



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE INVOLUCRAN ESTRUCTURAS ADITIVAS
DE NÚMEROS FRACCIONARIOS, A PARTIR DEL USO DEL WHATSAPP Y LOS
MULTICUBOS.

ADRIANA CRISTINA IGLESIAS HERNÁNDEZ

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
MANIZALES, COLOMBIA

2019

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE INVOLUCRAN ESTRUCTURAS ADITIVAS
DE NÚMEROS FRACCIONARIOS, A PARTIR DEL USO DEL WHATSAPP Y LOS
MULTICUBOS.

ADRIANA CRISTINA IGLESIAS HERNÁNDEZ

Proyecto de grado para optar al título de Magister en Enseñanza de las Ciencias

TUTORA

NATALIA MÚNERA ESCOBAR

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES

MANIZALES, COLOMBIA

2019

Resumen

Esta investigación hace parte de la línea de Investigativa de matemáticas de la Universidad Autónoma de Manizales. El trabajo se desarrolla con un grupo de 32 estudiantes del grado 5° de la institución Educativa Nuestra Señora del Rosario, niños y niñas entre los 9 y 15 años de edad, quienes son valorados en forma diagnóstica, que determinó que los estudiantes presentan dificultades en la solución de problemas matemáticos y la implementación de estructuras aditivas con números fraccionarios, y que manejan con gran facilidad elementos manipulativos y algunos tecnológicos y en ellos redes como el whatsApp. Es por esto que esta investigación se desarrolla por medio de la aplicación de una Unidad Didáctica enfocada a la resolución de problemas que involucran situaciones aditivas de números fraccionarios a partir del uso del WhatsApp y los multicubos.

Palabras claves: Resolución de problemas, estructuras aditivas, números fraccionarios, WhatsApp, material manipulativo.

Abstract

This research is part of the Investigativa line of mathematics of the Universidad Autónoma de Manizales. The work is developed with a group of 32 students from grade 5° of the institution education Nuestra Señora del Rosario, boys and girls between 9 and 15 years of age, they are valued in diagnostic form, which determined that the students have difficulties in the solution of mathematical problems and the implementation of additive structures with fractional numbers, and who handle with ease manipulative elements and some technological and therein networks like the whatsApp. This is why this research is developed through the application of a didactic unit focused on the resolution of problems involving fractional numbers from the use of the WhatsApp and the multi-cubes additive situations.

Key words: Troubleshooting, additive structures, fractional numbers, WhatsApp, manipulative material.

Contenido

1	Introducción	9
2	Problema de investigación	11
3	Objetivos	15
3.1	General.....	15
3.2	Específicos	15
4	Antecedentes	16
4.1	Fraccionarios.....	16
4.2	TICs (Tecnologías de la Información y la Comunicación).....	17
4.3	Material geométrico manipulativo.....	19
4.4	Unidad didáctica	20
5	Marco teórico	22
5.1	Algo de historia y evolución.....	22
5.2	Fraccionarios.....	25
5.3	Estructuras aditivas	28
5.4	Resolución de problemas	31
5.5	Metacognición	34
5.6	Material geométrico manipulativo: los multicubos	37
5.7	TICs (Tecnologías de la Informática y la Comunicación).....	39
5.8	Unidad didáctica	41
6	Metodología	44
6.1	Enfoque de investigación.....	44
6.2	Fases de la investigación.....	44
6.2.1	Diagnóstico.....	45
6.2.2	Diseño.....	45
6.2.3	Aplicación.....	46
6.2.4	Análisis	47
6.3	Participantes.....	47
6.4	Método	48
6.5	Categorías de análisis.....	49

6.5.1	Resolución de problemas:.....	49
6.5.2	Metacognición	51
6.6	Técnicas e instrumentos de recolección de la información	52
7	Análisis de datos.....	54
8	Conclusiones	90
9	Referencias bibliográficas	94
10	Anexos.....	97

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Momento de ubicación	55
Tabla 2 Momento de desubicación.....	67
Tabla 3 Momento de reenfoque.....	76

TABLA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1 Análisis de datos.....	54
--------------------------------------	----

1 INTRODUCCIÓN

“La esencia de la educación es ayudar al niño en su desarrollo y ayudarlo a adaptarse a cualquier condición que el presente le requiera”

María Montessori.

A medida que las tecnologías avanzan, el mundo y la vida cambia; así mismo debe evolucionar la educación, aprovechando los recursos que se presenten para el desarrollo de competencias cognitivas en los estudiantes. De tal manera, los conocimientos impartidos desde el aula de clase por un profesor deben orienten una preparación práctica en la vida y para la vida, teniendo en cuenta la realidad circundante del individuo en la actualidad y para un futuro.

Día tras día, se percibe una constante evolución y la educación no puede ser la excepción, es por esto que el presente proyecto se ha fundamentado en la resolución de problemas que involucran situaciones aditivas de números fraccionarios a partir del uso del WhatsApp y los multicubos. En éste se presenta el resultado de una investigación que se ocupó de la enseñanza de las operaciones con números fraccionarios y el trabajo con material tangible y la utilización de elementos y redes tecnológicas.

El desarrollo de esta investigación se respalda en anteriores investigaciones, tanto a nivel local, nacional e internacional, que aportan al desarrollo de cada uno de los puntos trabajados como: fraccionarios, TICs (Tecnologías de la Información y la Comunicación), Material geométrico manipulativo, Unidad Didáctica, Resolución de problemas, Metacognición y Estructuras aditivas.

En este sentido, este proyecto está planteado para estudiantes del grado quinto, de la Institución Educativa Nuestra Señora del Rosario en el municipio de Belén de Umbría Risaralda. Con ellos se aplicó una Unidad didáctica que cuenta con tres momentos de desarrollo: Ubicación, Desubicación y Reenfoque; los cuales se ejecutan por medio del trabajo colaborativo entre pares de estudiantes.

Al final del presente documento, se presenta un informe de resultados y conclusiones del análisis de los datos obtenidos, las etapas de resolución de problemas desarrolladas por los estudiantes, las referencias bibliográficas que han servido de soporte para el avance del proyecto y la Unidad Didáctica implementada.

2 PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Es importante reconocer que la aplicación de las operaciones básicas matemáticas (adición, sustracción, multiplicación y división), son esenciales en la vida diaria de toda persona. Sin embargo, estas operaciones básicas se hacen más complejas para los estudiantes en el momento de aplicarlas a los números fraccionarios, motivo por el cual se convierte en un aspecto susceptible de ser investigado. Como sugiere Dávila (2012): “una de las dificultades de aprendizaje más comunes en la primaria se da en la construcción del concepto de fracción” (P.1). Se precisa que los estudiantes conozcan bien este concepto y reconozcan las estructuras aditivas con ellos, las más utilizadas en la resolución de problemas de la vida diaria.

Para la mayoría de los estudiantes, se hace compleja la asimilación del proceso aditivo de las fracciones, debido a que relacionan los numeradores y los denominadores entre sí, como si cada uno de los términos fueran números enteros; por eso podrían decir que la mayor cantidad entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$; es $\frac{1}{4}$, porque el valor del número 4 es mayor que el valor del número 2, y para que aprecien esta diferencia, es necesario hacer la representación física o gráfica.

Tal como lo expresa Fandiño (2009), “... términos que tienen o parecen tener relación con las fracciones aparecen con frecuencia en el lenguaje cotidiano” (P. 121). Y no sólo las podemos encontrar en gran parte de las actividades diarias del ser humano, sino que en algunas de ellas se requiere de la aplicación y solución de operaciones de adición y sustracción, con la finalidad de comprender mejor o llegar a una conclusión de determinada circunstancia. Por lo tanto, la no comprensión de este concepto y sus operaciones puede traer dificultades en la resolución de situaciones cotidianas.

Para lograr una formación en resolución de problemas, se deben implementar estrategias que contribuyan a una mejor comprensión de los conocimientos sobre conceptos determinados. Es allí donde encontramos que los avances en la tecnología y las nuevas formas de comunicación han llevado a que los niños y jóvenes utilicen cada vez menos los libros de texto, y la interacción directa con las personas, llevándolos a un mejor dominio de un entorno virtual, y alejándolos a la vez de la interacción directa con su propio entorno

natural y social. Sumado a esto, muchos de ellos asumen este ambiente virtual como parte de su vida cotidiana y su realidad, en el cual pueden recibir mucha información buena e interesante, pero también errónea y/o maliciosa.

Las políticas educativas a nivel nacional, proponen una “Educación de calidad”, y en este sentido los docentes asumen como una difícil tarea, cambiar los paradigmas de la educación, y aprovechar los avances que presentan las TICs en estos tiempos, aprovechando así los medios de comunicación, redes sociales y la influencia de las mismas en los estudiantes, para transformar las aulas de clases y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Tal como lo expresa García y otros (s.f.): “los nativos digitales, estudiantes de hoy en día y del mañana, no son los sujetos para los que los sistemas educativos y sus procesos de aprendizaje fueron diseñados” (P. 4). Es por esto que es importante que desde las aulas de clase se presenten cambios de innovación con la utilización de los recursos y el potencial que se van presentando, y no se quede sólo en el uso del tablero y marcador para los docentes, y del lápiz y cuaderno para los estudiantes.

De igual manera, el juego es otro componente que se pretende trabajar desde esta investigación, tal como lo manifiesta Ponce (2009) “el juego es una actividad siempre presente en la infancia y que nos resulta muy eficaz cuando pretendemos hacer que el interés del niño o de la niña se despierte” (P. 02)

Los niños y niñas juegan permanentemente, en todas y cada una de las actividades que realizan a diario; esta práctica se ha venido prohibiendo en las aulas de clase, restándole importancia al juego en el proceso de aprendizaje, en donde el estudiante asiste a la escuela para aprender una serie de conocimientos en forma teórica. Hoy en día, existen muchas prácticas educativas que siguen estos parámetros; es por eso que se pretende, en lugar de impedirle estas actividades a los estudiantes, aprovecharlas para guiarlas y hacer de ellas una herramienta de aprendizaje. A partir de lo anterior, se utilizarán materiales como los multicubos, con los cuales los estudiantes manipulan y crean representaciones gráficas de los fraccionarios y resuelven las operaciones básicas matemáticas, que acompañadas por la asesoría del docente se convertirán en aprendizajes.

A medida que avanza el tiempo, avanzan y evolucionan las tecnologías, de esta manera los estudiantes no sólo se divierten jugando con materiales tangibles, sino también con los elementos que les brindan un contexto digital, motivo por el cual es importante implementar diferentes recursos en el desarrollo del presente proyecto. Para esto, es fundamental que tanto en el manejo del WhatsApp, y de los multicubos, se evidencie la mediación del docente, así como menciona Sarlé (2011): “La intervención del maestro asegura el cumplimiento del objetivo del juego, pero los niños –en su rol de jugadores– cambian o alteran el sentido lúdico. Este cambio de sentido es propio de la etapa de desarrollo en la que se encuentran los niños” (P.36).

De esta forma, y a diferencia de lo que piensan muchos educadores; empleando estos mecanismos se necesita mayor seguimiento del docente en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, y en ningún momento el docente puede ser reemplazado por cualquiera de estos mecanismos. Aquí se puede evidenciar una dificultad en los docentes para la aplicación de dichas estrategias: la falta de capacitación sobre la práctica y el ejercicio con respecto al uso de diversos medios, genera que un gran porcentaje de los docentes poco manipulen los nuevos elementos tecnológicos y las redes de comunicación. Es necesario que el docente conozca y practique con sus estudiantes diversos juegos y también que maneje muy bien las herramientas con las que se va a trabajar, tanto a nivel tecnológico como lúdico. Así mismo expresa Sarlé (2011), haciendo referencia a Aubert, Caba y Rodríguez Sáenz (2010): “el maestro no sólo necesita conocer el juego, saber jugarlo, saber cómo presentarlo a los niños, sino que también debe entrar en consideración el peso que tiene su propia experiencia como jugador” (P. 36)

El docente, debe entonces, involucrarse al proceso de los estudiantes, ser un participante más, conocer cada paso en su desarrollo, no sólo porque haya leído, estudiado o escuchado del mismo, sino porque lo ha practicado y experimentado; es así como puede mejorar su proceso de enseñanza, en pro del desarrollo del aprendizaje en sus estudiantes.

En este sentido, desde la presente investigación, se plantea proponer situaciones problema de estructuras aditivas de números fraccionarios a los estudiantes, para que traten de darle solución, primero en forma práctica, utilizando el material manipulativo

(multicubos) y compartiendo sus hallazgos, dudas y conclusiones en el momento que surgen por medio de un grupo de WhatsApp, para luego, llevarlo a la teoría y práctica.

Teniendo en cuenta lo anteriormente expresado, la presente investigación tiene por pregunta: ¿Cómo mejorar la resolución de problemas que involucran las estructuras aditivas de números fraccionarios, a partir de la implementación de redes tecnológicas como el WhatsApp y de los multicubos, en los estudiantes del grado 5° de la Institución Educativa Nuestra Señora del Rosario, sede Escuela Simón Bolívar, en el municipio de Belén de Umbría, Risaralda?

3 OBJETIVOS

3.1 GENERAL

Describir el proceso de resolución de problemas que involucran las estructuras aditivas de números fraccionarios, a partir de la implementación de redes tecnológicas como el WhatsApp y materiales manipulativos como los multicubos, en los estudiantes del grado 5-1 de la Institución Educativa Nuestra Señora del Rosario, sede Escuela Simón Bolívar, en el municipio de Belén de Umbría, Risaralda

3.2 ESPECÍFICOS

- Explorar estrategias para el uso de diferentes recursos (WhatsApp y materiales manipulativos) en la resolución de problemas que se relacionan con estructuras aditivas de números fraccionarios.
- Analizar el uso adecuado del WhatsApp en el aprendizaje de las estructuras aditivas de los números fraccionarios.

4 ANTECEDENTES

El presente proyecto de investigación, se enfoca hacia el trabajo en el área de matemáticas, más precisamente con el desarrollo de estructuras aditivas que involucran los números fraccionarios, por medio de la utilización de material geométrico manipulativo como los multicubos y elementos y redes tecnológicas más utilizadas por los estudiantes en la actualidad, como el Whats App, con los que se reforzarán los conocimientos adquiridos en el aula de clase.

Los elementos manipulativos y tecnológicos de uso frecuente, por los estudiantes, son de gran ayuda en el momento de estructurar su pensamiento espacial, además de esta manera los estudiantes pueden alcanzar un aprendizaje profundo, como lo manifiesta Beas, Santa Cruz, Thomsen, & Utreras 2001, citado por Valenzuela (2.008) “El aprendizaje no significa simplemente adquirir ciertos conocimientos, quedarse en la reproducción de un conocimiento o ejecutar un determinado procedimiento. El aprendizaje profundo implica el dominio, la transformación y la utilización de ese conocimiento para resolver problemas reales”. (P. 1). De esta forma y con la aplicación del presente proyecto, los estudiantes adquirieron conocimientos que luego los pudieron aplicar en la solución de problemas tanto en clase como fuera de ella.

A continuación, se reseñan algunos estudios elaborados que se relacionan con la pregunta y objetivos de esta investigación: fraccionarios, TICs (Tecnologías de la Información y la Comunicación), material geométrico manipulativo y unidad didáctica.

4.1 FRACCIONARIOS

Arteta y otros (2012), expone cómo un grupo de maestros innovadores de escuelas públicas y docentes investigadores de la Universidad del Norte, Colombia, presentan diferentes estrategias para abordar los fraccionarios, entre los cuales encontramos “El uso de modelos y materiales físicos manipulativos” (P.58); también mencionan otros aspectos como tener actitud positiva hacia las matemáticas, desarrollo de destrezas, entre otras. Este trabajo presenta aportes significativos al proyecto desarrollado con los estudiantes del grado quinto, ya que muestra diversas formas de abordar los números fraccionarios en el

aula de clase, a partir de los materiales con los que se cuenta en la misma, tales como útiles de estudio y hasta los componentes de su refrigerio; a la vez se promueve la elaboración e implementación de materiales manipulativos con los estudiantes y la asesoría del docente, originando así, el desarrollo de la creatividad, el trabajo en equipo y un sinnúmero de valores sociales como el compartir, el respeto, la tolerancia, entre otros.

De igual manera, con relación a las fracciones, Dávila (2012), publica un trabajo en el cual se resalta la importancia de la enseñanza de estos números en primaria, cómo abordarlos y algunas comprensiones que los estudiantes requieran para construir este concepto. En este artículo, el autor presenta a los docentes, algunas consideraciones sobre la enseñanza de los números fraccionarios y cómo abordar su enseñanza en la primaria, para superar los obstáculos en su aprendizaje. Dávila (2012, P.01), presenta algunas consideraciones en su trabajo: 1. “Origen de los fraccionarios”. 2. “Importancia de la enseñanza de los números fraccionarios en primaria”. 3. “Cómo abordar la enseñanza de los números fraccionarios en primaria”. 4. “Comprensiones que los estudiantes requieren para construir el concepto de fracción”. y 5. “Sobre los diferentes significados de las fracciones”. Estas consideraciones pueden ser tomadas en cuenta en el momento de dar a conocer el concepto a los estudiantes, debido a que presentan herramientas novedosas para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las fracciones.

En estos aportes se puede notar que coinciden en la importancia del aprendizaje y la dinamización de la enseñanza de los números fraccionarios en la escuela, de una forma más agradable y profunda para los estudiantes. Es así como desde este proyecto se propone la implementación de material manipulativo y el uso del WhatsApp, para enseñar a los niños y niñas del grado quinto otra forma de resolver problemas que involucran situaciones aditivas con estos números.

4.2 TICS (TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y LA COMUNICACIÓN)

Como consecuencia del trabajo realizado durante los años 2012-2015, la UNESCO hace una publicación en la cual se presenta una propuesta sobre el manejo de los recursos móviles para la equidad y el mejoramiento de la educación en el mundo, a la vez señala “cómo las tecnologías móviles pueden servir de apoyo a los docentes para perfeccionar sus

prácticas” (P. 3). En el año 2015, esta propuesta fue realizada y ejecutada en países en vía de desarrollo, como la India, en donde se dotó con un teléfono celular móvil con conectividad a cada niño de los grados de 4° a 7°, desde allí ellos podían leer los artículos y consultar temas de su interés, con el fin de interactuar, compartir y mejorar la comprensión y el gusto por la lectura en estos niños. Con esta experiencia se: “analizan iniciativas de lectura móvil en todo el mundo, identificando sus virtudes y defectos con el fin de conducir al desarrollo de futuros proyectos” (P. 8). El propósito de la UNESCO (2015), fue otorgar el premio *Rey Hamad bin Isa Al Khalifa* para la utilización de las Tecnologías de la Información y la comunicación en la Educación, a organizaciones y particulares que quisieran implementarla con grupos desfavorecidos; pudiendo así, inscribirse como concursantes a dicho premio, a quienes voluntariamente quisieran participar, las últimas inscripciones se llevaron a cabo hasta septiembre del 2015, con el propósito de generar una educación equitativa e inclusiva para el año 2030. Con esto se pudo evidenciar, como maestros en todo el mundo están implementando la tecnología móvil con el ánimo de mejorar los procesos educativos. Es imperativo que los docentes tengan una información clara de la utilización de estos elementos en sus aulas de clase para el mejoramiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje, a la vez se deben conocer otras experiencias que pueden servir como base para la ejecución del mismo. Con este ejemplo del manejo de elementos tecnológicos en la educación, se hace posible esta propuesta, reconociendo la importancia de los intereses actuales de los estudiantes para el proceso de aprendizaje, debido a que puede brindar metodologías para un mejoramiento en la aplicación de la estrategia con medios tecnológicos, como, por ejemplo, la representación de los números fraccionarios, el aprendizaje de las tablas de multiplicar, técnicas y práctica de lectura, en fin, muchas actividades para las diferentes áreas que se dictan desde el aula de clases.

Así mismo, Pérez (2013), expone los resultados acerca de estudios realizados sobre la juventud y el uso de las redes sociales. Manifiesta que la mayoría de los jóvenes “casi el 90% pertenecen a una red social online” (P. 19), y por medio de ellas, tanto jóvenes como adultos presentan una comunicación social satisfactoria, convirtiéndose así en una valiosa fuente de información. De igual manera, hace referencia a la importancia de la formación de los docentes en este campo, para que así esta estrategia sea implementada como herramienta en el proceso de aprendizaje de los estudiantes y a la vez pueda enriquecer su

proceso de enseñanza. Para concluir, menciona que tecnológicamente se han creado muchas redes de aprendizaje, aunque los jóvenes pasan más tiempo en redes sociales que no han sido creadas con fines educativos.

La propuesta presentada en este proyecto busca que los docentes puedan aprovechar los recursos y redes tecnológicas con las que cuentan los estudiantes y los conviertan en una oportunidad de transformar e innovar sus prácticas educativas haciendo uso de los recursos que presenta la tecnología en la actualidad; así mismo, se debe destacar, que para esta propuesta, la implementación de las redes sociales en el aprendizaje de las matemáticas está enfocado al manejo de software.

4.3 MATERIAL GEOMÉTRICO MANIPULATIVO

Fonseca y Otros (2007), llevaron a cabo un estudio en el que se muestra una reflexión acerca de cómo se manifiestan dificultades en el diseño, desarrollo y evaluación del currículo en matemáticas. Su estudio incluye una propuesta basada en situaciones y estrategias tanto de la enseñanza como del aprendizaje y se realizan sugerencias de actividades a docentes, destacando la necesidad de introducir medios y materiales manipulativos como el geoplano (hoja punteada), los multicubos, el tangram y software educativos, entre otros. En esta propuesta los estudiantes participan activamente en la elaboración y resolución de problemas abiertos, a la vez que se aprovecha para potenciar el desarrollo de habilidades en el manejo de instrumentos. En conclusión, expresan que “se hace necesario que los docentes adquieran conciencia de la necesidad de implicarse más a fondo en el diseño de las tareas y estrategias de aprendizaje” (P. 6). Para el presente proyecto se propone implementar los multicubos para que los estudiantes puedan interactuar con su profesor de una forma más lúdica, haciendo los espacios de aprendizaje más agradables, a la vez que posibilitan la construcción de conocimiento como resultado de la manipulación e interacción con el material y la relación entre compañeros de clase y su docente.

Arteta y otros (2012) presentan también una serie de talleres que brindan herramientas para elaborar y utilizar materiales manipulativos y desarrollar actividades lúdicas con el fin de inspirar a los maestros a diseñar sus propias innovaciones en el aula,

enfocadas a mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de los fraccionarios con estudiantes de educación básica primaria. De este trabajo se toma la idea de implementar instrumentos con los que se cuente en el aula de clase, y otros que se elaboran con los estudiantes como el caso de los multicubos como material construido por ellos, para hacer representaciones matemáticas como los números fraccionarios y las operaciones para la solución de problemas entre dichos números.

Estos referentes muestran la necesidad de seguir incorporando diferentes materiales en las clases de matemáticas para hacer transformaciones en los procesos que allí se viven. Por esta razón, este proyecto implementa materiales geométricos manipulativos como los multicubos para motivar el proceso de enseñanza y aprendizaje de los números fraccionarios.

4.4 UNIDAD DIDÁCTICA

La unidad didáctica de esta investigación se basa en la estructura de Tamayo y otros (2010), en la cual “el proceso de desarrollo de la unidad didáctica se dividió en cuatro momentos” (P.122); Para este proyecto se aplican tres momentos que comprenden ubicación, desubicación y reenfoque. De igual manera Tamayo y otros (2010) expresa que “las actividades tanto para explorar las ideas previas como el desarrollo de la unidad didáctica deberán llevar al estudiante desde el material real, al concreto” (P. 199), reforzando con esto, el propósito que se pretende alcanzar con la presente investigación.

Santomé (1998) presenta un esquema detallado para el diseño de una unidad didáctica. Este esquema es un importante recurso para la elaboración de la estrategia didáctica que se pretende desarrollar en el presente proyecto, en aras del desarrollo de operaciones matemáticas de adición y sustracción de números fraccionarios, en la resolución de problemas asociados a la vida cotidiana de los estudiantes, a partir de la utilización de material geométrico manipulativo y redes sociales tecnológicas, utilizadas con más frecuencia por los niños y niñas. Santomé (1998) concluye “es conveniente dejar constancia del trabajo desarrollado para otros años”. (P. 39), de esta manera se presenta el trabajo desarrollado, para que en un futuro pueda ser implementado y mejorado por otros

docentes con sus respectivos grupos de estudiantes; convirtiéndose de esta forma en un aporte para la comunidad.

Así mismo, Bustamante y González (2017) concluyen que:

El diseño de la unidad didáctica bajo el enfoque de resolución de problemas y mediada por el trabajo colaborativo, en donde se fortalece el pensamiento numérico y el valor de la responsabilidad, lleva a la reflexión de que educar en matemáticas debe ser un medio para formar ciudadanos autónomos, personas capaces de razonar creativa y críticamente desde lo individual y lo colectivo” (P.156).

De esta manera, la aplicación adecuada de una Unidad Didáctica posibilita el desarrollo de una educación integral del estudiante.

Todos estos aportes de los diferentes autores, hablan respecto a la importancia de implementar la innovación pedagógica, la utilización de recursos tanto físicos como tecnológicos, la relevancia de la lúdica y el juego en el aprendizaje de los niños, niñas y jóvenes, y sobre todo el hecho que los docentes se involucren en el proceso de aprendizaje de sus estudiantes, no sólo impartiendo sus conocimientos mediante la transposición didáctica que realice de los temas trabajados en el aula de clase, sino también manipulando los materiales y participando dinámicamente de cada una de las actividades, interactuando con ellos, escuchando sus aportes y dando los propios para el desarrollo del conocimiento de sus estudiantes.

