



**ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS EN LA RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS PARA EL APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS ENTEROS**

DALILA MARIETH FERNÁNDEZ JURADO

Tutores

SANDRA MARIA QUINTERO CORREA

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS**

EDUPOL. CENTRO ASOCIADO

RIOSUCIO, CALDAS

2018

**ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS EN LA RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS PARA EL APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS ENTEROS**

DALILA MARIETH FERNÁNDEZ JURADO

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
EDUPOL. CENTRO ASOCIADO
RIOSUCIO, CALDAS**

2018

AGRADECIMIENTOS

A mis padres, quienes me apoyaron de forma incondicional a lo largo de este proceso y siempre creyeron en mis capacidades.

A mi hijo, Martín Alejandro Cuervo, quien fue una motivación muy grande por su amor, y por el deseo de brindarle un mejor futuro

A mi esposo, Alberth Ernesto Cuervo Romero, por su acompañamiento y paciencia sinigual.

A mi asesora en investigación, Sandra María Quintero Correa, por su apoyo y colaboración en todas las etapas del proceso investigativo y por la inmensa paciencia que supo dispensar a esta humilde servidora

DEDICATORIA

A mis padres, quienes me apoyaron de forma incondicional a lo largo de este proceso y siempre creyeron en mis capacidades.

A mi hijo, Martín Alejandro Cuervo, quien fue una motivación muy grande por su amor, y por el deseo de brindarle un mejor futuro

A mi esposo, Alberth Ernesto Cuervo Romero, por su acompañamiento y paciencia sinigual.

A mi asesora en Investigación, Sandra María Quintero Correa, por su apoyo y colaboración en todas las etapas del proceso investigativo y por la inmensa paciencia que supo dispensar a esta humilde servidora

RESUMEN

Las matemáticas siempre han estado inmersas en una concepción de dificultad para los estudiantes, por ende, la importancia de buscar herramientas, estrategias y metodologías que incentiven y promuevan en el estudiante el interés hacia el aprendizaje. Las Unidades Didácticas están tomando fuerza dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje, gracias a las infinitas bondades que ofrece tanto al docente como al estudiante.

Al realizar un estudio previo en la Institución Educativa Agropecuaria El Remolino, se observó que los estudiantes presentan inconvenientes para lograr asimilar y comprender métodos de resolución de problemas matemáticos de tipo interpretativo con números enteros, además de algunas falencias al comprender una situación problema; es decir, no comprenden que es lo que se pregunta. Del mismo modo se evidencia que los estudiantes no indagan, no preguntan y por ende no muestran motivación en relación con algunos temas del área de matemáticas.

De acuerdo a lo anterior se planteó analizar las ventajas que tiene la implementación de la Resolución de problemas como estrategia metacognitiva en el aprendizaje de los números enteros, esto se realizó bajo un enfoque cualitativo con diseño descriptivo, la unidad de análisis estuvo conformada por cinco estudiantes de grado séptimo.

Los resultados más relevantes estuvieron enmarcados en la evidencia de dificultades que presentan los estudiantes en realizar operaciones con números enteros, más específicamente aquellos que tienen valores negativos, al igual que la ubicación en la recta numérica. Por otra parte, se determinó la eficiencia de la unidad didáctica, pues ella permitió mejorar resultados en la resolución de problemas con números enteros, esto demuestra la factibilidad de usarla en el aula y en distintos contextos académicos.

ABSTRACT

Mathematics has always been immersed in a conception of difficulty for students, therefore the importance of seeking tools, strategies, methodologies that encourage and promote the

student's interest in learning. The teaching units are gaining strength in the process of teaching and learning, thanks to the infinite benefits offered to both the teacher and the student.

When carrying out a previous study in the Educational Institution el Remolding, it was observed that the students have problems to assimilate and understand methods of solving mathematical problems of interpretive type with whole numbers, as well as some shortcomings in understanding the problem situation, that is to say. They do not understand what is being asked. In the same way it can be shown that students do not inquire, do not ask and therefore do not show motivation in relation to some mathematical topics.

The most relevant results were framed in the evidence of difficulties that students present in carrying out operations with whole numbers, more specifically those that have negative values, as well as the location on the number line. On the other hand, the efficiency of the didactic unit was determined, since it allowed to improve results in the resolution of problems with whole numbers, this demonstrates the feasibility of using it in the classroom and in different academic contexts.

TABLA DE CONTENIDO

1	TÍTULO DEL PROYECTO	11
2	PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	12
2.1	Planteamiento del Problema	12
3	JUSTIFICACIÓN	14
4	Objetivos.....	17
4.1	Objetivo General.....	17
4.2	Objetivos Específicos	17
5	MARCO REFERENCIAL	18
5.1	Antecedentes del Proyecto.....	18
5.1.1	Estrategias metacognitivas.....	18
5.1.2	Resolución de problemas	22
5.2	MARCO TEÓRICO	27
5.2.1	Estrategias metacognitivas.....	27
5.2.2	Regulación Metacognitiva	32
5.2.3	Resolución de problemas	33
6	MARCO METODOLÓGICO	38
6.1	Enfoque de la Investigación	38

6.2	Tipo de Investigación	38
6.2.1	Contextualización	39
6.2.2	Población.	40
6.2.3	Muestra.	40
6.2.4	Unidad de análisis	40
6.3	INSTRUMENTOS PARA RECOLECTAR INFORMACIÓN	40
6.3.1	Observación participante	40
6.3.2	Entrevista semiestructurada.	41
6.4	Fases de la Unidad Didáctica.....	43
6.4.1	Análisis de datos.	47
7	ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	48
7.1	Momento uno (ubicación)	48
7.1.1	Análisis de preguntas por agrupación de categorías y subcategorías.	50
7.2	Análisis del momento uno	51
7.3	Momento 2 de desubicación	52
7.3.1	Análisis del ingreso a la Plataforma Erudito	53
7.3.2	Análisis de los problemas con números enteros	54

7.3.3	Análisis de la Plantilla para la solución de problemas y ejercicios con números enteros	68
7.3.4	Análisis del momento dos	72
7.4	MOMENTO 3 DE REENFOQUE	73
7.4.1	Análisis de la Entrevista semiestructurada	74
7.4.2	Análisis momento tres	84
8	CONCLUSIONES	87
9	RECOMENDACIONES	89
10	BIBLIOGRAFÍA	90
11	ANEXOS	97

Lista de tablas

Tabla 1. Tabla de categorías y subcategorías del proyecto de investigación**¡Error! Marcador no definido.**

Tabla 2. Unidad Didáctica**¡Error! Marcador no definido.**

Tabla 3. Análisis momento de ubicación.....**¡Error! Marcador no definido.**

Tabla 4. Momento dos**¡Error! Marcador no definido.**

Tabla 5. Plantilla para la solución de problemas y ejercicios con números enteros.....**¡Error! Marcador no definido.**

Tabla 6. Premisas Fuente.....**¡Error! Marcador no definido.**

CAPÍTULO I: Aspectos Preliminares

1 TÍTULO DEL PROYECTO

Estrategias metacognitivas en la resolución de problemas para el aprendizaje de los números enteros

2 PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

2.1 Planteamiento del Problema

En la presente investigación se analizaron las dificultades identificadas en un grupo de estudiantes de básica primaria, en relación a la comprensión y resolución de problemas matemáticos.

En el contexto nacional, estas dificultades se analizaron desde los resultados de las pruebas Saber, aplicadas en el segundo periodo del 2016 a 12 estudiantes de séptimo grado presentan dificultades al resolver problemas y situaciones matemáticas en diferentes contextos, que además presentan deficiencias en la interpretación de datos, razonamiento, argumentación y operaciones, siendo estos los principales componentes que miden las pruebas. Asimismo, se encontró que en la institución se prioriza en estrategias basadas en la repetición y solución de operaciones algorítmicas, por lo que al sugerir ejercicios matemáticos que impliquen interpretación, análisis, reflexión y evaluación de situaciones, los estudiantes presentan dificultades.

Ahora bien, al realizar un estudio previo en la Institución Educativa Agropecuaria El Remolino, se observó que los estudiantes presentan inconvenientes para asimilar y comprender adecuadamente los métodos necesarios para la resolución de problemas matemáticos de tipo interpretativo con números enteros. Se identificaron falencias en la comprensión lectora, en la forma de interpretar situaciones y en la falta de indagación, esto sumado al desinterés para asumir la resolución de problemas estructurados matemáticos.

De igual manera, los indicadores que sustentan el problema en cuestión, apuntan a que las estrategias implementadas por los docentes del área, no están dando los resultados esperados para mejorar los niveles en las competencias matemáticas de los estudiantes. Generalmente el aprendizaje del área de matemáticas ha estado asociado a concentrar la atención del alumno en proceso de memorizar conceptos, dejando a un lado la importancia de la interpretación y resolución de problemas a partir de situaciones reales.

La problemática generó la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuál es la influencia que tiene la implementación de estrategias metacognitivas en la resolución de problemas hacia el aprendizaje de los números enteros, en estudiantes de 7° de la Institución Educativa Agropecuaria El Remolino?

3 JUSTIFICACIÓN

La presente investigación se ocupa de la enseñanza de las matemáticas, pero desde una mirada más allá de la simple resolución de algoritmos y teniendo en cuenta el abordaje de situaciones reales, con el objetivo de brindar a los estudiantes contextos en los cuales puedan dar uso a lo aprendido, para que, de esta forma, puedan entender que el propósito de la enseñanza radica en la utilidad de los conocimientos en la vida real, y no en la resolución de operaciones.

Para lograr este propósito, se considera importante enseñar a los estudiantes diferentes estrategias para la resolución de problemas matemáticos que puedan ser utilizados en los contextos de la vida diaria, teniendo en cuenta que las estrategias de aprendizaje varían para cada estudiante y los métodos tradicionales de enseñanza no son asimilados de la misma forma por cada uno de ellos.

De acuerdo a lo anterior, el presente trabajo pretende demostrar que con la integración de estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas, se pueden mejorar de forma progresiva las habilidades de comprensión y razonamiento de problemas, pero también, que su uso genera mayor interés y desarrollo de la autonomía en los estudiantes. Para lograr este propósito, se plantea el uso de recursos digitales, tales como juegos de video o una página web, que resultan muy adecuados teniendo en cuenta las capacidades que tienen los estudiantes en el manejo de estos recursos y las diferentes estrategias de aprendizaje que integran los recursos digitales. Además de lo anterior, los recursos audiovisuales ofrecen diversas oportunidades a los estudiantes en su aprendizaje, el sonido, la imagen, los efectos, la emoción y las sensaciones que se derivan son la mejor dosis para aprender.

Un campo audiovisual en gran auge es el de los juegos y, en concreto, los videojuegos. Éstos ejercen gran motivación y pueden utilizarse para el trabajo de aspectos relativos al desarrollo de la personalidad (autoestima, capacidad de planificación y organización...) así como para potenciar el aprendizaje de contenidos curriculares (Gros, 2008). De acuerdo al

autor, en los tiempos actuales estos (videojuegos), se están convirtiendo en parte esencial de los niños, jóvenes y adultos, por eso es importante sacarle provecho y desarrollar todo lo que sea posible a través de ellos.

Sobre la metacognición en la resolución de problemas matemáticos con números enteros, tal y como lo indica Domenech (2004) se encuentra una evidente independencia entre la capacidad intelectual de los estudiantes y la capacidad metacognitiva. La primera sugiere la capacidad intelectual directamente relacionada con la inteligencia y la factibilidad y facilidad con la que el cerebro establece conexiones neuronales que le permiten al estudiante comprender y aplicar nuevos conocimientos; la segunda, está relacionada con la habilidad que tiene el alumno para reconocer, controlar y evaluar sus propios procesos cognitivos.

De allí, la importancia del uso de estrategias metacognitivas que ayuden a potenciar el aprendizaje de las matemáticas, porque al reconocer la manera como se aprende e identificar los errores que se cometen, da a los estudiantes la posibilidad de abordar con más propiedad un problema y resolverlo.

La importancia de la presente investigación, radica en el abordaje que se hace a los problemas matemáticos, que pretende integrar recursos digitales en la enseñanza de los números y sus operaciones, con el propósito de potenciar en los estudiantes el pensamiento autónomo y reflexivo para la resolución de los problemas no solo matemáticos, sino también de la vida diaria. Para los investigadores, el propósito de la investigación se considera pertinente, si se tiene en cuenta el bajo desempeño de los estudiantes a nivel nacional en el área de matemáticas (pruebas SABER, 2016) y la necesidad de replantear los métodos de enseñanza, para adecuarlos a las necesidades del estudiantado de la era moderna, tan influenciada por la tecnología y los recursos digitales.

Así las cosas, la investigación está encaminada a realizar un aporte significativo a las estrategias que se están desarrollando en la actualidad en el aula de clase para la enseñanza de las matemáticas, evidenciando las cualidades de implementar estrategias metacognitivas

en dicho proceso. Facilitando así la labor, tanto de profesores, como de los estudiantes que sufren por la dificultad para entender conceptos matemáticos que serían mucho más comprensibles con estrategias didácticas que estén más acorde al momento histórico, en cuanto a dinámica en el aprendizaje y evolución tecnológica.

4 OBJETIVOS

4.1 Objetivo General

Analizar las ventajas que tiene la implementación de estrategias metacognitivas en la resolución de problemas para el aprendizaje de los números enteros, en alumnos del grado séptimo de la Institución Educativa Agropecuaria El Remolino.

4.2 Objetivos Específicos

- Identificar las estrategias utilizadas por los estudiantes de grado séptimo en la resolución de problemas matemáticos para el aprendizaje de los números enteros.
- Identificar las características de las estrategias metacognitivas y los pasos en la resolución de problemas hacia el aprendizaje de los números enteros.
- Vincular estrategias metacognitivas en la resolución de problemas para el aprendizaje de los números enteros en estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Agropecuaria El Remolino.

CAPÍTULO II. Aspectos Teóricos

5 MARCO REFERENCIAL

5.1 Antecedentes del Proyecto

La UCA (2017) asegura que la resolución de problemas refiere eficacia y agilidad para dar soluciones a situaciones detectadas, lo que a su vez implica acciones correctoras necesarias con sentido común e iniciativas. Lo anterior permite deducir que la resolución de problemas permite dar respuesta a los cuestionamientos que se generan a diario; por tanto, constituyen una herramienta fundamental en el aprendizaje de los números enteros, lo que refleja la necesidad de investigar los antecedentes de estudios realizados por fuentes reconocidas que permitan dilucidar a fondo las estrategias más eficaces en el proceso educativo de las instituciones. Los antecedentes que a continuación se citan, están agrupados en dos ejes principales de los cuales está desarrollado el presente trabajo de investigación: Estrategias Metacognitivas, de acuerdo a los planteamientos de Flavell (1976, 1978, 1979) y Schoendelf (1985), y resolución de Problemas, teniendo en cuenta los razonamientos teóricos de Miguel de Guzmán (1984, 1991).

5.1.1 Estrategias metacognitivas.

Dentro de esta categoría se tiene la investigación de Gómez & Castillo (2016), quien estudió la incidencia de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas que incluían dentro de la descripción números enteros. Este trabajo realiza un importante avance en la investigación de los procesos de enseñanza y aprendizaje en estudiantes de secundaria aplicando la regulación metacognitiva en la resolución de problemas, de tal manera que se logre obtener mayor conciencia de los estudiantes en cuanto a sus procesos de aprendizaje, y así mismo, se logre identificar las falencias y aciertos, con respecto a la resolución de los problemas relacionados con la adición de números enteros.

Esta investigación concluye que la regulación metacognitiva es una estrategia de gran importancia para ser utilizada en los procesos de enseñanza y aprendizaje como

herramienta para la producción y adquisición de conocimiento. Así mismo, esta herramienta es considerada valiosa en la comprensión de la retención de lo que aprende y el control o regulación de su propio aprendizaje y de esta forma mejorar la eficacia del aprendizaje y la reflexión crítica del aprendiz, frente a la resolución de problemas con la adición de números enteros.

La investigación realizada por Troncoso Oscar (2013), analiza el aprendizaje de las matemáticas y la aplicabilidad del conocimiento adquirido en el área de las matemáticas con respecto a la vida cotidiana de los estudiantes, y plantea una crítica sobre el poco recogimiento de las estrategias metodológicas en cuanto a los procesos cognitivos de los estudiantes, debido que estas están orientadas generalmente en el resultado en el desarrollo de algoritmos o problemas matemáticos. Por esta razón se trae a colación la metacognición como instrumento proveniente de la psicología para estudiar la manera como un estudiante enfrenta un ejercicio matemático, y la implementación que mejore la realización de dichos procesos.

Esta investigación es relevante, en la medida en que plantea que los procesos de enseñanza de la matemática no deben circunscribirse solo a la resolución de algoritmos; sino que este debe involucrar un desarrollo de situaciones reales para que los estudiantes le encuentren aplicación práctica al uso de las operaciones matemáticas.

Es importante desarrollar actividades en el aula de clase que permitan en los estudiantes realizar procesos de pensamiento como lo menciona Tárraga (2008) en la tesis de maestría, la cual tiene por título: “¡Resuélvelo! Eficacia de un entrenamiento en estrategias cognitivas y metacognitivas de solución de problemas matemáticos con estudiantes con dificultades de aprendizaje”; en ella tuvo como objetivo principal de estudio la valoración de la eficacia de un entrenamiento en solución de problemas matemáticos basado en la instrucción y práctica de estrategias cognitivas y metacognitivas en alumnos con dificultades del aprendizaje en matemáticas. Fue una investigación de tipo experimental. La selección de alumnos a quienes la batería fue aplicada fue conformada en tres (3) grupos: Grupo experimental: 11 alumnos con diagnóstico de dificultades de aprendizaje en solución de problemas (DASP)

que recibieron el entrenamiento en el uso de estrategias cognitivas y metacognitivas ¡Resuélvelo! Grupo control con DASP: 11 alumnos con diagnóstico de DASP que continuaron el ritmo normal de su aula de apoyo recibiendo la instrucción que habitualmente se llevaba a cabo en matemáticas. Grupo control sin DA: 11 alumnos con buen rendimiento en matemáticas que continuaron el ritmo normal de sus aulas recibiendo instrucción tradicional en matemáticas. La evaluación de los tres dominios se llevó a cabo en tres momentos diferentes: pre test: antes de la aplicación del programa, post test: inmediatamente tras finalizar el programa. Seguimiento: transcurridos dos meses tras finalizar la intervención.

El trabajo dentro de las conclusiones menciona lo siguiente: “el programa de entrenamiento en estrategias cognitivas y metacognitivas de solución de problemas produjo una mejora en la solución de problemas matemáticos tradicionales similares a los empleados en la intervención” (Tárraga, 2008, p. 156), más no produjo efectos significativos en el conocimiento y estrategias, ni produjo efectos significativos en las variables afectivas.

A través de la historia se han realizado varios estudios que permiten determinar la importancia de utilizar estrategias metacognitivas en los procesos de aprendizaje direccionados con los estudiantes; al respecto se tienen los aportes brindados por Troncoso (2013), a través de su ponencia realizada en el 2do Congreso Internacional Abrapalabra realizado en Ibagué describe su investigación titulada: “Estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas: Una intervención en el aula para determinar las implicaciones de la implementación de estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas”; en este trabajo la formulación del problema surgió frente a la pregunta: ¿Qué implicaciones tiene en el aprendizaje de las matemáticas la incorporación de estrategias metacognitivas? Para su resolución se realizó un estudio cuasi experimental en el cual se tomó como población de estudio a estudiantes de grado sexto de bachillerato y se les aplicó una metodología de cuatro momentos: **Primer momento:** el maestro realizó una explicación de contenidos y procesos para la resolución de problemas y generó una pregunta como herramienta de reflexión frente a lo planteado. **Segundo momento:** se realizó un taller estudiante - maestro como práctica guiada. **Tercer momento:** aplicación de

práctica cooperativa o trabajo en grupo. **Cuarto momento:** evaluación del aprendizaje (práctica individual). La aplicación de estos momentos dio como resultado en esta investigación que los estudiantes incurrieran en un proceso reflexivo que aportó al mejoramiento del aprendizaje. En las etapas iniciales los estudiantes se tornaron pasivos y reacios frente a la resolución de problemas, pero en los resultados de las pruebas finales se observó un avance en el proceso de las operaciones básicas como suma y resta, y que este afianzamiento de conocimiento conllevó a tomarlo como un punto de referencia para solucionar un problema planteado.

Es importante la estrecha relación que se evidencia al vincular las estrategias metacognitivas a la resolución de problemas, de lo cual da cuenta la investigación realizada por Iriarte (2011) titulada: “Estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de 5° de básica primaria”; tuvo como objetivo principal describir la influencia de la implementación de estrategias didácticas con enfoque metacognitivo en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas matemáticos. Esta investigación tomó como muestra 135 estudiantes normalistas de quinto año de escolaridad aplicando una metodología cuasi experimental, la población se dividió en dos grupos en los que se aplicó pretest y postest a un grupo y al otro solamente postest, dentro de las variables a estudiar se incluyeron las variables independientes, la estrategia didáctica con enfoque metacognitivo y como variable dependiente, el desarrollo de la habilidad para resolver problemas matemáticos. La prueba aplicada a la población de estudio planteó situaciones basadas en resolución de problemas bajo tres componentes: tres problemas del componente aleatorio, tres problemas de componente geométrico – métrico y cuatro problemas del componente numérico – variacional.

Estas situaciones fueron acompañadas por cuatro fases de intervención: **Primera fase:** instrucción directa por parte del docente frente a la explicación de métodos heurísticos para resolución de problemas. **Segunda fase:** modelado metacognitivo dividido en tres momentos: a) el docente guía y muestra cómo resolver un problema a través de procesos de metacognición. b) el docente resuelve los problemas con los estudiantes por medio de preguntas orientadoras. c) el estudiante resuelve los problemas con autonomía. **Tercera**

fase: Práctica guiada, el docente proporciona a los estudiantes una guía para desarrollar su autonomía frente a las posibles soluciones que pueden dar a un problema. **Cuarta Fase:** se aplica el aprendizaje cooperativo en el cual un estudiante con un desempeño más alto acompaña en el proceso a los que tienen un nivel bajo para potenciar el aprendizaje.

