GEOGEBRA EN LA ARGUMENTACIÓN DE SITUACIONES DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA EN CONTEXTO

OLIVIA ALEXANDRA PÉREZ RODRÍGUEZ

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS- MODALIDAD VIRTUAL
MANIZALES
2019

GEOGEBRA EN LA ARGUMENTACIÓN DE SITUACIONES DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA EN CONTEXTO

Autor
OLIVIA ALEXANDRA PÉREZ RODRÍGUEZ

Proyecto de grado para optar el títullo de Magister en Enseñanza de las Ciencias

Tutor
MG. ANDRÉS FERNANDO SERRANO SÁNCHEZ

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS- MODALIDAD VIRTUAL

MANIZALES
2019

DEDICATORIA

Este proyecto va dedicado a Dios que me brindó la oportunidad de realizar y culminar esta etapa, a aquellas personas que de alguna manera deje de ver sonreír al no pasar momentos alegres con ellos, mi familia, a mis estudiantes que estuvieron siempre dispuestos a la realización y desarrollo de las clases y talleres, al áángel que estuvo siempre conmigo y que en su paso y vida terrenal me inculcó los deseos de esfuerzo, superación y siempre dar pasos adelante, a no desfallecer por ningún motivo, mi madre.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios porque es Él quien me brinda la oportunidad de estudiar, quien dispone todas las cosas, momentos y personas para que de forma consciente o inconscientemente estuvieran conmigo dándome ánimos y apoyo, resolviendo dudas e inquietudes que surgían, en el transcurso de la maestría.

Por supuesto, agradecer a los docentes que orientaron todo el proceso como tutores, al docente y tutor de proyecto Mg. Andrés Fernando Serrano Sánchez.

RESUMEN

Este documento contiene la recopilación del trabajo de investigación en el aula, realizado con el propósito de comprender los niveles de argumentación que tienen los estudiantes del grado 7° de la Institución Educativa Alfonso Vanegas Sierra, para lo cual se hizo un proceso de intervención en el aula, en pro de identificar y describir estos niveles desde la adaptación que realiza uno de los autores teóricos en cuanto a niveles de argumentación se refiere. Esta acción de comprensión argumentativa se realizó con el diseño de una unidad didáctica con cuestionarios, talleres y actividades que permitió solucionar situaciones en contexto con ayuda del software dinámico geogebra, y sin él, con el tópico de proporcionalidad directa; luego de la recolección de la información, a 6 estudiantes de 29 en total en el grado, se hizo el análisis, la triangulación y la la discusión de los resultados, evidenciando los niveles argumentativos en que se encuentran ellos, al igual, que el software dinámico geogebra fue una herramienta motivadora que despertó el interés y la curiosidad en los estudiantes pues a través de la representación gráfica y analítica, permitió la aprehensión y comprensión del tópico utilizado y que como herramienta tecnológica contribuyó al inicio de un proceso argumentativo idóneo en los estudiantes además de un desarrollo competente y una actitud positiva hacia las matemáticas, brindó soluciones a situaciones que se presentan en su entorno educativo, cultural y económico de los estudiantes viendo algunas de las aplicaciones de este tema de forma más didáctica y eficaz.

Palabras clave. Nivel de argumentación; Situación en contexto; Software dinámico; Razonamiento proporcional; Proporcionalidad directa.

Abstract

This document contains the compilation of the research work in the classroom, carried out with the purpose of understanding the levels of argumentation that the students of the 7th grade of the Alfonso Vanegas Sierra Educational Institution have, for which an intervention process was made in the classroom, in order to identify and describe these levels from the adaptation made by one of the theoretical authors in terms of argumentation levels. This argumentative understanding action was carried out with the design of a didactic unit with questionnaires, workshops and activities that allowed solving situations in context with the help of geogebra dynamic software, and without it, with the topic of direct proportionality; after the collection of the information, 6 students of 29 in total in the grade, the analysis, triangulation and discussion of the results were made, evidencing the argumentative levels in which they are, as well as the software Dynamic geogebra was a motivating tool that aroused interest and curiosity in students because through graphic and analytical representation, it allowed the apprehension and understanding of the topic used and that as a technological tool contributed to the beginning of an ideal argumentative process in students In addition to a competent development and a positive attitude towards mathematics, he provided solutions to situations that arise in his students' educational, cultural and economic environment, seeing some of the applications of this topic in a more didactic and effective way.

Keywords: Level of argument; Situation in context; Dynamic software; Proportional reasoning; Direct proportionality.

CONTENIDO

LISTA DE TABLAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE ANEXOS

1 PRESENTACIÓN

Este documento contiene la recopilación del trabajo de investigación en el aula, realizado en miras de la comprensión de los niveles de argumentación en los estudiantes del grado 7° de la Institución Educativa Alfonso Vanegas Sierra, para lo cual se realizó un proceso de intervención en el aula, en pro de enriquecer la capacidad argumentativa desde la adaptación que realiza Tamayo (2012) basándose en los niveles argumentativos de Toulmin (1958). Esta acción de comprensión argumentativa se realizó a través de la utilización estratégica del software dinámico GeoGebra en la solución de situaciones en contexto que tenían que ver con la proporcionalidad directa. Se realizó el diseño de una unidad didáctica en la que se buscaba enriquecer la comprensión de los niveles de argumentación en los estudiantes. Luego de la recolección de la información, el análisis de la misma y la triangulación se realizó la discusión de los resultados en los que se evidenció que los estudiantes se mantuvieron constantes en el nivel argumentación, ubicándose en un tercer nivel; a pesar que hubo un estudiante en cuarto nivel al final no se considera que haya un avance hacia niveles superiores en todos los estudiantes.

2 JUSTIFICACION

Una de las prioridades o ideas fundamentales de las matemáticas es el razonamiento proporcional, puesto que éste está presente en todos los niveles escolares de la matemática, de igual forma es base descriptiva para la Física y otras ciencias. Además, porque en nuestro entorno existen numerosos problemas que dan cuenta a la utilización de la proporcionalidad.

Al ver la utilidad de la matemática en los diferentes ámbitos puede decirse que cada uno de nosotros necesita un mínimo de conocimientos matemáticos para desenvolverse en la vida cotidiana y profesional. Con relación a la proporcionalidad, la simple decisión de comprar productos de acuerdo a una relación de peso/precio, por ejemplo; así como también, las informaciones gráficas y numéricas que exigen de una interpretación crítica, son algunas de las acciones que requieren de la utilización de nociones y procedimientos vinculados con la misma.

Debe tenerse en cuenta también que la proporcionalidad aborda herramientas matemáticas que solucionan situaciones y/o problemas relacionados con velocidad, densidad, presión, principios de masa, tasas de natalidad, escalas, etc., son muchas las situaciones del entorno y de la vida cotidiana donde la proporcionalidad está presente y necesita ser comprendida e interpretada.

En este sentido, la argumentación de este tipo de situaciones se hace importante abordarla desde el aula de clase para que los estudiantes sean capaces de comprender y sean partícipes de los cambios que suceden a su alrededor.

Ahora bien, la implementación de nuevas metodologías junto con herramientas tecnológicas en el aprendizaje, permite que los estudiantes se interesen y puedan crear su conocimiento y que de alguna u otra manera lo lleve a desarrollar o mejorar procesos de aprendizaje como es la argumentación.

Tal como Ruiz, Tamayo & Márquez (2015) expresan: que al promover las habilidades argumentativas en el aula de clase se contribuirá a que los estudiantes desarrollen "habilidades cognitivas, sociales y emocionales", a la calidad en el uso del lenguaje, a la comprensión y aprehensión de los conceptos estudiados y a la formación de ciudadanos comprometidos con el progreso de la sociedad.

De igual forma, para Ruiz, Tamayo & Márquez (2015), la argumentación es una competencia que debe ser asumida de manera explícita en los procesos de aprendizaje de las ciencias, ya que contribuye a su construcción, su comunicación y al mismo proceso de aprendizaje.

Por otro lado, el software GeoGebra es una herramienta tecnológica que permitirá no solo que se refuercen conocimientos, sino que ayudará a que el estudiante este motivado y logre, tal vez, mejorar su habilidad argumentativa al momento de resolver situaciones cotidianas de proporcionalidad. Así como Hannafin y Land, 1997, (citado por Cabrol & Szekéley, 2012) consideran que la tecnología mejora considerablemente el enfoque de enseñanza centrada en el estudiante al aumentar la motivación y la participación de los estudiantes y ampliar sus opciones de aprendizaje.

Por tanto, es importante aspirar a diseñar actividades y problemas basados en la vida real, en la cotidianidad y en los intereses de los estudiantes, permitiéndoles exponer sus ideas ya sea en forma oral y/o escrita defendiendo sus puntos de vista con argumentos válidos y fundamentados en principios y leyes matemáticas.

Bajo la noción de lograr un mejoramiento del aprendizaje de los estudiantes con ayuda de las Tecnologías de la Información y Comunicación y la solución de situaciones en contexto, surge el presente interés investigativo en el cual se pretende comprender los procesos argumentativos de los estudiantes en la solución de situaciones en contexto relacionados con el tópico de proporcionalidad directa.

3 OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Comprender los niveles argumentativos que tienen los estudiantes de grado séptimo de la I.E. Alfonso Vanegas Sierra al solucionar situaciones de proporcionalidad directa en contexto, usando el software GeoGebra como complemento tecnológico.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar los niveles de argumentación que poseen los estudiantes en la solución de situaciones en contexto relacionados a la proporcionalidad directa.
- Describir los niveles de argumentación que presentan los estudiantes al solucionar situaciones en contexto sobre proporcionalidad directa utilizando el software dinámico Geogebra.

4 AREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

Los procesos de enseñanza y aprendizaje en matemáticas se tornan complejos gracias a la necesidad de comprender los métodos que se realizan en el desarrollo de situaciones problema en un determinado contexto; entonces, el estudiante tiene la capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información matemática y los argumentos apoyados en datos que las personas pueden encontrar en diversos contextos. Godino et al (2003).

El interés por estudiar las argumentaciones con el tópico de la proporcionalidad directa haciendo uso del GeoGebra, nace de las dificultades observadas en la práctica docente en el grado séptimo al orientar el concepto de la proporcionalidad, destacando la escasa cantidad de estudiantes que usan el razonamiento proporcional de forma sólida y a la vez la relación de tales conocimientos con situaciones del entorno.

Dichas dificultades en matemáticas con respecto al razonamiento, reflejan los bajos resultados que arrojan las pruebas externas que los estudiantes presentan en los siguientes años (pruebas SABER 9°) y ahora pruebas Avancemos en los grados octavo y décimo de Educación Básica y por supuesto en las Pruebas Saber, en grado undécimo de la educación Media; pruebas en las que una de las competencias evaluadas son el razonamiento y la argumentación en el pensamiento numérico variacional.

Ésta situación se ve en la Institución Educativa Alfonso Vanegas Sierra del municipio de San Miguel de Sema (Boyacá), pues las justificaciones que dan los estudiantes no tienen un sentido común, sus expresiones de un por qué: son monosílabas, acercándose a un “no sé” o “no me acuerdo”; no existen o reescriben lo que se les pregunta en un enunciado, la habilidad de crear sus propios argumentos es muy corta ya que escriben resultados de situaciones sin hacer la comprensión correcta de las mismas y haciendo uso de cálculos mentales erróneos, en este sentido los estudiantes ven el razonamiento proporcional como algo que no requiere reflexión y tampoco una estrategia para encontrar su solución, menos un argumento.

En este mismo sentido, otros estudiantes se basan solo en la forma mecánica del desarrollo de los ejercicios ignorando si el procedimiento utilizado es el correcto, si pueden encontrar otras estrategias para su desarrollo y comprensión o si la situación planteada es de tipo proporcional o no y de que variación, no hay análisis.

Teniendo en cuenta que, el Ministerio de Educación Nacional ha venido haciendo énfasis en la necesidad de que los estudiantes puedan comprender, utilizar, aplicar, comunicar conceptos y argumentar procesos matemáticos, y a su vez puedan relacionar estos con situaciones de su cotidianidad, más allá de las paredes de la escuela" (MEN, 2003), y que la mayoría de las actividades matemáticas relacionadas con nuestra vida cotidiana se basan en este concepto de proporcionalidad se propone el presente proyecto con el que se espera contribuir en la comprensión y cambio en los procesos argumentativos de los estudiantes frente al razonamiento proporcional, en su variación de proporcionalidad directa, llevada a situaciones de contexto en donde el estudiante pueda darle sentido y aplicabilidad en su entorno.

¿Cuáles son los niveles argumentativos de los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa "Alfonso Vanegas Sierra" utilizando el software dinámico Geogebra en la solución de situaciones en contexto de proporcionalidad directa?

5 ANTECEDENTES

5.1 ARGUMENTACION

El enriquecer el proceso argumentativo en el aula ha sido una temática abordada por diferentes autores e investigadores nacionales y extranjeros, los cuales con sus estudios contribuyen a la profundización del tema y ampliación del conocimiento frente al mismo. Al ser esta el fin central del proceso investigativo que aquí se presenta se realiza una búsqueda de antecedentes de algunos de estos estudios, con fin de determinar el estado del arte del problema en cuestión y así mismos trabajos realizados en proporcionalidad que nos brinda orientaciones para obtener el resultado de este fin.

Uno de los trabajos que aporta a este proceso es el que realiza Luz Helena Caraballo Martínez quien en su investigaciónn *Las argumentaciones en matemáticas de los estudiantes del grado noveno (9°) al hacer uso del mediador Argunaut/Dígalo* trabajó en la caracterización de las argumentaciones en matemáticas de los estudiantes de grado noveno (9°) al hacer uso del mediador Argunaut/Dígalo. Éste fue desarrollado por medio de entrevistas semi estructuradas representadas en episodios agrupados en categorías (Categoría 1 razonamiento inductivo, Categoría 2 razonamiento deductivo y Categoría 3 (razonamiento abductivo). A partir de estos episodios, los estudios de caso “Memories” y “Omegas” realizaron sus argumentaciones haciendo uso del programa Argunaut/Dígalo en forma sincrónica y asincrónica. Los registros de las argumentaciones contenidas en el programa Argunaut/Dígalo, fueron apoyadas por otros instrumentos de recolección de información como la observación directa no participante, registros escritos en papel y grabaciones de audio/video. Los resultados de esta investigación revelaron, en primer lugar, que los estudiantes presentaron dificultades en argumentaciones de tipo deductivo, pese a que sus argumentos son apoyados en algunas propiedades y leyes de las matemáticas, los criterios que validan sus argumentaciones se quedan inconclusos. En cambio, en los razonamientos de tipo inductivo y abductivos se evidenció pertinencia, fuerza y coherencia en sus argumentos, apoyando sus ideas en justificaciones válidas. Aunque tiene un enfoque un tanto diferente aporta a mi investigación el registro de argumentaciones que se deben realizar al trabajar un recurso tecnológico y las formas de las encuestas semi estructuradas.

Oscar Eugenio Tamayo A. quien da a conocer mediante un informe de investigación el proyecto que estudia el pensamiento crítico en niños desde tres categorías: solución de problemas, argumentación y metacognición. El informe se refiere a los procesos argumentativos realizados por niños de 4° y 5° grado de educación de Básica Primaria, cuyo objetivo es intervenir didácticamente el pensamiento crítico mediante 10 actividades que dan como resultados la descripción de las estructuras argumentativas empleadas por los niños. Para mi proyecto permite obtener aspectos del marco teórico y sobre todo los niveles argumentativos que propone el autor los cuales ayudarán a medir el proceso argumentativo empleado por los estudiantes de grado séptimo.

5.2 PROPORCIONALIDAD Y SITUACIONES EN CONTEXTO

En cuanto al uso de tecnología en el proceso de enseñanza y aprendizaje y en este caso como mediador en el proceso argumentativo, se encontraron algunas investigaciones que orientan el desarrollo del objetivo de este proyecto, como:

El uso del GeoGebra como recurso educativo digital en la transposiciónn didáctica de las funciones de proporcionalidad. En su investigaciónn Debárbora Nancy, aborda actividades de enseñanza y de aprendizaje, en relación al uso del GeoGebra, como recurso educativo digital que permite la transposiciónn didáctica, considerando como eje temático en las relaciones funcionales de proporcionalidad, en la educación de adolescentes – jjóvenes de tercer ciclo de Educación General básica de la localidad de General José de San Martín – Chaco-Argentina. En su estudio, considera el uso de las herramientas que ofrece el software GeoGebra, como complemento del trabajo habitual de lápiz y papel que se desarrolla en el aula, en relación a la enseñanza y aprendizaje de las funciones de proporcionalidad. Para alcanzar su objetivo y potenciar los diferentes momentos de la actividad matemática durante el desarrollo de la clase, usó como referentes, diferentes interrogantes para el análisis. Utilizó como metodología La Ingeniería Didáctica, es decir, sobre la concepciónn, realizaciónón, experimentaciónn, observaciónón y análisis de secuencias de enseñanza a priori y posteriori considerando la complejidad de los fenómenos de clase. Las secuencias se basan en modelizaciones que, a través de las Teorías de las Situaciones Didácticas de Brousseau, (1997) permite preguntarse sobre el sentido de los saberes puestos en juegos, es decir, tener en cuenta la coherencia y funcionalidad de los mismos en determinados procesos en el mismo tipo de situaciones. Aporta a esta investigación el uso del software viéndolo como un mediador entre docente y estudiantes, los cuales con ayuda de éste realizarán actividades de exploración y pondrán en juego, técnicas y justificaciones. El aporte comunicativo en el aula al usar este software como representaciónn simbólica, gráfica, geométrica y tabular que permitirá visualizar, comparar, comprender los conceptos de proporcionalidad directa al igual que la correspondencia, gráfica, expresión analítica y como variación en situaciones problemáticas situadas en el contexto sociocultural en el cual se desarrollan los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Así mismo, Utilización de las Tic en el aula. GeoGebra Y Wiris, por Amelia Victoria García Luengo & Juan Francisco Mañas M., quienes realizaron esta investigación para aumentar la motivación de los alumnos, así como de mejorar su aprendizaje. Los autores consideraron que al trabajar con este tipo de metodología los alumnos se motivan mucho más, aumenta el interés y la motivación por aprender, reflexionan sobre diferentes puntos de vista un mismo problema, encuentran varias certezas sobre un mismo tema matemático, encuentran diferentes soluciones a un mismo problema. Una de las conclusiones que ellos hacen es la ventaja de la utilización de este tipo de software respecto al uso del papel pues posibilita comprobar ideas, manipular objetos, representar funciones, plantear y demostrar problemas y la posibilidad de generar una gran cantidad de ejemplos hace que los estudiantes piensen y razonen mucho más, y esto es muy importante para desarrollar buenas habilidades matemáticas. Por tanto, esta reflexión que los autores hacen despuésés de hacer su investigación es lo que aporta a mi trabajo, el software dinámico GeoGebra puede ser una herramienta tecnológica que motive al estudiante a un aprendizaje activo y participativo además le permita razonar procesos matemáticos de forma segura.

El Diseño de una Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa que movilice el Aprendizaje de la proporcionalidad directa e inversa a través de las TIC en el grado séptimo de la Institución Educativa el Pedregal del municipio de Medellín. Sus autores César Augusto Lopera Zapata y Gabriel Ferney Valencia Carrascal, desarrollan una unidad de enseñanza significativa para favorecer los procesos de razonamiento y aprendizaje de los estudiantes en la resolución de problemas de proporcionalidad, directa e inversa, haciendo uso de la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, método explorado por Moreira. Para ello, los autores, proponen la construcción de una Unidad de Enseñanza Potencialmente significativa (UEPS), en el grado Séptimo de la Institución Educativa el Pedregal del Municipio de Medellín, usando como medio el software Excel y la plataforma MOODLE. Como estrategia utilizaron varias situaciones problemas en las cuales el estudiante aplicó los conceptos en estudio; todo orientado a movilizar el pensamiento variacional como base para la interpretación de funciones, razones, semejanza, repartos proporcionales, porcentajes, interés, análisis de gráficas y la derivaciónn en grados superiores. Como conclusión a esta investigación los autores llegaron a que se obtuvo un gran porcentaje de los estudiantes que no justifica el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa, aunque describen desde el pensamiento variacional situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas, pero les costó modelar situaciones de dependencia mediante la proporcionalidad directa e inversa; también que el alumno alcanzó a describir e interpretar variaciones representadas en gráficos y tablas. Pero no hace un análisis profundo de las propiedades de correlación positiva y negativa entre variables, de variación lineal o de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa, al igual que se logró un porcentaje alto en el reconocimiento de un material potencialmente significativo como son los medios que facilitaron el trabajo, entre ellos: la plataforma Moodle, excelearning (paquetes de contenido IMS), paginas flash interactivas, videos, Excel, mapa conceptuales, las herramientas y estrategias didácticas que facilitaron los procesos de aprendizaje como las situaciones problema, cuadros y tablas en Excel, actividades interactivas, juegos, talleres, entre otros. Esta investigación aporta a mi trabajo parte del marco conceptual utilizado y orientaciones básicas en cuanto al procedimiento y estructura de guías propuestas, al igual que referentes teóricos sobre proporcionalidad.

