b>Transcripción de la respuesta.</b>
¿Qué inconvenientes tuviste para completar la tabla?	“Ninguna”
¿De qué manera le diste solución a estos inconvenientes?	“le di solución de la manera que entendí”

Como lo evidencia la tabla 18 el estudiante 5 manifiesta no tener inconvenientes, sin embargo no concluyo la tarea, en las alternativas de solución al no identificar las dificultades no tiene una respuesta lógica para dicha pregunta.



## 9. CONCLUSIONES

### **Niveles de algebrización**

Tras aplicar el instrumento de ideas previas se identificó que la totalidad de los estudiantes se encontraba en un nivel cero de algebrización, ya que al plantear los ejercicios dieron solución a través de operaciones matemáticas sin llegar a plantear ecuaciones, lo que no implicó ningún nivel de razonamiento algebraico.

Con la realización de las actividades diseñadas en la unidad didáctica para la identificación del nivel 1 de algebrización se logró que 23 de los estudiantes alcanzaran dicho nivel.

Después de valorar el desempeño de los estudiantes en las actividades propuestas para la identificación del nivel dos de algebrización, se percibe un avance en 15 de los estudiantes quienes lograron este nivel.

El nivel consolidado de algebrización solo fue alcanzado por tres de los 25 estudiantes quienes lograron cumplir con los criterios establecidos por Godino para ser ubicados en el nivel 3.

Después de evaluar el instrumento se encontró que el nivel de algebrización predominante en los estudiantes es el nivel dos, ya que allí se encuentran 15 de los 28 estudiantes analizados.

Resulta una tarea difícil ubicar las actividades en un determinado nivel de algebrización, ya que a pesar de que estas son de naturaleza algebraica sus características no se incluyen explícitamente en alguno de los niveles.

Se observa que a pesar de ubicarse la actividad en un nivel de algebrización, el estudiante puede alcanzar un nivel diferente al esperado, lo que parece indicar que el nivel lo da el desempeño del estudiante y no la tarea planteada.

### **Estrategias metacognitivas de regulación**

Las estrategias metacognitivas que realizan los estudiantes, están directamente relacionadas con su desempeño en el desarrollo de las tareas, pues aquellos que logran diseñar una estrategia, desarrollarla y posteriormente evaluarla, tienen mayor éxito en la solución del ejercicio, mientras que los que no se detienen a realizar una buena regulación no llegan a concluir las actividades propuestas.

El proceso de planeación es el más frecuente en los estudiantes analizados, dado que este requiere de mayor detenimiento para identificar el problema a solucionar y es el que les da la orientación de cómo abordar el ejercicio, esto hace que los estudiantes le brinden una mayor importancia.

Con respecto a las acciones de monitoreo o control 4 de los 5 estudiantes analizados las llevo a cabo; desarrollando la estrategia planteada, identificando sus dificultades tales como el no entender los enunciados, el no identificar las variables entre otras, lo cual les permitió buscar alternativas de solución.

La evaluación es el componente de la regulación metacognitiva que tiene menor apropiación por parte de los estudiantes, esto debido a que la forma como se evalúa tradicionalmente da mayor importancia al resultado que al proceso que se realiza para llegar a la respuesta y no a un juicio sobre la calidad de los procesos y los resultados obtenidos.

### **Estrategias metacognitivas de regulación y niveles de Algebrización**

Los procesos de regulación metacognitiva inciden positivamente en la transformación del lenguaje natural al algebraico, ya que quienes alcanzaron el nivel 3 de algebrización fueron los mismos estudiantes que llevaron su regulación metacognitiva hasta la evaluación.

De acuerdo al desempeño mostrado por los estudiantes en la transformación del lenguaje natural al algebraico, se puede notar que quienes se detienen a realizar una planeación antes de abordar la actividad logran desarrollar de manera más rápida y acertada su tarea.

Los estudiantes que pusieron en cuestión su desempeño en el desarrollo de los ejercicios y buscaron alternativas de solución diferentes a las usadas inicialmente tuvieron una mayor apropiación de los conceptos algebraicos.

## 10. RECOMENDACIONES

Tras la identificación de los niveles 1, 2 y 3 de algebrización se hace necesario llevar un seguimiento a los estudiantes para ver su evolución en los niveles de 4, 5 y 6 que deberán ser trabajados posteriormente e identificar cuales dificultades son persistentes para futuros estudios.

Dado que el tiempo de implementación de la unidad didáctica fue de tan solo un mes, se considera importante continuar con uso de estrategias metacognitivas en el desarrollo de las actividades trabajadas en la clase, para que así los estudiantes logren tener un mejor proceso de regulación y de esta forma presentar un buen desempeño en cualquier temática trabajada.

Se debe buscar apoyo en otras áreas de la enseñanza para mitigar aquellos obstáculos encontrados dentro de la investigación como la poca comprensión lectora ya que esto permitirá un mayor éxito en los trabajos o investigaciones que se realicen con los estudiantes.

A partir de los resultados del presente trabajo donde se muestra que las estrategias metacognitivas de regulación inciden de forma positiva en el desarrollo de la temática abordada, se sugiere llevar los procesos de regulación a las demás áreas de enseñanza de la institución educativa.