Con la aplicación de esta metodología se obtuvieron como conclusiones: uno de los factores primordiales frente a la recepción de conocimiento de los estudiantes es la preparación del docente y la manera como este aplique las estrategias didácticas, ya que el pertinente desarrollo de las mismas contribuye al fortalecimiento de competencias metacognitivas en el estudiante aportando en la creación de un aprendizaje autónomo. En esta misma línea, la implementación de resolución de problemas matemáticos aplicados a la realidad constituye un ejercicio en el que interfieren factores como actuación, métodos, y procedimientos de solución, lo que implica un fortalecimiento en la competencia de resolver problemas desde la matematización de las realidades.

5.1.2 Resolución de problemas.

La resolución de problemas en matemáticas se ha convertido en una estrategia fundamental al momento de desarrollar competencias en los estudiantes, es por eso, que alrededor de este tema se han desarrollado varias investigaciones como la de Bolívar (2010), titulada: “Efectos de la Resolución de Problemas mediado por el Weblog sobre el rendimiento en matemáticas”; la cual tuvo como objetivo general diseñar y aplicar actividades en las que los estudiantes solucionen sus problemas, actúen como partícipes activos en la construcción de los conocimientos, produzcan y desarrollen técnicas o estrategias de resolución, siendo el docente un moderador del proceso. El trabajo se enmarcó dentro de una investigación no experimental de campo, de nivel descriptivo; concluyendo que las experiencias de aprendizaje en el aula permitieron la resolución de problemas, partiendo de las experiencias consensuadas entre el participante, el docente y las estrategias utilizadas en la instrucción.

Es importante resaltar que en el ámbito escolar se da relevancia a la resolución de problemas desde el ámbito metodológico, pero también es importante destacar los

elementos teóricos que esta estrategia brinda al momento de abarcar los conceptos matemáticos e involucrarlos en el mundo real, es por esto que surgen investigaciones como la de Pérez & Ramírez (2011) en un artículo publicado “Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos”, quienes desarrollaron un estudio descriptivo de los fundamentos teóricos de la resolución de problemas matemáticos y estrategias para su enseñanza por medio de una revisión documental sobre el estado del arte de investigaciones realizadas por varios autores en el área. Dicho estudio permitió identificar las estrategias de enseñanza propuestas por diversos autores para la resolución de problemas matemáticos, sus fundamentos teóricos y metodológicos a fin de ofrecer un aporte para la formación y actualización de los docentes de la educación primaria en el área de la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Los autores concluyeron que:

La resolución de problemas en el área de las Matemáticas, obliga al docente a valerse de estrategias de enseñanza para que sus estudiantes logren resolverlos,; sin embargo, es bien sabido que con frecuencia los maestros trabajan con sus alumnos ejercicios rutinarios y mecánicos que distan de estimular los procesos cognitivos de los estudiantes y por ende, la dificultad persiste (Pérez & Ramírez, 2011).

Desde la necesidad de determinar las dificultades de los estudiantes en los procesos de aprendizajes, Valdés (2011) realizó una investigación sobre el manejo de números enteros en la Institución Educativa San Nicolás del municipio de Tuta en Boyacá, Colombia”; el interés por conocer e identificar las falencias en los estudiantes de grados sexto a octavo, propició la implementación de ambientes lúdico matemáticos con Tics, a través del análisis, desarrollo e implementación del MEC para la enseñanza de las operaciones básicas con números enteros. Se aplicó la pedagogía constructivista, metodología del aula, aprender haciendo, aprender jugando y aprender recreando. Los resultados más importantes demostraron que mejoró el razonamiento lógico y la agilidad mental de los alumnos.

Otra de las investigaciones realizadas con respecto a las ventajas que ofrece la resolución de problemas es la de Romero (2011) en su artículo titulado: “La resolución de problemas

como herramienta para la modelización matemática”, en la cual aborda algunas consideraciones teóricas en torno al Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) como uno de los métodos de enseñanza-aprendizaje que ha tomado más arraigo en las instituciones de educación superior en los últimos años y presenta algunos ejemplos concretos de situaciones (problemas) desarrolladas con alumnos/as de Secundaria. Romero (2011) define lo siguiente:

La modelización matemática se entiende como el proceso por el cual se interpreta matemáticamente situaciones para tomar algún tipo de decisión lo que implica centrarse en elementos de la situación, sus relaciones, patrones y características, teniendo como producto un modelo en algún nivel de sofisticación con relación al propósito (p. 1).

El autor del anterior artículo (Romero, 2011), luego de analizar los estudios pertinentes al caso pudo identificar los métodos innovadores en el dominio de la infraestructura escolar con la implementación de los laboratorios de matemática creativa, donde los estudiantes y docentes validan diversos prototipos de materiales que den soporte al estudio de las Matemáticas para modelizar diferentes situaciones y para realizar actividades creativas diversas. Recalcó también que algunos de los campos donde se pueden conseguir importantes aportes innovadores por medio de las matemáticas son: la radio y el teatro, la fotografía, la poesía, videos matemáticos, cine, cocina, entre otras disciplinas.

Lo anterior permite añadir a la investigación que la resolución de problemas funciona no solo en el campo de los números, sino también en cualquier área del conocimiento, lo que la convierte en una metodología eficiente en el aprendizaje óptimo de los estudiantes.

Los estudios relacionados a la resolución de problemas matemáticos consultados anteriormente permiten fundamentar el proyecto actual en cuanto a los métodos de investigación sobre las falencias encontradas en los estudiantes por medio de estrategias innovadoras que permitieron analizar las variantes que influyen en el interés de los niños a la hora de aplicar soluciones a cuestionamientos numéricos.

El aprendizaje de los números enteros por parte de los estudiantes, ha generado grandes dificultades, ya que para ellos se amplía el campo numérico conocido con la aparición de los números negativo y el cero. Es por esto que han surgido varias investigaciones a fin de detectar las principales dificultades y aciertos de los estudiantes al momento de abordar el tema, como lo plantea Borjas (2009), en su tesis de investigación titulada: Aprendizaje de los números enteros: “una experiencia significativa” en estudiantes de séptimo grado de la Escuela Nacional de Música” se planteó como objetivo principal explorar el conocimiento matemático relativo a la adición de números enteros en alumnos de séptimo grado de secundaria, a lo cual dio lugar identificando las dificultades en la apropiación de números enteros, analizando la estructura conceptual concerniente al conocimiento en adición y sustracción de números enteros por parte de los alumnos. Su estudio analizó de igual forma los sistemas de representación relativos al conocimiento matemático en la adición y sustracción con lo cual se logró identificar las dificultades operativas y sintácticas presentes en los alumnos.

El desarrollo del proyecto se dio por medio de una metodología propuesta que se enfocó en incentivar al estudiante a ver más interesante la resolución de problemas matemáticos; para ello se estudiaron los problemas presentes en los estudiantes antes y después de la aplicación del método de enseñanza propuesto para verificar la efectividad del mismo, a lo que finalmente se concluyó que los modelos concretos que se utilizan en la enseñanza de números justifican con facilidad la suma y con cierto grado de dificultad la resta. Además, se constata lo que bibliográficamente se encontró, el obstáculo epistemológico de la aceptación del número negativo. La utilización de los problemas como método de enseñanza de las operaciones aditivas de los números negativos exige que los alumnos se familiaricen lo suficiente con determinadas situaciones problemáticas o con determinadas estructuras de problemas (Borjas, 2009).

El estudio anterior permite inferir que respecto a las dificultades de los estudiantes es importante implementar estrategias que proyecten un mayor interés en ellos para el aprendizaje de las matemáticas. Esto posibilita al presente proyecto a tomar como base el

estudio referenciado ya que se enfoca en una población similar a la muestra seleccionada para la actual investigación.

6 MARCO TEÓRICO

Para el desarrollo del marco teórico, se realizó una revisión bibliográfica de algunos conceptos del aprendizaje meta cognitivo aplicado a las ciencias de las matemáticas, así mismo, desde los aportes de Flavell (1976), se explican las premisas para la resolución de problemas con ayuda de las Tics y finalmente, se realizan aportes para la enseñanza - aprendizaje de números enteros desde las contribuciones de las Nuevas Tecnologías de la Información y Comunicación, lo cual permitió ampliar la visión de las posibilidades que existen para la enseñanza de las matemáticas.

De otro lado, la fase de investigación y fundamentación teórica presentada en el marco teórico, responde a un ejercicio de caracterización que incluye la referencia de algunos conceptos claves para la investigación. De igual manera, se ofrecen algunos lineamientos y fundamentos emitidos por el MEN (Ministerio de Educación Nacional) y las normativas de carácter legal que rodean el tema de investigación.

6.1.1 Estrategias metacognitivas

En una línea histórica, el concepto de metacognición se analiza etimológicamente y se lo atañe a la característica que tiene el ser humano en tanto a la memoria propia. Según Gonzales (1996) la metacognición es aquello que “viene después o acompaña a la cognición” (Gonzales, 1996, p. 111).

La Metacognición tiene sus inicios en la Psicología, precisamente uno de los pioneros en dicho concepto es Flavell (1976), quien asume la noción como el conocimiento sobre los propios procesos y productos cognitivos y también el conocimiento sobre las propiedades de la información, sobre los datos relevantes para el aprendizaje o cualquier cosa relacionada con procesos y productos cognitivos (p. 232).

Retomando la tesis de John Flavell quien desarrolla la metacognición denominándola primeramente como “metamemoria” que hace referencia al contenido y el conocimiento

que una persona adquiere a través del proceso desarrollado por la memoria que pueden influir en su proceso de memorización y aprendizaje.

Dentro de los componentes de la Metacognición que operan para Flavell (1978): el conocimiento metacognitivo y la experiencia metacognitiva, son los más notorios:

Conocimiento metacognitivo: Es el conocimiento que se tienen sobre los procesos cognitivos organizados en tres categorías: persona, tarea y estrategia y la interrelación que existe entre estas mismas.

Persona: Las tareas que demandan algún tipo de actividad cognitiva implican conocimientos y creencias sobre las características de los sujetos involucrados - tanto a nivel intraindividual, interindividual y universal-, que son de importancia para realizarlas con eficacia.

Tarea: saber sobre la naturaleza y demandas de la tarea (amplitud, grado de dificultad, etc.) permitirá establecer los procedimientos necesarios para su ejecución y resolución.

Estrategias: es el conocimiento sobre las posibilidades de abordar el control de la ejecución de la tarea para conseguir las metas que esta implica (Heit, 2011, p. 18).

Experiencias metacognitivas: Son acciones que se interpretan de manera consciente entre las que se encuentran las ideas, pensamientos, sensaciones y sentimientos, estas pueden llegar a aparecer cuando el objetivo explícito o implícito que se ha formulado se convierten en difícil de cumplir. “Entre estas experiencias se diferencian dos tipos, las metacognitivas que supervisan el proceso del cumplimiento de la meta y las cognitivas que son el camino o el proceso por el cual se ha encaminado la meta” (Bustingorry & Jaramillo, 2008, p. 191).

Estrategias Metacognitivas: Schoenfeld (1985) identificó tres componentes esenciales de la cognición, relativos a la resolución de problemas (cf. 1985, p.44 y 1992, p. 348). En primer lugar, los **recursos**, que comprenden todo el conocimiento matemático que posee el individuo y que se activa al trabajar con los contenidos específicos del problema. Esto

comprende la experiencia, la intuición, los teoremas, las definiciones, los procedimientos (algorítmicos o no), las rutinas, y el conocimiento proposicional acerca de las reglas inherentes al dominio.

En segundo lugar, aparece la **heurística**, referida a las técnicas y estrategias para solucionar problemas no tradicionales como “dibujar un diagrama”, “confeccionar una tabla”, “buscar problemas relacionados”, “ensayo – error”, “establecer metas intermedias” y “trabajar hacia atrás” (véase Nunokawa, 2000, pp.93–105). Según Schoenfeld (1985) las estrategias heurísticas son “aproximaciones para una próspera resolución de problemas, sugerencias generales que ayudan al individuo a comprender mejor un problema o progresar hacia su solución” (p. 23).

Este autor ha criticado severamente algunos trabajos que abordan los heurísticos con superficialidad. Al respecto plantea: “... hay quienes se afilian sobre la base del trabajo de Pólya (1992) pero reducen las reglas heurísticas a destrezas procesales, casi asumiendo un punto de vista algorítmico de la heurística (esto es, heurísticos específicos que se ajustan a situaciones específicas). Un heurístico se convierte en destreza, y una técnica, paradójicamente, en algoritmo” (p. 17). Sin embargo, reconoce que “mucho se ha hecho con respecto a las estrategias de resolución de problemas; los resultados que restan residirán más sobre la práctica y los niveles de implementación” (p. 364).

En tercer lugar, figura el **control**, que incluye planificar, estimar y tomar decisiones sobre la selección y el uso de las diferentes estrategias mientras se resuelve el problema, es decir, decidir si se cambia o no de vía, cuando una situación particular se torna esotérica. El control valorativo ha recibido una singular atención, especialmente el hecho de formarse un juicio crítico del problema en cuanto a su corrección, pertinencia y solución (Labarrere, 1996). En general, el control se asocia a una dimensión metacognitiva, por cuanto el individuo debe ser consciente de la actividad que está desarrollando y, por consiguiente, de su dirección y regulación (Santos, 1993).

Precisamente para regular el control Metacognitivo Flavell (1975) propone la remisión de las habilidades de cada persona para controlar sus propios procesos cognitivos, más precisamente, aquellas que le ayudan a tener conciencia de una habilidad al momento de enfrentarse a una tarea concreta. Para esto, el autor propone lo siguiente:

6.1.1.1 El conocimiento metacognitivo en las matemáticas de Flavell

La propuesta de Flavell (1979) en cuanto al Modelo de Monitoreo Cognitivo, y más específicamente del Conocimiento Metacognitivo. El autor sugiere que dicho modelo está compuesto por cuatro clases de fenómenos que interactúan y se relacionan entre sí: a) Conocimiento metacognitivo, b) experiencias metacognitivas, c) las metas (o tareas) y d) acciones (o estrategias).

a). Conocimiento metacognitivo: Es un segmento del conocimiento almacenado del mundo relacionado con las personas como criaturas cognitivas y con sus diversas tareas, metas, acciones y experiencias cognitivas. Un ejemplo de conocimiento metacognitivo es que una persona resalte más que otras en una determinada área o ciencia específica (Flavell, 1979).

b) Experiencias metacognitivas: Son pensamientos, sensaciones o sentimientos que acompañan la actividad cognitiva. Es decir, al referirse al texto leído se puede decir que ya se conoce su contenido, o se puede concluir que, hay muchos términos o aspectos de lo leído que resultan desconocidos. La experiencia metacognitiva para el autor, implica experimentar nuevos conocimientos a partir de los que se tienen sobre algo específico o determinado.

c) Las metas (o tareas): Se trata de las metas o los fines propuestos alrededor de una situación. Además, el autor resalta que el conocimiento de la tarea, implica comprender lo que se estudia y la administración adecuada de los conocimientos adquiridos para realizarla con éxito; esto también significa, la habilidad de distinguir cuales tareas son más fáciles o

difíciles de realizar. Por ejemplo, es más fácil recordar lo esencial de la historia de su redacción exacta (Flavell, 1979).

d) Acciones (o estrategias): En cuanto a las acciones, el conocimiento de la estrategia está estrechamente relacionado con la habilidad que tiene la persona para comprender cual estrategia le ofrecerá mejores resultados durante la ejecución de una tarea. Aquí Flavell diferencia entre las estrategias cognitivas y las metacognitivas; las primeras, tiene que ver cuando se emplean para hacer progresar una actividad, y las metacognitivas, cuando la función es supervisar el proceso. La finalidad es lo que las determina. Por ejemplo, lectura y relectura son estrategias cognitivas y hacerse preguntas acerca de un texto leído para verificar la comprensión son estrategias metacognitivas porque van dirigidas a comprobar si se ha alcanzado la meta. Es decir, este apartado tiene que ver con el conocimiento y la supervisión de dicho conocimiento (Flavell, 1979).

En conclusión, la Metacognición es un concepto que se ha discutido desde la perspectiva de diversos autores y que aún es poco claro. De hecho, puede inferirse que el término se toma desde distintas acepciones y se propone con dos significados diferentes e importantes; el primero es concebir la metacognición como un producto mental del ser humano y el segundo, como un proceso. Este último, se puede interpretar como la vigilancia propia y permanente que se debe tener y hacer de cualquier proceso cognitivo.

Flavell, menciona que la meta cognición se refiere precisamente al conocimiento que se tiene acerca de los procesos y productos cognitivos (Flavel, 1979). Por ende, implica que el proceso metacognitivo tiene que ver con el conocimiento y el control que se hace de las cosas. Por un lado, conocer la propia cognición significa tomar conciencia del funcionamiento o formas de aprendizaje de una persona respecto de otra, y conocer cómo funciona ese proceso de adquisición de conocimiento, qué ayudas sugiere, para qué sirve y en qué implicaciones trae. Y, en segundo lugar, controlar las actividades cognitivas implica planificarlas, controlar el proceso intelectual y evaluarlos resultados; es decir, planear, supervisar y ser frecuentes en la revisión de todo el proceso. Esto, se deduce a los cuatro

componentes mencionados anteriormente; conocimientos metacognitivos, experiencias metacognitivas, metas cognitivas y estrategias.

6.1.2 Regulación Metacognitiva

De acuerdo a Buitrago Molina (2012), la regulación metacognitiva es el aspecto de la metacognición que le permite al estudiante controlar su aprendizaje. Dicho proceso metacognitivo favorece al estudiante en cuanto a sus procesos cognitivos de atención, comprensión y diseño de estrategias, además de potenciar aspectos afectivos y actitudinales de su aprendizaje como son la autovaloración de sus capacidades, la responsabilidad dentro de las actividades y la autonomía tanto en el aprendizaje como en el cumplimiento de sus tareas (pp.22-23).

De acuerdo a lo anterior, el proceso de regulación metacognitivo, es aquel que instruye al estudiante a diseñar, planear y evaluar sus propios procesos mentales, a través de la utilización de herramientas metacognitivas.

Por otra parte, los procesos mentales que llevan a cabo los estudiantes, lo realizan antes, durante y después de una actividad, como por ejemplo la resolución de problemas.

Antes: planificar la estrategia de acuerdo con la cual desarrollará el proceso de búsqueda de la solución del problema. En esta etapa de la resolución de problemas se contemplan múltiples estrategias para decidir cuáles se adaptan más a la situación específica, diseñando así el rumbo a seguir para llegar del estado inicial al hallazgo de la solución.

Durante: controlar la ejecución de la estrategia. Durante la etapa de control, quien resuelve, realiza actividades de verificación, rectificación y revisión de la estrategia planeada.

Después: evaluar el desarrollo de la estrategia diseñada, a fin de detectar la pertinencia, contrastando los resultados con los propósitos, tanto de la estrategia en sí como de los resultados obtenidos para determinar su eficacia (Buitrago Molina, 2012, p.23).

Según Martí, E. (1995), la regulación metacognitiva convergen en tres procesos: en primer lugar, de tipo anticipatorio como la planificación de las acciones a realizar para resolver una tarea específica (Planeación). En segundo lugar, los que se presentan durante la realización de la tarea, que le permite al sujeto autoevaluar el proceso y realizar los cambios que considere pertinentes (Monitoreo), por último, los procesos de verificación y evaluación de lo producido (Evaluación) (p.25).

6.1.3 Resolución de problemas

La resolución de problemas constituye el eje fundamental de cualquier proceso de enseñanza – aprendizaje en donde se encuentre involucrada la matemática o en su defecto cualquier ciencia física que dependa directa o indirectamente de la misma.

Al respecto, puede considerarse que la resolución de problemas es, ante todo, un proceso cognitivo. Este proceso engloba un conjunto de componentes que lo caracterizan (recursos, heurística, control, creencias y concepciones, y la propia solución del problema), los cuales cambian en el tiempo. Entre los cambios más significativos, figuran los ocasionados por el aprendizaje de estrategias metacognitivas.

Es necesario profundizar ahora en el concepto de estrategia, por ser el eje central de esta investigación. El término se asocia principalmente a las acciones militares, pues su etimología proviene del griego “strategia” y este, a la vez, de “strategos” que significa general. Sólo como segunda acepción dicho término se refiere a la táctica o pericia en un asunto (Diccionario Enciclopédico Grijalbo, 1998) y también a un plan o método cuidadoso. Por su parte, la versión anglosajona “strategy” se refiere inclusive al “arte de elaborar o emplear planes o estratagemas con vistas a alcanzar un objetivo” (Merriam Webster’s Dictionary, 1998).

El concepto que plantea De Guzmán, Miguel (1991) es sobre los **verdaderos problemas** en matemática; una situación para llegar a otra, unas veces bien conocida, otras un tanto

confusamente perfiladas, y no conozco el camino que me puede llevar de una a otra situación.

Por otra parte, De Guzmán (1984) argumenta lo siguiente con respecto a la resolución de problemas:

Lo que se debe proporcionar a los alumnos a través de las matemáticas es la posibilidad de diseñar hábitos de pensamiento adecuados para la resolución de problemas matemáticos y no matemáticos. ¿De qué les puede servir hacer un hueco en su mente en que quepan unos cuantos teoremas y propiedades relativas a entes con poco significado si luego van a dejarlos allí herméticamente emparedados? A la resolución de problemas se le ha llamado, con razón, el corazón de las matemáticas, pues ahí es donde se puede adquirir el verdadero sabor que ha traído y atrae a los matemáticos de todas las épocas. Del enfrentamiento con problemas adecuados es de donde pueden resultar motivaciones, actitudes, hábitos, ideas para el desarrollo de herramientas, en una palabra, la vida propia de las matemáticas.

Modelo de Guzmán. Para resolver los problemas en matemáticas, el autor propone el siguiente modelo:

1. Familiarización con el problema. Esta etapa comprende las acciones encaminadas a entender y conocer todos los elementos que intervienen para tener clara la situación a la que el estudiante se enfrenta: datos, relaciones e incógnitas.

El paso que constituye la familiarización sugiere que el sujeto debe actuar sin prisas, esto es, emprender una relación con el problema de manera pausada y con tranquilidad. Para esto, se debe tener en cuenta que es importante tener una idea clara de los elementos que intervienen, es decir, conocer los datos, relaciones e incógnitas, en otras palabras, se trata de entender las causas y por qué se originó el problema, solo así es posible pensar en una solución oportuna y eficiente para darle solvencia.

