



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CUANDO SE VINCULA LA REGULACIÓN
METACOGNITIVA

DARWIN STHIVER MEJÍA SÁNCHEZ

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
MANIZALES

2019

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CUANDO SE VINCULA LA REGULACIÓN
METACOGNITIVA

Autor

DARWIN STHIVER MEJÍA SÁNCHEZ

Proyecto de grado para optar al título de Magister en Enseñanzas de las Ciencias

Tutor

Mg. ALEJANDRA IDARRAGA RINCÓN

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
MANIZALES

2019

DEDICATORIA

A mi esposa y mi hijo por su linda compañía, comprensión y amor manifestado en el proceso que con llevó la maestría, su apoyo ha sido fundamental animándome día a día en continuar para concluir esta etapa de mi vida.

A mi congregación Aposento Alto Villavicencio porque me ha apoyado, y sus oraciones no han sido en vano, se y confió que el poder de DIOS se manifestó en la elaboración de este trabajo.

AGRADECIMIENTOS

A mi soberano y eterno DIOS, que me ha dotado de fuerza y sabiduría para poder seguir adelante en la vida y realizar este estudio.

A mi esposa virtuosa que Dios me regalo, que dio la iniciativa de seguir avanzando en el proceso educativo y tener un esposo magister.

A mis padres, que dieron el grano de arena para empezar este estudio, de no ser por ese impulso, quizás no hubiese estudiado esta maestría.

Al colegio Liceo General Serviez y su rectora María Fernanda Acevedo, por brindarme el apoyo y espacio de realizar la intervención de la presente investigación.

A Oscar Álvarez y Katy Delgado quienes fueron fundamentales en asesorar dicho trabajo, en un momento crucial de la fase de resultados de dicha investigación.

A Ana Milena López Rúa quien siempre apporto sus ideas, de manera clara y objetiva.

A mi tutora Alejandra Idárraga quien estuvo asesorando todo el proceso, demostrando su entrega por orientar dicha investigación.

RESUMEN

En el presente informe, de enfoque descriptivo, encontraras información pertinente acerca de la importancia de la enseñanza de las ciencias exactas, donde se pretende evidenciar los cambios que se presentan, principalmente cuando se enseña la resolución de problemas, dentro de la regulación metacognitiva, por ende, se presenta el desarrollo de esta investigación en los siguientes momentos. Para empezar, se determinó la situación problema dentro de un contexto educativo, al cual surgió la pregunta *¿Cómo son los cambios que se dan en la resolución de problemas sobre función cuando se vincula la regulación metacognitiva?* En efecto, la investigación fue basada en la anterior pregunta, esta llevó a realizar una intervención en el aula, que se desarrolló en tres momentos (ubicación, desubicación y reenfoque); primero se realizó el momento de ubicación, donde se determinó el estado inicial acerca de la resolución de problemas y habilidades de regulación metacognitiva, esta fue a través de una prueba implementada a cuatro estudiantes de grado undécimo de la I.E Colegio Liceo General Serviez. Segundo se presentó el momento de desubicación, en el cual se implementó una intervención con una secuencia didáctica, con el fin de propiciar en los estudiantes procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas en el concepto de función y por último, en el momento del reenfoque, se aplica por medio de una prueba final, la cual identificaba los cambios que se dieron en los niveles de resolución de problemas.

Palabras Claves: Metacognición, Resolución de problemas, Didáctica, Función.

ABSTRACT

In this report, with a descriptive approach, you will find pertinent information about the importance of teaching exact sciences, where the aim is to show the changes that occur, mainly when problem solving is presented, within the metacognitive regulation. Likewise, the development of this investigation is presented in the following moments. To begin with the problem situation was determined within an educational context, to which the question arose: What are the changes that occur in solving problems about function when metacognitive regulation is linked? In fact, the research was based on the previous question, this led us to make an intervention in the classroom, with the aim of highlighting the three fundamental moments; first, the location moment was made, where the initial state was determined about the resolution of problems and metacognitive regulation skills, this was through a test implemented to four eleventh grade students of the IE Colegio Liceo General Serviez. Second, the moment of dislocation was presented, in the objective of intervention was implemented with a didactic sequence, in order to foster in students metacognitive regulation processes in the resolution of problems in the concept of function. And finally, at the time of refocusing, it is applied by means of a fine test, which identified the changes that occurred in the problem resolution levels.

Key words: Metacognition, Problem solving, Didactics, Function.

CONTENIDO

1	PRESENTACIÓN.....	12
2	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN	13
3	JUSTIFICACIÓN.....	15
4	OBJETIVOS.....	17
4.1	OBJETIVO GENERAL.....	17
4.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	17
5	ANTECEDENTES.....	18
5.1	ANTECEDENTES INTERNACIONALES	19
5.2	ANTECEDENTES NACIONALES.....	20
6	MARCO TEÓRICO.....	22
6.1	RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	22
6.1.1	Recursos	22
6.1.2	Heurísticas	24
6.1.3	Control.....	24
6.2	METACOGNICIÓN.....	26
6.2.1	Conocimiento Metacognitivo.	27
6.2.2	Conciencia Metacognitiva.	27
6.2.3	Regulación Metacognitiva.....	27
7	METODOLOGÍA	29
7.1	ENFOQUE.....	29

7.2	ALCANCE.....	29
7.3	DESCRIPCIÓN DE CONTEXTO	29
7.4	UNIDAD DE TRABAJO	30
7.5	DISEÑO METODOLÓGICO.....	30
7.5.1	Unidad De Análisis.....	32
7.5.2	Categoría Regulación Metacognitiva	32
7.5.3	Categoría Niveles De Resolución De Problemas.	34
7.6	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN	35
7.7	PLAN DE ANÁLISIS	40
8	RESULTADOS	41
8.1	RESULTADOS CATEGORÍA NIVELES DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.	81
8.2	RESULTADOS CATEGORÍA REGULACIÓN METACOGNITIVA.....	82
9	DISCUSION DE RESULTADOS	84
9.1	ANÁLISIS DE LA CATEGORÍA DE NIVELES DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.	84
9.2	ANÁLISIS DE LA CATEGORÍA DE REGULACIÓN METACOGNITIVA.....	87
10	CONCLUSIONES	93
11	RECOMENDACIONES	94
12	BIBLIOGRAFIA.....	95

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Categoría regulación metacognitiva	33
Tabla 2. Categoría niveles de resolución de problemas,	35
Tabla 3. Situación problema, prueba inicial.	36
Tabla 4. Situación problema, prueba final.....	38
Tabla 5. Niveles iniciales de resolución de problemas.....	42
Tabla 6. Habilidades iniciales de regulación metacognitiva.	45
Tabla 7. Niveles finales de resolución de problemas.	59
Tabla 8. Habilidades finales de regulación metacognitiva.	63
Tabla 9. Clasificación niveles iniciales y finales.....	81
Tabla 10. Análisis subcategoría planeación.	87
Tabla 11. Análisis de subcategoría monitoreo.	89
Tabla 12. Análisis de sub categoría evaluación.....	90

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Diseño metodológico.	31
-------------------------------------	----

LISTA DE ANEXOS

Anexo 1. PRUEBA INICIAL.....	97
Anexo 2. GUIAS SECUENCIA DIDÁCTICA.....	99
Anexo 3. GUIA PRUEBA FINAL.....	114

1 PRESENTACIÓN

La presente investigación describe los cambios que se presentan en el desarrollo de procesos de regulación metacognitiva, (planeación, monitoreo y evaluación) puesto que, estos se evidencian en la resolución de problemas del concepto de función, principalmente en estudiantes de grado undécimo de la Institución Educativa Colegio Liceo General Serviez. Por consiguiente, se evidenciaron fortalezas y dificultades en el proceso de algunos estudiantes, estos frente a la resolución de problemas, en los cuales se trabajó el concepto de función. Además, se consideraron algunos elementos que intervienen en los procesos de regulación metacognitiva y se enfatizó en la importancia para la resolución de problemas.

Por otra parte, se realizó una consulta de varios referentes teóricos, con el fin de darle una base a esta investigación, estos son acerca de los procesos metacognitivos en la resolución de problemas, lo cual hizo vislumbrar los cambios presentados a lo largo de las investigaciones hechas en el tema, las cuales han evidenciado la evolución asertiva en los procesos de enseñanza – aprendizaje, mayormente cuando se lleva a cabo un acompañamiento en el aula con procesos metacognitivos.

De la misma manera, esta investigación muestra como los estudiantes realizaron una exploración, la cual se centró en la descripción de sus procesos en el desarrollo de diferentes situaciones problémicas relacionados con las funciones, donde se evidenció un cambio a favor de sus procesos de aprendizaje, no sin antes mencionar, que también, al inicio de esta intervención se generaron algunos desequilibrios cognitivos, los cuales llevaron a los estudiantes, a algunos razonamientos más estructurados y hacer uso de sus pre saberes y experiencias para construir nuevos aprendizajes más elaborados.

2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

La educación actual tiene como objetivo la formación de un ser integral, conocedor de elementos científicos y técnicos, que permitan a los individuos apropiarse de herramientas para su desempeño en la sociedad. Sin embargo, la realidad muestra que existen varios problemas, los cuales están relacionados directamente con la separación de los saberes específicos y su presencia en el entorno; es decir, la ausencia de procesos de concientización, estos deben dejar claro que el conocimiento proviene de la naturaleza y los acontecimientos que en ella ocurren.

Por lo general, el aprendizaje de las ciencias exactas, se han visto a través de la historia regidos por modelos conductistas y tradicionales, tal como lo afirma Marques (2003), donde el estudiante cumple el papel de único receptor de conocimiento y el docente de único emisor del mismo, en este caso, la investigación no aporta al desarrollo cognitivo del estudiante, sino por el contrario, el conocimiento se ve plasmado en textos e informaciones proporcionadas; sin tener en cuenta que el saber va más allá de unos cuantos párrafos y figuras, las cuales podemos encontrar en nuestro entorno más próximo, es más, de allí proviene el verdadero origen de todo lo que la humanidad ha descubierto en el transcurrir de la historia.

Del mismo modo, Kalhil (2011) afirma que la falta de actualización por parte de los docentes, es mínima en el contenido disciplinar y didáctico, a causa de este descuido, se presenta el olvido de un panorama real que se vive dentro de la actividad científica, también, se pierde un poco el papel que esta desempeña el desarrollo social. Estos factores evitan la creación de conceptos simplificados, los cuales partan la enseñanza del mismo entorno, haciendo una labor abstracta y compleja, que no tiene una aplicación simple y cotidiana.

Por otra parte, la falta de procesos dinámicos y motivacionales en la enseñanza - aprendizaje de la matemática, más específicamente del concepto de función, y también, el sin número de oportunidades que permiten la apropiación de este concepto, por medio de

recursos aplicables a la realidad del entorno, inspiran el presente trabajo; ya que al fomentar el desarrollo metacognitivo en los estudiantes, realizados mediante procesos didácticos y lúdicos, se les permitirá relacionar el concepto de función, con elementos cotidianos y a su vez realizar un correcto proceso para llegar al conocimiento, teniendo bases científicas sólidas, las cuales partirán desde las propias conjeturas y experiencias de los estudiantes, realizadas por medio de elementos prácticos que las apoyen.

Finalmente, después de esta breve descripción del proceso que lleva este trabajo de investigación, se realiza el siguiente interrogante:

¿Cómo son los cambios que se dan en la resolución de problemas sobre función cuando se vincula la regulación metacognitiva?

3 JUSTIFICACIÓN

En el mundo actual, está exigiendo cada vez más, la formación de personas con mayores competencias, para desenvolverse en las diferentes situaciones y problemas que en la sociedad contemporánea han venido surgiendo, principalmente en las diferentes culturas dominadas por fenómenos socio-económicos, como lo son la globalización, el desarrollo de las ciencias y el amplio avance y uso de la tecnología. Del mismo modo, la influencia de los fenómenos ya dichos, implican una actualización en las aulas de clase, ya que en ellas se deben proporcionar herramientas útiles para afrontar los retos futuros de los estudiantes, donde seguramente la vida laboral y la sociedad les demandaran el uso e implementación de estas. Igualmente, la matemática seguirá siendo un eje fundamental para la vida académica, vista como una ciencia exacta, la cual permite modelar múltiples acontecimientos en diferentes campos del conocimiento, y de esta manera solucionar problemáticas en diferentes ámbitos de la sociedad.

De acuerdo a lo anterior y al problema antes expuesto, vale la pena resaltar la importancia de crear, mejorar, apoyar y efectuar estrategias que permitan en los estudiantes la resolución de problemas sobre funciones, vinculando la regulación metacognitiva y de esta forma proporcionar la motivación que requiere el estudiante para perfeccionar sus competencias, no solo en el aula de clase, sino también, en su entorno social y natural. También, cabe resaltar que él, será inspirando por un ambiente de investigación y construcción del conocimiento, esta afirmación la realiza Lara (2012), es necesario enseñar a los estudiantes las herramientas adecuadas para estimular pensamiento de buena calidad: crítico, creativo y metacognitivo; sobre esta base, es posible aprendizajes profundos, en donde el estudiante logre realizar múltiples operaciones con el conocimiento adquirido, y además, establecer relaciones disciplinares e interdisciplinares de mayor complejidad.

Otro aspecto importante de esta investigación es la metacognición, puesto que es una herramienta fundamental en el proceso del estudiante y en la adquisición de múltiples

habilidades del conocimiento. Para este trabajo, se da prioridad a la regulación metacognitiva, a partir de la planeación, monitoreo y evaluación, ya que la planeación fundamenta las estrategias y permite prever o anticipar los resultados, por otra parte, el monitoreo permite el seguimiento constante de la ejecución de la tarea, ratifica estrategias y la evaluación ejecutada al final de la actividad, evalúa resultados en términos de eficacia.

A causa de lo anterior, se ve evidenciada la importancia de la vinculación y la regulación metacognitiva, esta se presenta dentro de las actividades realizadas por los estudiantes, en este caso particular, la resolución de problemas sobre funciones, ya que estas permiten el control de su propio proceso de aprendizaje. Además, una afirmación de esta teoría es realizada por Schraw (1998), citado por Tamayo (2006). *“La regulación (o control) metacognitiva se refiere al conjunto de actividades que ayudan al estudiante a controlar su aprendizaje, se relaciona con las decisiones del aprendiz antes, durante y después de realizar cierta tarea de aprendizaje”*. Se asume que, la regulación metacognitiva mejora el rendimiento en diferentes formas, una de ellas, es en el uso de la atención, la cual proporciona una mayor conciencia de las dificultades en la comprensión y mejora las estrategias ya existentes. Se ha encontrado un incremento significativo del aprendizaje cuando se incluyen, como parte de la enseñanza, la regulación y la comprensión de las actividades.