Es fundamental que los educadores adopten prácticas de aula, donde la implementación de diferentes estrategias ya sea cognitivas, metacognitivas o motivacionales, contribuyan al desarrollo del pensamiento de los estudiantes.

## 11. REFERENCIAS

- Aké Lilia P. Tec, (2013). Evaluación y Desarrollo del Razonamiento Algebraico Elemental en Maestros en Formación. Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática Universidad de Granada.
- Álgebra. (2016). En el Diccionario de la Real Academia Española (23ª ed.). Madrid, España: Espasa.
- Arias, F. (2004). El Proyecto de Investigación. 4ta Edición. Caracas, Venezuela: Editorial Episteme Venezuela.
- Blanco, Pamela M. (2008). La Diversidad en el Aula “Construcción de Significados que Otorgan los Profesores, de Educación Parvularia, Enseñanza Básica y de Enseñanza Media, al Trabajo con la Diversidad, en una Escuela Municipal de la Comuna de la Región Metropolitana”. Tesis Magister. Universidad de Chile.
- Bednarz, N., Kieran, C., Lee, L; 1996; Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching. Mathematics Education Library, Vol. 18.
- Booth, L. R. (1988). Children's Difficulties in Beginning Algebra. En A. F. Coxford y A. P. Shulte (Eds.), The Ideas of Algebra, K-12. 1988 Yearbook (pp.20-32). Reston, VA: NCTM.
- Cauas, Daniel (2015). Definición de las Variables, Enfoque y Tipo de Investigación. Biblioteca Electrónica de la Universidad Nacional, Colombia.
- Castellanos S. María y Obando B. Jorge (2009). Errores y Dificultades en Procesos de Representación, el Caos de la Generalización y el Razonamiento Algebraico. Décimo Encuentro de Matemática Educativa.
- D'Amore, B. (2010). Problemas Pedagogía y psicología de la matemática en actividad de resolución de problemas. Madrid: Síntesis.
- Esquinas, Ana María. (2009). Dificultades de Aprendizaje del Lenguaje Algebraico: Del Símbolo a la Formalización Algebraica: Aplicación a la Práctica Docente. Tesis Doctoral en Educación, Universidad Complutense de Madrid, Madrid.
- Elosúa, Rosa. (1993). Estrategias para Enseñar y Aprender a Pensar. Universidad Complutense de Madrid. 1993. Ediciones Narcea, Cap. 1 A 4.

- García, Kerlyn y Cuárez Maritza (2014). Lenguaje Matemático Simbólico Escrito Usado Por Estudiantes De 1er Año Diversificado De Educación Media General. Trabajo de grado en educación, Universidad de Carabobo, Bárbula.
- Godino, Juan & Font, Vicenç. (2003). Razonamiento Algebraico y su Didáctica Para Maestros. Edición febrero. P 777-778
- Godino, J. D. Ake, L., y Wilhelmi, M. R. (2014). Niveles de Algebrización de la Actividad Matemática Escolar. Implicaciones para la Formación de Maestros. Enseñanza de las Ciencias, 32.1, 199-219.
- González, Erika. (2012). Del Lenguaje Natural al Lenguaje Algebraico. El Significado de la Variable. Una Propuesta Didáctica Basada en el Planteamiento y Resolución de Problemas. Tesis de Maestría en Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.
- Hartman, Hope J. (2001). Metacognition in Learning and Instruction. TEACHING METACOGNITIVELY. Capítulo 8.
- Hurtado de Barrera, Jacqueline. (2000). Metodología de la Investigación Holística. 3era Edición. Caracas.
- Kieran, C. (2006). Research the Learning and Teaching of Algebra. En Gutiérrez, A. y Boero, P. (Eds.), Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future. Sense Publishers. Rotterdam, pp. 11-49.
- Kieran, C. (2007). Learning and Teaching Algebra at the Middle School Through College Levels. En Lester, F. K. (Ed.). Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. (pp. 707-762). Reston, Virginia: NCTM e IAP.
- Lugo, Katherine. (2015). Estrategia Didáctica para Desarrollar la Transición de la Aritmética al Álgebra en el Contenido de Ecuaciones. Tesis de Maestría en Educación Matemática, Universidad de Carabobo, Bárbula.
- Marquina Quintero, Jessefh Rafelsson; Moreno, Guillermo Alejandro; Acevedo Barrios, Alirio Alberto. (2013). Transformación del Lenguaje Natural al Lenguaje Algebraico en Educación Media General. Educere, vol. 18, núm. 59, pp. 119-132. Universidad de los Andes Mérida, Venezuela.
- Martínez, E. David. (2014). Caracterización del Razonamiento Algebraico Elemental en Estudiantes de Primaria Según Niveles de Algebrización. Maestría en Educación Matemática. Universidad de Medellín.