En síntesis, este primer paso consta de comprender el enunciado siendo capaces de describir la problemática con facilidad y sin enredos.

2. Búsqueda de estrategias. Se trata de encontrar todas las formas posibles para resolver el problema; apunte de ideas, realizar gráficas, figuras o formas de representación que facilite la resolución, tener un lenguaje claro para su entendimiento y posterior explicación; buscar problemas similares a fin de compararlos y hallar los modos de resolución más pertinentes y finalmente, supone el problema resuelto.

El segundo paso refiere la búsqueda de ciertas habilidades para combatir el problema, esta etapa se inicia una vez se ha entendido el problema. Para esto, es necesario apuntar a ideas que surgen, son viables de ser aplicadas y definitivamente están relacionadas con el problema. Encontrar formas de abordar el problema, es abarcar los aspectos más fáciles a los más difíciles, es decir, se debe experimentar y buscar métodos de solución, esto implica la realización de figuras, mapas conceptuales, esquemas, diagramas, construir lluvia de ideas, entre otras opciones, además, es factible y recomendable la escogencia de un lenguaje adecuado que evite el riesgo de entrar en confusiones, buscar semejanzas entre los aspectos más importantes, incluir técnicas específicas asociadas al tema y el problema previsto y finalmente, seleccionar la estrategia que parece más viable.

Así, el autor referencia algunas claves que permiten alcanzar con objetividad y éxito el proceso. Sugerir la realización de una gráfica en muchas ocasiones refleja las condiciones y los datos del enunciado del problema que finalmente conduce directamente a la solución del mismo.

De igual manera, experimentar con la prueba ensayo-error, es otra opción que facilita la búsqueda de posibles soluciones ensayando entre una y otras hasta encontrar la elección más correcta y que dé con la solvencia de la situación. De Guzmán, advierte que para este caso es factible poner en funcionamiento el razonamiento inverso; que no es otra cosa que la aplicación de la estrategia al resultado final cuando se desea determinar una valoración inicial o una serie de operaciones que conduzcan a la solvencia definitiva.

Seguidamente es preciso descomponer el problema, esto es importante porque en la medida que se relacionan los datos y las incógnitas que rodean el problema, es menos complejo

llegar a su solución. Simplificar y buscar irregularidades, es una forma distinta y cómoda para escudriñar en las causas que ocasionan la dificultad y precisar una nueva perspectiva de solución.

El autor afirma que este método es muy común aplicarlo cuando existen problemas en geometría, porque consiste en suponer una posible solución del problema que se presenta y al implementarlo de no hallar la solución, permite por lo menos lograr un buen acercamiento para superarlo.

3. Llevar adelante la estrategia. Es importante revisar y supervisar el proceso de resolución del problema para así mismo, extraer las conclusiones del mismo. Esto, con el propósito de aplicar las estrategias descritas anteriormente para lograr el éxito en la solvencia del problema descrito. Al escoger la o las estrategias, en caso de no acertar con la solución correcta es preciso volver a la primera fase anterior y reiniciar el trabajo de entendimiento del problema, Llevar adelante la estrategia con decisión, confianza, orden, tesón y sosiego.

Esta etapa del proceso sugiere que se debe asegurar de haber llegado o encontrado la estrategia que se va a aplicar definitivamente. Esto implica apuntar ideas nuevas que puedan surgir sin desviarse del camino trazado, a su vez, es importante revisar la idoneidad de la estrategia elegida.

Una vez seleccionada la estrategia se ejecuta con confianza y tranquilidad. Aquí, es posible acertar o no, pero el encontrar el camino correcto es poner en marcha las opciones previstas y realizarlas hasta finiquitarlas correctamente.

4. Revisar el proceso y sacar consecuencias de él. Comparar el método y los resultados con otras estrategias ajenas a las empleadas, es un ejercicio necesario y que contribuye a ampliar el espectro de soluciones previstas y que refuerzan el trabajo. Esta etapa es susceptible de revisar todo el proceso seguido, aquí es importante extraer los resultados, hallazgos y conclusiones más importantes que permitieron ese logro, además de la

CAPÍTULO III: Aspectos Procedimentales

7 MARCO METODOLÓGICO

7.1 Enfoque de la Investigación

En la presente investigación se empleó un enfoque de investigación de naturaleza mixta, debido a la calidad de los datos y a los propósitos seleccionados como ejes para el desarrollo del presente trabajo. El enfoque de investigación mixto se caracteriza precisamente porque permite la recolección de datos e información tanto de carácter cualitativo, como también, de naturaleza cuantitativa, de modo que el análisis y la interpretación se genera a partir de la información en su totalidad (Hernández, Fernández & Collado, 2014).

El enfoque o método mixto de investigación, está representado por una serie de procesos sistémicos, de naturaleza empírica, y de carácter crítico, que además de la integración de datos cualitativos y cuantitativos, precisa de una discusión integrada de la información recolectada, con el objetivo de generar inferencias que abarquen toda la información y lograr un entendimiento más holístico del fenómeno o evento que se estudia (Hernández, et al, 2014).

Teniendo en cuenta que en la presente investigación se analizaron los avances cognitivos y metacognitivos de los estudiantes tras la aplicación de la unidad, se hizo necesario un análisis que tuviera en cuenta las características, interpretaciones y observaciones de los estudiantes, pero también, un análisis estadístico de los datos suministrados por los participantes.

7.2 Tipo de Investigación

El tipo de investigación es descriptivo porque “comprende la descripción, registro, análisis e interpretación de la naturaleza actual, y la composición o proceso de los fenómenos. El enfoque se hace sobre conclusiones dominantes o sobre grupo de personas, grupo o cosas, se conduce o funciona en presente” (Tamayo, 2003, p. 35).

El enfoque se hace sobre conclusiones dominantes o sobre el grupo de personas, puesto que se busca interpretar la forma inicial en que los estudiantes del grado séptimo de la I.E Agropecuaria El Remolino abordan la solución de problemas con números enteros, a fin de mejorar el proceso a través de la intervención pedagógica y el reconocimiento de las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación.

Este tipo de investigación busca orientar la práctica enfocada en el encuentro de una solución específica al problema central que rodea el conflicto recurrente de la enseñanza de matemáticas. Por lo tanto, es trascendente que, a través de una Unidad Didáctica propuesta en el actual documento, se amplíe el proceso pedagógico que se desarrolla en la Institución escogida y frente al grupo de estudio, en relación a ejercicio docente que incursiona con las herramientas tecnológicas para complementar su labor. Más allá de reconocer las concepciones y fundamentos de las tres categorías en que se basa la presente investigación, regulación metacognitiva, procesos de regulación metacognitiva y resolución de problemas, se pretende propiciar que el docente forje, construya y complemente sus propios aportes y reflexiones para reestructurar su pedagogía para el beneficio de sus estudiantes.

7.2.1 Contextualización

La propuesta se llevará a cabo en la Institución Educativa Agropecuaria El Remolino. Este establecimiento educativo se encuentra en la zona rural del municipio de Puerto López, en el departamento del Meta. Actualmente, cuenta con 464 estudiantes distribuidos en los niveles preescolar, media, básica secundaria y básica primaria dentro de las jornadas mañana, nocturna, tarde, fin de semana. La Institución es de carácter mixto y oferta niveles de estudio técnico / académico; la mayoría de alumnos que asisten al centro educativo pertenecen a los estratos socio - económicos 1, 2 y 3; provenientes, en gran parte, de familias de caficultores y agricultores (Conexión Colombia, 2017).

7.2.2 Población.

La población objeto de estudio está conformada por los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Agropecuaria El Remolino, donde la mayoría de los estudiantes provienen de veredas y sectores rurales, los cuales, a través del tiempo, han contado con un sistema educativo tradicional y no han estado acostumbrados al contacto con estrategias pedagógicas alternativas que incentiven su capacidad de resolver problemas.

7.2.3 Muestra.

Para ejecutar el proyecto de investigación, se tendrá en cuenta los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Agropecuaria El Remolino. Este grupo cuenta con 12 estudiantes, cuyas edades oscilan entre los 11 y 15 años de edad, de los cuales se escogerán 5, para la aplicación de los instrumentos.

7.2.4 Unidad de análisis

La unidad de análisis contará con 5 estudiantes, cuyos resultados obtenidos por medio de los instrumentos que son descritos a continuación, serán estudiados por la investigadora, teniendo en cuenta las principales categorías de análisis que son: Estrategias metacognitivas, resolución de problemas y regulación metacognitiva.

7.3 INSTRUMENTOS PARA RECOLECTAR INFORMACIÓN

Para recolectar la información en la presente investigación, se utilizaron las siguientes técnicas e instrumentos, los cuales pretendían recopilar datos de los participantes, que pudieran conducir a la resolución o el alcance de los objetivos propuestos.

7.3.1 Observación participante

La observación participante es una estrategia de campo que combina simultáneamente el análisis de las teorías y la participación directa de los sujetos que hacen parte de la investigación (Denzin, 1989).

La observación permite al maestro obtener información en el contexto natural y directo de los alumnos en el aula de clase, de tal forma que se posibilita vivir la experiencia en el ambiente de los sujetos investigados, y pervivir de forma cercana las variables o situación que se quiere investigar, así como la recolección de los datos en tiempo real de las situaciones que causan dificultad en la resolución de problemas matemáticos; así mismo, el maestro puede además de observar, participar en la actividad que se está realizando.

7.3.2 Entrevista semiestructurada.

Es una técnica que: “adopta la forma de diálogo coloquial o entrevista semi-estructurada en donde se da relevancia a las posibilidades y la significación del diálogo como método de conocimiento de los seres humanos” (Martínez, 2002. p. 26).

Para lo anterior, se hace necesario la realización de un guion de preguntas que posibilita la entrevista, el cual consiste en realizar “preguntas abiertas, organizadas de forma lógica y natural, que expone de la manera más espontánea posible” (Cabrera, 2003, p. 74) la interpretación de ideas o conceptos que los entrevistados tienen respecto a la utilización de estrategias metacognitivas, se hace necesario la ejecución de preguntas adecuadas, claras o concretas, para así, obtener respuestas óptimas sobre el trabajo a desarrollar. Servirá para determinar la efectividad en la implementación de la Unidad Didáctica.

Momento de Ubicación: En esta etapa se pretende identificar la forma, instrumentos o estrategias que utilizan los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos con números enteros; es decir, la manera como enfrentan las dificultades que se presentan en las actividades mediante procesos metacognitivos.

El momento de ubicación, se evalúa mediante un cuestionario de preguntas que indagaron sobre la utilización de la información, el análisis, apoyo de los demás compañeros, la reinención de las estrategias planteadas, dificultades y las fortalezas individuales de los estudiantes en el proceso de resolución de problemas.

Momento de Desubicación: En este momento se realizan diversas actividades en las cuales los estudiantes utilizan estrategias metacognitivas en los procesos de resolución de problemas, desde la heurística de Miguel De Guzmán.

Diseño de la Unidad Didáctica: La planificación de la enseñanza de los contenidos de un campo del saber se realiza mediante la Unidad Didáctica, como un proceso, pero también como una herramienta para planear, construir y aplicar procesos de aprendizaje en una comunidad determinada, tomando en cuenta el estudio epistemológico de las ciencias, los diferentes modos de aprendizaje, los avances en las tecnologías de la información y la comunicación (TIC). La Unidad Didáctica está planteada en tres momentos: “diagnóstico, intervención didáctica y construcción de sentidos y significados” (Tamayo, et al., 2010, p. 106).

La metodología a seguir en este proceso será activa y participativa, donde los estudiantes tendrán la posibilidad de desarrollar ejercicios vinculados con la realidad de su entorno, que facilita la resolución de los problemas planteados.

Momento de Reenfoque: En este momento se llevará a cabo una entrevista semiestructurada con los estudiantes. El propósito principal de la entrevista semiestructurada, es determinar hasta qué punto la implementación de la unidad didáctica, ha tenido incidencia en el desarrollo de estrategias metacognitivas por parte de los estudiantes, tanto para la resolución de problemas matemáticos, como para enfrentar situaciones problemáticas de la vida diaria. Los resultados del instrumento, permitirán esbozar un panorama general de la situación de los estudiantes, una vez hayan desarrollado los contenidos matemáticos bajo esta nueva estrategia, que involucra componentes digitales.

7.4 Fases de la Unidad Didáctica

Primera actividad:

Previo a la primera actividad, se aplicó un cuestionario diagnóstico con el cual se pretendía identificar la forma, los instrumentos o las estrategias utilizadas por los estudiantes para la resolución de problemas matemáticos con números enteros, es decir, la forma como se enfrentan a los obstáculos y las estrategias metacognitivas más empleadas para tal fin.

Posteriormente, se diseñó un curso virtual para la enseñanza - aprendizaje de la Aritmética de Números Enteros en la plataforma Erudito (ver anexo 2, Figura 2), en la cual se incluyeron actividades didácticas usando herramientas mediáticas.

La plataforma Erudito, permitió desarrollar estrategias metacognitivas, pues el estudiante debió estar en la capacidad de planear una acción para llevarla a cabo, es decir, el alumno debe pensar, analizar y comprender antes de responder a lo que pide el juego. Lo anterior permitió al estudiante crear pasos para ejecutar alguna acción, ya que las actividades no se realizarán sin un componente de planificación, si no que tendrán un sentido coherente de realización.

Se escogió la plataforma erudito porque además de la gran ventaja de ser gratuita, permitió desarrollar esta estrategia en la que los estudiantes van aprendiendo matemáticas de una forma divertida, cambian la monotonía de muchas de las clases que reciben y se adapta al entorno tecnológico actual en el que se desenvuelven la mayoría de los jóvenes; esta plataforma ofrece material educativo de formas mucho más didácticas; por ejemplo, permite presentar la información a través de videos o de cartillas digitales con gráficos e ilustraciones mejores que las que puedan darse en un tablero con un marcador, lo que convierte esta estrategia didáctica en una opción muchísimo más atractiva para los estudiantes.

Además de todo lo anterior, la estrategia permitió fomentar el trabajo colaborativo en el que muchos de los estudiantes que tienen dificultades puedan recibir apoyo de los compañeros

que tienen mejores desempeños o que comprenden mejor los temas que se están tratando, constituyéndose en una ventaja fundamental sobre metodologías tradicionales que no facilitan la interacción entre estudiantes y, que generalmente restan protagonismo a otros que pueden dar grandes aportes a sus compañeros y centran la atención de toda la temática en los aportes unilaterales del docente.

Segunda actividad:

Con esta actividad se pretende que el docente explique mediante power point los principales componentes del método la heurística de resolución de problemas de Miguel De Guzmán y utilizará un ejemplo para guiar la explicación. La exposición se hará mediante interacción del profesor y los alumnos utilizando preguntas respecto a lo explicado y la teoría. Para lo anterior se utilizará el instrumento del anexo 4.

En este sentido las estrategias metacognitivas, son aplicadas por la docente, pues a través de una presentación interactiva desea que los estudiantes comprendan lo que se está explicando, realizándolo por medio de un lenguaje claro y coherente, lo que permitirá acercar un conocimiento básico a los alumnos, en donde ellos podrán utilizarlos con posterioridad, para la solución de problemas.

Tercera actividad:

En este momento se resolverán problemas con números enteros aplicando el instrumento de anexo 3, donde los estudiantes deberán solucionar de forma individual siete situaciones problemas que involucran estructura sintáctica, sentido y significado de las operaciones.

Con esta actividad se busca dimensionar en la práctica de la resolución de problemas con números enteros, las dificultades o fortalezas en los procesos metacognitivos de los estudiantes.

Los procesos de regulación metacognitiva en esta actividad, tienen una intervención directa, pues permitirá observar cuales son los pasos, acciones, conocimientos previos,

habilidades entre otras, que utiliza el estudiante para poder resolver la situación problematizadora.

Además de lo anterior, también se podrá identificar, la familiaridad que el estudiante puede tener con el problema, la búsqueda de herramientas y estrategias que le permita dar una solución, pero, ante todo, comprender desde la visión del maestro, aquellas habilidades y dificultades que presenta el educando, para de esta manera diseñar espacios que permitan mitigar las falencias encontradas.

Cuarta actividad:

Seguidamente, los estudiantes se reunirán en parejas, al mismo tiempo el grupo entero se dividirá en 2 (anexo 6 y anexo 7) con el propósito de resolver los problemas que involucran los conceptos matemáticos de números enteros, usando la plantilla para la solución de problemas (anexo 5). Mediante esta actividad se pretende que los estudiantes apliquen el método heurístico de resolución de problemas de Miguel De Guzmán en problemas matemáticos con números enteros.

En la cuarta actividad las estrategias metacognitivas ya deben ser ejecutadas, pues se ha venido realizando un proceso en el cual los estudiantes han sido participantes activos. A través de una plantilla diseñada por los investigadores y que fue entregada a los estudiantes junto con la unidad didáctica, se pondrá en evidencia la facilidad o dado el caso la complejidad de utilizar este instrumento. A través de la plantilla, el estudiante podrá planear, monitorear y evaluar los pasos que debe realizar para llegar a una solución real.

Esta etapa, se constituye, además, en el primer punto de verificación, donde se pueden identificar los avances y progresos que los estudiantes han alcanzado tras el desarrollo de las primeras actividades de la unidad, para re direccionar, si es el caso, las diferentes estrategias y metodologías utilizadas, o reajustar aquellos elementos que requieren otro enfoque o metodología de ejecución.

Tabla 2 Unidad Didáctica

Descripción	Actividades	Propósito	Descripción de las actividades	Tiempo
Realización de ejercicios de resolución de problemas con números enteros mediante la utilización de la plataforma erudito. Identificar la forma, instrumentos o estrategias que utilizan los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos con números enteros	Plataforma Erudito (anexo 2)	Determinar la forma, procedimientos o estrategias que utilizan los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos como estrategias metacognitivas previas al desarrollo de las actividades.	Se aplicará el cuestionario (Caeti Scoring Key- Trait Thinking Questionnaire) diagnóstico que consta de 40 preguntas en donde se presentará una serie de afirmaciones relacionadas con el proceso metacognitivos de los estudiantes, con 4 opciones de respuesta que los estudiantes deberán marcar con una "X" la casilla que consideren	60:00:00 min.
Crear y monitorear juegos educativos de tipo MMOG, siendo su meta principal recrear de manera interactiva el proceso de enseñanza/aprendizaje en un aula de clase virtual en forma desafiante, colaborativa y divertida.		Orientar a los estudiantes hacia la resolución práctica de los problemas matemáticos que se presentan mediante un entorno didáctico.	Los estudiantes (en grupos de 2 personas) deberán acceder con ayuda del docente a la plataforma online donde podrán escoger los videojuegos educativos y aprender desarrollando problemas matemáticas que se plantean de forma didáctica e interactiva,	40:00:00 min.
Solucionar problemas matemáticos con números enteros utilizando los conocimientos adquiridos previamente y las estrategias metacognitivas propias de cada estudiante.	Problemas con números enteros (ver anexo 3)	Dimensionar en la práctica de la resolución de problemas con números enteros, las dificultades o fortalezas en los procesos metacognitivos de los estudiantes.	Solucionar de forma individual siete situaciones problemas que involucran estructura sintáctica, sentido y significado de las operaciones y pensamiento numérico de números enteros.	50:00:00 min.
Exponer los principales componentes de la heurística de resolución de problemas de Miguel De Guzmán.	Presentación de power point (ver anexo 4)	Acercar a los estudiantes a la heurística de resolución de problemas de Miguel De Guzmán como un modelo de herramienta para mejorar los procesos metacognitivos en la resolución de problemas con números enteros	El docente explicará mediante la Presentación de power point los principales componentes del método la heurística de resolución de problemas de Miguel De Guzmán y utilizará un ejemplo para guiar la explicación. La exposición se hará mediante interacción del profesor y los alumnos utilizando preguntas respecto a lo explicado y la teoría.	40:00:00 min.
Realizar ejercicios matemáticos enfocados a la resolución de problemas con números enteros, utilizando procesos metacognitivos eficientes para obtener mejores resultados y desarrollar las capacidades y habilidades de los estudiantes.	Plantilla para la solución de problemas (ver anexo 5) Ejercicios con números enteros (ver anexo 6)	Aplicar el método heurístico de resolución de problemas de Miguel De Guzmán en problemas matemáticos con números enteros.	Los estudiantes tendrán en grupos de dos (2) tendrán y al mismo tiempo el grupo entero se dividirá en 2 (anexo 6 y anexo 7) que resolver problemas matemáticos con números enteros y desarrollando la plantilla para	60:00:00 min.

	(ver anexo 7)		la solución de problemas (anexo 5)
Aplicar la entrevista semiestructurada con los estudiantes para evaluar la efectividad de la unidad didáctica.	Entrevista semiestructurada (ver anexo 8)	Evaluar la eficacia de la unidad didáctica.	Se aplicara la entrevista semiestructurada de forma individual
		Lograr que los estudiantes realicen sus propios aportes y extraigan sus propias conclusiones a los ejercicios previamente planteados.	60:00:00 min.

Fuente: elaboración propia.

Aplicación de la unidad didáctica: Para la aplicación de la Unidad didáctica se cuenta con una intensidad horaria semanal de tres (3) horas para ser desarrollada en dos (2) meses.

7.4.1 Análisis de datos.

Para este apartado se hará un análisis de los datos obtenidos provenientes de los instrumentos diseñados: Observación participante y la unidad didáctica. La triangulación de los resultados se refiere al uso de varios métodos (tanto cuantitativos como cualitativos), de fuentes de datos, de teorías, de investigadores o de ambientes en el estudio de un fenómeno (Benavidez & Gómez, 2005).

Es decir, que el proceso de triangulación, equivale al análisis de todos los instrumentos aplicados, cuestionario, Unidad Didáctica y entrevista semiestructurada, de allí se debe buscar los puntos de encuentros o divergentes, dándole una coherencia metodológica y científica.

CAPÍTULO IV: Resultados

8 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para lograr obtener análisis certeros en cada uno de los instrumentos aplicados, se tendrá en cuenta a los 5 estudiantes seleccionados, los cuales estarán denominados de la siguiente manera E1, E2, E3, E4 y E5.