5 MARCO TEÓRICO

Con los avances que se presentan en las sociedades actuales se hace necesario que la educación retome un nuevo sentido, que se implementen nuevos métodos y recursos en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Es por esto que desde la presente investigación se tienen en cuenta un poco de historia de las matemáticas, en específico de la aparición de los números fraccionarios, teoría de los mismos, estructuras aditivas, resolución de problemas, metacognición, material geométrico manipulativo: multicubos, TICs (Tecnologías de la Informática y las Comunicaciones); y Unidad Didáctica.

5.1 ALGO DE HISTORIA Y EVOLUCIÓN

Las matemáticas hacen parte fundamental de la vida y evolución de la especie humana. A través de la historia podemos evidenciar como las primeras comunidades humanas utilizaron diversos mecanismos matemáticos para contabilizar, representar y medir con el fin de dar solución a situaciones de su vida cotidiana.

Uno de los primeros conceptos matemático más estructurado que se conoce, además de las figuras geométricas es el de número y era utilizado para contar. Aunque hoy en día no se han podido descifrar algunas escrituras matemáticas de antiguas civilizaciones; con el estudio de la historia de las matemáticas se puede determinar que el hombre primitivo empezó los procesos de operaciones matemáticas con los recursos que contaban en el momento. Stewart (2007) narra cómo hace 10.000 años “ya estaban registrando quién era el propietario de qué, y de cuánto; incluso si todavía no se había inventado la escritura y no había símbolos para los números. En lugar de símbolos numerales, aquellos contables antiguos utilizaban pequeñas fichas de arcilla” (P. 7). Tiempo después se empezaron a utilizar otros materiales como los huesos, sobre los cuales se marcaban líneas para llevar diferentes tipos de contabilidad, Stewart hace mención a “el hueso de Ishango, con las pautas de marcas” (P. 8). La mayoría de estos huesos contaban con 28 marcas, por lo cual en el libro de Stewart (2007) “se ha sugerido que el hueso de Ishango es un calendario lunar” (P. 11).

Con todos estos símbolos plasmados sobre diferentes materiales, se cree que se dio inicio a los primeros números, Stewart (2007) indica que “los símbolos numerales babilónicos van mucho más allá de un simple sistema de recuento, y son los más antiguos símbolos conocidos en hacerlo” (P. 12).

Se calcula que la primera comunidad humana en utilizar las fracciones fueron los egipcios, pero estas eran simples, en razón de un numerador de 1, 2 ó 3 y cuyo denominador era 2, 3 ó 4; con ellas realizaban cálculos de todo tipo, especialmente para la adición y sustracción de los mismos, para las cuales, inicialmente, implementaban materiales físicos del entorno, motivo por el cual se convirtieron en expertos en representar gráficamente cualquier fracción no solo en dibujos sino también en la recta numérica. Más tarde, los babilónicos perfeccionaron las operaciones de los números fraccionarios. Tal como lo expresa Stewart (2007):

Los babilonios utilizaban su sistema de numeración para el comercio y la contabilidad cotidiana, pero también lo utilizaban para un fin más sofisticado: la astronomía. Para esto, la capacidad de su sistema para representar números fraccionarios con gran precisión era esencial (P. 14).

Por último, los chinos empezaron a hallar el mínimo común denominador de varias fracciones, para terminar de mejorar la adición y sustracción de números fraccionarios más complejos que los utilizados por los egipcios.

A través de todo este perfeccionamiento con los números y las operaciones entre fraccionarios es como, con el paso del tiempo y la evolución de los grupos sociales, se fueron presentando más y más problemas por solucionar y con ellos nuevas formas de resolverlos.

Así como surgieron los símbolos matemáticos, que fueron utilizados para solucionar problemáticas que se presentaban diariamente, es que ha evolucionado la tecnología que se vivencia en el siglo XXI. La invención y el continuo progreso nos ha llevado desde la máquina de calcular de Pascal hasta los computadores, que han sido uno de los múltiples productos de la evolución de las matemáticas. Al comienzo, eran máquinas mecánicas analógicas y luego fueron máquinas electrónicas, que permitieron resolver cálculos cada vez más grandes. El primer ordenador digital electrónico fue desarrollado durante la II

Guerra Mundial para descodificar los mensajes cifrados del otro grupo armado; poco a poco se fueron perfeccionando estas máquinas, de acuerdo a las necesidades que se presentaban, hasta llegar a las computadoras actuales. Así lo menciona Stewart (2007): “y sólo hace 20 años que disponemos de computadores suficientemente potentes y rápidos para servirnos en nuestros hogares”. (P. 7). De esta manera podemos ver cómo las matemáticas, y en especial los números hacen parte de la vida de las personas y de la historia misma de la humanidad:

Sin números, la civilización tal como ahora la conocemos no podría existir. Los números están por todas partes, como sirvientes ocultos que corren de un lado a otro entre bastidores: llevan mensajes, corrigen nuestra ortografía cuando escribimos a máquina, programan nuestros vuelos de vacaciones al Caribe, llevan el registro de nuestros bienes, garantizan que nuestros medicamentos sean seguros y efectivos. Y, en contrapartida, hacen posibles las armas nucleares y guían bombas y misiles hacia sus objetivos.(Stewart, 2007, P. 7)

Toda esta evolución también fue generando la creación de los circuitos, que inicialmente fueron utilizados en radios transmisores, haciéndose cada vez más pequeños, recibiendo el nombre de microchip. Con esta nueva evolución se dio origen a otros aparatos electrónicos como computadores portátiles y teléfonos celulares; actualmente estos microchips son utilizados en un sinnúmero de artefactos de uso diario, como relojes, televisores, automóviles, entre otros.

De igual manera, y como lo expresa Aranda (2007), la internet surgió en Estados Unidos, después de la segunda guerra mundial, durante la llamada “Guerra Fría”, con el fin de poderse comunicar desde cualquier lugar. Este mecanismo fue integrándose paulatinamente a los computadores personales y otros elementos electrónicos a nivel mundial; en la actualidad, da la posibilidad de ingresar a las redes sociales, a las cuales se conectan grandes y chicos, sin ninguna distinción.

El avance en los conocimientos matemáticos ha permitido, al ser humano, evolucionar y llegar a construir tecnología como los aparatos con los que podemos contar para facilitar la vida de las personas. Este es un buen motivo para querer aprovechar estos

avances tecnológicos, consecuencia de los avances en la matemática, para contribuir al desarrollo de la misma en las aulas de clases contemporáneas con los niños y niñas de esta nueva era cibernética.

Es importante conocer toda esta historia acerca de la matemática y la influencia que ha tenido en la evolución de la tecnología, para la elaboración y desarrollo del proyecto investigativo, porque aquí se encuentran elementos que favorecen el proceso de aprendizaje de los estudiante ya que al manejar estos avances tecnológicos con gran facilidad y entusiasmo, contribuye para que adquieran los aprendizajes necesarios, en este caso la solución de problemas que involucran estructuras aditivas con números fraccionarios y que se les plantearan algunos a través de elementos tecnológicos utilizados por ellos en la actualidad.

5.2 FRACCIONARIOS

En su investigación, Rojas (2012), presenta que “el nombre de *fracción* fue usado por primera vez por Juan De Luna, que tradujo al latín, en el siglo XII, el libro de aritmética del sabio árabe Al’Khwarizmi. De Luna empleó la palabra *fractio* como traducción latina de la palabra árabe *al-Kasr*, que significa quebrar o romper”. (P. 86).

Rojas y Otros (2012) citando a Morales (2002, p 7), manifiesta que “los números fraccionarios surgieron en la cultura egipcia por la necesidad de medir, pero posteriormente los fueron desligando de ese contexto”. Hoy en día podemos notar la aplicabilidad de los números fraccionarios, no sólo en medición sino también en conteo, repartición, recetas, estudio, trabajo, tiempo y en casi todos los aspectos de la vida diaria; por esto se hace importante que los estudiantes aprendan a manejarlos de forma adecuada y los implementen a la vez en la solución de problemas.

Entre las definiciones que Dávila (2012) da de las fracciones, se puede encontrar: “*la fracción como relación multiplicativa parte-todo*: se interpreta como un número que expresa la relación cuantitativa entre una cierta cantidad de magnitud tomada como unidad (todo) y otra cantidad de magnitud tomada como parte” (P. 7). A esto, Jiménez y Otros (2012) complementan que “una fracción puede ser menor, igual o mayor que la unidad, se

representa como un par de números naturales escritos de la forma $\frac{a}{b}$ ” (P. 83). De igual manera, Jiménez y Otros (2012) afirman que “cuando el niño llega a la escuela ha usado o ha escuchado a otros usar, en diferentes formas, las palabras que están relacionadas con el concepto de fracción, aun cuando lo hayan hecho de manera vaga e imprecisa” (P. 79). Por ejemplo, es natural que los estudiantes escuchen en las noticias la mitad de la población..., o a la mamá decir tráeme un cuarto de..., o en sus juegos: la mitad en este equipo y la mitad en el otro. En fin, en la vida diaria se emplean fraccionarios regularmente, y cuando el niño llega a la escuela ya tiene una noción de lo que es una fracción, como parte de un todo de una unidad completa.

Los estudiantes en primaria tienden a confundirse entre los conocimientos que tienen de los números naturales y los números fraccionarios, en este sentido, Arteta y Otros (2012) señalan que las “dificultades en este paso tienen impacto en la comprensión del concepto fracciones equivalentes. Dibujar formas de frutas y establecer la igualdad de partes se dificulta... Se descuida la idea de: a mayor número de partes, las partes son menores” (P. 77).

Así pues, los estudiantes deben diferenciar los números fraccionarios de los naturales, de igual manera, reconocer que las operaciones matemáticas que se desarrollan con ellos requieren de un proceso que es aún más complejo, por causa de las variantes que se presentan en su estructura. En este punto se evoca a Arteta y otros (2012): “pocos conceptos matemáticos son tan fundamentales como el de los números fraccionarios y, al tiempo, tan complejos de enseñar y de aprender, por ser tan susceptibles de confusión” (P. 6).

Cabe destacar que, para el desarrollo de este proyecto, tal y como lo manifiesta Arteta y Otros (2012) “el grado escogido fue 5° de primaria y el concepto matemático, números fraccionarios, por ser uno de los temas en que los maestros reconocen tener dificultades para la enseñanza y para lograr verdaderos aprendizajes en los estudiantes”(P. 7). Buscando así, aportar no solo a las clases de matemáticas de los actuales estudiantes del grado 5°, sino también que pueda servir como referencia para futuros grupos de diferentes grados de escolaridad, y docentes que orienten el área.

El docente debe inculcar en el estudiante la importancia de las operaciones con los números fraccionarios, así lo presenta Arteta y otros (2012), “para el caso de los fraccionarios, sirven para todo; desarrollo de competencias como la modelación matemática de procesos de la vida real, necesitan por lo menos un buen nivel en el manejo de los números fraccionarios” (P.40). El estudiante debe ser orientado en la correcta implementación de los números fraccionarios, ya que el uso de los mismos y de las operaciones entre ellos, no sólo le servirán en el desarrollo de las clases de matemáticas, sino también, que este conocimiento es aplicado a la mayoría de los aspectos en su vida diaria.

En este sentido, se requiere que el docente implemente estrategias que motiven al estudiante permanentemente, es así como Álvarez (1994), citado por Arteta y Otros (2012), propone “el aprendizaje de fracciones a partir de las actividades con materiales manipulativos. Es necesario después una representación gráfica verificar su correspondencia con los modelos gráficos y teóricos sobre fracciones de los libros de texto” (P. 131). El material manipulativo se convierte en una herramienta con la cual el estudiante desarrolla los ejercicios propuestos a manera de juego, y el juego es la mejor forma de aprender. De la misma manera y en sentido de la implementación de dicho material, Becerra (2006), citado por Arteta y Otros (2012), asume:

El juego y la manipulación de materiales como mediaciones hacia el aprendizaje de las fracciones en la educación primaria, en las que se privilegia el trabajo en equipo y se aportan herramientas conceptuales y procedimentales fundamentales para comprender el concepto de fracción, sus operaciones y relaciones (P. 131).

Por medio de la interrelación con sus pares y el juego, los estudiantes asimilan con mayor gusto y facilidad la forma de comprender los números fraccionarios y la aplicación de operaciones matemáticas, específicamente las estructuras aditivas, que hasta el momento son complejas de aplicar para ellos.

5.3 ESTRUCTURAS ADITIVAS

Como se ha mencionado anteriormente, los números hacen parte importante en la vida del ser humano y en la historia de la humanidad, pero no sólo los números en sí, sino también las relaciones que se presentan entre ellos, tal como lo afirma Ordoñez (2014), “las estructuras aditivas son indispensables para el desarrollo del pensamiento numérico entre otros”. (P. 19).

De igual manera, Ordoñez (2014) hace referencia a Vergnaud (1995), quien define la estructura aditiva como “la capacidad que se tiene para identificar, comprender y abordar las situaciones en las que tiene aplicabilidad las operaciones de suma y resta”. (P. 9)

Dicha aplicabilidad se da en todas las etapas de la vida de una persona, es así como podemos observar que las operaciones de suma y resta son uno de los primeros procesos que se enseñan en las escuelas, y se hace necesario seguirlo trabajando durante el transcurso de la vida escolar. Asimismo, es importante que los estudiantes identifiquen las diferentes estructuras aditivas que se les presentan en determinado caso, Ordoñez (2014) distingue:

Cuatro diferentes estructuras aditivas y cada una con tres problemas dependiendo de la posición de la incógnita:

1) Combinación: (Combinación de estados)

Estado parcial 1 + estado parcial 2 = estado total. $e_1 + e_2 = e_t$.

Pedro tenía 8 colores verdes y 4 amarillos. En total tiene 12 colores.

2) Cambio: (variación de un estado).

Estado inicial + variación = estado final. $E_i + v = e_f$.

Sandra tenía 7 revistas, compró 5 revistas más; Ahora tiene 12 revistas.

3) Comparación: (Comparación de estados)

Estado 1 + comparación = estado 2. $e_1 + c = e_2$.

Ana tiene 6 libros y Juan tiene 4 libros más que Ana; Juan tiene 10 libros.

4) Dos cambios (combinación de variables sucesivas)

Variación 1 + variación 2 = variación total. $v_1 + v_2 = v_t$.

Miguel ganó 5 caramelos por la mañana y ganó 4 caramelos por la tarde; A lo largo del día ganó Miguel 9 caramelos. (P 12)

Los estudiantes, después de analizar cada problema que se les presenta, deben determinar la estructura aditiva que se requiere emplear para dar solución. En este sentido, se ha tomado como población para el desarrollo de este proyecto, los estudiantes del grado 5°, debido a que como concluyen Mendonça, Pinto, Cazorla & Ribeiro (2007), citados por Ordoñez (2014) “los estudiantes, al final del cuarto año, aún mostraban dificultades para resolver problemas sobre estructuras aditivas más complejas” (P. 23). Estas dificultades son evidentes en la implementación de las operaciones de suma y resta de números naturales, y más aún cuando se trabajan con números fraccionarios. Es esta la razón por la cual se ve la necesidad de profundizar e implementar, estrategias innovadoras, tanto en la enseñanza como en el aprendizaje, de estas operaciones en los estudiantes de la básica primaria. Al respecto, Ordoñez (2014) expresa que:

Se hace necesario que desde la primaria se trabajen estrategias didácticas en matemáticas con las estructuras aditivas y las operaciones básicas para que los estudiantes logren comprender en el nivel de formación propuesto por los Estándares Básicas de Competencias en Matemáticas y estos no se conviertan en una dificultad adicional en grados posteriores (P.50).

Al enseñar a los niños a sumar y restar números naturales, el proceso es sencillo, puesto que para ellos es fácil contar estos números con objetos del salón de clases o el entorno, o con sus dedos. Pero, al sumar o restar números fraccionarios, se hace complejo el proceso, debido a que se suman o se restan partes del todo; en este sentido, es importante la implementación de material manipulativo, y aunque los estudiantes puedan realizar este ejercicio con material tangible, también es necesario que conozcan y apliquen la teoría sobre la resolución de las situaciones aditivas con los números fraccionarios. Gañón y otros (2012) plantean la suma y resta de fracciones homogéneas (con igual denominador) de la siguiente forma: “cuando la adición o la sustracción se realiza con fracciones homogéneas, se suman o se restan los numeradores y se deja el mismo denominador” (P. 70). Esta parte es muy comprensible para los estudiantes, pero se observan confundidos cuando se trata de sumar o restar fracciones heterogéneas (con diferentes denominadores), las cuales son

explicadas por Gañón y otros (2012) de la siguiente manera: “cuando la adición o la sustracción se realizan con fracciones heterogéneas, se pueden buscar fracciones equivalentes, que tengan el mismo denominador, y luego sumar o restar las fracciones homogéneas obtenidas” (P. 72)

Aunque se implementa la estrategia de fracciones equivalentes para la resolución de problemas con estructuras aditivas de números fraccionarios, también es importante mencionar a los estudiantes que se pueden resolver de otras formas como: 1) Hallando el m.c.m de los denominadores, se divide el m.c.m por el denominador de cada fracción y se multiplica por su numerador, colocándose los resultados sobre el m.c.m y se efectúa la operación normalmente entre estos; y 2) Por el método mariposa, que consiste en multiplicar las fracciones en cruz y se colocan como términos de suma o resta en el numerador, seguidamente se multiplican los denominadores y el total será el denominador. Al explicar las diferentes formas de sumar o restar fracciones heterogéneas, los estudiantes deciden, según el manejo de cada uno de ellos, cual método emplearán para encontrar la respuesta a los problemas dados.

Es así como, desde la ejecución del presente proyecto, la utilización de estos conceptos y la aplicación de diferentes estrategias didácticas que permitan una mejor comprensión de las estructuras aditivas, en cuanto a la conceptualización y aplicación de las operaciones básicas en la resolución de problemas con números fraccionarios, se busca incentivar el aprendizaje de los estudiantes en el área de matemáticas, tal como lo manifiestan Pieranelly y Díaz (2010):

La ruta de enseñanza y aprendizaje es el camino a seguir para llegar a la estructura aditiva, teniendo en cuenta la construcción en espiral de los conocimientos nuevos que dependen directamente de los obtenidos anteriormente desarrollados en los estudiantes y que continuamente están en progreso (P. 4).

La idea es motivar a los estudiantes para que descubran por sí mismos las estrategias y el camino a seguir para dar solución a las estructuras aditivas que utilizarán para la solución de los problemas propuestos. Este proceso no sólo les servirá en el momento de la aplicación de la Unidad Didáctica, sino que dará pautas de solución de

problemas con estructuras aditivas de números fraccionarios para la adquisición de nuevos conocimientos en grados posteriores.

5.4 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Es fundamental trabajar la resolución de problemas desde el aula de clases; este proceso se ha desarrollado desde el mismo comienzo de las matemáticas. Al respecto, Santos (2008), cita a Reiss y Törner (2007), expresando que: “la resolución de problemas no debe ser considerada como una actividad aislada, sino como un hábito de la mente en el salón de clases” (P. 19). Es así como cada docente debe tener en cuenta las problemáticas que giran en torno a sus estudiantes, y hacer de éstas una herramienta para que ellos puedan llegar a la elaboración del conocimiento, a la vez que aprendan a dar solución a las mismas. Así mismo, Cortés y Galindo (2007) citan a Pólya (1954) mencionando que:

Para un matemático, que es activo en la investigación, la matemática puede aparecer algunas veces como un juego de imaginación: hay que imaginar un teorema matemático antes que probarlo; hay que imaginar la idea de la prueba antes de ponerla en práctica. Los aspectos matemáticos son primero imaginados y luego probados. Si el aprendizaje de la matemática tiene algo que ver con el descubrimiento en matemática, a los estudiantes se les debe brindar alguna oportunidad de resolver problemas en los que primero imaginen y luego prueben alguna cuestión matemática adecuada a su nivel. (P 33)

Así mismo, el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) es una metodología que empezó a implementarse, inicialmente, en el campo de las ciencias de la salud y en ciencias experimentales, actualmente ha presentado resultados positivos en los procesos de enseñanza y aprendizaje en los distintos niveles de educación en el país. Tal como lo afirman Prieto y otros (2008): “este aprendizaje tiene una serie de pasos en donde se combina el auto-aprendizaje independiente y la discusión y redefinición de conocimiento en un grupo” (P. 211). Lo que se pretende por medio de este proyecto es que el estudiante analice su entorno, identifique en él las problemáticas que se pueden presentar y busque posibles soluciones a las mismas por medio de conversatorios con sus pares y el replanteamiento de los paradigmas existentes, con el fin de reforzarlos o cambiarlos, según

sea el caso, y, a partir de este proceso, pueda crear el conocimiento necesario para su desarrollo cognitivo.

Prieto y otros (2008) citando a Moust, Bouhuijs y Schmidt (2007) mencionan siete pasos del ABP que son:

1. Aclarar conceptos y términos: Se trata de aclarar posibles términos del texto del problema que resulten difíciles (técnicos) o vagos, de manera que todo el grupo comparta su significado.
2. Definir el problema: Es un primer intento de identificar el problema que el texto plantea. Posteriormente, tras los pasos 3 y 4, podrá volverse sobre esta primera definición si se considera necesario.
3. Analizar el problema: En esta fase, los estudiantes aportan todos los conocimientos que poseen sobre el problema tal como ha sido formulado, así como posibles conexiones que podrían ser plausibles. El énfasis en esta fase es más en la cantidad de ideas que en su veracidad (lluvia de ideas).
4. Realizar un resumen sistemático con varias explicaciones al análisis del paso anterior: Una vez generado el mayor número de ideas sobre el problema, el grupo trata de sistematizarlas y organizarlas resaltando las relaciones que existen entre ellas.
5. Formular objetivos de aprendizaje: En este momento, los estudiantes deciden qué aspectos del problema requieren ser indagados y comprendidos mejor, lo que constituirá los objetivos de aprendizaje que guiarán la siguiente fase.
6. Buscar información adicional fuera del grupo o estudio individual: Con los objetivos de aprendizaje del grupo, los estudiantes buscan y estudian la información que les falta. Pueden distribuirse los objetivos de aprendizaje o bien trabajarlos todos, según se haya acordado con el tutor.
7. Síntesis de la información recogida y elaboración del informe sobre los conocimientos adquiridos: La información aportada por los distintos miembros del grupo se discute, se contrasta y, finalmente, se extraen las conclusiones pertinentes para el problema. (P. 15)

Es así como el ABP, es una metodología que lleva al estudiante a buscar la o las formas más acertadas de darle solución a un problema, a través del uso del pensamiento crítico, no sólo en el área de matemáticas, sino en cualquier situación de su vida cotidiana. En este sentido Prieto y otros (2008), expresan que “a través de la práctica en la resolución de problemas, se fomenta la capacidad de solución de problemas de distintos tipos y, sobre todo, estimula una actitud activa hacia la exploración y la indagación”(P. 27). Es así como el estudiante genera un conocimiento que tiene impacto en el ambiente escolar, y también trasciende al campo social.

En cuanto a la resolución de problemas, también encontramos las estrategias propuestas por Pólya (1954), citado por Cortés y Galindo (2007), planteando cuatro (4) etapas de la siguiente manera:

PRIMERO: COMPRENDER EL PROBLEMA. ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuáles son las condiciones? ¿Es posible satisfacerlas? ¿Son suficientes para determinar la incógnita, o no lo son? ¿Son irrelevantes, o contradictorias?

SEGUNDO: DISEÑAR UN PLAN. ¿Se conoce un problema relacionado? ¿Se puede replantear el problema? ¿Se puede convertir en un problema más simple? ¿Se pueden introducir elementos auxiliares?

TERCERO: PONERLO EN PRACTICA. Aplicar el plan, controlar cada paso, comprobar que son correctos, probar que son correctos.

CUARTO: EXAMINAR LA SOLUCIÓN. ¿Se puede chequear el resultado? ¿El argumento? ¿Podría haberse resuelto de otra manera? ¿Se pueden usar el resultado o el método para otros problemas? (P. 35)

Implementar los problemas de la vida cotidiana en el proceso educativo desde la escuela, ha sido una experiencia que ha generado buenos resultados en los procesos de enseñanza y aprendizaje de diferentes instituciones educativas en los niveles de básica, media y universitaria; además contribuye al desarrollo de competencias en el estudiante, tales como comunicativas, sociales, espaciales, entre otras, que a su vez propenden la formación integral del individuo.

Se espera que los elementos implementados durante la ejecución del proyecto, para resolver problemas cotidianos de adición y sustracción, lleven al estudiante a un pensamiento más profundo, como lo enuncia Arteta y otros (2012),

El razonamiento de este proceso llevó a pensar o a imaginar al estudiante, cual puede ser la solución a una situación problema: la modelación que puede imaginarse el alumno, las diversas representaciones que puede hacer de las fracciones y lo más importante, promover la capacidad de proponer y resolver un problema (P. 148)

Para la ejecución del proyecto se tienen en cuenta algunos aspectos de La Metodología del ABP, propuesta por Prieto y otros (2008), pero se centra principalmente en las cuatro etapas para resolución de problemas del modelo de Polya citado por de Cortés y Galindo (2007). Estas etapas para la resolución de problemas son la base principal para la realización del análisis de la información obtenida en el desarrollo del presente proyecto. El motivo por el cual se toman estas etapas para la aplicación del proyecto es porque se considera que ellas conllevan al estudiante a dar solución a los problemas planteados en la clase y a aplicarlas mismas en su entorno.

5.5 METACOGNICIÓN

La metacognición permite que el estudiante pueda hacer una introspección acerca de los conocimientos que posee y los que va adquiriendo durante el proceso de aprendizaje, fortalece la capacidad de saber el cómo y por qué de sus conocimientos, de esta manera lo expresa Flavell (1979), citado por Tamayo (2006): “la metacognición ha sido definida como la habilidad para monitorear, evaluar y planificar nuestro propio aprendizaje” (P. 2).