La relación de proporcionalidad contextualizada desde la realidad socio-cultural. Gabriela Valverde & Encarnación Castro, sus autoras, realizan este proyecto con el objeto de lograr despertar el interés y el gusto por el aprendizaje de la Matemática en los estudiantes de cualquier nivel, de modo que logren reconocer el valor social de las mismas y puedan así relacionar los conocimientos adquiridos en la institución educativa con situaciones del entorno. Además de, reflexionar acerca de la importancia de contextualizar las tareas problemas que se usa en la enseñanza y analizar el papel que juegan en el fomento de la competencia matemática; para ello utilizaron el tópico particular de la proporcionalidad. Aportaron un ejemplo, y análisis de las competencias matemáticas que se pueden estimular con el trabajo del mismo. De esta investigación, las autoras concluyen que la contextualización y modelización constituyen valiosos recursos para conseguir una relación entre el entorno y el conocimiento matemático; de igual forma, concluyen que el estudio del tema de la proporcionalidad debe atender la estimulación de distintas competencias, al mostrar un ejemplo de situación científica que apunta principalmente hacia la argumentación, comunicación y resolución de problemas, de modo que la promoción de otras competencias como la representación o construcción de modelos, así como la implicación de otro tipo de situaciones deben guiar la elección y elaboración de las otras tareas-problemas. Uno de los aportes importantes que hacen a esta investigación es la contextualización que hace en la solución de tareas –problema que se asemeja mucho al objetivo que se pretende.

6 REFERENTE TEORICO

6.1 ARGUMENTACIÓN

6.1.1 Concepto

Toulmin (1958,1993) define el argumento como todo aquello que es utilizado para justificar o refutar una proposición, que éestos, los argumentos, son los componentes de los que depende el valor de una afirmación y pueden ser hechos, datos, pruebas y consideraciones, pero aclara que los propósitos de los argumentos son diversos.

Pinochet (2015) empleando la teoría de Argumentación de Toulmin como marco teórico para estudiar la argumentación en clase de ciencias, expresa que uno de los aspectos más interesantes del modelo de Toulmin, es que ofrece un potente enfoque para estudiar lo que se denomina argumentos sustantivos, es decir, aquellos que deben ser examinados atendiendo a su contenido, marcando una diferencia profunda con la tradiciónn aristotélica, que se interesa únicamente por la forma o estructura de un argumento.

> *Toulmin propone que un argumento sustantivo va desde los datos (D) a la conclusión (C), donde (D) corresponde a la información, antecedentes o hechos de los cuales disponemos para dar fundamento, también incorpora la garantía (G), el sustento (S), el calificador modal (Q) y las condiciones de refutaciónn (R). Ademáss, Toulmin supone que un argumento propiamente dicho consiste en al menos tres componentes esenciales: D, C y G. Naturalmente, un argumento puede volverse bastante más complejo, e incluir varios datos, garantías, refutaciones, etc. Las garantías (warrants) son las que permiten justificar el paso desde los datos (data) a la conclusión (claims), vale decir, G cumple la función de mostrar que el paso de D hacia C es adecuado y legítimo. El modelo incorpora explícitamente el grado de certeza (o incerteza) del argumento mediante el calificador modal Q (qualifier). Ejemplos de calificadores modales son expresiones como: siempre, a veces, probablemente, depende, etc. Además, el Modelo Argumentativo de Toulmin, introduce condiciones de refutación (rebuttals) que establecen las restricciones que se aplican a C, es decir, las situaciones bajo las cuales C no sería válida.*

> *Finalmente, el sustento (backings) se refiere a las circunstancias generales bajo las cuales G es apoyada. De acuerdo al modelo de Toulmin, D, Q, C, G, R y S son elementos que no dependen del campo de discurso. Esto hace que el Modelo Argumentativo de Toulmin sea muy adecuado para analizar las características genéricas de un argumento, pues presenta una estructura que es aplicable en cualquier contexto. Sin embargo, qué cuenta como D, Q, C, G, R y S en un caso particular, es algo que dependiente del campo de discurso. La flexibilidad de TAP para operar tanto en contextos dependientes como independientes del campo, constituye una de sus ventajas para estudiar los argumentos desarrollados por los estudiantes en las clases de ciencias: JIMÉNEZ-ALEIXANDRE, BUGALLO RODRÍGUEZ; DUSCHL, 2000, (citado en Pinochet 2015)*

En este sentido, Tamayo (2014) considera la argumentación como una de las bases constituyentes del pensamiento crítico y expresa que en la práctica cotidiana de la argumentación en el aula intervienen diferentes dimensiones, las cuales interactúan de manera interdependiente.

La argumentación involucra procesos cognitivos, interactivos y dialógicos, en torno a temas específicos y en el marco de contextos institucionales y culturales determinados. Algunas de las dimensiones que se deben tener en cuenta son: el individuo con sus propias capacidades cognitivas y comunicativas, los interlocutores con su estatus e intenciones, el tópico discutido, las herramientas usadas y el contexto sociocultural (Müller, Perret-Clermont, Tartas & Iannaccone, 2009), citado por Tamayo (2014).

En consecuencia, Tamayo (2014) considera estas dimensiones de la siguiente manera:

Dimensión intrapersonal de la argumentación: se refiere a las herramientas del pensamiento, a nivel individual, requeridas para participar en los procesos argumentativos; comprender los prerrequisitos cognitivos que le permiten a los sujetos participar en los procesos argumentativos, incluyendo la dimensión afectiva y las maneras como se relacionan los sujetos con los temas de discusión y con las herramientas de mediación en la construcción de los argumentos.

Dimensión dialógica e interpersonal, reconoce que la argumentación es una actividad que requiere la interacción con los otros en torno a un tema o problema específico. Comprender la complejidad de la actividad argumentativa exige descentrarnos del sujeto y del argumento que él produce en un momento determinado.

Tomando a Muller, Perret-Clermont, Tartas & Iannaccone, (2009), Tamayo expresa que estos autores manifiestan que la argumentación es un tipo particular de diálogo que favorece a que los individuos adquieran aprendizajes en temas específicos, así como en lo relacionado con prácticas culturales;

Los contextos socioculturales específicos en los cuales ocurre la argumentación orientan, limitan y contribuyen a la forma como se presente finalmente el argumento, en este sentido, la argumentación se da siempre en un lugar y tiempo específicos permitiendo comprender las características del interlocutor.

Tamayo (2014) considera que la experiencia de los sujetos, determina el desempeño argumentativo. En tanto que, la experiencia argumentativa que se da de discusiónn, de confrontación y en la que han participado las personas a lo largo de su vida, constituyen los presaberes o los modelos argumentativos que ponen en ejercicio los estudiantes en un momento determinado. Expresa también que, las habilidades cognitivo-lingüísticas, desde una perspectiva ontológica, de los estudiantes hacen referencia a los usos del lenguaje y a aquellas habilidades cognitivas que ejercitan los estudiantes, tales como el análisis, la síntesis, la teorización y la conceptualización, entre otras, durante el proceso de argumentación.

Expuesto lo anterior, Tamayo propone los siguientes Niveles de Argumentación para evaluar la calidad de la argumentación.

6.1.2 Niveles Argumentativos

Tamayo (2014 p.p. 34) citando en el nivel 1 a (Van Dijk & Kintsch, 1983); enuncia 6 niveles para evaluar la calidad de la argumentaciónn:

Tabla 1 Niveles de argumentación Tamayo (2012)

***Escala de Niveles argumentativos propuesta por Tamayo (2014)* Nivel Argumentativo**	**Descripción**
1	Comprende los argumentos que son una descripción simple de la vivencia.
2	Comprende argumentos en los que se identifican claridad de los datos y conclusión
3	Son argumentos constituidos por datos, con conclusiones y una justificación, y sin cualificador o modalizador
4	Comprende argumentos constituidos por datos, conclusiones, justificaciones haciendo uso de cualificadores o respaldo teórico, y sin contraargumento.
5	Comprende argumentos con conclusión y un contraargumento
6	Comprende argumentos completos con más de un contraargumento

Fuente: elaboración propia

Por otro lado, Tamayo (2010) propone que además de los aspectos conceptuales los estudiantes deben aprender a reconocer cuando una explicación tiene validez, deben aprender cómo hablar del tema, cómo escuchar y cómo dirigir su discurso, en tanto que las Tic toman gran importancia dentro del estudio del lenguaje y su uso multimodal en el proceso enseñanza y aprendizaje.

Así mismo, Tamayo *et al* (2010) exponen que los procesos cognitivos asociados con el uso de las TIC favorecen el desarrollo de competencias como: la escritura, la expresión oral, la presentación de esquemas, las imágenes; al igual que la capacidad para trabajar en grupo, la interpretación y síntesis de información.

Por tanto, las Tecnologías de la Información y Comunicación permiten crear dentro del aula diversas estrategias de enseñanza para que los estudiantes se apropien de los conceptos, analizarlos e interpretarlos asumiendo su comprensión desde diferentes perspectivas.

6.2 SITUACIONES EN CONTEXTO

La enseñanza de la matemática en contexto se realiza desde enfoques constructivistas donde el estudiante es un individuo activo de su aprendizaje y quien está en la capacidad de construir sus conocimientos.

Al ser el estudiante eje central en este modelo se busca un trabajo colaborativo en equipo, un trabajo interdisciplinario, que favorezca la formación integral del alumno, además de inducir al aprendizaje autónomo, entre otras más.

Camarena (2017), expresa que las actividades de aprendizaje en esencia son la resolución de los eventos contextualizados, la realización de las actividades individuales con uso de tecnología, la indagación sobre las investigaciones encomendadas, entre las que se encuentra la identificaciónn o diseño de eventos contextualizados en la vida diaria.

Para (CAMARENA, 2000; MURO, 2004; TREJO, 2005), citado por Camarena (2017) la contextualización es importante porque un concepto matemático contextualizado adquiere sentido mediante las actividades propias del contexto, porque los conceptos no están aislados, están constituidos en forma de red y mantienen relaciones entre ellos.

Camarena (2017) indica que la contextualización se establece en tres fuentes:

> *Las demás ciencias que estudia el alumno, es decir, vinculaciónn entre disciplinas.*
>
> *Las actividades profesionales y laborales futuras del alumno, esto es, la articulaciónn entre matemáticas y las necesidades de los distintos ámbitos sociales.*
>
> *Las situaciones de la vida cotidiana, es decir, la relaciónn de la matemática con el quehacer diario de todo individuo.*

Camarena (2000) citado en Camarena (2017) indica que las fuentes, para la contextualización, establecen niveles cognitivos para ser abordados:

- Nivel bajo. Esta dado por situaciones de la vida cotidiana, aunque hay situaciones que pueden llegar a un nivel alto. Este nivel es idóneo para el nivel educativo básico, primaria.

- Nivel medio. Se localiza en las demás ciencias que cursa en sus estudios el alumno. El nivel educativo en donde se desarrolla frecuentemente es en secundaria.

- Nivel alto. Denominado nivel complejo, proporciona contextos de la vida real en el ámbito profesional y laboral.

Así mismo, Camarena (2017) presenta **funciones de los eventos contextualizados** las cuales pueden ser, entre otras más, de los siguientes tipos:

- Diagnóstico
- Motivación
- Construcción de Conocimiento
- Reforzar conocimiento
- Evaluación
- Enfrentar obstáculos

Ahora bien, al tomar como base la fuente 3 propuesta en Camarena (2017) para este proyecto, se define la situación en contexto así:

6.2.1 Situación De Contexto

Toda circunstancia que se produce en un entorno. Definida también, como una situación desequilibrante de la realidad que se presenta como una irregularidad que necesita ser atendida por ser demandante. Es una situación desafiante o retadora que moviliza los saberes y procesos cognitivos del estudiante.

La contextualización del aprendizaje en problemas reales, implica la aplicación del conocimiento científico al contexto de situaciones vitales y se contrapone a la mera reproducción de dicho conocimiento. Según Perrenoud (2012), citado por López et al (2015) el trabajo en el aula debe centrarse en el tratamiento de problemas y/o situaciones que se consideren importantes para la ciudadanía hoy y para un futuro a corto y medio plazo. Por lo tanto, se trata de plantear problemas que pongan a los estudiantes en situaciones de desafíoío, evitando lo obvio, y que se vean en la necesidad de construir y utilizar el conocimiento adecuado y relevante para identificarlos, entenderlos y afrontarlos, entendiendo que las situaciones reales y los problemas auténticos implican fenómenos complejos que requieren aproximaciones interdisciplinares, científicas, técnicas, éticas y artísticas (Jiménez-Aleixandre, 2010) citado por López et al (2015).

Para afrontar estos problemas, se propone la necesidad de seleccionar contextos que cumplan dos condiciones:

- que sean relevantes para la vida diaria (en los ámbitos personal, social y global), de tal forma que su aprendizaje constituya un fin en sí mismo, y que, a su vez,
- representen una oportunidad para construir ideas clave de la ciencia y sus interrelaciones (los modelos teóricos), de forma que esas ideas sean útiles no solo para interpretar las situaciones o resolver el problema o problemas derivados del contexto seleccionado, sino también otros muchos (Marchán, Carvajal y Sanmartí, 2015), citado por López et al (2015).

En relación a la tecnología electrónica, cabe mencionar que actualmente se localiza mucho software educativo como material de apoyo didáctico y mediador del aprendizaje, el cual puede usar el docente basándose en una fundamentaciónn teórica (CAMARENA, 2014). El software educativo permite que el alumno vaya a sus ritmos importantes, porque los tiempos cognitivos son diferentes a los tiempos didácticos, además, le permite retroceder o avanzar cuando quiera, reforzando conocimientos.

En consecuencia, se toma el software dinámico GeoGebra como herramienta tecnológica, como un complemento para alcanzar el objetivo propuesto.

6.2.2 Software Dinámico GeoGebra

Generar nuevos espacios en la educación es lo que las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) ha hecho, abriendo nuevos ambientes que propendan a generar mayor comprensión e interés tanto de docentes como de estudiantes en el aula de clase. Pierce, Stacey & Barkatsas (2007), afirman que la tecnología ofrece nuevos enfoques para la enseñanza y por lo tanto para el aprendizaje dentro y fuera del aula. Por su parte Lim (2007), afirma que la principal motivación para la integración de las TIC en la educación es que promueve en los estudiantes su pensamiento constructivo y les permite al mismo tiempo trascender sus limitaciones cognitivas involucrándolos en ciertas operaciones (cognitivas) que por otros medios tal vez no hubieran podido lograr, así mismo. Por tanto, se favorece de esta manera el desarrollo de habilidades de orden superior tales como el diseño, la toma de decisiones y la resolución de problemas que requieren análisis, evaluación, relación entre las partes, imaginación y síntesis en un todo integrado (Lim, 2007).

Teniendo en cuenta esta perspectiva multimodal en la representación y comunicación en la enseñanza aprendizaje de un concepto, las tecnologías de la información y la comunicaciónn serán de ayuda en el presente proyecto de tal modo que permita convertir el aula de clase en un espacio de posibilidades comunicativas tomando el software dinámico GeoGebra como herramienta didáctica para proporcionar una forma de presentación, visualización y organización de los conceptos trabajados, al mismo tiempo que servirá como posible puente de argumentación en la solución de situaciones problema dentro de un contexto.

GeoGebra, es un software gratuito y muy sencillo de operar, el cual puede presentar el comportamiento gráfico de los conceptos matemáticos, también se puede instalar en dispositivos móviles, como tabletas y celulares.

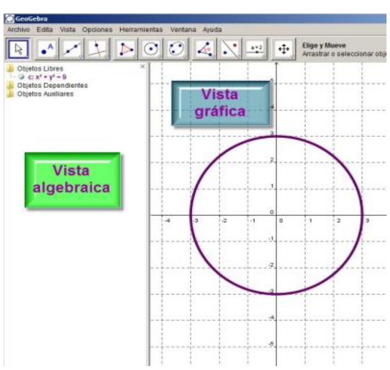
> *"GeoGebra no es solo geometría (Geo), al menos como su nombre indica también es áálgebra (Gebra), aunque en la realidad, es más, es cálculo, es análisis y también estadística; en definitiva, GeoGebra supone una excelente opción para hacer unas matemáticas dinámicas sobre todo en los niveles educativos de*

Primaria, Secundaria y también Bachillerato. (p. 2) citado textualmente en Jiménez García & Jiménez Izquierdo (2017).

GeoGebra es un Programa Dinámico para la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas para educación en todos sus niveles. Combina dinámicamente, geometría, álgebra, análisis y estadística en un único conjunto. Ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraicas, estadísticas y de organización en tablas y planillas, y hojas de datos dinámicamente vinculadas.

GeoGebra es en su origen la tesis de Markus Hohenwarter, con el objeto de crear una calculadora de uso libre para trabajar el Áálgebra y la Geometría. Fue un proyecto que se inició en el 2001 en un curso de Matemática en la Universidad de Salzburgo (Austria). Actualmente, GeoGebra continúa su desarrollo en la Universidad de Boca Raton, Florida Atlantic University (USA). GeoGebra está diseñado con mentalidad colaborativa.

Ademáss de la gratuidad y la facilidad de aprendizaje, la característica más destacable de GeoGebra es la doble percepción de los objetos, ya que cada objeto tiene dos representaciones, una en la Vista Gráfica (**Geo**metría) y otra en la Vista Algebraica (Ál**gebra**). De esta forma, se establece una permanente conexión entre los símbolos algebraicos y las gráficas geométricas.



Algunas características de GeoGebra son:

Poseer características propias de los programas de Geometría Dinámica (DGS) pero también de los programas de Cálculo Simbólico (CAS). Incorpora su propia Hoja de

Cálculo, un sistema de distribución de los objetos por capas y la posibilidad de animar manual o automáticamente los objetos.

- Facilidad para crear una página web dinámica a partir de la construcción creada con GeoGebra, sin más que seleccionar la opción correspondiente en los menús que ofrece.

- Permite abordar la geometría y otros aspectos de las matemáticas, a través de la experimentación y la manipulación de distintos elementos, facilitando la realización de construcciones para deducir resultados y propiedades a partir de la observación directa.

- Es gratuito y de código abierto (GNU GPL).

- Está disponible en español, incluido el manual de ayuda.

GeoGebra permite abordar la geometría desde una forma dinámica e interactiva que ayuda a los estudiantes a visualizar contenidos matemáticos que son más complicados de afrontar desde un dibujo estático.

También permite realizar construcciones de manera fácil y rápida, con un trazado exacto y real que, además, revelarán las relaciones existentes entre la figura construida; también permitirá la transformaciónón dinámica de los objetos que la componen.

Además de lo anterior, el software dinámico Geogebra, es una aplicación que aporta al proceso enseñanza aprendizaje por su acercamiento al:

Conocimiento de las capacidades dinámicas y su potencial de representaciónn en diferentes formatos.

- Uso de GeoGebra como herramienta de representación y de demostración. Ya que las representaciones simbólicas, gráficas, geométricas y tabulares que ofrece permiten visualizar, comparar, comprender e internalizar la función no sólo como proporción, sino también, como correspondencia, gráfica, expresión analítica y como variación en situaciones problemáticas situadas en el contexto sociocultural en el cual se desarrollan los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Ahora bien, en la argumentación, la representación y demostración son elementos primordiales ya que este úúltima es un proceso validativo que se sigue para justificar teorías en matemáticas, teniéndose en cuenta que es una demostración constructiva; es decir, que posee un soporte gráfico o geométrico y puede visualizarse o construirse el objeto de referencia.

6.3 EL PENSAMIENTO VARIACIONAL Y LA PROPORCIONALIDAD

El pensamiento variacional se encarga fundamentalmente, de la modelaciónn matemática y esto requiere activación constante de procesos de medición, elaboración de registros y establecimiento de relaciones entre cantidades y magnitud. El desarrollo del pensamiento variacional se fundamenta en el razonamiento algebraico, según Godino: “el razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas” 2000, p.8. (citado en Lopera, 2014).

Una rápida visión a la evoluciónn histórica, desde las matemáticas, del estudio de la variaciónn permite afirmar que ésta se inicia con las tablas babilónicas, con las gráficas de variación (Oresme en la Edad Media) y con las algebraicas de origen renacentista. Particularmente, el contexto de la variación proporcional para modelar las situaciones de variación cobra especial relevancia por ser la única teoríaa matemática con la que se contaba en la Edad Media. Pero es en el contexto del estudio matemático del movimiento donde se alcanza la construcciónn matemática de la variación, lo que configura el Cálculo.

En los contextos de la vida práctica y en los científicos, la variación se encuentra en contextos de dependencia entre variables o en contextos donde una misma cantidad varía (conocida como medición de la variación absoluta o relativa). Estos conceptos promueven en el estudiante actitudes de observación, registro y utilización del lenguaje matemático.

Abordado así el desarrollo del pensamiento variacional se asume por principio que las estructuras conceptuales se desarrollan en el tiempo, que su aprendizaje es un proceso que se madura progresivamente para hacerse más sofisticado, y que nuevas situaciones problemáticas exigirán reconsiderar lo aprendido para aproximarse a las conceptualizaciones propias de las matemáticas.