Por último, la metacognición representa un avance dentro de la didáctica de las ciencias exactas, ya que esta, no solo relaciona los problemas matemáticos auténticos, sino que articula situaciones de otras ciencias, implicando contextos de la vida cotidiana del estudiante, contribuyendo a la autonomía, así como lo afirma Osborne (2000) citado por Sandra Buitrago y Ligia García (2010), *de tal forma que el estudiante toma conciencia de lo que sabe y cómo lo usa, evidenciando así sus fortalezas y debilidades en pro de perfeccionar o replantear los procesos que favorecen o dificultan sus propios aprendizajes. Esta es una razón por la cual el estudio de la metacognición está a la vanguardia en didáctica de las ciencias, ya que se asume que ésta no sólo es funcional en matemáticas, sino que es transferible a situaciones de otras ciencias e incluso a situaciones de la vida cotidiana.*

4 OBJETIVOS

4.1 OBJETIVO GENERAL

Describir los cambios que se presentan en la resolución de problemas sobre función, cuando se vincula la regulación metacognitiva, en estudiantes de Grado 11° del Liceo General Serviez en Villavicencio (Meta).

4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar los niveles iniciales en resolución de problemas sobre el concepto de función de los estudiantes.
- Reconocer los procesos (planeación, monitoreo y evaluación) de los estudiantes en la resolución de problemas sobre el concepto de función, abordados durante la intervención didáctica cuando se vincula la regulación metacognitiva.
- Caracterizar los niveles alcanzados por los estudiantes en la resolución de problemas sobre el concepto de función, imbricando la regulación metacognitiva.

5 ANTECEDENTES

En cuanto al estudio de la metacognición, sus inicios se dieron en la década de los setenta y partieron de estudios de casos sobre los procesos de memorización en niños (Flavell & Wellman, (1977) citados por Paz (2011). Estas investigaciones buscaron comprender los procedimientos realizados por los estudiantes en los procesos de aprendizaje escolar y a su vez pretendían identificar las estrategias de enseñanza eficaces. Los resultados obtenidos permitieron diferenciar entre el conocimiento que tiene el niño de sus propios procesos cognitivos (dominio del conocimiento metacognitivo) y el nivel de regulación de dichos procesos para ser eficiente en determinadas tareas (dominio de la experiencia metacognitiva). Al final se concluyó que ambos aspectos eran complementarios; se identificó el primero con el conocimiento declarativo y el segundo con el conocimiento procedimental. Desde entonces y hasta la fecha se han realizado diversos estudios sobre metacognición vinculados a distintos campos específicos del conocimiento.

Respecto al campo de la resolución de problemas, este método tuvo sus primeras aplicaciones y desarrollo en la escuela de medicina en la Universidad de Case Western Reserve en los Estados Unidos y en la Universidad de McMaster en Canadá en la década de los 60's. Desde entonces se ha extendido tanto su uso como su estudio. A Europa llegó en 1974, cuando la Universidad de Maastrich diseñó todas sus facultades con esta estrategia (Universidad de Murcia, 2011).

Hasta ahora este método se ha extendido no solo a la educación superior, sino que también ha permitido identificar problemas del aprendizaje en la escuela de tal forma que estos sean diagnosticados cuando los niños llegan a la edad escolar. A continuación, se presenta algunas de las investigaciones enmarcadas en ambientes escolares a nivel internacional y nacional, las cuales se relacionan en la resolución de problemas y metacognición.

5.1 ANTECEDENTES INTERNACIONALES

En primer lugar, Doménech (2004) realiza una comparación acerca de la capacidad intelectual y la capacidad metacognitiva, aspectos que conjuntamente pueden aportar información relacionada con la resolución de problemas. El autor basa su estudio en tres interrogantes: en primer lugar, cuales son aquellos aspectos diferenciales que se observan en la resolución de problemas en función del perfil intelectual de la población de estudio, por otro lado se enfoca en establecer la diferencia en los resultados de la resolución de problemas con alta y baja capacidad metacognitiva y por último en la relación existente entre la inteligencia y la metacognición.

sí mismo, Plantea que por medio de la observación y el análisis de los procedimientos en resolución de problemas en a la población de estudio y las características que presentan los mismos al resolver tanto correctamente los problemas como de forma incorrecta se obtendrán las pautas necesarias para educar de forma correcta en resolución de problemas.

Por otra parte, el trabajo realizado por Rodríguez (2005) gira en torno a la preocupación de la escuela por formar a los estudiantes en la resolución de problemas, lo que implica que estos puedan trasladar sus aprendizajes a nuevos ámbitos no estudiados previamente y del mismo modo utilicen estrategias llamadas de segundo orden o metacognitivas. Lo anterior, utilizando el enfoque antropológico de lo didáctico y la resolución de problemas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas través de los denominados Recorridos de Estudio e Investigación.

Esta autora analiza inicialmente, las restricciones didácticas de los distintos niveles de codeterminación que dificultan la incorporación de la resolución de problemas como eje integrador de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, también el modelo de actividad matemática utilizado por el enfoque antropológico y como este permite especificar a nivel disciplinar los aspectos clásicamente considerado como metacognitivos y que aquí se interpretan como ingredientes del trabajo matemático que va más allá del estudio puntual

de problemas aislados; lo anterior posibilita procesos de enseñanza intencionada y favorece la formación de alumnos competentes en la resolución de problemas.

En cuanto a los referentes sobre los aprendizajes profundos Marín (2015) en su investigación sobre aprendizajes profundos logrados mediante la resolución de problemas, asegura que en la actualidad, hablar del tema de aprendizajes profundos en Ciencias y en general, siempre suscita un enorme interés en diversas áreas, así mismo afirma que poco es el constructo teórico que se tiene debido a que la mayoría de las investigaciones se dividen por un lado sobre los enfoques de aprendizaje, pero también están por otro lado investigaciones en otros campos del tema en cuestión que hablan sobre los estilos y las estrategias de aprendizaje, los cuales presentan diferencias significativas.

5.2 ANTECEDENTES NACIONALES

Otro autor que plantea un artículo de investigación basado en cómo desarrollar la metacognición en la educación superior mediante la resolución de problemas, es Paz (2011) quien presenta algunos rasgos metacognitivos que se identifican en los estudiantes cuando se aplican estrategias sobre resolución de problemas en la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación.

Esta investigación partió de las dificultades identificadas en estudiantes de ingeniería respecto al aprendizaje de las asignaturas del núcleo de básicas y de la ingeniería aplicada, lo cual llevó al autor a realizar una reflexión sobre nuevas estrategias de enseñanza que faciliten el aprendizaje por medio del enfoque de resolución de problemas, que ha sido reconocido desde sus orígenes como actividad mediadora en el desarrollo de funciones cognitivas (Mayer, 1986), este tiene en la actualidad dos focos de interés: el desarrollo de los procesos metacognitivos en los estudiantes, y la formación integral (Bower et al., 2004; Litzinger et al., 2005; Xavier et al., 2001).

El propósito de esta investigación fue identificar rasgos metacognitivos de los estudiantes, propiciados por la metodología de enseñanza centrada en resolución de problemas y el autor concluyó que el aprendizaje que da lugar a ideas y creencias metacognitivas es de tipo inconsciente, y se deben diseñar y aplicar metas educativas y enfoques de enseñanza que ayuden a los estudiantes a ser más conscientes de su propia metacognición. Así mismo se destaca que un buen uso del diálogo, de los métodos participativos y del modelamiento del profesor son condiciones necesarias para el desarrollo de estrategias metacognitivas. Además, también son condiciones la precisión en el diseño curricular de las intenciones por medio de la metodología, el análisis del contenido, los objetivos propuestos, entre otros; es decir, tener claros los fines que se proyectan en lo educativo y diseñar la realización del proceso de formación.

Otra investigación basada en la resolución de problemas y metacognición la plantea Buitrago y García (2010), en su trabajo se enfoca en indagar los procesos de la regulación metacognitiva, mediante las acciones de la planeación, control y evaluación que emplean los estudiantes durante sus procesos de resolución de problemas en matemáticas, parte asumiendo de la relación que existe entre los procesos de regulación metacognitiva y la resolución de problemas, los cuales van desarrollándose a medida que el conocimiento específico en la disciplina de la matemática van avanzando. Con dicha investigación esperan aportar en los procesos de enseñanza de las matemáticas y evaluar los procesos de resolución de problemas, ya que, se consideran importantes en las actividades del área de la matemática.

6 MARCO TEÓRICO

6.1 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

En primer lugar se encuentra Allan Schoenfeld, partiendo de las ideas de George Polya comprueba la importancia que tiene la resolución de problemas en el contexto educativo, ya que al trabajar con estudiantes que se preparaban para presentar pruebas u olimpiadas decidió usar los métodos planteados por Polya en resolución de problemas, quien aunque no hizo estudios de campo enfocó su trabajo en evidenciar la importancia de resolver problemas y hacer de estos el medio de obtener y crear conocimientos en matemáticas y sus posibilidades en el aprendizaje de esta disciplina.

Por otra parte, Schoenfeld realizó estudios con estudiantes y profesores a los cuales proporcionaba problemas complejos para resolver, los cuales requerían que los estudiantes contaran con saberes previos y del mismo modo los docentes. Acerca de lo anterior Hugo Barrantes (2006) basado en los estudios de Schoenfeld, concluyó que cuando se tiene o se quiere trabajar con resolución de problemas como una estrategia didáctica hay que tener en cuenta situaciones más allá de las puras heurísticas; de lo contrario no funciona, no tanto porque las heurísticas no sirvan, sino porque hay que tomar en cuenta otros factores.

Schoenfeld a partir de los trabajos de campo que realizó determinó una serie de categorías que deben ser consideradas en el momento de trabajar la resolución de problemas como una estrategia didáctica, Hugo Barrantes (2006) las recopila en su artículo *Resolución de problemas El trabajo de Allan Schoenfeld*.

6.1.1 Recursos

Lo primero que Schoenfeld señaló es la categoría de los recursos. Éstos son los conocimientos previos que posee el individuo; se refiere, entre otros, a conceptos, fórmulas, algoritmos, y, en general, todas las nociones que se considere necesario saber para enfrentarse a un determinado problema.

En esta categoría, uno de los aspectos más relevantes es que el profesor debe identificar claramente las herramientas con las que cuenta el estudiante. De allí que, si a la hora de resolver un determinado problema el individuo no cuenta con las herramientas necesarias para encontrar la solución, entonces, seguramente no podrá hacerlo.

Del mismo modo Barrantes (2006) también cita algo que él llama un inventario de recursos, donde el profesor debe conocer cómo accede el estudiante los conceptos que tiene.

Por otro lado, se habla de las circunstancias estereotípicas que Schoenfeld afirma que provocan respuestas estereotípicas. Por ejemplo, alguien va resolver el problema de cómo encontrar un punto máximo; entonces, quien lo trata de resolver simplemente dice: aquí tengo que encontrar una función de alguna forma, derivar, ver dónde se hace cero la derivada, y analizar dicho punto; esa sería una respuesta estereotípica ante un problema de máximos. Ahora bien, llegar a esa fórmula no es necesariamente fácil, la función que hay que derivar puede ser compleja, etc; pero el procedimiento de resolución se da de manera casi automática.

Otro asunto son los recursos defectuosos. El estudiante tiene un sinnúmero de recursos, pero algunos pueden ser defectuosos; por ejemplo, alguna fórmula o procedimiento mal aprendido o que él cree que se usan en alguna situación, pero resulta que no es así.

Del mismo modo en muchas ocasiones el profesor pone un problema y afirma que es muy fácil, sin embargo, lo dice porque tiene años de manejar el tema y pierde la perspectiva de la dificultad que, tal vez, incluso para él, tuvo en alguna ocasión anterior. Hay que tener claro que lo que para unos es fácil, no necesariamente lo es para todos.

Otro aspecto pueden ser un gran número de errores en procedimientos simples, los cuales pueden ser el resultado de un aprendizaje erróneo. Esto está relacionado con la forma en que el estudiante accede a la información y, también se refiere a la forma en que él la tiene estructurada; es decir, ante una situación alguien puede pensar una cadena de conceptos alrededor de ésta, aunque no necesariamente estén bien ligados.

Por ejemplo, el alumno tiende a extrapolar propiedades tal como la linealidad; dado que

$$\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}, \quad (a \cdot b)^n \text{ es } a^n \cdot b^n, \text{ entonces } \sqrt{a+b} \text{ no va a ser } \sqrt{a} + \sqrt{b} ?$$

6.1.2 Heurísticas

Schoenfeld plantea que hay una problemática con las heurísticas en el trabajo de Pólya, y es que prácticamente cada tipo de problema necesita de ciertas heurísticas particulares; por ejemplo, Pólya propone como heurísticas hacer dibujos, pero Schoenfeld dice que no en todo problema se puede dar este tipo de heurística específica.

En general, el problema con las heurísticas tal como lo propone Pólya, según Schoenfeld, es que son muy generales, por eso no pueden ser implementadas en todos los tipos de problemas. Dice que habría que conocerlas, saber cómo usarlas, y tener la habilidad para hacerlo. Esto es así porque, posiblemente, mientras el estudiante aprende un cúmulo de heurísticas particulares, ya podría haber aprendido mucho sobre otros conceptos.

6.1.3 Control

Se refiere a cómo un estudiante controla su trabajo. Si ante un determinado problema puede ver una serie de posibilidades para su solución, el estudiante tiene que ser capaz de darse cuenta si el método que seleccionó en determinado momento está funcionando o si va hacia un callejón sin salida; es decir, tiene que darse cuenta a tiempo, retroceder e intentar de nuevo por otro método.

Es común que cualquier persona resolviendo un problema tenga la firme convicción que este se soluciona usando el método que escogió, y aún sin lograr resultados exitosos, sigue intentándolo. Posteriormente lo retoma y sigue por el mismo camino, hasta que en algún momento se da cuenta que escogió el método equivocado, y que entonces debe buscar otra vía completamente distinta.

Pueden existir un sin número de estrategias heurísticas que pueden usarse para resolver un determinado problema, sin embargo, puede ser que una o varias sirvan, o que se crea que algunas que sirven no sirven, o si alguna sirve puede presentar mayores obstáculos que otras. Cada una de las heurísticas o estrategias que se usen pueden tener sus diferencias;

puede que se seleccione una que es inútil, existiendo muchas que son útiles. Todo eso debe ser controlado.

De allí que Schoenfeld destaque la importancia que el estudiante tenga la habilidad de monitorear y evaluar su proceso. En cuanto a eso, Schoenfeld también señala que la persona que está resolviendo el problema debe saber qué es capaz de hacer, con qué cuenta, es decir, conocerse en cuanto a la forma de reaccionar ante esas situaciones.

Algunas acciones que involucran el control son:

- Entendimiento: tener claridad acerca de lo que trata un problema antes de empezar a resolverlo.
- Consideración de varias formas posibles de solución y seleccionar una específica, o sea: hacer un diseño.
- Monitorear el proceso y decidir cuándo abandonar un camino no exitoso y tomar uno nuevo.
- Llevar a cabo ese diseño que hizo, estar dispuesto a cambiarlo en un momento oportuno.
- Revisar el proceso de resolución.

Schoenfeld propone algunas actividades que, según él, pueden desarrollar las habilidades de las personas para el control:

- Tomar videos durante las actividades de resolución de problemas. El video luego se pasa a los estudiantes para que vean qué es lo que han hecho, porque, en general, resuelven un problema y, al final, se les olvida qué fue lo que hicieron.
- Algo que Pólya mencionaba, también: el docente debe tomar las equivocaciones como modelo; es decir, proponer un problema y tratar de resolverlo (aún, cuando sepa la solución), escoger una estrategia que sabe que no va a funcionar y ver en qué momento se decide que esta no lleva a ninguna parte y se opta por otra.