Así, tanto el estudiante como el docente pueden saber la forma, las fortalezas, los limitantes del aprendizaje e igualmente presentar reformas, mejoras o cambios si él mismo lo requiere.

Durante el proceso del desarrollo del proyecto, los estudiantes desarrollaron preguntas metacognitivas orientadas por la docente debido a que, tal como lo manifiesta Tamayo (2006):

La metacognición es especialmente importante para la educación y para la didáctica de las ciencias debido a que incide en la adquisición, comprensión, retención y aplicación de lo que se aprende; su influencia se da además sobre la eficacia del aprendizaje, el pensamiento crítico y la resolución de problemas. (P. 22)

Cuando el aprendizaje está mediado por la metacognición, el estudiante se convierte no sólo en el artífice de su propio conocimiento, sino que determina el punto de llegada del mismo; es decir, al sentirse motivado por su aprendizaje, el estudiante toma la determinación de continuar con sus descubrimientos a través de las formas que considere más pertinentes para tal finalidad. Ubicando la orientación del docente en clase como el punto de partida para que el estudiante investigue por su cuenta, implementando para ello, los métodos que su entorno le ofrece y aplicando en el mismo entorno los conocimientos adquiridos. El estudiante, a la vez, se convierte en el evaluador de su proceso, ya que consigue determinar la medida en la que el conocimiento adquirido es útil para sí mismo y para su entorno familiar, social y natural.

De esta manera, la metacognición se ha convertido en un objeto de interés en investigación educativa; en este sentido, Arteta y Otros (2012) afirman que:

En los últimos años se ha incrementado el interés de los investigadores por estudiar cómo comunican ideas matemáticas los alumnos y qué factores facilitan o impiden el desempeño de habilidades comunicativas. Muchas de estas características y habilidades se dan diariamente en la interacción de los alumnos en las clases (P. 64).

El aprendizaje metacognitivo genera confianza en los estudiantes, dando lugar a que expresen sus ideas con mayor facilidad y coherencia. Esto genera en los estudiantes un interés en ampliar tanto sus competencias cognitivas como comunicativas en el área de matemáticas.

Mediante la aplicación de este proyecto, se pretende desarrollar también la metacognición que, según Gunstone y Mitchell (1998), citado por Tamayo (2012), “aborda tres aspectos generales: conocimiento, conciencia y regulación”. Así mismo, Tamayo (2012) clasifica el conocimiento en “declarativo; es un conocimiento proposicional referido a un saber acerca de uno mismo como aprendiz, procedimental es un saber cómo se hacen

las cosas y condicional es un saber del por qué y cuándo se usan el conocimiento declarativo y procedimental” (P. 02). En este sentido es importante el desarrollo de la metacognición en el estudiante, ya que, al conocerse mejor en su proceso de aprendizaje, identificando el cómo, cuándo y por qué aprende; se hace más eficiente, eficaz y trascendente el aprendizaje que adquiere y adopta como propio, es así como al precisar esto, dicho aprendizaje no será transitorio sino que es aplicable en y para su vida cotidiana.

De igual forma, Tamayo (2012) menciona que “la conciencia metacognitiva es un saber de naturaleza intra-individual, se refiere al conocimiento que tienen los estudiantes de los propósitos de las actividades que desarrollan y de la conciencia que tienen sobre su progreso personal” (P.03). Así mismo, define que “la regulación metacognitiva se refiere al conjunto de actividades que ayuda al estudiante a controlar su aprendizaje, se relaciona con las decisiones del aprendiz antes, durante y después del aprendizaje” (P. 03). Dicha conciencia produce en el estudiante una visión de sí mismo desde el conocimiento que tenía de las cosas, el conocimiento que está adquiriendo y el que puede alcanzar a partir del desarrollo de sus potencialidades.

Estos elementos de la metacognición permiten que el estudiante defina los mecanismos que va a emplear en la resolución de problemas, utilizar los recursos con los que cuenta en el momento, identificar sus propios avances y estar más atentos a los aciertos para reforzarlos y a los errores para repararlos en el mejoramiento y la adquisición de sus aprendizajes.

La metacognición permite regular en el estudiante, el conocimiento adquirido y la forma cómo adquiere dicho conocimiento, lo que posibilita al estudiante conocer su propia forma de aprender, tal como lo manifiesta Hartman (2001):“La metacognición es pensar sobre el pensar o saber acerca de conocer”.(P. 150). Así mismo el docente puede tener una visión más clara a cerca del aprendizaje por parte de sus estudiantes, a la vez que le permite analizar los puntos que no fueron tan claros para ellos, permitiendo reforzarlos en el siguiente momento a aplicar. Al respecto, Hartman (2001) formula que:

La metacognición en la enseñanza también incluye el conocimiento de las estrategias de instrucción, lo que implican, cuándo y por qué usarlos, y cómo aplicarlos. Se

necesita este tipo de metacognición para la planificación efectiva de una lección, para cambiar de marcha durante o después de una lección, cuando se es consciente de que un enfoque de enseñanza no está funcionando como se esperaba (P. 150).

De esta manera, el elemento metacognitivo no sólo está siendo de gran utilidad en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, sino también que es muy favorable para que el docente evalúe su proceso de enseñanza, identifique los obstáculos en sus estudiantes y en sí mismo, e implemente nuevas estrategias metodológicas si lo ve conveniente.

Aunque, para el desarrollo del presente proyecto, se tuvo en cuenta la metacognición con los tres aspectos: conocimiento, conciencia y regulación; en la unidad didáctica se hace especial énfasis en actividades enfocadas en la regulación metacognitiva, ya que en ésta se aplican “los tres procesos cognitivos esenciales: Planeación, monitoreo y evaluación” (P.03) referidos por Tamayo (2012). Así mismo, el autor define que:

La planeación implica la selección de estrategias apropiadas y la localización de factores que afectan el rendimiento tales como la predicción, consiste en anticipar las actividades, prever resultados y enumerar pasos. El monitoreo se refiere a la posibilidad que se tiene en el momento de realizar la tarea, de comprender y modificar su ejecución. La evaluación, realizada al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz (Tamayo 2012, P. 03).

Estos tres procesos cognitivos de la regulación metacognitiva fueron trabajados en la unidad didáctica con la finalidad de que los mismos estudiantes identificaran los obstáculos de aprendizaje que se les iban presentando, para que luego la docente propusiera actividades en las que pudieran contrarrestar lo que se fue evidenciando y manifestando antes, durante y después de la aplicación de la propuesta.

5.6 MATERIAL GEOMÉTRICO MANIPULATIVO: LOS MULTICUBOS

Arteta y Otros (2.012) afirma que “el uso de modelos y materiales físicos manipulativos permite comprender mejor las matemáticas” (P. 58). De esta manera, Vasco (1996) expresa que “...se trata entonces de impulsar en el proceso del aprender geométrico

la estrategia de hacer cosas, de moverse, dibujar, construir, producir y tomar de estos esquemas operatorios el material para la conceptualización o representación interna” (P. 8). Así, mientras los estudiantes elaboran, manipulan y juegan con material concreto, el docente orienta las actividades para que ellos elaboren un conocimiento práctico, por lo cual puede ser de mayor interés.

Los elementos manipulativos son de gran ayuda en el momento de estructurar el pensamiento espacial de los estudiantes. La cartilla UPAEP (2013) menciona: “el niño es capaz de integrar un objeto a su esquema de acción, como sustituto ej. Una caja es un carrito” (P. 5). Debido a su amplia creatividad, los niños pueden ver cualquier objeto o hasta partes de su cuerpo como los juguetes que tanto quieren, como, por ejemplo: juegan con sus manos como si fueran aviones, las líneas en el piso pueden ser grandes obstáculos que deben superar, el palo de una escoba ser un buen caballo, etc. Además, pueden crear un conocimiento más profundo, no sólo en sus primeros años de vida, con el material manipulativo implementado durante el juego, sino también en cada una de las etapas de la misma.

La utilización de elementos manipulativos, en este caso los multicubos, posibilita que los estudiantes tengan una visión más amplia de los conceptos trabajados. Al respecto, Arteta y otros (2012), refiriéndose al trabajo expuesto por Álvarez (1994), con relación al aprendizaje de las fracciones, mencionan que “los materiales manipulativos como primer recurso (se debe partir de las actividades con materiales manipulativos como geoplanos, regletas, tangram, multicubos, etc.)” (P. 131). Es importante partir de la manipulación de materiales tangibles y concretos para llegar al conocimiento como primera medida, luego afianzar dicho conocimiento, poco a poco, como lo mencionan los mismos autores: “es necesario después una representación gráfica de las actividades realizadas con los materiales manipulativos” (P. 131), lo que implica llevar el juego realizado por los estudiantes a plasmarlo gráficamente, con la significancia y el sentido del mismo niño y no con la del objeto en sí. Posterior a esta actividad, se direcciona a realizar la comparación entre el juego, las gráficas y las fracciones trabajadas. Tal como lo indican Arteta y otros (2012), citando a Álvarez (1994), “la correspondencia de los materiales manipulativos con los modelos gráficos sobre fracciones de los libros de texto” (P.131).

El estudiante no sólo debe quedarse con la información que obtiene de los libros o la que plasma el docente en el tablero, sino que debe representarla físicamente y manipularla hasta donde sea posible. El material tangible representa una fuente importante de información para el estudiante, no sólo en la asignatura de geometría, sino también en las matemáticas en general.

Es por esto que se emplearán los multicubos en el desarrollo y aplicación de la unidad didáctica del presente proyecto, con el fin de usarlos como herramientas principales en la resolución de problemas cotidianos con operaciones de adición y sustracción de números fraccionarios; así con la representación física de las fracciones, los estudiantes podrán comprender más fácilmente el proceso para efectuar las operaciones mencionadas.

5.7 TICS (TECNOLOGÍAS DE LA INFORMÁTICA Y LA COMUNICACIÓN)

Además de la implementación de materiales geométricos que los educandos puedan manipular para el proceso de su aprendizaje, de la misma manera es importante implementar recursos que actualmente los estudiantes manejan con gran gusto y destreza. Ante esta posición, Dussel y Quevedo (2010) formulan: "...contamos con más de dos décadas de múltiples y ricas experiencias en materia de introducción de las TICs en los procesos de enseñanza-aprendizaje" (P. 6). A pesar de este tiempo de experiencia, en muchos lugares e instituciones se presenta un distanciamiento ante las mismas. En gran parte, este distanciamiento y temor de los docentes y directivos, es porque se tiene la idea que, si los estudiantes aprenden a usar la tecnología para su educación, no necesitarían a los profesores. Ante ello, Dussel y Quevedo (2010) expresan: "se presupone que habrá un fin de la docencia, que la escuela será reemplazada por una red informática en la que ya no se transmitan conocimientos, sino que se enseñen estrategias de búsqueda de la información" (p. 68). Más esto no es del todo cierto, debido a que la educación impartida por maestros es una tradición de miles de años y siempre que haya alguien que quiera aprender, se necesitará alguien que quiera enseñar.

En este sentido, se posibilita que tanto redes sociales como educación puedan ir de la mano, no solo para fortalecer el proceso educativo y formativo que se brinda desde cada

una de las instituciones educativas, sino también, que esta alianza pueda presentar soluciones prácticas en las cuales se encuentran inmersas.

Ante esta idea de utilizar las redes sociales en los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula de clases, Valenzuela (2013) manifiesta que “...es posible emplear las redes existentes restringiéndolas a sus fines académicos, cuidando siempre la seguridad en la identidad, tanto de los usuarios, como de la información que se publica.” (p.2). Como se ha podido observar, la mayoría de los estudiantes hacen parte de una o varias redes sociales, y en ellas interactúan con muchas personas, tanto conocidas como desconocidas en su entorno real, es por esto que se plantea, desde este proyecto, que el docente sirva como mediador en estas interacciones ciber-sociales, para que estas herramientas puedan contribuir al mejoramiento de los procesos escolares. De igual manera, Valenzuela hace referencia a Porrúa (2009), en donde habla sobre:

Los beneficios para aquellos que forman parte de las redes sociales son varios, entre ellos se encuentran aspectos de suma importancia para el ser humano, como pertenecer a un grupo con el que se tiene afinidad, hacer o renovar amistades, y en lo laboral, colaborar y compartir conocimientos, así como buscar trabajo, promoviendo los conocimientos y habilidades con los que se cuenta (p. 3)

Con este proyecto, además de generar conocimientos en el área de matemáticas, también se promueven otros conocimientos y valores sociales entre los estudiantes, a esto menciona Arteta y Otros (2012), “según los valores que refuerza a través de los problemas que escoge, el docente de matemáticas está enseñando en un sentido o en otro ética, moral y competencias ciudadanas”. (P. 35).

Trabajos similares a este campo se han llevado a cabo en el Reino de Bahrein, en donde fue otorgado un premio de la UNESCO (2005) por la aplicación de las TICs en la educación, esta es:

La recompensa a particulares, instituciones y organizaciones no gubernamentales que realizan proyectos y actividades en los que se hayan aplicado creativamente prácticas idóneas en materia de tecnologías de la información y la comunicación (TIC) con

miras a fomentar el aprendizaje, la enseñanza y los resultados educativos en general.
(Pág. Web. 2017. Párrafo 6)

Con este programa además de impartir conocimientos a estudiantes de una región de escasos recursos económicos, también se puede demostrar, como se encuentra en el enlace web de la UNESCO (2015), "...que dichas innovaciones garanticen la seguridad de los niños y promuevan los valores y las actitudes pertinentes para la construcción de sociedades sostenibles y pacíficas"(P. Web. 2017. Párrafo 7), De igual manera, "las TIC se usan cada vez más para personalizarlo, diferenciar la instrucción, fomentar el aprendizaje en contextos extraescolares, compartir recursos, colaborar, dinamizar las evaluaciones y cambiar el uso de las aulas" (UNESCO, P. Web. 2017. Párrafo 9)

La misión del docente en este caso, y al contrario de lo que muchos de ellos creen, es ardua, y requiere de un gran compromiso, debido a que los estudiantes requieren de mayor asesoría y acompañamiento en su proceso de aprendizaje.

Teniendo en cuenta lo anterior, cada docente debe estar preparado para asumir la tecnología como una herramienta aliada y no lo contrario y el hecho de que los estudiantes, en su gran mayoría, cuenten con un equipo tecnológico con conexión a las redes sociales, genera que éstos se conviertan en una posible herramienta para el proceso del aprendizaje de los estudiantes. Esta propuesta plantea manejar un grupo en WhatsApp, con la finalidad de fortalecer los conocimientos construidos en el aula de clase, por medio de ejercicios de reflexión propuestos con relación a la adición y sustracción de números fraccionarios, los cuales se desarrollan por medio de un conversatorio dirigido, en el cual cada uno de los estudiantes expresa su punto de vista con respecto a la actividad planteada, finalizando con una conclusión que aporte al enriquecimiento cognitivo sobre lo trabajado (este aspecto se ampliará en la metodología).

5.8 UNIDAD DIDÁCTICA

La aplicación de este proyecto investigativo con los estudiantes, se hizo por medio de la implementación de una unidad didáctica, como lo expresa Tamayo (2012): "las unidades didácticas se constituyen tanto en el punto de partida como en el punto de llegada

de la acción de los profesores en las aulas escolares” (P. 248). Así, fue una herramienta fundamental para el docente, ya que desde allí se obtienen las bases para el desarrollo de la propuesta, los objetivos y metas que se pretenden alcanzar con la misma, siendo un instrumento contextualizado y adaptado al grupo de estudiantes. Así mismo, Santomé (1998) manifiesta que:

Con ella [la unidad didáctica] se trata no sólo de promover procesos de enseñanza y aprendizaje para un conjunto específico de estudiantes, que aprendan unos determinados contenidos, conceptos, procedimientos y lleguen a asumir de manera reflexiva un sistema de valores, sino, asimismo, de motivar y desarrollar todo un conjunto de destrezas que les permitan establecer nuevas relaciones e interacciones con éstos y con otros contenidos culturales. (P. 220)

La aplicación de la unidad didáctica promueve conocimientos, no sólo en el área de aprendizaje para la cual fue diseñada, matemáticas, sino también promueve competencias fundamentales para la convivencia y el desarrollo social del estudiante.

Además, la unidad didáctica planteada puede servir como base para futuras investigaciones relacionadas con el concepto trabajado en ella, así señala Tamayo (2012):

De tal manera que, concluida la unidad didáctica, que sirvió como orientadora del actuar del maestro, y a través de un proceso crítico y autorregulador del profesor, llegamos a una nueva unidad didáctica que se constituirá como punto de partida para posteriores experiencias de enseñanza y de aprendizaje. (P. 248)

Se pretendió que, por medio de la ejecución de la Unidad didáctica, los estudiantes encontraran la forma de resolver adiciones y sustracciones de los mismos números fraccionarios. Esta unidad didáctica está planteada en tres momentos fundamentalmente, según lo planteado por Tamayo y otros (2010): “diagnóstico, intervención didáctica y construcción de sentidos y significados”. (P. 106). Los cuales aquí llamaremos: momento de ubicación, momento de reubicación y momento de reenfoque, según lo establecido en la plataforma de la Universidad Autónoma de Manizales (UAM) para la Maestría en Enseñanza de las Ciencias (MEC). En la aplicación de la unidad didáctica, se harán

preguntas de tipo metacognitivo, en la que los estudiantes y el docente pueden conocer a profundidad en qué medida van siendo asimilados los conceptos que se pretenden trabajar con el desarrollo de este proyecto.

6 METODOLOGÍA

6.1 ENFOQUE DE INVESTIGACIÓN

El proyecto cuenta con un enfoque metodológico cualitativo-descriptivo; cualitativo debido a que asume los resultados de las variables en pos de los avances cognitivos de los estudiantes, más no en medidas numéricamente cuantificables, ya que, como lo afirma Sampieri y otros (2003) el: “enfoque cualitativo: utiliza recolección de datos sin medición numérica para descubrir o afinar preguntas de investigación y puede o no probar hipótesis en su proceso de interpretación” (P. 11). Este enfoque permitió recopilar la información necesaria para establecer las etapas de conocimiento desarrolladas por los estudiantes en cada uno de los momentos de la Unidad Didáctica.

En cuanto al enfoque descriptivo, por la naturaleza en la que se desarrolló el trabajo, Sampieri (2003) manifiesta que en este nivel en “la investigación no se plantean explícitamente hipótesis, se ocupa principalmente de la información sobre cantidad, ubicación, capacidad, tipo, situación general del problema”. (P. 96). Así pues, durante la aplicación de la Unidad Didáctica, se fijó la atención en el proceso de resolución de problemas que involucran las estructuras aditivas de números fraccionarios, a partir de la implementación de redes tecnológicas como el WhatsApp y materiales manipulativos como los multicubos que emplean los estudiantes para aprender un concepto, además de los roles que desempeñan tanto en la realización de actividades individuales como grupales, los conversatorios de socialización, la participación en las discusiones por el grupo de WhatsApp y la postura de los estudiantes frente a las actividades propuestas y cómo esta postura los lleva a la construcción del conocimiento.

6.2 FASES DE LA INVESTIGACIÓN

Para llevar a cabo esta investigación se tuvieron en cuenta algunos aspectos como el diagnóstico, diseño aplicación y análisis. A continuación se describen cada una de estas fases.

6.2.1 Diagnóstico

Para el momento inicial de este proyecto, la docente investigadora tenía a su cargo la orientación de todas las áreas del grado cuarto en el momento. Fue allí donde se inició la indagación diagnóstica de dificultades en los estudiantes y durante la cual se percibieron algunas necesidades en ciertos conceptos de matemáticas, por lo cual se determinó retomar estos en la unidad didáctica y aplicarla en grado quinto al año siguiente con los mismos estudiantes.

Es por esto que la presente investigación se desarrolló con un enfoque cualitativo-descriptivo, puesto que, por medio de la observación y análisis de las áreas y los conceptos que más se les dificultaba aprender a los estudiantes del grado cuarto y quinto, se concluyó que el área con mayor dificultad para ellos era matemáticas, específicamente los números fraccionarios, en: la identificación de éstos como parte de una unidad, la resolución de situaciones con estructura aditiva entre ellos, las operaciones de suma y resta de estos números; además los estudiantes también presentaban inconvenientes con la comprensión de las situaciones problema relacionadas con los mismos.

6.2.2 Diseño

Se elaboró la Unidad Didáctica (Ver Anexo 1), fundamentada en los aportes de los autores mencionados en el marco teórico, Tamayo (2010 y 2012) y Santomé (1998), y con base en textos guías de la Institución Educativa Nuestra Señora del Rosario y en el contexto social y cultural de los estudiantes para la elaboración de los problemas que se trabajarían en ella.

Esta Unidad Didáctica está conformada por tres partes:

MOMENTO DE UBICACIÓN: En esta parte inicial, se pretendía que los estudiantes leyeran con atención las indicaciones dadas, realizaran las actividades sobre casos de utilización de los números fraccionarios en su vida cotidiana, haciendo uso de los multicubos y otros materiales tangibles para materializar los ejemplos dados.

MOMENTO DE DESUBICACIÓN: El estudiante debía leer cuidadosamente la teoría para el desarrollo de operaciones de suma y resta de números fraccionarios homogéneos y heterogéneos, a la vez, revisar los ejemplos dados y desarrollar las actividades haciendo uso de los multicubos y participar en el conversatorio de socialización y conclusiones.

MOMENTO DE REENFOQUE: A los estudiantes correspondía leer, observar y analizar diferentes gráficas y/o fuentes, para así, de ellas extraer los datos necesarios para hallar la solución de los problemas planteados por medio del desarrollo de operaciones de suma y resta de números fraccionarios y con la utilización de los multicubos.

En cada uno de los momentos se trabajó resolución de problemas en actividades tanto individuales como grupales, a la vez que se aplicaban preguntas metacognitivas en cada uno de los procesos. Al finalizar cada momento de la Unidad Didáctica, se planteó realizar conversatorios de socialización con la finalidad de aclarar dudas, dar apreciaciones, y compartir experiencias y conclusiones entre todos los participantes. De igual manera, se pretendía implementar un grupo en WhatsApp en el cual los estudiantes comentaran libremente sus hallazgos, opiniones, dudas y comentarios sobre lo desarrollado en la Unidad Didáctica. Al mismo tiempo esta Unidad Didáctica tuvo en cuenta las siguientes estrategias de solución de problemas propuestas por Polya: comprender el problema, diseñar un plan, ponerlo en práctica y examinar la solución.

6.2.3 Aplicación

En la aplicación de la Unidad Didáctica, que se llevó a cabo en el transcurso de dos meses, tres horas a la semana, los estudiantes se sintieron muy contentos con el desarrollo de ésta, puesto que contiene trabajo individual y grupal, actividades lúdicas con el material manipulativo, conversatorios de socialización en el grupo de WhatsApp y en clase, para los cuales se implementaron algunos tiempos de las otras clases debido a que las intervenciones de los estudiantes se extendían en algunas ocasiones. También, descubrieron otras formas de realizar las sumas y restas con fraccionarios por sí mismos.

6.2.4 Análisis

Al culminar la aplicación de la Unidad Didáctica se pudieron establecer logros en los conocimientos adquiridos por los estudiantes, estos se describen en el análisis de la información. Se hará un análisis por medio de la triangulación de la información de los datos obtenidos, los aportes de autores sobre el tema y la perspectiva de la investigadora. La triangulación es definida por Sampieri (2003) como “el procedimiento que brinda un marco para la investigación cualitativa y permite organizar la recolección de información, analizarla mediante la construcción de categorías pertinentes y obtener conclusiones en un acercamiento cada vez más profundo al objeto de investigación” (P. 687), dicha triangulación se manejará con los datos obtenidos provenientes de las técnicas e instrumentos diseñados y aplicados: observación participante, conversatorio y unidad didáctica. Así mismo Sampieri (2003) expresa que “la triangulación de las fuentes implica comprobar la concordancia de los datos recogidos de cada una de ellas” (P. 155). Esto permitió que en el trabajo se pudiera dar cuenta de los avances cognitivos de los estudiantes en cuanto al tema trabajado, su participación en actividades grupales y socializaciones generales, los descubrimientos hallados en la realización de las actividades y el desarrollo de competencias.

6.3 PARTICIPANTES

La propuesta se llevó a cabo en la Institución Educativa Nuestra Señora del Rosario, Sede Simón Bolívar. Ésta es una sede urbana de carácter público, ubicada en el municipio de Belén de Umbría, Risaralda, a la cual asisten 535 estudiantes aproximadamente desde el grado preescolar a quinto; pertenecientes a los extractos socio-económicos 1, 2 y 3, en su gran mayoría; provenientes, en gran parte, de familias de caficultores y agricultores.

Para este proyecto se tomó como base los estudiantes del grado quinto, quienes están distribuidos en tres grupos de 30 a 33 estudiantes cada uno. Se escogió específicamente el grupo 5-1, debido a que, por medio de la observación y el análisis, se detectó que la mayoría de ellos presentaban dificultades con las operaciones de suma y resta de números fraccionarios y la aplicación de estrategias para solucionar problemas. Igualmente, los estudiantes presentaron gran interés por el trabajo con material

manipulativo (los multicubos) y cuentan con equipos tecnológicos como teléfonos celulares o tabletas, por lo que se vio la viabilidad de desarrollar actividades, haciendo uso de estos materiales, como método de socialización, asistencia, nivelación y adquisición de nuevos conocimientos.

Este grupo cuenta con treinta y dos estudiantes de ambos géneros, cuyas edades oscilan entre los 8 y 15 años de edad, son respetuosos de las diferencias, puesto que entre ellos seis pertenecen a otras etnias y dos son estudiantes de educación inclusiva; además son muy dinámicos, participativos, inquietos por aprender conceptos nuevos, sobre todo si estos aprendizajes son en forma lúdica y divertida.