El desarrollo del pensamiento variacional, dadas sus características, es lento y complejo, pero indispensable para caracterizar aspectos de la variación tales como lo que cambia y lo que permanece constante, las variables que intervienen, el campo de variación de cada variable y las posibles relaciones entre esas variables.

Además, en las situaciones de aprendizaje que fomentan el desarrollo de este tipo de pensamiento, también se dan múltiples oportunidades para la formulación de conjeturas, la puesta a prueba de las mismas, su generalización y la argumentación para sustentar o refutar una conjetura o una propuesta de generalización, todo lo cual se relaciona con el pensamiento lógico y el pensamiento científico. Esto se logra a través de la elaboraciónn e interpretación de ciertas representaciones matemáticas gráficas, tablas, ecuaciones, inecuaciones o desigualdades, etc., que permiten tratar con situaciones de variación y dependencia en la resolución de problemas. Los objetos algebraicos, como por ejemplo los términos algebraicos, se reconstruyen como representaciones de funciones y las ecuaciones e inecuaciones se reinterpretan como igualdades o desigualdades entre funciones. Lopera (2014).

6.3.1 Razonamiento Proporcional

Para la comprensión del razonamiento proporcional como habilidad para utilizar significativamente los conceptos de razones y proporciones en la solución de situaciones representativas de proporcionalidad directa, se necesitan aspectos cognitivos y metacognitivos, entre ellos *el razonamiento por analogías*, capacidad de los estudiantes para identificar regularidades en las variaciones entre variables, *la solución de problemas rutinarios de proporcionalidad*, entendiéndose, como las habilidades que debe desarrollar un estudiante para solucionar situaciones que involucran cálculos de cuarta proporcional y *conciencia metacognitiva de la linealidad*, análisis de procesos de variación entre variables y que el estudiante determine cuando dicho proceso puede ser modelado por una proporcionalidad directa, Modestou & Gagatsis, 2009, 2010 (citados en Obando, Vasco y Arboleda, 2014).

Entonces, el razonamiento proporcional de define en un sentido más amplio como un reconocimiento de variables, la relación entre ellas y las operaciones que ligan este proceso. Como modelo lineal, es una forma alternativa natural de organización del pensamiento en la solución de situaciones o fenómenos más complejos. Obando *et al* (2014)

6.3.2 Proporcionalidad

Obando, *et al* (2014), consideran que además de las variables de orden cognitivo y de contexto en el razonamiento proporcional, son importantes factores de orden epistémico relativos a la estructura, organización y naturaleza del conocimiento matemático, ya que este debe considerarse como variable fundamental.

Uno de los factores a tenerse en cuenta es el campo conceptual de las estructuras multiplicativas, el papel que desempeña la construcción de los conceptos relativos al razonamiento proporcional se da en un proceso complejo que implica entre otros factores el uso de diferentes formas de representación implicadas en la construcción de los invariantes operatorios relativos a los conceptos (Vergnaud, 1988,1991, 1994) citado en Obando *et al*, (2014).

Así mismo, Obando *et al*., (2014) expresan que en los aportes relacionados con los procesos implicados en la comprensión de los números racionales al entender la razón como una función entre dos magnitudes y la proporcionalidad es vista como una propiedad caracterizada por la linealidad y que la fracción no es tanto un operador que cuenta partes de un todo, sino una relación que cuantifica la medida relativa entre la parte y el todo.

En este sentido, el razonamiento proporcional es identificado como la base de los invarientes que caracterizan la covariaciones ligadas por una proporcionalidad directa Fernandez & Llinares (citado en Obando *et al*, 2014).

Confrey y Carrejo, 2005 (citados en Obando *et al*, 2014. p.9), proponen comprender la razón como el invariante en una serie de cantidades proporcionales entre sí, y la fracción como emergente de la razón cuando se elige una cantidad arbitraria como unidad y las demás cantidades se comparan con respecto a esta cantidad.

En muchas situaciones cotidianas y en fenómenos que ocurren en otras áreas, se relacionan dos o más magnitudes de tal forma que la una depende de la otra. Así pues, **una magnitud** es una cualidad de un objeto a la cual se le puede asignar una medida

Para hablar de proporcionalidad se tienen en cuenta algunos términos imprescindibles como:

Razón: entre dos cantidades *a y b* con b ≠ 0, es el cociente indicado entre dichas cantidades. Se simboliza $\frac{a}{b}$ o *a: b* y se lee *a* es a *b.*

En una razónn *a* es el **antecedente** y *b* es el **consecuente.**

Una razón puede presentar la relación entre dos cantidades de una misma magnitud o la relación entre dos cantidades de diferentes magnitudes. En este caso, la razón tiene una unidad de medida.

Proporción: Es una igualdad entre dos razones. Así, la proporción entre dos razones $\frac{a}{b} y \frac{c}{d}$ con b ≠ 0 y d ≠ 0 se escribe $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ o *a: b* "*a* es a *b* como *c es a d*".

En la proporciónn $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ los términos *a y d* se denomina **extremos** y los términos *b y c* se denominan **medios.**

Clases de proporciones:

Las proporciones pueden ser continuas o discretas:

Si los medios o los extremos de una proporción son iguales, la proporción es **continua.** El término que se repite en una proporciónn continua se denomina **media proporcional** de los otros términos.

Si todos los términos de una proporción son diferentes, la proporción es discreta. En una proporción discreta, cada término es una cuarta proporcional de los otros tres términos.

Propiedad fundamental de la proporciónn.

En toda proporción, el producto de extremos es igual al producto de medios.

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ con b ≠ 0 y d ≠ 0, entonces *a x d = b x c*

Propiedades de las proporciones

Además de la propiedad fundamental de las proporciones, se cumplen las siguientes propiedades.

Propiedades	
1. Los medios o los extremos se pueden intercambiar y el resultado sigue siendo una proporción.	Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, entonces $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ y $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$
2. La suma o la resta de los antecedentes es a la suma o a la resta de los consecuentes, como cada antecedente es a su consecuente.	Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, entonces, $\frac{a \pm c}{b \pm d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
3. La suma o la resta de los términos de la primera razón es al primer consecuente como la suma o la resta de los términos de la segunda razón es al segundo consecuente.	Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, entonces, $\frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}$
4. La suma de los términos de la primera razón es a la diferencia de los términos de la primera razón como la suma de los términos de la segunda razón es a la diferencia de los términos de la segunda razón.	Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, entonces, $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

6.3.3 Magnitudes Directamente Correlacionadas**.**

Dos magnitudes están directamente correlacionadas si están relacionadas y al aumentar una de ellas la otra también aumenta o, al disminuir una de ellas, la otra también disminuye.

Ejemplo: la medida del lado de un cuadrado y su área están directamente correlacionadas, porque al aumentar la medida del lado aumenta el área y al disminuir la medida del área también disminuye.

5.3.3. Magnitudes directamente proporcionales**.**

Dos magnitudes están directamente proporcionales, cuando al comparar las medidas que se corresponden entre dichas magnitudes, se obtiene una razón constante, las cual se denomina **constante de proporcionalidad.**

Así, si *x y y* son directamente proporcionales, entonces se cumple ***que*** $\boldsymbol{\frac{y}{x} = k}$ con lo cual las magnitudes *x y y* se relacionan mediante la ecuaciónn ***y = x * k,*** donde k es la constante de proporcionalidad.

Por tanto, para que dos magnitudes sean directamente proporcionales se debe cumplir que:

Estén directamente correlacionadas.

La razón entre dos medidas correspondientes sea constante.

Propiedad de las magnitudes directamente proporcionales.

Si A y B son magnitudes directamente proporcionales tales que p y q son medidas de la magnitud A que corresponden a las medidas r y s de la magnitud B, respectivamente, entonces se cumple que:

$\boldsymbol{\frac{p}{q} = \frac{r}{s} \; o \; \frac{p}{r} = \frac{q}{s}}$

Esta relación se denomina propiedad fundamental de las magnitudes directamente proporcionales.

Representación de las magnitudes directamente proporcionales.

Las magnitudes directamente proporcionales se pueden representar mediante una tabla de datos o mediante una gráfica.

Ejemplo:

Si el peso de un líquido es directamente proporcional a su volumen, podemos expresar que:

Peso $\propto$ Volumen

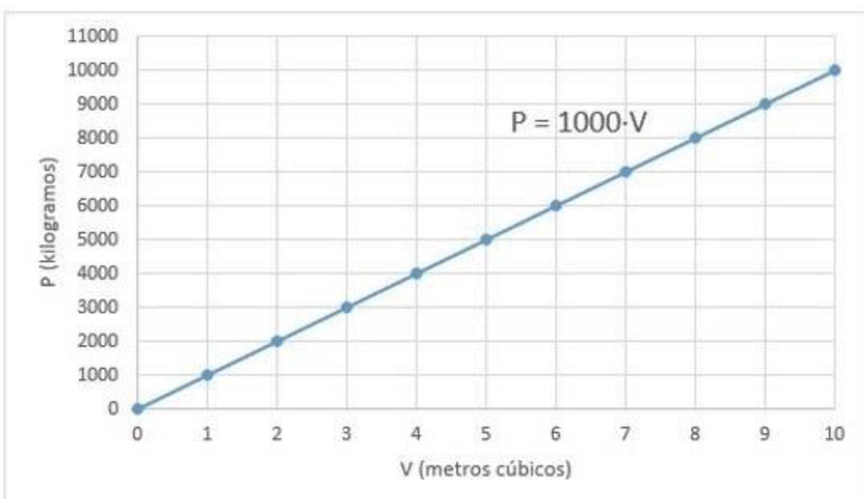
Si denotamos al peso como P y al volumen como V, podemos relacionar a estas magnitudes mediante una constante de proporcionalidad k:

$$P = k \cdot V$$

Consideremos los siguientes datos:

Volumen (m^3)	Peso (Kg)
0	0
1	1,000
2	2,000
3	3,000
4	4,000
5	5,000
6	6,000
7	7,000
8	8,000
9	9,000
10	10,000

Ccuando realizamos el gráfico que relaciona el peso con el volumen, obtenemoss:



A partir del gráfico podemos obtener la ecuaciónn de la llínea recta:

$$P = 1,000 \cdot V$$

Entonces, el valor de la constante de proporcionalidad k en este caso es 1,000. Cuando entre dos magnitudes existe una proporcionalidad directa, su representaciónn gráfica será una línea recta que pasa por el origen, y la **pendiente** de esta línea recta es la constante de proporcionalidad k.

La pendiente de una línea recta se define como el cociente entre la variación de la magnitud dependiente y la variaciónn de la magnitud independiente, podemos escribir para nuestro ejemplo que:

$$\frac{p_2 - p_1}{v_2 - v_1} = pendiente$$

Es decir que, la pendiente resulta del cociente entre la variación del peso y la variación del volumen. Por ejemplo, podemos considerar los puntos (3, 3,000) y (7, 7,000). La variaciónn del peso se define como:

$$\Delta P = 7,000 - 3,000$$

Y la variación del volumen se define como:

$$\Delta V = 7 - 3$$

$$pendiente = \frac{7,000-3,000}{7-3}$$

$$pendiente = \frac{4,000}{4}$$

$$pendiente = 1,000$$

Y como ya sabemos que la pendiente de esta línea recta es la constante de proporcionalidad **k**:

$$pendiente = k$$

$$k = 1,000$$

No importa el par de puntos consideremos siempre obtendremos que:

$$k = 1,000.$$

Por ejemplo, al considerar los puntos (2, 2,000) y (4, 4,000), entonces:

$$k = \frac{4{,}000-2{,}000}{4-2}$$

$$k = \frac{2{,}000}{2}$$

$$k = 1,000$$

O, podemos probar con los puntos (8, 8,000) y (3, 3,000), entonces:

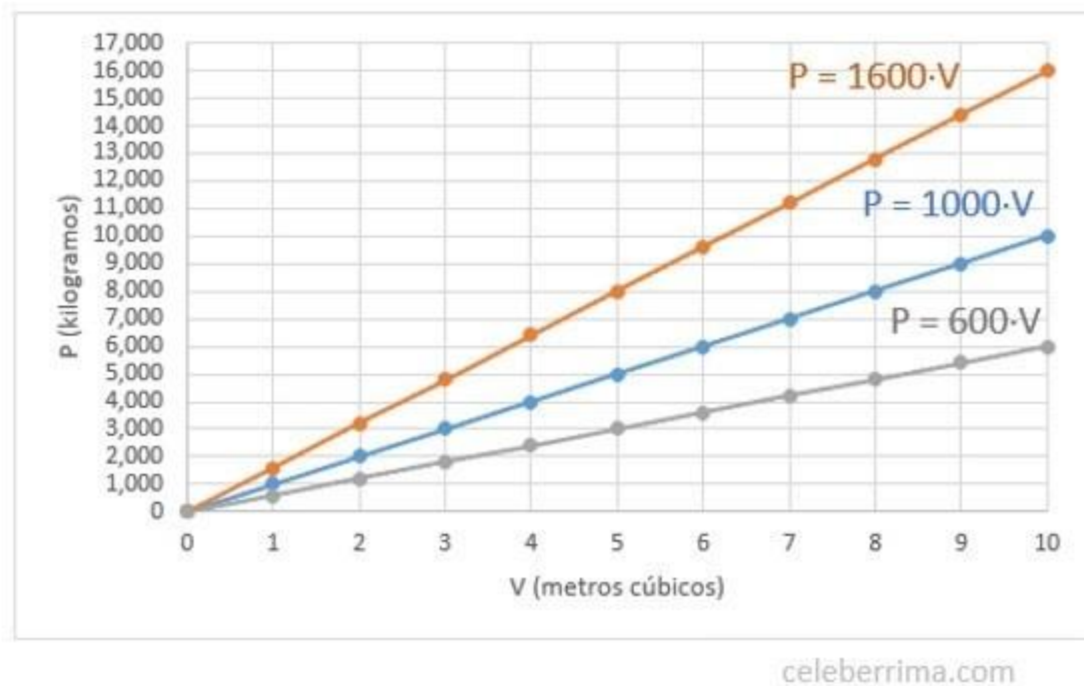
$$k = \frac{8{,}000-3{,}000}{8-3}$$

$$k = \frac{5{,}000}{5} k = 1,000$$

Entre mayor sea el **ángulo** que la recta forma con el eje horizontal, mayor es la pendiente o inclinación. Consideremos los pesos de tres materiales distintos asociados a s volúmenes:

Volumen (m^3)	P (Kg)	P (Kg)	P (Kg)
0	0	0	0
1	1,000	1,600	600
2	2,000	3,200	1,200
3	3,000	4,800	1,800
4	4,000	6,400	2,400
5	5,000	8,000	3,000
6	6,000	9,600	3,600
7	7,000	11,200	4,200
8	8,000	12,800	4,800
9	9,000	14,400	5,400
10	10,000	16,000	6,000

La gráfica que obtenemos es la siguiente:



Para representar la relación entre dos magnitudes directamente proporcionales en una tabla se debe tener en cuenta que:

En la primera fila se ubican las medidas correspondientes a la primera magnitud.

En la segunda fila se ubican las medidas de la segunda magnitud correspondientes a las medidas de la primera magnitud.

Para representar dos magnitudes directamente proporcionales mediante una gráfica, se ubican en el plano cartesiano las parejas ordenadas teniendo en cuenta que las coordenadas en *x* corresponden a la primera magnitud y las coordenadas en *y* corresponden a la segunda magnitud.

Al representar las parejas ordenadas determinadas por la tabla que relaciona dos magnitudes directamente proporcionales todos los puntos pertenecen a una línea recta que pasa por el origen, por el punto (0,0).

7 METODOLOGÍA

La investigación tiene un enfoque cualitativo, de tipo descriptivo, puesto que tanto la argumentación como la solución de situaciones en contexto son procesos subjetivos e internos, que dependen de las características, condiciones, fortalezas y debilidades de cada individuo; lo que hace que el interés de investigación no sea el de cuantificar sus posibles resultados sino el de indagar partiendo desde los datos. Según Sampieri (2005) este “se basa en métodos de recolección de los datos no estandarizados. No se efectúa una medición numérica, por tanto, el análisis no es estadístico. La recolección de los datos consiste en obtener las perspectivas y puntos de vista de los participantes y no se pretenden generalizar de manera probabilística los resultados a poblaciones más amplias”.

Se inicia con una prueba de indagación de ideas previas, seguida de una serie de talleres escritos y graficados e interpretados con la ayuda del software dinámico GeoGebra, que se evidenciarán en guías desarrolladas, plenarias y grabaciones audiovisuales del proceso de resolución de situaciones en contexto con la ayuda del software permitiendo hacer la indagación de niveles argumentativos y terminando con una encuesta semiestructurada que permitirá la reflexión de los estudiantes en y sobre la solución de situaciones de proporcionalidad directa en contexto.

7.1 MÉTODO

Momento 1. Ubicación: Cuestionario que permitirá identificar conocimientos previos. Una observación detallada sobre los estudiantes de grado séptimo de la Instituciónn Educativa “Alfonso Vanegas Sierra” frente a las dificultades que presentan al momento de argumentar la solución de situaciones cotidianas con magnitudes directamente proporcionales aplicada en un contexto que dará cuenta en qué nivel argumentativo se encuentran los estudiantes.

Momento 2: Desubicación. A partir del análisis y determinación de los niveles de argumentación descritos en el momento anterior, se construyen las actividades necesarias para que el estudiante de solución a situaciones en contexto sobre proporcionalidad con la implementaciónn del software dinámico GeoGebra. Es decir, se aplicará la Unidad

Didáctica que consta de cuatro talleres cada uno con 2 o 3 situaciones en contexto los cuales los estudiantes resolverán de forma individual.

Momento3: Reenfoque. En esta fase el estudiante resolverá uno o dos talleres igualmente con dos situaciones en contexto que se deberán resolver con ayuda del software

Despuésés de realizar los momentos se opta por realizar el correspondiente análisis, interpretación y conclusiones de las actividades desarrolladas por los estudiantes.

Las anteriores fases y/o momentos permiten identificar que es un proyecto investigativo de tipo descriptivo ya que parte de un diagnóstico y una caracterización de la población.

7.1 UNIDAD DE TRABAJO Y ANÁLISIS

La unidad de trabajo objeto de estudio está conformada por 29 estudiantes de grado séptimo cuyas edades oscilan entre los 11 y 15 años, con 17 estudiantes mujeres y 12 estudiantes hombres.

Para el análisis de la información, se recogerán los datos de seis (6) estudiantes que se seleccionan al azar teniendo en cuenta sus diferentes desempeñoos académicos obtenidos después de la aplicación del instrumento inicial.

7.2 TECNICAS TIPO DE INVESTIGACIÓN

Observación: Es una técnica para la recolección de datos que permite observar al sujeto detalladamente cuando está realizando el trabajo, en el cual se lleva una apreciación activa, orientada a organizar, seleccionar y relacionar la información obtenida con el objeto de estudio.

Observación Participante: Implica la intervención directa del observador, participación activa con el grupo en estudio en cuanto a las actividades y a lo socioafectivo. Según Goetz y LeCompte (1998) la observación participante se refiere a una práctica que consiste en vivir entre la gente que uno estudia, llegar a conocerlos, a conocer su lenguaje y sus formas de vida a través de una indiscreta y continuada interacción con ellos en la vida diaria; permite al investigador una implicación directa a través de actividades durante su desarrollo, participando y facilitando la comprensión mediante entrevistas informales (dudas del estudiante acerca de las actividades). Entre las principales razones para utilizar la observación participante según Goetz y LeCompte (1998), se destacan: Resulta útil en estudio descriptivo y orientado a la generación de interpretaciones teóricas. Cuando se sabe poco del fenómeno a estudiar. Otorga al investigador una mejor comprensión de lo que está ocurriendo en la cultura, y da credibilidad a las interpretaciones que hace de la observación.

Entrevista Semi-Estructurada. La entrevista tiene un enorme potencial que nos permite acceder a la parte mental de las personas, de esta manera se puede descubrir su cotidianidad y las relaciones que mantienen (López & Deslauriers, 2011). El diálogo que esta permite conduce a un intercambio de información, con la cual se puede indagar al estudiante, acerca de sus pensamientos y las estrategias que utiliza a la hora de resolver un problema.

En este sentido, la entrevista se convierte en un instrumento de gran utilidad para la investigación, ya que permite una proximidad directa entre el entrevistador (docente) y el entrevistado (estudiante), con el fin de conocer sus apreciaciones luego de la implementación de la secuencia de actividades, al igual que, permite captar información relevante para el análisis de resultados, sensaciones y argumentos que da el entrevistado.

7.3 UNIDAD DE ANÁLISIS

Las categorías que se tuvieron en cuenta son las siguientes:

Categoríaa: Argumentación

Subcategorías: Estructuras Argumentativas

Subcategoría: Pensamiento variacional

Categoría: Situaciones En Contexto

8 RESULTADOS

Como se dijo anteriormente, la unidad didáctica se diseñó con tres momentos: el momento de ubicación que contiene el cuestionario de indagación inicial y/o de exploración que permite la identificación y acercamiento al problema, el segundo momento que tiene las talleres de contenido, mediante la cual se reubica a los estudiantes con situaciones en contexto desde los comienzos del tema, que son razones y proporciones hasta llegar a la proporcionalidad directa en contextos personales, educativos y socioculturales y la tercera y última momento que es el reenfoque el cual está compuesta por los talleres finales (2), en los que se espera evidenciar un progreso en el proceso, tanto la apropiación conceptual, como el desarrollo de sus niveles argumentativos.