- Marshall, Catherine & Rossman, Gretchen B. (1989). Designing qualitative research. Newbury Park, CA: Sage.
- MEN (2003). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Recuperado de <http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf>
- Moreno, Astrid & Daza Blanca. (2014). Incidencia de Estrategias Metacognitivas en la Resolución de Problemas en el Área de la Matemática. Tesis de Maestría en Educación, Universidad Pontificia Javeriana, Bogotá.
- Moses, Robert P (2001). Algebra and Activism: Removing the Shackles of Low Expectations – A Conversation With Robert P. Moses. Educational Leadership 59 (2): 6-1
- Palarea, De las Mercedes. (1998). La Adquisición del Lenguaje Algebraico y la Detección de Errores Comunes Cometidos en Álgebra por Alumnos de 12 A 14 Años. Tesis Doctoral en Análisis Matemático, Universidad de La Laguna, España.
- Rodriguez, Esther (2005). Metacognición, Resolución de Problemas y Enseñanza de las Matemáticas. Una Propuesta Integradora desde el Enfoque Antropológico. Tesis Doctoral en Educación, Universidad Complutense de Madrid, Madrid.
- Ruano, R.; Socas, M. M. y Palarea, M. M. (2003). Análisis y Clasificación de Errores Cometidos por Alumnos de Secundaria en los Procesos de Sustitución Formal, Generalización y Modelización en Álgebra. Investigación en Educación Matemática. Séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM), Pp.311-322.
- Santos, M. (2007). La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Cinvestav-IPN , págs. 1-27
- Socas, Martín M, (1996). Dificultades y Errores en el Aprendizaje de las Matemáticas. Análisis Desde el Enfoque Lógico Semiótico Universidad de la Laguna.
- Socas, M. M. (2001). Investigación en Didáctica de la Matemática Vía Modelos de Competencia. Un Estudio en Relación con el Lenguaje Algebraico. Departamento de Análisis Matemático. Universidad de La Laguna.



- Socas, M. M. (2007). Dificultades y Errores en el Aprendizaje de las Matemáticas. Análisis desde el Enfoque Lógico Semiótico. Investigación en Educación Matemática XI, pp. 19-52.
- Socas, M. M. (2011). La Enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. Aportaciones de la Investigación. Revista de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de La Laguna.
- Tamayo y Tamayo, M. (2004). El Proceso de la Investigación Científica, (4ta Ed). México: Llmusa. P. 46
- Tamayo A. Oscar. (2006). La Metacognición en los Modelos para la Enseñanza y el Aprendizaje de las Ciencias. Universidad Autónoma de Manizales.
- Tamayo, Eugenio & Cadavid, Valentina (2013). "Metacognición en la Enseñanza y en el Aprendizaje de Conceptos en Química Orgánica". IX Congreso Internacional Sobre Investigación en Didáctica de las Ciencias.
- Tamayo, Eugenio & García C. Ligia, (2011). Unidad Didáctica sobre el Concepto de Número en Preescolar. Universidad de Caldas y Universidad Autónoma de Manizales.
- Triglia, Adrián. (2015) Las 4 Etapas del Desarrollo Cognitivo de Jean Piaget. Disponible en <https://psicologiamente.net/desarrollo/etapas-desarrollo-cognitivo-jean-piaget#!>
- Troncoso, Oscar (2013). Estrategias Metacognitivas en el Aprendizaje de las Matemáticas: una Intervención en el Aula para Determinar las Implicaciones de la Implementación de Estrategias Metacognitivas en el Aprendizaje de las Matemáticas. RIUT. Disponible en <Http://Repository.Ut.Edu.Co/Handle/001/1073>
- Vergel, C. Rodolfo (2014). Formas de Pensamiento Algebraico Temprano en Alumnos de Cuarto y Quinto Grados de Educación Básica Primaria (9-10 Años). Doctorado Interinstitucional en Educación, Facultad de Ciencias y Educación, Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Wagner, S., Rachlin, S. L. y Jensen, R. J. (1984). Algebra Learning Project: Final Report. Athens: Department of Mathematics, University of Georgia.

## 12. ANEXOS

### **Unidad Didáctica. $2X + 3Y = 10$ ¿Sabes que te estoy diciendo con esto?**

#### INTRODUCCIÓN

La presente unidad didáctica está dirigida a estudiantes de grado octavo de la institución educativa distrital José María Vargas Vila ubicada en la ciudad de Bogotá, hace parte de la programación a desarrollar en el área de matemáticas y está incluida dentro del currículo en lo referente al pensamiento algebraico.

La unidad se desarrolla con el fin analizar la influencia que tiene en los estudiantes el desarrollo de estrategias metacognitivas de gestión ejecutivas para la transformación del lenguaje natural al algebraico, en ella se comienza realizando una actividad exploratoria que permita identificar las principales dificultades que presentan los estudiantes, para posteriormente realizar una introducción gradual al lenguaje algebraico a través de una serie de actividades con ejemplos sencillos y del entorno que les ayude a familiarizarse con estos conceptos.

#### JUSTIFICACIÓN

Necesidad de que los estudiantes transformen el lenguaje natural al algebraico, debido a la importancia que esto representa tanto en la vida escolar como cotidiana y a la gran dificultad que se evidencia en este proceso en gran parte de ellos.