6.4 MÉTODO

Para esta parte se tuvo en cuenta el tipo de investigación del proyecto, el método utilizado fue el estudio de casos, con el cual se analizaron los datos obtenidos en la aplicación del proyecto, como lo manifiesta Martínez (2006) “el método de estudio de caso es una herramienta valiosa de investigación, y su mayor fortaleza radica en que a través del mismo se mide y registra la conducta de las personas involucradas en el fenómeno estudiado” (P. 167).

Para el análisis, se recolectaron los datos de 4 estudiantes, quienes se escogieron uno por cada equipo de trabajo, puesto que realizar el análisis de los datos suministrados por los 32 estudiantes requiere de un arduo trabajo, y por ser de tipo cualitativo, la información podría expandirse desmedidamente. Según Sampieri (2003), un “estudio de casos descriptivo presenta un informe detallado del caso eminentemente descriptivo, sin fundamentación teórica ni hipótesis previas. Aporta información básica generalmente sobre programas y prácticas innovadoras”. (P. 119).

De esta manera, los datos pueden ser obtenidos de diferentes fuentes implementadas por los estudiantes durante la aplicación de la Unidad Didáctica, en este caso, estas fuentes son de carácter cualitativo. El trabajo de estos 4 estudiantes refleja el desarrollo de las actividades ejecutadas en los diferentes equipos.

Es así como el propósito principal de este método está orientado a proporcionar un análisis detallado sobre el proceso de investigación que se efectúa, en este caso cualitativo.

Con ello se procura detallar las características de aprendizaje de los estudiantes, la utilidad práctica de la Unidad Didáctica y el beneficio de la misma como estrategia metodológica de esta investigación para docentes.

6.5 CATEGORÍAS DE ANÁLISIS

Para considerar los datos obtenidos en la aplicación de este proyecto, se analizaron los avances de los estudiantes en cada uno de los momentos de la Unidad didáctica, para ello se tuvo como categoría de análisis principal la resolución de problemas, y como sub-categorías las estrategias planteadas por Polya: comprender el problema, diseñar un plan, ponerlo en práctica y examinar la solución. Además, se tiene en cuenta la regulación como sub-categoría de la metacognición.

6.5.1 Resolución de problemas:

Al prestar atención a diferentes situaciones presentadas con los estudiantes en cuanto a la resolución de problemas, se determinó trabajar este aspecto dentro del proyecto, con la finalidad de que ellos dieran solución a estos siguiendo los pasos trabajados en clase; así pudieron no sólo identificar los factores que ocasionaban el problema, sino también analizarlo, comprenderlo y asumir una posición reflexiva ante su solución. Los problemas trabajados desde la unidad didáctica fueron producto de la creación imaginaria de posibles eventos que se pueden presentar en la vida cotidiana escolar, en su gran mayoría, tal como lo manifiesta Cortés y Galindo (2007) citando a Polya (1954), “a los estudiantes se les debe brindar la oportunidad de resolver problemas en los que primero imaginen y luego prueben alguna cuestión matemática adecuada a su nivel” (P. 33). Estos pasos de resolución de problemas de Polya se desarrollaron de la siguiente manera:

Comprender el problema: se dieron las indicaciones a los estudiantes para que hicieran lectura de cada problema, se pretendía que el estudiante formulara y respondiera preguntas sobre lo trabajado para determinar si lo había comprendido adecuadamente para resolverlo; inicialmente se presentaron dificultades en este aspecto, pero con la práctica, se pudieron notar cada vez mejores resultados. Tal como lo afirma Piaget (1981), “la exploración consiste en la tendencia a poner en marcha operaciones ya existentes en una gama de situaciones o problemas nuevos, ampliando su rango de aplicación” (P. 29). A los

estudiantes se les dio la posibilidad de manipular los multicubos tanto a nivel individual como grupal, para describir mejor y representar lo que entendieron del problema.

Diseñar un plan: Se pretendía que los estudiantes plantearan diferentes estrategias para describir y desarrollar las actividades y de esas estrategias escogieran la que consideran más adecuada para resolver el problema propuesto. Según estudios realizados en el Instituto Tecnológico de Educación Superior de Monterrey “es pertinente elaborar un esquema que señale las posibles opciones para llegar a cubrir los objetivos de aprendizaje y la solución del problema” (P. 13), tal y como presentaron dificultades al principio para comprender el problema, también los tenían para plantear formas de solución, pero en las últimas actividades presentaron muy buenas ideas.

Ponerlo en práctica: en la socialización de los primeros problemas, los estudiantes reconocían estrategias para la solución de los mismos, ya que durante el desarrollo algunas veces no lo habían entendido, con los detalles de la solución de cada equipo y los aportes de los compañeros de otros equipos, podían determinar nuevas estrategias con las cuales hubieran podido resolverlo mejor. Cortés y Galindo (2007) mencionan que “el conocimiento y la práctica es justamente el objeto de la resolución de problemas y hace que se pueda mejorar con la práctica, pero para ello hay que conocer los procesos y aplicarlos de una forma planificada” (P. 13). Luego de la socialización del proceso de solución de varios problemas, los estudiantes ya podían resolverlos.

Examinar la solución: la socialización general, a manera de conversatorio, se convirtió en pieza clave para la elaboración de los conocimientos de los estudiantes, por medio de sus argumentos sobre los diferentes aspectos trabajados en el desarrollo de la unidad didáctica, los estudiantes reconocían si habían acertado en sus apreciaciones o, por el contrario, estaban equivocados en las mismas a la vez que complementaban con los aportes de sus compañeros.

Castorina y otros (2012) manifiesta que:

Las prácticas argumentativas de un grupo dado guardan una estrecha relación con los contextos institucionales en los que tienen lugar, puesto que las instituciones se

manifiestan a través de actos de habla (como el de argumentar), modelados por medio de normas y procedimientos (P. 262).

Esta argumentación se generó desde el aula de clase en los conversatorios generales permitiendo socializar las estrategias de cada equipo, los resultados obtenidos, los descubrimientos, las fortalezas de cada integrante, las dudas que se presentaron y la evaluación de cada uno de los estudiantes con respecto a los conocimientos adquiridos, desde el punto de vista de los actores principales del proceso de evolución del presente proyecto. Aquí el papel del docente fue dirigir el conversatorio y aclarar dudas en caso de no presentarse la solución entre los estudiantes.

6.5.2 Metacognición

Uno de los objetivos de esta investigación fue desarrollar y/o potencializar el aprendizaje metacognitivo de los estudiantes, ya que esta es la reflexión de cada persona sobre sus formas de aprender y el proceso de pensamientos desarrollados en este aspecto. De esta manera, al conocer mejor sobre sus aprendizajes, los estudiantes pueden mejorar también sus procesos cognitivos.

Regulación metacognitiva: Por medio de esta categoría, los estudiantes pudieron determinar la medida de los conocimientos que adquirirían con la aplicación de la unidad didáctica y la manera cómo estos conocimientos podían impactar de alguna forma en su entorno escolar, familiar y social. Tamayo (2006), citando a Brown(1987) afirma que “la regulación de los procesos cognitivos esta mediada por tres procesos cognitivos esenciales: planeación, monitoreo y evaluación” (P. 15), de esta forma, los estudiantes pudieron medir los conocimientos que habían adquirido a través del proceso de aplicación de la unidad didáctica, ya que por medio de preguntas dirigidas evaluaron e hicieron seguimiento de las estrategias que ellos mismos plantearon para dar solución a los problemas allí presentados; a la vez pudieron determinar la medida en la cual habían asimilado los conocimientos sobre resolución de problemas con estructuras aditivas de números fraccionarios, puesto que durante la socialización general reconocieron los errores y aciertos cometidos en la realización de las actividades.

Es de resaltar que a medida que los estudiantes avanzaban en el desarrollo de las actividades, fueron potencializando su capacidad de regulación metacognitiva, demostrando el perfeccionamiento de tal competencia con mayor propiedad en el momento de reenfoque, en el cual argumentaron y trataron de defender su punto de vista respecto al ejercicio realizado, basándose en los conocimientos adquiridos con tal aplicación.

6.6 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

Para recolectar toda la información, se utilizaron ciertos instrumentos y técnicas que sirvieron de apoyo en el momento del análisis y que fueron empleados en el desarrollo y aplicación de la Unidad Didáctica, los cuales son:

Técnicas

Observación participante:

Permite recopilar información de una manera más precisa y concreta sobre el objeto de estudio; para Monje (2011) la observación participante

Se considera como una técnica que permite el registro de las acciones perceptibles en el contexto natural y la descripción de una cultura desde el punto de vista de sus participantes. Comprende dos tipos de aproximación complementarios: la descripción de los componentes de la situación analizada y la observación participante propiamente dicha que conlleva a descubrir el sentido, la dinámica y los procesos de los actos y de los acontecimientos (P. 153).

El objetivo de la observación participante en el presente proyecto fue comprender la manera de desarrollar las diferentes actividades y las habilidades individuales y grupales de los estudiantes en la elaboración de su propio conocimiento, tanto en el aula de clase como en medios tecnológicos que emplean en la actualidad (WhatsApp). De esta manera se pudieron definir algunos motivos (familiares, sociales, escolares, económicos, anímicos) que conllevan a que determinados estudiantes asimilen los conocimientos con mayor facilidad y destrezas que otros.

Conversatorio:

Consistió en entablar una conversación sobre la temática que se va a desarrollar. Tal como lo manifiesta Monje (2011) “es un procedimiento de conversación libre entre los participantes, que se acompaña de una escucha receptiva del investigador con el fin de recoger todos los datos” (P. 150). En éste, se trató de involucrar a todos los estudiantes, con el fin de que aportaran sus ideas y dieran sus diferentes puntos de vista en cuanto a la temática trabajada. Se desarrollaron en el aula de clase a nivel del grupo en general, o por pequeños equipos de estudiantes, en los que cada uno de ellos podía expresar, sus ideas e inquietudes para ser complementadas o corregidas de ser el caso. Estos conversatorios también se dieron a través del grupo de WhatsApp, a partir de una actividad, pregunta y/o ejercicio planteado, teniendo el mismo objetivo de los conversatorios en clase, además de que los estudiantes pudieran compartir en familia el ejercicio y tener otros puntos de vista.

Instrumentos

Unidad Didáctica:

Se analizó la aplicación de los tres momentos de la Unidad Didáctica (ubicación, desubicación y reenfoque), la cual se encuentra como anexo 1. Estos momentos fueron desarrollados en los cuadernos de cada uno de los estudiantes.

WhatsApp:

Esta herramienta de comunicación actual, fue utilizada en la ejecución de este proyecto, para que, por medio de ella, los estudiantes expresaran sus ideas, dudas y sugerencias que se presentaron en horarios extra clases, ya que muchas veces, éstas surgen cuando se encuentran fuera del aula de clase y distante del docente.

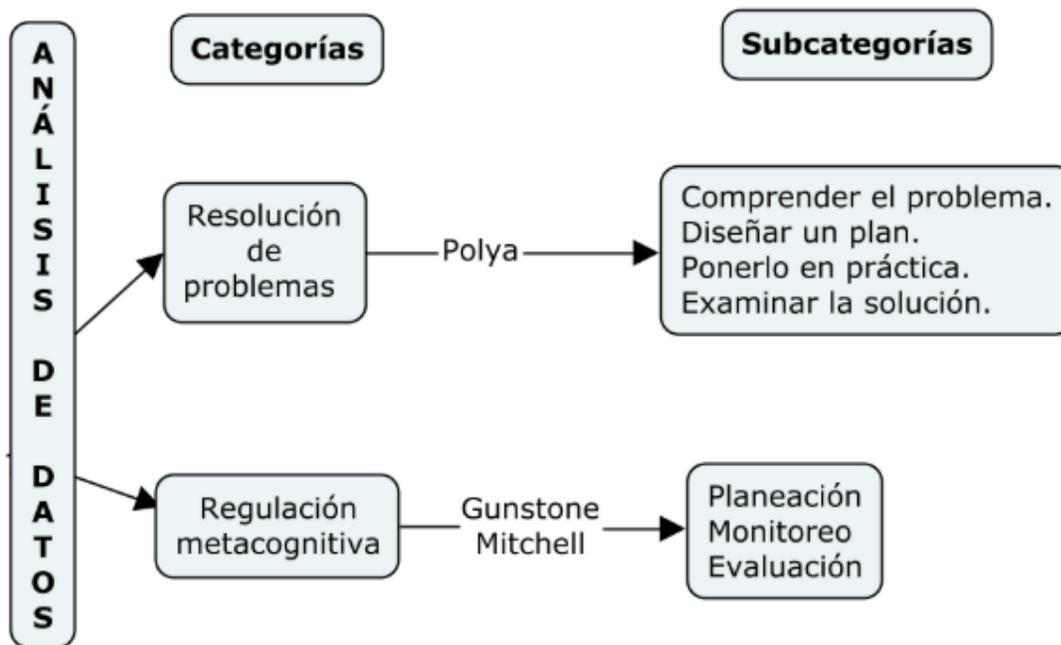
Cuaderno del estudiante:

En ellos, los estudiantes plasmaron el desarrollo de los momentos de la Unidad Didáctica, por tal motivo fue uno de los instrumentos más importantes para el análisis de la información en cuanto a los conocimientos desarrollados durante el transcurso de la aplicación del proyecto.

7 ANÁLISIS DE DATOS

Para el análisis de los datos, se tuvieron en cuenta las categorías establecidas en la pregunta de investigación y los objetivos, tanto general como específicos, y los resultados de la aplicación de la unidad didáctica con los estudiantes, esto apoyado en las teorías de anteriores investigaciones sobre los datos que se fueron presentando. Por lo cual, las categorías de este proyecto son a priori, puesto que ya se tenía establecido que los aspectos que se pretendían abordar con el grupo de estudiantes eran la resolución de problemas y la regulación metacognitiva, cada una con sus respectivas sub-categorías. En el siguiente esquema se muestra las categorías y sub-categorías trabajadas en la investigación para el análisis de los datos:

Ilustración 1 Análisis de datos



Fuente: elaboración propia

Es así como, con la aplicación de la unidad didáctica por parte de los grupos de estudiantes, se trabajó la categoría de resolución de problemas con los pasos que propone Polya: comprender el problema, diseñar un plan, ponerlo en práctica y examinar la solución; y la regulación metacognitiva que permite al estudiante evaluar el aprendizaje

adquirido en el transcurso del estudio, mediante planeación, monitoreo y evaluación del proceso.

Para realizar el análisis de información se organizarán los datos obtenidos de la aplicación de las actividades, de los diferentes momentos, por medio de la siguiente matriz. Las respuestas escritas de los estudiantes se anexan escaneadas y las respuestas orales se transcriben.

Momento de ubicación

En este momento de la unidad didáctica se trabajó los números fraccionarios en la vida cotidiana, en equipos de tres estudiantes. Ellos debían presentar física y gráficamente diferentes situaciones cotidianas en las que se emplean este tipo de números, para ello se les dio la opción de utilizar los multicubos, los cuales se encontraban a disposición de todos.

Antes de empezar el proceso de enseñanza con el grupo de estudiantes, es preciso comprender las ideas que tienen cada uno de ellos sobre la resolución de problemas que involucran estructuras aditivas de números fraccionarios; de esta forma el proceso de aprendizaje puede tener una base. Tal como lo indica Sanmartí(2007) “aprender no es tanto incorporar conocimientos a una mente vacía, como reconstruirlos a partir de otros ya conocidos, revisando concepciones iniciales y rehaciendo prácticas” (P. 07). Es así como la indagación de saberes previos permitió conocer la postura del estudiante frente al concepto, con el fin de orientar los planteamientos que se propusieron durante la Unidad Didáctica.

Tabla 1 Momento de ubicación

<p>PREGUNTA 1: Cuando compras un octavo de cartulina en la papelería, ¿en cuántas partes debe partir, el vendedor, un pliego de cartulina?</p>
<p>RESPUESTAS:</p> <ul style="list-style-type: none">• E1: “El vendedor lo parte en 8 partes y en 2 más, porque octavos es en 8 y 2 no sé” (respuesta momento de ubicación, mayo 26 de 2017).

- E2: “El vendedor lo parte en 4 partes. Porque le hace 1 línea horizontal y 3 verticales” (respuesta momento de ubicación, mayo 26 de 2017).



- E3: “El vendedor parte el pliego en $\frac{4}{8}$ de cartulina. Porque $\frac{4}{8}$ forman un pliego” (respuesta momento de ubicación, mayo 26 de 2017).
- E4: “El vendedor lo parte en $\frac{2}{8}$. Porque necesita partirlo a la mitad” (respuesta momento de ubicación, mayo 26 de 2017).

ANÁLISIS:

En estas respuestas podemos considerar, que no se han desarrollado los pasos de resolución de problemas en la mayoría de los estudiantes, pues contrario a lo expresado por Sanmartí (2007): “Se pretende que explicita el proceso que se debe aplicar al ejecutar una tarea, o los aspectos en los que debe pensar al elaborar una explicación fundamentada en un determinado modelo teórico. El alumnado podría formularse preguntas” (P. 10), se puede valorar que a los estudiantes 1, 3 y 4 les falta comprender el problema, por lo cual, no se evidencia la elaboración de preguntas a partir de la situación propuesta, tales como: “¿qué es lo que me preguntan en este problema?, ¿qué datos me brinda el problema para encontrar la solución?, ¿qué operaciones necesito realizar para encontrar la solución?, entre otras” que lleve a los estudiantes al diseño de un plan para buscar la solución. Así mismo no se puede evidenciar una regulación metacognitiva en los procesos de aprendizaje.

En el estudiante 2, se estima un mejor desarrollo de los pasos de resolución de problemas de Polya, ya que demuestra haber comprendido mejor el problema, diseñó un plan para buscar la solución y encontró una respuesta más acertada al mismo, sin embargo, le faltó examinar la respuesta que estaba dando, ya que ésta no coincide con lo que expresa en el gráfico. En esta medida, el estudiante desarrolla parcialmente su regulación metacognitiva, planea la solución, pero le falta monitorear y evaluar su proceso.

Aunque se les dio la oportunidad de utilizar los multicubos para resolver el problema, los estudiantes no tuvieron en cuenta este material, posiblemente no asociaron los cubos presentados con las cartulinas del problema planteado.

PREGUNTA 2: La profesora del grado Quinto de la institución Educativa Simón Bolívar, pide a sus estudiantes que, en equipos, realicen un mapa del municipio en medio $\frac{1}{2}$ pliego de cartulina. Juan, Camila y Andrés conforman un equipo. Juan dice que él tiene dos octavos de cartulina, Camila tiene un octavo y Andrés también llevó un octavo. Camila propone pegar sus partes para hacer el trabajo. ¿Crees que al unir las cartulinas de Juan, Camila y Andrés les alcanzará para hacer el trabajo propuesto por la profesora?



RESPUESTAS:

- E1: “Si alcanza. Si las unes bien y le queda bonito porque queda más presentable” (respuesta momento de ubicación, mayo 26 de 2017).
- E2: “Si les alcanza porque se formaría un pliego y les alcanza para hacer el dibujo” (respuesta momento de ubicación, mayo 26 de 2017).
- E3: “Si, porque tienen las partes necesarias para formar el pliego de cartulina” (respuesta momento de ubicación, mayo 26 de 2017).
- E4: “Les alcanza y les sobra. Porque necesitan $\frac{1}{2}$ y Juan Tiene $\frac{2}{8}$, Camila $\frac{1}{8}$ y Andrés $\frac{1}{8}$. Entonces cada uno tiene más de lo que es” (respuesta momento de ubicación, mayo 26 de 2017).

ANÁLISIS:

Los estudiantes realizaron el ejercicio teniendo en cuenta el problema planteado y la gráfica que en el mismo se presentó, además se les dio la oportunidad de trabajar con los multicubos, sin embargo, no los utilizaron. En el desarrollo de esta pregunta se pudo apreciar que los estudiantes dieron las respuestas tomando como referencia 1 pliego de cartulina, cuando en la misma se indaga tomando como base $\frac{1}{2}$ pliego, por lo tanto no manejaron los pasos de solución de problemas, debido a que no lo comprendieron apropiadamente lo que se les estaba preguntando, no diseñaron un plan de solución que los llevara a descubrir la respuesta correcta. En los argumentos que presentaron los estudiantes, se alcanzó a observar que faltó mayor profundidad, ya que ellos asumían que la respuesta era suficiente para el docente y las

justificaciones sobran, así como lo manifiesta Sanmartí (2007): “Si lo que se escribe va dirigido sólo al docente, como los alumnos ya saben que éste conoce la respuesta, no se esfuerzan en explicarse bien” (P. 13). De esta manera, se evidencia ausencia de una regulación metacognitiva en la adquisición de los conocimientos en los estudiantes, puesto que no se percibió una planeación en las respuestas que ellos mismos daban, ni supieron dar una explicación de dichas respuestas al preguntar por los motivos que los llevó a obtenerlas.

PREGUNTA 3: La profesora del grado Quinto de la institución Educativa Simón Bolívar, pide a sus estudiantes que, en equipos, realicen un mapa del municipio en medio $\frac{1}{2}$ pliego de cartulina. Juan, Camila y Andrés conforman un equipo. Juan dice que él tiene dos octavos de cartulina, Camila tiene un octavo y Andrés también llevó un octavo. Camila propone pegar sus partes para hacer el trabajo. ¿Qué operación matemática deben realizar en el equipo de estudiantes para saber si les alcanzan las cartulinas?

RESPUESTAS:

- E1: “Debemos hacer una división y una fracción. La división para saber cómo esta partida y la fracción que representa la cantidad” (respuesta momento de ubicación, mayo 26 de 2017).
- E2: “Una fracción mixta. Porque así se puede representar el pliego de cartulina y los pedazos que tienen los niños” (respuesta momento de ubicación, mayo 26 de 2017).
- E3: “Una suma, porque se deben unir lo que tiene cada estudiante para saber cuánto tienen entre todos” (respuesta momento de ubicación, mayo 26 de 2017).
- E4: “Una división. Porque hay que partir el pliego de cartulina para saber qué parte ocupa el que cada niño llevó” (respuesta momento de ubicación, mayo 26 de 2017).

ANÁLISIS:

Aquí pudimos observar que los conocimientos que tenían los estudiantes no eran suficientes para dar respuesta a las preguntas que se enfrentaban en el momento, pues hicieron operaciones diferentes a las que se requerían. A diferencia de las anteriores respuestas, los estudiantes empiezan a dar una explicación de sus respuestas. Los pre-saberes que poseían les

daban un acercamiento a la respuesta adecuada, en sus argumentos se aprecia una ligera idea de la respuesta a la que se pretende llegar. Así lo expresa Sanmartí (2007):

Los aspectos u operaciones que se espera que el alumnado aplique al realizar una determinada tarea, ya sea al explicar un hecho, definir un concepto, resolver un problema... Pueden coincidir con los aspectos analizados en una red sistémica o con operaciones explicitadas en la base de orientación. (P. 13).

En esta etapa de aplicación de la unidad didáctica, se puede apreciar que los estudiantes tenían escasos conocimientos sobre los términos que trata la unidad didáctica, y aún no enlazaban unos con otros. Los estudiantes 1 y 4 expresaron el reconocimiento de una fracción como parte de una unidad, el estudiante 2 la representación de unidades y fracciones, el estudiante 3 la implementación de situaciones aditivas en la solución del problema presentado; aun conociendo algunas partes no dieron solución completa al problema debido a la falta de conocimiento del procedimiento para relacionarlos y hallar la solución.

PREGUNTA 4: Camila tiene un octavo de cartulina. ¿Cuántas partes de cartulina, como la que tiene Camila, son necesarias para completar un pliego?

RESPUESTAS:

- E1: “Después de las partes de Camila se necesitan 8 más. Porque con la de Camila que es $\frac{1}{8}$ y 8 más se forma el pliego” (respuesta momento de ubicación, mayo 26 de 2017).
- E2: “4 partes, porque así se puede formar la cantidad que los niños necesitan para hacer el trabajo” (respuesta momento de ubicación, mayo 26 de 2017).
- E3: “Se necesitan $\frac{4}{8}$ de cartulina para hacer el trabajo. Eso forma el pliego de cartulina” (respuesta momento de ubicación, mayo 26 de 2017).
- E4: “Solo 1 parte, porque con esos 2 se forma un pliego” (respuesta momento de ubicación, mayo 26 de 2017).

ANÁLISIS:

Como se ha podido evidenciar en las respuestas de las preguntas anteriores, los estudiantes conocen la representación de una fracción, la fracción como parte de una unidad, y las

situaciones aditivas como medio para resolver un problema; en las respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta se puede afirmar que interpretaron el concepto dependiendo de los conocimientos que tenían sobre el mismo. A esto hace referencia León y Calderón (2001):

En cuanto a la manifestación de recursos discursivos, se observó el predominio de recursos descriptivos en las etapas iniciales, con una evolución hacia el uso de recursos explicativos en las otras dos fases del proceso argumentativo. Esto permite establecer una relación entre concepción matemática y el proceso discursivo (P. 16).

Al ser ésta la etapa inicial, cada estudiante interpretó la pregunta a su manera, describiendo las razones que consideraban pertinentes en cuanto a la representación de fracciones con las cuales dieron esa respuesta, a la vez la respondieron de acuerdo a los preconceptos que tenían sobre la misma. Sin embargo, sólo una de las respuestas (E1), se acerca a la correcta, por lo cual se puede observar que no presentaron un desarrollo perceptible de las estructuras aditivas, ni de los pasos para la solución de problemas propuestas por Polya, es posible que hayan comprendido el problema, pero faltó diseñar un plan para ponerlo en práctica y finalmente examinar si dicho plan los llevó a la respuesta requerida. Tampoco se evidencia el desarrollo de la regulación metacognitiva, no se distingue la planeación, el monitoreo ni la evaluación en las respuestas que presentan.