En el momento de ubicación se realizó la intervención con un cuestionario de indagación de ideas previas e identificación de niveles de argumentación, la cual contuvo cuatro (4) situaciones sencillas. Este primer cuestionario se aplicó como actividad inicial, fuera del marco de la unidad didáctica y en este se evidenciaron problemas dificultades en la solución de las situaciones en contexto, su comprensión e interpretación, así como dificultades en la argumentación de sus procesos. Lo que se presenta en la siguiente tabla es el análisis, de los 6 estudiantes en esta fase de indagación de nivel argumentativo.

La unidad didáctica se aplicó en los estudiantes del grado 7° de la Institución Educativa Alfonso Vanegas Sierra, el grado cuenta con 29 estudiantes, de los cuales se analizaron el resultado de 6 estudiantes, tomados al azar.

Para la presente Unidad didáctica se diseñó una actividad de exploración de ideas previas, en la que realizaron cuatro preguntas, cada pregunta iba encaminada a identificar en qué nivel, según Tamayo (2014), se encontraban los estudiantes.

Para el siguiente análisis se tiene presente indicadores en los niveles de argumentación:

Datos = (D),

Conclusión =(C),

Justificación= J

Tabla 2. Actividad de exploración. ideas previas

Bloque de respuestas del estudiante E1. Momento 1
Pregunta 1. <<Que ambas son equivalentes porque al multiplicar las fracciones en cruz da el mismo resultado en el numerador y el denominador>> Pregunta 2: <<si, porque el número se puede cambiar para que la fracción sea equivalente>> Pregunta 3. <<El total de niños y niñas que se dedicará a plantar ciruelos son 10 porque al sumar la cantidad de niños y niñas que plantaron ciruelos nos da como resultado 10>> Pregunta 4. No respondió
Comentario
En las respuestas presentadas, el estudiante realiza conclusiones simples y da los datos dados como se nota en la pregunta 1: ¿Puedes establecer alguna relación entre las medidas correspondientes en cada para de rectángulos? (D) ¿Cuál? Explica (D) a lo que responde <<ambas son equivalentes>>(C) pero hay una justificación<<porque al multiplicar las fracciones en cruz da el mismo resultado en el numerador y denominador>> lo mismo pasa en la respuesta a la pregunta 2: Si cambias solo uno de los valores las longitudes del rectángulo (la base), ¿se mantendrá la relación que encontraste? Justifica tu respuesta, a lo que responde << si, (C) porque el número se puede cambiar para que la fracción sea equivalente (J)>> de la misma manera pasa en la pregunta 3, donde expresa <<El total de niños y niñas que se dedicará a plantar ciruelos (D) son 10 (C)porque al sumar la cantidad de niños y niñas que plantaron ciruelos nos da como resultado 10 (J)>> Por tal razón el desempeño argumentativo del estudiante se puede situar en el **nivel 3,** por la existencia de datos, una conclusión y una Justificación en sus respuestas tal como lo propone Tamayo (2012) para los niveles de argumentación

Tabla 3. Análisis cuestionario de indagación

Bloque de respuestas para el estudiante E2- momento Ubicación
Para pregunta 1: <<si se establece una relación al igual que si multiplicamos en cruz da el resultado de las medidas de los triángulos>> Para pregunta 2: <<no saldría una relación porque si cambiamos la base se cambia el resultado y la medida de los rectángulos>> Para pregunta 3: No respondió Para pregunta 4: No respondió
Comentario
Aunque todas las preguntas no fueron respondidas por el estudiante vemos que en las dos que él realiza Pregunta 1: ¿Puedes establecer alguna relación entre las medidas correspondientes en cada para de rectángulos? ¿Cuál? Explica, el estudiante dice <<si (C) se establece una relación al igual que si multiplicamos en cruz da el resultado de las medidas de los triángulos(C)>> expresando dos conclusiones de la pregunta 1; en la pregunta 2, Si cambias solo uno de los valores las longitudes del rectángulo (la base), ¿se mantendrá la relación que encontraste? Justifica tu respuesta, el estudiante responde <<no saldría una relación(C) porque si cambiamos la base se cambia el resultado y la medida de los rectángulos (J)>>. Es por esto que sus argumentos se ubican en el **nivel 2** porque, aunque identifica una justificación, sus respuestas establecen ciertas relaciones causales entre datos y conclusión así lo define Tamayo (2012)
Bloque de respuestas para el estudiante E3-momento Ubicación

Para pregunta 1: <<La relación que tienen los rectángulos es el que se parecen en forma, pero se duplica en tamaño y son proporcionales>> Para pregunta 2: <<no porque si se cambia el número no se mantendrá la relación>> Para pregunta 3: <<10 porque el resto de alumnos se dedicaron a sembrar eucaliptos y palmeras>> Para pregunta 4: <<si cambian los ingredientes el yogurt va a cambiar>> <<conservan la relación si los números son proporcionales>>
Comentario
Las respuestas dadas por el estudiante, dan una descripción de lo realizado en las actividades, esto puede notarse en la pregunta 1: ¿Puedes establecer alguna relación entre las medidas correspondientes en cada para de rectángulos? ¿Cuál? Explica, a lo que responde, <<La relación que tienen los rectángulos (D)es el que se parecen en forma pero se duplica en tamaño y son proporcionales(C)>> pero luego muestra una conclusión simple, por ejemplo, cuando se le pregunta 2, Si cambias solo uno de los valores las longitudes del rectángulo (la base), ¿se mantendrá la relación que encontraste?(D) Justifica tu respuesta, respondiendo <<no (C) porque si se cambia el número no se mantendrá la relación(J)>>, en la pregunta 3, ¿Qué parte del total de alumnos se dedicará a plantar ciruelos? Justifique la respuesta, responde <<10(C) porque el resto de alumnos se dedicaron a sembrar eucaliptos y palmeras (J)>>, en la pregunta 4, En la preparación del yogurt, ¿qué pasa si se cambian la cantidad de los ingredientes? ¿Conservan la relación? Justifique la respuesta, a lo que responde, <<si cambian los ingredientes el yogurt va a cambiar>> <<conservan la relación (D)si los números son proporcionales(C)>> aunque da algunas justificaciones la mayoría de sus respuestas tiene datos y conclusiones estableciendo también ciertas relaciones causales lo que permite ubicar al estudiante en un **nivel 2** de argumentación así lo expresa Tamayo (2012) cuando describe este nivel considerando que el estudiante da al menos una conclusión en sus argumentos.

Bloque de respuestas para el estudiante E5- Momento Ubicación
Para pregunta 1: <<que cada par de rectángulos es equivalente porque al multiplicar en cruz da como resultado el mismo número en el denominador y numerador>> Para pregunta 2: <<si porque se puede cambiar el número a uno equivalente para que ambas longitudes sean equivalentes>> Para pregunta 3: <<Porque 6+4=10>> Para pregunta 4**:** <<no conservan la relación porque si uno cambia los resultados no da lo mismo>>
Comentario
Las respuestas en la pregunta 1: ¿Puedes establecer alguna relación entre las medidas correspondientes en cada para de rectángulos? ¿Cuál? Explica de este estudiante es <<que cada par de rectángulos es equivalente (C)porque al multiplicar en cruz da como resultado el mismo número en el denominador y numerador(J)>> expresa datos de la actividad realizada en clase, una conclusión y una justificación de su argumento; en la pregunta 2, Si cambias solo uno de los valores las longitudes del rectángulo (la base), ¿se mantendrá la relación que encontraste? responde, <<si(C) porque se puede cambiar el número a uno equivalente(J) para que ambas longitudes sean equivalentes(C)>> En la pregunta 3, da una conclusión (C) que es el resultado de la operación y lo justifica (J)haciendo el algoritmo, de igual forma en la pregunta 4, su respuesta muestra una conclusión y una justificación <<no conservan la relación(C) porque si uno cambia los resultados no da lo mismo(J)>>haciendo este análisis se ubica al estudiante en el **nivel 3**, pues según Tamayo(2012) en este nivel el estudiante identifica con claridad los datos, conclusiones y una justificación.
Bloque de preguntas para el estudiante E6- momento Ubicación

Para pregunta 1. <<si se puede establecer una relación al multiplicar da el mismo resultado>>

Para pregunta 2. <<no se puede mantener la misma relación>>

Para pregunta 3. <<. Porque 6+4=10>> Al sumar niños y niñas

Para pregunta 4. <<no conserva la relación>>

$$\frac{70}{250}=\frac{126}{450}=\frac{31500}{31500}$$

Comentario

¿Las escasas respuestas dada por el estudiante reflejan algunas conclusiones simples y justificaciones implícitas como las evidenciadas en la respuesta a la pregunta 1, Puedes establecer alguna relación entre las medidas correspondientes en cada para de rectángulos? ¿Cuál? Explica, expresando <<si se puede establecer una relación(C) al multiplicar da el mismo resultado(J)>>aunque esta tenga justificación sus demás respuestas a las demás preguntas solo permiten ver una conclusión simple, a lo que Tamayo (2012) cataloga como una argumentación en el **Nivel 2**

Bloque de respuestas del estudiante E4. Momento 1

Para pregunta 1. <<si se puede establecer una relación en cada para de rectángulos porque al multiplicar nos da el mismo resultado>>

Para pregunta 2. << si se puede establecer una relación cambiándole la base, porque se busca un número que sea equivalente>>

Para pregunta 3. <<Porque 6+4=10>>

Para pregunta 4. E4. <<cambiando los valores de los ingredientes no forma proporción porque no dio el mismo resultado>>

$\frac{80}{150}\neq\frac{126}{450}$,$36000\neq 18900$

Comentario
Las respuestas dadas por el estudiante reflejan conclusiones y justificación en la pregunta 1: ¿Puedes establecer alguna relación entre las medidas correspondientes en cada para de rectángulos? ¿Cuál? Explica cuando responde, <<si (C) se puede establecer una relación en cada para de rectángulos (D) porque al multiplicar nos da el mismo resultado (J)>> en la pregunta 2, Si cambias solo uno de los valores las longitudes del rectángulo (la base), ¿se mantendrá la relación que encontraste? El estudiante responde << si se puede establecer una relación(C) cambiándole la base(C) porque se busca un número que sea equivalente (J)>> para la pregunta 3, ¿Qué parte del total de alumnos se dedicará a plantar ciruelos? Justifique la respuesta, el estudiante la justifica realizando la operación correspondiente a los datos que se le brindan considerándose el algoritmo como fuente de justificación de lo que el estudiante expresa verbalmente, así mismo, en la pregunta 4, En la preparación del yogurt, ¿qué pasa si se cambian la cantidad de los ingredientes? ¿Conservan la relación? Justifique la respuesta, responde, <<cambiando los valores de los ingredientes (D) no forma proporción(C) porque no dio el mismo resultado (J)>> teniendo en cuenta los indicadores para los niveles de argumentación que presenta *Tamayo (2012) y Tamayo et al* (2014) el estudiante se puede ubicar en un Nivel 3de argumentación pues identifican datos, conclusión y justificación (explicación) a los fenómenos presentados, además de presentar el algoritmo en su justificación

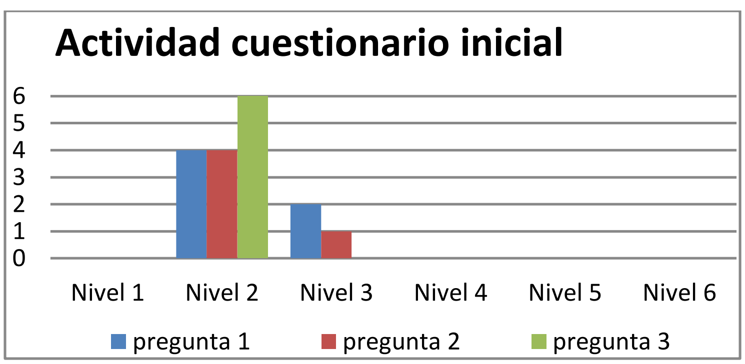
Este primer cuestionario se realizó con el fin de identificar el nivel de argumentación en que se encuentran los estudiantes. Como resultado se obtuvo que hay tres (3) estudiantes en nivel 2, es decir que emiten datos y conclusión y cuatro (4) estudiantes en nivel 3, que además de expresar datos y conclusión también emiten una justificación a sus respuestas. Lo anterior, nos indica que la mayoría de los estudiantes pueden emitir argumentos sencillos, lo cual se espera trabajar en profundidad, a través de la aplicación de la totalidad de la unidad didáctica.

Gráfico 1 Cuestionario de indagación

Fuente: Elaboración propia

Para analizar el resultado obtenido en todas y cada una de las preguntas de la actividad exploratoria se ponen los resultados en una sola gráfica.

Gráfico 2 Análisis actividad total cuestionario de indagación



Fuente: Elaboración propia

Despuésés de ver la gráfica se puede concluir que en el nivel promedio de los estudiantes es el Nivel 3 de argumentación, sin embargo, hay estudiantes en un nivel 2, con un promedio más bajo, lo que quiere decir que la mayoría pasan del nivel 2 y emiten argumentos que contienen como mínimo datos y conclusión, se hace la aclaración que sus argumentos aunque no están bien elaborados en cuanto a extensión y redacción, el análisis se centra en la importancia de las justificaciones en las argumentaciones de los estudiantes.

Con el ánimo de continuar con la comprensión de los niveles de argumentación el estudiante responderán las siguientes preguntas, comenzando con el taller 1- “Apliquemos lo aprendido

Tabla 4. Análisis cuestionario 1. Momento Desubicación

Pregunta 1. Numeral b. Un panadero utiliza la siguiente tabla para obtener el precio de venta de los panes(tabla) **¿Crees que la proporcionalidad te ayudará a resolver el problema?** **Si ____No___ ¿Por qué?**					
Estudiante	**Respuesta**	**Interpretación**	**Nivel Argumentación**	**Argumentación Teórica**	**Categoría o Subcategoría de Análisis**
E1	<<si creo, porque así lo resolvi usando proporciones>>	El estudiante refiere una conclusión cuando dice <<si creo>> y una justificación. Cuando expresa <<porque asi lo resolví, usando proporciones>>Aun que su texto no es muy bien elaborado, se considera que se respalda teóricamente usando el concepto de proporciones, aunque tiene respaldo conceptual sigue siendo un argumento débil	**4**	Al respecto Tamayo (2012) expresa que el estudiante comprende argumentos en los que se identifican con claridad de los datos y conclusión, además de dar explicación a lo que observa. Y utiliza un respaldo conceptual.	Argumentación (Estructuras argumentativas)

E2	<<No, porque utilizamos la razón y no la proporcionalidad>>	El estudiante presenta posibles conclusiones, <<no, >> y una justificación cuando expresa <<porque utilizamos la razón y no la proporcionalidad>>está respaldando su argumento con un modalizador, justificando que en este caso el concepto de razón es más fuerte, para él, que el de proporcionalidad.	**4**	Para Tamayo (2012) ubicar un estudiante en este nivel requiere que identifique datos, conclusión y dé explicaciones a los fenómenos, además de realizar textos bien elaborados.	Argumentación (Estructuras argumentativas)
E3	<<si porque nos ayuda a comparar y así poder resolver>>	Identifica datos, una conclusión<<si>> y dos posibles justificaciones<<nos ayuda a comparar>> y <<así poder resolver>>pero sus argumentos no son lo suficientemente fuertes para localizarlo en un nivel superior	**2**	Al respecto, Tamayo (2012) expresa que un estudiante en este nivel Comprende argumentos en los que se identifican claridad de los datos y conclusión junto con una justificación	Argumentación (Estructuras argumentativas

E4	<<Si porque se compara dos cantidades>>	El estudiante en su respuesta da una conclusión cuando dice <<si>>y lo justifica cuando expresa <<compara dos cantidades>> permitiendo ubicarlo en el nivel argumentativo 3	**3**	El estudiante diferencia con claridad los datos de la conclusión y da una justificación de la misma, son los indicadores que propone Tamayo (2012) en para este nivel.	Argumentación (Estructuras argumentativas
E5	<<si, porque al seguir la secuencia da el mismo resultado>>	Aunque sus textos no son muy elaborados y lo suficientemente coherentes y extensos, el estudiante indica una conclusión<<si>> y una justificación<<porque al seguir la secuencia da el mismo resultado>> a los datos entregados	**3**	Tamayo (2012), expresa que las intervenciones que sustentan este nivel argumentativo, se destacan las que poseen datos, conclusiones y una o varias justificaciones de sus argumentos, mediante vocabulario pertinente.	Argumentación (Estructuras argumentativas)

E6	<<si porque 6 panes valen 2000 y 3 panes valen 1000 entonces serían la cantidad de panes y el valor de todos los 9 panes que es de 3000>>	El estudiante, aunque se enreda un poco en dar su justificación<<porque 6 panes valen 2000 y 3 panes valen 1000>> a la conclusión <<si>> dando una justificación más a su conclusión <<entonces serían la cantidad de panes y el valor de todos los 9 panes que es de 3000>> Aquí el estudiante hace un argumento dialógico estableciendo una relación causal entre datos y conclusión(es) luego del análisis que hace a la situación.	**3**	Al respecto, Tamayo (2012) expresa que un estudiante en este nivel Comprende argumentos en los que se identifican claridad de los datos y conclusión.	Argumentación (Estructuras argumentativas)

Todos los estudiantes respondieron la pregunta de manera correcta, dos (2) estudiantes lo hicieron usando un nivel argumentativo 4, uno (1) en nivel dos (2), y tres (3) estudiantes en nivel 3 que tienen dato, conclusión y justificación, de acuerdo a cada uno de los niveles expuestos por Tamayo (2012).

Taller 2. (Momento de desubicación)

Continuando con la comprensión de los niveles argumentativos, se realizaron las siguientes preguntas

Tabla 5. Análisis cuestionario 2. Momento Desubicación

Pregunta 1. Numeral a **Doña Sonia, atiende la tienda escolar y vende pasteles de yuca a $750. Ella necesita realizar la lista de precios para colocarlos a la vista de los estudiantes, para agilizar un poco más las ventas y brindar una mejor atención a los estudiantes. Ella alcanzó a hacer algunos precios, pero no pudo continuar y necesita la lista, para ello te pide el favor de terminar la tabla:** **¿Qué sucede con el precio si disminuye la cantidad de pasteles? Justifica**					
Estudiante	**Respuesta**	**Interpretación**	**Nivel de Argumentación**	**Argumentación Teórica**	**Categoría o Subcategoría de Análisis**
E1	<<si disminuye la cantidad de pasteles habrá una perdida>>	El estudiante al tener los datos <<si disminuye la cantidad de pasteles>> concluye que <<habrá una perdida>> Además, establece una relación causal entre	**2**	Para Tamayo (2012), un estudiante que identifica los datos y la conclusión constituye la estructura argumentativa más simple y como tal exige al menos	Argumentativa (Estructuras argumentativas) Proporcionalidad

		el dato y la conclusión.		establecer relaciones, causales o no, entre los datos y la conclusión	
E2	<<si disminuye la cantidad de pasteles claro que disminuye el precio>>	El estudiante encuentra relación con los datos presentados y emite una conclusión que para él al hacer uso del concepto trabajado es obvio por el mismo dentro de la situación en contexto que se le ha presentado.	**2**	Al tomar la estructura argumentativa que implícitamente presenta el estudiante se identifica la diferenciación que hace éste entre el dato y la conclusión correspondiente a lo que Tamayo (2012), expresa que son unas de las acciones de este nivel identificar los datos, identificar las conclusiones y	Argumentativa (Estructuras argumentativas) Situaciones en Contexto (Proporcionalidad)

				establecer diferencias entre un dato y una conclusión. En cuanto a la categoría de situaciones en contexto, Camarena (2017) indica que un concepto matemático contextualizado adquiere sentido mediante las actividades propias del contexto, en la fuente	

E3	<<Si disminuye la cantidad de pasteles también disminuye el precio>>			de las situaciones de la vida cotidiana, es decir, la relación de la matemática con el quehacer diario de todo individuo.	(Proporcionalidad)
E4	<<si la cantidad de pasteles disminuye el precio también baja dependiendo la cantidad de pasteles que haya>>	El estudiante presenta datos << si la cantidad de pasteles disminuye>> concluye que<< el precio también baja>> y << dependiendo la cantidad de pasteles que haya>> dando dos conclusiones del mismo dato, pero no	**2**	El estudiante da cierto orden y estructura a los datos y regula la relación entre los datos y las conclusiones, indicadores que Tamayo (2012) expone para este nivel de argumentación.	Argumentativa (Estructura argumentativas)

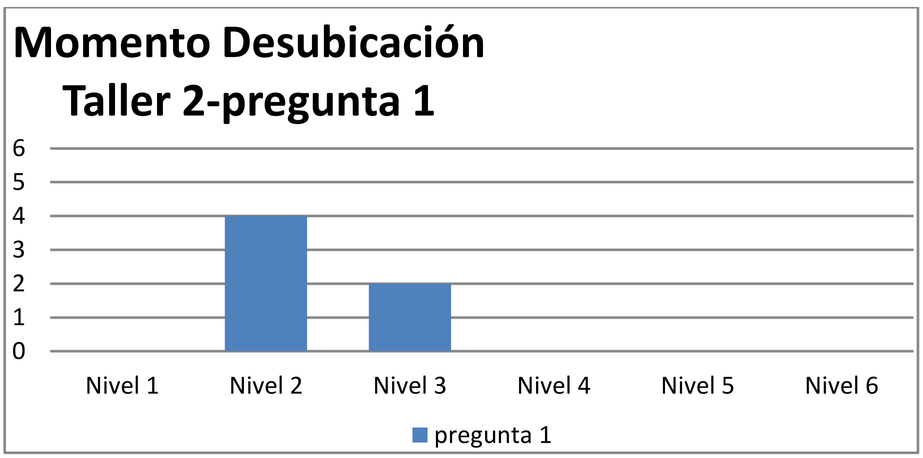
		presenta justificación.			
E5	<<Disminuye el precio porque es menor cantidad>>	El estudiante diferencia los datos y emite una conclusión simple la cual justifica de manera simple.	**3**	Tamayo (2012) expresa que las intervenciones que sustentan este nivel argumentativo, se destacan las que poseen datos, conclusiones y una o varias justificaciones.	Argumentativa (Estructuras argumentativas)
E6	<<El precio disminuye	El estudiante dá una justificación simple		Tamayo (2012) expresa que las	

	porque la cantidad de pasteles disminuye>>	de la conclusión que emite la cual se argumenta un poco más de forma implícita desde el concepto trabajado que es la proporcionalidad directa en este taller.	**3**	intervenciones que sustentan este nivel argumentativo, se destacan las que poseen datos, conclusiones y una o varias justificaciones. Al entender el concepto de proporcionalidad directa el estudiante es capaz de justificar su argumento basándose en la contextualización matemática de este, y por tanto adquiere sentido, como lo expresa Camarena (2017)	Argumentativa (Estructura argumentativas)

Para esta pregunta encontramos que los estudiantes continúan en los niveles 2 y 3 de argumentación, es decir que se mantienen constantes en la producción de los argumentos, sin embargo se evidencia una disminución de argumentos en el nivel 3,respecto al desarrollo del anterior instrumento lo que evidencia que cada actividad si desarrolla poco a poco la producción argumentativa de los estudiantes pero cuando se trabaja desde una situación en contexto con un poco más de complejidad el estudiante no da los argumentos suficientes para una posible solución de estas, en este sentido solo dos(2) de los estudiantes interpretaron la situación y la relacionaron con el concepto utilizado.