El primer instrumento que se analizó, fue el cuestionario diagnóstico, el cual contempla 40, preguntas con escala Likert. Cada una de las preguntas fue puesta en una matriz (tabla organizadora, tabla 1. Tabla de categorías y subcategorías del proyecto de investigación), con las respuestas que cada estudiante dio, para realizar el correspondiente análisis.

Posteriormente se analizó la idoneidad de la puesta en marcha de la unidad didáctica a través de las diversas herramientas aplicadas, como por ejemplo el ingreso a la Plataforma Erudito (anexo 2), problemas con números enteros (ver anexo 3), Plantilla para la solución de problemas (ver anexo 5), Ejercicios con números enteros (ver anexo 6), (ver anexo 7) y por último la Entrevista semiestructurada (ver anexo 8) en donde se evaluará la eficacia de la unidad didáctica.

Al analizar todos los instrumentos se podrá determinar el desarrollo de estrategias metacognitivas en la resolución de problemas para el aprendizaje de los números enteros en alumnos de grado séptimo de la Institución Educativa Agropecuaria El Remolino.

El análisis comprende los resultados por cada momento de la unidad.

8.1 Momento uno (ubicación)

En esta etapa se pretende identificar la forma, instrumentos o estrategias que utilizan los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos con números enteros; es decir, la manera como enfrentan las dificultades que se presentan en las actividades, lo anterior fue evaluado a través del cuestionario (Caeti Scoring Key- Trait Thinking Questionnaire)

diagnóstico que consta de 40 preguntas en donde se presentará una serie de afirmaciones relacionadas con el proceso metacognitivos de los estudiantes, con 4 opciones de respuesta que los estudiantes deberán marcar con una “X” la casilla que consideren.

Para el análisis del cuestionario, no se tomaron todas las preguntas del mismo, sino que algunas fueron agrupadas, por sus similitudes en el sentido de la pregunta, de modo que al final, se analizaron 10 de las 40 preguntas, pero de forma implícita, las preguntas faltantes hicieron parte del análisis, en la medida que fueron integradas en algunas preguntas que presentaban grados de afinidad. La selección se dio bajo el criterio de la investigadora, quien tuvo en cuenta la afinidad de las preguntas, los objetivos similares en muchas de ellas, los ejes temáticos desarrollados a lo largo de la investigación, entre otros criterios, que permitieran agrupar las preguntas, sin que ninguna se viera opacada o quedara fuera del análisis desarrollado.

8.1.1 Análisis de preguntas por agrupación de categorías y subcategorías.

Tabla 3 Análisis momento de ubicación

Pregunta	Respuesta	Análisis de contenido										
<p>Determino cómo voy a resolver una tarea antes de empezar a resolverla.</p>	<table border="1"> <caption>Data for 'Determino cómo voy a resolver una tarea antes de empezar a resolverla.'</caption> <thead> <tr> <th>Categoría</th> <th>Frecuencia</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Con frecuencia</td> <td>1.0</td> </tr> <tr> <td>Algunas veces</td> <td>2.0</td> </tr> <tr> <td>A menudo</td> <td>1.0</td> </tr> <tr> <td>Siempre</td> <td>1.0</td> </tr> </tbody> </table>	Categoría	Frecuencia	Con frecuencia	1.0	Algunas veces	2.0	A menudo	1.0	Siempre	1.0	<p>De acuerdo a las respuestas, la mayoría de estudiantes establece que tan solo algunas veces se pregunta sobre la ruta más adecuada para resolver una tarea.</p> <p>Según Flavell (1979) controlar las actividades cognitivas implica planificarlas, controlar el proceso intelectual y evaluar los resultados; es decir, planear, supervisar y ser frecuentes en la revisión de todo el proceso.</p> <p>La planificación no es una tarea muy desarrollada, pues a los estudiantes al momento de dar solución a una pregunta no tienen clara la ruta que debe trazarse para resolver de forma adecuada una inquietud, hace falta análisis, una buena interpretación y sobre todo tener claridad de la meta o el objetivo al que se quiere llegar.</p>
Categoría	Frecuencia											
Con frecuencia	1.0											
Algunas veces	2.0											
A menudo	1.0											
Siempre	1.0											
<p>Trabajo duro para hacerlo bien, incluso si no me gusta la tarea.</p>	<table border="1"> <caption>Data for 'Trabajo duro para hacerlo bien, incluso si no me gusta la tarea.'</caption> <thead> <tr> <th>Categoría</th> <th>Frecuencia</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Aguada</td> <td>1.0</td> </tr> <tr> <td>A menudo</td> <td>2.0</td> </tr> <tr> <td>Siempre</td> <td>2.0</td> </tr> </tbody> </table>	Categoría	Frecuencia	Aguada	1.0	A menudo	2.0	Siempre	2.0	<p>Los participantes establecen que a menudo o siempre resuelven las tareas, incluso si no es de su agrado. Lo anterior se relaciona con las experiencias metacognitivas, que son acciones que se interpretan de manera consciente entre las que se encuentran las ideas, pensamientos, sensaciones y sentimientos, estas pueden llegar a aparecer cuando el objetivo explícito o implícito que se ha formulado se convierte en difícil de cumplir.</p> <p>"Entre estas experiencias se diferencian dos tipos, las metacognitivas que supervisan el proceso del cumplimiento de la meta y las cognitivas que son el camino o el proceso por el cual se ha encaminado la meta" (Bustingorry & Jaramillo, 2008, p. 191).</p> <p>La aplicación de estrategias cognitivas y metacognitivas permite abordar adecuadamente el tema con acciones que miden diferentes ángulos y perspectivas al momento de resolver una tarea.</p> <p>En ocasiones hay desinterés y el estudiante se siente poco motivado al resolver las tareas, y es allí, donde las estrategias resultan ser útiles para que el estudiante encuentre la ruta idónea y alcance los objetivos propuestos. De igual forma se logra observar que los estudiantes hacen uso</p>		
Categoría	Frecuencia											
Aguada	1.0											
A menudo	2.0											
Siempre	2.0											

Fuente: elaboración propia

8.2 Análisis del momento uno

Del primer momento se puede determinar que los cinco estudiantes seleccionados no tienen orden mientras realizan sus tareas o resuelven problemas, ya que no determinan un plano paso a seguir para poder dar solución eficaz a esto, dejando a un lado el proceso de

pensamiento que requiere la resolución de problemas. Para Flavell (1979) el control de las actividades cognitivas implica una planificación previa, una supervisión frecuente del proceso intelectual y una revisión y evaluación final de los resultados, para que todo el proceso se desarrolle de forma consciente y bajo una secuencia de resolución que facilite el alcance de los objetivos que se han propuesto. Se puede inferir, que la dificultad con los problemas matemáticos, no radica en la incapacidad para entender los números, sino más bien en la incompreensión de los procesos matemáticos que conducen hacia las respuestas.

Por otra parte, se pudo constatar que el manejo de diversas estrategias de resolución de problemas en los estudiantes de grado séptimo es mínimo y en la mayoría de los casos utilizan una misma forma para dar solución, ignorando la cantidad de herramientas que pueden utilizar, así mismo el interés y motivación que tienen para mejorar los resultados a nivel de matemáticas en ocasiones son bajas, lo que conlleva a pensar que conciben esta asignatura con un amplio nivel de dificultad. La falta de un proceso de planificación, no permite una selección de las estrategias adecuadas para afrontar los problemas matemáticos, porque no se conoce de forma consciente, que las estrategias meta cognitivas ayudan a supervisar el proceso para el cumplimiento de las metas, mientras que las estrategias cognitivas permiten definir el camino, el plan o el proceso que se debe tomar para llegar a la meta (Bustingorry & Jaramillo, 2008).

Las estrategias tanto cognitivas como metacognitivas son importantes para aprender en el ámbito escolar, porque permiten entre otras cosas, controlar el proceso de aprendizaje mediante la planificación, (Flavell, 1979), identificar las limitaciones y las fortalezas para afrontar la problemática en cuestión (Schoenfeld, 1985), buscar la ruta más acertada para alcanzar los objetivos propuestos, además de ser más críticos y reflexivos en la acción

educativa (Gómez & Castillo, 2016); la integración de estas estrategias para la resolución de problemas, ayuda a la generación de argumentos basados en el conocimiento y la carencia de las mismas, es una muestra de la carencia intelectual, que impide hacer relaciones fuertes, entre lo que se ha aprendido, lo que se comprende y los nuevos conocimientos generados tras la comprensión.

Además de lo anterior, los estudiantes carecen de argumentos válidos y se nota poca comprensión del problema, ya que no tienen suficientes habilidades para determinar cuál es la mejor forma de adquirir resultados de manera eficaz y certera, de aquí la importancia del docente y sus estrategias didácticas que pueda implementar en el aula, procurando motivar a sus educandos. Tales estrategias, además de cognitivas y metacognitivas, pueden ser no tradicionales, que son formas alternativas de resolución de problemas, que a su vez permiten la comprensión o el progreso para la solución de una tarea o un problema (Schoelfeld, 1985).

En síntesis, se puede establecer que los estudiantes tienen dificultades para definir estrategias de resolución de problemas de manera consciente e intencionada, en parte porque no existe un enfoque hacia una metodología específica, como la heurística de Miguel de Guzmán, y, además, porque no planifican sus acciones escolares como situaciones que requieren compromisos complementarios dentro y fuera del aula de clase, sino que perciben las tareas y talleres como obligaciones, de modo que utilizan las estrategias que han resultado exitosas en el pasado, para cumplir con el compromiso escolar, más no con la intención de apropiarse del conocimiento de forma más profunda.

8.3 Momento 2 de desubicación

En este momento se realizan diversas actividades en las cuales los estudiantes resuelvan problemas desde la heurística de Miguel De Guzmán (1984; 1991) involucrando estrategias metacognitivas, se iniciará con el análisis del proceso de ingreso a la plataforma Erudito, posteriormente a través de una matriz se analiza los problemas con números enteros, estableciendo los aciertos y desaciertos de los estudiantes, posterior a esto se revisa la

forma en cómo aplicaron el método heurístico de resolución de problemas de Miguel De Guzmán en problemas matemáticos con números enteros. Además de lo anterior, para el análisis de los problemas con números enteros se tendrán en cuenta de forma general, las categorías de estrategias metacognitivas, de resolución de problemas de acuerdo a los planteamientos de Miguel de Guzmán, y la categoría de regulación metacognitiva.

8.3.1 Análisis del ingreso a la Plataforma Erudito

Erudito es más que un juego online, es una herramienta de autoría para crear y monitorear juegos educativos de tipo MMOG, siendo su meta principal recrear de manera interactiva el proceso de enseñanza/aprendizaje en un aula de clase virtual en forma desafiante, colaborativa y divertida. Para esto, Erudito cuenta con un motor 2D implementado desde cero en AS3 y posee una amplia variedad de recursos y herramientas para facilitar la labor de los profesores, así como para mejorar la experiencia de los jugadores (los estudiantes). Otra característica relevante de Erudito es que tiene una licencia Creative Commons, lo que significa que se puede usar de forma libre y gratuita (Erudito, 2017)

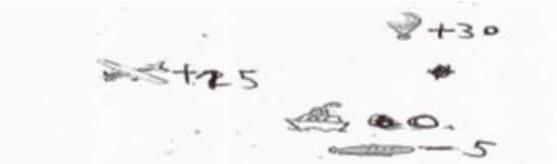
De acuerdo a la explicación suministrada por la docente a los estudiantes en torno al proceso de ingreso a la plataforma se evidencio en ellos lo siguiente:

- Motivación por propuestas nuevas de aprendizaje.
- Disposición en adquirir herramientas que permita la resolución de problemas matemáticos.
- Atención constante a las explicaciones.
- Conocimiento de nuevas tecnologías (uso de las TICS)
- Trabajo en equipo fortaleciendo el diálogo y la escucha.
- Cambio de concepción en torno a las matemáticas como una asignatura difícil.
- Interés por ingresar de forma reiterativa a la plataforma.
- Enseñanza de las matemáticas de una manera interactiva.

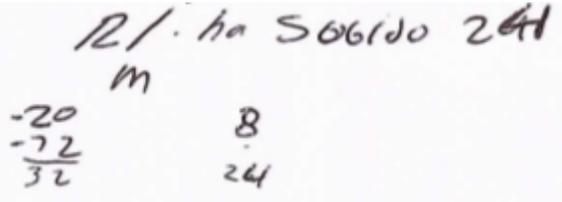
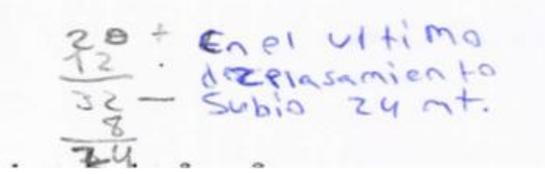
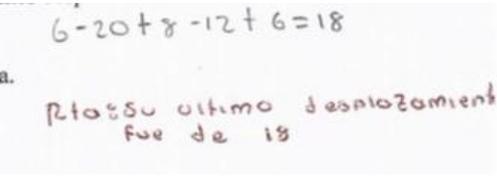
Con lo anterior se puede inferir que la plataforma Erudito es una excelente herramienta pedagógica que permita la exploración de nuevos saberes en los estudiantes, promoviendo así la motivación constante en busca de un mejor aprendizaje.

8.3.2 Análisis de los problemas con números enteros

Tabla 4 Momento dos

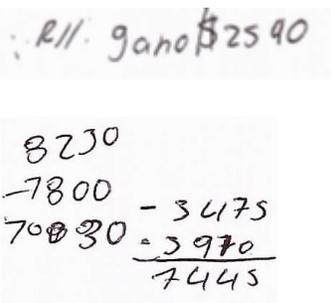
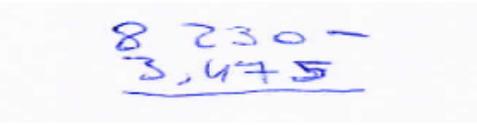
Pregunta	Respuesta	Análisis
<p>Problema 1. Con el número +30 se indica la posición de un globo con respecto al nivel del mar. ¿Qué números asignaría usted a la avioneta, al barco y al submarino que aparecen en la ilustración?</p> 	<p>E4</p> 	<p>En este problema ninguno de los 5 estudiantes contestó correctamente, lo que denota falta de comprensión en términos generales en la ubicación de los números enteros.</p> <p>La mayoría de los estudiantes tuvieron en cuenta la posición del globo y la avioneta que por estar encima del nivel del mar el valor de la posición de cada uno de ellos es positivo, por ende el barco que se encuentra sobre el mar tiene un valor de cero y todo aquello que este por debajo del nivel del mar debería ser negativo, lo que denota una</p>
	<p>E5</p> 	

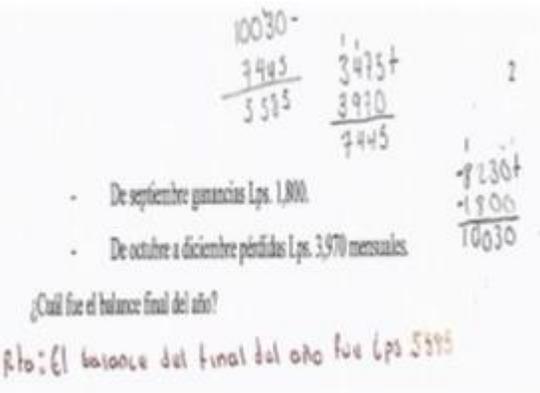
		<p>comprensión de valores positivos y negativos, aun teniendo esta comprensión no lograron ubicar los valores correctamente, quizás por no utilizar herramientas significativas como la recta numérica que serviría de ayuda en la ubicación.</p> <p>De acuerdo a lo anterior los estudiantes de cierta manera han logrado desarrollar su pensamiento numérico, así lo asegura McIntosh, (1992)</p> <p>El pensamiento numérico se refiere a la comprensión en general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación al usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles las manejar números y operaciones.</p>
--	--	--

<p>Problema 2. Un buzo que hace trabajos en una obra submarina se encuentra en la plataforma a 6 m sobre el nivel del mar y realiza los siguientes desplazamientos:</p> <p>-Baja 20 mts para dejar material.</p> <p>-Baja 12 mts para hacer una soldadura.</p> <p>-Sube 8 mts para reparar una tubería.</p> <p>-Vuelve a subir a la plataforma.</p>	<p>E3</p> 	<p>Con este problema se pretendía que los estudiantes tuvieran la capacidad de entender el concepto de los números positivos y negativos, relacionándolos con procedimientos de la vida real, además</p>
<p>¿Cuántos metros ha subido en su último desplazamiento hasta la plataforma?</p>	<p>E4</p> 	<p>demostrar la capacidad de realizar operaciones básicas como sumas y restas de manera aleatoria encontrando respuestas a lo solicitado.</p>
	<p>E5</p> 	<p>De los 5 estudiantes, 3 realizaron las operaciones correctas demostrando así su habilidad para la resolución de problemas, de los otros dos, uno no respondió la pregunta evidenciando la falta de capacidad en la comprensión de problemas, el otro hizo el procedimiento de manera incorrecta que</p>

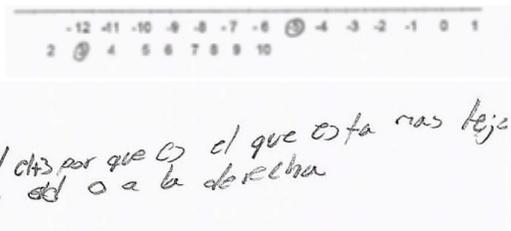
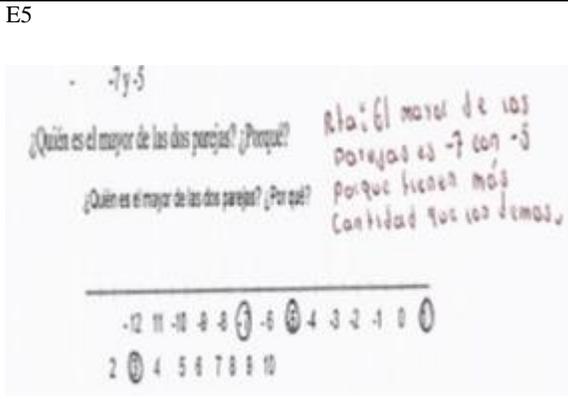
		<p>fue el caso del estudiante E5, el cual al solucionar sus operaciones no tuvo en cuenta el orden correcto de hacerlo, lo que denota una mínima comprensión en las posiciones de números positivos y negativos.</p> <p>Por otra parte, se puede observar que ninguno de los 5 estudiantes utilizó otras herramientas para solucionar el problema, solo se basaron en operaciones tradicionales como la suma y la resta, olvidando la recta numérica, gráficas entre otras.</p>
<p>Problema 3. Expresa con un número entero los desplazamientos que realizan Pedro y Juan en cada escalera.</p>	<p>E1</p> 	<p>Según Borja (2009) La esencia de éste problema era que los estudiantes</p>

	E2		<p>entendieran que en el caso de Pedro se están subiendo gradas y habría que tomar en cuenta el número cero de manera que los desplazamientos estarían indicados por los números +1, +2, +3 y -1 después del número cero.</p>
E4		<p>Caso contrario el de Juan sus desplazamientos son hacia abajo lo que significa que estarán representados por los números -1, -2, -3 y 1 después del número cero (p.75)</p>	
<p>De acuerdo a los resultados obtenidos por los estudiantes se logra observar que tienen en cuenta que Pedro al momento de ascender debe llegar a un número positivo y por el contrario Juan al descender su posición sería negativa, pero ninguno de ellos logra acertar en las respuestas,</p>			

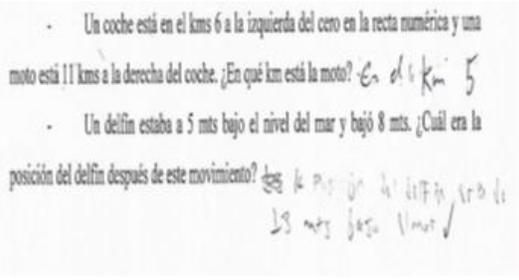
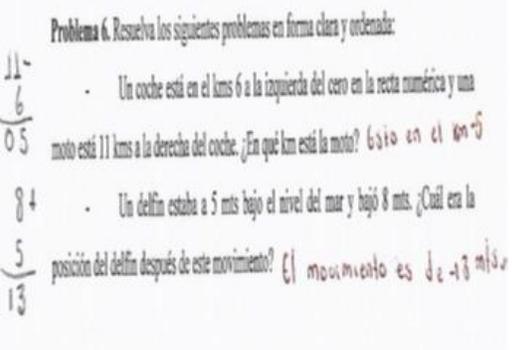
		<p>pues no tuvieron en cuenta la posición inicial de cada uno de los personajes, lo que denota desconcentración y poca habilidad en el proceso de ubicación.</p> <p>El estudiante E4, realizó la graficación y posicionamiento de los personajes de la forma correcta, pero no marco con números la posición que tenían Pedro y Juan, denotando olvido en el momento de escribir la respuesta.</p>
<p>Problema 4. El empresario de un parque acuático hace este resumen de la evolución de sus finanzas a lo largo del año:</p> <p>-De enero a mayo pérdidas Lps. 3,475 mensuales.</p> <p>-De junio a agosto ganancias Lps. 8,230 mensuales.</p> <p>-De septiembre ganancias Lps. 1,800.</p> <p>- De octubre a diciembre pérdidas Lps. 3,970 mensuales.</p> <p>¿Cuál fue el balance final del año?</p>	<p>E3</p>  <p>E4</p> 	<p>El objetivo al plantear este problema radicaba en identificar las diferentes estrategias que los estudiantes utilizan para dar respuesta a la problemática.</p> <p>De los 5 estudiantes, solo uno logró responder de forma acertada, dos no respondió la pregunta y los otros dos lo</p>