PREGUNTA 5: Haz el ejercicio de las cartulinas con octavos como lo muestra el problema. ¿Qué puedes decir de esto? (Para resolver esta pregunta los estudiantes utilizan cartulinas).



RESPUESTAS:

- E1: “Que las cartulinas de los niños les alcanza para hacer la actividad que les dijo la profesora” (respuesta momento de ubicación, mayo 26 de 2017).

- E2: “Que entre todos pueden hacer el trabajo y no les queda haciendo falta ni les sobra nada” (respuesta momento de ubicación, mayo 26 de 2017).
- E3: “Profe, que las cartulinas que tienen los niños apenas es para hacer el trabajo y que se necesitan 8/8 de cartulina para formar un pliego. No, pues así es más fácil” (respuesta momento de ubicación, mayo 26 de 2017).
- E4: “Que 1/8 es menos que 1/2 y que entre todos pueden hacer el trabajo sin que les falte ni les sobre cartulina” (respuesta momento de ubicación, mayo 26 de 2017).

ANÁLISIS:



Al desarrollar esta última pregunta del ejercicio propuesto, implementando material manipulativo (cartulina), se puede apreciar que los estudiantes comprendieron mejor el problema planteado, según lo manifestado en sus respuestas E3 “pues así es más fácil”. Diseñaron un plan, al manipular las cartulinas se pudo

observar como cada uno daba diferentes ideas para organizarlas hasta que, al fin a uno de ellos, dijo “2x4, ponemos 4 de este lado y 2 de este” (socialización en momento de ubicación, mayo 26 de 2017); lo pusieron en práctica y con ello examinaron que la solución era más precisa; así resolvieron la situación planteada, desarrollando en cierta medida los pasos de solución de problemas.



Haciendo una comparación del proceso realizado con las primeras preguntas y la aplicación de un proceso aplicado totalmente diferente en el que se implementa material manipulativo para hallar la solución, se pudo evidenciar que a los estudiantes se les facilitó resolver el problema con esta última opción, incluso pudieron responder preguntas anteriores, especialmente la pregunta ¿Crees que al unir las cartulinas de Juan (2/8), Camila (1/8) y Andrés (1/8) les alcanzará para hacer el trabajo propuesto por la profesora (en medio pliego de cartulina)?, que fue respondida y explicada adecuadamente por cada uno de los estudiantes con este ejercicio; además sacaron nuevas conclusiones, por ejemplo: el E4 “1/8 es menos que 1/2”. En este

sentido Sanmartí (2007) menciona que: “es bien sabido que la verdadera motivación se produce cuando los alumnos descubren el placer de utilizar un nuevo conocimiento para entender” (P. 14). Con la práctica de la manipulación de las cartulinas, se pudo apreciar que los estudiantes demostraron mayor interés, satisfacción y seguridad con esta actividad, ya que manifestaron haberlo entendido con propiedad y haber descubierto nuevos conocimientos sobre el tema de fraccionarios, como: E3 mencionó que “la unidad representada en fracción tiene el mismo número en el numerador y en el denominador” (socialización en momento de ubicación, mayo 26 de 2017), E4 expresó que “cuando una fracción es mayor en el denominador que otra, esa fracción es más pequeña” (socialización en momento de ubicación, mayo 26 de 2017). En estas respuestas de socialización sobre la implementación de las cartulinas físicas para la solución del problema, se puede percibir que los estudiantes han empezado a desarrollar la regulación metacognitiva, en cuanto se observa la planeación para encontrar la solución, monitoreo del proceso ejecutado, y evaluación de los conocimientos que estaban elaborando. Cabe destacar que esta actividad la desarrollaron más como un juego que como una tarea, por lo que se vio gran motivación en su aplicación.

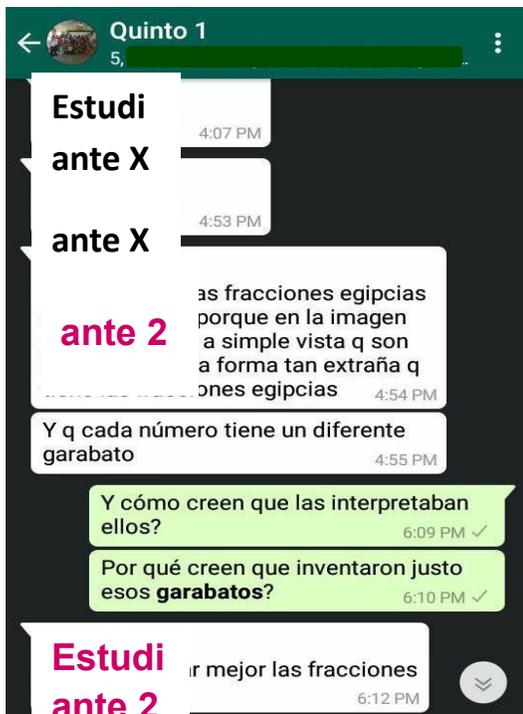
Fuente: elaboración propia

A iniciar el momento de ubicación, se les propuso el siguiente ejercicio en el grupo de WhatsApp:

Los egipcios, quienes fueron una de las primeras culturas en hablar de los números fraccionarios, los representaban de la siguiente forma:



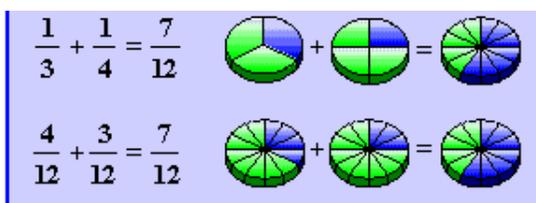
¿Cómo interpretas estas representaciones? (justifica tu respuesta)

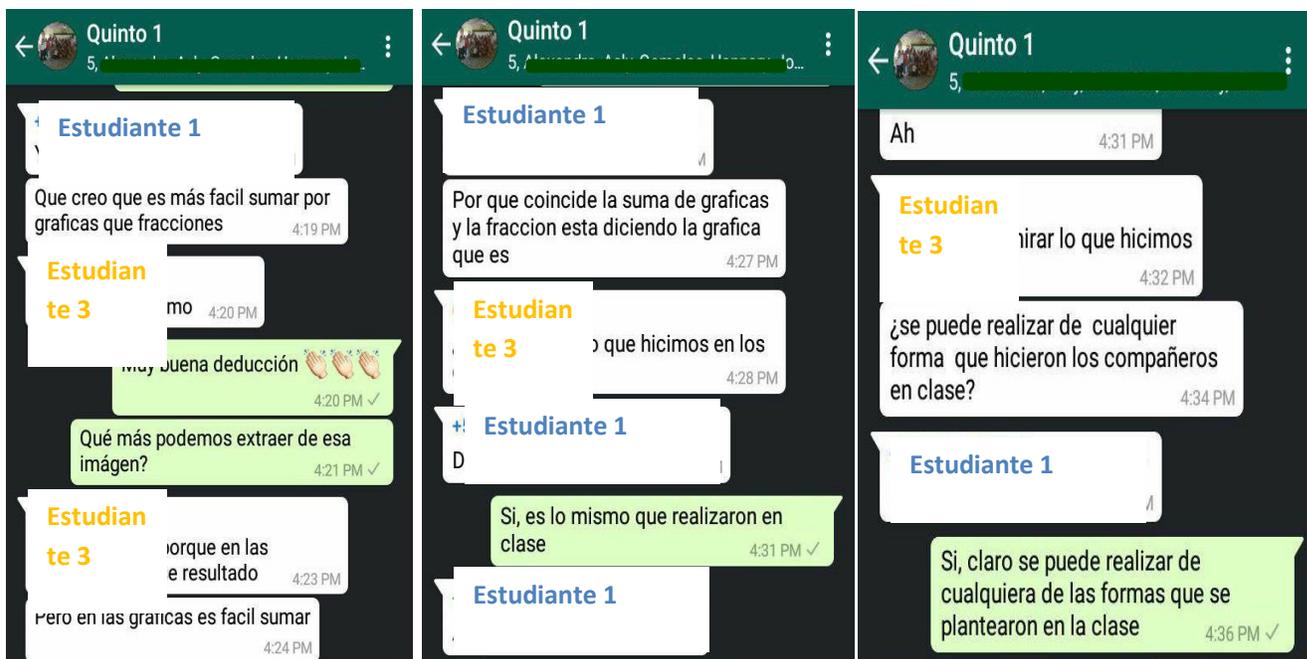


(Conversación de WhatsApp, mayo 29 de 2017).

En esta actividad se puede notar que los estudiantes aparte de no conocer sobre la pregunta planteada, también muestran desinterés por la misma. Esta discusión se continuó al día siguiente en el aula de clase debido a que se hacía tarde para que los estudiantes participaran del chat de WhatsApp; en esta clase se les dio una explicación más detallada por medio de una narración sobre el inicio y evolución de los números fraccionarios, de esta manera se notó mayor interés y comprensión sobre el mismo.

Al finalizar la aplicación del momento de ubicación, se les se expuso la siguiente gráfica el grupo de WhatsApp y se les pidió que analizaran tanto operaciones como gráficas y que sacaran sus propias conclusiones.





(Conversación de WhatsApp, julio 11 de 2017).

En la participación de los estudiantes en el grupo de WhatsApp, se pudo notar que ellos sacaron sus propias conclusiones y expusieron sus puntos de vista, así mismo compararon la actividad propuesta por este medio con las actividades trabajadas en clase; también comentaron el método de las gráficas les pareció más fácil para resolver el problema. Por ejemplo, para algunos era más sencillo resolverlo por método de gráfica de fracciones, por el contrario, otros compararon su forma de aplicación con los métodos por los cuales resolvieron sus compañeros en clase, a algunos les parecía más fácil desarrollarlo hallando el mínimo común múltiplo (m.c.m.), y otros por amplificación de fracciones.

Es así como en este momento de ubicación, se pudo apreciar que los estudiantes, respondieron a las preguntas basados en los conocimientos que tenían sobre números fraccionarios con lo visto en las clases, de grados anteriores, y con la experiencia práctica de su vida diaria, demostraron conocer sobre todo acerca de representación de fraccionarios, la fracción como relación parte todo, la fracción como el producto de una división; sin embargo, estos conocimientos no fueron suficientes para que ellos pudieran llegar a conclusiones más profundas sobre el problema planteado, debido a que les faltó aplicar las estructuras aditivas en números fraccionarios, puesto que las estructuras aditivas

apenas estaban asimilándolo. De igual forma, no comprendieron algunos problemas a cabalidad para plantear un plan y ponerlo en práctica para hallar una correcta solución a los mismos, notándose la carencia de la aplicación de los pasos de Polya para la resolución de problemas.

Así mismo, se pudo evidenciar que les faltó reconocer qué operación matemática debían implementar para resolver el problema trabajado; esto se pudo comprobar en las respuestas dadas, debido a que no habían llegado a trabajar resolución de problemas que involucran estructuras aditivas de números fraccionarios.

Durante la socialización, no se llegó a un acuerdo de solución del problema entre ellos, manifestándose en las dudas presentadas y la falta de explicaciones para defender su posición. Cada uno tenía pocos conocimientos sobre lo trabajado, aun así querían dar su posición al respecto y defender su postura. A continuación, se exponen las posiciones de algunos estudiantes durante el conversatorio de socialización general:

E2: “Yo pude encontrar la respuesta con la suma, porque al leer el problema me di cuenta que era una suma lo que se necesitaba para resolverlo”

E1: “Pero es que unos sumaron, otros dividieron y otros restaron, yo creo que están mal porque ninguno multiplicó”

E3: “yo lo hice con la suma porque con otra operación no me da”

EX: “Yo lo que veo es que para sumar fraccionarios hay que dividir, multiplicar, sumar y restar”

EY: “A mí me parece muy complicado porque tiene muchas cosas”

E2: “Sí, es complicado porque apenas estamos aprendiendo”

E4: “Sí, porque cada quien tiene diferente punto de vista, y aunque tengamos diferentes respuestas, el resultado es el mismo”

E1: “pues porque cada uno lo hizo a su manera. Pero cuando lo hicimos todos en grupo ya nos dio lo mismo”

(Conversatorio de socialización general en clase, julio 06 de 2017)

La docente concluye explicando que este es el momento de iniciación y que a medida que se resuelvan otros problemas, se reafirmaran los conocimientos que han adquirido y ya no será tan complicado.

En este momento de ubicación, también se pudo apreciar que, al desarrollar la actividad con material manipulativo, los estudiantes manifestaron que se les hizo más fácil resolver el problema porque tomaron las fracciones hasta formar la unidad, compararon las fracciones dadas, determinando la fracción mayor, la fracción menor y justificando dicha respuesta.

De esta manera, se pudieron adquirir bases suficientes para precisar el tipo de instrumentos que se utilizarían durante la aplicación de la Unidad Didáctica con el fin de dar a conocer la resolución de problemas que involucran estructuras aditivas en números fraccionarios a los estudiantes. Tal como lo expresa Schoenfeld (1982), citado por Barrantes (2006): “los conocimientos previos que posee el individuo; se refiere, entre otros, a conceptos, fórmulas, algoritmos, y, en general, todas las nociones que se considere necesario saber para enfrentarse a un determinado problema” (P. 2). Así mismo Barrantes (2006) refiere que “el profesor debe estar claro sobre cuáles son las herramientas con las que cuenta el sujeto que aprende. Porque si a la hora de resolver un problema el individuo no cuenta con las herramientas necesarias para encontrar la solución, entonces, no va a funcionar” (P. 3). Es así, como se estableció un nivel básico en el conocimiento de los estudiantes sobre los números fraccionarios, y como la implementación de recursos manipulativos, como fue el caso de las cartulinas, condujo a desarrollar un mejor progreso en el proceso de aprendizaje en ellos, de igual forma el objetivo primordial de trabajar problemas cotidianos del estudiante fue llamar la atención y mantener el interés en la adquisición del nuevo aprendizaje, ya que al sentirse conocedores de alguna parte de la situación trabajada, hace que quieran conocer más y, en ocasiones, verificar la información obtenida.

En este momento de aplicación de la unidad didáctica no se evidenció el desarrollo a profundidad de los pasos para la solución de problemas propuestas por Polya; en una corta

medida, los estudiantes llegaron a comprender el problema, pero faltó profundizar en el análisis del mismo para que pudieran diseñar un plan adecuado, ponerlo en práctica y finalmente examinar la solución. Asimismo, se evidencia que, al iniciar este momento de ubicación, los estudiantes no empleaban la regulación metacognitiva, luego con la implementación de material manipulativo como las cartulinas se observó un leve avance en la misma en cuanto planeaban cómo utilizar este material en la búsqueda de la respuesta, monitorearon el proceso empleado y evaluaron las respuestas que dieron en la socialización general.

Momento de desubicación

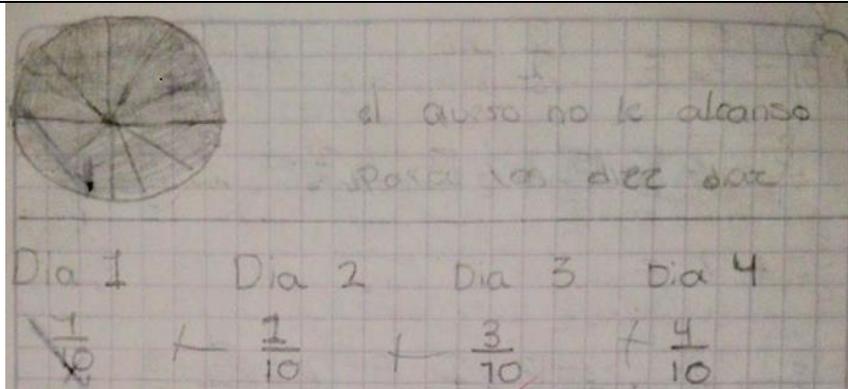
Para el segundo momento de la unidad didáctica, se trabajó la conceptualización de adición y sustracción de números fraccionarios, estas actividades las debían desarrollar en forma individual y luego socializarla con los compañeros, lo que se implementó fue la apropiación de procedimientos para hallar la solución a problemas que involucran situaciones aditivas con números fraccionarios; de igual forma se les proporcionó el acceso a los multicubos para los que los quisieran implementar en la solución de las actividades.

En el momento de desubicación de la unidad didáctica, se socializaron teorías sobre el proceso para resolver estructuras aditivas de números fraccionarios, de esta manera se les ofreció a los estudiantes los métodos para que compararan lo aplicado con anterioridad a la información obtenida con los nuevos conocimientos adquiridos por medio de la teorización que se les presentó en esta etapa. Al comparar sus pre-saberes con la teoría dada, los estudiantes crearon un nuevo conocimiento.

A continuación, se presentan algunas actividades presentadas a los estudiantes y sus respectivas respuestas:

Tabla 2 Momento de desubicación

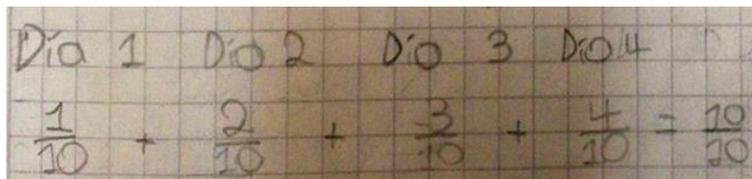
<p>ACTIVIDAD: Clara compró un queso. El primer día se comió $\frac{1}{10}$ del queso y cada día siguiente se comió $\frac{1}{10}$ más que el día anterior.</p> <p>PREGUNTA 1: ¿Para cuántos días le alcanzó el queso?</p>
<p>RESPUESTAS:</p> <ul style="list-style-type: none"> • E1:



“el queso no le alcanzó para los diez días”

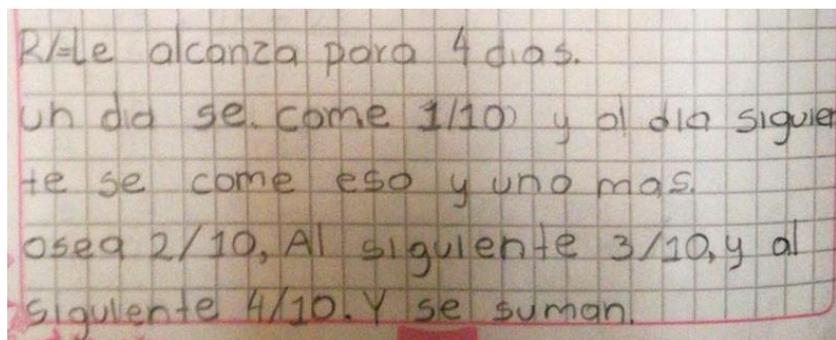
(respuesta momento de desubicación, julio 25 de 2017).

- E2:



(respuesta momento de desubicación, julio 25 de 2017).

- E3:



“Le alcanza para 4 días. Un día se come 1/10 y al día siguiente se come eso y uno más, o sea 2/10, al siguiente 3/10, y al siguiente 4/10. Y se suman”

(respuesta momento de desubicación, julio 25 de 2017).

E4: “Le alcanzó para 22/20.”

(respuesta momento de desubicación, julio 25 de 2017).

ANÁLISIS:

En estas respuestas se puede considerar, que se ha empezado a emplear las etapas de resolución de problemas que se pretende desarrollar en los estudiantes con la aplicación de esta unidad didáctica, pues como lo expresa Sanmartí (2007): “se pretende que explicita el proceso que se debe aplicar al ejecutar una tarea, o los aspectos en los que debe pensar al elaborar una explicación fundamentada en un determinado modelo teórico” (P. 10), esto es lo que se pretendía con la primera etapa para la resolución de problemas, en la cual el estudiante leyera la situación planteada, la comprendiera y se encontrara con la capacidad de hallarle solución utilizando diferentes procedimientos para tal fin; en los estudiantes 1, 2 y 3 se puede reconocer una adecuada comprensión del problema planteado, motivo por el cual fue posible que llegaran a la solución apropiada del mismo, planearon y aplicaron un plan para resolverlo y verificaron esta información. El estudiante 1 lo realizó por medio de gráfica, el estudiante 2 realizó una suma de los números fraccionarios que se plantean en el problema, el estudiante 3 implementó los multicubos.

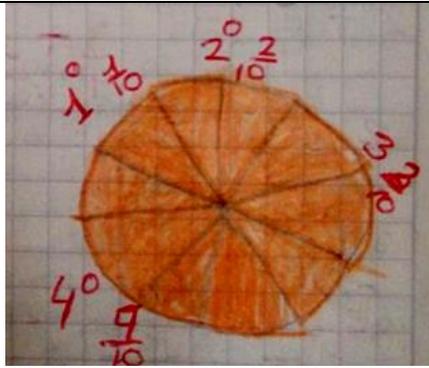


El estudiante 4 no desarrolló la actividad por escrito y dio una respuesta verbalmente incorrecta para el planteamiento del problema, esto revela que no ha desarrollado aún la etapa de comprensión del problema, al no comprenderlo, difícilmente estaría en capacidad de plantear un plan de solución al mismo. Es así como no se vislumbró el desarrollo total de dichos pasos, pues, aunque el estudiante pronunció una respuesta no realizó la operación matemática, por lo que no le fue posible examinar la solución que presentó; de igual forma se puede notar que aún le falta desarrollar la regulación metacognitiva que lo lleve a reflexionar sobre los aspectos que influyen en la respuesta dada.

PREGUNTA 2: la anterior pregunta te permite saber para cuántos días le alcanza el queso a Clara. ¿Cómo resolviste el problema?, socializa tu respuesta en tu grupo de trabajo.

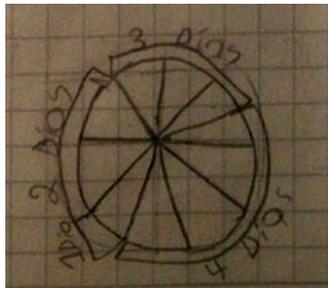
RESPUESTAS:

- E1:



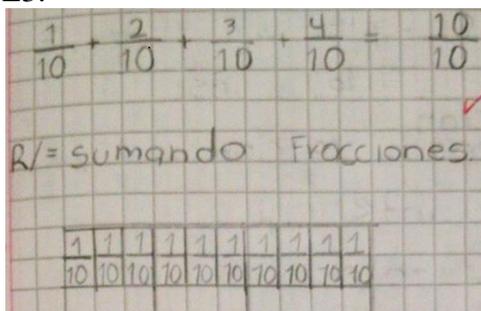
“Yo hice un círculo y lo partí en 10 partes, luego señalé una de esas partes que fue lo que se comió el primer día, después señalé otras 2 partes que era lo del segundo día, luego otras 3 partes del tercero y me quedaron 4 partes para el cuarto día y ya se acabó el queso, no le alcanzó sino para esos 4 días” (respuesta momento de desubicación, julio 25 de 2017).

- E2:



“Yo hice lo mismo, con un círculo lo partí en diez y en él iba señalando las partes de cada día y no alcanzó sino para 4 días” (respuesta momento de desubicación, julio 25 de 2017).

- E3:



“Yo hice una suma de las fracciones que le tocaba cada día, el primer día $1/10$, el segundo día $2/10$, el tercer día $3/10$ y el cuarto día $4/10$; iba colocando los números e iba sumando hasta que llegué a 4 y ya me dio $10/10$ y eso es una unidad, osea que no se

puede sacar más. Después quise comprobarlo haciendo un cuadro con las fracciones de cada día” (respuesta momento de desubicación, julio 25 de 2017).

- E4: “Haciendo una suma de las fracciones, multiplicando en x, pero eso me dio más raro, porque no me dio como a los demás” (respuesta momento de desubicación, julio 25 de 2017).

ANÁLISIS:

En la socialización del desarrollo de estas actividades se tuvo en cuenta las respuestas de los estudiantes sobre el proceso que efectuaron en los equipos de trabajo para dar solución al problema planteado. Por medio de éstas respuestas se pudo determinar el nivel de conocimiento y los refuerzos que se aplicaron, dependiendo del caso en cada uno de los estudiantes; tal como lo expresa Toulmin (1979) citado por León y Calderón (2001)

En el recorrido que viven los alumnos desde el planteamiento original del problema hasta su solución, trabajan de manera colaborativa en pequeños grupos, compartiendo en esa experiencia de aprendizaje la posibilidad de practicar y desarrollar habilidades, de observar y reflexionar sobre actitudes y valores que en el método convencional expositivo difícilmente podrían ponerse en acción (P. 2).

En las respuestas dadas por los estudiantes a esta pregunta, se pudo apreciar que desarrollaron las actividades en equipos, de tal manera que aplicaron mejor algunas de las etapas de la resolución de problemas, alcanzándose a distinguir, entre ellos, la comprensión del problema planteado, compartieron en los equipos de trabajo el plan que cada uno implementó para hallar la solución y los evaluaron por medio de comparación, diciendo cuál de ellos les pareció más sencillo; en su gran mayoría lo realizaron por medio de gráficas, y aunque los métodos que se les había explicado para solución de operaciones de adición y sustracción de números fraccionarios fueron el de amplificación de números para llegar a fracciones equivalentes y por medio de hallar el mínimo común múltiplo (mcm), el estudiante 4 socializa otra forma de resolver adición de fraccionarios, pues en su equipo, tratando de solucionar las operaciones por medio del mcm, redescubrieron el método mariposa para resolver este tipo de operaciones; con este método, el procedimiento que el estudiante realizó fue más comprensible, que en la

pregunta anterior, aunque le faltó tener en cuenta algunos aspectos como que en el tercer día Clara se comió $\frac{3}{10}$ del queso y en el cuarto día $\frac{4}{10}$, pues en la respuesta que el estudiante da, manifiesta haber sumado $\frac{1}{10}$ y $\frac{2}{10}$. Luego de la socialización se dio cuenta del error cometido y pudo conocer mejor el método mariposa que sin saberlo lo estaba aplicando de una forma incompleta, es así como se evidencia que los estudiantes empiezan a manejar la regulación metacognitiva, debido a que además de planear, monitorean los procedimientos efectuados y evalúan las respuestas encontradas con la aplicación del plan.