Gráfico 3 Análisis pregunta 1. Taller 2. Desubicación

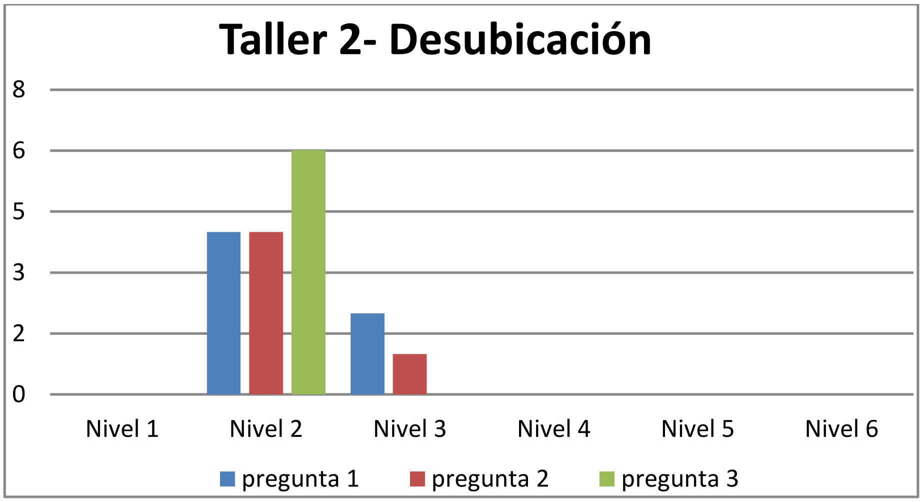
Grafica de los resultados taller 2, pregunta 1



Fuente: elaboración propia

En general, la actividad arrojó como un primer resultado que los estudiantes emitieron argumentos de menor nivel debido tal vez a su poca interpretación de una situación en contexto y la relación con la proporcionalidad directa. Solo dos de los estudiantes permanecieron constantes en su nivel de argumentación, el avance en éste fue la interpretación que le dieron a la situación en contexto y su relación con el concepto de trabajo.

Gráfico 4 Análisis Taller 2. Desubicación



Fuente: elaboración propia

Como la gráfica lo evidencia, este taller de tres situaciones presentadas la mayoría de los estudiantes emitieron argumentos que se destacaron en el nivel 2, lo que lleva a pensar, que cuando se da autonomía completa a los estudiantes de emitir sus argumentos, se limitan, reducen los argumentos, pues los mismos son cortos y por los resultados de la última pregunta disminuyen la calidad de los mismo, lo cual se seguirá trabajando en este proceso educativo.

En esta actividad se continua el proceso educativo orientado a la comprensión de los niveles de argumentación de los estudiantes, para lo cual se realizan las actividades en el software dinámico GeoGebra para trabajar las situaciones en contexto presentadas en éste y relacionando con el tema de la proporcionalidad directa y posteriormente se hace la siguiente pregunta:

Tabla 6. Análisis cuestionario 1. Momento Reenfoque

Taller 3. Pregunta 1

Continuando con la asamblea de la Asociación de lecheros de San Miguel de Sema, durante esta (asamblea), se generó una discusión por el pago de los dividendos a los socios ya que se aprobó el pago de éstos para los socios minoritarios por $133 que se pagarían en junio de este año. Completa la tabla y ayuda a los socios minoritarios a encontrar el monto de sus dividendos. Realiza la representación gráfica con ayuda del software dinámico analízala y responde:
a. ¿Les es útil a los socios minoritarios el pago de sus dividendos?
b. ¿Pueden invertir ellos en más acciones? ¿Por qué?
c. ¿qué aconsejarías a los socios sobre las inversiones realizadas?

Estudiante	Respuesta	Interpretación	Nivel Argumentación	Argumentación Teórica	Categoría o Subcategoría de Análisis
E1	<<si porque aumentan el numero de acciones aumenta a la vez los dividendos recibidos>> <<porque aumentan ambos>> <<aconsejaría que inviertan en más acciones>>	El estudiante presenta un argumento estructurado, se evidencian datos: ¿Les es útil a los socios minoritarios el pago de sus dividendos?, una conclusión <<si>> y una justificación <<porque aumentan el número de acciones>> y <<	**3**	Según Tamayo (2012) para que un estudiante este en este nivel identifica datos, conclusión y dan las explicaciones a los fenómenos en cuestión	Argumentación (Estructuras argumentativas)

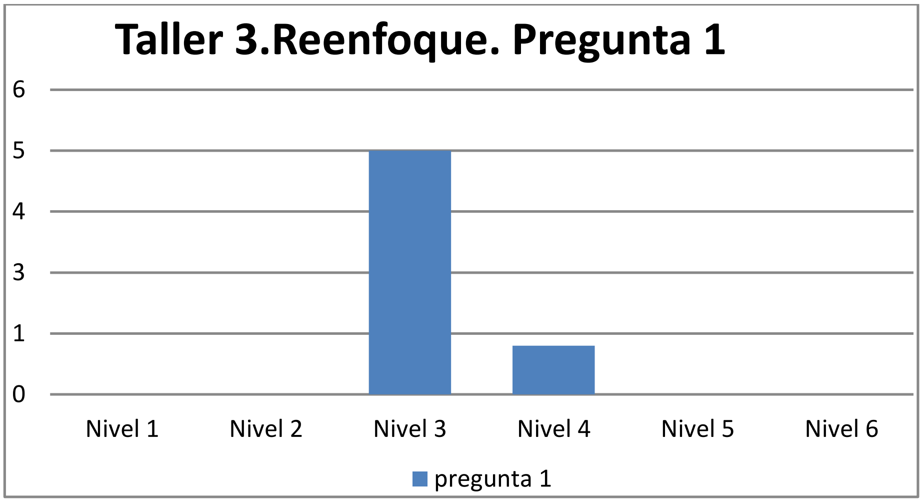
		aumenta a la vez los dividendos recibidos>>como justificación también de la conclusión.			
E2	<<si les es útil porque aumentaron las ventas>> <<si porque si aumentan los dividendos, aumentan las acciones>> <<invertir porque van ganando mucho dinero>>	El estudiante presenta conclusión de los datos <<Si les es útil>> y emite justificación de ésta << porque aumentaron las ventas>> Se puede considerar que la justifica también al responder la segunda pregunta y relacionarla con el concepto de trabajo, teniendo así un respaldo conceptual a su argumento. En este caso el estudiante trata de respaldar sus justificaciones en principios conceptuales referidos a la proporcionalidad	**4**	En este nivel Tamayo (2012) propone que los textos presentados por un estudiante contienen datos, una o más conclusiones, una o varis justificaciones además de tener un respaldo teórico.	Argumentativa (estructura argumentativa) Situaciones en contexto (Proporcionalidad)

		directa en cuanto que ambas magnitudes aumentan en la misma proporción.			
E3	<<si les es útil porque obtienen buenas ganancias, entre más acciones mas dividendos>> <<si pueden invertir en mas acciones porque les da buenos dividendos>> <<les aconsejaría que entre mas acciones inviertan mas dividendos pueden obtener, pero teniendo cuidado en el precio de las acciones porque también pueden bajar y podrían perder>>	El estudiante presenta un argumento estructurado: cuando dice <<si les es útil>> emite conclusión, <<porque obtienen buenas ganancias>> justifica y dá otra conclusión <<entre más acciones más dividendos>> que a la vez le está dando un respaldo conceptual en la proporcionalidad directa, al hacer referencia que ambas cantidades aumentan al mismo tiempo.	**3**	Según Tamayo (2012) para que un estudiante este en este nivel identifica datos, conclusión y dan las explicaciones a los fenómenos en cuestión	Argumentativa (estructura argumentativa)

E4	<<si porque al aumentar el numero de acciones aumenta a la vez los dividendos recibidos>> <<si porque al aumentar es mayor la producción>> <<que tuvieran mas cuidado en invertir en las acciones>>	El estudiante presenta datos, una conclusión y una justificación lo que le permite tener un argumento bien estructurado además de respaldarlo implícitamente en una teoría, en este caso la proporcionalidad directa	**3**	Según Tamayo (2012) para que un estudiante este en este nivel identifica datos, conclusión y dan las explicaciones a los fenómenos en cuestión.	Argumentativa (estructura argumentativa)
E5	E5.<<Si es útil en cuanto mas cantidad de acciones tengan los socios minoritarios>> <<si porque entre mas cantidad de acciones aumenta el precio>> <<si les aconsejaríamos que invirtieran mas pues los resultados que se obtienen son buenos>>	El estudiante presenta en su argumento una conclusión. En la pregunta 2 él presenta datos conclusión y justificación	**3**	Según Tamayo (2012) para que un estudiante este en este nivel identifica datos, conclusión y dan las explicaciones a los fenómenos en cuestión	Argumentativa (estructura argumentativa)

E6	<<si es útil en cuanto mas cantidad de acciones tengan los socios minoritarios>> <<Si porque entre mas cantidad de acciones aumenta el precio>> <<le aconsejaríamos que siguieran invirtiendo porque su resultado ha sido muy bueno>>	El estudiante presenta datos y una conclusión. En la pregunta 2 responde identificando datos, una conclusión y una justificación	**3**	Según Tamayo (2012) para que un estudiante este en este nivel identifica datos, conclusión y dan las explicaciones a los fenómenos en cuestión	Argumentativa (estructura argumentativa)

Gráfico 5 Análisis pregunta 1. Taller 3. Momento Reenfoque



Fuente: elaboración propia

Esta fue la actividad final cuyos resultados indican que la mayoría de los estudiantes emitieron argumentos de nivel 3, manteniéndose constantes respecto al nivel que se identificó con el instrumento de indagación inicial. Aunque en el momento de desubicación se presentó el nivel 2, en el segundo taller de este momento los estudiantes abandonaron por completo los dos primeros niveles de argumentación, y solo un estudiante alcanzó tenuemente a emitir argumentos en el nivel 4, lo que permite inferir que de seguir el proceso los estudiantes pueden alcanzar argumentos de mayor validez y respaldados con teorías científicas de mayor veracidad.

9 DISCUSION DE RESULTADOS

Para discutir los resultados anteriormente alcanzados se tienen en cuenta las categorías y subcategorías trabajadas. Estos resultados muestran el estado o nivel de argumentación que los estudiantes presentan al momento de solucionar situaciones en contexto con el tópico de proporcionalidad directa, en un comienzo sin utilizar el software dinámico GeoGebra, es decir, situaciones trabajadas en el cuestionario inicial y en los talleres del momento de desubicación; en el momento 3, de reenfoque, dichas situaciones son desarrolladas con la ayuda del software. Se destacan las preguntas que han influido significativamente para la comprensión de los niveles de argumentación en cada una de las actividades presentadas en la Unidad Didáctica; de la misma manera, se dan las posibles razones que han dado lugar a dichos resultados.

La discusión comienza con la obtención de los resultados en la categoría de argumentación, estos muestran para el momento 1, de ubicación, que el 33% de los estudiantes se encuentran en un nivel de argumentación 2 y el 67% en un nivel 3, en tanto que la mayoría de los estudiantes son capaces de identificar en situaciones en contexto sencillas, con función diagnóstica, indicadores como datos, conclusión y justificación; es decir, que comprenden los datos generados en la situación y al resolverla dan conclusiones con una explicación razonable, se hace aclaración a que estas justificaciones no tienen la extensión correspondiente y cualitativamente no están bien elaboradas que es lo que requiere el nivel 3 de argumentación propuesto en la adaptación que hace Tamayo (2012) a los niveles de argumentación de Toulmin(19..), se destaca entonces que el análisis se centró en la importancia de la presencia de las justificaciones en las argumentaciones que presentaron los estudiantes. De la misma manera, en el momento 2 se presenta el siguiente caso, en el Taller 1 aplicado el 17% continua en el nivel de argumentación 2, el 50% en un nivel 3 y el 33% restante avanza al nivel 4 de argumentación; sin embargo, al aplicar el taller 2 se presenta que el 66% de los estudiantes vuelven al nivel 2 de argumentación y el 44% se mantiene en el nivel 3; esta baja de nivel de argumentación se presentó tal vez por incrementar un poco la situación en contexto, se dificultó la interpretación de éstas por parte de los estudiantes, no sabían cómo darles solución.

Para el momento 3, se observó que un 83% de los estudiantes se mantuvieron y avanzaron al nivel 3, el 17% restante alcanzó el nivel 4 de argumentación.

Lo anteriormente expuesto indica que aunque con el cuestionario inicial los estudiantes se encontraron en un nivel de argumentación 3, en su mayoría, en el momento 2 hubo una variación a niveles bajos debido al pequeño incremento que se hizo en las situaciones en contexto, pues en la solución de éstas sabían que proceso realizar en cuanto al tópico utilizado pero en un momento determinado los estudiantes no comprendieron ni interpretaron la situación como tal que se les presentó con preguntas como <<*cómo asi profe, no entiendo lo que dice el ejercicio*>> (E3: minuto 23, grabación realizada).

Este análisis de resultados permiten dar cuenta que para que un estudiante realice una argumentación de validez, análisis, coherencia y tenga la extensión correspondiente, teniendo en cuenta el grado y edades, es necesario que a través del tiempo vayan adquiriendo habilidades para este propósito, que tengan una teorización y conceptualización comprendida y tener los fundamentos necesarios para que sus estructuras argumentativas se consoliden al transcurrir el tiempo y grado de escolarización; Tamayo (2014) expresa que para que un estudiante adquiera habilidades cognitivas y determine un desempeño argumentativo es necesario que ejerciten, analicen, sinteticen la teorización y la conceptualización.

Así mismo, Tamayo (2010) propone que además de los aspectos conceptuales, los estudiantes deben aprender a reconocer cuando una explicación tiene validez, deben aprender cómo hablar del tema cómo escuchar y cómo dirigir su discurso.

En cuanto a la categoría de Situaciones en Contexto se resalta el momento 2 que fue donde los estudiantes presentaron una variación de descenso en cuanto su nivel de argumentación.

En el momento de desubicación el instrumento 1 analizado, evidenció que hubo un progreso muy significativo al ubicar un 17% de los estudiantes en un nivel 2, un 50% en el nivel 3 y un 33% en un nivel 4 de argumentación, lo que significó que uno de ellos que estaba en el nivel 2 superaron las dificultades que se les presentó en el cuestionario inicial, tres se mantuvieron en el nivel 3 y 2 avanzaron a un nivel 4, y los demás se mantuvieron allí. Pero en el instrumento 2 aplicado hubo retroceso, pues el 66% volvió al nivel 2 y el 44% se mantuvo en el nivel3.

Este retroceso puede considerarse que se debió a la forma como se le hicieron las preguntas y que las situaciones en contexto se trataron de hacer un poco más a su diario vivir pues se solicitaba organizar datos y analizar su dependencia. Se tuvo en cuenta en estas situaciones la relación de los tres momentos y proceso metodológico de la matemática en contexto.

Las situaciones en contexto trabajadas se realizaron desde la fuente 3 propuesta por Camarena (2017), situaciones de la vida cotidiana, relacionando la matemática con el quehacer diario del individuo, en este caso el diario vivir del estudiante; a quien se fue llevando desde las situaciones en contexto sencillas, con función diagnóstica, a situaciones de construcción de conocimiento hasta las situaciones reforzadoras, como se expresó arriba a algunos estudiantes se les dificultó la comprensión e interpretación de éstas al no saber cómo abordarlas, a pesar que se elaboraron de forma muy sencilla, confundirse al cambiar de estrategia didáctica, es decir presentárseles actividades diferentes a las expuestas en otras actividades. Lo interesante del trabajo con situaciones en contexto es la curiosidad que despertó en el estudiante, el interés de indagar o preguntar cómo se realizaban al cambiarle algunos datos a estas, al respecto Camarena (2017) considera que las actividades de aprendizaje son la resolución de los eventos contextualizados, la realización de las actividades individuales con el uso de la tecnología, la indagación entre las que se encuentra la identificación o diseño de eventos contextualizados, pues se generó en este sentido en el estudiante la curiosidad.

Entonces, con las situaciones en contexto se verificó que estas generan trabajo colaborativo en equipo, el trabajo es interdisciplinario, se favorece la formación integral del estudiante, además de favorecer el aprendizaje para que este llegue a ser significativo, también se induce al aprendizaje autónomo, entre otras que están implícitos en estos eventos.

Además al implementar las situaciones en contexto dentro de una estrategia didáctica de una Matemática en Contexto, en esencia, es el gran enfoque que se puede emplear en las clases, ya que éste consta del trabajo interdisciplinario y trabajo disciplinario en el ambiente de aprendizaje.

En cuanto a la utilización del software dinámico GeoGebra como herramienta tecnológica de apoyo, los resultados permiten ver también que el efecto de la globalización y la inmersión de las nuevas tecnologías hacen que los estudiantes tengan una manera distinta de aprender, de comunicarse, de concentrar su atención o abordar una tarea. También se hace evidente la necesidad que existe entre los profesores de matemáticas el uso de software para hacer las clases dinámicas y amenas, con este software dinámico se crearon actividades diferentes y así los estudiantes lograron vincular los conceptos matemáticos con situaciones de su vida cotidiana. Se elaboraron instrumentos que despertaron el interés de los estudiantes para el estudio de la proporcionalidad directa, al realizar actividades sencillas que permiten el desarrollo del pensamiento variacional en ellos.

GeoGebra permitió la interacción dinámica con los contenidos temáticos enriqueciendo el proceso de enseñanza y aprendizaje y generando una visualización diferente de las matemáticas por parte de los estudiantes. Para la argumentación, según los resultados obtenidos, es una herramienta que utilizada con suficiente tiempo y de forma eficaz por los estudiantes brinda grandes posibilidades dentro de la competencia comunicativa, de razonamiento y argumentación en ellos, esto lo evidencia el nivel 4 que alcanzó el 17% de los estudiantes en el momento 3 y el 83% que logro mantenerse en un nivel 3 de argumentación, superando las dificultades aquellos que bajaron al nivel 2 en el instrumento 2 del momento anterior; se observó que esta herramienta consintió la apropiación conceptual del tópico, el análisis y la interpretaciones gráficas que se generaban desde diferentes perspectivas aunque los estudiantes no realizaran escritos extensos si asintieron que <<*el trabajar con el GeoGebra, me pareció chévere porque es más fácil hacer los procedimientos y porque uno puede ver mejor las gráficas*>> (E2: grabación realizada) con esta participación se ejemplifica el gusto que originó el trabajar con el software, haciendo referencia a Tamayo (2010) cuando expresa que las Tic toman gran importancia dentro del aula de clase en el estudio del lenguaje y su uso multimodal en el proceso de enseñanza y aprendizaje, así mismo que las Tic permiten crear dentro del aula diversas estrategias de enseñanza para que los estudiantes se apropien de los conceptos, los interpreten y asuman su comprensión desde diferentes puntos de vista.