- El profesor resuelve problemas como modelo, y, posteriormente, debe discutir las soluciones con todo el grupo para que cada uno aporte ideas.
- Se debe reconocer la relevancia de que los estudiantes entiendan el vocabulario utilizado en la redacción de un ejercicio o de un problema; se debe hacer preguntas orientadoras y evaluar métodos sugeridos por los mismos estudiantes.
- También propone que se resuelvan problemas en pequeños grupos, en un ambiente de trabajo colaborativo; esto para potenciar el desarrollo de habilidades relacionadas con alguna materia, y, así, que cada uno pueda aprender sobre la forma en que los demás controlan su trabajo.

6.2 METACOGNICIÓN

En cuanto a lo referente a la metacognición se puede definir como el conocimiento obtenido a partir de otros conocimientos, ya que el hombre relaciona todo su entorno con las diferentes áreas del conocimiento, según Buitrago y García (2010), se ha descubierto que el ser humano no solo adquiere conocimientos acerca de su mundo físico y social, sino acerca de su mundo mental o psicológico mediante procesos metacognitivos; puesto que estos surgen a partir de la reflexión que hace el sujeto con respecto a su propia manera de pensar.

Por otra parte, según Pozo (2006) citado por Sandra Buitrago y Ligia García (2010). La metacognición se considera como un conocimiento de segundo orden, ya que como lo manifiesta el prefijo “meta” se tiene a sí mismo como objeto de estudio.

Así mismo, Tamayo (2006) afirma que el conocimiento metacognitivo se refiere al conocimiento que tienen las personas sobre sus propios procesos cognitivos y Flavell (citado por Tamayo 2006) afirma que la metacognición ha sido definida como la habilidad

para monitorear, evaluar y planificar nuestro propio aprendizaje (Flavell, 1979), Es decir, de una manera aún más general cualquier conocimiento sobre el conocimiento.

Según Tamayo (2006) Siguiendo a Gunstone & Mitchell (1998), el estudio de la metacognición aborda tres aspectos generales: conocimiento, conciencia y control sobre los propios procesos de pensamiento.

6.2.1 Conocimiento Metacognitivo.

El conocimiento metacognitivo es el conocimiento que tienen las personas sobre sus propios procesos cognitivos; son conocimientos de naturaleza diferente que pueden referirse, según Flavell (1987), (citado por Tamayo 2006) a los conocimientos sobre las personas, sobre las tareas o sobre las estrategias. Un estudiante que conozca en forma adecuada sus procesos cognitivos puede "hablar" o "reflexionar" sobre sus procesos de pensamiento propios y/o de los demás.

6.2.2 Conciencia Metacognitiva.

La conciencia metacognitiva es un saber de naturaleza intra-individual, se refiere al conocimiento que tienen los estudiantes de los propósitos de las actividades que desarrollan y de la conciencia que tienen sobre su progreso personal; es un conocimiento que permite el control o la auto-regulación del pensamiento y de los procesos y productos del aprendizaje Hartman, 1998 (citado por Tamayo 2006)

6.2.3 Regulación Metacognitiva.

La regulación metacognitiva al ser una de las categorías de análisis de este proyecto se profundizará a continuación.

La regulación (o control) metacognitiva se refiere al conjunto de actividades que ayudan al estudiante a controlar su aprendizaje, se relaciona con las decisiones del aprendiz antes, durante y después de realizar cierta tarea de aprendizaje. Se asume que la regulación metacognitiva mejora el rendimiento en diferentes formas: mejora el uso de la atención, proporciona una mayor conciencia de las dificultades en la comprensión y mejora las estrategias ya existentes. Se ha encontrado un incremento significativo del aprendizaje

cuando se incluyen, como parte de la enseñanza, la regulación y la comprensión de las actividades, Schraw, 1998, (citado por Tamayo 2006).

La regulación de los procesos metacognitivos esta mediada por tres procesos cognitivos esenciales: planeación, monitoreo y evaluación Brown, 1987, (citado por Tamayo 2006).

La planeación implica la selección de estrategias apropiadas y la localización de factores que afectan el rendimiento tales como la predicción, las estrategias de secuenciación y la distribución del tiempo o de la atención selectiva antes de realizar la tarea; es decir, consiste en anticipar las actividades, prever resultados, enumerar pasos.

El monitoreo se refiere a la posibilidad que se tiene, en el momento de realizar la tarea, de comprender y modificar su ejecución, por ejemplo, realizar auto-evaluaciones durante el aprendizaje, para verificar, rectificar y revisar las estrategias seguidas.

La evaluación, realizada al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones.

Los anteriores procesos fueron tenidos en cuenta, como categorías fundamentales de análisis, con el fin de reconocer los cambios en planeación, monitoreo y evaluación durante los tres momentos de la investigación en la resolución de problemas sobre funciones.

7 METODOLOGÍA

En cuanto a este capítulo, se presentan elementos importantes relacionados con la metodología del presente trabajo de investigación. Para empezar, se describe de manera general el enfoque del método utilizado en esta investigación, el alcance del mismo y el contexto donde fue empleado. Luego, se especifican las características de la unidad de trabajo, la categoría de regulación metacognitiva, la categoría por niveles de resolución de problemas y las técnicas e instrumentos de recolección de información. y para terminar, se da a conocer el plan de análisis, el diseño metodológico y la unidad del mismo.

7.1 ENFOQUE

Esta investigación se llevará a cabo por un método cualitativo, el cual es de carácter descriptivo, comprensivo, puesto que se observa en un contexto específico y busca describirlo de acuerdo a las circunstancias en las que tienen tiempo y lugar, para luego interpretar y describir los cambios efectuados en la enseñanza – aprendizaje de los estudiantes de Grado 11° del Liceo General Serviez en Villavicencio (Meta).

7.2 ALCANCE

La investigación se inicia con el método descriptivo y finalizará con un enfoque descriptivo - comprensivo, ya que, en primer lugar, se pretende identificar los niveles iniciales en cuanto a la resolución de problemas y habilidades de regulación metacognitiva que establecen los estudiantes de de Grado 11° del Liceo General Serviez en Villavicencio (Meta). Y finalmente, se contrastarán los resultados, teniendo en cuenta el proceso y aportes de la intervención en el aula, centrado en la resolución de problemas y habilidades metacognitivas alcanzadas por los estudiantes ya nombrados.

7.3 DESCRIPCIÓN DE CONTEXTO

En efecto, la investigación se realizó en el Liceo General Serviez, colegio oficial de régimen especial adscrito como una de las ocho (8) sedes de la Dirección General de los Liceos del Ejército Nacional. Esta Institución se encuentra ubicada en la Cuarta División

del Ejército Nacional, en la vereda de Apiay de la Ciudad de Villavicencio (Meta). Actualmente, el colegio cuenta con 456 estudiantes (preescolar, primaria, básica y media) de los cuales el 45% son hijos de militares activos o en retiro (Ejército, Policía, y Fuerza Aérea) y el 55% restante son hijo de civiles.

Entre los aspectos, los más relevantes pertenecen al aspecto académico, en este se destaca la clasificación A+ otorgada por el MEN (Ministerio de Educación Nacional) en los últimos 5 años, a consecuencia de los resultados en las pruebas saber 11°. De modo que estos han permitido posicionar esta institución entre los primeros 120 colegios a nivel nacional. Así mismo, el Liceo General Serviez se encuentra certificado por el Modelo Europeo, con el fin de tener la Gestión de Calidad (EFQM), la cual está “Comprometida con la Excelencia tres estrellas +300 puntos (C3E+300) según fundación Colombia excelente”.

7.4 UNIDAD DE TRABAJO

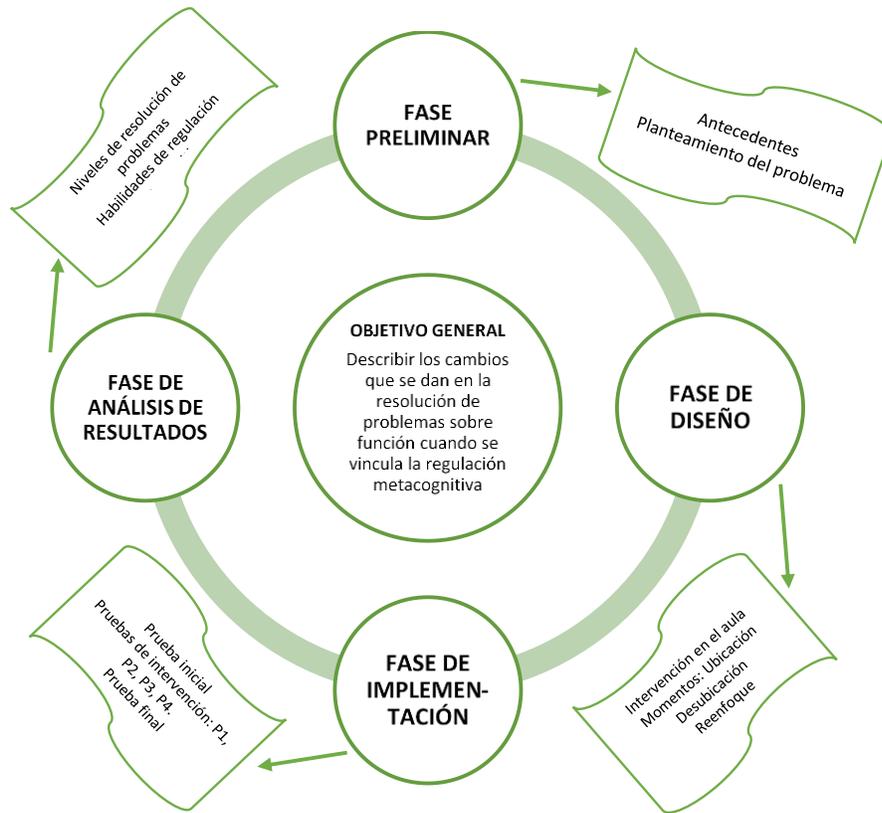
Teniendo en cuenta lo anteriormente mencionado, se seleccionó de forma aleatoria 4 estudiantes de los 39 que cursan grado undécimo, estos estudiantes se escogieron luego de aplicar la prueba inicial, los cuales se denominarán de ahora en adelante **E1, E2, E3, E4**, con el fin de proteger sus identidades ya que, sus edades oscilan entre los 15 y 17 años. Estos jóvenes son hijos de Oficiales, Suboficiales y Civiles de la Institución Militar en actividad y en retiro, con sujeción administrativa a las disposiciones del comando del Ejército.

De tal manera, cabe destacar que actualmente, los estudiantes de grado undécimo realizan el Diplomado de Lectores Competentes 2.0, además de presentar pruebas de ensayo saber 11°, también, las pruebas ICFES, pruebas de ensayo “Asesorías Educativas Milton Ochoa” y bimestralmente los exámenes correspondientes a cada una de las asignaturas cursadas en la institución educativa.

7.5 DISEÑO METODOLÓGICO

A continuación, se presentará el diagrama que permite ver la ruta de la investigación con sus respectivas fases.

Figura 1. Diseño metodológico.



Fuente: elaboración propia.

A continuación, se explica cada una de las fases que permiten ver la ruta de la investigación.

En la fase preliminar encontramos los antecedentes nacionales e internacionales, que nos permitieron evidenciar los referentes bibliográficos, los cuales, a través de la historia han aportado a los procesos de aprendizaje acerca del tema investigativo, específicamente en este campo. Luego es analizado el contexto académico de la población a trabajar surge la pregunta de investigación ¿Como son los cambios que se dan en la resolución de problemas sobre funciones cuando se vincula la regulación metacognitiva?

Adicionalmente, en la fase de diseño se elaboraron los instrumentos de intervención en el aula, estos fueron basados en las categorías de análisis ya mencionadas, los cuales se distribuyeron en tres momentos: ubicación, desubicación y reenfoque.

Igualmente, en la fase de implementación se llevó a cabo la intervención en el aula, con el objetivo de recolectar las respuestas de los estudiantes frente a los problemas propuestos para esta investigación, con el fin de determinar sus estados en cuanto a la resolución de problemas y habilidades de regulación metacognitiva, toda esta práctica, fue hecha por medio de una prueba inicial, luego cuatro pruebas como secuencia didáctica con orientación del docente y por último una prueba final.

Finalmente, en la fase de resultados de análisis, se llevó a cabo a partir de las respuestas obtenidas por los estudiantes en las pruebas aplicadas anteriormente mencionadas; en primer lugar se identificaron los niveles de resolución de problemas y habilidades de regulación metacognitiva iniciales, posteriormente se analiza las respuestas de las pruebas de intervención en el aula para reconocer los cambios que se fueron dando a través del proceso de aprendizaje orientados por el docente; y por último, se analizaron las respuestas de los estudiantes en la prueba final, con el propósito de identificar los niveles de resolución y las habilidades de regulación metacognitiva alcanzados por los estudiantes en la culminación de su proceso de aprendizaje.

7.5.1 Unidad De Análisis

A continuación, se relacionan las dos categorías de análisis; que surgieron a partir de la problemática que se desea abordar en esta investigación; esta se describirá con sus respectivas subcategorías, indicadores, ítems y autor.

7.5.2 Categoría Regulación Metacognitiva

Se puede decir que la regulación metacognitiva, a partir de sus dimensiones, planeación, monitoreo y evaluación, sirven como herramientas de aprendizaje para un estudiante, las

cuales puede usar, para obtener conocimientos mejor elaborados y estructurados sobre cualquier tema. Por ende, en la siguiente tabla, la regulación se estructuró como categoría de análisis para lograr reconocer y describir dichas habilidades usadas por los estudiantes elegidos para este proceso de investigación.

Tabla 1. Categoría regulación metacognitiva

CATEGORIA REGULACIÓN METACOGNITIVA				
CATEGORIA	SUB CATEGORIA	INDICADORES	ITEMS	AUTOR
	PLANEACIÓN	<ul style="list-style-type: none"> • Lee las instrucciones del problema hasta entenderlas. • Elabora representaciones gráficas y/o simbólicas para comprender el problema. • Establece los pasos que debe seguir para resolver el problema. 	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué te pide el problema? • ¿Qué conocimientos puedes utilizar para resolver el problema? 	
	MONITOREO	<ul style="list-style-type: none"> • Implementa el plan que diseño para resolver el problema. • Replantea de ser necesario los pasos a 	<ul style="list-style-type: none"> • Revisa cada paso del plan implementado. • Si notas que vas por el camino equivocado, retoma 	

	seguir para resolver el problema.	el plan diseñado y analiza los pasos a seguir.	Tamayo (2010)
EVALUACIÓN	<ul style="list-style-type: none"> • Revisa los tiempos y efectividad de su estrategia. • Implementa estrategias alternativas para la solución del problema. 	<ul style="list-style-type: none"> • La pregunta que encontraste corresponde a la pregunta inicial. • ¿Cuánto tiempo tardaste en resolver el problema?, ¿Cómo podrías reducir ese tiempo? • ¿Hubo algunos pasos de tu plan que no sirvieron para resolver el problema?, ¿Por qué crees que no sirvieron? 	Flavell citado por Tamayo(2010)

Fuente: Buitrago y García (2010)

7.5.3 Categoría Niveles De Resolución De Problemas.

Por otra parte, los niveles de resolución de problemas según Tamayo, se enfoca a las ciencias naturales, por esta razón, se presenta la necesidad de realizar una adaptación de dichos niveles (tabla 2), con el fin de relacionar específicamente a la resolución de problemas en la matemática, permitiendo identificar los niveles iniciales y alcanzados en los estudiantes.

