



LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: SU POSIBLE APOORTE AL APRENDIZAJE DE  
LAS OPERACIONES BÁSICAS CON NÚMEROS FRACCIONARIOS

MARIA EUGENIA MUÑOZ ALVARADO

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MANIZALES  
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES  
MAESTRIA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS  
MANIZALES

2019

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: SU POSIBLE APORTE AL APRENDIZAJE DE  
LAS OPERACIONES BÁSICAS CON NÚMEROS FRACCIONARIOS

MARIA EUGENIA MUÑOZ ALVARADO

Proyecto de grado para optar el título de Magister en Enseñanza de las Ciencias

Tutor

ANA MILENA LOPEZ RUA

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MANIZALES  
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES  
MAESTRIA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS  
MANIZALES

2019

## DEDICATORIA

A mi familia.

A mis padres, por haber heredado de ellos la pasión por el trabajo y la perseverancia.

A mis hermanos porque me han dado el impulso para salir adelante.

A mi Sobrina Cristina por el apoyo incondicional.

A mi hija Luna, porque a pesar de su corta edad, es quien está atenta con sus motivaciones,  
animándome a lograr mis metas propuestas.

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco a la Universidad Autónoma de Manizales, al cuerpo docente y Administrativo por el trato cordial que nos brindan toda vez que lo necesitamos.

Agradezco a la Mgr. Ana Milena López Rúa, por haberme acogido en su grupo de estudiantes y haberme orientado desde su conocimiento, experiencia y paciencia, en el transcurrir de esta investigación.

A los estudiantes del grado Quinto de la I. E. Piedra de León Sotará Cauca – sede Casas nuevas, por participar activamente de esta investigación.

## RESUMEN

El presente estudio tuvo como propósito investigar la resolución de problemas: su posible aporte al aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios, con estudiantes de 5° grado de la institución Educativa Piedra de león Sotará- sede Casas Nuevas. El objetivo general de la investigación fue describir el aporte de la resolución de problemas al aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios. La metodología utilizada estuvo enmarcada desde la implementación de una unidad didáctica la cual se diseñó en tres momentos secuenciales, En el momento de ubicación se les presento a los estudiantes el instrumento de ideas previas, en el momento de desubicación, se modelaron distintas actividades y situaciones problema de acuerdo al modelo de Miguel de Guzmán, de tal manera que el trabajo desarrollado logró que los estudiantes vayan acogiendo de manera individual y colectiva las heurísticas propuestas; por último en el momento de reenfoque se verificó que la incidencia de la resolución de problemas en la superación de los obstáculos epistemológicos sobre el aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios fuera significativa, debido a que los estudiantes observaron la aplicación que tienen éstos números, incluidas las operaciones en la vida diaria y lograron reconocer la importancia de aprender a realizar, la suma, la resta, la multiplicación y la división. Además de lograr un avance en la generación de pensamiento crítico para resolver problemas orientados desde el modelo expuesto por Miguel de Guzmán, en su contexto social y en otras situaciones donde haya la necesidad.

**Palabras Clave:** Resolución de problemas, unidad didáctica, números fraccionarios, obstáculo epistemológico y operaciones básicas.

## **ABSTRACT:**

The goal of this study was to investigate problem solving: its possible contribution to the learning of basic operations with fractional numbers, with 5th grade students from the Piedra de León Sotar Educational Institution - Casas Nuevas. The main objective of the research was to describe the contribution of problem solving to the learning of basic operations with fractional numbers. The methodology used was framed from the implementation of a didactic unit which was designed in three sequential moments. Location, in this moment, the instrument of previous ideas was applied to the students, the next moment is called dislocation, according with the Miguel de Guzman’s model, different activities and problem situations were used in the learning process, the work developed achieved that the students understood individually and collectively the proposed heuristics; Finally, the last moment refocusing, we verified that the incidence of solving problems in overcoming epistemological obstacles on learning basic operations with fractional numbers was significant, because students observed the application of these numbers, including operations in daily life and were able to recognize the importance of learning the basic operations like addition, subtraction, multiplication and division. In addition to achieving an advance in the generation of critical thinking to solve problems oriented from the model presented by Miguel de Guzmán, in its social context and in other life situations.