Por tanto, el uso de herramientas tecnológicas como software dinámico dentro del aula de clase y en el aprendizaje de las matemáticas con tiempo suficiente y manejo adecuado hace que el estudiante vaya desarrollando habilidades argumentativas o mejorando sus estructuras en esta competencia para que tome decisiones y sea capaz de justificar sus procesos con validez.

10 CONCLUSIONES

El estudio realizado en el aula se dedicó a la comprensión de los niveles de argumentación de los estudiantes de grado séptimo en la solución de situaciones en contexto que se relacionaban con la proporcionalidad directa con la ayuda del software dinámico GeoGebra, el cual permitió alcanzar los objetivos inicialmente planteados en cuanto a:

- Identificar los niveles de argumentación que poseen los estudiantes en la solución de situaciones en contexto relacionados a la proporcionalidad directa.
- Describir los niveles de argumentación que se presentan en la solución de situaciones en contexto sobre proporcionalidad directa usando el software dinámico geogebra.

Del análisis de los niveles de argumentación se puede concluir que, en cuanto a la identificación de estos, se logró evidenciar desde la aplicación del cuestionario inicial, que los aportes argumentativos dados eran óptimos para sus edades a pesar que algunos solamente diferenciaron datos de conclusión pero que al pasar de estructuras argumentativas en este caso la más simple, el nivel 2, a otra donde le requiere y exige un reto un tanto más alto en el cual debe elaborar una justificación, se le dificulta a medida que las situaciones en contexto se le daban con un grado de complejidad, para él, un tanto más alto. Se evidencia también que poco a poco por sí mismo, va reforzando estos argumentos a través de conceptos vistos, y permite establecer el proceso que va demandando cada uno de ellos en sus habilidades y estructuras argumentativas a medida que el concepto de proporcionalidad directa, junto con sus propiedades y características se van reforzando.

Describir los niveles de argumentación de los estudiantes no es solamente ver en qué nivel se encuentran según los indicadores que posee cada uno de estos, sino también fue ver la capacidad que tiene el estudiante para sustentar sus procesos lógica y coherentemente sin que él se percate de ello, es decir, como a través de sus diferentes y cortos procesos deja en evidencia que no solamente puede argumentar con palabras sino a través de desarrollo de algoritmos y análisis subjetivos de éstos. Entonces, es el docente quien asume el rol analítico para fortalecer aquellas habilidades en el estudiante a través de estrategias didácticas elaboradas para tal fin. De la misma forma, describir los niveles de argumentación es ver también como implícitamente en sus argumentos va presentando una serie de hechos y justificaciones a través de los algoritmos, poder abstraer de estas operaciones que lógicamente tienen causa – efecto, es decir, tiene una argumentación condicional y que en la mayoría de casos se realizó de esta manera, pero se tomaron las preguntas más representativas, aquellas que presentaron una frecuencia alta en su argumentación para su análisis, en este sentido, Muller, Perret-Clermont, Tartas & Iannaccone, 2009 (citados por Tamayo,2014) expresan que en la practica cotidiana en el aula intervienen diferentes dimensiones, las cuales interactúan de forma independiente y que la argumentación involucra procesos cognitivos, interactivos y dialógicos, entonces describir los niveles argumentativos de los estudiantes es comprender los aspectos en sus diferentes dimensiones.

De esta manera, estos objetivos aportaron elementos y características para alcanzar la comprensión de los niveles de argumentación, no sin dejar a un lado las situaciones en contexto y el software dinámico GeoGebra.

La implementación de herramientas tecnológicas en el aula de clase permitió el acercamiento docente-estudiante de una forma amena y diferente generando expectativas en las dos partes en el aprendizaje de los diferentes conceptos. Así mismo, este software ayudó al docente a interactuar dinámicamente con los diferentes contenidos temáticos, enriqueciendo el proceso de enseñanza y aprendizaje permitiendo también la visualización de las matemáticas desde diferentes perspectivas en tanto que en el proceso de argumentación de los estudiantes, si se utiliza por más tiempo, es una herramienta que puede brindar grandes resultados ya que como se evidenció permitió que el nivel de argumentación subiera en el 17% de los estudiantes, aunque fue pequeño significó que si es posible usar esta herramienta en este proceso de comprensión y análisis y que puede fortalecer las estructuras argumentativas de los estudiantes

Así mismo, GeoGebra es un software que ayuda al docente a interactuar dinámicamente con los diferentes contenidos temáticos, enriqueciendo el proceso de enseñanza y aprendizaje permitiendo también la visualización de las matemáticas desde diferentes perspectivas en tanto que en el proceso de argumentación de los estudiantes utilizado por más tiempo, es una herramienta que puede brindar grandes resultados ya que como se evidenció permitió que el nivel de argumentación subiera en el 17% de los estudiantes, aunque fue pequeño significó que si es posible usar esta herramienta en este proceso de comprensión y análisis y que puede fortalecer las estructuras argumentativas de los estudiantes.

En cuanto a las situaciones en contexto, el trabajar las matemáticas desde problemas reales permite que el estudiante se involucre más en el aprendizaje y se interese en la solución de ellos, pues según como se le presenten va a originar la curiosidad y creatividad del estudiante para su desarrollo, en este estudio se le dieron al estudiante situaciones de su diario vivir escolar, familiar hasta el regional, situaciones que le crearon curiosidad y los condujo a preguntar a sus padres y familiares si esto que se plasmo en las actividades tendría opción de mejoras y cuales serían sus proporciones, de esta manera cumple tres de las funciones que Camarena (2017) propone, de diagnóstico, de motivación y de refuerzo de conocimientos.

Por tanto, entregar al estudiante situaciones reales que les generen retos y que se vean en la necesidad de construir y utilizar el conocimiento adecuado es el desafío que la educación de hoy en día apunta, además de ser interesante para el docente el proporcionarle este tipo de situaciones al estudiante por que éste también aprende al orientar la solución de este tipo de problemas desde la contextualización del aprendizaje.

Por lo anterior y a estos resultados, que en realidad fueron pocos en comparación con los demás estudiantes que avanzaron de nivel o se mantuvieron, se evidenció un avance significativo en la medida en que la generalidad alcanzó un nivel 3 de y sus procesos fueron más rápidos y pensados dentro del concepto de proporcionalidad directa.

A pesar que en el momento 3 hubo un estudiante en nivel 4 significa que el estudio, permitió la compresión de los niveles de argumentación con ayuda de las herramientas tecnológicas son de gran ayuda en la apropiación de conceptos y en cuanto a las situaciones en contexto hay que trabajarlas desde grados inferiores para que los estudiantes se familiaricen un poco más, de igual manera comenzar este proceso de argumentación desde niveles educativos inferiores para alcanzar excelentes argumentos en grados superiores.

Ello nos lleva a concluir que la estrategia de didáctica de la solución de situaciones en contexto con ayuda del software dinámico GeoGebra lo esencial es la interpretación y comprensión de las mismas, ya que sin esto las ideas se tornan superficiales y en ocasiones confusas, llevando al estudiante a dar una respuesta casi monosílaba o procedimental sin ningún respaldo teórico.

Considerando que el objetivo del presente era la comprensión de los niveles de argumentación que tienen los estudiantes con ayuda del software dinámico geogebra en la solución de situaciones en contexto se verifica que a través de esta estrategia se logró identificar y describir con los diferentes criterios dados por Toulmin (2014) para poder alcanzar el propósito de esta investigación, ya que fue una herramienta motivadora que despertó el interés y la curiosidad en los estudiantes y les permitió a través de la representación gráfica la aprehensión y comprensión del tópico utilizado.

En este sentido, los resultados si se miran solo numéricamente resultan poco significativos, ya que como se ha expuesto, los estudiantes seleccionados en la muestra finalizaron emitiendo argumentos de nivel 3, es decir que, si bien la mayoría finalizaron en este nivel, realmente solo el 27% de los estudiantes avanzaron significativamente, pues como se expresó el 57% de los estudiantes estaban en inicio en los niveles 3.y solo el 17% o menos llego al nivel4.

11 RECOMENDACIONES

La contextualización del aprendizaje en problemas reales, implica la aplicación de conocimientos científicos al contexto de situaciones vitales contraponiéndose a la exclusiva reproducción del conocimiento.

En la misma medida, resolver eventos contextualizados con el uso de la tecnología hace que el estudiante en cierta medida construya conocimiento entonces es la tarea del docente ofrecerle estas situaciones desde todas las perspectivas, pero uno de los limitantes en el desarrollo de ellas es el tiempo, refiriendo que para alcanzar mejores resultados en este tipo de estudios se recomienda comenzarlas a trabajar desde grados inferiores, desde primaria.

También en cuanto a la parte metodológica se hace necesario revisar la creación de las situaciones en contexto a menudo, pues una sola de ellas puede generar muchas preguntas en los estudiantes, así mismo, cuando estas se elaboren se hagan preguntas mucho más metacognitivas pues en este estudio las preguntas realizadas no permitieron claramente desarrollar los objetivos como se esperaba, fue un limitante como se expuso anteriormente de carácter metodológico.

En cuanto al manejo del software por parte de los estudiantes, se debe dar las orientaciones e instrucciones pertinentes con mucho tiempo de anterioridad, que el estudiante lo maneje con mayor precisión para evitar la pérdida de tiempo en su funcionamiento nuevamente, obstáculo presentado para alcanzar el objetivo de esta investigación.

En cuanto a la comprensión de los niveles argumentativos en los estudiantes, y el desarrollo de sus estructuras argumentativas se considera decir, que en el proceso educativo debe iniciarse el trabajo sobre la argumentación desde los primeros grados de escolaridad, para permitir que se potencie dicha habilidad en los niños. Este trabajo nos mostró que ellos sí pueden argumentar, en niveles superiores, y usando diferentes recursos.

En tanto, es importante que los docentes y porque no las mismas instituciones educativas generen espacios adecuados para el estudio de la argumentación, teniendo en cuenta los elementos e indicadores que Tamayo (2012) propuso, basándose en la teoría de Toulmin (1958) es decir los datos, conclusión, justificación, respaldo y contraargumento, para así desarrollar la competencia comunicativa en matemáticas (razonar y argumentar) con más eficacia.

Teniendo en cuenta que en las situaciones en contexto potencian los conceptos matemáticos según Camarena (2017) se recomienda también trabajarlos desde los grados inferiores para tener una mejor comprensión y apropiación de los conceptos y porque no teorías matemáticas. Dichas situaciones generan en el estudiante motivación y curiosidad a la vez interés en el qué pasará en un futuro, si se solucionará o no con los procedimientos y argumentos que ellos proponen y presentan; dichos espacios deben abrirse en torno a los problemas sociales e individuales que convoquen al interés del estudiante y les responsabilice y comprometa con el aprendizaje.

Haciendo referencia a la parte conceptual, a la proporcionalidad y proporcionalidad directa, aunque los estudiantes se apropiaron de los conceptos, de la parte teórica solucionando los instrumentos hubo poca identificación de las variables a trabajar en cada una de las situaciones y la determinación de la relación existente entre los conceptos y la construcción de un modelo matemático, se hace necesario para una siguiente investigación el proporcionar a los estudiantes las preguntas correspondientes de tipo conceptual meta cognitivas para la identificación de las variables involucradas en estos problemas reales.

Respecto de los escritos, todos los estudiantes tienen mala ortografía, por lo que se recomienda que se aumente la lectura con los niños para que así adquieran buena ortografía, de igual manera actividades como esta les irá enseñando el uso adecuado de conectores. Estos elementos brindarán herramientas para mejorar la comunicación y la capacidad argumentativa, al igual que la interpretación de las situaciones y/o problemas reales que se les presenten para una mejor comprensión y solución de las mismas.

En cuanto al aspecto didáctico, se recomienda el trabajo colaborativo en el aula de clase y en la solución de situaciones reales pues al generar contradicciones entre los integrantes en lo que se refiere a defender sus argumentos se pueden encontrar y obtener resultados más favorables en la investigación y comprensión de los niveles de argumentación y apropiación de conceptos usando tecnología como medidora del aprendizaje.

12 REFERENCIAS

Cabero, J. (1998). Impacto de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación en las organizaciones educativas. En Lorenzo, M. y otros (coords): Enfoques en la organización y dirección de instituciones educativas formales y no formales (pp. 197-206). Granada: Grupo Editorial Universitario.

Cabrol M. & Székely M. Educación para la formación. 2012.

Camarena G. Patricia. Didáctica de la matemática en contexto. *Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.19, n.2, 01-26, 2017.* Recuperado de: http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2017v19i2p1-26

Córdoba G**.** *Las Tic en el aprendizaje de las matemáticas ¿Qué creen los estudiantes?* Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. Buenos Aires, Argentina. Noviembre 2014.

Chávez V. & Caicedo T. TIC y argumentaciónn: Análisis de tareas propuestas por docentes universitarios. Artículo se deriva del proyecto "Tareas apoyadas en TIC y argumentación", financiado por Colciencias a través de la convocatoria Jóvenes Investigadores e Innovadores. Pontificia Universidad Javeriana Cali- Colombia

Debárbora N. El uso del GeoGebra como recurso educativo digital en la transposición didáctica de las funciones de proporcionalidad. Tesis no publicada. Argentina. 2012.

Ejemplos de proporcionalidad directa. Tomado de: https://www.celeberrima.com/proporcion-directa-representacion-grafica/

García A. Luengo & Mañas J. Utilización de las Tic en el aula. GeoGebra Y Wiris. Universidad de Almería. 2013.

Godino J., Batanero C. & Font V. Fundamentos de la Enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. Febrero 2003. Proyecto Edumat-maestros.

Jiménez García J. & Jiménez Izquierdo S. GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica sobre Tecnología, educación y Sociedad.* Vol. 4, Núm. 7 enero – junio 2017.

Jiménez Aleixandre, & Díaz de B. Discurso de Aula y Argumentación en la clase de Ciencias: Cuestiones Teóricas Y Metodológicas. Departamento de Didáctica das Ciencias Experimentais. Universidad de Santiago de Compostela. 2003.

Lopera Z. Cesar A. Diseño de una Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa que movilice el Aprendizaje de la proporcionalidad directa e inversa a través de las TIC en el grado Séptimo la Institución Educativa el Pedregal del Municipio de Medellín. Tesis no publicada. Universidad Nacional de Colombia. 2014.

López A., Franco A &Ramos E**.** Enseñar química en el contexto de problemas y situaciones de la vida diaria relacionados con la salud. Universidad de Málaga. 2015.

Ministerio de Educación Nacional. (2006b). Plan Nacional Decenal de Educación.

Obando Z, Gilberto; Vasco U., Carlos Eduardo; Arboleda A., Luis Carlos. Enseñanza y Aprendizaje de la Razón, la proporción y la Proporcionalidad: Un Estado del Arte. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, vol. 17, núm. 1, marzo-, 2014, pp.59-82

Pierce R., Stacey K. & Barkatsas A. A scale for monitoring student attitudes to learning mathematics with technology. University of Ballarat, Australia. University of Melbourne, Australia 2005.

Pinochet, Jorge. El modelo argumentativo de Toulmin y la educación en ciencias: una revisión Argumentada vol. 21, núm. 2, abril-junio, 2015, pp. 307-327. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. São Paulo, Brasil.

Ramírez S. Fabiola N. & Grupo Editorial Santillana. Los Caminos del Saber Matemáticas Editorial Santillana S. A. 2013.

Real P. *Las TIC en el proceso enseñanza aprendizaje de las matemáticas*. Materiales para el desarrollo curricular de matemáticas de tercero de ESO por competencias. Jornadas de Innovación docente. Facultad de Matemáticas. Universidad de Sevilla CEP de Sevilla, Sevilla, España.

Ruíz H., Ávila M. & Villa O. Uso del GeoGebra como herramienta didáctica dentro del aula de matemáticas. Curso de reflexión y análisis

Sánchez-Castaño, J. A., Castaño-Mejía, O. Y. & Tamayo-Álzate, O. E. (2015). La argumentación metacognitiva en el aula de ciencias. Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales, Niñez y Juventud, 13 (2), pp. 1153-1168.

Sánchez L., González J. & García A. La Argumentación en la Enseñanza de las Ciencias. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*. No. 1, Vol. 9, pp. 11-28. Manizales: Universidad de Caldas. 2013

Tamayo O., et al (2010). La clase multimodal y la formación y evolución de conceptos científicos a través del uso de tecnologías de la información y comunicación. Universidad Autónoma de Manizales. Cap. 4.

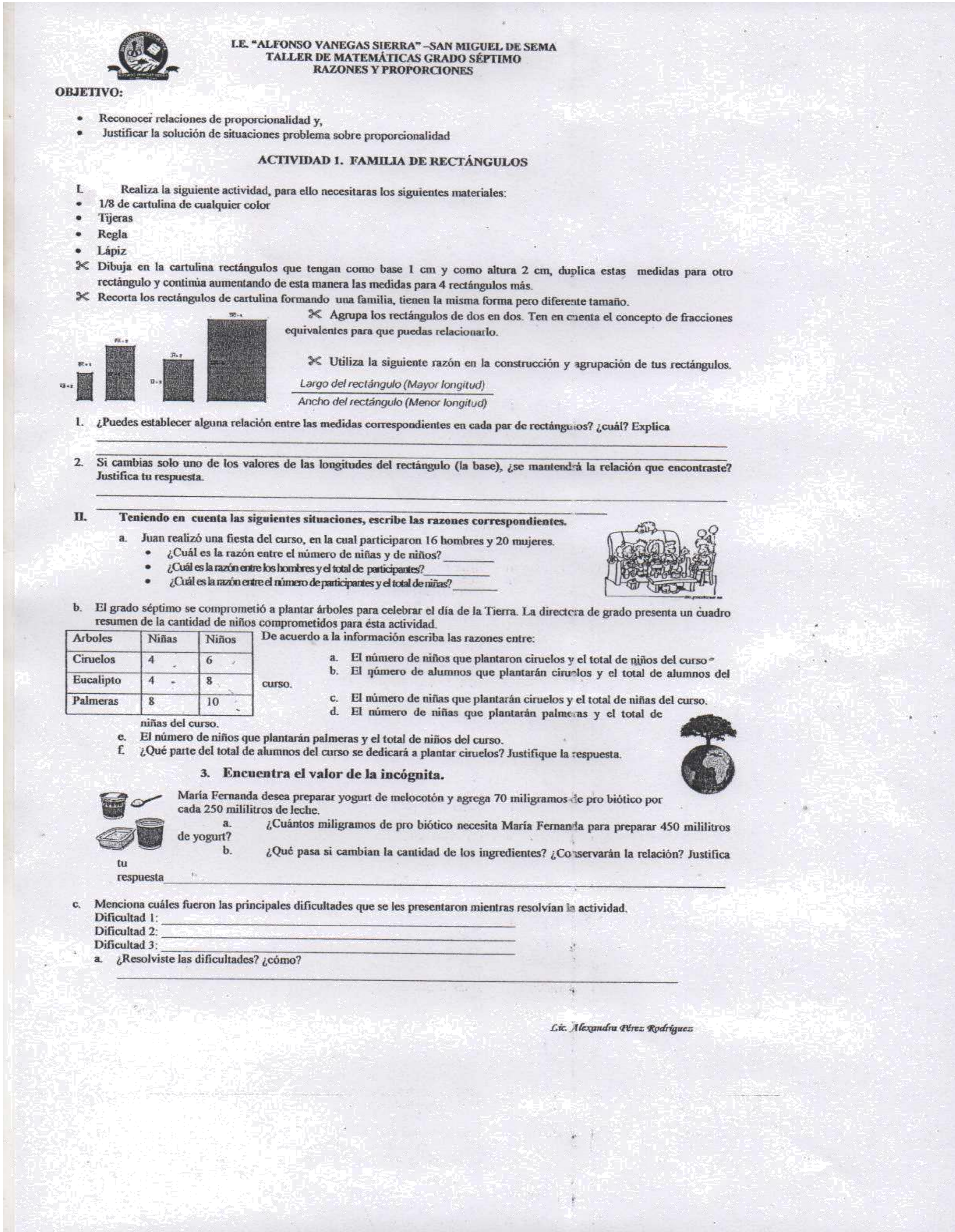
Tamayo O. (2011). La argumentación como constituyente del pensamiento crítico en niños. Colciencias.

Toulmin, S. (1958). Los usos de la argumentación. Traducción de María Morras y Victoria Pineda. Ediciones Península Barcelona.

Valverde G., Castro E. La relación de proporcionalidad contextualizada desde la realidad socio – cultural. Universidad de Granada, España.