Por consiguiente, esta investigación, vio pertinente usar la resolución de problemas, con el fin que los estudiantes desarrollen habilidades y estrategias que les permitan aprender a aprender por sí mismos nuevos conocimientos. Además, la resolución de problemas es un mecanismo para constituir, no solo un contenido educativo, sino sobre todo un enfoque basado en el planteamiento de situaciones abiertas y sugerentes que exijan de los estudiantes tengan una actitud activa, un esfuerzo por buscar sus propias respuestas y llegar a su propio conocimiento.

Tabla 2. Categoría niveles de resolución de problemas

CATEGORÍA NIVELES DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS				
CATEGORIA	SUB CATEGORIA	INDICADORES	ITEMS	AUTOR
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	NIVELES	NIVEL 1	<ul style="list-style-type: none"> • Redescribe la situación y utiliza datos del problema para justificar las respuestas. 	Tamayo (2014)
		NIVEL 2	<ul style="list-style-type: none"> • Cumple el nivel anterior y reconoce problemas similares resueltos con anterioridad. 	
		NIVEL 3	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica las variables del problema sin establecer relaciones entre estas. 	
		NIVEL 4	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve el problema de manera inadecuada relacionando variables y justificándolo algorítmicamente. 	
		NIVEL 5	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve el problema acertadamente, relaciona variables y justifica algorítmicamente. 	

Fuente: adaptación de niveles de resolución de problemas según Tamayo (2014)

7.6 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

Con el objetivo de realizar la recolección de la información, se practicaron los siguientes momentos:

Como primer momento, fue el de ubicación, allí se identificaron los niveles iniciales en resolución de problemas mediante una prueba inicial (Ver anexo A) de una situación

problema con preguntas abiertas, las cuales fueron de orden metacognitivo, permitiendo clasificar a los estudiantes en cada uno de los niveles.

Tabla 3. Situación problema, prueba inicial

<p>Dos empresas de servicio de telefonía móvil facturan sus cobros en minutos en miles y cuota fija en diez miles así: Empresa A: \$0,2 por cada minuto y una cuota fija de \$3,7 Empresa B: \$0,1 por cada minuto y una cuota fija de \$5,1</p> <p>En algún momento dos usuarios de este servicio pertenecientes a empresas distintas van a pagar el mismo precio por el consumo. ¿De cuánto será este consumo? ¿Qué tiempo han consumido los dos usuarios si pagan el mismo precio por el servicio?</p>	
Categoría	Preguntas metacognitivas
Planeación	<p>¿Has comprendido el problema? SI ____ No ____ Justifica con tus propias palabras:</p>
	<p>¿Crees que estas en capacidad de resolver el problema? SI ____ NO ____ Explica de qué manera podrías resolver el problema planteado.</p>
	<p>¿A qué debes responder?</p>
	<p>¿El planteamiento del problema te da los datos suficientes para encontrar la solución SI ____ NO ____</p>
	<p>Explica</p>
	<p>Enuncia algunas estrategias diferentes para solucionar el problema:</p> <p>Consideras posible representar gráficamente la situación planteada SI ____ NO ____ ¿por qué? Representála</p>

Monitoreo	¿Consideras pertinente las estrategias planteadas para la solución al problema? Explica porque:
	¿Has tenido dificultades en el proceso de solución? ¿Cuáles?
	¿Cómo pudiste resolver el problema?
	¿Estás conforme con el camino que decidiste para la solución del problema? justifica
	¿Podrías explicar el proceso que seguiste para resolver la situación planteada?
Evaluación	¿La estrategia o método que escogiste fue el más adecuado? ¿usarías otras estrategias diferentes? Explica.
	Enumera algunas fortalezas y aspectos por mejorar que hayas identificado durante el proceso de resolución del problema.
	¿El resultado que encontraste era el esperado?
	¿Responde a la pregunta inicial?

Fuente: elaboración propia.

En el segundo momento, se basó en la resolución de problemas, donde solucionaron cuatro situaciones problema, las cuales fueron orientadas por el docente, a partir de preguntas metacognitivas que conllevaron, al uso de las habilidades de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación), durante el proceso se enfatizó acerca de la importancia, de implementar estrategias, análisis de la información y uso adecuado de la información en dichos procesos.

Por último, el momento de reenfoque, se aplicó una prueba final (Ver anexo C) basada en la resolución de una situación problema que permitió caracterizar los niveles alcanzados por los estudiantes, para contrastar y describir entre la prueba inicial y final los cambios que se

dieron en los niveles de resolución de problemas cuando se involucran la regulación metacognitiva.

Tabla 4. Situación problema, prueba final

Se tiene un trozo de cartón de forma cuadrada de 60 cm de lado y se desea construir una caja sin tapa recortando cuadrados de igual tamaño de sus esquinas y doblando luego hacia arriba las pestañas que quedan.

- **A medida que al trozo de cartón se le recorten cuadrados más grandes, ¿qué crees que pasa con el perímetro de figura resultante?**

¿Qué crees que sucede con el perímetro del cuadrado recortado al trozo de cartón?

¿Qué sucede con el perímetro de la pestaña?

- **Si se quiere recubrir la caja de cartón con papel**

¿crees que a medida que se recorten cuadrados más grandes, necesitas más papel?

¿Habrá alguna caja para la cual necesite menos papel para recubrirla?

¿para cuál caja necesitas exactamente una cantidad de papel igual a la mitad del trozo de cartón?

- **¿Para qué longitud x del cuadrado recortado el volumen de la caja es el más grande?**

Categoría

Preguntas metacognitivas

Planeación

¿Has comprendido el problema? SI___ No___ Justifica con tus propias palabras:

¿Crees que estas en capacidad de resolver el problema? SI___ NO___

Explica de qué manera podrías resolver el problema planteado.

¿A qué debes responder?

¿El planteamiento del problema te da los datos suficientes para encontrar la solución SI ____ NO ____

Explica

Enuncia algunas estrategias diferentes para solucionar el problema:

Consideras posible representar gráficamente la situación planteada SI ____ NO ____ ¿por qué? Representala

¿Consideras pertinente las estrategias planteadas para la solución al problema? Explica porque:

¿Has tenido dificultades en el proceso de solución? ¿Cuáles?

¿Cómo pudiste resolver el problema?

¿Estás conforme con el camino que decidiste para la solución del problema? justifica

¿Podrías explicar el proceso que seguiste para resolver la situación planteada?

Monitoreo

¿La estrategia o método que escogiste fue el más adecuado? ¿usarías otras estrategias diferentes? Explica.

Enumera algunas fortalezas y aspectos por mejorar que hayas identificado durante el proceso de resolución del problema.

¿El resultado que encontraste era el esperado?

¿Responde a la pregunta inicial?

Evaluación

Fuente: elaboración propia

7.7 PLAN DE ANÁLISIS

Con la información obtenida mediante los instrumentos de recolección, se organizaron y analizaron los resultados obtenidos a partir de las categorías de análisis (Niveles de resolución de problemas y dimensiones de la regulación metacognitiva), las cuales nos permitieron clasificar a los estudiantes en los niveles según Tamayo (2014), que fueron anteriormente nombrados, y también, se pueden reconocer los procesos metacognitivos que aborda el estudiante durante la resolución de los problemas planteados.

En el momento de ubicación se identificaron los niveles iniciales en resolución de problemas sobre funciones mediante la prueba inicial, la cual consistió en la resolución de un problema, con una pregunta específica propia del problema, y otras preguntas abiertas de orden metacognitivo, que permitieron ubicar a los estudiantes en los diferentes niveles de acuerdo a las características de las respuestas obtenidas por los estudiantes.

En el momento de la desubicación, se aplicó una intervención didáctica a través de tareas basadas en la resolución de problemas sobre el concepto de función, donde se vinculó la regulación metacognitiva, con el objetivo de analizar los procesos de los estudiantes que llevaron a cabo en cada una de las tareas, lo que permitió describir los cambios que se dieron a medida que se desarrolló la intervención en el aula.

En el momento del reenfoque, se caracterizaron los cambios tanto en los niveles alcanzados, como en las habilidades de la regulación metacognitiva por los estudiantes por medio de una prueba final, en la cual, se abordó un ejercicio de resolución de problemas sobre el concepto de función con preguntas abiertas de orden metacognitivo.

8 RESULTADOS

En el proceso de la investigación se desarrollaron tres momentos que son: ubicación, desubicación y reenfoque. Así mismo, para el análisis de resultados se utilizaron las tablas 3 y 4, donde se realizó una relación entre el problema planteado, con las preguntas de orden metacognitivo. Además de evidenciar las respuestas y el análisis de los resultados dados por los estudiantes en cada momento.

En las siguientes tablas se podrá evidenciar los resultados obtenidos por cada uno de los estudiantes, teniendo en cuenta el momento y las categorías de análisis; a continuación, se realiza una explicación del resultado que muestra cada tabla:

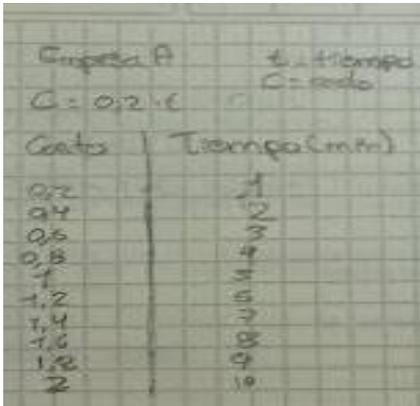
En las tablas 5 y 7, se evidenció las respuestas que llevo a clasificar a cada uno de los estudiantes en los niveles iniciales y finales respectivamente en resolución de problemas.

En las tablas 6 y 8, se mostraron las respuestas de cada uno de los estudiantes, que permitieron identificar el uso de las habilidades iniciales y finales respectivamente de la regulación metacognitiva.

Tabla 5. Niveles iniciales de resolución de problemas.

Problema: Dos empresas de servicio de telefonía móvil facturan sus cobros en minutos en miles y cuota fija en diez miles así: Empresa A: \$0,2 por cada minuto y una cuota fija de \$3,7 Empresa B: \$0,1 por cada minuto y una cuota fija de \$5,1

En algún momento dos usuarios de este servicio pertenecientes a empresas distintas van a pagar el mismo precio por el consumo.

PREGUNTAS	RESPUESTA	CATEGORIAS DE ANALISIS	
		NIVEL DE RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA	INTERPRETACIÓN
<p>¿De cuánto será este consumo?</p> <p>¿Qué tiempo han consumido los dos usuarios si pagan el mismo precio por el servicio?</p>	<p>E1</p> 	NIVEL 3	<p>El E1 evidencio una relación de variables, a pesar que intenta relacionarlas por medio de una tabla, siendo esta una de las representaciones semióticas no da solución al problema, la relación entre las variables no es coherente y las cifras de los datos</p>

E2

Handwritten algebraic solution on grid paper:

$$\begin{aligned} 200x + 37.000 &= 100x + 51.000 \\ 200x - 100x &= 51.000 - 37.000 \\ 100x &= 14.000 \\ x &= \frac{14.000}{100} \\ x &= 140 \text{ min} \end{aligned}$$

NIVEL 4

no están establecidas
acertadamente.

En E2 realiza un proceso matemático evidenciando una relación entre las variables, algorítmicamente muestra un procedimiento coherente sin embargo en el penúltimo renglón se equivoca en la operación lo que hace que el procedimiento no sea coherente con el resultado final.

E3

Handwritten notes on a piece of paper:

Empresa A:

- 200 x minutos → 37.000 ✓
- 100 x minutos → 51.000 ✓

8

140 ✓

1000 x 37.000 =

NIVEL 2

El E3 reconoce haber realizado ejercicios similares con anterioridad, identifica algunos datos del problema, sin embargo, no trasciende con dicha información.

E4

$$\begin{aligned}200x + 37000 &= 100x + 51000 \\200x - 100x &= 51000 - 37000 \\100x &= 14000 \\x &= 140 \text{ min}\end{aligned}$$
$$100(140) + 51000 = 14000 + 51000 = 65000$$
$$200(140) + 37000 = 28000 + 37000 = 65000$$

NIVEL 5

El E4 identifica las variables del problema, muestra una relación coherente entre ellas, establece un procedimiento correcto en su totalidad, lo que nos permitió evidenciar una justificación acertada y una respuesta del problema.

Fuente: elaboración propia.

Tabla 6. Habilidades iniciales de regulación metacognitiva.

Problema: Dos empresas de servicio de telefonía móvil facturan sus cobros en minutos en miles y cuota fija en diez miles así: Empresa A: \$0,2 por cada minuto y una cuota fija de \$3,7 Empresa B: \$0,1 por cada minuto y una cuota fija de \$5,1

En algún momento dos usuarios de este servicio pertenecientes a empresas distintas van a pagar el mismo precio por el consumo. ¿De cuánto será este consumo? ¿Qué tiempo han consumido los dos usuarios si pagan el mismo precio por el servicio?