Fuente: elaboración propia

Por medio del WhatsApp, los estudiantes compartieron sus dudas y la docente amplió los conceptos sobre el método mariposa para resolver situaciones aditivas con números fraccionarios.



$$\begin{array}{ccccccc}
 & & \text{MULTIPLICA} & \text{MULTIPLICA} & \text{MULTIPLICA} & \text{SUMA} & \\
 & & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \\
 \frac{3}{4} + \frac{2}{5} & \begin{array}{c} \text{15} \\ \text{3} \quad \text{2} \\ \text{---} + \text{---} \\ \text{4} \quad \text{5} \end{array} & \begin{array}{c} \text{15} \quad \text{8} \\ \text{3} \quad \text{2} \\ \text{---} + \text{---} \\ \text{4} \quad \text{5} \end{array} & \begin{array}{c} \text{15} \quad \text{8} \\ \text{3} \quad \text{2} \\ \text{---} + \text{---} \\ \text{4} \quad \text{20} \end{array} & \begin{array}{c} \text{15} \quad \text{8} \\ \text{3} \quad \text{2} \\ \text{---} + \text{---} \\ \text{4} \quad \text{20} \end{array} & = \frac{23}{20} & \\
 \end{array}$$



1

(Conversación en chat de WhatsApp, julio 25 de 2017).

Algunos estudiantes manifestaron que les pareció más fácil resolverlas operaciones por el método “Mariposa”, otros obteniendo el mcm.

En este momento de aplicación de la unidad didáctica, se observó por medio de las respuestas que los estudiantes dieron a los planteamientos, comprensión del problema propuesto y manejo de diferentes estrategias para desarrollar las situaciones aditivas con números fraccionarios. Sin embargo, presentaron dificultades al aplicarlas, puesto que, según ellos, E1: “es que uno se enreda con las diferentes cosas que hay que hacer, porque para sumar fracciones hay que multiplicar, después sumar y si los números quedan muy grandes hay que simplificar” (socialización general clase, Julio 25 de 2017).

¹ En los pantallazos del grupo de WhatsApp se hacen las especificaciones de los estudiantes 1, 2, 3 y 4 (E1, E2, E3 y E4) que son los integrantes que se tomaron para hacer el estudio de caso, los otros estudiantes que hacen parte del grupo y participaron de la aplicación de la unidad didáctica se muestran como Estudiante X porque no fueron datos analizados dentro de este estudio.

De igual manera, idearon diferentes formas para darle solución al problema, haciéndose muy notoria la utilización de las gráficas, para solucionar las situaciones planteadas; luego al poner en práctica el plan comparando sus dibujos con las teorías dadas, los estudiantes se confundían inicialmente al obtener resultados diferentes a sus compañeros, no obstante, al examinar la solución durante la socialización y escuchar las razones de procedimiento de cada compañero, se percibió la asimilación de un nuevo conocimiento, como lo es las diferentes formas de efectuar situaciones aditivas con números fraccionarios, tal como lo manifiesta Cortés y Galindo (2007) “Muchas líneas de investigación cognitiva, se orientan hacia la hipótesis de que desarrollamos hábitos y habilidades de interpretación y construcción de significados, a través de un proceso más concebido como de socialización que como de instrucción” (P. 37). De este modo se confirma que los estudiantes pueden obtener aprendizajes más significativos al desarrollar la regulación metacognitiva y por medio de la socialización con sus pares.

A demás de la socialización, algunos estudiantes hicieron uso de los multicubos, como herramienta de apoyo para hallar la respuesta al problema, otros (E1) manifestaron que “con los multicubos uno se enreda más” (socialización general clase, Julio 25 de 2017). De esta manera, se pudo apreciar que los estudiantes asimilaron los procedimientos de desarrollo de la actividad de formas diferentes y que para algunos fue más fácil aplicar un procedimiento que para otros se le dificultaba.



Durante la socialización con los compañeros, los estudiantes expusieron su punto de vista acerca de las actividades desarrolladas en este momento de desubicación, con relación al aprendizaje de situaciones aditivas de números fraccionarios para la solución de problemas:

E1: “para mi es más fácil haciendo el dibujo que con las operaciones o con los multicubos”

E2: “yo fui sumando cada fracción hasta obtener el resultado que me dio”

E3: “para mi todos los métodos son fáciles y me gustó mucho la actividad porque pude compartir con mis compañeros lo que estábamos aprendiendo”

E4: “yo me puse a multiplicar en x porque con el mcm como que se hace así, pero yo me enredaba más, pero no sabía que se llamaba el método mariposa y también me faltaba multiplicar los denominadores”

(conversatorio de socialización general en clase, Julio 25 de 2017).

Al finalizar se dieron cuenta que, sin importar el proceso que implementaran, llegaban siempre a la misma respuesta. Ante esto, Wolters (1998), citado por Tamayo (2006), propone que “los aprendices auto-reguladores son generalmente caracterizados como aprendices activos que manejan eficientemente sus propias experiencias de aprendizaje en formas diferentes” (P. 5). Por lo tanto, se puede afirmar que en este momento los estudiantes comenzaron a regular metacognitivamente sus conocimientos, por lo que se notó en ellos un mejoramiento en el desarrollo de las actividades, tanto procedimental como expositivamente; fueron más arriesgados para expresar lo que pensaban sobre el proceso que desarrollaron, hasta el punto de atreverse a proponer nuevos métodos de solución.

Momento de reenfoque

En este momento de reenfoque se propusieron actividades que les permitieron a los estudiantes extraer datos de diferentes fuentes y a la vez contribuyeron en la solución de un problema dado, por medio de operaciones que involucran estructuras aditivas de números fraccionarios. Estas actividades fueron resueltas en equipos de trabajo. En cuanto a esto Valenzuela (2008) destaca que

Se hace necesario entregar a los alumnos las herramientas adecuadas para estimular un Pensamiento de buena calidad (crítico, creativo y metacognitivo). Sobre esa base es posible intencionar un aprendizaje profundo de los contenidos escolares, donde el alumno sea capaz de realizar múltiples operaciones con el conocimiento adquirido (P.06).

En esta última etapa se les brindó, al igual que en las anteriores, la oportunidad de manipular los multicubos para hallar la solución a las situaciones planteadas. Lo que se pretendía era que el estudiante adquiriera el aprendizaje del cual se trata la unidad

didáctica, y lo aplicase no sólo a las áreas curriculares abordadas desde la institución educativa, sino también a la vida diaria. Motivo por el cual se propusieron gráficos que posibilitaban la extracción de datos para la resolución de problemas.

Tabla 3 Momento de reenfoque

ACTIVIDAD: Lee lo que dice Tomás, Mónica y Luisa, luego analiza y resuelve la situación.



PREGUNTA 1: ¿Qué fracción de dinero pusieron entre Tomás y Luisa?

RESPUESTAS:

- E1:

$$\frac{3}{5} + \frac{7}{30} = \frac{18}{30} + \frac{7}{30} = \frac{25}{30}$$

$$25 \div 5 = 5 \quad 30 \div 5 = 6$$

pusieron entre los dos 11 monedas

(respuesta momento de reenfoque, agosto 08 de 2017).

- E2:

$$\frac{3}{5} + \frac{7}{30} = \frac{18}{30} + \frac{7}{30} = \frac{25}{30} = \div 5 = \frac{5}{6}$$

R: La fracción de dinero entre Tomás y Luisa es de $\frac{5}{6}$ del dinero.

(respuesta momento de reenfoque, agosto 08 de 2017).

- E3:

R/ $\frac{5}{6}$ es la fracción de dinero que pusieron Tomas y Luisa.

$$\frac{3}{5} + \frac{7}{30} = \frac{18+7}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6} \checkmark$$

(respuesta momento de reenfoque, agosto 08 de 2017).

- E4:

$\frac{3}{5} + \frac{7}{30} = \frac{18+7}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6} \checkmark$

R/ La fracción de dinero entre Tomas y Luisa es de $\frac{5}{6}$ de dinero

(respuesta momento de reenfoque, agosto 08 de 2017).

ANÁLISIS:

A medida que se avanzó en la aplicación de la Unidad Didáctica, se pudo notar el progreso en la mayoría de los estudiantes, es de resaltar que este proceso fue evaluado permanentemente, puesto que como lo manifiesta Fonseca (2003) “se precisa de evaluar, con los alumnos, tanto conocimientos y procedimientos, como modos de actuación, actitudes y valores, descubriéndoles sus dificultades y potencialidades y mostrándoles la forma de aumentar sus esfuerzos” (P. 4). Por medio de los resultados de la evaluación permanente, fue posible fortalecer los aprendizajes de los estudiantes. Durante este proceso de desarrollo, se pudo notar que ellos aplicaron los pasos para la solución de problemas propuestos por Polya y la regulación metacognitiva, puesto que en los equipos de trabajo debatieron sobre el problema, cada uno manifestaba la forma de interpretarlo, a la vez que evaluaban sus aportes, autocorrigiéndose y enriqueciendo dicha comprensión con los aportes de los compañeros, de igual manera algunos estudiantes proponían modos de solución y entre todos decidían cuál y cómo aplicarlo, desarrollaron las actividades y durante la socialización general examinaron dichas soluciones reconociendo los aciertos y desaciertos de las mismas, complementando y corrigiendo los conocimientos aportados por cada uno con las contribuciones de los demás

compañeros. Implementaron con más destreza los multicubos para representar las cantidades dadas en fracciones y resolver el problema.

PREGUNTA 2: Teniendo en cuenta lo presentado en la gráfica, ¿Cuánto más aportó Tomás que Mónica?

RESPUESTAS:

- E1:

¿cuanto mas aportó tomas que monica

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{6} = \frac{18-5}{30} = \frac{13}{30}$$

(respuesta momento de reenfoque, agosto 08 de 2017).

- E2:

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{6} = \frac{18-5}{30} = \frac{13}{30}$$

R: Tomás aportó $\frac{13}{30}$ de dinero mas que Mónica

(respuesta momento de reenfoque, agosto 08 de 2017).

- E3:

R/ = tomas aportó $\frac{13}{30}$ mas que monica

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{6} = \frac{18-5}{30} = \frac{13}{30}$$

(respuesta momento de reenfoque, agosto 08 de 2017).

- E4:

R/ = Aportó tomas $\frac{13}{30}$ mas que luiza

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{6} = \frac{3}{5} - \frac{1}{6} = \frac{18-5}{30} = \frac{13}{30}$$

(respuesta momento de reenfoque, agosto 08 de 2017).

ANÁLISIS:

Con la respuesta a esta pregunta se puede notar que los estudiantes no sólo aprendieron los contenidos propuestos, sino también que asimilaron la aplicación de los mismos en la solución de problemas, en este sentido manifiesta Valenzuela (2008)

“se hace ineludible que el alumno se apropie y consolide destrezas en el proceso de aprendizaje escolar, es decir, que no sólo utilice los contenidos de la disciplina como una temática circunstancial a ser procesada, sino que ponga estas habilidades en ejercicio en la clase haciéndolas parte de la disciplina y del modo de aprenderla” (P. 6).

Los estudiantes comprendieron lo que se les estaba preguntando, planearon estrategias para solucionarlo y emplearon la forma que consideraron más adecuada. Se observó que aplicaron la solución al problema hallando el mcm para las fracciones dadas, con lo cual se comprueba que fue el método que más se les facilitó, como lo manifestó el E3: “todos los métodos para resolver las sumas y las restas de fraccionarios son fáciles, pero a mí me pareció mejor resolverlas con el mcm” (respuesta momento de reenfoque, agosto 08 de 2017). Con esta respuesta también se puede apreciar que el estudiante está regulando metacognitivamente los conocimientos que está elaborando.

PREGUNTA 3: Según la información de la gráfica anterior, ¿Quién aportó menos dinero de los tres?

PREGUNTA 4: ¿Qué procedimiento hiciste para calcular la respuesta de las anteriores preguntas?

RESPUESTAS:

- E1:

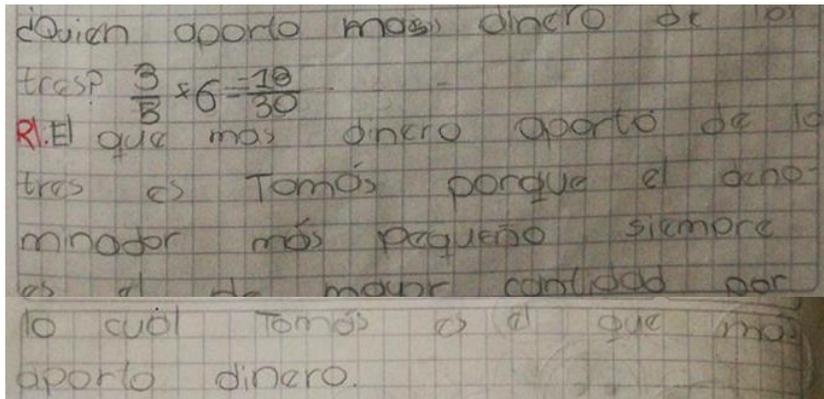
Handwritten student work on grid paper showing three fractions: $\frac{3}{5}$ for Tomas, $\frac{7}{30}$ for Luisa, and $\frac{1}{6}$ for Mariana. A note says "la que menos aporta fue mariana".

Handwritten student work on grid paper explaining the method: "lo hice por el metodo m c m es decir minimo comun multiplo lo hice asi por la fraccion que me daban".

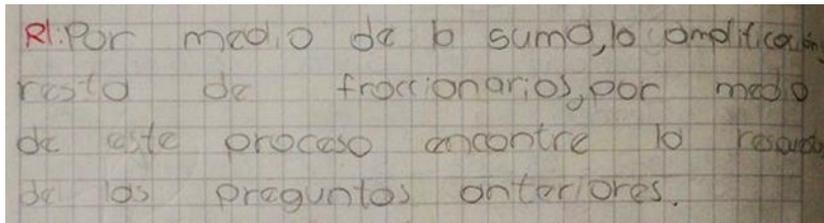
“Lo hice por el método mcm, es decir, mínimo común múltiplo. Lo hice así por la fracción que me dieron”

(respuesta momento de reenfoque, agosto 08 de 2017).

- E2:



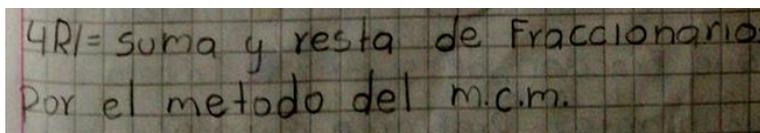
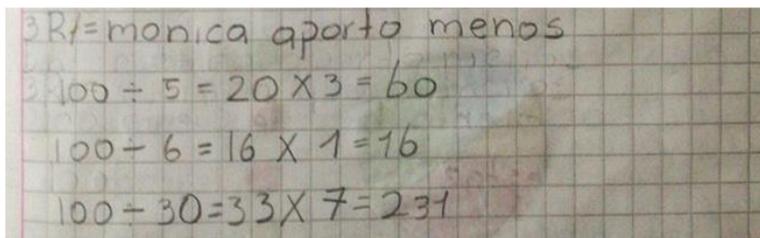
“El que más dinero aportó de los tres es Tomás porque el denominador más pequeño siempre es el de menor cantidad, por lo cual Tomás es el que más dinero aportó”



“Por medio de la suma, la amplificación y resta de fraccionarios, por medio de este proceso encontré las respuestas de las preguntas anteriores”

(respuesta momento de reenfoque, agosto 08 de 2017).

- E3:



“Suma y resta de fraccionarios por el método del mcm”

(respuesta momento de reenfoque, agosto 08 de 2017).

- E4:

$\frac{1}{6} \times 5 = \frac{5}{30}$

R/= Quien aparto menos fue monica

R/= El procedimiento que hice para calcular las respuestas fueron suma, resta, Amplificación

“El procedimiento que hice para calcular las respuestas fueron suma, resta, amplificación”

(respuesta momento de reenfoque, agosto 08 de 2017).

ANÁLISIS:

Los estudiantes 1, 3 y 4 demuestran haber comprendido el problema y cada uno diseñó y ejecutó un plan diferente para resolverlo, este plan, que se evidencia en las respuestas dadas por los estudiantes, los llevó a la contestación correcta de la situación planteada; el estudiante 2 realizó una operación aditiva de fraccionarios correctamente, pero no se evidencia la interpretación de lo que se le estaba preguntando, pues cambió la palabra menos por la palabra más, cambiándole el sentido a la pregunta inicial, así lo menciona Valenzuela (2008):

No basta sólo con incrementar o mejorar la calidad de las conexiones que se establecen entre el nuevo conocimiento y los diversos niveles de la experiencia y conocimientos previos, es necesario también que este enriquecimiento del contenido aprendido se transforme en dominio. (P. 1)

Se puede apreciar que los estudiantes manejaron las etapas para la resolución de problemas planteada en este proyecto: comprendieron el problema, diseñaron un plan, cada uno de forma diferente y al poner en práctica cada uno de estos planes pudieron dar solución apropiadamente a la pregunta planteada, de esta forma se puede apreciar que han mejorado en

la solución de estos ejercicios, dominando mejor el tema trabajado gracias a la práctica que han desarrollado con la aplicación de la unidad didáctica.

Con esta pregunta, los estudiantes expresaron de qué manera solucionaron el problema planteado. Por medio de esa explicación, se logró que analizaran tanto las respuestas que dieron como las dadas por sus compañeros y así poder complementar los conceptos que con la práctica y el desarrollo de las actividades fueron creando. Para reconocerlo se presenta parte del conversatorio entre ellos:

E1: “Es que yo lo hice por el mcm y así me di cuenta que la que menos aportó fue Mónica porque me dio que aportó $5/30$, Luisa $7/30$ y Tomás $18/30$, Mónica es la que tiene menos”

E2: “Ah!, a mi me dio diferente porque no busqué quien aportó menos sino quien aportó más, entonces vi que Tomás era el que tenía el denominador más pequeño y como siempre el denominador más pequeño es el de mayor cantidad entonces me di cuenta que Tomás aportó más dinero”

E3: “Yo me enredé un poquito porque a 100 lo dividí por el denominador de la fracción de cada niño, y después lo multipliqué por el numerador. Pero después lo hice como – E1- y ahí si me dio bien”

E4: “Yo primero sumé las tres fracciones y no me dio, después amplifiqué y ahí si me dio”

(respuesta momento de reenfoque, agosto 08 de 2017).

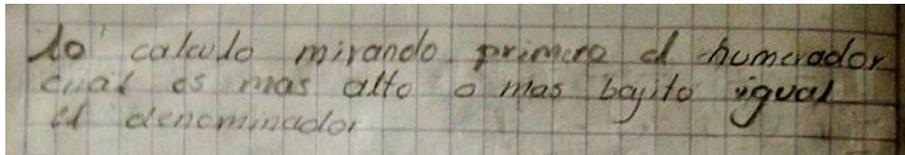
Con las explicaciones aquí dadas por los estudiantes, se puede notar el desarrollo de la regulación metecognitiva, puesto que expresan haber planeado, monitoreado y evaluado los procedimientos efectuados para resolver la situación problema presentada en el gráfico.

PREGUNTA 5: ¿Cómo calculas el mayor y el menor de las fracciones del gráfico?
Compara tu respuesta con tus compañeros.



RESPUESTAS:

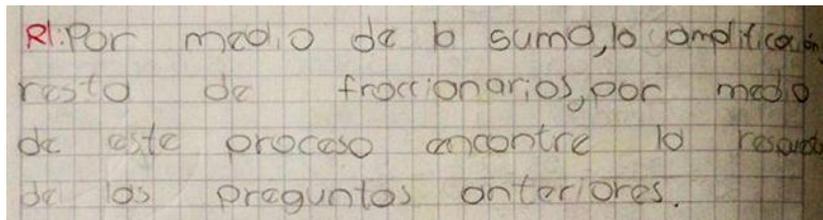
- E1:



“Lo calculo mirando primero el numerador, cuál es el más alto o más bajito, igual el denominador”

(respuesta momento de reenfoque, agosto 08 de 2017).

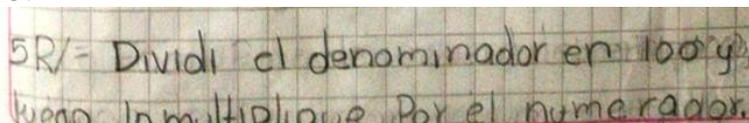
- E2:



“Por medio de la suma, la amplificación y resta de fraccionarios, por medio de este proceso encontré la respuesta de las preguntas anteriores”

(respuesta momento de reenfoque, agosto 08 de 2017).

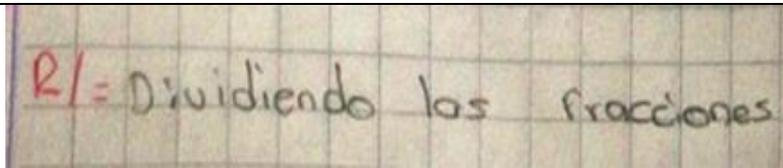
- E3:



“Dividí el denominador en 100 y luego lo multipliqué por el numerador”

(respuesta momento de reenfoque, agosto 08 de 2017).

- E4:



“Dividiendo las fracciones”

(respuesta momento de reenfoque, agosto 08 de 2017).

ANÁLISIS:

Por medio de la explicación que los niños dieron, el reconocimiento de los errores que cometieron en el proceso y la aceptación y complementación de sus ideas con las de sus compañeros, se pudo valorar la regulación metacognitiva de los conocimientos adquiridos que han desarrollado con la aplicación de la unidad didáctica, tal como lo presenta Tamayo (2012): “la metacognición es especialmente importante para la educación y para la didáctica de las ciencias debido a que incide en la adquisición, comprensión, retención y aplicación de lo que se aprende” (P. 1). Después de haber comprendido el problema y ejecutado un plan previamente diseñado, los estudiantes examinaron sus respuestas, por medio del conversatorio de socialización general en la que expresaron:

E1: “pues uno mira bien el denominador y el más alto indica la cantidad más bajita y después mira el numerador que ese si es el más alto muestra la cantidad más alta”

E2: “Para yo encontrar las respuestas de las preguntas hice sumas, restas y amplificación con las fracciones del dibujo, en algunas utilicé los multicubos y me pareció fácil con ellos”

E3: “Si para responderlas tocaba sumar, restar y amplificar las fracciones”

E4: “Hay que hacer las operaciones de suma y resta y después simplificar con la división”

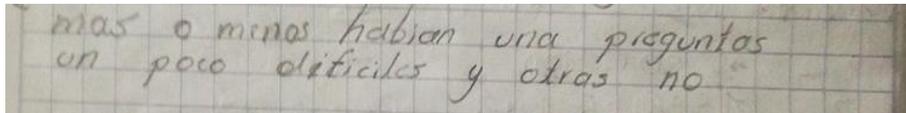
(conversatorio momento de reenfoque, agosto 08 de 2017).

PREGUNTA 6: ¿Te pareció fácil o difícil la actividad sobre la gráfica? Justifica tu respuesta.



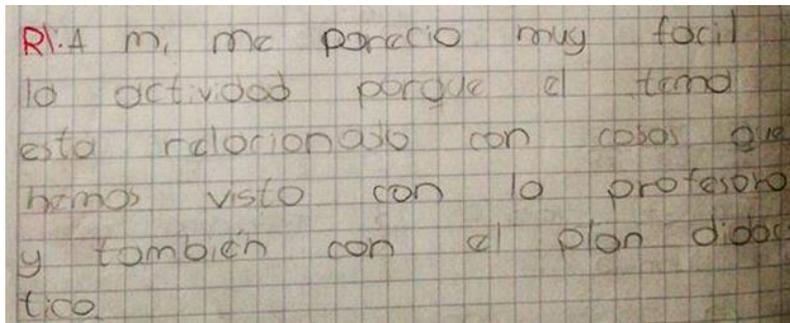
RESPUESTAS:

- E1:



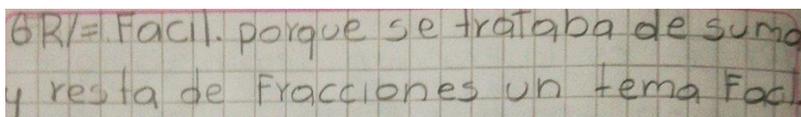
“más o menos habían unas preguntas un poco difíciles y otras no”
(respuesta momento de reenfoque, agosto 08 de 2017).

- E2:



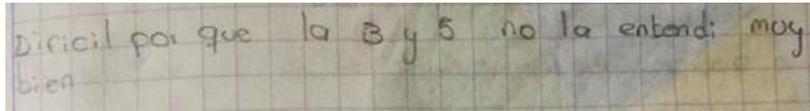
“A mí me pareció muy fácil la actividad porque el tema está relacionado con cosas que hemos visto con la profesora y también con el plan didáctico”
(respuesta momento de reenfoque, agosto 08 de 2017).

- E3:



“Fácil, porque se trataba de suma y resta de fracciones, un tema fácil”
(respuesta momento de reenfoque, agosto 08 de 2017).

- E4:



“Difícil porque la 3 y la 5 no la entendí muy bien”

(respuesta momento de reenfoque, agosto 08 de 2017).