## OBJETIVOS

- Interpretar de forma adecuada el lenguaje natural y algebraico proveniente de diversas fuentes.
- Emplear apropiadamente el lenguaje natural y algebraico de forma oral y escrita.
- Comprender el lenguaje algebraico y su utilidad.
- Resolver problemas algebraicos sencillos de transformación del lenguaje natural al algebraico utilizando diferentes estrategias.
- Aplicar actividades que promuevan el uso de estrategias de regulación, para facilitar la transformación de un lenguaje natural a un lenguaje simbólico.

### 1.1.1. Contenidos

TEMÁTICOS	PROCEDIMENTALES	ACTITUDINALES
<ul style="list-style-type: none"><li>• Lenguaje Natural o Matemático</li><li>• Lenguaje Algebraico</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Interpretación y utilización de lenguaje natural en diferentes contextos</li><li>• Expresión de enunciados dados en lenguaje natural en lenguaje algebraico</li><li>• Resolución de problemas con enunciados que involucren la transformación del lenguaje natural al lenguaje algebraico</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Participación y compromiso en las actividades planteadas.</li><li>• Interés por desarrollar sus propias capacidades y habilidades.</li><li>• Desarrollo de métodos de trabajos ordenados, claros y concisos.</li><li>• Respeto en la participación y aportes de sus compañeros.</li></ul>

## ACTIVIDADES

<b>Momento de desubicación- Semana 1</b>	
Institución	I.E.D. José María Vargas Vila
Grado	Octavo
Área	Matemáticas
Concepto a Trabajar	Introducción al lenguaje algebraico
Objetivo de la clase	Identificar el nivel y los conocimientos previos frente al uso del lenguaje algebraico en narraciones cortas.
Número de horas semanales disponibles	4

Nombre: .....

Curso: .....

Fecha: .....

Estimado estudiante a continuación encontrara una serie de actividades las cuales debe leer, interpretar y desarrollar de acuerdo a la información suministrada.

## **INSTRUMENTO IDEAS PREVIAS**

### **ACTIVIDAD 1.**

Realice la lectura del trigo y los peces y luego responda los interrogantes planteados.

#### **EL TRIGO Y LOS PECES**

Inés Kasner Tourné

Había una vez un país gobernado por un curioso rey llamado Rodrigo al que le gustaba mucho hablar con su pueblo.

En ese mismo lugar vivía un joven pescador llamado Mateo aficionado a las conjeturas matemáticas. Un día Rodrigo paseando por el pueblo vio a Mateo arreglando su red y se acercó para ver como lo hacía.

Mateo le preguntó: ¿Necesitas algo majestad?

El rey se quedó en silencio un rato y después le dijo: ¿Quieres comer hoy conmigo?. Me gustaría saber más de tu oficio. Mateo aceptó.

Durante la comida Mateo contaba historias que le habían sucedido durante su vida de

pescador. El rey se fue dando cuenta que Mateo era una persona inteligente y muy interesante y pronto el rey se sintió entusiasmado por la conversación del pescador ya que él en su juventud, había sido muy aficionado a la pesca y había conseguido muchos trofeos.

Por ello le dijo:

Podríamos hacer una competición para ver quien pesca más durante todo el día de mañana.

Si gano yo, tú serás el pescador mayor del reino y, por tanto, deberás proporcionarme los mejores peces en las fiestas de mi palacio durante los próximos dos años. ¿Estás de acuerdo?

A Mateo le pareció bien.

Rodrigo le preguntó:

Y, si ganas tú ¿cuál quieres que sea tu recompensa?

Mateo lo pensó detenidamente y respondió:

Si gano yo, quiero que en el primer pez de los que yo haya capturado pongas dos granos de trigo, en el segundo cuatro, en el tercero ocho, en el quinto treinta y dos, aumentando cada vez el doble de la cantidad de peces. El total de los granos de trigo así calculados, que conlleve mi pesca, será mi recompensa.

El rey se quedó un poco sorprendido por lo que había pedido Mateo pero, sin pensarlo mucho, aceptó.

Al día siguiente, muy de madrugada, Mateo y Rodrigo se reunieron en la playa. Cogieron una barca cada uno y empezaron la competición.

Al caer la noche terminaron y empezaron a contar los peces capturados por cada uno de ellos para saber quién había ganado.

Empezaron por el rey: 1, 2, 3, 4, 5... El rey había conseguido ¡81 peces!.

Llegó el turno de Mateo y empezaron a contar: 1, 2, 3, 4, 5... 81, 82, 83 y ¡84! Mateo había conseguido ¡84 peces! Había ganado.

Enhorabuena le dijo el rey y mandó traer una bolsa de trigo para pagar enseguida su deuda.

Empezó a colocar dos granos de trigo en el primer pez, cuatro en el segundo, seis en el tercero y, así sucesivamente conforme había acordado con Mateo previamente. No había llegado aún a la mitad, cuando ya la cantidad de trigo del saco se había acabado y el rey empezó a intuir que la cantidad final podría ser enorme.