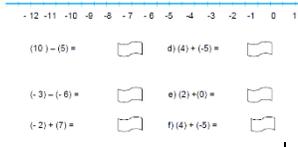
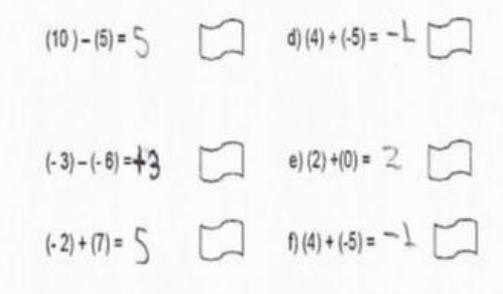
	<p>E5</p>  <p>10030 - 7445 5585</p> <p>3475 + 3970 7445</p> <p>- De septiembre ganancias Lps. 1,800. - De octubre a diciembre pérdidas Lps. 3,970 mensuales.</p> <p>¿Cuál fue el balance final del año? Rto: El balance del final del año fue Lps 5585</p>	<p>realizaron de forma equivocada.</p> <p>Los estudiantes que contestaron erróneamente no lograron establecer relaciones entre las ganancias y pérdidas, ya que no comprendieron que una ganancia representa una situación positiva y una pérdida una situación negativa, lo que significaba que tenían que sumar las ganancias y restarle las pérdidas para obtener el balance general.</p> <p>Lo anterior denota una alta dificultad en la comprensión de problemas mixtos, es decir problemas que contengan sumas y restas a la vez, al igual que debilidades al realizar operaciones sencillas, por ende, en clases se debe reforzar operaciones básicas, a través de distintas estrategias</p>
--	--	---

		<p>metodológicas que el docente planee.</p> <p>Según varios investigadores (por ejemplo, NTCM, 1989; Dickson, 1991; Rico, 1987; McIntoh, 1992) citados por Borja (2009) se pueden tener en cuenta que para construir el significado de las operaciones y que pueden dar pautas para orientar el aprendizaje de cada operación tiene que ver con el reconocimiento del significado de la operación en situaciones concretas, de las cuales emergen:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Reconocer los modelos más usuales y prácticos de las operaciones; 2. Comprender las propiedades matemáticas de las operaciones; 3. Reconocer el efecto de cada operación y las relaciones
--	--	---

		<p>entre operaciones.</p> <p>Teniendo en cuenta lo anterior se puede mencionar que los estudiantes en su gran mayoría no logran encontrar el significado a las operaciones, ni las relaciones que entre ellas existen.</p>
<p>Problema 5. Representa en la recta numérica cada pareja de números y encierra en un círculo el número mayor de cada pareja.</p> <p>- 3 y 1</p> <p>-7 y -5</p> <p>¿Quién es el mayor de las dos parejas? ¿Por qué?</p> <p><small>¿Quién es el mayor de las dos parejas? ¿Por qué?</small></p> 	<p>E1</p>  <p>E5</p> 	<p>Borja (2009) afirma que el problema tenía como meta ordenar y colocar números a lo largo de una recta numérica, determinar cuándo un número particular es mayor o menor que otro pensando en todos los números, tanto positivos como negativos (p.79)</p> <p>Al observar los resultados de los estudiantes hacia este problema, se concluye que E1 y E2, fueron los únicos que lograron comprender la relación de mayor y menor entre los números y al</p>

		<p>mismo tiempo ubicarlos en la recta numérica, teniendo en cuenta el valor positivo y negativo.</p> <p>Los estudiantes E3, E4, y E5, no logran establecer relaciones con los números enteros determinando su valor positivo y negativo, al igual que no utilizan de manera adecuada la recta numérica para ubicarlos, de esta forma denota su poca habilidad en el razonamiento espacial y cuantitativo, a estos estudiantes se les dificultar en gran medida la ubicación de números enteros negativos.</p>
<p>Problema 6. Resuelva los siguientes problemas en forma clara y ordenada:</p> <p>-Un coche está en el kms 6 a la izquierda del cero en la recta numérica y una moto está 11 kms a la derecha del coche.</p> <p>¿En qué km está la moto?</p> <p>-Un delfín estaba a 5 mts bajo el nivel del mar y bajó 8 mts.</p>	<p>E1</p> <p>Un coche está en el kms 6 a la izquierda del cero en la recta numérica y una moto está 11 kms a la derecha del coche. ¿En qué km está la moto? <i>11/2, a 5 kms a la</i></p> <p>Un delfín estaba a 5 mts bajo el nivel del mar y bajó 8 mts. ¿Cuál era posición del delfín después de este movimiento?</p>	<p>El problema 6, pretende indagar sobre los conocimientos que tienen los estudiantes en torno a los números negativos, reflexionando los enunciados de los problemas sobre el orden y las operaciones</p>

<p>¿Cuál era la posición del delfín después de este movimiento?</p>	<p>E2</p> 	<p>con números negativos.</p> <p>De acuerdo a los resultados obtenidos por los estudiantes se muestra la gran capacidad que tienen los alumnos en el momento de solucionar problemas con adiciones de números positivos, pero el inconveniente recae en el momento en que se debe poner en práctica las operaciones básicas con números negativos, tanto así que ninguno de los educandos logró dar respuestas correctas al problema.</p> <p>Lo anterior resalta las dificultades que tienen los estudiantes en cuanto a los signos de los números, a las reglas de signos en el momento de hacer operaciones a los contextos y a la identificación</p>
	<p>E5</p> 	

		<p>de las dos operaciones.</p> <p>Es estudiante E1, da respuesta correcta al primer enunciado, pero no responde el segundo. El E2, da respuesta correcta al primer enunciado, pero olvida el signo (-) en las respuestas del segundo.</p> <p>Por otra parte, el E3 y E4, no responden ninguno de los enunciados.</p> <p>Por último el E5, no responde correctamente el primer enunciado ya que su respuesta es negativa, cuando esta debe ser positiva, pero si lo hace correctamente en el segundo enunciado.</p>
<p>Problema 7. Haz las siguientes sumas y restas ayudándose de la recta numérica.</p> 	<p>E2</p> 	<p>El problema 7, apunta a identificar como los estudiantes realizan operaciones de adición y sustracción con números enteros.</p>

	<p>E4</p> <p>$(10) - (5) = 3$ (5) d) $(4) + (-5) = 9$</p> <p>$(-3) - (-6) =$ (9) e) $(2) + (0) =$</p> <p>$(-2) + (7) =$ (-9) f) $(4) + (-5) =$</p>	<p>Observando los resultados, los estudiantes E2 y E5, lograron desarrollar el problema de manera correcta, mientras tanto E1, E3 y E4, tuvieron dificultades al realizarlo, por ende, sus respuestas en la gran mayoría fueron incorrectas.</p>
	<p>E5</p> <p>$(10) - (5) =$ (5) d) $(4) + (-5) =$ (-1)</p> <p>$(-3) - (-6) =$ (3) e) $(2) + (0) =$ (2)</p> <p>$(-2) + (7) =$ (5) f) $(4) + (-5) =$ (-1)</p>	<p>Lo anterior muestra la falencia que existe en determinar valores con respecto a la suma y resta de números negativos, así lo menciona Borja (2009) en los incisos b), c), d) se asumen las sumas y restas de números del mismo signo entendiendo que sumar significa añadir y restar significa quitar. No se manejan correctamente las restas de números negativos con minuendo mayor, ni las sumas y restas de distinto signo. Interpretan la suma y la resta</p>

		de números naturales como movimientos sobre la recta numérica a derecha o izquierda del primer término, respectivamente. Se asume que sumar números positivos significa avanzar en el sentido positivo y sumar negativos avanzar en el sentido negativo (p.84)
--	--	--

De acuerdo al instrumento aplicado con el taller de números enteros se evidencian las siguientes dificultades y habilidades en los estudiantes:

Habilidades

Conocimiento de las operaciones básicas como sumas y restas.

Facilidad en el momento de realizar operaciones con números positivos.

Concepción de que todo lo que se dirige hacia arriba o hacia la derecha es positivo y todo lo que se dirige hacia abajo y hacia la izquierda es negativo.

Conocimiento claro sobre valores positivos y negativos.

Correcta ubicación de los números en el momento de realizar alguna operación.

Dificultades

Nivel medio en el momento de desarrollar de manera correcta las operaciones básicas.

Falta de utilización de estrategias metacognitivas como referente de ayuda en la solución de problemas.

Poca comprensión de problemas que atañen operaciones mixtas, es decir problemas en los que deban sumas y restar a la vez, a pesar de ser problemas básicos, diseñados de manera sencilla, para incentivar la sensibilidad de los estudiantes.

Bastante dificultad en el momento de realizar operaciones aditivas y de sustracción con números negativos, debido a confusiones en la suma de los signos, falta de comprensión más profunda para el uso de los números negativos, entre otras dificultades.

Dificultad en la ubicación de números a través de la recta numérica y falta de claridad sobre la ubicación de los cuerpos en el espacio de la misma recta

8.3.3 Análisis de la Plantilla para la solución de problemas y ejercicios con números enteros

En este apartado se analizará los resultados obtenidos en la resolución de problemas con números enteros, utilizando procesos metacognitivos eficientes para obtener altos resultados y desarrollar las capacidades y habilidades de los estudiantes.

Mediante esta actividad se pretende que los estudiantes apliquen el método heurístico de resolución de problemas de Miguel De Guzmán en problemas matemáticos con números enteros.

Tabla 5 Plantilla para la solución de problemas y ejercicios con números enteros

<p>Anexo 6. Ejercicios para grupo 1</p> <p>NOMBRE: _____</p> <p>FECHA: _____</p> <p>COLEGIO: _____</p> <p>GRADO SÉPTIMO.</p> <p>Lee las siguientes situaciones y luego responde cada pregunta. Escribe paso a paso lo que hiciste para resolver el problema.</p> <p>1. En una tienda se venden 32 cajas de refrescos con 24 de ellos en cada una. Si cada refresco se vendió en \$ 460 ¿Cuánto dinero ingresó por esa venta?</p> <p>2. ¿Cuántas canicas deberá comprar un abuelo para darle ocho a cada uno de sus cinco nietos?</p>	<p>El análisis se realizó tomando en cuenta el anexo 6, en el cual se les pide a los estudiantes que utilicen el método heurístico, el cuál ha sido explicado con anterioridad, por la docente a través de una presentación de power point. Se diseñó una matriz en donde se estableció las preguntas, respuestas correctas, respuestas dadas por los estudiantes, la evidencia del uso de la plantilla y el análisis correspondiente.</p>
---	---

Fuente. Elaboración propia

Los análisis que los estudiantes realizaron en la plantilla, están condensados en los anexos y en la presente sección, se hará una interpretación de las respuestas dadas por los estudiantes, así como de la utilización de las diferentes estrategias al momento de resolver los problemas matemáticos haciendo uso de la plantilla, que fue presentada como una alternativa al momento de resolver el taller.

De acuerdo a lo anterior, se puede establecer que, a través de la utilización de la plantilla, se logra evidenciar la comprensión y la facilidad que le genera este instrumento al estudiante en el momento de resolver problemas, pues los pasos secuenciales, permite al alumno detallar de manera directa que es lo que debe realizar, siguiendo de forma clara las indicaciones que sugiere la plantilla.

En la utilización de la plantilla como herramienta de resolución de problemas, se pueden evidenciar las subcategorías de planeación, monitoreo y evaluación, recordando que estas pertenecen a la categoría de regulación metacognitiva.

Subcategoría de Planeación: Para Tamayo (2006), la planeación es un proceso que se realiza antes de enfrentar una tarea o meta escolar, implica la selección de estrategias apropiadas y la localización de factores que afectan el rendimiento; la predicción, las estrategias de secuenciación y la distribución del tiempo o de la atención selectiva antes de realizar la tarea; consiste en anticipar las actividades, prever resultados, enumerar pasos. De igual forma, la plantilla de Guzmán permitió a todos los estudiantes dar respuesta correcta al problema seleccionado, ya que partieron de varias premisas como, por ejemplo:

- Anticipar de que se trataba el problema evidenciando comprensión positiva.
- Selección de datos importantes para dar solución al problema.
- Realizar gráficas como herramientas de comprensión.
- Explicar cómo va a resolver el problema.

Tabla 6 Premisas Fuente.

	<p>Las premisas permitieron a los estudiantes diseñar de forma categórica un plan para la resolución de problemas, implementaron distintas estrategias metacognitivas, como la utilización de gráficas, la comprensión del problema, la secuencia de pasos, entre otros, lo cual realizaron a través de la plantilla, lo que conlleva a dar respuestas acertadas a los diversos problemas planteados.</p>
--	---

Fuente: elaboración propia

Subcategoría de monitoreo: Se refiere a la posibilidad que se tiene, en el momento de realizar la tarea, de comprender y modificar su ejecución, por ejemplo, realizar auto-evaluaciones durante el aprendizaje, para verificar, rectificar y revisar las estrategias seguidas. Así mismo en la plantilla los estudiantes lograron verificar sus estrategias; lo cual se realizó a través de las siguientes variables:

- Explica cómo piensas resolver el problema
- Ahora...Piensa en lo que hiciste... ¿Crees que la solución fue la correcta?

Subcategoría de evaluación: Realizada al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz; evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia.” (Tamayo, 2006, p.3). En este aspecto la premisa que apunta a la evaluación es “repaso de los pasos anteriores”, con ella lo que se pretende es cuestionar a los estudiantes acerca de los pasos que han utilizado para resolver el problema, de esta manera estarían realizando una autoevaluación de sus aciertos y desaciertos.

Algunos aspectos de resaltar en la utilización de la plantilla, en la pregunta 2 del anexo 6, se destacan los estudiantes E1, E2 y E5, quienes además de realizar la multiplicación como operación acertada para dar la respuesta, usan la división como forma comprobatoria de que la respuesta dada es la correcta, esto evidencia la habilidad que tienen para resolver problemas de distantes formas.

8.3.4 Análisis del momento dos

De acuerdo a los instrumentos aplicados en el momento dos, se pueden determinar distintos aspectos efectivos, como la facilidad en algunos de los estudiantes al realizar operaciones básicas a través de números enteros positivos, determinando de manera rápida las respuestas. En este momento y tras el acercamiento con los talleres, la plataforma virtual y la heurística propuesta por Miguel de Guzmán, los estudiantes han desarrollado de forma inconsciente, una serie de estrategias para la resolución de operaciones matemáticas, que les ayudó a encontrar de forma más acertada la respuesta a cada uno de los ejercicios, siendo estas una suerte de estrategias cognitivas, en la medida que permiten a los estudiantes definir el camino o el proceso por el cual pretenden resolver los ejercicios (Bustingorry & Jaramillo, 2008).

Así mismo se muestra las fortalezas que trae al aplicar la plantilla de la unidad didáctica, basada en los postulados de De Guzmán (y que fue entregada a los estudiantes en el proceso de intervención), permitiendo a los estudiantes, planear, monitorear y evaluar sus procesos, logrando obtener habilidades y estrategias metacognitivas en la resolución de problemas. Esta platilla permitió la formulación de un plan de acción por parte de los estudiantes al momento de enfrentarse al problema matemático, que a su vez se puede relacionar con las estrategias no tradicionales de resolución de problemas que plantea Schoenfeld (1985), útiles para la comprensión y el progreso hacia la solución de las tareas o problemas, puesto que, si bien los estudiantes utilizan estrategias para buscar la respuesta más acertada al problema matemático, lo hacen de acuerdo a su intuición y sus conocimientos previos, más no como acciones absolutamente consientes en todas sus

etapas, es decir no controlan sus actividades cognitivas, situación que de acuerdo a Flavell (1979), implica planificarlas, controlar el proceso intelectual y evaluar los resultados.

Por otra parte, es evidente la dificultad que tienen la mayoría de los estudiantes al resolver algunos problemas matemáticos que incluyen operaciones básicas con números enteros negativos, al igual que la falencia en la ubicación de estos números en la recta numérica. Para De Guzmán (1991), una forma muy adecuada de encontrar soluciones acertadas a los problemas, es partir desde la comprensión de sus elementos, y es en este punto donde los estudiantes presentan las mayores falencias, ya que sus dificultades parten desde la incapacidad para comprender operaciones con números enteros negativos que a su vez genera dificultades para el manejo de la recta numérica y no permite encontrar la solución acertada.

Si bien los estudiantes carecen de procesos de planificación para la resolución de problemas, esto no quiere decir que sean totalmente ineficientes en su área de matemáticas, ya que poseen la capacidad intelectual para la aprehensión de las temáticas, que les permite establecer conexiones entre lo aprendido en cursos anteriores, lo comprendido de esas lecciones así como los nuevos conocimientos que se enseñan en la clase (Domenech, 2004), para de esta forma encontrar soluciones a las tareas o problemas de la materia, es decir, que si bien aún no están en un nivel en el cual puedan dominar las estrategias cognitivas y metacognitivas, si poseen la capacidad suficiente, para que, con un poco de esfuerzo, puedan resolver cualquier dificultad intelectual en la clase de matemáticas.

8.4 MOMENTO 3 DE REENFOQUE

En este apartado se analizará la entrevista semiestructurada la cual fue aplicada con el objetivo de evaluar la eficacia de la unidad didáctica, se realizará a través de una matriz en donde se logrará determinar la efectividad de la puesta en marcha de la unidad didáctica, relacionándola con las categorías y subcategorías.

8.4.1 Análisis de la Entrevista semiestructurada

Para el desarrollo del momento de Reenfoque, se preguntó a los estudiantes sobre diferentes cuestiones relacionadas a la forma en la cual resolvieron el taller y las estrategias utilizadas. En este sentido, la primera pregunta se relacionó con las estrategias utilizadas para la resolución de los problemas a lo cual los participantes dieron las siguientes respuestas.

Categoría de resolución de problemas.

¿Qué hicieron para lograr el resultado del problema?

E1: “Multiplicar 8×5 y dividir el resultado por 5 igual a 8.”

E2: “Multiplicar la cantidad de tela $\$12500 \times 20$ y así sacar el resultado.”

E5: “Multiplicando los primeros datos y hacer todas las operaciones necesarias”

Esta Primera pregunta va dirigida a los resultados finales, pues apunta al cómo hicieron para lograr obtener las respuestas. Aquí se puede evidenciar que todos los estudiantes decidieron tomar la multiplicación y división como punto de referencia para la solución del problema. Además de lo anterior también se muestra los pasos que tuvieron en cuenta para lograr conseguir la respuesta correcta (**Subcategoría de planeación**).

La resolución de problemas es una actividad que involucra el uso de estrategias cognitivas, metacognitivas y de la capacidad intelectual (Gómez & Castillo, 2016; Domenech, 2004), puesto que el estudiante debe comprender el problema, para seleccionar la manera más adecuada de resolverlo, teniendo en cuenta su conocimiento sobre la materia, pero también, las estrategias utilizadas para la resolución de cualquier situación problemática, como la planeación o la identificación de los aspectos que requieren una atención primaria.

Categoría de regulación metacognitiva.

Por medio de la entrevista semiestructurada, se les preguntó a los participantes sobre el éxito obtenido durante el desarrollo de las actividades, es decir, si habían logrado alcanzar los objetivos propuestos al momento de enfrentarse al problema matemático, a lo cual los estudiantes respondieron lo siguiente.

¿Hemos resuelto las situaciones problemáticas?

E2: “Sí porque así hemos aprendido a resolver problemas”

E3: “Sí porque los niños tienen sus canicas por partes iguales”

E5: “Sí porque creemos que los realizamos bien”

De acuerdo a esta pregunta todos los estudiantes aseguran haber resuelto el problema de manera eficaz, esto puede determinar un momento de monitoreo, lo que conlleva a la anticipación de hechos.

(Subcategoría de monitoreo). Además del momento de monitoreo, para alcanzar una resolución efectiva de las actividades o las situaciones problemáticas, se debe tener una familiarización con el problema (De Guzmán, 1984), se debe definir cuales estrategias cognitivas y metacognitivas son las más adecuadas para el problema en cuestión (Bustingorry & Jaramillo, 2008), pero también se deben planear las etapas que se deben seguir para alcanzar los objetivos propuestos (Flavell, 1979), en este caso, resolver las situaciones problemáticas.

La siguiente pregunta del taller, estuvo relacionada a las estrategias meta cognitivas utilizadas por los estudiantes durante el proceso de resolución de los problemas matemáticos, y a la pregunta, “¿Cuál fue el primer paso?”, los participantes respondieron lo siguiente.

E1: “El primer paso fue ver los números y entender el problema”

E5: “Leer y entender el problema y luego sacar datos y resolverlos para encontrar una solución”

E4:

3. -¿Cuál fue el primer paso? El primer paso fue leer como era para multiplicar

Los estudiantes aseguran que el primer paso que dieron en el momento de solucionar el problema fue la lectura y comprensión de él, lo que conlleva a pensar que sus procesos mentales están siendo planeados, esto es resultado de la puesta en marcha de la unidad. Así mismo los estudiantes mencionan cuales fueron las operaciones que realizaron de acuerdo a la comprensión que le dieron al problema, esto equivale a la organización de trabajo.

(Subcategoría de planeación).

De acuerdo a lo anterior, se puede establecer que la planeación fue una etapa importante para el desarrollo de los problemas, ya que permite controlar el proceso intelectual que se requiere para encontrar soluciones, pero también, supervisar las acciones que se realizan durante el proceso (Flavell, 1979). La planeación permite seleccionar las estrategias más adecuadas para enfrentar un problema, pero también, definir, si en algún momento del proceso se debe seguir una ruta establecida, o si es necesario cambiar el curso del proceso (Schoenfeld, 1985), en aras de lograr una resolución efectiva al problema.

Continuando con la categoría de regulación metacognitiva, la siguiente pregunta de la entrevista semiestructurada se relacionó con la percepción de los estudiantes en relación a los pasos desarrollados para la resolución de los problemas y su efectividad en el proceso; Estos pasos o este desarrollo planificado del proceso, fue apoyado por la plantilla que acompañó las actividades, que sirvió como guía para definir los pasos necesarios en aras de alcanzar el objetivo final de resolución de la situación problemática.

¿Son correctos los pasos realizados?

E1: “Si porque el abuelo quería regalar a sus nietos canicas, y que todos tengan partes iguales”

E2: “Si son correctos los pasos realizados, porque multiplican(do) nos dio el resultado”

E5: “Sí porque sacamos los datos y (después) los resolvimos”

Los estudiantes a través de la plantilla de resolución de problemas se sienten confiados en la realización de los pasos para hallar una respuesta correcta, lo que conlleva a inferir que por medio de esta herramienta se les facilita la comprensión y organización de pasos para dar solución a lo pedido en el ejercicio (**Subcategoría de planeación**). La organización de los pasos, hace parte del proceso de planeación, que permite, además de definir las acciones que se realizaran durante el proceso, supervisar de forma constante y revisar, los avances que se han logrado para alcanzar los objetivos propuestos (Flavell, 1979). Cuando los estudiantes plantean que han definido una serie de pasos para resolver el problema (E5), hacen uso de diferentes estrategias en cada etapa, para tomar la decisión más acertada, pero también para hacer el proceso más expedita y clara la vía, para llegar al propósito final.