ANÁLISIS:

Con la aplicación de la Unidad Didáctica, los estudiantes desarrollaron los pasos para la resolución de problemas 1- comprender el problema, 2- diseñar un plan, 3- ponerlo en práctica, y 4- examinar la solución. En este orden de ideas, se desarrollaron también procesos de regulación metacognitiva por medio de la socialización general, en la que los estudiantes expresaban sus ideas con respecto al proceso que llevaron a cabo para hallar la solución de la actividad y las respuestas a las preguntas planteadas. En esta socialización manifestaron que para dar inicio leyeron el problema y cada uno empezó a decir cómo lo podían resolver (planeación), cuando cometían algún error entre ellos se corregían (monitoreo) y finalmente expusieron el proceso efectuado, reconociendo aciertos y corrigiendo errores (evaluación). En este sentido, Tamayo (2012) cita a Kuhn (1989): “al enseñar ciencias se debe hacer énfasis de manera explícita sobre los procesos metacognitivos de los estudiantes, dada la dificultad que tienen para reflexionar sobre sus teorías o sobre las relaciones explícitas entre las teorías y los datos” (P. 2). Es así como cada estudiante reflexionó sobre su proceso de aprendizaje, algunos manifestaron comodidad con el desarrollo de las actividades, ya que les pareció fácil; otros por el contrario declararon que les pareció difícil porque eran conceptos nuevos para ellos. En este sentido, Prieto y otros (2008) expresan que:

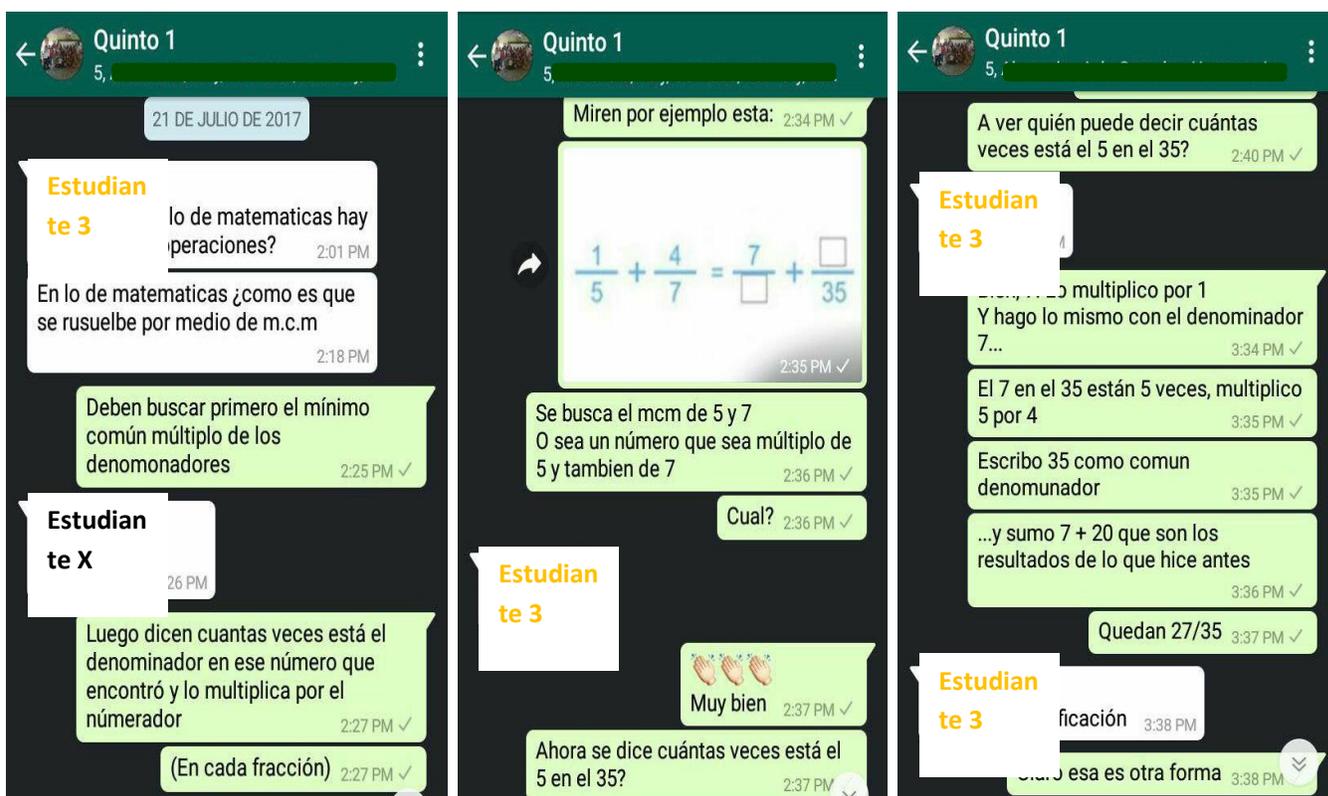
Poniendo el énfasis en la discusión posterior a la realización de la tarea, de manera que los miembros del grupo se ven obligados a dar explicaciones unos a los otros y a aclararse la materia mutuamente. Puede utilizarse para facilitar la adquisición de nuevos conocimientos o activar conocimientos ya adquiridos. (P.20)

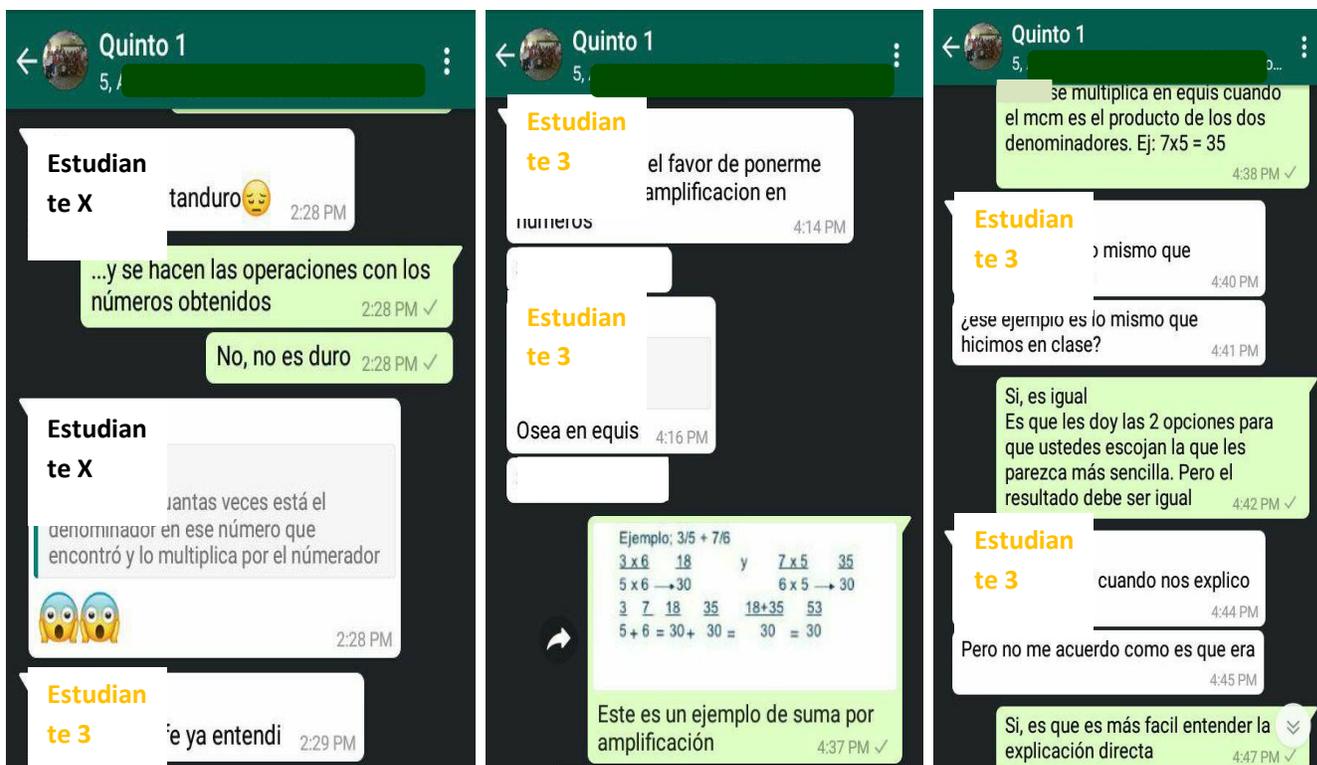
Es así como los estudiantes del grupo afianzaron su aprendizaje al socializar los conocimientos adquiridos con sus compañeros y escuchar sus explicaciones sobre los mismos.

De esta manera ellos han llegado a la conclusión que el tema que estaban aprendiendo no presenta mayores dificultades, debido a que la interacción con sus compañeros da la oportunidad de ver estas operaciones y la solución de problemas de otra forma. En conclusión, atendiendo a las palabras de sus iguales se sienten identificados y muestran mayor interés, lo que hace a la vez que dicho tema les parezca más sencillo de aprender.

Fuente: elaboración propia

Durante el proceso de ejecución de la unidad didáctica se presentaron dudas en los estudiantes sobre la aplicación de los diferentes métodos de solución, y el último momento de reenfoque no fue la excepción; por lo cual, fue de gran utilidad la comunicación mediante el grupo de WhatsApp, en la cual los estudiantes manifestaron sus inquietudes y la docente daba las explicaciones de tal manera que pudieran desarrollar actividades desde sus casas y a la vez aclarar las dificultades que se les fueran presentando, así:





Aquí se pudo notar que los estudiantes se interesaron por comprender el problema, aclarar sus dudas en cuanto a las tácticas que deben implementaren cada uno de los procedimientos trabajados en clase, así poder diseñar un plan para ponerlo en práctica y dar solución a los problemas que involucran estructuras aditivas con números fraccionarios. Se destacó, que cada uno hizo referencia del método que más se le facilitaba para tal fin, vislumbrando así la etapa en la cual se les permitió diseñar un plan para ponerlo en práctica, por ejemplo, los estudiantes 1 y 3 manifestaron que les pareció más fácil resolverlo hallando el mcm con la amplificación de las fracciones; en tanto los estudiantes 2 y 4 declararon que les parecía más fácil resolverlo por el método mariposa.

Para este momento, y finalizando la aplicación de la Unidad Didáctica, se pudo notar que se desarrollaron cada una de las etapas para la resolución de problemas planteadas por Polya y que la competencia analítica de algunos estudiantes, se potencializó más que la de otros. Se evidenció una capacidad de análisis más clara y profunda en algunos de ellos. Tal como lo manifiesta Beas, Santa Cruz, Thomsen, & Utreras (2001) citado por Valenzuela

(2008): “el aprendizaje profundo implica el dominio, la transformación y la utilización de ese conocimiento para resolver problemas reales”. (P. 01)

Se pudieron apreciar errores en algunas de las respuestas dadas por los estudiantes, pero estos errores son de cálculo más no del procedimiento aplicado, entre ellos como calcular incorrectamente una multiplicación, una suma o una resta.

Los recursos manipulativos (multicubos) utilizados por los estudiantes, como lo manifiesta el estudiante dos en la socialización de la respuesta 5, después de comprender su utilidad por medio del empleo de los mismos en la resolución de problemas, ha sido de gran ayuda, ya que con ellos pudieron materializar los problemas leídos.

Con la socialización, mediante el grupo de WhatsApp, los estudiantes manifestaron gran agrado por la aplicación de la Unidad Didáctica, pues se divirtieron por medio del trabajo con los compañeros, a la vez de estar aprendiendo y descubrieron conocimientos por sí mismos como fue el caso del estudiante 4, quien hizo una introducción al método mariposa para desarrollar situaciones aditivas de números fraccionarios, sin saber que éste existía

Analizando los datos obtenidos en la aplicación de cada uno de los momentos de la Unidad Didáctica, se pudo concluir que los estudiantes empezaron haciendo una lectura de los problemas, más no los analizaron comprensivamente; luego de la aplicación de cada uno de los momentos, los estudiantes analizaron más detalladamente hasta que comprendieron el problema; identificaron los pormenores de las preguntas, los datos que requerían para dar respuesta al mismo, las condiciones que necesitaban para diseñar un plan; con esto poner en práctica el plan diseñado para hallar la solución; y, así, finalmente examinaron la solución determinando si presentaban las condiciones necesarias que determinarían otros posibles métodos solución, expusieron y explicaron las respuestas obtenidas a sus compañeros y escucharon sus puntos de vista. De esta manera se puede observar que los estudiantes desarrollaron a la vez los tres pasos de la regulación metacognitiva, ya que planearon la forma de solucionar el problema entre los miembros del equipo, al comparar con sus compañeros y escuchar los diferentes puntos de vista estuvieron monitoreando el conocimiento que cada uno estaba elaborando y durante la

socialización general evaluaron los conceptos que tenían, los reforzaron y/o los corrigieron si era el caso.

8 CONCLUSIONES

Después del desarrollo del proyecto, se plantearon diferentes conclusiones:

En cuanto a la pregunta de investigación y el objetivo general, es posible afirmar que para mejorar la resolución de problemas que involucran situaciones aditivas de números fraccionarios, es necesario implementar diferentes estrategias que sean llamativas para los estudiantes de tal forma que quieran aprender el concepto, en el presente trabajo se emplearon algunas como el uso de material manipulativo, especialmente los multicubos y otros de uso diario en la vida escolar como cartulinas, también se aprovechó el uso del WhatsApp para reforzar los temas vistos en clase, y las socializaciones en equipos y en el grupo general aportó para que los estudiantes se vieran motivados a expresar sus puntos de vista al respecto y al a vez, escuchar los de sus compañeros.

De esta forma se llevaron al aula de clase problemas de la vida cotidiana de los estudiantes aplicándolos al área de matemáticas, así aprendieron a resolverlos; por medio de la implementación de los cuatro pasos de resolución de problemas propuestas por Polya: 1- comprender el problema, 2- diseñar un plan, 3- ponerlo en práctica y 4- examinar la solución, así los estudiantes afianzaron de mejor forma los conocimientos adquiridos.

Con estas estrategias exploradas y aplicadas por los estudiantes, se dio cumplimiento a lo propuesto desde el primer objetivo específico de este proyecto, pues dichas estrategias fueron manejadas con un enfoque a la aplicación en las estructuras aditivas con números fraccionarios, además se pudo analizar el uso adecuado del WhatsApp, dando cumplimiento al segundo objetivo específico, para complementar los conocimientos sobre estructuras aditivas con números fraccionarios, abordados en el aula de clase.

En cuanto los avances de los estudiantes, vale la pena destacar que, con la aplicación del proyecto, ellos mejoraron su regulación metacognitiva, en el desarrollo de

procesos y la solución de problemas que involucran estructuras aditivas con números fraccionarios, pues al percibir este aprendizaje con nuevos elementos, se hizo más llamativo e interesante, de tal forma que la asimilación de los mismos fue más profundo. En cuanto a los estudiantes que participaron en el análisis en el estudio de caso, se pudo notar que el E1 inicialmente tenía muchas dudas y se mostraba temeroso de aplicar procedimientos de solución a los problemas presentados, al finalizar la aplicación de la unidad didáctica, se notó más seguro de sí mismo y muy satisfecho con los aprendizajes adquiridos; el E2 se arriesgó más desde el momento de ubicación y a medida que avanzaba en la aplicación de la unidad didáctica presentaba mejores explicaciones a las respuestas, el E3 expresó en todo momento sus inquietudes, y aunque al principio no comprendía bien la forma de solucionar problemas que involucraban situaciones con estructuras aditivas con números fraccionarios, al final manifestó que le había parecido muy fácil y no tener inconvenientes para solucionarlos por cualquiera de los procedimientos trabajados, y el E4 inició con muchas indecisiones, pero después de conocer el método mariposa para solucionar situaciones aditivas, y saber que lo supo sin que nadie se lo dijera, se sintió muy motivado para seguir aprendiendo más y este método fue el que mejor dominó.

Además de lo mencionado, en el trabajo se notaron otros aspectos como:

- Inicialmente los estudiantes presentaron obstáculos en la aplicación de los pasos para la resolución de problemas propuestos por Polya, y poco a poco se fueron apropiando de ellos, al punto de manejarlos adecuadamente en la solución de los problemas propuestos.
- Los estudiantes ampliaron el concepto sobre el proceso de solución de problemas que involucra la implementación de estructuras aditivas de números fraccionarios, ya que descubrieron otras formas de solución y cada quien aplica el proceso que le parece más asequible, sin desconocer las otras formas de aplicación.
- La aplicación de la unidad didáctica, por medio del trabajo en equipos permitió que los estudiantes descubrieran otras formas de dar solución a las problemáticas planteadas, de tal forma que algunos pudieron adelantarse a métodos que se trabajarían posteriormente.

- Con las preguntas de la unidad didáctica se logró que los estudiantes obtuvieran mejores reflexiones sobre los conceptos aprendidos, lo que los llevó a presentar una explicación más reflexiva de cada una de sus respuestas, y a obtener mejores resultados en sus aprendizajes.
- Con la solución de los problemas de estructuras aditivas con números fraccionarios y la implementación de los multicubos, los estudiantes elaboraron representaciones mentales que permitieron mayor claridad de las mismas problemáticas y de las respuestas obtenidas.
- El análisis de las respuestas dadas por los estudiantes, permitió comprender las dificultades que ellos presentaron en la implementación de los materiales y la solución de problemas de situaciones aditivas con fraccionarios, a la vez presentó las bases para los materiales de trabajo que se pueden implementar en clases posteriores.
- Dentro del grupo de estudiantes se utilizó el WhatsApp no sólo para contarse anécdotas diarias entre sus miembros, sino también para compartir ideas y conocimientos trabajados en el aula de clase.
- El WhatsApp como recurso educativo, fue de gran ayuda en la socialización de ideas sobre los temas trabajados en clase, pero se presentaron algunas dudas que se hizo necesario reforzarlos en la clase presencial y demostraciones físicas.
- Tanto el trabajo en equipos y los conversatorios en el aula de clase, como los conversatorios por medio del grupo de WhatsApp promovieron el desarrollo de representaciones sociales en los estudiantes, debido a que esta interacción permitió aclarar vacíos que se presentaron en los participantes y que algunos no se atrevían a expresarlos en clase por diferentes motivos como la timidez, la inseguridad, entre otras.
- Los estudiantes quedaron tan motivados con la implementación del material didáctico en las clases de matemáticas, que han propuesto desarrollar un proyecto con el programa ONDAS², que les permita desarrollar otros materiales para otros temas del área.

² Programa de investigación de Colciencias y la Universidad Tecnológica de Pereira (UTP), para Risaralda.

- El trabajo en equipo ha permitido a los estudiantes desarrollar y/o potencializar valores personales como el respeto, la tolerancia, la igualdad, la honestidad, la cooperatividad, el compromiso entre otros.

9 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aranda, V. (2007). *“Historia y evolución de Internet”* ACTA (Autores Científicos-Técnicos y Académicos) Zaragoza. España.
- Arteta, J.; y otros (2012). *“Los Fraccionarios en primaria: Retos, experiencias didácticas y alianzas para aprender matemáticas con sentido”* Barranquilla. Colección Didáctica de las ciencias. Editorial Universidad del Norte.
- Barrantes, H. (2006). *“Resolución de problemas”*. Cuadernos de investigación y formación educativa matemática. Escuela de las ciencias exactas y naturales UNED.
- Castorina, J. y otros (2012). *Desarrollo cognitivo y educación: los inicios del conocimiento*. Buenos Aires – Argentina. Editorial Paidós SAICF
- Cortés M. y Galindo N. (2007). *El Modelo de Pólya Centrado en Resolución de Problemas en la Interpretación y Manejo de la Integral Definida*. Universidad de la Salle. Bogotá, Colombia.
- Dávila, U. (2012). *Enseñanza de los maravillosos números fraccionarios*. Fundación Promigas.
- Dirección de investigación y desarrollo educativo, Vicerrectoría académica, Instituto Tecnológico y de estudios superiores de Monterrey. Consultado el 22 de agosto del 2016 en <http://www.sistema.itesm.mx/va/dide/inf-doc/estrategias/>
- Dussel, I.; Quevedo, L. (2010). *Educación y nuevas tecnologías: los desafíos pedagógicos ante el mundo digital*. Documento Básico. Fundación Santillana. VI Foro Latinoamericano de Educación.
- Fandiño, M. (2009). *Las Fracciones: Aspectos conceptuales y didácticos*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- Fonseca, J. (2003). *¿Cómo contribuir al desarrollo del pensamiento geométrico del alumno del nivel medio básico?* Rpto Buena Vista. Centro Universitario de las Tunas.

García, F. y otros (2010). *Nativos digitales y modelos de aprendizaje*. Universidad de País Vasco / Euskal Herriko Unibertsitatea (UPV/EHU).

León, O. y Calderón, E. (2001). Validación y argumentación de lo matemático en el aula. *Revista latinoamericana de Investigación en Matemática educativa*, Vol. 4, núm. 1.

Martínez, J. (2012). Manizales. Diario: La Patria. Edición: Viernes, Marzo 30 del 2012

Monje, C. (2011). *Metodología de la Investigación Cuantitativa y Cualitativa: Guía Didáctica*. Neiva. Universidad Surcolombiana.

Mosquera, J. y otros (2008). Una propuesta didáctica para la enseñanza de los conceptos estructurantes de discontinuidad de la materia... II EC Volumen 2, No.1, 200 8: 42 – 49. Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá, Colombia)

Ordoñez, L. (2014). “*Estructuras aditivas en la resolución de problemas aditivos de enunciado verbal (PAEV)*”. Universidad nacional de Colombia, sede Palmira.

Pérez, Á. (2013). *Redes Sociales y Educación: Una reflexión acerca de su uso didáctico y creativo*. Revista Creatividad y sociedad, Número 21. Universidad de Jaén.

Piaget, J. (1981). *Síntesis de los aportes de Piaget. Introducción a la lógica matemática de Piaget*. Barcelona. Paidós.

Ponce, C. (2009). “*El juego como recurso educativo*” Revista Digital Innovación y Experiencias educativas No 19-JUNIO. Granada.

Prieto, A y otros (2008). *La metodología del aprendizaje basado en problemas*. Universidad de Barcelona.

Sampieri, R. y otros. (2003). *Metodología de la investigación*. México, D.F. McGraw-Hill Interamericana.

Sanmartí, N. (2007). “*10 ideas clave: Evaluar para aprender*”. Resumen. 1. Ed. Graó. Barcelona.

Santomé, J. (1998). *“Elaboración de unidades didácticas integrales” en Globalización e interdisciplinariedad: el curriculum integrado*. Madrid: Morata.

Santos-Trigo, M. (2008). *“La resolución de problemas matemáticos: Avances y Perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica.”* Centro de Investigación de Estudios avanzados, Cinvestav-IPN. México

Sarlé, P. (2011). *Juego y Educación inicial. Temas de Educación inicial*. Argentina Ministerio de Educación Nacional.

Tamayo, O. (2006). *La Metacognición en los modelos para la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias*. Manizales. Universidad Autónoma de Manizales.

Tamayo, O. y otros (2010) *La clase multimodal: Formación y evolución de conceptos científicos a través del uso de las tecnologías de la información y la comunicación*. Manizales. Universidad Autónoma de Manizales.

Tamayo, O. (2012). *Pequeños científicos: El caso de niños y maestros*. Manizales. Universidad Autónoma de Manizales.

Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla (UPAEP). *Desarrollo Cognitivo*. Educación. (Sin datos de autor ni edición)

Valenzuela, J (2008). *Habilidades de pensamiento y aprendizaje profundo”*. Revista Iberoamericana de Educación. N° 46. Editorial: Organización de estados Iberoamericanos para la Educación, la ciencia y la Cultura (OEI).

Valenzuela, R (2013). *Las redes Sociales y su Aplicación en la Educación*. UNAM, Revista Digital Universitaria. 1 de abril 2013. Volumen14 Numero 4.

UNESCO. Las TIC en la Educación. Consultado el 28 de julio del 2015 en <http://www.unesco.org/new/es/unesco/themes/icts/ict-in-education-prize/>

Vasco, E. (1996). *Un nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas*, Vols I y II; Bogotá. MEN.

10 ANEXOS

Anexo # 1: unidad didáctica

Área: Matemáticas

Grado: 5-1

Tema: Suma y resta de números fraccionarios

Competencia: Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos

Indicador de desempeño: Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.

Objetivo: Emplear el proceso correspondiente para efectuar adiciones y sustracciones de números fraccionarios.

Docente: Adriana Cristina Iglesias Hernández

Momento de ubicación

Título

Los números fraccionarios en la vida cotidiana

Nombre

Representaciones de situaciones cotidianas en las que se emplean números fraccionarios.

Objetivo

Representar física y gráficamente diferentes situaciones cotidianas en las que se emplean números fraccionarios.

Modalidad de trabajo

Equipos de 3 estudiantes

Duración

14 horas

Descripción

Los estudiantes leen con atención las indicaciones dadas, realizan las actividades de los mismos, haciendo uso de los multicubos para materializar el ejemplo dado. Luego deberá desarrollar las actividades propuestas, haciendo uso de los multicubos.

Para terminar, socializaran sus respuestas y conclusiones por medio de un conversatorio

Recursos

Multicubos

Lecturas de situaciones

Láminas

Producto a entregar

Desarrollo de las actividades propuestas en los cuadernos de matemáticas

Registro fílmico y/o fotográfico del trabajo grupal en donde se evidencie el trabajo colaborativo para la solución de las diferentes situaciones.

Criterio de evaluación

- SUPERIOR: Se evidencia activa participación y aportes en el trabajo en equipo. El producto entregado, a tiempo, contiene el desarrollo de todos los aspectos trabajados en la actividad.
- ALTO: Se evidencia su participación y aportes en el trabajo en equipo. El producto entregado contiene el desarrollo de los aspectos trabajados en la actividad.
- BÁSICO: Muestra poca participación en el trabajo en equipo. El producto entregado contiene algunos aspectos trabajados en la actividad.
- BAJO: No participa en el trabajo en equipo. No presenta un producto acorde a los requerimientos exigidos.