Alrededor del pez 50 el rey dijo: Mateo veo que no voy a poder pagar mi deuda ni con toda mi riqueza pero, como soy hombre de palabra, te entrego todo lo que tengo, mi reino entero. Has sido un hombre astuto al elegir tu premio.

Mateo le contestó: Majestad no necesito tu reino, me gusta mi vida sencilla de pescador. Te perdono tu deuda, puesto que para mí, no hay mayor riqueza que el conocimiento de las matemáticas y saber emplearlas en todo.

El rey muy aliviado le dio las gracias y le nombró consejero real, tratando con él, a partir de entonces, todos los temas delicados de la corte. Al día siguiente el rey se dio cuenta de que el día anterior había aprendido algo muy importante. No hay mayor riqueza que el saber **MATEMÁTICAS.**

**Pregunta 1.**

¿Según la lectura qué motiva al rey a proponer una competición al pescador?

---

---

---

**Pregunta 2.**

¿De acuerdo al texto que debe entregar Mateo al Rey en caso de perder la competencia? \_\_\_\_\_

---

---

**Pregunta 3.**

¿Cuál es la enseñanza que deja el pescador al rey?

---

---

---

**Pregunta 4.**

¿Qué operación debes realizar para determinar la cantidad de granos de trigo que debe pagar el rey al pescador en cada caso? \_\_\_\_\_



**Pregunta 5.**

Teniendo en cuenta la pregunta anterior, determina cuantos granos de trigo debería entregar el rey al pescador en los siguientes casos:

25 Peces.

Respuesta: \_\_\_\_\_

45 Peces

Respuesta: \_\_\_\_\_

57 Peces

Respuesta: \_\_\_\_\_

87 Peces

Respuesta: \_\_\_\_\_

Realiza los procedimientos

**Pregunta 6.**

¿Qué puedes concluir después de realizar la operación matemática?

---

---

---

**Pregunta 7.**

Como representarías las siguientes expresiones mediante símbolos:

- El número de peces \_\_\_\_\_

- La cantidad de trigo \_\_\_\_\_

**Pregunta 8.**

¿Qué significa para ti la expresión “el doble de la cantidad de peces”?

---

---

---

**Pregunta 9.**

¿Cuáles fueron los pasos que utilizaste para resolver la actividad? ¿Crees que fueron los adecuados? ¿Por qué?

---

---

**Pregunta 10.**

¿Cuáles aspectos consideras dificultaron el desarrollo de la actividad? ¿Por qué?

---

---

---

Nombre: .....

Curso: .....

Fecha: .....

## **ACTIVIDAD 2.**

### **CRIPTOGRAMA**

Luego de realizar la lectura del “trigo y los peces” debes resolver el siguiente criptograma donde encontraras una frase oculta que te dará una introducción a la temática que abordaremos en nuestras próximas clases.

Observe detenidamente la estrella de letras y los números que aparecen abajo para descubrir la frase oculta, empieza a contar 1 por la letra “A” hasta obtener la letra que le corresponda al primer número, escriba la letra sobre el número.

Para continuar deberás repetir la misma operación, pero tomando en consideración que debes iniciar con el número 1 a partir de la letra siguiente a la última que encontraste, repite esto y así descubrirás La frase del criptograma.



1 20 25 9 22 9 15 11 1 15 16 4 16 14 23 4 4 12 7  
 23 8 24 16 17 13 12 5 10 26 1 14 13 12 2 13 15 12 9 7 7 18  
 2 25 9 13 6 13 10 3 21 15 18 11 13 24 9 19 22 21 25 18 7  
 6 20 19 22 24 21 25 18 1 16 12 1 6 2 6 7 25 18 15  
 26 13 23 11 20 15 25 4 10 25 13 25 7 25 17 20 20 4 6 9 14  
 19 2 9 1 15 8 18 0 24 23 0 4

Ahora escribe el mensaje oculto en el siguiente cuadro:

**Pregunta 1.**

¿Qué plan utilizaste para resolver el criptograma? \_\_\_\_\_

**Pregunta 2.**

¿Entendiste desde el inicio lo que debías hacer para resolver el criptograma?

---

---

**Pregunta 3.**

¿Si no entendiste lo que debías hacer que hiciste para poder darle solución?

---

---

**Pregunta 4.**

Si empiezas a contar desde 1 en la letra A cual es el número que representa la letra F.

---

**Pregunta 5.**

Si empiezas a contar desde 1 en la letra A cual es el número anterior a la letra F.