			CATEGORIA DE ANÁLISIS	
HABILIDAD DE ACUERDO A LA PREGUNTA	PREGUNTA	RESPUESTA	HABILIDADES DE LA REGULACIÓN METACOGNITIVA	ANÁLISIS
			PLANEACIÓN (P)	
			MONITOREO (M)	
			EVALUACIÓN (E)	
PLANEACION	¿Has comprendido el problema?	E1. Si	—	Los estudiantes en el siguiente apartado no
		E2. Si Entendí el problema y los datos dados	—	

	<p>SI____</p> <p>No____</p> <p>Justifica con tus propias palabras:</p>	<p>E3. Si Nos habla de 2 empresas de servicio de telefonía y nos muestran sus paquetes por decirle así de algún punto ambos planes van a costar iguales, y eso es lo que debemos hallar</p> <p>E4. Nos plantean dos empresas telefónicas con un servicio de cobro cada una también mencionan que se compone por una cuota fija más un cobro por minuto</p>	<p>_____</p> <p>_____</p>	<p>describen una respuesta que permita evidenciar si en realidad tienen claridad absoluta antes de iniciar a la solución del problema.</p>
PLANEACION	<p>¿Crees que estas en capacidad de resolver el problema?</p>	<p>E1. Si, Hacer multiplicaciones la cantidad que me cobran por cada minuto para cada empresa y así saber en que momento coinciden</p>	<p>_____</p>	<p>En este caso los estudiantes E1 y E2 no explican claramente cómo se podría resolver el problema planteado, lo que explican es algo superficial, por otra parte los</p>
	<p>SI____</p> <p>NO____</p> <p>Explica de qué manera podrías resolver el</p>	<p>E2. Sí primero haría una ecuación, luego igualaría y al final reemplazaría terminos para dar respuesta a las dos preguntas</p>	<p>_____</p>	<p>_____</p>

	problema planteado.	<p>E3. 1 pasar los cobre de minutos a miles y la cuota fija en diez miles</p> <p>2 Establecer la ecuación $200(x) + 37000$ y $100(x) + 51000$</p> <p>3 igualar las ecuaciones hayandole así x</p>	P	estudiantes E3 y E4 muestran un proceso mas estructurado, desde los algoritmos matemáticos que dan cuenta de un procedimiento mas acertado de manera correcta de la solución, sin embargo, no evidencia que sus respectivas respuestas sean correctas.
		<p>E4. Primero plantear la ecuación lineal de cada servicio de empresa. segundo, resolver el sistema de ecuaciones, para hallar el tiempo que ambos emplearon. tercero, remplazar el valor obtenido en una de las dos ecuaciones y obtener el valor del cobro.</p>	P	
PLANEACIO N	¿A qué debes responder?	E1. Cuanto fue el consumo cuando dos usuarios pagan lo mismo en las empresas y cuanto tiempo consumieron por pagar los mismo.	P	Todos los estudiantes excepto el E2

		E2. Al consumo y tiempo gastados por los usuarios	_____	tienen claridad al
		E3. A cuantos tiempo los 2 planes pagarán lo mismo	P	producto final que se debe entregar en el
		E4. El tiempo empleado en común por ambas empresas y el cobro por el consumo del anterior tiempo.	P	problema mencionado en la prueba inicial, identifican el objetivo de la pregunta que se plantea, sin embargo, no todos dan respuesta correcta a lo que deben responder en el ejercicio.
PLANEACIO	¿El planteamiento del problema	E1. Si me dan el cobro de cada minuto transcurrido y yo solo debo realizar multiplicaciones	_____	Todos los estudiantes reconocen que

	te da los datos suficientes para encontrar la solución SI ___ NO ___ Explica:	E2. Si ya que con los datos dados puedo resolver las preguntas y despejar las incógnitas E3. Si Nos da a cuanto es el minuto y nos dicen la cuota fija a partir de ahí podemos establecer la ecuación E4. Si, Planteo las ecuaciones, mencionando las partes de la función; la pendiente, el punto de corte en y y las unidades	____ ____ ____	los datos proporcionados, son suficientes para el desarrollo del problema, sin embargo, no evidencian la importancia de los mismos y su utilidad como elementos relevantes para la elaboración de la solución.
PLANEACION	Enuncia algunas estrategias diferentes para	E1. Hacer una gráfica lineal donde el eje x se colocaría el tiempo y en el eje el precio E2. Sólo recordé una dicha anteriormente	____ ____	El estudiante E1 enuncian una estrategia, pero no lo suficientemente

solucionar el problema:	E3. 1 podría ser mediante tanteo, escogiendo números para que me de el mismo precio los 2	P	estructurada como para
	E4. Tanteo: ir reemplazando valores hasta que la dos ecuaciones den igual sistema de ecuaciones: igualación, sustitución, matrices	P	garantizar su eficacia en la solución del problema, el E2 solo establece
			una estrategia y los estudiantes E2 y E3
			proponen como estrategia con la claridad que
			dicho tanteo les permita
			establecer un punto de
			equilibrio entre el consumo y
			pago de las dos empresas

PLANEACION

Consideras posible representar gráficamente la situación planteada SI NO ¿por qué?
Representácala

E1. Me dan los datos suficientes yo solo debo jugar con el tiempo ya sabiendo que tengo una condición.

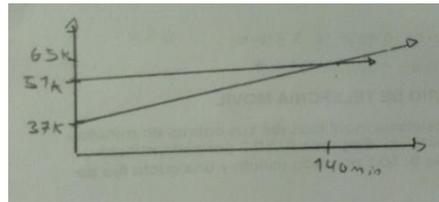
E2. Porque es una función

E3.

X	20	40	60	80	100	120	140	160	180
Empresa A	11000	45000	49000	53000	57000	61000	65000	69000	73000
Empresa B	57000	55000	57000	59000	61000	63000	65000	67000	69000

P

E4.



P

mencionadas en el problema elaborado.

Todos los estudiantes si consideran posible representar gráficamente la situación planteada, sin embargo, solo los estudiantes E3 y E4 realizar una representación acorde a lo que establece el problema y son coherentes con

MONITOREO

				algunas de las estrategias establecidas anteriormente por cada uno de ellos.
<p>¿Consideras pertinente las estrategias planteadas para la solución al problema? Explica porque:</p>	E1. NO, porque el resultado no me da	_____	<p>Los estudiantes a pesar de que consideran si o no las estrategias planteadas pertinentes, no muestran los argumentos validos que permitan identificar los elementos puntuales que haga o no, una</p>	
	E2 Sí, ya que son las adecuadas para responderlo	_____		
	E3 Sí, ya que gracias al planteamiento que le di sólo tuve que despejar las ecuaciones y hallar x	_____		
	E4 si, Porque nos permite colocar el valor del tiempo y el costo a pagar	_____		

MONITOREO

			estrategia acertada para el desarrollo del problema.
¿Has tenido dificultades en el proceso de solución? ¿Cuáles?	E1 Si, las estrategias que tenía para hacerlo no me dieron los resultados esperados y me confundi E2 Sí, ya que me costó recordar los procedimientos E3 Si, Al principio empecé por tanteo y me demora bastante E4 Ninguna dificultad.	_____ _____ _____ _____	Las dificultades en el desarrollo de los problemas planteados enunciados por los tres primeros estudiantes, no dan cuenta de la dificultad de manera específica, sin embargo, el estudiante E4 manifiesta haber desarrollado el ejercicio sin

				ningún tipo de dificultades.
MONITOREO	¿Cómo pudiste resolver el problema?	E1.	_____	Las respuestas de los estudiantes para explicar cómo resolver el problema, no permiten evidenciar, si dominan las competencias necesarias para el desarrollo de resolución de problemas sobre funciones.
		E2. Realizando una función, graficandola y despejando por igualación	_____	
		E3. Planteando la ecuación mediante la información del problema después despejando y llevando el paso a paso y halle $x=140$	_____	
		E4. Con un sistema de ecuaciones por igualación y luego reemplazar el valor de x	_____	
MONITOR EO	¿Estás conforme con el camino que	E1.	_____	Anteriormente los estudiantes establecieron
		E2. Sí, me parece el más fácil y entendible	_____	

	decidiste para la solución del problema? justifica	E3. Sí, como decía anteriormente, tanteo me demoraba mucho en cambio cuando se establece una patrón en este caso igualdad hallé la solución E4. No, sólo se igualación para responderlo.	_____ _____	algunas estrategias de solución, en el momento de considerar la conformidad de la estrategia escogida, no justifican porque la que usaron es más favorable para cada uno.
MONITOREO	¿Podrías explicar el proceso que seguiste para resolver la situación planteada?	E1.	_____	Solo la E3
		E2. Relacionar los datos dados con los datos pedidos	_____	muestra el procedimiento claro para
		E3. 1 pasar el cobro de minutos a miles 200 100 y cuota fija 51000 37000 2. Ecuación $200(x) + 37000$ y $100(x) + 51000$	M	resolver el problema que permite evidenciar una

	3	$200x - 100x = 51000 - 37000$ $100x = 140000$ $x = 140$	_____	coherencia y claridad, sin embargo, omite procesos que deberían ser mejor justificados para mayor entendimiento.
	E4.	Ya fue mencionado anteriormente en tres implés pasos	_____	
EVALUACIÓN	¿La estrategia o método que escogiste fue el más adecuado?	E1.	_____	Los estudiantes no realizar contraste con otros métodos de solución, para dar certeza del resultado del problema, a pesar de considerar que el
	¿usarías otras estrategias diferentes?	E2. Sí, realmente es el unico que recuerdo	_____	
	Explica.	E3. Sí, como decía, tanteo es más demorado, no iba a tener la exáctitud como lo tuve en el planteamiento de la ecuación	_____	
		E4. No, solo usé igualación para responderlo.	_____	

				que usaron fue el más adecuado.
EVALUACIÓN	Enumera algunas fortalezas y aspectos por mejorar que hayas identificado durante el proceso de resolución del problema.	E1.	—	Los estudiantes no enuncian fortalezas pertinentes en el proceso, por otra parte las dificultades mas notorias, son los vacíos conceptuales de años anteriores y su relación como elementos fundamentales en la aplicación en el desarrollo de resolución de
		E2.	—	
		E3. Aplicar los conocimientos que hemos aprendido en cursos atrás, muchas veas se me dificulta el planteamiento de los problemas, pero cuando ya está establecida como tal se me es mucho más fácil resolverla	E	
		E4. Leer un poco mejor el texto por las unidades que mencionan.	—	

				problemas sobre funciones.
EVALUACIÓN	¿El resultado que encontraste era el esperado?	E1.	—	A pesar de que los estudiantes consideran que el resultado es coherente a las preguntas iniciales solo el E4 logra una respuesta acertada y muestra que evalúa sus procesos contrastando con otros compañeros.
	¿Responde a la pregunta inicial?	E2. Si, pude responder las preguntas	—	
		E3. si	—	
		E4. Sí, me concordó con otros metodos de otros compañeros	E	

Fuente: elaboración propia.

Tabla 7. Niveles finales de resolución de problemas.

Problema: Se tiene un trozo de cartón de forma cuadrada de 60 cm de lado y se desea construir una caja sin tapa recortando cuadrados de igual tamaño de sus esquinas y doblando luego hacia arriba las pestañas que quedan.

• **A medida que al trozo de cartón se le recorten cuadrados más grandes,**

1. ¿qué crees que pasa con el perímetro de figura resultante?

2. ¿Qué crees que sucede con el perímetro del cuadrado recortado al trozo de cartón?

3 ¿Qué sucede con el perímetro de la pestaña?

• **Si se quiere recubrir la caja de cartón con papel**

1. ¿crees que a medida que se recorten cuadrados más grandes, necesitas más papel?

2. ¿Habrá alguna caja para la cual necesite menos papel para recubrirla?

3. ¿para cuál caja necesitas exactamente una cantidad de papel igual a la mitad del trozo de cartón?

CATEGORIA DE ANALISIS			
PREGUNTA	RESPUESTA	NIVEL DE RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA	INTERPRETACIÓN

<p>• A medida que al trozo de cartón se le recorten cuadrados más grandes,</p>	<p>E1. 1. Va disminuyendo 2. es menor</p>		<p>Los estudiantes E1, E2 y E3, a pesar de que sus respuestas son incorrectas, muestran evidencia de que hacen una relación entre las variables, lo que permite establecer las conjeturas, respecto a los cambios dados, a partir de las modificaciones de las medidas de los lados de las figuras planteadas en el problema.</p>
<p>1. ¿qué crees que pasa con el perímetro de figura resultante?</p>	<p>3. Es una fracción del cuadrado al que pertenece</p>	<p>NIVEL 4</p>	
<p>2. ¿Qué crees que sucede con el perímetro del cuadrado recortado al trozo de cartón?</p>	<p>E2. 1. Disminuye 2. Aumenta 3. inicialmente aumenta,</p>	<p>NIVEL 4</p>	
<p>3. ¿Qué crees que sucede con la longitud R de la figura?</p>	<p>E3. 1. diferente a la inicial</p>		
<p>4. ¿Qué sucede con el perímetro de la pestaña?</p>	<p>2. reduce 3. No responde</p>	<p>NIVEL 4</p>	<p>Por otra parte, el E4 resuelve correctamente le ejercicio, la relación que establece entre las variables y a reconociendo sus habilidades en los procesos matemáticos, le permiten estableces conclusiones coherentes respecto a la figura inicial y la figura resultante luego de las modificaciones planteadas propuestas en el problema.</p>
	<p>E4</p>		

	<p>1. Es igual al inicial, 240 cm</p> <p>2. puede aumentar o disminuir a placer</p> <p>3. mantiene constante</p>	NIVEL 5	
<p>Si se quiere recubrir la caja de cartón con papel</p> <p>1. ¿crees que a medida que se recorten cuadrados más grandes, necesitas más papel?</p> <p>2. ¿Habrá alguna caja para la cual necesite menos papel para recubrirla?</p>	<p>E1.</p> <p>1. No</p> <p>2. Si</p> <p>3. No responde</p> <p>E2.</p> <p>1. No, se necesita menos</p> <p>2. Si</p>	NIVEL 4	<p>Los E1 y E3 a pesar de que no responde una pregunta, las otras dos preguntas las responden acertadamente, evidenciando el reconocimiento de las variables involucradas en la situación problema, además de manifestar el análisis de razonamiento lógico que hicieron para confirmar sus respuestas dadas.</p> <p>Por otra parte, los E2 Y E4 responden acertadamente todas las preguntas,</p>

3. ¿para cuál caja necesitas exactamente una cantidad de papel igual a la mitad del trozo de cartón?

3. Una caja que la cual el cuadrado recortado es el de $15\sqrt{2}$ cm

E3

1. No

NIVEL 4

2. Si

3. No responde

E4.

1. No, ocurre al contrario

NIVEL 5

2. Si, aquella que el cuadrado

recortado mida de lado $x \leq 30$

3. La de lado del cuadrado de la esquina de $15\sqrt{2}$

relacionando correctamente las variables establecidas en los problemas, además que denotan datos exactos de las medidas de algunos de los lados modificados para establecer una relación de variables coherente con lo que se está preguntando en contexto del problema.

Fuente: elaboración propia.

Tabla 8. Habilidades finales de regulación metacognitiva.

Problema: Se tiene un trozo de cartón de forma cuadrada de 60 cm de lado y se desea construir una caja sin tapa recortando cuadrados de igual tamaño de sus esquinas y doblando luego hacia arriba las pestañas que quedan.

• **A medida que al trozo de cartón se le recorten cuadrados más grandes,**

¿qué crees que pasa con el perímetro de figura resultante?

¿Qué crees que sucede con el perímetro del cuadrado recortado al trozo de cartón?

¿Qué crees que sucede con la longitud R de la figura?

¿Qué sucede con el perímetro de la pestaña?

• **Si se quiere recubrir la caja de cartón con papel**

¿crees que a medida que se recorten cuadrados más grandes, necesitas más papel?

¿Habrá alguna caja para la cual necesite menos papel para recubrirla?

¿para cuál caja necesitas exactamente una cantidad de papel igual a la mitad del trozo de cartón?