ANEXOS

Ilustración 1 Solución Cuestionario inicial



I.E. "ALFONSO VANEGAS SIERRA" –SAN MIGUEL DE SEMA
TALLER DE MATEMÁTICAS GRADO SÉPTIMO
RAZONES Y PROPORCIONES

OBJETIVO:

- Reconocer relaciones de proporcionalidad y,
- Justificar la solución de situaciones problema sobre proporcionalidad

ACTIVIDAD 1. FAMILIA DE RECTÁNGULOS

I. Realiza la siguiente actividad, para ello necesitaras los siguientes materiales:

- 1/8 de cartulina de cualquier color
- Tijeras
- Regla
- Lápiz

✂ Dibuja en la cartulina rectángulos que tengan como base 1 cm y como altura 2 cm, duplica estas medidas para otro rectángulo y continúa aumentando de esta manera las medidas para 4 rectángulos más.

✂ Recorta los rectángulos de cartulina formando una familia, tienen la misma forma pero diferente tamaño.

✂ Agrupa los rectángulos de dos en dos. Ten en cuenta el concepto de fracciones equivalentes para que puedas relacionarlo.

✂ Utiliza la siguiente razón en la construcción y agrupación de tus rectángulos.

$$\frac{\text{Largo del rectángulo (Mayor longitud)}}{\text{Ancho del rectángulo (Menor longitud)}}$$

1. ¿Puedes establecer alguna relación entre las medidas correspondientes en cada par de rectángulos? ¿cuál? Explica
____
2. Si cambias solo uno de los valores de las longitudes del rectángulo (la base), ¿se mantendrá la relación que encontraste? Justifica tu respuesta.
____

II. **Teniendo en cuenta las siguientes situaciones, escribe las razones correspondientes.**

a. Juan realizó una fiesta del curso, en la cual participaron 16 hombres y 20 mujeres.
- ¿Cuál es la razón entre el número de niñas y de niños? ________
- ¿Cuál es la razón entre los hombres y el total de participantes?________
- ¿Cuál es la razón entre el número de participantes y el total de niñas?________

b. El grado séptimo se comprometió a plantar árboles para celebrar el día de la Tierra. La directora de grado presenta un cuadro resumen de la cantidad de niños comprometidos para ésta actividad.

Arboles	Niñas	Niños
Ciruelos	4	6
Eucalipto	4	8
Palmeras	8	10

De acuerdo a la información escriba las razones entre:

a. El número de niños que plantaron ciruelos y el total de niños del curso
b. El número de alumnos que plantarán ciruelos y el total de alumnos del curso.
c. El número de niñas que plantarán ciruelos y el total de niñas del curso.
d. El número de niñas que plantarán palmeras y el total de niñas del curso.
e. El número de niños que plantarán palmeras y el total de niños del curso.
f. ¿Qué parte del total de alumnos del curso se dedicará a plantar ciruelos? Justifique la respuesta.

3. **Encuentra el valor de la incógnita.**

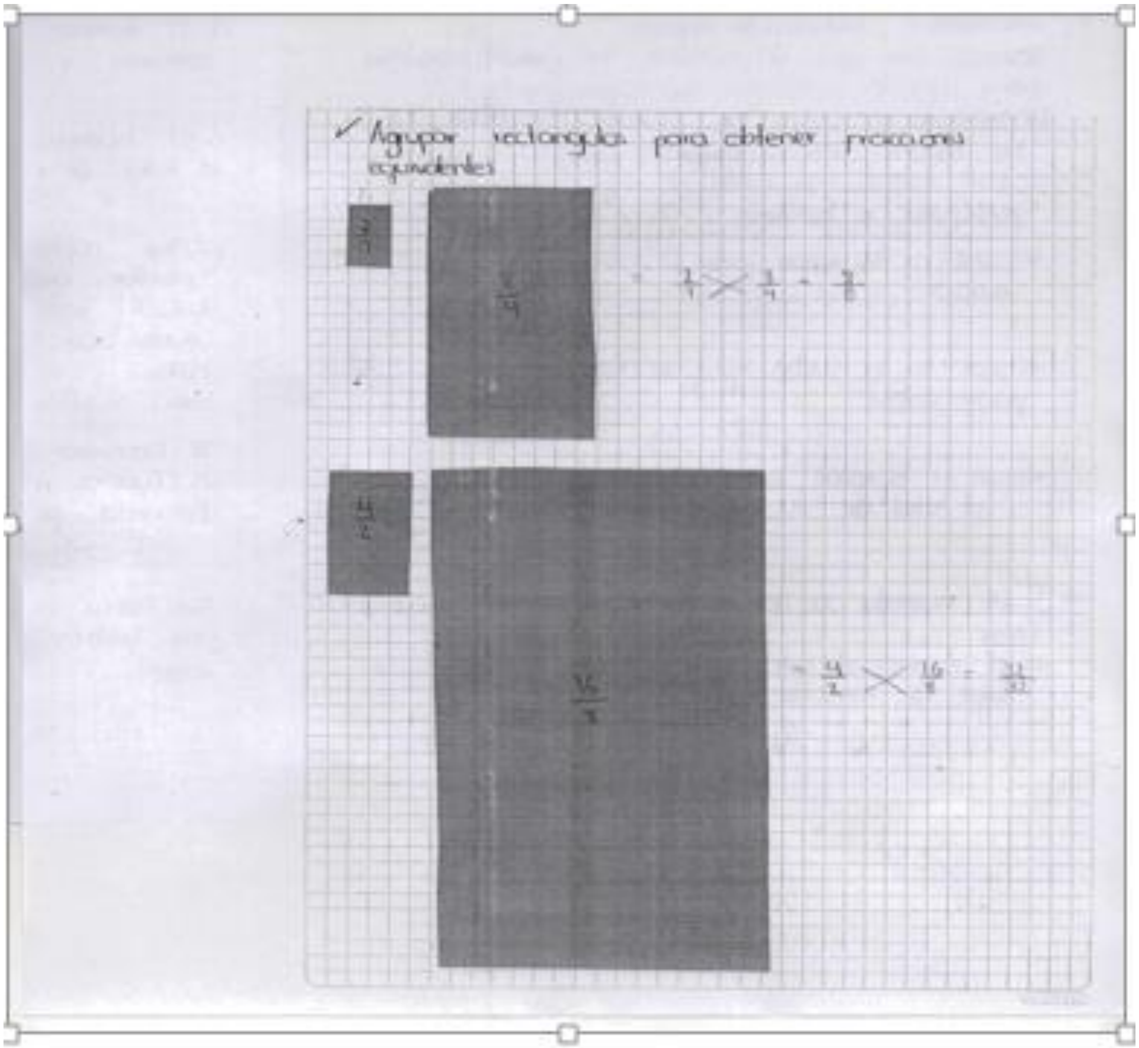
María Fernanda desea preparar yogurt de melocotón y agrega 70 miligramos de pro biótico por cada 250 mililitros de leche.

a. ¿Cuántos miligramos de pro biótico necesita María Fernanda para preparar 450 mililitros de yogurt?
b. ¿Qué pasa si cambian la cantidad de los ingredientes? ¿Conservarán la relación? Justifica tu respuesta____

c. Menciona cuáles fueron las principales dificultades que se les presentaron mientras resolvían la actividad.
Dificultad 1: ______________________________
Dificultad 2: ______________________________
Dificultad 3: ______________________________
a. ¿Resolviste las dificultades? ¿cómo?
____

Lic. Alexandra Pérez Rodríguez

Ilustración 2 Solución cuestionario inicial



Preguntas

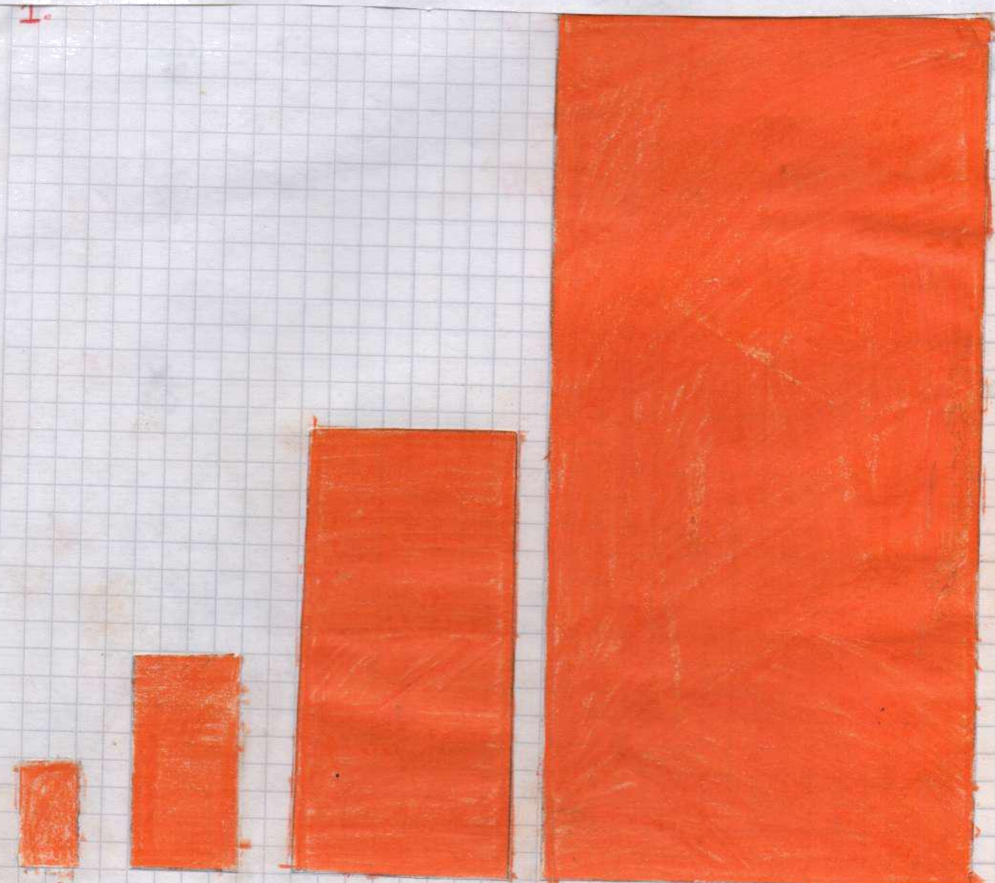
1) ¿Puedes establecer alguna relación entre las medidas correspondientes en cada por de rectangulos? ¿cual? explica

RTA: que ambas son equivalentes porque al multiplicar las fracciones en cruz nos da el mismo resultado en el numerador y denominador

2) Si cambias solo uno de los valores de las longitudes del rectangulo (la base) ¿se mantendria la relación que encontraste? Justifica tu repuesta

RTA: si, por que el numero se puede cambiar para que la fracción sea equivalente

I.

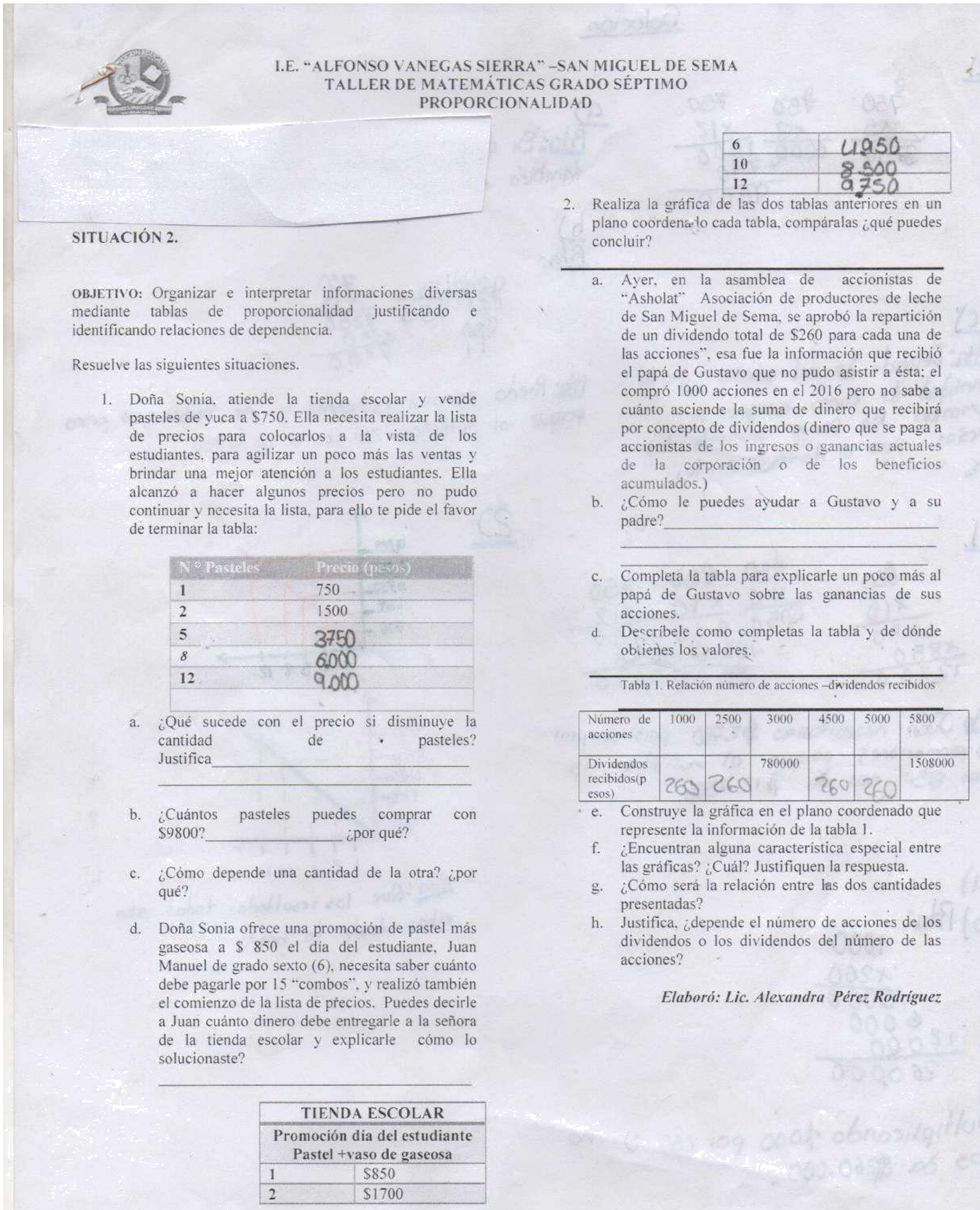


$\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{2}{2} = \frac{8}{4} = \frac{2}{2} = \frac{16}{8}$

a) Si, se establece una relación al igual que si multiplicamos en cruz da el resultado de las medidas de los rectángulos

b) No saldría una relación por que si cambiamos la base se cambia el resultado y la medida de los rectángulos.

Ilustración 3 Cuestionario 2. Momento 2



I.E. "ALFONSO VANEGAS SIERRA" –SAN MIGUEL DE SEMA
TALLER DE MATEMÁTICAS GRADO SÉPTIMO
PROPORCIONALIDAD

SITUACIÓN 2.

OBJETIVO: Organizar e interpretar informaciones diversas mediante tablas de proporcionalidad justificando e identificando relaciones de dependencia.

Resuelve las siguientes situaciones.

1. Doña Sonia, atiende la tienda escolar y vende pasteles de yuca a $750. Ella necesita realizar la lista de precios para colocarlos a la vista de los estudiantes, para agilizar un poco más las ventas y brindar una mejor atención a los estudiantes. Ella alcanzó a hacer algunos precios pero no pudo continuar y necesita la lista, para ello te pide el favor de terminar la tabla:

N º Pasteles	Precio (pesos)
1	750
2	1500
5	3750
8	6000
12	9000

a. ¿Qué sucede con el precio si disminuye la cantidad de pasteles? Justifica________________________________

b. ¿Cuántos pasteles puedes comprar con $9800?________________¿por qué?

c. ¿Cómo depende una cantidad de la otra? ¿por qué?

d. Doña Sonia ofrece una promoción de pastel más gaseosa a $ 850 el día del estudiante. Juan Manuel de grado sexto (6), necesita saber cuánto debe pagarle por 15 "combos", y realizó también el comienzo de la lista de precios. Puedes decirle a Juan cuánto dinero debe entregarle a la señora de la tienda escolar y explicarle cómo lo solucionaste?

TIENDA ESCOLAR	
Promoción día del estudiante Pastel +vaso de gaseosa	
1	$850
2	$1700
6	4950
10	8500
12	9750

2. Realiza la gráfica de las dos tablas anteriores en un plano coordenado cada tabla, compáralas ¿qué puedes concluir?

a. Ayer, en la asamblea de accionistas de "Asholat" Asociación de productores de leche de San Miguel de Sema, se aprobó la repartición de un dividendo total de $260 para cada una de las acciones", esa fue la información que recibió el papá de Gustavo que no pudo asistir a ésta; el compró 1000 acciones en el 2016 pero no sabe a cuánto asciende la suma de dinero que recibirá por concepto de dividendos (dinero que se paga a accionistas de los ingresos o ganancias actuales de la corporación o de los beneficios acumulados.)

b. ¿Cómo le puedes ayudar a Gustavo y a su padre?________________________________

c. Completa la tabla para explicarle un poco más al papá de Gustavo sobre las ganancias de sus acciones.

d. Descríbele como completas la tabla y de dónde obtienes los valores.

Tabla 1. Relación número de acciones –dividendos recibidos

Número de acciones	1000	2500	3000	4500	5000	5800
Dividendos recibidos(pesos)	260	260	780000	260	260	1508000

e. Construye la gráfica en el plano coordenado que represente la información de la tabla 1.

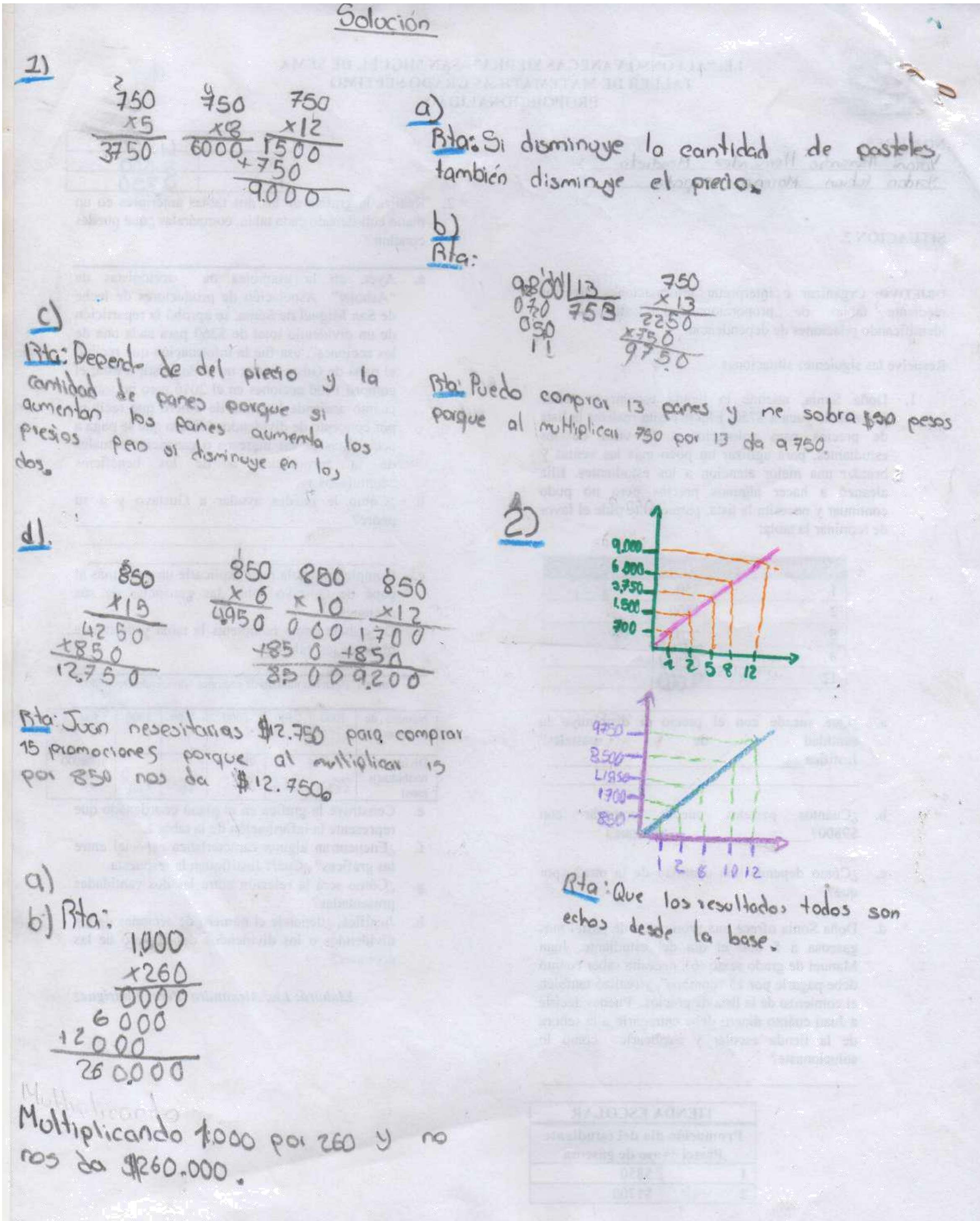
f. ¿Encuentran alguna característica especial entre las gráficas? ¿Cuál? Justifiquen la respuesta.

g. ¿Cómo será la relación entre las dos cantidades presentadas?

h. Justifica, ¿depende el número de acciones de los dividendos o los dividendos del número de las acciones?