**Keywords:** Problem solving, didactic unit, fractional numbers, epistemological obstacle and basic operations.

## CONTENIDO

1	INTRODUCCIÓN .....	13
2	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACION .....	15
3	JUSTIFICACION.....	19
4	OBJETIVOS.....	22
4.1	OBJETIVO GENERAL:.....	22
4.2	OBJETIVOS ESPECIFICOS .....	22
5	ANTECEDENTES Y MARCO TEORICO.....	23
5.1	INTRODUCCION .....	23
5.2	ANTECEDENTES .....	23
5.2.1	Antecedentes Internacionales .....	23
5.2.2	Antecedentes Nacionales .....	25
5.3	LOS NÚMEROS FRACCIONARIOS .....	27
5.4	APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS CON NÚMEROS FRACCIONARIOS. ....	31
5.5	RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	32
5.6	OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS .....	39
5.6.1	Obstáculos Epistemológicos En Las Matemáticas: .....	41
5.7	UNIDADES DIDÁCTICAS.....	43
6	METODOLOGIA .....	49
6.1	METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN .....	49
6.2	POBLACIÓN Y UNIDAD DE TRABAJO.....	49
6.3	DISEÑO METODOLÓGICO.....	50
6.4	CATEGORÍAS DE ANÁLISIS.....	51

6.5	FASES DE INVESTIGACIÓN .....	52
6.6	ESTRATEGIAS PARA LA RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN.....	53
6.6.1	Instrumento De Lápiz Y Papel. ....	53
6.6.2	Unidad Didáctica (UD).....	54
7	RESULTADOS Y ANALISIS.....	56
7.1	MOMENTO UNO (UBICACIÓN) .....	56
7.1.1	Análisis Del Momento Uno (Ubicación).....	68
7.2	MOMENTO DOS (DESUBICACIÓN) .....	73
7.2.1	Análisis Del Momento Dos. ....	78
7.3	MOMENTO TRES (REENFOQUE).....	83
7.3.1	Análisis Del Momento Tres.....	89
8	CONCLUSIONES .....	95
9	RECOMENDACIONES .....	97
10	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	98
11	ANEXOS.....	84



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Fracciones Egipcias.....	29
Figura 2 Diseño Metodológico.....	50
Figura 3 Torta de frutas .....	109
Figura 4 Regletas de Cuisenaire .....	113
Figura 5 Triángulos. ....	117
Figura 6 Estudiantes desarrollando el instrumento 1.....	126
Figura 7 Estudiante 1 instrumento 2.....	127
Figura 8 Estudiante 2 instrumento 2.....	127
Figura 9 Estudiante 1 Instrumento 3.....	128
Figura 10 Estudiante 2 Instrumento 3 .....	128
Figura 11 Estudiante 3 Instrumento 3 .....	129
Figura 12 Estudiante 4 Instrumento 3 .....	129
Figura 13 Estudiante 2 y 3 Instrumento 3.....	130
Figura 14 Estudiante 1 realizando el instrumento 4 .....	131
Figura 15 Actividad Ensalada de Frutas Estudiante 1 .....	132
Figura 16 Actividad ensalada de frutas Estudiante 2 .....	132
Figura 17 Estudiantes completando la actividad de la ensalada de Frutas. ....	133

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Solución de Problemas descrito por Tamayo, Zona y Loaiza 2014 .....	37
Tabla 2 Categorías de Análisis .....	51
Tabla 3 Fases de la Investigación .....	52
Tabla 4 Instrumento 1. Identificación sobre las ideas previas sobre la forma de resolver problemas en conceptos básicos con los números fraccionarios .....	57
Tabla 5 . Instrumento 4. Formulación de problemas con números con operaciones de números fraccionarios, teniendo en cuenta los pasos de Miguel de Miguel de Guzmán. ....	74
Tabla 6 Instrumento cinco. Realizamos una ensalada de frutas para contextualizar la resolución de problemas con números fraccionarios.....	84