CATEGORIA DE ANALISIS				
HABILIDAD DE ACUERDO A LA PREGUNTA	PREGUNTA	RESPUESTA	DIMENSION DE REGULACIÓN METACOGNITIVA	INTERPRETACIÓN
PLANEACION	¿Has comprendido el problema? SI___ No___ Justifica con tus propias palabras:	E1 Si, se necesita hacer una caja en donde sus lados hacer parte de un cuadrado de 60 cm de lado.	P	Todos los estudiantes plantean un análisis claro de lo que la situación problema pide hallar, es claro para todos lo que implica las modificaciones que allí plantean respecto a la figura inicial y como están influyen en los resultados finales.
		E2 Se deben cortar cuadrados de las esquinas del cuadrado de cartón de 60 cm e ir respondiendo preguntas con respecto a esta información	P	

E3 Si, me están P
hablando de un trozo de
cartón se quiere formar
un cuadrado y que
dependiendo de cuanto
le corte cómo este se ve
afectado en su perimetro
y cuanto papel se
necesita para cibrirlo

E4 Si pide analizar el P
área superficial,
perímetro y volumen de
figuras cambiantes

PLANEACION

<p>¿Crees que estas en capacidad de resolver el problema? SI____ NO____ Explica de qué manera podrías resolver el problema planteado.</p>	<p>E1 Si, Resolveria el problema, bueno algunas preguntas no todas logro comprenderlas porque no las entiendo bien</p> <p>E2 Realizando una ecuación</p> <p>E3 No podía responder todas las preguntas porque no las entiendo y a demás siento que le falta un poco mejorar la redacción para que haya mas claridad</p> <p>E4 Sí realizando comparación entre diferentes modelos y analizando las tres</p>	<p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>P</p>	<p>El E4 muestra la capacidad y la coherencia con los resultados al momento de responder a los interrogantes de las situaciones con cada una de las preguntas, muestra seguridad y sostiene lo dicho con sus argumentos matemáticos.</p> <p>En cambio, los E1, E2 y E3 no evidencias la capacidad de resolver los ejercicios, sin embargo, en su reflexión del proceso de solución son conscientes de sus dificultades a la hora de poner a prueba diferentes conjeturas.</p>
---	---	---	---

¿A qué debes responder?	E1 Al perímetro de algunos lados a medida de que se va recortando trozos de carton	P	Todos los estudiantes muestran claridad entre la pregunta y el enunciado, relacionando fácilmente los interrogantes con las variables que se identifican en le problema, lo que les permite iniciar el desarrollo bajo un esquema preparado con anterioridad.
	E2 A preguntas relacionadas con el perímetro de la caja de cartón sin tapa y luego responder a las preguntas si la caja fuera forrada con papel	P	
	E3 a las variaciones del cartón, ya sea en su tamaño y como forrarlo	P	
	E4 El área superficial y volumen de la caja, el perímetro del plano de la caja y los máximos y mínimos de estas	P	

PLANEACION

¿El planteamiento del problema te da los datos suficientes para encontrar la solución SI ____ NO ____Explica:

E1 No, solo me dicen que se tiene un trozo de x cm creo que deberían decir de cuanto son las pestañas y de que medida seria la caja

E2 Si, Porque da los datos del cartón, luego se juega con el tamaño de los cuadrados de las esquinas

E3 No, solo me da 60 cm que es un lado de

P

Todos los estudiantes excepto la E1 reconocer e identifican que los valores de los cuadrados que deben quitar de las esquinas, es libre de proponer valores, de manera que les permita establecer conclusiones para cada interrogante planteado en el problema.

		<p>cartón; y me dicen que las esquinas las cortan del mismo tamaño es decir que ya iría a mi pensamiento que valor le doy a las esquinas.</p> <p>E4 Sí, da una medida del lado inicial (60 cm) y el procedimiento que hay que hacer para la caja sin tapa</p>	P	
PLANEACION	<p>Enuncia algunas estrategias diferentes para solucionar el problema:</p>	<p>E1 Razonar de una mejor manera las preguntas</p>	_____	<p>Falta por parte de los dos primeros estudiantes buscar diferentes heurísticas que les ayude a dar solución a los interrogantes.</p>
		<p>E2 Realizar una ecuación teniendo en cuenta los conocimientos sobre</p>	_____	

perímetro de figuras
tridimensionales

P

E3 1. Usando la fórmula
para hallar el perímetro
y el área

P

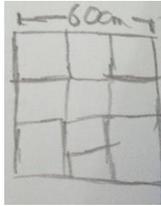
2. analizando de una
manera lógica de usar
formulas

E4 Plantear tres modelos
diferentes y calcular sus
respectivas areas
perímetros y volumen, y
realizar el análisis
comparativo

PLANEACION

Consideras posible
representar
gráficamente la
situación planteada
SI ____ NO ____
¿por qué?
Representála

E1 si

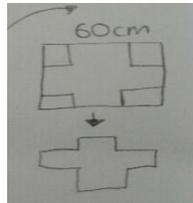


P

E2 No porque
simplemente se puede
hacer un bosquejo de la
situación

E3 Si,

P



E4 Si, ya que es un
plano de la figura

Los estudiantes realizan algunos
gráficos que les permite establecer
modelos mentales o hacerse a una
idea real de lo que se plantea de
manera verbal en el enunciado de
la situación problema.

MONITOREO	¿Consideras pertinente las estrategias planteadas para la solución al problema? Explica porque:	E1 No, porque no estoy segura de la respuesta que di al problema, entonces no se si estoy en lo cierto.	M	Los estudiantes son conscientes de la validez de las estrategias usadas, en el desarrollo del problema, además que les permite ver la realidad del desarrollo que cada uno de ellos hizo conscientemente.
		E2 Sí porque realmente son fáciles y prácticas sólo es ponerle un poco de lógica	M	
		E3 Si, de una u otra podemos dar respuestas	M	
		E4 Sí, ya que permite llegar al resultado sin complicaciones ni dudas	M	
MONITOREO	¿Has tenido dificultades en el proceso de solución? ¿Cuáles?	E1 Si, mas claridad en las preguntas y especificar mejor las cosas, a demás siento	M	Cada uno de los estudiantes, hacen una reflexión de sus conocimientos puestos a prueba en el desarrollo del problema planteado, lo que les

		que tengo grandes vacíos sobre este tema	M	permite ver sus dificultades y fortalezas en la disciplina, lo que los deberá llevar a algunas áreas de mejora continua.
		E2 Sí tuve que pensar bastante para encontrar los pasos para solucionar el problema		
		E3 como lo mencione al principio algunas preguntas no logré comprenderlas	M	
		E4 No ya los datos pedidos están en el mismo enunciado	M	
MONITOREO	¿Cómo pudiste resolver el problema?	E1 la imagen que puse anteriormente creo que da respuesta a lo planteado, pero como	M	Los estudiantes justifican sus razonamientos en el desarrollo del ejercicio, a partir de la lógica matemática, a demás son coherentes entre lo que piensas y plasman en sus apuntes, esto se

dije antes no estoy segura de ello	M	hace relevante porque entienden y conocen lo que cada uno hace de manera consiente y no terminan resolviendo algo sin saber cómo lo hizo.
E2 Realizando una ecuación con los datos del problema		
E3 Analizando de manera razonable, por ejemplo si me dicen que si se recortan cuadrados mas grandes necesitaré mas papel y no es asi, porque entre mas grande recorte las esquinas menos papel necesitaré	M	
E4 Primero, planteo tres diferentes modelos donde el área recortada va variando		

MONITOREO	¿Estás conforme con el camino que decidiste para la solución del problema? justifica	E1 No, porque estoy segura de la solución que di	M	El estado de satisfacción de los estudiantes y decidir cierto camino para el desarrollo del problema, los lleva a un estado de confort lo que les permite examinar lo que hace sea correcto.
		E2 Sí creo que era la forma correcta de realizar el procedimiento para hallar la respuesta	M	
		E3 Si, ya que me siento a gusto y así lo entiendo, porque si lo hiciese de otra manera me complicaría	M	
		E4 Sí porque me permite ver el paso a paso por si se cometo algún error	M	
MONITOR EO	¿Podrías explicar el proceso que seguiste para	E1 No tengo claridad del proceso que hice solo logre plasmar en un	—	La mayoría de los estudiantes a partir de los modelos mentales, que se hicieron de la situación

resolver la situación planteada?	dibujo lo que tenia en mente sobre el problema	planteada, con ayuda de algunas gráficas lograron dar cuenta del paso a paso de la solución de su ejercicio, lo que les ayuda a reflexionar sobre su proceso en busca de respuestas a cada interrogante.
	E2 Le coloque valores a los cuadrados de las esquinas, iba variando M los valores y con esas cifras realizaba las ecuaciones	
	E3 1. Lo más importante M saber que debo hacer que me pide el problema	
	2. me imagine el trozo M de cartón y lo plasme en papel y yo después lo dibuje las esquinas y asi con los dibujos fui dando respuestas	

		E4 ya hice esta mención hace dos preguntas		
EVALUACIÓN	¿La estrategia o método que escogiste fue el más adecuado?	E1 No creo que haya sido el adecuado, si usaría otras estrategias siempre y cuando tenga claridad de los mismos	E	Todos los estudiantes son claros en manifestar de lo pertinente haber usado su estrategia de solución planteada, por otra parte, no enuncian otras estrategias ya que desconoces diferentes formas de solucionar el ejercicio, sin embargo, la que usan es correcta.
	¿usarías otras estrategias diferentes? Explica.	E2 Creo que fue el mejor método para hallar la respuesta y realmente no encontré otra forma de solucionarlo	E	
		E3 como decía en una pregunta anterior, me siento comoda con la forma que use, ya que lo comprendo	E	

EVALUACIÓN

		E4 Pues desconozco otros métodos, así que considero el mio el mas adecuado	E	
	Enumera algunas fortalezas y aspectos por mejorar que hayas identificado durante el proceso de resolución del problema.	E1 Fortaleza → Logre dar una posible solución al problema Aspecto a mejora → analizar mejor las preguntas E2 Por mejorar rapidez al hallar una forma de resolver el problema aprender y no memorizar los conceptos porque al momento de realizar algo así se debe	E	Los estudiantes evalúan sus fortalezas y debilidades a partir del proceso realizado, su retroalimentación les permite ver los aspectos a mejorar y también aprovechas sus fortalezas para obtener mejores resultados.

		comprender el problema y no sólo realizarlo		
		E3 Fortalezas A pesar que no comprendía muy bien lo intente y persistí	E	
		Debilidades debo Buscar mas estrategias Aprender a analizar mejor las preguntas		
		E4 Un pensamiento lógico y abstracto, matemática básica y geometría	E	
EVALUACIÓN	¿El resultado que encontraste era el esperado?	E1 No	E	Los estudiantes son conscientes de sus respuestas, solo el E4 respondió acertadamente el ejercicio en su totalidad, los demás estudiantes algunas respuestas no fueron correctas, sin embargo,
	¿Responde a la pregunta inicial?	E2 Sí, creo que lo hice de una manera acertada	E	

E3 Me hubiese gustado haber respondido todas las preguntas	E	hacen mención de su conformidad y coherencia con lo que desarrollaron durante todos los interrogantes en la situación problema
E4 Sí a todas las preguntas planteadas	E	

Fuente: elaboración propia.

Inicialmente se aplicó la prueba piloto a 39 estudiantes de grado 11° del Liceo General Serviez, los cuales fueron elegidos al azar. Las dificultades detectadas dieron la información necesaria para corregir la prueba inicial, con el fin de realizar una nueva prueba a cuatro estudiantes seleccionados de manera aleatoria, para el estudio de caso de grado 11°, quienes se denominarán de ahora en adelante **E1, E2, E3 y E4** cada uno respectivamente.

8.1 RESULTADOS CATEGORÍA NIVELES DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

En la prueba diagnóstica se recogió información del nivel inicial en que se encontraba cada uno de los estudiantes respecto a la resolución de problemas como se puede ver en la tabla 5, anteriormente expuesta. En donde se aprecian las respuestas de los 4 estudiantes del problema planteado lo que permitió ver la clasificación de los niveles iniciales de resolución de problemas de acuerdo a sus respuestas.

Debido a los resultados de la prueba ya mencionada, en la tabla 7, se evidencian los resultados de la prueba final, en la cual se plantean dos situaciones que se evidenciaran más adelante, y allí se pueden apreciar las respuestas de los 4 estudiantes y el análisis correspondiente a cada una de estas, puesto que este proceso permitió clasificar a los estudiantes en los niveles alcanzados respecto a la resolución de problemas.

Luego de analizar el desempeño de cada estudiante en la prueba inicial y final, a partir de la tabla 2 de niveles de resolución de problemas adaptados según Tamayo (2010) Los estudiantes se han clasificado en unos niveles iniciales y finales los cuales se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 9. Clasificación niveles iniciales y finales.

NIVEL DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS					
TIPO DE PRUEBA	PROBLEMA	E1	E2	E3	E4
INICIAL	1	3	4	2	5

	PROBLEMA	E1	E2	E3	E4
FINAL	1	4	4	4	5
	2	4	5	4	5

Fuente: elaboración propia.

8.2 RESULTADOS CATEGORÍA REGULACIÓN METACOGNITIVA.

En cuanto a las categorías de análisis de la regulación metacognitiva, planeación, monitoreo y evaluación, se evidenciaron en las pruebas diagnóstica y final, las cuales fueron realizadas por cada uno de los estudiantes, y de ellas se obtuvieron los siguientes resultados, que se pudieron apreciar en las tablas 6 y 8, teniendo en cuenta las respuestas de cada uno de los estudiantes, se muestran los siguientes resultados.

En efecto, en la categoría de planeación, se realizó la evaluación inicial, donde los estudiantes no determinaban un plan para resolver el problema, ni tampoco tenían en cuenta, si los datos proporcionados por el ejercicio eran suficientes para dar respuesta a los diferentes interrogantes. Por otra parte, los estudiantes antes de iniciar la prueba, no permitieron evidenciar si tenían claridad de los temas y en el contenido presentado para dar solución del problema. Sin embargo, en la prueba final, los estudiantes tuvieron en cuenta un plan diseñado con anterioridad, así como lo afirma Schoenfeld citado por Hugo Barrantes (2006) la importancia de diseñar un plan antes de iniciar el desarrollo de un problema, además esta vez ellos perciben si los datos son suficientes para obtener respuestas a los problemas. Aunque, desde el principio los cuatro estudiantes tuvieron claro a que debían responder.

Del mismo modo en el monitoreo de la prueba inicial, los estudiantes consideraban importantes sus estrategias para la solución del problema, sin embargo, no discuten, ni evidencian la eficacia del uso de dichas habilidades elaboradas en el paso anterior. Por otra parte, ellos no reflexionan en la resolución del problema y tampoco presentan las respuestas con procedimientos bien estructurados, a causa de estos fenómenos, los estudiantes no reflexionan a partir de los obstáculos que se presentaron en el desarrollo del problema. En

cambio, en la prueba final, cada uno de ellos considerando importante sus estrategias de solución, evidenciaron porque lo eran y dieron claridad de cómo resolver cada uno de los problemas, además a partir de las dificultades y fortalezas que obtuvieron en el desarrollo de la situación problema se propusieron mejorar sus debilidades frente al área de las matemáticas.

Finalmente, como última etapa esta la evaluación, donde los estudiantes presentaron varias deficiencias en la prueba diagnóstica, ya que ellos no hicieron un análisis a sus resultados finales, ni un respectivo contraste para determinar si dicha respuesta es acertada o no. Adicionalmente, ellos no evidencian los procesos de comparación por otros métodos que pudieron usar inicialmente, o simplemente ellos tampoco evidenciaron algún tipo de comparación entre las respuestas de sus mismos compañeros. En la prueba final en los resultados obtenidos, a nivel general, cada uno de ellos no están seguros de sus propias respuestas, sin embargo, se preocuparon por revisar la coherencia entre la situación planteada y el resultado final.

9 DISCUSION DE RESULTADOS

9.1 ANÁLISIS DE LA CATEGORÍA DE NIVELES DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

El primer objetivo planteado es identificar los niveles iniciales de resolución de problemas en el que se encuentran los estudiantes de grado once de la Institución Educativa Colegio Liceo General Serviez, sobre el concepto de función, especialmente considerando la intervención de procesos de regulación metacognitiva. Para ello se tiene en cuenta la tabla 2 adaptada de Tamayo (2010) donde se propone los niveles en la resolución de problemas, determinados por medio de la evaluación diagnóstica aplicada antes de la intervención didáctica.