Categoría estrategias Metacognitivas.

La pregunta 5 de la entrevista semiestructurada, busca conocer sobre las razones que los estudiantes optan al momento de resolver una operación en particular en el problema, es decir, cuáles fueron sus motivos para optar por determinada operación o estrategia. En este sentido, las respuestas de los estudiantes fueron las siguientes.

¿Por qué utilizamos esa operación?

E2: “Porque era muy fácil de responder, analizar y así poder saber el resultado”

E3: “Porque es la más sencilla y uno da una respuesta inmediata”

E5: “Porque dependiendo de esa operación, (se obtuvieron) los resultados”

El escoger una operación matemática determina la veracidad y validez de los resultados, de allí la importancia de comprender bien que se está preguntando y con cuales datos se cuenta para dar una solución. Teniendo en cuenta lo anterior los estudiantes no manifiestan en sus respuestas el argumento del porque seleccionaron una operación determinada, esto indica la falta de relacionar el contenido del problema con su comprensión y resolución (**Subcategoría conocimiento metacognitivo**). Lo anterior se relaciona con lo expuesto por Pérez & Ramírez (2011), relacionado a los ejercicios rutinarios y mecánicos que utilizan muchos profesores para la enseñanza de sus lecciones, que coartan los procesos cognitivos y nos e ocupan de enfrentar la dificultad desde la raíz, mediante estrategias que procuren una aprehensión del saber, antes que una repetición memorística, de modo que en el fondo, el problema de comprensión persiste incluso después de haber sido resuelto el problema matemático.

Categoría resolución de problemas.

La siguiente pregunta de la entrevista semiestructurada que fue aplicada a los estudiantes posterior a la intervención planeada, cuestionó sobre las estrategias utilizadas por los participantes para definir el plan adecuado, con el objetivo de resolver los problemas presentados en el taller. Esta planeación, hace parte de las estrategias para la resolución de problemas, que ayudan a definir los momentos que se deben desarrollar para lograr los objetivos que proponen las actividades.

¿Cómo supimos los pasos que teníamos que seguir para resolver los problemas?

E1: “porque leímos el problema y así miramos que operación era necesaria”

E2: “Porque utilizamos la multiplicación y así podríamos saber el resultado final

E5: “leyendo el problema y buscan(do) estrategias para solucionarlo”

Las estrategias planteadas por los estudiantes para lograr los pasos que debían diseñar para resolver el problema, estuvieron fundamentadas en la comprensión y lectura, pues en sus

respuestas aseguran que esa fue la manera que identificaron para lograr llegar a la respuesta correcta. (**Subcategoría búsqueda de estrategias**). Lo anterior se relaciona con el conocimiento meta cognitivo o las estrategias meta cognitivas, necesarias para la comprensión y la retención de lo aprendido, pero también, muy útiles para regular el aprendizaje y desarrollar las actividades de forma consiente y ordenada (Flavell, 1979; Domenech, 2004; Gómez & Castillo, 2016). Además, cuando los participantes establecen que primero leyeron, para comprender y después buscar la solución al problema, hacen uso de las estrategias cognitivas, es decir, de aquellas que permiten inferir o diseñar el camino o el proceso mediante el cual se llegará a la meta propuesta (Bustingorry & Jaramillo, 2008).

Continuando con la categoría de resolución de problemas, se planteó la pregunta número 7, en la cual los estudiantes debían exponer las conclusiones a las cuales llegaron una vez se enfrentaron o lograron resolver el problema, de acuerdo a su percepción personal y al desarrollo descrito a lo largo del proceso. Las respuestas obtenidas fueron, tanto de carácter general, es decir las conclusiones de todo el proceso, como particulares, relacionadas a la resolución de algunas actividades específicas.

¿A qué conclusiones llegamos?

E1: “A la multiplicación porque entendimos el problema”

E2: “En que la señora Ana paga bien y sabe que resultado le dará”

E4: “A la conclusión que todos entendimos”

E5: “A que depende al problema, utilizamos diferentes operaciones”

Los estudiantes al responder esta pregunta no son claros, quizás por la falta de comprensión de la palabra “conclusión”, pero retomando sus respuestas la mayoría indica que sus conclusiones se basaron en la operación que debían realizar y la búsqueda del resultado, dejando a un lado todo el proceso comprensivo de un problema (**Subcategoría resultados y conclusiones**). Dejar de lado este aspecto (el proceso comprensivo) incide de manera

negativa en el proceso de aprehensión del conocimiento, porque si bien el estudiante logra la respuesta correcta, no es consciente del proceso que le llevo hasta esa conclusión, ni de las etapas que lo llevaron a definir su respuesta como la correcta, es decir no es consciente del proceso cognitivo (Bustingorry & Jaramillo, 2008), sino que resuelve los ejercicios de manera mecánica y memorística, sin ninguna profundidad.

Las siguientes preguntas de la entrevista semiestructurada aplicada a los estudiantes, estuvieron basada en las categorías generales de estrategias metacognitivas y resolución de problemas, pero cada una se suscribió bajo una subcategoría diferente, para hacer más sencillo y claro el análisis.

Categoría de estrategias metacognitivas.

En la pregunta 8 de la entrevista semiestructurada, se pidió a los estudiantes que volvieran a las primeras etapas del proceso de resolución del problema, para recordar como lo iniciaron y para que describieran cuales fueron las etapas y las estrategias empleadas para alcanzar el objetivo final, es decir, hallar la respuesta que requería la operación.

¿Recuerdan cómo hicimos para iniciar la resolución del problema?

E1: “Si, leyendo y entendiendo el problema, y aplicamos una operación”

E2: “Si comenzamos leyendo y analizando el problema y aplicamos una solución”

E5: “Si, multiplicando y analizando las operaciones necesarias”

Todos los estudiantes aseguran recordar como realizaron los pasos para llegar a dar una solución, lo que evidencia la comprensión de cierta manera de los procesos necesarios para llegar a una respuesta, esto apunta a tener experiencias a través de la práctica (**Subcategoría de experiencias metacognitivas**). Además, lo anterior se relaciona con el proceso de planificación (Flavell, 1979; Schoenfeld, 1985), que permite controlar el proceso y definir las estrategias adecuadas para alcanzar los objetivos planteados. De lo

planteado por los estudiantes se puede inferir que estos realizan el proceso de planificación de forma mecánica o inconsciente, porque su proceso comprensivo de las etapas necesarias para la resolución de los problemas, no son tan profundos como se demostró en la pregunta siete, pero si tienen una idea general, de cuáles son las acciones básicas para resolver la situación problemática planteada.

Categoría resolución de problemas.

Para el caso de la pregunta 9 de la entrevista semiestructurada, se volvió a la categoría de resolución de problemas, por medio de una pregunta que interrogó a los estudiantes sobre las estrategias utilizadas para resolver los problemas planteados en la intervención y su relación con las estrategias utilizadas por los demás participantes de los talleres. Cabe recordar que las estrategias para la resolución de problemas, pueden ser de naturaleza cognitiva, que son aquellas que determinan la ruta para alcanzar los objetivos, o de naturaleza metacognitiva, que son aquellas que regulan el proceso definido para cumplir los objetivos (Bustingorry & Jaramillo, 2008).

¿Todos utilizamos las mismas estrategias para resolverlo?

E2:” No porque otras personas utilizaron otras operaciones y al verlas, resultan diferentes”

E3: “No porque cada uno, tiene su forma de resolver el problema”

E5: “No porque todos tenemos diferentes maneras de resolverlos y que den, el resultado que se busca”

De acuerdo a las respuestas suministradas por los estudiantes se logra determinar que la gran mayoría utilizaron diversas estrategias y distintas operaciones para llevar a cabo la solución del problema, esto denota la habilidad que han adquirido al utilizar distintas herramientas que permita la consecución de una respuesta (**Subcategoría aplicación de estrategias**). Las estrategias para la resolución de problemas, son elementos esenciales para

lograr un abordaje consiente y crítico de la situación a la cual el estudiante se ve enfrentado, pero también, son herramientas que permiten una mejor planificación de las etapas que se requieren para alcanzar los objetivos (Flavell, 1979; Domenech, 2004; Gómez & Castillo, 2016).

El uso de estrategias, está determinado por la situación problemática, pero también, por la capacidad del estudiante para clarificar las ideas y definir los elementos más importantes que intervienen en el problema, para de esta forma, plantear una solución efectiva y oportuna (De Guzmán, 1984). Para Guzmán (1991) las estrategias pueden ser de variada índole y solo están determinadas por la creatividad del estudiante y sus conocimientos en la materia, puesto que una estrategia es, desde un apunte de ideas, hasta gráficas, figuras o cualquier forma de representación que facilite la comprensión del problema o la tarea.

Categoría estrategia metacognitiva.

Para la pregunta diez de la entrevista semiestructurada, se planteó una conexión entre los procedimientos empleados por los estudiantes para la resolución de problemas matemáticos y la vida cotidiana, teniendo en cuenta que muchas de las estrategias empleadas para la resolución de problemas académicos, tras una ligera adaptación a los contextos más globales, pueden ser muy útiles para enfrentar situaciones problemáticas en la vida diaria

¿En qué momentos de la vida cotidiana podemos seguir estos mismos procedimientos o pasos?

E2: “Toda la vida nos va a servir la multiplicación, suma, resta y división”

E3: “Si, en cualquier problema, (por) grande o pequeño que sea”

E5: “Cuando vamos a la tienda a comprar, o al pagar deudas”

Asociar lo que se aprendido en clases a la vida cotidiana es una de las habilidades que debe desarrollar en todos los estudiantes a través de la puesta en práctica de los ejercicios. Las

respuestas dadas por los alumnos ante esta pregunta evidencian cierta comprensión en la utilización de los pasos en diferentes campos de la vida, como por ejemplo las compras, soluciones de problemas reales, entre otros (**Subcategoría experiencia metacognitiva**). Lo anterior se relaciona directamente con los postulados planteados por De Guzmán (1991), quien establece que uno de los fines generales de las matemáticas, debe ser brindar a los alumnos las estrategias para que estos desarrollen hábitos de pensamiento adecuados, tanto para la resolución de problemas matemáticos, pero también para la confrontación de problemas de la vida diaria, fuera del contexto académico.

De acuerdo a lo anterior, se identificó una falencia en este aspecto, ya que los participantes, por un lado, están conscientes de la necesidad de las matemáticas para la vida diaria, pero no pueden definir un aspecto específico en la vida diaria, en el cual puedan dar uso a este componente, (A excepción del participante E5), o a las estrategias que se emplean para la resolución de problemas matemáticos.

Categoría estrategias metacognitivas.

La pregunta final de la entrevista semiestructurada aplicada a los estudiantes y que hace parte del momento 3 de reenfoque tuvo una directa relación con la pregunta anterior, puesto que interrogó a los estudiantes sobre situaciones en las cuales las estrategias utilizadas para la resolución de problemas, podrían ser útiles, fuera de los contextos académicos, con el fin de enfrentar alguna situación problemática que no tenga directa relación con la matemática y sus componentes.

¿Para qué otras situaciones similares nos pueden ser de utilidad?

E2: “Para todo porque con las 4 operaciones podemos resolver cualquier problema”

E3: “Al repartir bienes o utilidades a las personas”

E5: “Al contar dinero o pagar cuotas”

Los estudiantes aseguran encontrarle utilidad a lo aprendido, lo que conlleva asegurar que la relación de aprendizaje puede ser llevado a la realidad, facilitando la resolución de problemas de cualquier índole (**Subcategoría experiencia metacognitiva**). Desde una visión general, la resolución de problemas matemáticos, requiere de una serie de etapas, tales como la familiarización con el problema (De Guzmán, 1984), la búsqueda de estrategias (De Guzmán, 1991), pero también la aplicación de estas estrategias para alcanzar el objetivo propuesto; en este sentido, enfrentar los problemas cotidianos, requiere también de un proceso de planificación, si se quiere llegar a una solución definitiva de la situación problemática, que a su vez, precisa de las etapas descritas anteriormente para los problemas matemáticos.

8.4.2 Análisis momento tres

Teniendo en cuenta las entrevistas semiestructurada se logra evidenciar la factibilidad en el uso de la unidad didáctica, ya que genera mayores habilidades en los estudiantes al momento de resolver problemas en los cuales se utilicen números enteros. En relación al componente de resolución de problemas, se puede establecer que los estudiantes partieron desde los conocimientos que habían adquirido previamente, es decir desde las operaciones básicas de la matemática, pero también, que tras en acompañamiento del profesor y el uso de la plantilla, lograron establecer una serie de estrategias, más de carácter cognitivo y de capacidad intelectual, en la medida que resolvieron los problemas utilizando estrategias matemáticas y demás, pero sin una conciencia precisa de la planificación y la escogencia previa de los elementos necesarios para resolver el problema matemático, sino más bien, desde su intuición y conocimientos previos.

Muchos de los procesos desarrollados por los estudiantes para la resolución de problemas, se dieron de forma natural, de acuerdo a lo que ellos consideraban más adecuado, de modo que aspectos como la planificación o la escogencia de estrategias, se abordaban de forma implícita, ya que, como se planteó anteriormente, para lograr una resolución efectiva de las actividades o situaciones problemáticas, se hace necesaria una familiarización con el problema (De Guzmán, 1984), la definición de unas estrategias cognitivas y metacognitivas

para enfrentarse al problema (Bustingorry & Jaramillo, 2018), pero también la planificación de una serie de etapas necesarias para llegar a los objetivos (Flavell, 1979), de modo que los estudiantes hacían uso de los procesos y las estrategias, pero no con la plena conciencia que requiere un proceso de planificación estructurado, sino con la seguridad que genera, abordar conocimientos previamente estudiados.

Al generar facilidad en la solución de problemas, los estudiantes tienden a motivarse, pues ya observan que la matemática no es aquella asignatura de difícil acceso, si no por el contrario, puede ser el área más sencilla, siempre y cuando se cuente y se utilice las herramientas necesarias. Lo anterior permite inferir, que las matemáticas no generan miedos a los estudiantes, sino más bien, la incomprensión de sus procesos o elementos, genera incertidumbre que a su vez desmotiva. Para de Guzmán (1991), las estrategias son importantes porque permiten hallar las soluciones más acertadas, en la medida que generan una comprensión del proceso desde sus elementos, es decir, permiten desglosar y entender de otra manera todo aquello que, tras una mirada rápida, parece difícil de resolver o de abordar.

Lo anterior se ve reflejado en la categoría de resolución de problemas, en donde los estudiantes establecen que, si utilizaron estrategias para la resolución de los problemas, tales como la lectura detallada y la comprensión, es decir que regularon su proceso de aprendizaje y desarrollaron las actividades buscando ser conscientes y ordenados en sus procesos (utilizaron estrategias metacognitivas de acuerdo a Flavell, 1979 ; Gómez y Castillo, 2016), partiendo desde lo aprendido previamente y lo que consideraban como más apropiado para alcanzar sus propósitos.

La planificación, como un elemento necesario para controlar el proceso de aprendizaje (Schoenfeld, 1895), también fue utilizada por los estudiantes, pero tal cómo la mayoría de elementos para resolución de problemas, no se dio desde un diseño integral que tuviera en cuenta todos los elementos que intervenían en el problema matemático, sino desde el uso de estrategias exitosas en momentos previos de la clase de matemáticas y que los estudiantes consideraban adecuados, por su afinidad con el problema al cual se enfrentaron.

Finalmente, se puede establecer que los estudiantes, a pesar de la orientación y el enfoque hacia estrategias de resolución de problemas planificadas, que plantearon los investigadores, tuvieron muchas falencias para la aprehensión de tales estrategias, en parte, porque ya habían desarrollado una serie de procesos que consideraban válidos y exitosos en su actuar académico, y, por lo tanto, les resulta más fácil replicarlos, que optar por un enfoque que requiere tomar en cuenta muchos elementos, que a lo largo de los años escolares, han pasado desapercibidos para ellos. Para de Guzmán (1991), los hábitos de pensamiento se pueden modificar, y si bien los estudiantes son reticentes a adoptar nuevos enfoques metodológicos, este proceso es más que necesario, para que los conocimientos tengan un valor significativo para los estudiantes, y no sean vistos como cargas académicas o problemas complicados.

9 CONCLUSIONES

- Al realizar el proyecto investigativo, aplicar la unidad didáctica y los diferentes instrumentos se logró llegar a las siguientes conclusiones:
- Los estudiantes involucrados en este estudio investigativo, al inicio de la intervención no presentaron estrategias metacognitivas definidas que les permita llevar a cabo una correcta solución de problemas con número enteros.
- En el momento uno se evidencia que hace falta planeación de los pasos a seguir en la resolución de problemas, lo que dificulta los procesos de aprendizaje, contrarrestando la comprensión del tema y su posterior participación en el aula.
- La comprensión de conocimientos relacionados con las matemáticas resulta ser difícil para los estudiantes, por cuanto requiere del uso de estrategias cognitivas y metacognitivas por parte de estos, tales como procesos de lectura y relectura, de planificación de las actividades, de comprensión más detallada, o de identificación de aspectos que requieren una atención primaria, entre otras estrategias.
- que junto con las estrategias metodológicas que hacen parte del proceso enseñanza se articulan aproximando al estudiante al conocimiento, potencializando habilidades y dejando atrás los esquemas tradicionalistas y memorísticos.
- Se debe articular las unidades didácticas con los diagnósticos previos donde se evidencie de forma clara las destrezas, habilidades, capacidades que el estudiante presenta frente a la resolución de problemas, lo que facilita la construcción de un escenario más estratégico que ponga en marcha actividades que mejoren el desempeño del estudiante.
- Las estrategias metacognitivas vinculadas a heurísticas como la de Miguel De Guzmán para resolver problemas, no solo aportan mecanismos hacia la construcción del conocimiento, sino que también se pueden extrapolar al diario vivir.
- La implementación de una unidad didáctica teniendo en cuenta estrategias metacognitivas, permite a los estudiantes implementar diferentes estrategias en función de mejorar su proceso de comprensión hacia la resolución de problemas con

números enteros, lo que aumenta el interés y la motivación, y regenerando resultados positivos.

- La heurística de Miguel de Guzmán propuesta para la resolución de problemas, integra diversas actividades de forma positiva, como los talleres que proponen una ruta detallada de lo que debe tener en cuenta a la hora de resolver un problema (planificación), y ubica a el estudiante en un contexto social más afable que le permite identificar su entorno y participar de el de forma crítica y razonable. Este enfoque, procura integrar estrategias de planificación y de verificación de los procesos, es decir, estrategias cognitivas y metacognitivas, que a su vez fueron integradas a los talleres de acuerdo a la proposición de los objetivos secundarios.
- La aplicación de la planilla de resolución de problemas demostró la facultad de ser una excelente herramienta para los estudiantes, ya que ésta permitió planear, organizar, ejecutar y evaluar los pasos que se desarrollaban en el momento de solucionar problemas, de esta forma los estudiantes lograban con cierta facilidad encontrar respuestas acertadas a los problemas propuestos.

10 RECOMENDACIONES

- De acuerdo a los resultados arrojados por la investigación y teniendo en cuenta las necesidades de los estudiantes se pueden sugerir las siguientes recomendaciones:
- Diseñar otro tipo de estudios en donde las estrategias de metacognición sean la herramienta principal para la adquisición de otros conocimientos matemáticos, como la estadística, las probabilidades, los cálculos trigonométricos, entre otras.
- Incentivar a los maestros para que diseñen ejercicios de resolución de problemas matemáticos que generen motivación e interés en los estudiantes, para que estos se sientan más comprometidos y puedan comprender mejor.
- Utilizar las unidades didácticas desde distintas asignaturas, reconociendo las fortalezas que estas traen a nivel académico y en el desarrollo del pensamiento del estudiante.
- Incentivar y promover en los maestros el diseño de estrategias y herramientas más didácticas que permitan motivar al estudiante en la adquisición de conocimientos, a través de la exploración, lúdica, indagación, observación y experimentación.
- Es necesario que los docentes tengan en cuenta para el diseño y planeación de sus actividades, el contexto de los estudiantes, definiendo contexto como todo lo que rodea al educando, familia, sociedad, cultura, amigos, sin olvidar que fuera de lo anterior se debe partir de los saberes previos identificando fortalezas y debilidades en ellos.

11 BIBLIOGRAFÍA

- Antúnez, S.; D. C, L.; Imbernón, E.; Parcerisa, A.; Zabala, A. (1992). Del proyecto educativo a la programación de aula. Barcelona, Grao. Beishuizen, J., J. (1993). Technology-enriched schools: Co-operation between teachers and researchers. *Computers and Education. An International Journal*. Vol. 21, núm. 2, pp.51-59.
- Barriuso, M, (2007). *Matemáticas Interactivas*.
- Benavides, M. O. & Gómez Restrepo, C. (2005). Métodos en investigación cualitativa: triangulación. En: *Revista colombiana de Psiquiatría*. Vol.34, núm. 1, Bogotá D.C., Colombia. Disponible en:
http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0034-74502005000100008
- Borjas, D. Y. (2009). Aprendizaje de los números enteros “una experiencia significativa” en estudiantes de séptimo grado de la Escuela Nacional de Música. Tesis de maestría. Obtenido de Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Tegucigalpa:
<https://www.google.com.co/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwjh6YGo9szUAhUGbSYKHVM6B1wQFgglMAA&url=http%3A%2F%2Fwww.cervantesvirtual.com%2FdescargaPdf%2Faprendizaje-de-los-numeros-enteros-una-experiencia-significativa-en-es>
- Bustingorry, S. & Jaramillo, S. (2008). Metacognición: un camino para aprender a aprender. *Estudios Pedagógicos XXXIV*, núm. 1, pp.187-197. Recuperado de:
<http://www.scielo.cl/pdf/estped/v34n1/art11.pdf>.
- Castells, M. (2001). La era de la información. Vol. 1, 2 y 3. La sociedad red. Madrid: Alianza editorial S.A.