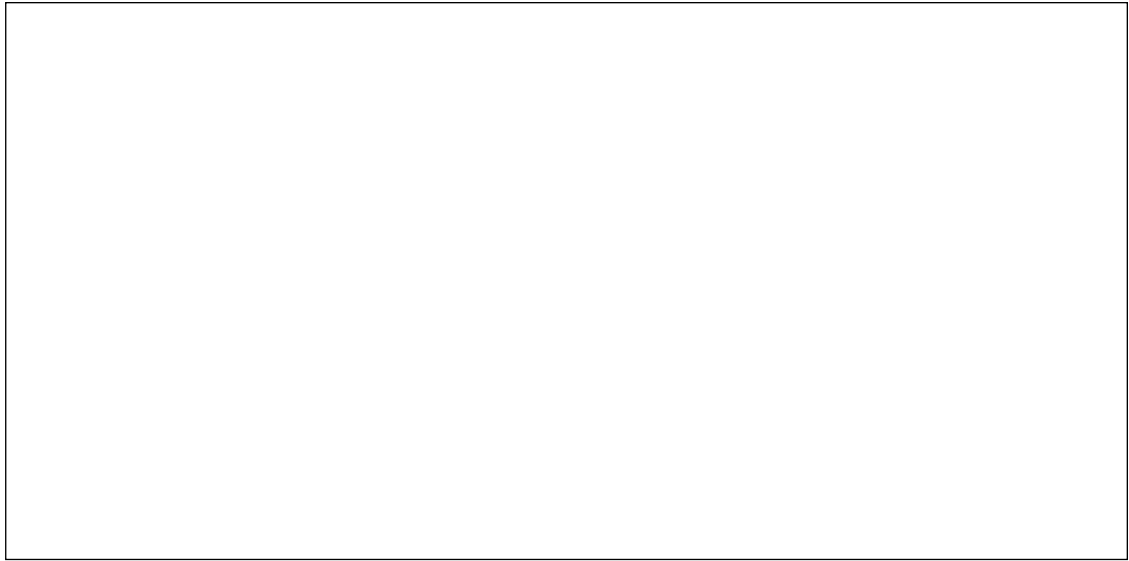
---

**Pregunta 6.**

Utilizando las letras del alfabeto como representarías la siguiente expresión “la letra que le corresponda al número” \_\_\_\_\_

**Pregunta 7.**

Ahora tú debes crear un criptograma con un mensaje secreto, en el cual puedes utilizar tus propios símbolos (números, letras, símbolos, etc).



*¡Muy bien! Ahora que has realizado las actividades has visto que las letras pueden unirse con los números, en algebra esto es conocido como expresiones algebraicas, donde las letras suelen representar cantidades desconocidas y se denominan variables o incógnitas, estas expresiones algebraicas nos permiten traducir al lenguaje matemático expresiones del lenguaje habitual.*

**Pregunta 8.**

De acuerdo a lo trabajado en la actividad escribe una ecuación matemática que hayas utilizado a lo largo de tu vida escolar y cuéntanos con tus propias palabras cual es la interpretación que le das a dicha ecuación. \_\_\_\_\_

Nombre: .....

Curso: .....

Fecha: .....

Ahora debes concentrarte y resolver los siguientes interrogantes

### **ACTIVIDAD 3.**

- ¿Qué número debes sustraerle al setecientos cuarenta y cinco para obtener como resultado doscientos cuarenta y tres? Plantea el ejercicio y resuélvelo.

- Si te piden encontrar un número que al sumarlo con tres mil cuarenta y cinco dé como resultado doce mil trescientos cuarenta, que planteamiento usarías para encontrar el número. ¿Cuál es el número?

- Encuentra el valor de cada fruta y soluciona la operación propuesta

$$\text{🍏} + \text{🍏} + \text{🍏} = 30$$

$$\text{🍏} + \text{🍌} + \text{🍌} = 18$$

$$\text{🍌} - \text{🥥} = 2$$

$$\text{🥥} + \text{🍏} + \text{🍌} = ?$$

¿Cuál fue el proceso que empleaste para resolver ejercicio? \_\_\_\_\_

- Si te piden que cambies las frutas por letras como expresarías el ejercicio

Momento de Ubicación- Semana 2-3	
Institución	I.E.D. José María Vargas Vila
Grado	Octavo
Área	Matemáticas
Concepto a Trabajar	Introducción al lenguaje algebraico



Objetivo de la clase	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representar la información que brinda un enunciado por medio de expresiones algebraicas.</li> <li>• Construir a partir de una expresión algebraica un enunciado o situación que la represente.</li> </ul>
Número de horas semanales disponibles	4

Nombre: .....

Curso: .....

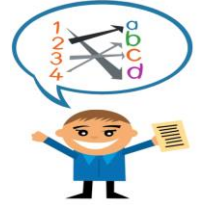
Fecha: .....

Después de estudiar lo que son las expresiones algebraicas y definir lo que significa el lenguaje común, continuaremos con el desarrollo de las siguientes actividades donde trabajaremos la transformación del lenguaje algebraico al común y viceversa.

**ACTIVIDAD 1**

Ahora encontraras una serie de ejercicios donde deberás construir enunciados o situaciones que representen la expresión algebraica dada.