Elaboró: Lic. Alexandra Pérez Rodríguez

Ilustración 4 Solución de uno de los estudiantes al cuestionario 2. momento2



Solución

1)

750 × 5 = 3750   750 × 8 = 6000   750 × 12: 1500 + 750 = 9000

a) Rta: Si disminuye la cantidad de pasteles también disminuye el precio.

b) Rta:

9800 ÷ 13 = 753   750 × 13: 2250 + 750 = 9750

Rta: Puedo comprar 13 panes y me sobra $50 pesos porque al multiplicar 750 por 13 da 9.750

c) Rta: Depende de del precio y la cantidad de panes porque si aumentan los panes aumenta los precios pero si disminuye en los dos.

2)

Rta: Que los resultados todos son echos desde la base.

d)

850 × 15: 4250 + 850 = 12750   850 × 6 = 4950   850 × 10: 000 + 850 = 8500   850 × 12: 1700 + 850 = 9200

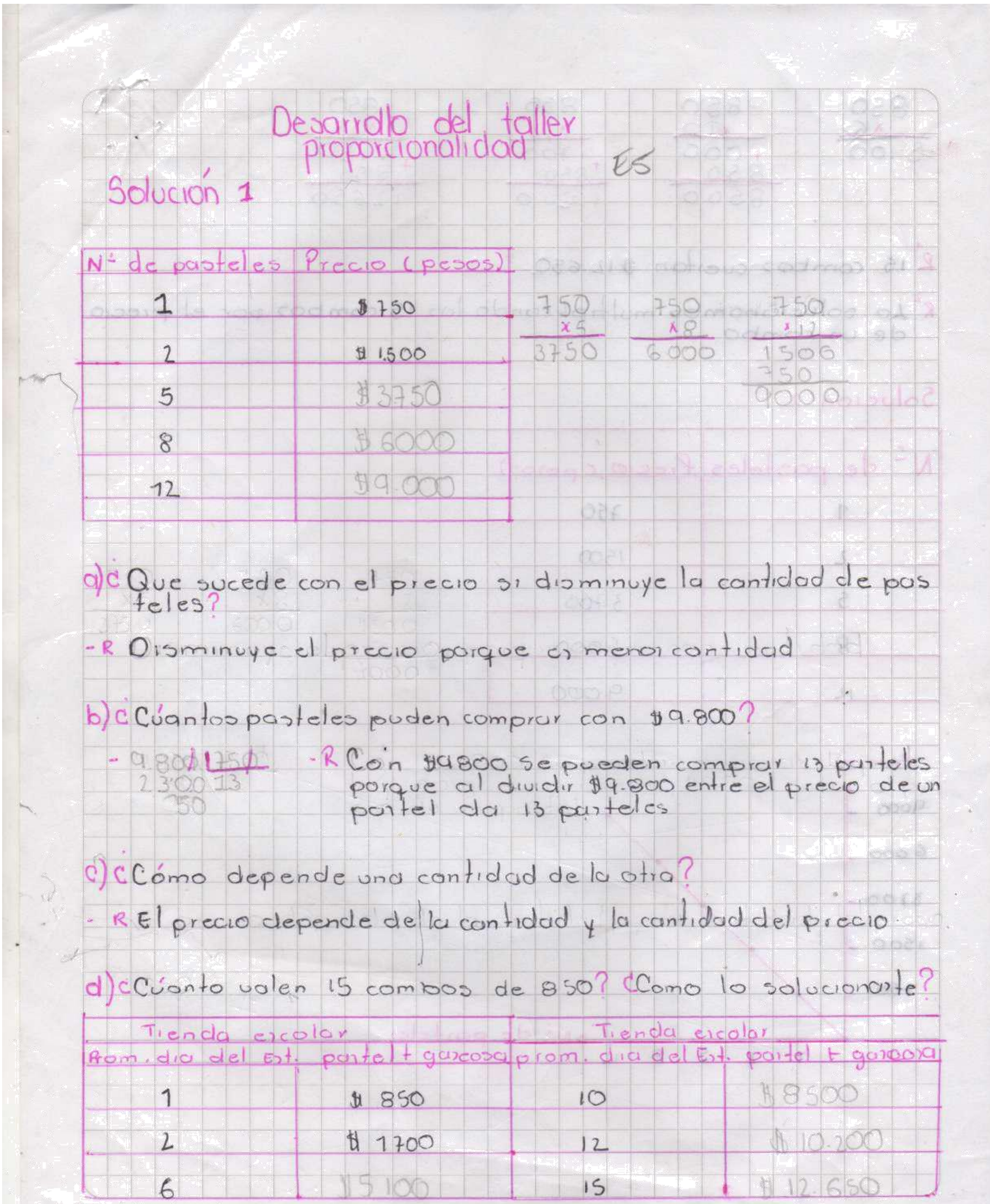
Rta: Juan nesesitarias $12.750 para comprar 15 promociones porque al multiplicar 15 por 850 nos da $12.750.

a)

b) Rta: 1000 × 260: 0000 + 6000 + 2000 = 260000

Multiplicando 1.000 por 260 y no nos da $260.000.

Ilustración 5 Solución de otro estudiante al cuestionario 2



Desarrollo del taller proporcionalidad

ES

Solución 1

Nº de pasteles	Precio (pesos)
1	$750
2	$1.500
5	$3750
8	$6000
12	$9.000

750 x5 = 3750 750 x8 = 6000 750 x12 = 1500 750 9000

a) ¿Que sucede con el precio si disminuye la cantidad de pasteles?

- R Disminuye el precio porque es menor cantidad

b) ¿Cuántos pasteles pueden comprar con $9.800?

- 9.800 | 750 2300 13 50

- R Con $9800 se pueden comprar 13 pasteles porque al dividir $9.800 entre el precio de un pastel da 13 pasteles

c) ¿Cómo depende una cantidad de la otra?

- R El precio depende de la cantidad y la cantidad del precio

d) ¿Cuánto valen 15 combos de 850? ¿Como lo solucionaste?

Tienda escolar		Tienda escolar	
Prom. día del Est.	pastel + gaseosa	prom. día del Est.	pastel + gaseosa
1	$850	10	$8500
2	$1700	12	$10.200
6	$5100	15	$12.650

850 × 6 = 5100

850 × 10: 000 + 850 = 8500

850 × 12: 1700 + 850 = 10200

850 × 15: 4150 + 850 = 12650

R1 15 combos cuestan $12.650

R2 Lo solucionamos multiplicando los 15 combos por el precio de un combo

Solucion 2

N° de pasteles	Precio (pesos)
1	750
2	1500
5	3700
8	6000
12	9000

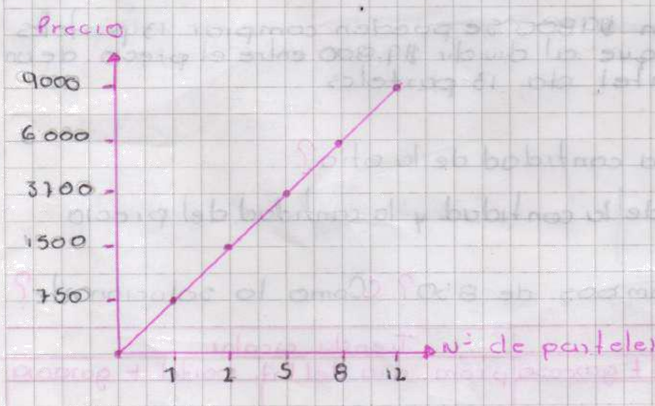


Ilustración 6 Ilustración 6. Cuestionario 3. Momento 2

E3

I.E. "ALFONSO VANEGAS SIERRA" –SAN MIGUEL DE SEMA
TALLER DE MATEMÁTICAS GRADO SÉPTIMO
RAZONES Y PROPORCIONES

OBJETIVO:

Utiliza e interpreta razones y proporciones para representar situaciones de la vida cotidiana.

APLIQUEMOS LO APRENDIDO

1. Un panadero utiliza la siguiente tabla para obtener el precio de venta de los panes:

Número de panes	3	6	12	21	30
Precio a pagar en pesos	1000	2000	4000	7000	10000

a. ¿Cuál será el precio de venta de 9 panes, de 24 panes, de 42 panes, y de 51 panes?
b. ¿Crees que la proporcionalidad te ayudará a resolver el problema?
Si ____No___ ¿Por qué?

2. Para hacer crema de chocolate para 6 personas se necesitan 8 onzas de chocolate, 6 cucharadas de azúcar, 4 yemas de huevo y 10 almendras.
a. ¿Crees que puedes ayudarle a Juan a encontrar la cantidad de ingredientes para hacer la crema?

b. ¿Qué necesita Juan, de cada ingrediente, para preparar una crema para 9 personas? Justifica tu respuesta

REFLEXIONEMOS LAS SIGUIENTES SITUACIONES

A. En un almacén de cosméticos se exhiben cajas de labiales en dos presentaciones. Una presentación de 7 labiales por un costo de 6.650 pesos y otra presentación de 9 labiales por un costo de 8.100 pesos. ¿Cuál de las presentaciones es más económica? Justifica tu respuesta.

B. Dos analgésicos "Ibuprofeno y Dólex" han sido experimentados en dos muestras de personas de edades y situaciones clínicas similares, como remedio para el dolor de cabeza y se han obtenido los siguientes resultados:

ANALGÉSICO	N° DE PERSONAS QUE MEJORAN	N° DE PERSONAS QUE NO MEJORAN
IBUPROFENO	40	60
DOLEX	90	210

Según los resultados, ¿cuál analgésico es más efectivo? ¿Por qué?

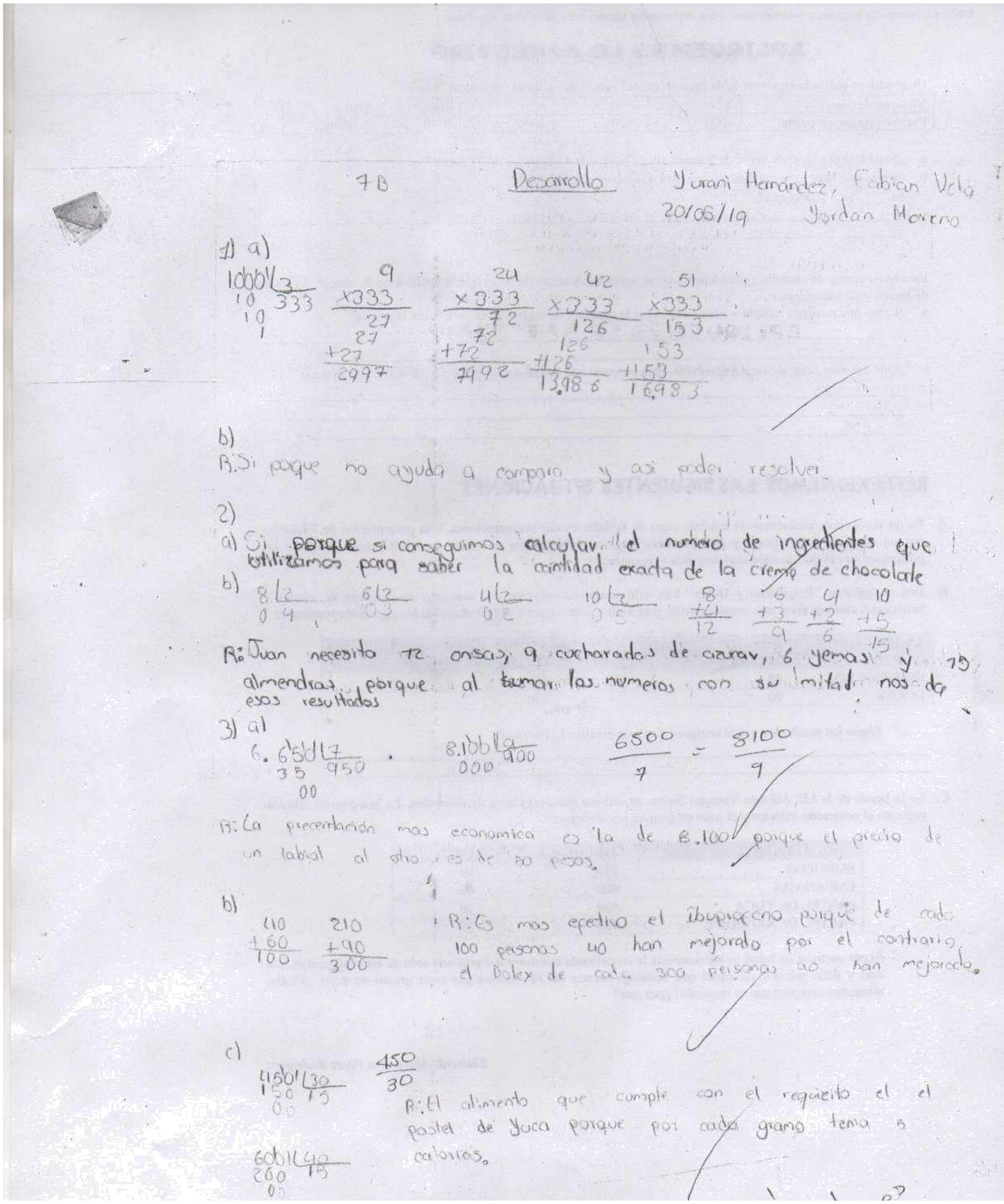
C. En la tienda de la I.E. Alfonso Vanegas Sierra, se ofrecen distintas clases de alimentos. En la siguiente tabla se presenta el contenido calórico y el peso en gramos por alimento.

ALIMENTOS	CALORIAS	GRAMOS
BUÑUELO	450	30
EMPANADA	600	40
PASTEL DE YUCA	400	50
PASTEL DE AREQUIPE	450	25

Si por motivos de salud su nutricionista le recomienda consumir a diario uno solo de estos alimentos (por día) y debe seleccionar aquel que contenga menos de 18 calorías por cada gramo de peso. ¿Cuáles alimentos cumplen con el requisito? ¿por qué?

Elaboró: Alexandra Pérez Rodríguez

Ilustración 7 Ilustración 7. Solución al cuestionario 3



7B Desarrollo Yurani Hernández, Fabian Vela
20/06/19 Jordan Moreno

1) a)
1000 ÷ 3 = 333
9 × 333 = 2997
24 × 333 = 7992
42 × 333 = 13986
51 × 333 = 16983

b)
R: Si porque no ayuda a comparar y así poder resolver

2)
a) Si porque si conseguimos calcular el número de ingredientes que utilizamos para saber la cantidad exacta de la crema de chocolate
b) 8 ÷ 2 = 4 6 ÷ 2 = 3 4 ÷ 2 = 2 10 ÷ 2 = 5
8 + 4 = 12 6 + 3 = 9 4 + 2 = 6 10 + 5 = 15

R: Juan necesita 12 onsas, 9 cucharadas de azucar, 6 yemas y 15 almendras porque al sumar los numeros con su mitad nos da esos resultados

3) a)
6.650 ÷ 7 = 950 8.100 ÷ 9 = 900
6500/7 - 8100/9

R: La presentación mas economica es la de 8.100 porque el precio de un labial al otro, es de 50 pesos.

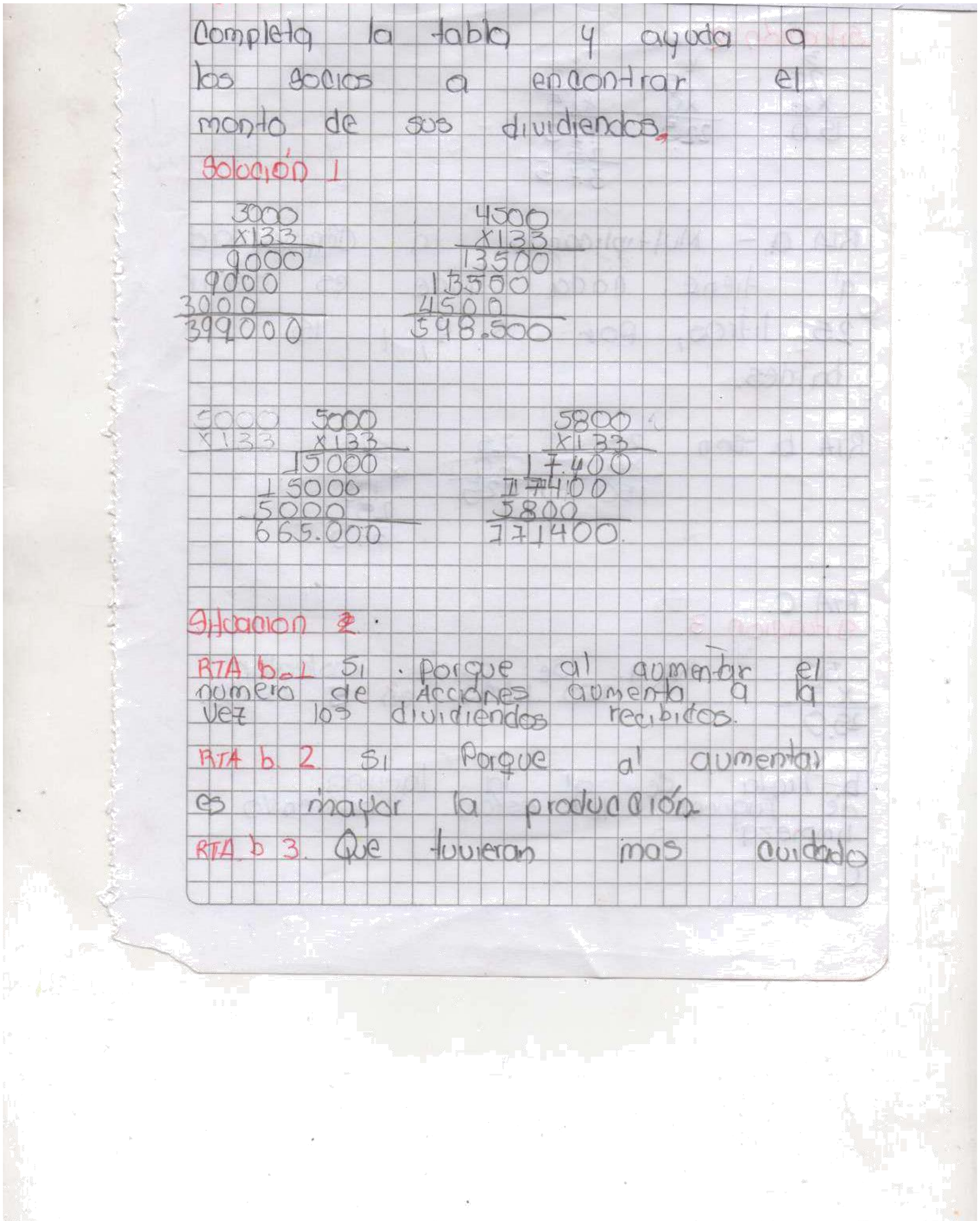
b)
140 + 60 = 200 210 + 90 = 300

R: Es mas efectivo el Ibuproceno porque de cada 100 personas 40 han mejorado por el contrario el Dolex de cada 300 personas 90 han mejorado.

c)
450 ÷ 30 = 15 450/30
600 ÷ 40 = 15

R: El alimento que cumple con el requisito el el pastel de Yuca porque por cada gramo tenía 5 calorías.

Ilustración 8 Ilustración 8. Solución al cuestionario 3



Completa la tabla y ayuda a los socios a encontrar el monto de sus dividiendos.

Solución 1

3000 × 133 = 399000

4500 × 133 = 598.500

5000 × 133 = 665.000

5800 × 133 = 771400

Situación 2.

RTA b. 1 Si. porque al aumentar el numero de Acciones aumenta a la Vez los dividiendos recibidos.

RTA b. 2 Si Porque al aumentar es mayor la produccion.

RTA b 3. Que tuvieran mas cuidado

Ilustración 9 Ilustración 9. Situación 1. Momento reenfoque

EJERCICIOS

EJERCICIO 1

EJERCICIO 2

EVALUACIÓN

Rta: Si les es útil porque aumentaron las ventas

Rta: Si porque si aumentan los dividendos, aumentan las acciones

Rta: invertir porque van ganando mucho dinero

Rta: Con 6 baldes pueden sacar 150 litros de lodo, con 9 baldes pueden sacar 225 litros de lodo y con 15 baldes se pueden sacar 375 litros de lodo.

Rta: Si les es útil porque aumentaron las ventas

Rta: Si porque si aumentan los dividendos, aumentan las acciones

Rta: invertir porque van ganando mucho dinero

Rta: Con 6 baldes pueden sacar 150 litros de lodo, con 9 baldes pueden sacar 225 litros de lodo y con 15 baldes se pueden sacar 375 litros de lodo.

Ilustración 10 Algunas fotografías del trabajo momento 3 en GeoGebra