- Cabrera, R, Flor, A. (2003). La evaluación participativa: concepto y fases de desarrollo. Madrid: Caritas Española.
- Cuban, L. (2003). Why is it so hard to get good schools? N.Y.: Teachers college Columbia University.
- Curotto, M. (2010). La metacognición en el aprendizaje de la matemática. Universidad Nacional de Catamarca. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Disponible en: <http://www.exactas.unca.edu.ar/riecyt/VOL%202%20NUM%202/Archivos%20Digitales/DOC%201%20RIECyT%20V2%20N2%20Nov%202010.pdf>
- Domenech, M. (2004). El papel de la inteligencia y de la metacognición en la resolución de problemas. Tesis doctoral, Universidad Rovira I Virgili, Tarragona.
- Denzin, N. (1989). Strategies of Multiple Triangulation. The Research Act: A Theoretical introduction to sociological methods.
- Díaz-Barriga, F. (2010). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista. México: McGraw-Hill.
- European Comission. (2004). Study on innovative learning environments in school education. Final report. Última consulta: julio 2015, en: <https://elearningdocs.wordpress.com/2013/05/02/elearningeuropa-info/>
- Erudito. (s.f.). Erudito. Recuperado el 22 de mayo de 2018, de Erudito: <http://erudito.medellin.unal.edu.co/>
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. American Psychologist. Vol. 34, pp.906-911.
- Flavell, J. H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving, en Resnick, L.B. The nature of intelligence, pp.231-236. Hillsdale, Nueva Jersey: Lawrence Erlbaum.

- Gallego, M., J. (2001). La práctica con ordenadores en los centros educativos (1ª ed.). Granada: Universidad de Granada.
- González, F. (1996). Acerca de la Metacognición. Revista Paradigma, Vol. XIV al XVII, 1993 - 1996; pp.109-135.
- Gómez & Castillo (2016) Influencia de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas con adición de números enteros en estudiantes de 7º. Trabajo de Tesis presentado para obtener el grado de Magister en Enseñanza de las Ciencias Universidad Autónoma de Manizales. Recuperado de:
<http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/bitstream/11182/1048/1/Tesis%20Wilson%20Gomez%20y%20Edwin%20Castillo.pdf>
- GROS, B. (Coord.) (2008). Videojuegos y aprendizaje. Barcelona: Graó.
- Gutiérrez, D. (2005). Fundamentos Teóricos para el Estudio de Estrategias Cognitivas y Metacognitivas. Investigación Educativa. Disponible en:
<https://www.google.com.co/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwjN6LGei47TAhXH3SYKHZ4BDgkQFggYMAA&url=https%3A%2F%2Fdialnet.unirioja.es%2Fdescarga%2Farticulo%2F2880921.pdf&usq=AFQjCNHy5-Icsh1fWFHhFebh9D2H4B4hVA&bvm=bv.151426398,d.eWE>
- Hernández, L. (2012). Usos de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en un proceso formal de enseñanza y aprendizaje en la educación básica. Universidad Tecnológica de Pereira.
- Hernández Sampieri, R; Fernández Collado, C & Baptista Lucio, P. (2014). Metodología de la investigación. Sexta edición. México D. F. McGraw Hill. Recuperado de:
[file:///C:/Users/user/Downloads/CAPITULO07%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/user/Downloads/CAPITULO07%20(1).pdf)
- Heit, I. (2011). Estrategias metacognitivas de comprensión lectora y eficacia en la Asignatura Lengua y Literatura. Universidad Católica de Argentina. Disponible en:

<http://bibliotecadigital.uca.edu.ar/repositorio/tesis/estrategias-metacognitivas-comprension-lectora-heit.pdf>

Hurtado, Y, (2013). Acceso y uso de las TIC en el proceso de comunicación de los estudiantes de básica secundaria y media en la Institución Educativa Rufino José Cuervo Centro, Armenia Quindío.

Iriarte, A. (2011). Estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de 5° de básica primaria”. Universidad de los Andes. Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/4727/1/IrirarteEstrategiasALME2011.pdf>

Lancon & Ortega. (2008). Cognición, metacognición y escritura. Universidad Nacional de Cuyo Argentina. *Revista Signos*, 41, núm. 67, pp.231-255. Recuperado de: <http://www.scielo.cl/pdf/signos/v41n67/a09.pdf>

Londoño Londoño, L. D. (2009). Enseñanza del área de matemáticas a través de la lúdica para generar aprendizajes significativos en los estudiantes del grado 7° de la Institución Educativa Rural Monte grande, Municipio Sopetrán, Antioquia (Colombia). Repositorio Universidad Católica de Manizales.

Martínez, M (2002). La investigación cualitativa etnográfica en educación. México: Trillas.

Martí, E. (1995). Infancia y aprendizaje. Metacognición: Entre la fascinación y el desencanto. Barcelona. 72. 9-32

Mateos, M. (2001). Metacognición y educación. Buenos Aires: Aique

Marqués, P. (2001). Impacto de las TIC en el mundo educativo. Funciones y limitaciones de las TIC en educación. En J. Majó y P. Marqués. La revolución educativa en la era de Internet. Barcelona. CissPraxis.

MCINTOSH, A.; REYS, B.J. y REYS, R. E., A Proposed Framework for Examining BasicNumberSense.Forthe Learning of Mathematics 12, 3 (November 1992), FLM

Publishing Association, White Rock, British Columbia, Canadá, 1992. Citado en:
NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS, Estándares
curriculares y de evaluación para la educación matemática, Edición en castellano:
Sociedad Andaluza de Educación Matemática "THALES", Sevilla, 1989

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (1998). Lineamientos Curriculares. Santa Fe de Bogotá, D.C., 7 de junio de 1998.

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2004). Consideraciones para una Política sobre nuevas tecnologías y educación. *Altablero No. 29*, abril - mayo 2004.

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2004). Una llave maestra: Las TIC en el aula. *Altablero No. 29*, abril-mayo 2004.

Ministerio de Tecnologías de la Información y las Comunicaciones. Las tecnologías de la información y la comunicación (TIC). Uso pedagógico de las TIC para el fortalecimiento de estrategias didácticas del PTA. Recuperado de:
http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-336355_archivo_pdf.pdf

Núñez Barrios, Á.; Muñoz, L. & Saavedra, L. (2012). La lúdica como estrategia innovadora en la enseñanza - aprendizaje de las matemáticas en niños de cuarto de la escuela normal superior del Distrito de Barranquilla.

Ortiz-García, J. M. (2006). Guía descriptiva para la elaboración de protocolos de investigación Salud en Tabasco, vol. 12, núm. 3, septiembre-diciembre, 2006, pp. 530-540. Secretaría de Salud del Estado de Tabasco Villahermosa, México.

Parra, M. (2005). Fundamentos epistemológicos, metodológicos y teóricos que sustentan un modelo de investigación cualitativa en las ciencias sociales. Universidad de Chile Facultad de Ciencias Sociales Facultad de Filosofía y Humanidades. Disponible en:
http://repositorio.uchile.cl/tesis/uchile/2005/parra_m/sources/parra_m.pdf

- Plan Nacional de Desarrollo de Colombia 2010 – 2014. “Prosperidad para todos”.
Departamento Nacional de Planeación.
- Portocarrero, A. (2012). Un estudio sobre la influencia y la aplicación de las TIC en algunas instituciones educativas del distrito de Barranquilla. Universidad del Valle.
- Segura, M., & Otros. (2007). Las TIC en la Educación: panorama internacional y situación española. Centro Nacional de Información y Comunicación Educativa (CNICE). España.
- Tamayo, A. O. (2006). Los bordes de la pedagogía: del modelo a la ruptura. La metacognición y los modelos para la enseñanza y aprendizaje de las ciencias. Universidad Pedagógica Nacional. Primera edición. Pp. 275 -306
- Tárraga Mínguez, R. (2008). ¡Resuélvelo! Eficacia de un entrenamiento en estrategias cognitivas y metacognitivas de solución de problemas matemáticos en estudiantes con dificultades de aprendizaje. Tesis. Universitat de València - Psicologia Evolutiva I De L'educació.
- Troncoso Girón, O. M. (2013). Estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas: Una intervención en el aula para determinar las implicaciones de la implementación de estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas. Tesis de maestría. Ponencia 2do Congreso Internacional Abrapalabra. Universidad del Tolima. Ibagué (Colombia). Recuperado de:
<http://www.fisica.ru/dfmg/teacher/archivos/ESTRATEGIAS-METACOGNITIVAS-OSCAR-M-TRONCOSO.pdf>
- Valdés Núñez, J. B. (2011). Lúdica y matemáticas a través de Tics para la práctica de operaciones con números enteros. En: *Revista de Desarrollo e Innovación*. Vol. 1, núm. 2. Disponible en:
http://revistas.uptc.edu.co/index.php/investigacion_duitama/article/view/1299

Vera, J. (2013). El Valor Pedagógico de la Evaluación Mediada por las TIC.

Mejía Piafara, A. C.; Loango Núñez, M. (2014). Resolución de problemas matemáticos para fortalecer el pensamiento numérico en estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Adventista del municipio de Puerto Tejada, Cauca. Tesis de grado. Universidad Católica de Manizales. Facultad de Educación.

Yáñez Bolívar, T. M. (2010). Efectos de la Resolución de Problemas Mediado por el Weblog sobre el Rendimiento en Matemática. Tesis de Grado. Universidad Central de Venezuela. Facultad de Humanidades y Educación.

Otras

Sistemas de evaluación. La evaluación de los aprendizajes científicos. Disponible en:
http://ww2.educarchile.cl/portal.herramientas/sitios_educativos/planificador/sist_evaluacion.htm

Proyectos pedagógicos de aula con TIC, las matemáticas me divierten. (2012). Universidad Tecnológica de Bolívar – Computadores para educar. Manuela de Jesús Madeiro Núñez. Lorica 2012.

12 ANEXOS

Anexo 1. Cuestionario de diagnóstico

CAETI SCORING KEY- TRAIT THINKING QUESTIONNAIRE

(O'Neil y Schacter, 1997).

Se presentan a continuación una serie de afirmaciones que la gente ha utilizado para describirse a sí mismos. Lee cada afirmación e indica cómo normalmente tú crees o piensas en relación con las matemáticas marcando con una x lo que corresponda. (O'Neil y Schacter, 1997).

ITEM	Cuestionamiento	Casi nunca	Algunas veces	A menudo	Siempre
1	Determino cómo voy a resolver una tarea antes de empezar a resolverla.	1	2	3	4
2	Para comprender una tarea dibujo un gráfico si es posible	1	2	3	4
3	Mientras resuelvo una tarea, compruebo como lo estoy haciendo	1	2	3	4
4	Trabajo duro para hacerlo bien, incluso si no me gusta la tarea	1	2	3	4
5	Creo que tendré muy buenas calificaciones este curso	1	2	3	4
6	Me hago preguntas para saber cómo estoy haciendo la tarea	1	2	3	4
7	Mientras resuelvo una tarea, voy siguiendo en mi mente los pasos de un plan	1	2	3	4
8	Planifico cuidadosamente qué pasos voy a dar	1	2	3	4
9	Pongo el máximo esfuerzo en hacer las tareas	1	2	3	4
10	Realmente puedo comprender las cosas más difíciles presentadas en este curso	1	2	3	4
11	Intento comprender las tareas antes de intentar resolverlas	1	2	3	4
12	Mientras resuelvo una tarea intento hacerlo de más de una manera	1	2	3	4
13	Compruebo mi trabajo mientras lo estoy haciendo	1	2	3	4
14	Trabajo tan duro como me es posible en las tareas que me proponen	1	2	3	4
15	Estoy seguro que puedo comprender los conceptos básicos enseñados en este curso	1	2	3	4
16	Cuando doy por finalizada mi tarea, sé cuánto de ella he completado	1	2	3	4
17	Pienso cuidadosamente en qué quiere decir la tarea antes de empezar a responderla	1	2	3	4
18	Deseo hacer trabajo extra sobre las tareas para mejorar mi conocimiento	1	2	3	4
19	Intento comprender el objetivo de una tarea antes de intentar responderla	1	2	3	4

20	Confío en que puedo comprender los contenidos más complejos presentados por el profesor en este curso	1	2	3	4
21	Selecciono y organizo la información relevante para resolver una tarea	1	2	3	4
22	Analizo el grado en que es correcta la resolución que he planteado de la tarea	1	2	3	4
23	Me concentro tanto como puedo cuando estoy haciendo una tarea	1	2	3	4
24	Confío en que puedo hacer un excelente trabajo en las tareas y exámenes de este	1	2	3	4
25	Me planteo mis objetivos y lo que necesito hacer para llevar a cabo una tarea	1	2	3	4
26	Trabajo duro sobre la tarea, incluso si no puntúa en la nota	1	2	3	4
27	Espero hacerlo bien este curso	1	2	3	4
28	Me imagino las partes de la tarea que tengo que analizar	1	2	3	4
29	Empleo más tiempo tratando de comprender las tareas difíciles	1	2	3	4
30	Corrijo mis errores	1	2	3	4
31	Una tarea es útil para comprobar mi conocimiento	1	2	3	4
32	Sé que puedo dominar las habilidades que están siendo enseñadas en este curso	1	2	3	4
33	Estoy seguro que comprendo lo que ha sido hecho y cómo hacerlo	1	2	3	4
34	Intento descubrir la idea principal en una tarea	1	2	3	4
35	Compruebo mi precisión a medida que progreso en la tarea	1	2	3	4
36	Intento determinar lo que la tarea requiere	1	2	3	4
37	Considerando la dificultad de este curso, el profesor y mis capacidades, pienso que lo haré bien este curso	1	2	3	4
38	Me pregunto a mí mismo como se relaciona la tarea con lo que ya sé	1	2	3	4
39	Me pregunto si lo estoy haciendo bien a medida que progreso en la tarea	1	2	3	4
40	La práctica lleva a la perfección				

Anexo 2. Plataforma Erudito



Figura 2. Imagen de Erudito: Herramienta para crear juegos educativos. Fuente: Erudito.

En la anterior ilustración se puede observar que la estrategia empleada procura utilizar personajes animados que hacen de la aventura del conocimiento algo más atractivo y emocionante para nuestros jóvenes aprendices. A los estudiantes se les hará un proceso de inducción de la plataforma Erudito y se les instruirá sobre como registrarse en la plataforma. Una imagen del formulario de registro se muestra en la Figura 4.



No eres usuario? regístrate aquí ahora

Nombre completo
Nombres y apellidos

Usuario
Lo que aparece dentro del juego

Contraseña
Al menos de seis caracteres

Confirmar Contraseña
Debe coincidir con la anterior

Institución
[Registrar una institución](#)

Sexo
El tuyo, no el de tu personaje

Fecha de nacimiento
Ingrese la fecha exacta

Correo
Debe ser una dirección válida

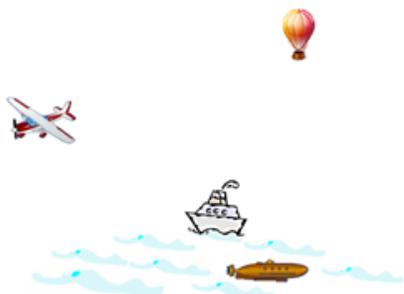
Profesor?
[Registrar como profesor](#)

Registrar

Figura 3. Formulario de registro a la plataforma Erudito. Fuente: Erudito.

Anexo 3. Problemas con números enteros

Problema 1. Con el número +30 se indica la posición de un globo con respecto al nivel del mar. ¿Qué números asignaría usted a la avioneta, al barco y al submarino que aparecen en la ilustración?



Problema 2. Un buzo que hace trabajos en una obra submarina se encuentra en la plataforma a 6 m sobre el nivel del mar y realiza los siguientes desplazamientos:

Baja 20 mts para dejar material.

Baja 12 mts para hacer una soldadura.

Sube 8 mts para reparar una tubería.

Vuelve a subir a la plataforma.

¿Cuántos metros ha subido en su último desplazamiento hasta la plataforma?

Problema 3. Expresa con un número entero los desplazamientos que realizan Pedro y Juan en cada escalera.



Problema 4. El empresario de un parque acuático hace este resumen de la evolución de sus finanzas a lo largo del año:

De enero a mayo pérdidas Lps. 3,475 mensuales.

De junio a agosto ganancias Lps. 8,230 mensuales.

De septiembre ganancias Lps. 1,800.

De octubre a diciembre pérdidas Lps. 3,970 mensuales.

¿Cuál fue el balance final del año?

Problema 5. Representa en la recta numérica cada pareja de números y encierra en un



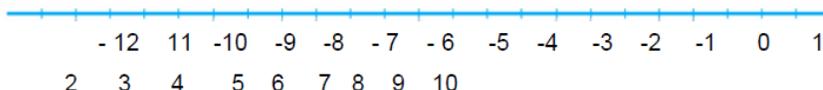
círculo el número mayor de cada pareja.

3 y 1

-7 y -5

¿Quién es el mayor de las dos parejas? ¿Por qué?

¿Quién es el mayor de las dos parejas? ¿Por qué?



Problema 6. Resuelva los siguientes problemas en forma clara y ordenada:

Un coche está en el kms 6 a la izquierda del cero en la recta numérica y una moto está 11 kms a la derecha del coche. ¿En qué km está la moto?

Un delfín estaba a 5 mts bajo el nivel del mar y bajó 8 mts. ¿Cuál era la posición del delfín después de este movimiento?

Problema 7. Haz las siguientes sumas y restas ayudándose de la recta numérica.



(10) - (5) = d) (4) + (-5) =

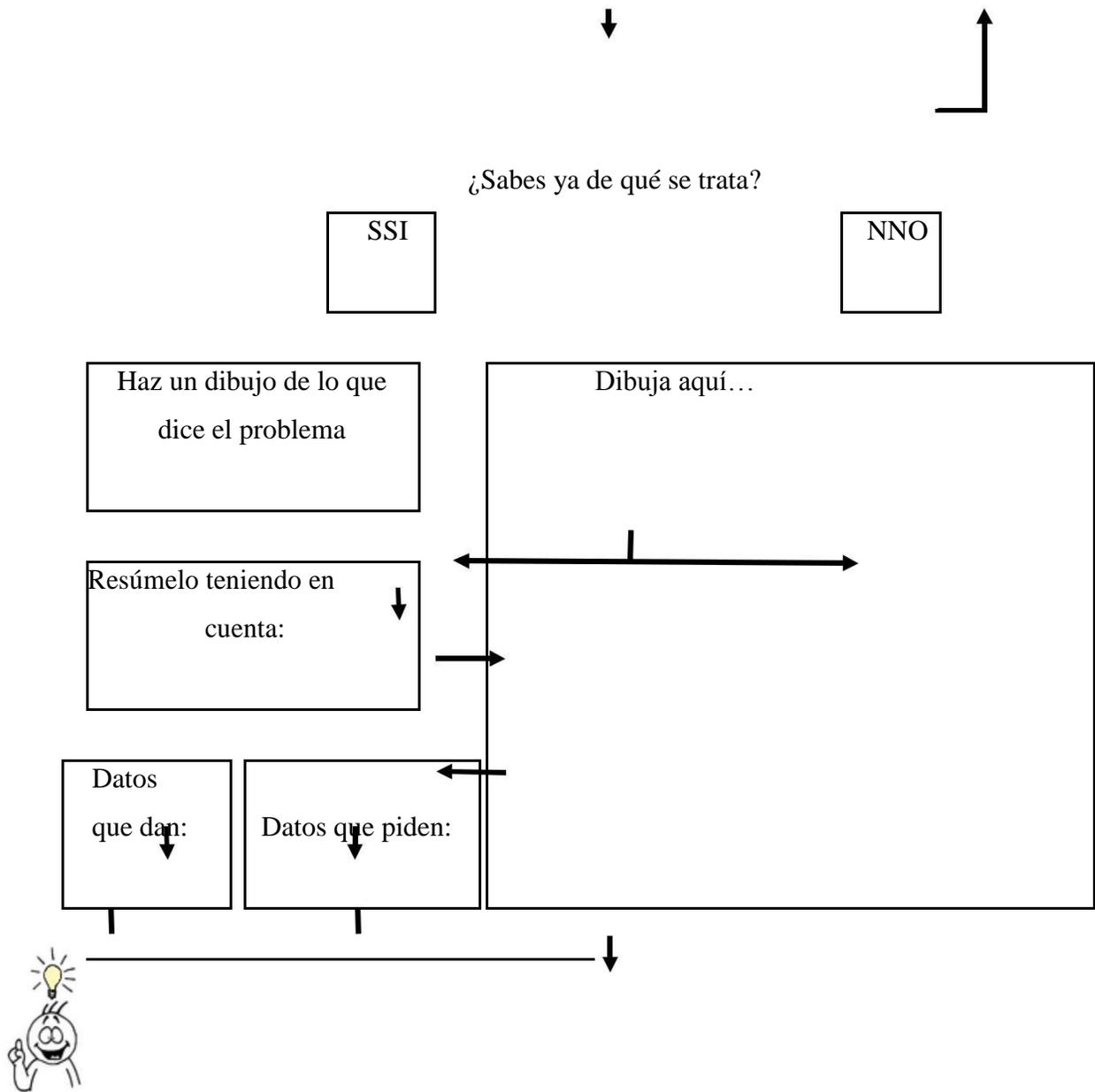
(-3) - (-6) = e) (2) + (0) =

(-2) + (7) = f) (4) + (-5) =

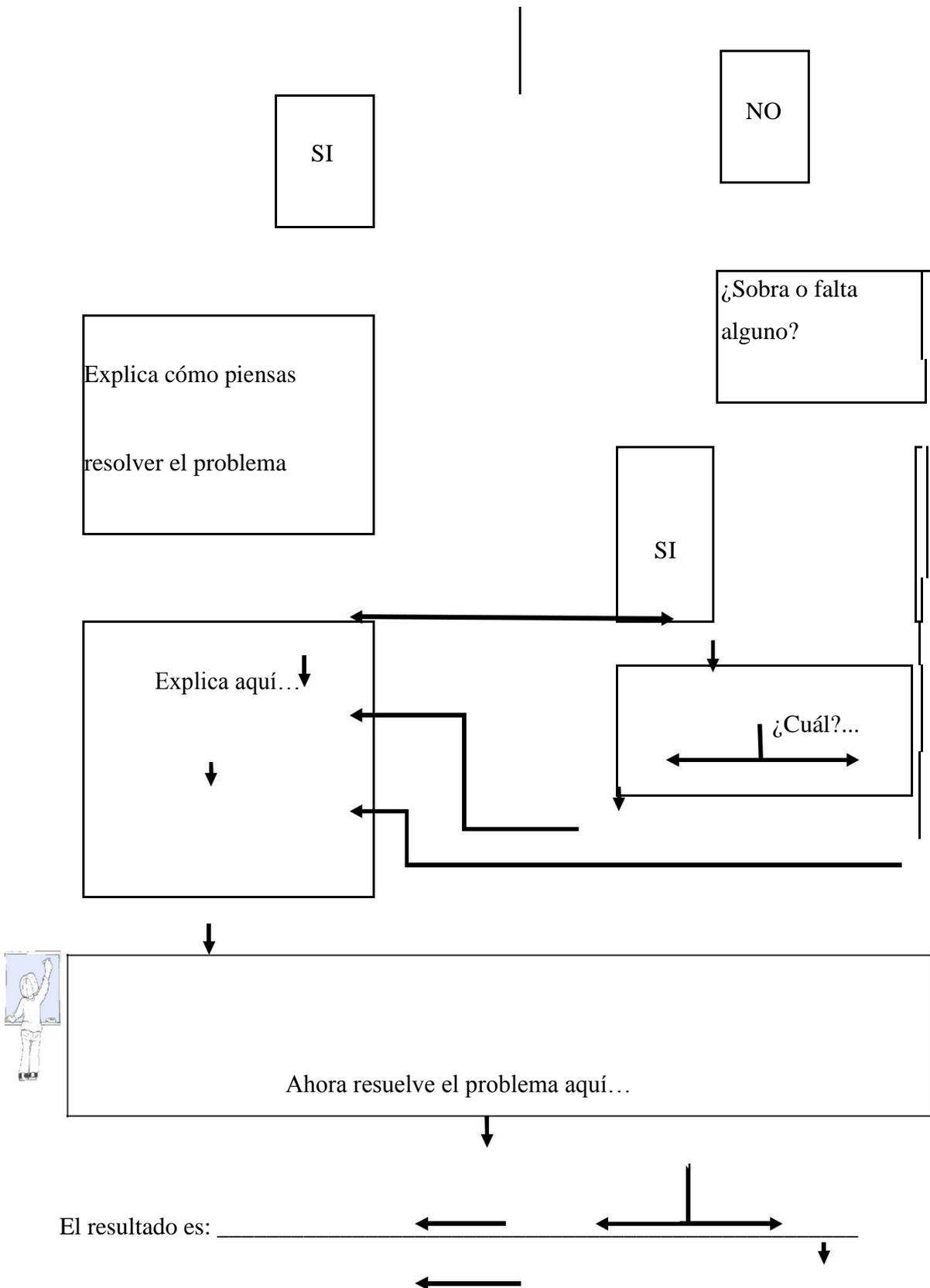
Tomado de: Borja (2009). Anexo 4. Presentación Power Point

Anexo 5. Plantilla para la solución de problemas.