**1. Relaciona las siguientes expresiones algebraicas con el enunciado que corresponda como se muestra en la figura:**



- |              |   |
|--------------|---|
| 1. $X+1$     | a) Un número cualquiera                   |
| 2. $X -1$    | b) El antecesor de un número              |
| 3. $3X$      | c) El doble de un número                  |
| 4. $2X$      | d) Un número aumentado en 4               |
| 5. $X$       | e) El sucesor de un número                |
| 6. $X/4$     | f) El triple de un número aumentado en 8  |
| 7. $2X = 8$  | g) La cuarta parte de un número           |
| 8. $3X + 8$  | h) El doble de un número es igual a 8     |
| 9. $X + Y$   | i) El triple de un número                 |
| 10. $X+4$    | j) La suma de dos números                 |
| 11. $3x - 4$ | k) El triple de un número disminuido en 4 |

2. En la siguiente tabla se presentan una serie de expresiones algebraicas a las cuales debes identificarle el término desconocido y crearle una situación o enunciado que la represente, para esto podrás apoyarte utilizando las opciones que se encuentran en la parte inferior.

<b>EXPRESIÓN ALGEBRAICA</b>	<b>TÉRMINO DESCONOCIDO</b>	<b>ENUNCIADO (LENGUAJE COMÚN)</b>
$3m + 5$	m (edad)	El triple de la edad de Camila aumentada en 5 años.
$\frac{x}{2} + 2x$		

$7x + 2y$		
$\frac{b \cdot h}{2}$		
$\frac{x + y}{x - y}$		
$2f - \frac{f}{4}$		
$\left(\frac{x}{5}\right)^2$		

x

f (edad)

La mitad de la distancia del colegio al parque más el doble de la misma.

X (número)

La mitad de la multiplicación de la base por la altura de un triángulo.

m (edad)

b (base)

El doble de la edad de Carlos menos su cuarta parte.

El triple de la edad de Camila aumentada en 5 años.

X (precio camisa)

El cuadrado de la 5 parte de un número.

X (primer número)  
Y (segundo número)

El precio pagado por la compra de

La suma de dos números divididos entre su diferencia.

- Cómo diste solución al ejercicio, es decir ¿Qué pasos empleaste?

Paso 1. \_\_\_\_\_

Paso 2. \_\_\_\_\_

Paso 3. \_\_\_\_\_

- ¿Qué inconvenientes tuviste para completar la tabla?

---

---

- ¿De qué manera le diste solución a estos inconvenientes?

---

---

- Después de realizada la actividad menciona tres ejemplos que agregarías a la tabla, los cuales deben contener las mismas partes de los propuestos en la actividad.

<b>EXPRESIÓN ALGEBRAICA</b>	<b>TÉRMINO DESCONOCIDO</b>	<b>ENUNCIADO (LENGUAJE COMÚN)</b>

- ¿De qué manera crees que influyo tu actitud y compromiso en el éxito o fracaso del desarrollo de la actividad?

---

---

3. Partiendo de la expresión algebraica escribe en el recuadro la expresión común que

consideres la representa.

1.  $X + (X+1)$

2.  $3(X + Y)^2$

3.  $(X + Y)(X - Y)$

4.  $X/4 + 2X$

5.  $X/5 + 10$

6.  $X^2 - 6$

7.  $X^3 + Y^3$

8.  $2X - (X - 1)$

- Cual consideras que es la mejor estrategia para dar solución a la actividad.

---

---

---

- Partiendo de la idea que cada letra representa una variable, que tan difícil fue para ti dar un contexto o un nombre a las letras presentadas en cada expresión.

---

---

- Crea tres expresiones algebraicas como las trabajadas en la actividad e intercámbialas con uno de tus compañeros para que este les dé solución, socializa la respuesta con tu compañero y compárala con lo que tú inicialmente planteaste.

- Luego de socializar las respuestas con tu compañero, da una breve reflexión de lo que pudieron concluir tras la socialización. \_\_\_\_\_

Nombre: .....

Curso: .....

Fecha: .....

## **ACTIVIDAD 2**

Con los ejercicios realizados hasta ahora ya te has familiarizado un poco más en el manejo del lenguaje común al lenguaje algebraico, ahora deberás crear expresiones algebraicas a partir de un enunciado, no olvides que lo primero que debes hacer es identificar los elementos desconocidos, nombrarlos con una letra y formular las ecuaciones que representan la expresión.

### **1. A partir del enunciado escribe una expresión matemática que lo represente:**

- a. La edad de Martha es el doble de la de su hijo menos cinco años. \_\_\_\_\_
- b. La suma de dos números es igual a dieciocho \_\_\_\_\_
- c. El producto de dos números aumentados en diez da como resultado cuarenta  
\_\_\_\_\_
- d. Al sumar un número a diez da como resultado veinticinco

e. La diferencia de dos números es igual a catorce \_\_\_\_\_

f. El doble de un número disminuido en cuarenta y dos, da como resultado mil ciento cinco. \_\_\_\_\_

2. Completa la siguiente tabla en la cual se presenta un enunciado o problema y a partir de esto debes identificar la variable (término desconocido) y formular una expresión algebraica que lo represente

<b>ENUNCIADO</b>	<b>VARIABLE (TÉRMINO DESCONOCIDO)</b>	<b>EXPRESIÓN ALGEBRAICA</b>
La edad de Juan es cuatro veces la edad de María, la suma de ambas edades es 75 años.		
La suma de tres números consecutivos es 270		
el número de horas trabajadas por Lorena es tres veces el número de horas trabajadas por Sergio menos 3 horas		
Carolina compro un esfero, un lápiz y un borrador por \$1.900, el esfero costo el triple de lo que costo el borrador y el lápiz \$200 menos que el esfero.		
Para elegir el personero de un colegio, se realizó una votación en la cual se registró un total de 560 votos. Miguel obtuvo 75		

votos menos que Camilo y 55 votos más que Leonardo		
Si a la edad de Elena se le suman 9 años, se tiene la edad de Carlos		
La suma de los ángulos de un triángulo es 180 grados, la medida del ángulo mayor es 7 veces la del menor y la del menor es 50 grados más que el tercer Angulo		
Tres hermanos se reparten 1300 millones. El mayor recibe doble que el mediano y este el cuádruple que el pequeño.		