Debido a las respuestas de los estudiantes, se infiere que ellos no explican cómo resolver el problema propuesto en la prueba inicial, ellos no permiten evidenciar si dominaban las competencias necesarias para el desarrollo de resolución de problemas sobre las funciones propuestas. Sin embargo, en el transcurso de la investigación, los estudiantes en general utilizaron estrategias irreflexivas (Rizo y Campistrous, 1999, p 33) ya que trataban al responder la prueba sin hacer un análisis previo, mostraron que ellos pretendían casi que automáticamente, solucionar los problemas planteados.

Es decir, en este caso los estudiantes **E1** y **E2** no explican claramente cómo se podría resolver el problema planteado, simplemente ellos exponen algo muy superficial. Por otra parte, los estudiantes **E3** y **E4** muestran un proceso más estructurado, desde los algoritmos matemáticos que dan cuenta de un procedimiento un poco más acertado, sin embargo, no evidencia que sus respectivas respuestas sean correctas. Ya en la prueba final, los estudiantes tuvieron en cuenta un plan con anterioridad, y ellos revisaban si los datos del problema eran suficientes para obtener las respuestas necesarias.

En el segundo objetivo del trabajo se plantea el reconocimiento de los procesos en los estudiantes, para llegar a la resolución de problemas sobre el concepto de función, estos fueron abordados durante la intervención didáctica, específicamente cuando se vincula la

regulación metacognitiva, esta se realizó por medio del acompañamiento y las observaciones de los resultados de las pruebas de las intervenciones didácticas, de los estudiantes **E1, E2, E3 y E4**

A causa de este proceso, el **E4** muestra la capacidad y la coherencia en los resultados al momento de generar respuestas a los interrogantes de las situaciones con cada una de las preguntas, él evidencia seguridad en su proceso de resolución durante la prueba y sostiene lo dicho con sus argumentos matemáticos. También el **E3**, desarrolla un procedimiento claro para resolver el problema propuesto en la prueba realizada, lo cual permite evidenciar una coherencia y claridad de sus conocimientos frente al tema de funciones; sin embargo, el estudiante omite procesos que deberían ser mejor justificados, con el fin de tener mayor claridad en sus resultados.

Schoenfeld citado por Barrantes (2006) afirma que los recursos son los conocimientos previos que posee el individuo; se refiere, entre otros, a conceptos, fórmulas, algoritmos, y, en general, todas las nociones que se considere necesario saber para enfrentarse a un determinado problema, a partir de las situaciones propuestas durante las intervenciones didácticas, los estudiantes evidenciaron algunos vacíos conceptuales, que dieron lugar a una serie de dificultades para el desarrollo de los problemas propuestos, los cuales se trabajaron a medida de cada una de las intervenciones con el fin de generar conocimientos mejor estructurados y que fueran herramientas útiles para el desarrollo de las situaciones problema.

Por ende, cada uno de los estudiantes, hace una reflexión de sus conocimientos previos, ya que estos fueron puestos a prueba en el desarrollo de la secuencia didáctica, lo cual les permitió reflexionar sobre sus dificultades y fortalezas en esta disciplina, con la finalidad de conducirlos a realizar algunos hábitos y mejoras en el área matemática. No obstante, los estudiantes justifican sus razonamientos en el desarrollo del ejercicio, a partir de la lógica matemática; además ellos son coherentes en lo que piensan y plasman en sus apuntes, esto hace relevante los resultados obtenidos, ya que demuestra que los estudiantes entienden y

conocen el proceso que cada uno realiza de manera consiente, y no terminan resolviendo un ejercicio sin saber cómo lo hizo.

Por otro lado, se observa que la mayoría estudiantes realiza un proceso de aprendizaje con la ayuda de los modelos mentales, ellos hicieron su modelo a partir de la situación planteada, utilizando la ayuda de algunas gráficas, lo cual lograron dar cuenta del paso a paso de la solución de su prueba. Por lo tanto, los estudiantes realizaron un ejercicio de reflexión sobre su proceso de aprendizaje, en busca de respuestas a cada interrogante propuesto por las pruebas de este trabajo de investigación.

Por lo tanto, se pudo identificar que a los estudiantes de grado once de la Institución Educativa Colegio Liceo General Serviez se les hacía muy difícil responder las preguntas propuestas en el proceso de solución del problema frente a las funciones, ya que no están acostumbrados a reflexionar sobre su proceso, conocimiento y resultados.

En el tercer objetivo propuesto es caracterizar los niveles alcanzados por los estudiantes en la solución de las pruebas iniciales y finales, buscando el nivel en que se encuentran ellos, específicamente en los conceptos de función, imbricando la regulación metacognitiva. Por esa razón, en esta parte del proyecto se evidencian las dificultades más notorias de los estudiantes de grado once de la Institución Educativa Colegio Liceo General Serviez, ellos tienen especialmente vacíos conceptuales de años anteriores en el área de matemáticas, debido a la relación con elementos fundamentales en la aplicación del desarrollo de resolución de problemas sobre funciones.

Mientras los estudiantes consideran que las respuestas a las pruebas dan un resultado coherente con las preguntas iniciales, solo el **E4** logra una respuesta acertada, además el estudiante muestra ciertos avances de su desarrollo de la evaluación frente al producto final de su prueba, evidenciando algunos procesos positivos contrastados con otros compañeros. También fue visto al final del proceso, cómo todos los estudiantes fueron claros en manifestar la pertinencia de haber usado una estrategia de solución de su prueba, por otra

parte, ellos no hacen ningún enunciado sobre otras teorías y estrategias, ya que ellos desconocen las diferentes formas de solucionar un ejercicio de funciones, sin embargo, la que usan es correcta.

A consecuencia de lo anterior, los estudiantes lograron evaluar sus fortalezas y debilidades a partir del proceso realizado con este trabajo de investigación, donde la retroalimentación realizada en el aula, les permitió ver los aspectos a mejorar; y también fue una manera de promover el uso de sus fortalezas para obtener mejores resultados. Por consiguiente, en la prueba final, los resultados obtenidos a nivel general, cada uno de los estudiantes no están seguros de sus propias respuestas, sin embargo, se preocuparon por revisar la coherencia entre la situación planteada y el resultado final.

9.2 ANÁLISIS DE LA CATEGORÍA DE REGULACIÓN METACOGNITIVA

Brown & Sullivan (1987) y Cadavid (2014) consideran que la regulación de la actividad metacognitiva significa; que el estudiante planea, monitorea y evalúa sus procesos cognitivos durante el desarrollo de una actividad o tarea académica. Igualmente, una de las subcategorías más importantes es la de planeación, ya que a lo largo del desarrollo de esta investigación fue importante involucrar en los procesos de cada uno de los estudiantes la planeación como una de las herramientas que contribuyera a mejorar la resolución de problemas sobre funciones, por ende, los resultados nos permiten ver el siguiente contraste.

Tabla 10. Análisis subcategoría planeación.

PRUEBA INICIAL	PRUEBA FINAL	FUNDAMENTACIÓN TEORICA
No conciben la importancia de establecer algunas estrategias de solución antes de iniciar con el	Los estudiantes plantean algunas estrategias para solucionar los problemas establecidos, usan las	Según Thornton (1998) los niños son capaces de recordar varias estrategias que pueden ser aplicables para resolver un problema y el niño por su

desarrollo del problema.	que les brinda mas seguridad.	experiencia escoge la estrategia que lo lleve al éxito.
No explicaran con claridad acerca de las estrategias de como resolver el problema planteado.	Entienden la posibilidad de planificar algunas estrategias antes de iniciar con la resolución de un problema.	Para Brown (1987), la planeación es un proceso de regulación metacognitivo que se manifiesta antes de resolver problemas; consiste en anticipar las actividades, prever resultados, enumerar pasos.
Las estrategias que dan a conocer no son lo suficientemente claras, no hay una gama de estrategias a escoger y tampoco son tenidas en cuenta para resolver el problema planteado.		Thornton (1998) afirma que los niños son capaces de diferenciar entre las estrategias que lo han llevado al éxito de aquellas que no, y cuando descubren una estrategia que lo lleva al éxito son capaces de alterarla y mejorarla. Pólya (1945) plantea que la mayoría de los estudiantes no dedican el tiempo necesario para preparar un plan de resolución del problema, puesto que no dejan aflorar aquellas ideas que pueden tener alguna relación con el problema para luego elegir aquella que parezca que puede llevar a la solución, se lanzan directamente a desarrollar el primer plan que se les ocurre.

Fuente: elaboración propia.

En cuanto a la subcategoría de monitoreo, en la prueba inicial como se evidencia en la parte de anexos, la mayoría de estudiantes muestra dificultades en llevar a cabo un seguimiento al

desarrollo del problema involucrado, además, en alguno de los indicadores de la subcategoría.

Se puede inferir que los estudiantes, aunque diseñan el plan, no lo siguen para resolver la pregunta, simplemente ejecutan las tareas que creen convenientes para dar una respuesta sin tener en cuenta el plan elaborado. Esto se evidencia en los resultados y respuestas que presentan los estudiantes que no se relacionan con lo planeado. Adicionalmente, Buitrago y García (2012) sugieren que los estudiantes que no realizan seguimiento a la estrategia, posiblemente presentan dificultades con respecto a la habilidad de diseñar un plan, apoyando la no linealidad de la metacognición y expresando que las habilidades de planeación influyen directa o indirectamente en las de monitoreo y control.

Por otra parte, en la prueba final, los estudiantes reconocen la importancia de llevar un control a los procesos que realizar en la resolución de problemas, permitiendo en cada uno de ellos destacar herramientas fundamentales para dichos desarrollos, por lo tanto, a continuación, se muestra el contraste de la subcategoría de monitoreo.

Tabla 11. Análisis de subcategoría monitoreo.

PRUEBA INICIAL	PRUEBA FINAL	FUNDAMENTACIÓN TEORICA
No son claros en evidenciar las dificultades obtenidas durante el desarrollo del problema planteado.	Son conscientes del desarrollo que hacen, de acuerdo a la estrategia usada.	Según Thornton (1998) antes de solucionar un problema es importante la disposición de un plan para analizar submetas, que lo lleven a continuar con la solución.
Falta mayor claridad a la hora de escoger las estrategias que sean más útiles para dar	Reflexionan sobre las dificultades que presentaron y son conscientes de las mismas, reconociendo entre algunas los vacíos conceptuales de	Thornton (1998), los niños son capaces de recurrir a nuevas estrategias, haciendo a un lado la inicial. Para Brown (1987), el control es un proceso de regulación metacognitivo

respuestas acertadas.	competencias previas necesarias para abordar el problema planteado.	que consiste en un monitoreo que se hace durante la ejecución de la solución del problema: verificación, rectificación, revisión de la estrategia empleada.
En general, se sintieron conforme con las estrategias que establecieron en un principio, sin contrastar con otras estrategias posibles.		

Fuente: elaboración propia.

Por último, en la sub categoría evaluación, a los estudiantes en general les costó llevar a cabo procesos, que les permitiera dar seguridad en sus resultados, tanto en la prueba inicial como en la final no fueron contundentes para revisar los resultados obtenidos así como lo afirma Sanz (2010) la evaluación significa revisar los resultados obtenidos teniendo en cuenta el planteamiento del problema, es allí donde los estudiantes descubren errores cometidos. Los cuales, no se llevaban a cabo en las dos pruebas inicial y final, sin embargo, el **E4** siempre fue contundente con sus resultados acertados, contraste con otros compañeros y en algunas ocasiones verificó con otros métodos de solución diferentes, a continuación, se muestra el contraste encontrado en esta sub categoría de análisis evaluación.

Tabla 12. Análisis de sub categoría evaluación.

PRUEBA INICIAL	PRUEBA FINAL	FUNDAMENTACIÓN TEORICA
Los estudiantes no realizar contraste con otros métodos de solución.	Los estudiantes evalúan sus fortalezas y debilidades a partir del proceso realizado, su retroalimentación les	Para Brown (1987), la evaluación es un proceso de regulación metacognitivo que se hace al final de la

No hay seguridad del resultado del problema, a pesar de considerar que el que usaron fue el más adecuado.	permite ver los aspectos a mejorar y también aprovechas sus fortalezas para obtener mejores resultados.	tarea, evalúa los resultados de la estrategia seguida en términos de eficacia.
A pesar de que los estudiantes consideran que el resultado es coherente a las preguntas iniciales solo el E4 logra una respuesta acertada y muestra que evalúa sus procesos contrastando con otros compañeros.	Los demás estudiantes algunas respuestas no fueron correctas, sin embargo, hacen mención de su conformidad y coherencia con lo que desarrollaron durante todos los interrogantes en las situaciones problema.	Como lo indica Thornton (1998) los niños pueden verificar acciones anteriores para terminar, corregir o completar lo que está realizando. Para Thornton (1998), así los estudiantes tengan el mismo proceso de enseñanza en la solución de problemas, tienen diversas posibilidades de éxito gracias a los diferentes conocimientos y experiencias, llevándolos a aplicar estrategias diferentes.

Fuente: elaboración propia.

Por las razones ya expuestas, las intervenciones de la secuencia didáctica fueron importantes para los estudiantes, por lo tanto, presentaron cambios positivos en la resolución de problemas involucrando estrategias de regulación metacognitiva. Así como lo indica Larios (2000), los individuos que aprenden matemáticas deben construir conceptos a través de la interacción con los objetos y otros sujetos, que para este caso, fue resolver algunos problemas por ellos mismos y compartir con otros compañeros sus conocimientos durante el desarrollo de los mismos.

Posteriormente a la intervención del docente en el aula, los estudiantes se cuestionan sobre sus métodos de aprendizaje, ya que se resalta mayor uso de habilidades metacognitivas en la evaluación final, en contraste con la prueba inicial. Según lo afirma, Feuerstein, Hoffman, Jesen y Rand (1985) , el cual habla sobre como los profesores son modelos en el empleo de estrategias, siendo una parte importante para el desarrollo metacognitivo.

10 CONCLUSIONES

Esta investigación permitió concluir que los estudiantes que utilizan habilidades de regulación metacognitiva de manera imbricada en la resolución de problemas, obtienen mejores resultados, dichas habilidades les permite tener un proceso mejor estructurado en cuanto a los algoritmos necesarios para el desarrollo de una situación problema.

Se resaltó la importancia del uso de estrategias de regulación metacognitiva en la resolución de problemas, lo cual ayuda a seguir procedimientos mejor estructurados y a su vez les permite identificar debilidades y fortalezas en los procesos de aprendizaje, para la obtención de nuevos conocimientos.

Se hizo conciencia de planificar, hacer seguimiento a las estrategias en el desarrollo de una situación problema y revisar si los resultados finales coincidían con los esperados.

Se destacaron las ventajas de identificar y contemplar la variedad de heurísticas para resolver situaciones problema antes de dar inicio al desarrollo de las mismas.