Actividad 1

Analiza la siguiente situación problemática y responde las preguntas a continuación

- La profesora del grado Quinto de la institución Educativa Simón Bolívar, pide a sus estudiantes que, en equipos, realicen un mapa del municipio en medio $\frac{1}{2}$ pliego de cartulina. Juan, Camila y Andrés conforman un equipo. Juan dice que él tiene dos octavos de cartulina, Camila tiene un octavo y Andrés también llevó un octavo. Camila propone pegar sus partes para hacer el trabajo.



- 1- Cuando compras un octavo de cartulina en la papelería, ¿en cuántas partes debe partir, el vendedor, un pliego de cartulina?
- 2- ¿Crees que al unir las cartulinas de Juan, Camila y Andrés les alcanzará para hacer el trabajo propuesto por la profesora?
- 3- ¿Qué operación deben realizar el equipo de estudiantes para saber si les alcanzan las cartulinas?
- 4- ¿Cuántas partes de cartulina como la que tiene Camila son necesarias para completar un pliego?
- 5- Haz el ejercicio de las cartulinas con octavos como lo muestra el problema, ¿Qué puedes decir de esto?

Actividad 2

La suma y la resta de fracciones permite dar solución situaciones de la vida cotidiana.

- Felipe y Camila tienen conejos. $\frac{3}{15}$ de los conejos son grises, $\frac{6}{15}$ son blancos y el resto son negros. ¿Qué fracción de los conejos son negros?

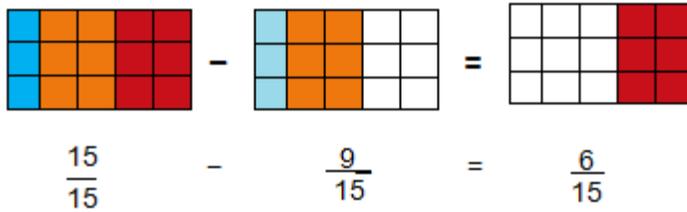
Para saber la fracción de los conejos negros, utiliza los multicubos, y calcula la cantidad de conejos grises y blancos

The diagram illustrates the addition of two fractions using a 3x5 grid. The first grid has 3 blue squares in the first column, representing $\frac{3}{15}$. The second grid has 6 orange squares in the first two columns, representing $\frac{6}{15}$. The result grid has 9 squares in the first two columns (3 blue and 6 orange), representing $\frac{9}{15}$.

$$\frac{3}{15} + \frac{6}{15} = \frac{9}{15}$$

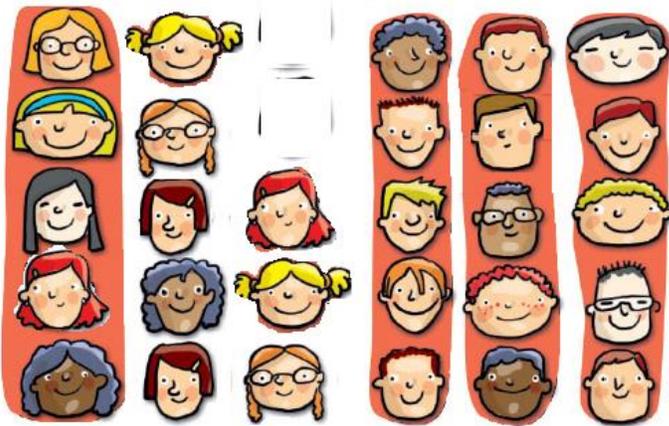
$\frac{9}{15}$ de los conejos son grises y blancos.

Al total de conejos se le resta la cantidad de conejos grises y blancos.



R/ $\frac{6}{15}$ del total de conejos son negros.

- Teniendo en cuenta el ejemplo anterior, resuelve:
 - * Carolina y Manuel preparan un mural con las fotos de sus compañeros de clase. Carolina pondrá las fotos de las 13 niñas y Manuel las de los 15 niños, los espacios en blanco son para las fotos de los profesores.



Observa el mural, representa en fracción y calcula la cantidad de fotos de los estudiantes.

¿Qué fracción del mural ocupan las fotos de las niñas?

¿Qué fracción del mural ocupan las fotos de los niños?

Como ya se mencionó en el problema, los espacios que están en blanco corresponden a los lugares en lo que se ubicarán las fotos de los profesores ¿Qué fracción del mural ocupan las fotos de los profesores?

¿Por qué dan esos resultados y no otros?

¿Qué otra forma hay para resolverlo?

¿Cómo verificaste que tus respuestas son correctas?

Explica a tus compañeros el proceso que efectuaste

Actividad 3

Recuerda: el mínimo común múltiplo de dos o más números es el menor múltiplo común, diferente de cero de los números. Observa el siguiente ejemplo y resuelve los problemas propuestos.

- En una carrera de relevos, cada atleta recorre 100 metros. Para determinar el tiempo total del equipo, se suman las fracciones de los cuatro corredores. Observa la tabla y contesta. ¿Cuál fue el tiempo acumulado por este equipo?



Relevos 4 x 100 metros	
Corredora	Tiempo
Pablo	$\frac{1}{4}$ de minuto
Juanito	$\frac{2}{4}$ de minuto
Mario	$\frac{4}{10}$ de minuto
Víctor	$\frac{5}{10}$ de minuto

Para saber el tiempo gastado por el equipo se suman los tiempos de los atletas.

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{4}{10} + \frac{5}{10}$$

Como los denominadores no son iguales se deben amplificar las fracciones y obtener fracciones equivalentes a las dadas con igual denominador.

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{4}{10} + \frac{5}{10} = \frac{1 \times 5}{4 \times 5} + \frac{2 \times 5}{4 \times 5} + \frac{4 \times 2}{10 \times 2} + \frac{5 \times 2}{10 \times 2}$$

$$\frac{5}{20} + \frac{10}{20} + \frac{8}{20} + \frac{10}{20}$$

Se suman las fracciones homogéneas resultantes.

$$\frac{5}{20} + \frac{10}{20} + \frac{8}{20} + \frac{10}{20} = \frac{33}{20}$$

R/ El tiempo acumulado por el equipo fue de minuto.

Recuerda que hay otras formas de resolverlo, por ejemplo:

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{4}{10} + \frac{5}{10}$$

mcm de 4 y 10 =

$$M_4 = \{4, 8, 12, 16, \underline{20}, 24, \dots\}$$

$$M_{10} = \{10, \underline{20}, 30, \dots\}$$

mcm de 4 y 10 = 20

$$20 \div 4 = 5 \times 1 = 5$$

$$\frac{1+2+4+5}{20} =$$

$$20 \div 4 = 5 \times 2 = 10$$

$$20 \div 10 = 2 \times 4 = 8$$

$$\frac{33}{20} \frac{5 + 10 + 8 + 10}{20} =$$

$$20 \div 10 = 2 \times 5 = 10$$

- Teniendo en cuenta el ejemplo anterior, resuelve:



* En el almacén “Nancy”, don Tito utilizó $\frac{1}{3}$ de un corte de tela de paño para hacer un pantalón para el uniforme, $\frac{2}{5}$ de un corte de tela perchada para la chaqueta del uniforme de diario. ¿Cuánta tela utilizó en total?

Explica cómo lograste hallar esa respuesta

Compara la respuesta con otros compañeros.

¿Hay diferencias en las respuestas? ¿Cómo puedes explicarlas?

¿Cuál de las respuestas es correcta? ¿Por qué?

¿Habrá otra forma de encontrar la respuesta de este problema?

¿Se puede plantear un problema similar con otros materiales del medio? Da un ejemplo

* Mariana elaboró un flan de queso. Tardó $\frac{4}{12}$ de hora preparándolo y $\frac{8}{15}$ de hora esperando a que se cuajara. ¿Cuál es la fracción de hora que tardó en estar el flan?

Si Mariana gastó $\frac{1}{3}$ de la leche en el flan, ¿Qué cantidad de leche sobra?

Elabora la gráfica de las fracciones de hora. Explícala.

Según tu gráfica ¿A cuántos minutos corresponde la parte señalada? ¿Por qué?

¿Podrías explicar el problema cambiando las fracciones de hora por minutos?,

¿Cómo lo harías?

¿De qué otra forma se puede resolver este problema?

¿Cómo representarías la cantidad de leche de la que se habla? ¿Por qué?

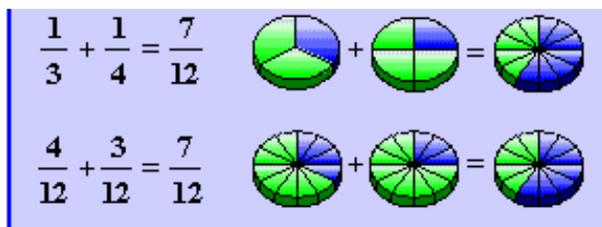


Por medio del WhatsApp se trabajará el siguiente ejercicio para que los estudiantes saquen y expongan sus propias conclusiones



¿Cómo interpretas tu los fraccionarios utilizados por la antigua cultura egipcia?

Entre la representación de fracciones de la antigua cultura egipcia y la representación actual, ¿cuál consideras más apropiada? Explica tu respuesta.



Con tus propias palabras, explica lo que ves en la gráfica.

¿Qué conclusión puedes sacar de la imagen presentada?

¿De qué forma puedes resolver la operación más fácilmente? Explica

¿En qué situación de la vida cotidiana podrías aplicar este ejemplo?

Realiza otro ejemplo de adición con la gráfica correspondiente.

Momento de desubicación

Título

Conceptualización adición y sustracción de fraccionarios.

Nombre

Conceptualización sobre adición y sustracción de números fraccionarios.

Objetivo

Apropiar las teorías sobre el proceso para resolver operaciones de adición y sustracción de números fraccionarios.

Modalidad de trabajo

Individual

Duración

8 horas

Descripción

El estudiante lee cuidadosamente la teoría que debe tener en cuenta para el desarrollo de operaciones de adición y sustracción, a la vez revisa los ejemplos dados, realiza las actividades propuestas haciendo uso de los multicubos y participa en el conversatorio de socialización y conclusiones.

Recursos

Teorización

Ejercicios propuestos

Producto a entregar

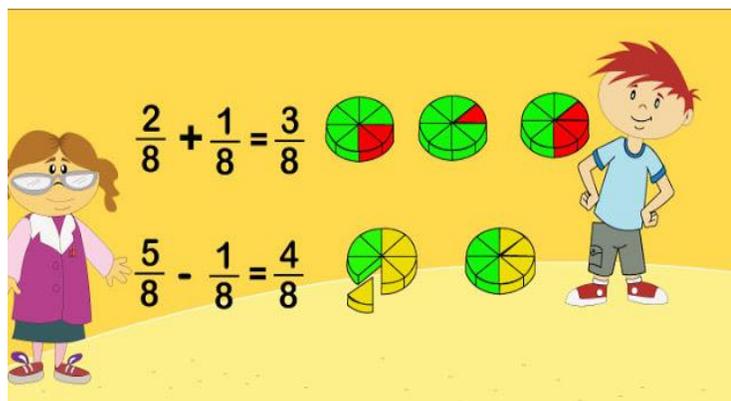
Desarrollo de las operaciones propuestas en los cuadernos de matemáticas.

Criterios de evaluación

- SUPERIOR: El producto entregado, a tiempo, contiene el desarrollo de todas las operaciones, siguiendo el proceso correspondiente para tal fin.
- ALTO: El producto entregado contiene el desarrollo de las operaciones, siguiendo un proceso.
- BÁSICO: El producto entregado contiene algunos aspectos trabajados en la actividad.
- BAJO: No presenta un producto acorde a los requerimientos exigidos.

Conceptualiza

- Para sumar o restar dos fracciones que tienen igual denominador, se suman o se restan los numeradores y se deja el mismo denominador. Ejemplo:



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad MCM_{(2,3)} = 6$$
$$\frac{3 \times 1}{3 \times 2} + \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

- Para sumar o restar dos fracciones con distinto denominador, se obtiene el mcm de los denominadores, se amplifican las fracciones y se suman o se restan como en el caso anterior. Ejemplo:

Actividad 1

Realiza la suma o resta de cada par de fracciones. Luego escribe la respuesta.

$$\frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \underline{\quad}$$

$$\frac{2}{8} + \frac{3}{4} = \underline{\quad}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{5}{6} = \underline{\quad}$$

$$\frac{10}{7} - \frac{4}{7} = \underline{\quad}$$

$$\frac{9}{20} - \frac{2}{5} = \underline{\quad}$$

$$\frac{7}{9} - \frac{5}{12} = \underline{\quad}$$

$$\frac{6}{9} + \frac{2}{9} = \underline{\quad}$$

$$\frac{5}{12} + \frac{3}{4} = \underline{\quad}$$

$$\frac{5}{18} + \frac{7}{12} = \underline{\quad}$$

Explica los pasos que empleaste para realizar las operaciones

¿Cuál de estas operaciones te pareció más fácil y cuál más difícil de resolver?

¿Por qué?

¿Ves alguna diferencia entre el proceso de la adición y de la sustracción? Explica

En este grupo de operaciones hay fracciones homogéneas y heterogéneas.

¿Cuáles son más fáciles de resolver? ¿Por qué?

* Juan tiene una finca. En los $\frac{3}{4}$ de la finca Juan sembró árboles frutales; en $\frac{1}{6}$ de la finca construyó un lago y en la parte restante construyó la casa. ¿Qué parte de la finca está ocupada por la casa?



¿Cómo hallaste la respuesta?

¿Crees que hay otras formas de encontrar la respuesta al problema? ¿Cuáles?

Representa gráficamente lo expuesto en el problema. Explica tu gráfica.

¿Te puede ayudar la gráfica a resolver el problema? ¿Cómo?



* Clara compró un queso. El primer día se comió $\frac{1}{10}$ del queso y cada día siguiente se comió $\frac{1}{10}$ más que el día anterior. ¿Para cuántos días le alcanzó el queso?

¿Cómo resolviste el problema?

Compara la respuesta con otros compañeros.

¿Hay diferencias? ¿Por qué?

¿Alguno se ha equivocado? Explica tus razones

Actividad 2

Observa el ejemplo. Luego realiza las sumas y las restas.

$$6 - \frac{2}{7} = ?$$

$$\frac{6}{1} - \frac{2}{7}$$

$$\frac{6 \times 7}{1 \times 7} - \frac{2 \times 1}{7 \times 1} = \frac{42}{7} - \frac{2}{7}$$

$$= \frac{40}{7}$$

$$\frac{40}{7} = 5 \frac{5}{7}$$

$$3 - \frac{3}{5} =$$

$$\frac{3}{9} - 2 =$$

$$2 + \frac{1}{4} =$$

$$3 + \frac{1}{6} =$$

$$3 + \frac{1}{3} =$$

$$\frac{1}{3} - 6 =$$

$$6 - \frac{27}{3} =$$

$$\frac{1}{2} + 1 =$$

Explica a otro estudiante el proceso que tuviste en cuenta para resolver las operaciones.

¿Es posible convertir un número entero en fraccionario? ¿Cómo?

¿Cuál de estas operaciones se te dificultó más? ¿Por qué?

¿Cuál de las operaciones es más fácil de resolver? Explica tu respuesta.

- * Durante la actividad para el día del amor y la amistad, se propuso hacer una ensalada de frutas, las niñas llevaron 11 frutas y los niños llevaron $\frac{32}{3}$ de frutas, ¿Qué cantidad de frutas se recogió para la actividad?



¿Cómo puedes resolver el problema?

¿Es fácil o difícil resolver este problema? ¿Por qué?

¿Quiénes crees que llevaron más fruta? Explica tu respuesta

Por medio del WhatsApp se socializará el siguiente ejercicio para que usen su creatividad

En el diagrama se presentan 7 dinosaurios. ¿Puede el estudiante atraparlos trazando 3 líneas rectas en forma tal que cada dinosaurio quede atrapado en una jaula independiente.



¿Cómo resolviste el diagrama?

¿Cuál es la relación entre el ejercicio y el tema de las fracciones?

Plantea un problema en el que representes el ejercicio. Explica tu planteamiento

¿De qué otras formas lo podrías resolver?

Momento de reenfoque

Título

Extracción de datos

Nombre

Extracción de datos de diferentes fuentes.

Objetivo

Extraer datos de diferentes fuentes, que contribuyan en la solución de una situación problemática dada, por medio de operaciones de adición y sustracción de números fraccionarios.

Modalidad de trabajo

En parejas

Duración

10 horas

Descripción

Los estudiantes leen, observan y analizan las diferentes fuentes, para extraer los datos que sean necesarios para la solución de las problemáticas planteadas, por medio del desarrollo de operaciones de adición y sustracción de números fraccionarios y con la utilización de los multicubos. Durante el desarrollo y al finalizar las actividades se realizarán conversatorios con el fin de aclarar dudas, dar apreciaciones, y compartir experiencias y conclusiones entre todos los participantes.

Recursos

Situaciones problemáticas

Producto a entregar

Desarrollo de las actividades propuestas en los cuadernos de matemáticas

Fotografías del trabajo grupal en donde se evidencie el trabajo colaborativo para la solución de las diferentes situaciones.

Criterio de evaluación

- SUPERIOR: Se evidencia activa participación y aportes en el trabajo en equipo. El producto entregado, a tiempo, contiene el desarrollo de todas las operaciones con la extracción precisa de los datos necesarios para hallar la solución a la situación presentada.
- ALTO: Se evidencia su participación y aportes en el trabajo en equipo. El producto entregado contiene el desarrollo de los aspectos trabajados y la extracción de datos para el desarrollo de la actividad.

- **BÁSICO:** Muestra poca participación en el trabajo en equipo. El producto entregado contiene algunos aspectos, extraídos de las diferentes fuentes para el desarrollo trabajados en la actividad.
- **BAJO:** No participa en el trabajo en equipo. No presenta un producto acorde a los requerimientos exigidos.

Actividad 1

Extraer datos de una información

Lee lo que dice Tomás, Mónica y Luisa, luego realiza las operaciones correspondientes con los datos dados y responde



¿Qué fracción de dinero pusieron entre Tomás y Luisa?

¿Cuánto más aportó Tomás que Mónica?

¿Quién aportó menos dinero de los tres?

¿Qué procedimiento hiciste para calcular la respuesta de las anteriores preguntas?

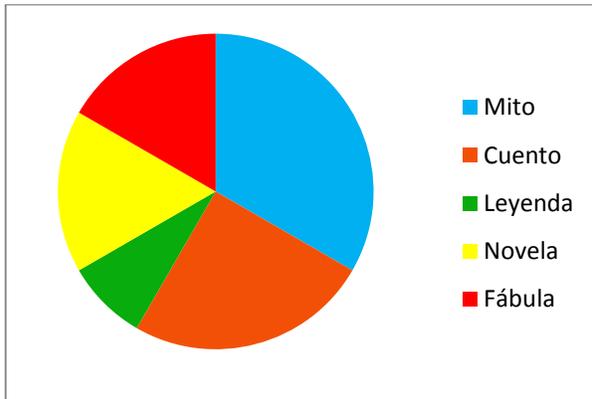
¿Cómo calculas el mayor y el menor de estas fracciones?

¿Te pareció fácil o difícil esta actividad? Justifica tu respuesta.

Se realizan conversatorios sub-grupales para analizar la información y en seguida se hace el conversatorio grupal con el fin de socializar las conclusiones y aportes de cada uno de los equipos.

Extraer datos de un diagrama

En el diagrama se registran las preferencias de 120 estudiantes en el género de la narrativa. Observa y responde



¿Qué fracción de estudiantes prefieren el cuento?

¿Qué fracción de estudiantes prefieren la leyenda?

¿Qué fracción del total de estudiantes prefieren el mito y la fábula?

¿Cuántos estudiantes prefieren cada uno de los géneros de la narrativa?

Fábula: _____ Novela: _____ Mito: _____

Cuento: _____ Leyenda: _____

Se realizan los conversatorios, sub-grupales y grupales con el fin de socializar, a la vez cada estudiante puede dar su opinión por estas preferencias y la suya propia.

Se realizan conversatorios sub-grupales y grupales para socializar conclusiones.

¿Existen diferencias entre las respuestas dadas?

¿Cuál crees que es el motivo para que se presenten estas diferencias?

¿Alguno de los miembros del equipo está equivocado? ¿Por qué?

¿Cuál de estos géneros prefiere cada uno de los integrantes del equipo?

¿Cómo representarían las fracciones de las preferencias de los miembros del equipo?

Extraer datos de una tabla



PAN DE NAVIDAD

$\frac{3}{2}$ de libra de harina de trigo

$\frac{1}{2}$ de libra de mantequilla

$\frac{3}{4}$ de libra de levadura

$\frac{2}{3}$ de libra de uvas pasas

$\frac{5}{4}$ de libra de azúcar

¿Cuántas libras de harina, levadura y azúcar se gastan en la receta?

Si sólo hay $\frac{3}{8}$ de libra de azúcar, ¿Cuántas libras más hacen falta por comprar?

Si hay $\frac{5}{7}$ de libra de uvas pasa, ¿Se necesitará comprar más?

¿Cuántas libras más de harina de trigo que de uvas pasas se necesitan en la receta?

¿Qué ingrediente es el que más se utiliza? ¿Por qué?

Se socializan conclusiones por medio de un conversatorio.

Explica los procedimientos que realizaste para resolver el problema

¿Por qué crees que son correctos?

¿De qué otra forma los podrías solucionar?

Extraer datos de un dibujo

El ajedrez se juega sobre un tablero que tiene 64 casillas de colores blanco y negro. Los jugadores disponen 16 piezas blancas y 16 piezas negras al iniciar el juego.

Observa el tablero y luego responde



¿Qué fracción total de las casillas son ocupadas por las fichas?

Si sobre el tablero quedan $\frac{2}{8}$ de fichas blancas y $\frac{3}{4}$ de fichas negras,

¿Cuántas fichas hay de cada color?

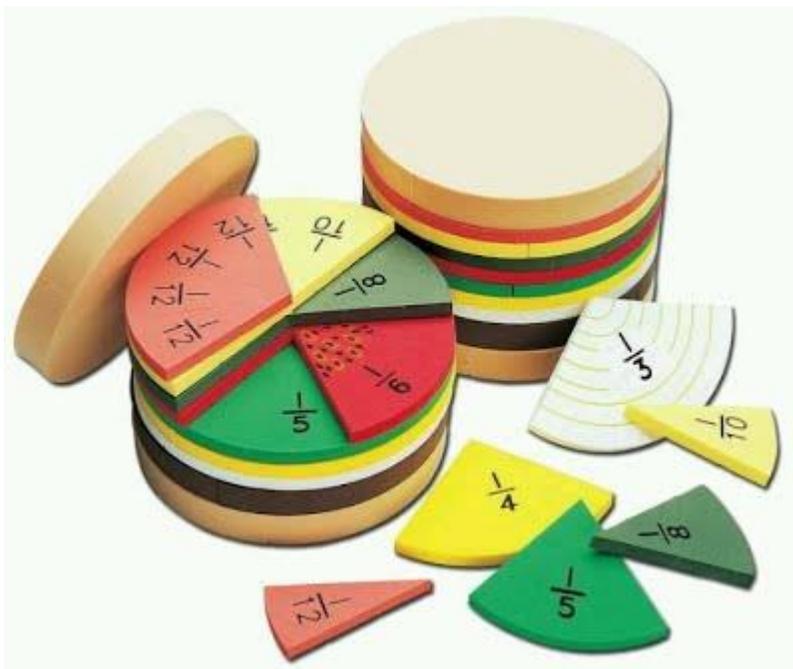
¿Qué fracción del tablero está ocupada por estas fichas?

¿Cómo puedes hallar las respuestas a las anteriores preguntas?

¿Se pueden representar los mismos datos con otro gráfico? Explica

Se pretende que cada estudiante participe de los conversatorios para conocer sus puntos de vista sobre la actividad, estas participaciones pueden ser en diferentes momentos.

Por medio del WhatsApp se propone realizar las fichas de los discos de fracción con las cuales se puedan realizar adiciones y sustracciones de fraccionarios



54

Actividad de autoevaluación

Actividad 1

Analiza la siguiente situación y responde.

- * Felipe propuso un método para sumar y restar fracciones

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{8} \begin{array}{l} \longrightarrow \text{Sumó los numeradores} \\ \longrightarrow \text{Sumó los denominadores} \end{array}$$

$$\frac{5}{4} - \frac{1}{2} = \frac{4}{2} \begin{array}{l} \longrightarrow \text{Restó los numeradores} \\ \longrightarrow \text{Restó los denominadores} \end{array}$$

¿Es correcto el método de Felipe?

¿Por qué?

¿De qué otra forma lo resolverías?

¿Por qué?

Actividad 2

Responde según tu conocimiento, justifica tus respuestas

- * ¿Cómo te sentiste con el desarrollo de esta unidad?
- * ¿Cómo fue el trabajo con los compañeros?
- * ¿Qué aprendiste?
- * ¿Cómo lo aprendiste? Describe los pasos que te llevaron a este conocimiento
- * ¿Cuál es el tema de la unidad que más te gustó?
- * ¿Cuál tema te pareció más difícil?
- * ¿Sobre cuál tema te gustaría saber más?
- * ¿Para qué te sirve lo que aprendiste?
- * ¿Cómo puedes mejorar lo que has aprendido?

Se realiza un conversatorio en el que cada estudiante expone voluntariamente las respuestas dadas a estas preguntas.

Actividades extra-clase

Por medio del grupo en WhatsApp se compartirán algunos ejercicios con suma y restas de fraccionarios, debes estar atento para que participes en los debates que sobre los mismos se desarrollen.