Lee atentamente el problema, tantas veces como sea necesario



¿Todos los datos son necesarios y suficientes?



Ahora...Piensa en lo que hiciste... ¿Crees que la solución fue la correcta?

Explica por qué...

SI

NO

Repasa los pasos anteriores

Anexo 6. Ejercicios para grupo 1

NOMBRE: _____

FECHA: _____

COLEGIO: _____

GRADO SÉPTIMO.

Lee las siguientes situaciones y luego responde cada pregunta. Escriba paso a paso lo que hiciste para resolver el problema.

- 1. En una tienda se venden 32 cajas de refrescos con 24 de ellos en cada una. Si cada refresco se vendió en \$ 460 ¿Cuánto dinero ingresó por esa venta?**
- 2. ¿Cuántas canicas deberá comprar un abuelo para darle ocho a cada uno de sus cinco nietos?**
- 3. Un tren transporta cuarenta y nueve contenedores. Si cada contenedor pesa mil trescientos kilos, ¿Cuántos kilos transporta?**
- 4. Un día tiene veinticuatro horas. ¿Cuántas horas tendrán una semana?**
- 5. Jerónimo compró 38 bolsas de dulces para vender. Si cada bolsa le costó \$ 1.450 ¿Cuánto pagó en total por las bolsas?**
- 6. Un camión puede transportar una carga de doce mil quinientos kilos de papas. ¿Cuántos kilos de papas transportará en catorce viajes?**
- 7. Un saco de harina pesa doce kilos. ¿Cuántos kilos pesarán un camión con doscientos treinta sacos de harina?**

8. El recorrido del autobús del colegio es de treinta y dos kilómetros. Si da cuatro viajes al día, ¿Cuántos kilómetros recorre cada día?

Tomado de: Viáfara & Núñez (2014).

Anexo 7. Ejercicios para grupo 2

NOMBRE: _____

FECHA: _____

COLEGIO: _____

GRADO SÉPTIMO.

1. La pista de atletismo del estadio mide dos mil quinientos metros. ¿Cuántos metros correré si doy ocho vueltas a la pista?
2. Baldomero compró un jugo de \$750, una bolsa de papas fritas de \$1.200, un arroz de leche \$1.100 y un paquete de galletas de \$450. Si pagó su compra con un billete de \$20.000, ¿Cuánto le darán de regreso?
3. El lunes deposité \$1.000.000 en el Banco, el martes retiré para pagar \$256.000, el miércoles retiré \$96.000, el jueves retiré \$150.000, entonces, ¿Cuánto dinero tengo?
4. Don Eduardo fue al granero y compró 6 libras de café que le costaron \$ 22. 700 y decidió llevarle a su mamá 4 libras de azúcar que le costaron \$ 18. 800, ¿Cuál fue el total que pagó en el granero Don Eduardo?
5. El área de un terreno cuadrado es 1400 mts² ¿Cuánto mide un lado del terreno?
6. Doña Ana compró en el almacén un corte de tela de 20 mts, si cada metro le costó \$12.500 ¿Cuánto dinero pagó?
7. Gildardo tiene un lote cuadrado cuya área es 144 mts². ¿Qué operación debe hacer para saber cuánto mide cada lado del lote?

8. Un año tiene veinticuatro horas. ¿Cuántas horas tendrán una semana?

Tomado de: Viáfara & Núñez (2014).

Anexo 8. Cuestionario

NOMBRE: _____

FECHA: _____

COLEGIO: _____

GRADO SÉPTIMO.

- **¿Qué hicieron para lograr el resultado del problema?**
- **¿Hemos resuelto las situaciones problemáticas?**
- **¿Cuál fue el primer paso?**
- **¿Son correctos los pasos realizados?**
- **¿Por qué utilizamos esa operación?**
- **¿Cómo supimos los pasos que teníamos que seguir para resolver los problemas?**
- **¿A qué conclusiones llegamos?**
- **¿Recuerdan cómo hicimos para iniciar la resolución del problema?**
- **¿Todos utilizamos las mismas estrategias para resolverlo?**
- **¿En qué momentos de la vida cotidiana podemos seguir estos mismos procedimientos o pasos?**
- **¿Para qué otras situaciones similares nos pueden ser de utilidad?**

Fuente: Proyecto ALDA EDUCA. Material de apoyo, elaborado en base al libro *“Para pensar mejor”* del autor Miguel de Guzmán (Labor, Barcelona, 1991), para docentes de escuelas beneficiarias 2007.

Anexo 9. Fotografías

Fotografía 1 y 2. Aplicación de cuestionario.



Fotografía 2 y 3. Aplicación del taller con números enteros





Fotografía 4 y 5. Presentación por parte de la docente del modelo heurístico.



Anexo 10. Resultado del Cuestionario

#	Preguntas	Rta. Suministradas
1	Determino cómo voy a resolver una tarea antes de empezar a resolverla.	E1: A menudo E2: Casi nunca E3: Algunas veces E4: Algunas veces E5: Siempre
2	Para comprender una tarea dibujo un gráfico si es posible.	E1: Algunas veces E2: Casi Nunca E3: Casi Nunca E4: Casi Nunca E5: Casi Nunca
3	Mientras resuelvo una tarea, compruebo como lo estoy haciendo.	E1: A menudo E2: Algunas veces E3: A menudo E4: A menudo E5: Siempre
4	Trabajo duro para hacerlo bien, incluso si no me gusta la tarea.	E1: A menudo E2: Algunas veces E3: Siempre E4: A menudo E5: Siempre
5	Creo que tendré muy buenas calificaciones este curso.	E1: Algunas veces E2: Algunas veces E3: Siempre E4: Algunas veces E5: Algunas veces
6	Me hago preguntas para saber cómo estoy haciendo la tarea.	E1: A menudo

		<p>E2: A menudo</p> <p>E3: Algunas veces</p> <p>E4: Algunas veces</p> <p>E5: Algunas veces</p>
7	Mientras resuelvo una tarea, voy siguiendo en mi mente los pasos de un plan.	<p>E1: A menudo</p> <p>E2: Casi nunca</p> <p>E3: Siempre</p> <p>E4: Casi Nunca</p> <p>E5: A menudo</p>
8	Planifico cuidadosamente qué pasos voy a dar.	<p>E1: A menudo</p> <p>E2: Casi nunca</p> <p>E3: Siempre</p> <p>E4: Algunas veces</p> <p>E5: Casi Nunca</p>
9	Pongo el máximo esfuerzo en hacer las tareas.	<p>E1: Siempre</p> <p>E2: Algunas veces</p> <p>E3: Siempre</p> <p>E4: A menudo</p> <p>E5: Siempre</p>
10	Realmente puedo comprender las cosas más difíciles presentadas en este curso.	<p>E1: Algunas veces</p> <p>E2: Algunas veces</p> <p>E3: A menudo</p> <p>E4: Algunas veces</p> <p>E5: Algunas veces</p>
11	Intento comprender las tareas antes de intentar resolverlas	<p>E1: A menudo</p> <p>E2: A menudo</p> <p>E3: Siempre</p> <p>E4: Casi Nunca</p>

		E5: Siempre
12	Mientras resuelvo una tarea intento hacerlo de más de una manera	E1: A menudo E2: Algunas veces E3: A menudo E4: Algunas veces E5: A menudo
13	Compruebo mi trabajo mientras lo estoy haciendo	E1: Siempre E2: A menudo E3: A menudo E4: Algunas veces E5: Siempre
14	Trabajo tan duro como me es posible en las tareas que me proponen	E1: Siempre E2: Algunas veces E3: A menudo E4: Algunas veces E5: A menudo
15	Estoy seguro que puedo comprender los conceptos básicos enseñados en este curso	E1: A menudo E2: Algunas veces E3: Siempre E4: A menudo E5: A menudo
16	Cuando doy por finalizada mi tarea, sé cuánto de ella he completado	E1: A menudo E2: Algunas veces E3: Algunas veces E4: A menudo E5: Siempre
17	Pienso cuidadosamente en qué quiere decir la tarea antes de empezar a responderla	E1: A menudo E2: Algunas veces

		E3: A menudo E4: A menudo E5: A menudo
18	Deseo hacer trabajo extra sobre las tareas para mejorar mi conocimiento	E1: Algunas veces E2: Algunas veces E3: Algunas veces E4: Casi nunca E5: Casi nunca
19	Intento comprender el objetivo de una tarea antes de intentar responderla	E1: A menudo E2: Algunas veces E3: Algunas veces E4: Algunas veces E5: Algunas veces
20	Confío en que puedo comprender los contenidos más complejos presentados por el profesor en este curso	E1: A menudo E2: Algunas veces E3: Siempre E4: A menudo E5: Algunas veces
21	Selecciono y organizo la información relevante para resolver una tarea	E1: A menudo E2: Algunas veces E3: Siempre E4: A menudo E5: Casi nunca
22	Analizo el grado en que es correcta la resolución que he planteado de la tarea	E1: A menudo E2: Casi nunca E3: A menudo E4: Algunas veces E5: Casi nunca

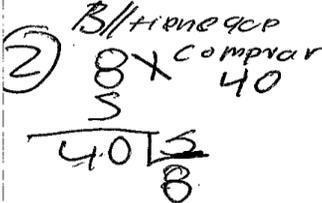
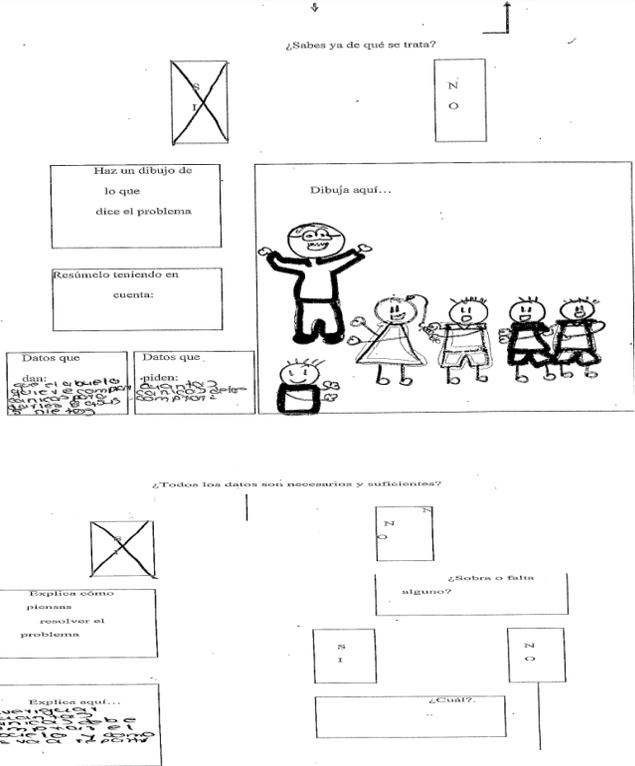
23	Me concentro tanto como puedo cuando estoy haciendo una tarea	E1: Algunas veces E2: Algunas veces E3: Siempre E4: A menudo E5: Siempre
24	Confío en que puedo hacer un excelente trabajo en las tareas y exámenes de este	E1: A menudo E2: Algunas veces E3: A menudo E4: A menudo E5: Siempre
25	Me planteo mis objetivos y lo que necesito hacer para llevar a cabo una tarea	E1: Algunas veces E2: Algunas veces E3: Algunas veces E4: Algunas veces E5: A menudo
26	Trabajo duro sobre la tarea, incluso si no puntúa en la nota	E1: A menudo E2: Algunas veces E3: A menudo E4: Siempre E5: Siempre
27	Espero hacerlo bien este curso	E1: Siempre E2: Algunas veces E3: Siempre E4: A menudo E5: A menudo
28		E1: Siempre E2: Casi nunca E3: A menudo

	Me imagino las partes de la tarea que tengo que analizar	E4: A menudo E5: A menudo
29	Empleo más tiempo tratando de comprender las tareas difíciles	E1: A menudo E2: Algunas veces E3: Siempre E4: A menudo E5: A menudo
30	Corrijo mis errores	E1: Algunas veces E2: A menudo E3: Siempre E4: Siempre E5: Siempre
31	Una tarea es útil para comprobar mi conocimiento	E1: Siempre E2: Algunas veces E3: Siempre E4: A menudo E5: Siempre
32	Sé que puedo dominar las habilidades que están siendo enseñadas en este curso	E1: A menudo E2: Algunas veces E3: A menudo E4: Algunas veces E5: A menudo
33	Estoy seguro que comprendo lo que ha sido hecho y cómo hacerlo	E1: A menudo E2: Algunas veces E3: Siempre E4: Algunas veces E5: Algunas veces
34		E1: A menudo

	Intento descubrir la idea principal en una tarea	E2: Casi nunca E3: Algunas veces E4: A menudo E5: Algunas veces
35	Compruebo mi precisión a medida que progreso en la tarea	E1: Algunas veces E2: Algunas veces E3: A menudo E4: A menudo E5: A menudo
36	Intento determinar lo que la tarea requiere	E1: Siempre E2: Algunas veces E3: A menudo E4: A menudo E5: Algunas veces
37	Considerando la dificultad de este curso, el profesor y mis capacidades, pienso que lo haré bien este curso	E1: A menudo E2: Algunas veces E3: Siempre E4: A menudo E5: Siempre
38	Me pregunto a mí mismo como se relaciona la tarea con lo que ya sé	E1: A menudo E2: Algunas veces E3: A menudo E4: A menudo E5: Siempre
39	Me pregunto si lo estoy haciendo bien a medida que progreso en la tarea	E1: Siempre E2: A menudo E3: A menudo E4: A menudo

		E5: A menudo
40	La práctica lleva a la perfección	E1: Siempre E2: Siempre E3: Siempre E4: Siempre E5: Siempre

Anexo 11. Utilización de la plantilla.

Problema	Respuesta correcta	Estudiante	Respuesta dada por los estudiantes en el taller	Uso de la plantilla para solución de problemas
<p>2. ¿Cuántas canicas deberá comprar un abuelo para darle ocho a cada uno de sus cinco nietos?</p>	<p>El abuelo debe comprar 40 canicas, de esta forma le dará a 8 a cada uno de sus nietos.</p>	<p>E1</p>		

Ahora resuelve el problema aquí...

$$\begin{array}{r} 8 \times 5 \\ 40 \rightarrow 40 \end{array}$$
 El resultado es: el abuelo debe comprar 40 canicas.

Ahora... Piensa en lo que hiciste... ¿Crees que la solución fue la correcta?

Explica por qué...

porque obtengo los
 datos que debia
 de buscar y
 resolví el proble
 dividiendo y multipli
 cando los primeros
 datos que tenia el
 problema.

S
 N

Repasa los pasos anteriores

E2

8 x 5 = 40
 40 canicas para sus nietos
 40 canicas

¿Sabes ya de qué se trata?

S
 N

Haz un dibujo de lo que dice el problema

Resúmelo teniendo en cuenta:

Datos que dan: 8 canicas y 5 nietos
 Datos que piden: 8 canicas por cada uno de los nietos.

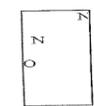
Dibuja aquí...

¿Todos los datos son necesarios y suficientes?



Explica cómo piensas resolver el problema

Explica aquí...
Lo pienso analizar multiplicando 8×5 y haré me daría el resultado.



¿Sobra o falta alguno?



¿Cuál? ..

Ahora resuelve el problema aquí...

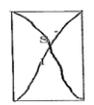
$$\begin{array}{r} 8 \times \\ 40 \end{array}$$

El resultado es: 40 canicas en total de los nietos.

Ahora...Piensa en lo que hiciste... ¿Crees que la solución fue la correcta?



Explica por qué...
Es lo correcto por que lo que pedían era multiplicar la cantidad de canicas con los nietos para que cada uno tenga sus igual canicas.



Repasa los pasos anteriores

8
5

E3

B/h/m/e/g/c/p

② 8x comprar 40

$$\begin{array}{r} 5 \\ 40 \overline{) 200} \\ \underline{200} \\ 0 \end{array}$$

¿Sabes ya de qué se trata?

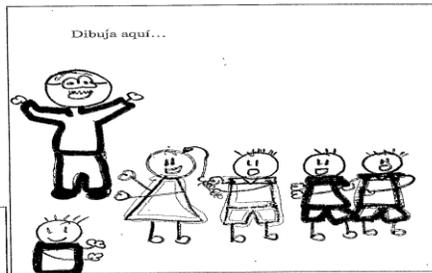


Haz un dibujo de lo que dice el problema

Resúmelo teniendo en cuenta:

Datos que dan:

Datos que piden:



¿Todos los datos son necesarios y suficientes?



Explica cómo piensas resolver el problema

Explica aquí...



¿Sobra o falta alguno?



¿Cuál? ..

↓

↓

Ahora resuelve el problema aquí...

$$\begin{array}{r} 100 \text{ €} \\ 40 \rightarrow 40 \times 5 \\ \hline 200 \end{array}$$

El resultado es: el chico debe comprar 40 canicas

↓

Ahora...Piensa en lo que hiciste... ¿Crees que la solución fue la correcta?

Explica por qué...

porque obtiene los datos que debía de buscar y resuelve el problema dividiendo y multiplicando los primeros datos que tenía el problema.

S

N

Repasa los pasos anteriores

E4

②

5x	Para el abuelo del niño
5	comprar 40 canicas
40	

¿Sabes ya de qué se trata?

S

N

Haz un dibujo de lo que dice el problema

(al abuelo del niño)

Resúmelo teniendo en cuenta:

canicas para 5 personas de 8 cada una.

Datos que dan:

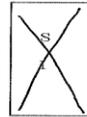
canicas que debería comprar para 5 personas

Datos que piden:

cuántas canicas debería comprar

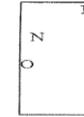
Dibuja aquí...

¿Todos los datos son necesarios y suficientes?

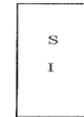


Explica cómo piensas resolver el problema

Explica aquí...
Determinando que tipo de operaciones.



¿Sobra o falta alguno?



¿Cuál?
Ninguno xd

Ahora resuelve el problema aquí...

El resultado es: El abuelo debería comprar 40 cables.

Ahora... Piensa en lo que hiciste... ¿Crees que la solución fue la correcta?

Explica por qué...

Por que lo he rectificado más operaciones sacadas de el problema y están correctas

S N

Repasa los pasos anteriores

E5

$$\begin{array}{r}
 2. \quad 8 \times X \\
 \underline{\quad 5} \\
 40 \rightarrow 40 \quad | \quad 5 \\
 \quad \quad \quad 0 \quad | \quad 8
 \end{array}$$

¿Sabes ya de qué se trata?

S N

Haz un dibujo de lo que dice el problema

Resúmelo teniendo en cuenta:

Datos que dan: 40 cables

Datos que cada niño puede: 8 Cada uno 8 niños

Dibuja aquí...

¿Todos los datos son necesarios y suficientes?



Explica cómo piensas resolver el problema

¿Sobra o falta alguno?

Explica aquí...
multiplicar
 8×5



¿Cuál?

Ahora resuelve el problema aquí...
El resultado es: 40 canicas

Ahora...Piensa en lo que hiciste... ¿Crees que la solución fue la correcta?

Explica por qué... Si porque lo hice correctamente



Repasa los pasos anteriores

8
5