Se contemplaron la viabilidad de las diferentes estrategias identificadas y su pertinencia respecto a la información suministrada en el problema, para de esta forma seleccionar la estrategia más efectiva para dar solución al problema planteado.

Por último, respecto al momento de evaluación sobresalió la importancia de revisar y contrastar los resultados finales, en la resolución de problemas, por medio de otros métodos o entre compañeros o en su defecto con la verificación del docente.

11 RECOMENDACIONES

Proponer a los docentes de matemáticas involucrar en el aula de clase, estrategias que permitan un proceso estructurado y coherente que contribuya a la apropiación de habilidades metacognitivas en la resolución de problemas.

Generar en los educandos la necesidad de llevar a cabo procesos de planeación, monitoreo y evaluación en lo posible en cada uno de los procesos de aprendizaje dentro y fuera del aula, que se convierta en algo fundamental para el estudiante.

Las practicas pedagógicas estén diseñadas, de manera que conlleven a la constante revisión de los procesos elaborados tanto por el educando como por el docente, con el fin de cuestionar y mejorar dichos resultados.

A nivel metodológico, se invita al desarrollo de un análisis más detallado, donde se evidencie de manera comprensiva el aporte y en general, el papel de todas las dimensiones de la metacognición en la resolución de problemas sobre funciones, estudiados en la presente investigación.

Extender el desarrollo de investigaciones donde se puedan instaurar distintas relaciones entre la regulación metacognitiva y la resolución de problemas que aporten al diseño de instrumentos de investigación efectivos en los procesos de aprendizaje de las matemáticas.

12 BIBLIOGRAFIA

- Brown, D.A, & Sullivan, A, P. (1987) Enhancing Instructional Time Through Attention to Metacognition. *Journal of Learning Disabilities*, 20 (2),
- Barrantes Hugo (2006). Resolución de problemas El Trabajo de Allan Schoenfeld, Escuela de Ciencias Exactas y Naturales UNED.
- Buitrago Sandra, Garcia Ligia (2010). Procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas. Universidad Autónoma de Manizales, Quindío Caldas Colombia
- Cadavid Alzate, V. (2014). Relaciones entre la metacognición y el pensamiento visoespacial en el aprendizaje de la estereoquímica. Universidad Autónoma de Manizales, Colombia
- Domenech, A. (2004). El papel de la inteligencia y de la metacognición en la resolución de problemas, tesis doctoral, Universitat Rovira i Virgili. Departamento de Psicología, Tarragona.
- Feuerstein, R., Jensen, M., Rand, Y. y Hoffman, M. (1984). Instrumental Enrichment: An intervention program for structural cognitive modifiability. En J. Segal, S. Chipman y R. Glaser (Eds.), *Thinking and learning skills* (Vol. 1). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Klimenko, Olena (2009,) La enseñanza de las estrategias cognitivas y metacognitivas como una vía de apoyo para el aprendizaje autónomo en los niños con déficit de atención sostenida. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, núm. 27. Medellín, Colombia.
- Larios, V. (2000). “Constructivismo en tres patadas”, *Revista Electrónica de Didáctica de las Matemáticas*, año 1, núm. 1, pp. 2-8.
- Paz Penagos (2011). Cómo desarrollar la metacognición en la educación superior mediante la resolución de problemas, tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional de Colombia. Bogotá Colombia
- Polya, G. (1945). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas. Serie de Matemáticas. México
- Polya, G. (1954). *How to Solve it*. Princeton. Princeton: University Press.
- Polya, G. (1961). *Matemáticas y razonamiento plausible*. Madrid. Editorial Tecnos.
- Pozo, J. (1994). *La solución de problemas*. Madrid. Editorial Santillana S.A

- Rizo, C. y Campistrous, L. (1999). Estrategias de resolución de problemas en la escuela, Revista latinoamericana de investigación en matemáticas educativa, vol2, número 2-3, Comité Latinoamericanode matemática educativa. Distrito federal, México, pp 31-45 problemas en la escuela
- Rodríguez, Q. (2005). Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de matemáticas una propuesta integradora desde el enfoque antropológico, tesis doctoral, Universidad Complutense de Madrid, España
- Sanz, María (2010). Competencias cognitivas en Educación Superior. Editorial: NARCEA, SA. Madrid, España.
- Tamayo, O. E. (2014). Pensamiento crítico dominio-específico en la didáctica de las ciencias. TED_36 indb. pp 25-46
- Tamayo, O. E. (s.f.). La metacognición en los modelos para la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias. Universidad Autónoma de Manizales

ANEXOS

Anexo 1. PRUEBA INICIAL



LA MEJOR OPCIÓN COMO USUARIO DE TELEFONIA MOVIL

Dos empresas de servicio de telefonía móvil facturan sus cobros en minutos en miles y cuota fija en diez miles así: **Empresa A:** \$0,2 por cada minuto y una cuota fija de \$3,7
Empresa B: \$0,1 por cada minuto y una cuota fija de \$5,1

En algún momento dos usuarios de este servicio pertenecientes a empresas distintas van a pagar el mismo precio por el consumo. **¿De cuánto será este consumo? ¿Qué tiempo han consumido los dos usuarios si pagan el mismo precio por el servicio?**

A continuación, encontraras una serie de preguntas que deberás contestar de manera sincera después de leer la situación anteriormente planteada, no borres si te equivocas y responde justificando todas las preguntas con tus propias palabras.

¿Has comprendido el problema? SI___ No___ Justifica con tus propias palabras:

¿Crees que estas en capacidad de resolver el problema? SI___ NO___ Explica de qué manera podrías resolver el problema planteado.

¿A qué debes responder?

¿El planteamiento del problema te da los datos suficientes para encontrar la solución SI _____ NO _____

Explica: _____

Enuncia algunas estrategias diferentes para solucionar el problema:

Consideras posible representar gráficamente la situación planteada SI ____ NO ____ ¿por qué? Representala

¿Consideras pertinente las estrategias planteadas para la solución al problema? Explica porque:

¿Has tenido dificultades en el proceso de solución? ¿Cuáles?

¿Cómo pudiste resolver el problema?

¿Estás conforme con el camino que decidiste para la solución del problema? justifica

¿Podrías explicar el proceso que seguiste para resolver la situación planteada?

¿La estrategia o método que escogiste fue el más adecuado? ¿usarías otras estrategias diferentes? Explica.

Enumera algunas fortalezas y aspectos por mejorar que hayas identificado durante el proceso de resolución del problema.

¿El resultado que encontraste era el esperado? ¿Responde a la pregunta inicial?

Anexo 2. GUIAS SECUENCIA DIDÁCTICA

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

OBJETIVO: Identificar los cambios en la solución de problemas, implicado el concepto de función, orientados en diferentes sesiones involucrando la regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación).

Para llevar a cabo la solución de los problemas enunciados a continuación, es necesario que reflexione en cada una de las preguntas planteadas, con el fin de describir su proceso de aprendizaje en la resolución de los mismos, implicado el concepto de función y la regulación metacognitiva.

Encuentro 1: PLANEANDO

Objetivo del encuentro: Aplicar los procesos de regulación metacognitiva con énfasis en la planeación en la solución del problema 1, con la orientación del docente.

Tiempo de intervención: 2 Horas

Trabajo del docente:

- Explicar a los estudiantes los pasos que deben tener en cuenta en la planeación a la hora de ejecutar la solución del problema.
- Acompañar el proceso de reflexión sobre las preguntas metacognitivas.

Problema 1:

La altura en metros que alcanza un proyectil con velocidad inicial 19,2 metros por segundo y altura inicial de 24 metros es una función de tiempo medido en segundos dada por $y(t) = -4,8t^2 + 19,2t + 24$ ¿Cuánto tiempo tarda el proyectil en alcanzar su máxima altura?

1. Explica la pregunta que te hace el problema con tus propias palabras

2. ¿Los datos que da el enunciado del problema son suficientes para dar respuesta a la pregunta? Justifica

3. ¿Qué datos proporcionados en el enunciado del problema son fundamentales y como los usaría en la solución del mismo?

4. Consideras posible representar gráficamente la situación planteada SI ____ NO ____
¿por qué? Representala

5. Enumera algunas estrategias para solucionar el problema:

6. ¿Cuál de las estrategias seleccionarías para resolver el problema y por qué?

7. ¿Qué temas debe saber para resolver el problema?

8. ¿Cómo le pareció el problema planteado?

9. ¿Estás seguro de la respuesta del problema?

10. ¿Cómo comprobaría que la respuesta es correcta?

Encuentro 2: MONITOREANDO

Objetivo del encuentro: Aplicar los procesos de regulación metacognitiva con énfasis en el monitoreo en la solución del problema 2, con la orientación del docente.

Tiempo de intervención: 2 Horas

Trabajo del docente:

- Explicar a los estudiantes los pasos que deben tener en cuenta en monitorear a la hora de ejecutar la solución del problema.
- Acompañar el proceso de reflexión sobre las preguntas metacognitivas.

Problema 2:

El número de bacterias en un experimento en el tiempo t (en horas) satisface la función $N(t) = N_0(0,5)^t$, donde N_0 es una constante. Si el experimento inicia en $t=0$ con 1000 bacterias, ¿cuál es el valor de la constante N_0 ?

1. Explica la pregunta que te hace el problema con tus propias palabras

2. ¿Los datos que da el enunciado del problema son suficientes para dar respuesta a la pregunta? Justifica

3. ¿Qué datos proporcionados en el enunciado del problema son fundamentales y como los usaría en la solución del mismo?

4. Consideras posible representar gráficamente la situación planteada SI ____ NO ____
¿por qué? Representala

5. Enumera algunas estrategias para solucionar el problema:

6. ¿Cuál de las estrategias seleccionarías para resolver el problema y por qué?

7. ¿Qué temas debe saber para resolver el problema?

8. ¿Cómo le pareció el problema planteado?

9. ¿Estás seguro de la respuesta del problema?

10. ¿Cómo comprobaría que la respuesta es correcta?

Encuentro 3: EVALUANDO

Objetivo del encuentro: Aplicar los procesos de regulación metacognitiva con énfasis en la evaluación en la solución del problema 3, con la orientación del docente.

Tiempo de intervención: 2 Horas

Trabajo del docente:

- Explicar a los estudiantes los pasos que deben tener en cuenta en la evaluación a la hora de ejecutar la solución del problema.
- Acompañar el proceso de reflexión sobre las preguntas metacognitivas.

Problema 3:

Una población inicial de 100 bacterias crece exponencialmente siguiendo la fórmula $f(t) = 3e^{4t}$. Determina el tiempo en que la población se duplica y el tiempo en que la población llega a 1000 bacterias.

1. Explica la pregunta que te hace el problema con tus propias palabras

2. ¿Los datos que da el enunciado del problema son suficientes para dar respuesta a la pregunta? Justifica

3. ¿Qué datos proporcionados en el enunciado del problema son fundamentales y como los usaría en la solución del mismo?

4. Consideras posible representar gráficamente la situación planteada SI ____ NO ____
¿por qué? Representala

5. Enumera algunas estrategias para solucionar el problema:

6. ¿Cuál de las estrategias seleccionarías para resolver el problema y por qué?

7. ¿Qué temas debe saber para resolver el problema?

8. ¿Cómo le pareció el problema planteado?

9. ¿Estás seguro de la respuesta del problema?

10. ¿Cómo comprobaría que la respuesta es correcta?

Encuentro 4: PLANEANDO, MONITOREANDO Y EVALUANDO

Objetivo del encuentro: Resolver el problema 4, con la orientación del docente a partir de los procesos de regulación metacognitiva (Planeación, monitoreo y evaluación).

Tiempo de intervención: 2 Horas

Trabajo del docente:

- Explicar a los estudiantes todo el proceso de regulación metacognitiva a la hora de ejecutar la solución del problema.
- Acompañar el proceso de reflexión sobre las preguntas metacognitivas.

Problema 4:

El costo de elaboración de x sacos de cierto producto para la fumigación de un cultivo de hortalizas viene dado por la función $C(x) = x^3 - 2x^2 + 100x + 150$, donde C viene dado en cientos de pesos. Si el laboratorio encargado de la fabricación del producto, recibe pedidos por 10, 25, 60, y 120 bultos de químicos para distintas fincas, calcula el costo de la fabricación de cada uno de los pedidos.

1. Explica la pregunta que te hace el problema con tus propias palabras

2. ¿Los datos que da el enunciado del problema son suficientes para dar respuesta a la pregunta? Justifica

3. ¿Qué datos proporcionados en el enunciado del problema son fundamentales y como los usaría en la solución del mismo?

4. Consideras posible representar gráficamente la situación planteada SI ____ NO ____
¿por qué? Representala

5. Enumera algunas estrategias para solucionar el problema:

6. ¿Cuál de las estrategias seleccionarías para resolver el problema y por qué?

7. ¿Qué temas debe saber para resolver el problema?

8. ¿Cómo le pareció el problema planteado?

9. ¿Estás seguro de la respuesta del problema?

10. ¿Cómo comprobaría que la respuesta es correcta?

Anexo 3. GUIA PRUEBA FINAL

A continuación, encontraras una situación problema, con una serie de preguntas que deberás contestar con la mayor honestidad posible y escribir todo lo que consideres pertinente con el fin de obtener la mayor información.

Se tiene un trozo de cartón de forma cuadrada de 60 cm de lado y se desea construir una caja sin tapa recortando cuadrados de igual tamaño de sus esquinas y doblando luego hacia arriba las pestañas que quedan.

- A medida que al trozo de cartón se le recorten cuadrados más grandes,
¿qué crees que pasa con el perímetro de figura resultante?
¿Qué crees que sucede con el perímetro del cuadrado recortado al trozo de cartón?
¿Qué crees que sucede con la longitud R de la figura?
¿Qué sucede con el perímetro de la pestaña?
- Si se quiere recubrir la caja de cartón con papel
¿crees que a medida que se recorten cuadrados más grandes, necesitas más papel?
¿Habrá alguna caja para la cual necesite menos papel para recubrirla?
¿para cuál caja necesitas exactamente una cantidad de papel igual a la mitad del trozo de cartón?
- ¿Para qué longitud x del cuadrado recortado el volumen de la caja es el más grande?
¿Has comprendido el problema? SI___ No___ Justifica con tus propias palabras:

- ¿Crees que estas en capacidad de resolver el problema? SI___ NO___ Explica de qué manera podrías resolver el problema planteado.

¿A qué debes responder?

¿El planteamiento del problema te da los datos suficientes para encontrar la solución SI _____ NO _____

Explica:

Enuncia algunas estrategias diferentes para solucionar el problema:

Consideras posible representar gráficamente la situación planteada SI _____ NO _____ ¿por qué? Representála

¿Consideras pertinente las estrategias planteadas para la solución al problema? Explica porque:

¿Has tenido dificultades en el proceso de solución? ¿Cuáles?

¿Cómo pudiste resolver el problema?

¿Estás conforme con el camino que decidiste para la solución del problema? justifica

¿Podrías explicar el proceso que seguiste para resolver la situación planteada?

¿La estrategia o método que escogiste fue el más adecuado? ¿usarías otras estrategias diferentes? Explica.

Enumera algunas fortalezas y aspectos por mejorar que hayas identificado durante el proceso de resolución del problema.

¿El resultado que encontraste era el esperado? ¿Responde a la pregunta inicial?