- ¿Cuál es el proceso que vas utilizar para realizar la siguiente actividad?

---

- ¿Cuáles fueron las dificultades que encontraste para realizar la actividad?

---

- ¿Pudiste solucionar los inconvenientes? ¿De qué forma?

---

- ¿Crees que si hubieras diseñado un proceso diferente para el desarrollo de la actividad la hubieses solucionado más rápido? ¿Por qué?

---



Momento de Reubicación y Evaluación - Semana 4	
Institución	I.E.D. José María Vargas Vila
Grado	Octavo
Área	Matemáticas
Concepto a Trabajar	Introducción al lenguaje algebraico
Objetivo de la clase	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Evaluar el avance que presentan los estudiantes en la transformación del lenguaje natural al algebraico luego del desarrollo de las actividades</li> <li>• Conocer las apreciaciones que tienen los estudiantes acerca del instrumento aplicado</li> </ul>
Número de horas semanales disponibles	4

Nombre: .....

Curso: .....

Fecha: .....

Llego la hora de conocer cuál ha sido tu avance en la transformación del lenguaje natural al algebraico, para eso debes desarrollar la actividad propuesta y dar tu opinión acerca del proceso que llevaste.

A continuación se te entregaran una serie de imágenes a partir de las cuales debes formar un rompecabezas, para ello pegaras la imagen correspondiente sobre la plantilla entregada teniendo en cuenta que la expresión de la imagen debe corresponder a la expresión de la plantilla.

- Antes de empezar diseña una estrategia que te permita armar de manera más fácil y rápida el rompecabezas. ¿Qué pasos vas a emplear?

Paso 1. \_\_\_\_\_

Paso 2. \_\_\_\_\_

Paso 3. \_\_\_\_\_

- ¿Tuviste inconvenientes para armar el rompecabezas? Si la respuesta es **NO** justifícala. Si es **SI** Menciona los inconvenientes presentados

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

- ¿De qué manera le diste solución a estos inconvenientes?

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

- En algún momento te cuestionaste sobre la efectividad de la estrategia utilizada.

Si\_\_ o No\_\_ ¿Por qué? \_\_\_\_\_

- 
- De acuerdo a lo estudiado debes crear un enunciado o situación que represente el título que se te presento al comienzo de la unidad  $2X + 3Y = 10$ , debes socializarlo con tus compañeros y entre todos elegir uno que represente al grupo.
- 
- 

¿Consideras que la estrategia que utilizaste fue la adecuada? SI\_\_ NO\_\_ ¿Por qué?

---

---

- De 1 a 10 cual crees que fue tu disposición en el desarrollo de la actividad \_\_\_\_\_
  - ¿De qué manera crees que influyo tu actitud y compromiso en el éxito o fracaso del desarrollo de la actividad?
- 
- 

**Tu opinión es importante, responde las siguientes preguntas.**

1. La temática planteada en clase te ha parecido:

O Muy buenas

O Buenas

O Regulares

O Malas

2. Las actividades planteadas te parecen:

<input type="radio"/> Muy buenas	<input type="radio"/> Buenas	<input type="radio"/> Regulares	<input type="radio"/> Malas
3. Crees que la dinámica de la clase es:			
<input type="radio"/> Muy buenas	<input type="radio"/> Buenas	<input type="radio"/> Regulares	<input type="radio"/> Malas
4. Escribe que cambios le harías a las actividades y dinámica utilizada			
<hr/>			
<hr/>			

 <p>La suma de las edades de Pedro y Juan</p>	 <p>Un número aumentado en diez</p>	 <p><math>x - 10</math></p>	 <p>La cuarta parte de un número es igual a quince</p>
 <p><math>2x - 10</math></p>	 <p>El triple de un número aumentado en quince es veintiséis</p>	 <p><math>X \cdot Y = 8</math></p>	 <p><math>X \cdot Y = X - Y</math></p>
 <p>Dos números consecutivos</p>	 <p><math>Y = X + 16</math></p>	 <p><math>X / 6</math></p>	 <p>La diferencia de un número con su antecesor</p>

$P + J$	$X + 10$	Un número disminuido en diez	$\frac{x}{4} = 15$
El doble de un número disminuido en	$3X + 15 = 26$	El producto de dos números es igual a	El producto de dos números es igual a
$X + (X + 1)$	X excede a Y en dieciséis	La sexta parte de la edad de Luis	$X - (X - 1)$