## LISTA DE ANEXOS

ANEXO A Formato de unidad didáctica. La resolución de problemas: una estrategia didáctica en el desarrollo de habilidades metacognitivas para el aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios .....	84
ANEXO B Instrumento 1. Identificación de ideas previas respecto a la forma como los estudiantes resuelven problemas, aplicando el concepto de fracción y realizando operaciones con estos números.....	93
ANEXO C Instrumento dos: Repaso del concepto de fracción y las operaciones básicas. Explicación sobre los pasos planteados por De Guzmán para la solución de un problema. ....	109
ANEXO D. Instrumento tres: Comprobar el progreso conceptual y la capacidad o técnica para resolver problemas teniendo cuenta los pasos formulados por (Miguel De Guzmán). ....	113
ANEXO E Instrumento cuatro: Formulación de problemas con operaciones de números fraccionarios, teniendo en cuenta los pasos de Miguel De Guzmán y algunas preguntas generadoras para llegar a la solución.....	117
ANEXO F Instrumento cinco. Realizamos una ensalada de frutas para contextualizar la resolución de problemas con números fraccionarios.....	121
ANEXO G Entrevista Este instrumento corresponde a los escenarios argumentativos, que son “espacios donde los estudiantes pueden argumentar sobre las situaciones planteadas anteriormente” (Monares, 2018, pág. 32).....	125
ANEXO H Identificación sobre las ideas previas sobre la forma de resolver problemas en conceptos básicos con los números fraccionarios. ....	126
ANEXO I Repaso del concepto de fracción y las operaciones básicas. Explicación sobre los pasos planteados por De Guzmán para la solución de un problema .....	127
ANEXO J Comprobar el progreso conceptual y la capacidad o técnica para resolver problemas teniendo cuenta los pasos formulados por (Miguel De Guzmán).....	128

ANEXO K Formulación de problemas con operaciones de números fraccionarios, teniendo en cuenta los pasos de Miguel De Guzmán y algunas preguntas generadoras para llegar a la solución.....	131
ANEXO L Realizamos una ensalada de frutas para contextualizar la resolución de problemas con números fraccionarios. ....	132

## 1 INTRODUCCIÓN

Desde tiempos muy antiguos las matemáticas han tenido un papel relevante en el desarrollo social del universo, sin ella la sociedad de hoy no podría vivir de forma organizada; todo absolutamente todo, tiene algo de matemáticas y entre esos conocimientos se encuentran inmersos los números fraccionarios, un subtema de esta ciencia que también está involucrado en todas las situaciones que ocurren en el transcurrir de la vida, por tal razón comprender el concepto de fracción, sus demás funcionalidades, realizar operaciones de suma, resta, multiplicación y división, se plantea como un propósito para los estudiantes de básica primaria. MEN (2006).

Teniendo los lineamientos propuestos por este ministerio se considera importante que los estudiantes puedan comprender y construir el concepto de fracción desde sus diferentes significados y también obtener habilidad para desarrollar operaciones con estos números, puesto que éstas se consideran una herramienta fundamental del cálculo matemático; de esta manera se involucra la resolución de problemas como escenario metodológico y práctico que servirá de puente para que los niños avancen en el aprendizaje de los algoritmos de las fracciones, toda vez que los problemas muestran la aplicación y la necesidad de aprender dichos procesos. A si mismo los docentes pueden participar en la formación de los estudiantes formulando estrategias desde una visión metacognitiva.

La presente investigación tuvo el propósito de analizar el aporte de la resolución de problemas en el aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios con estudiantes de quinto grado de la Institución Educativa Piedra de León Sotaró Cauca, para lo cual se identificaron fortalezas y dificultades que presentan los estudiantes al resolver problemas y utilizar las operaciones básicas cuando son requeridas; también se dio a conocer diferentes niveles que proponen algunos autores para lograr una mayor eficacia a la hora de resolver situaciones problema, entre ellos están : Miguel de Guzmán, Schoenfeld, Pólya, Tamayo y otros, teniendo en cuenta que muchas investigaciones han demostrado muy buenos resultados de aprendizaje cuando se han tenido en cuenta las fases de la resolución de problemas.

La investigación también se hizo con el fin de aportar en el proceso de aprendizaje de las matemáticas, especialmente a través de la resolución de problemas, para lograr despertar el interés por aprender operaciones con números fraccionarios, teniendo en cuenta que en dicha Institución los alumnos presentan esa dificultad.

Para el cumplimiento del objetivo de investigación se diseñó una unidad didáctica según el modelo de Tamayo (2011), basada en tres momentos secuenciales (Ubicación, desubicación y reenfoque). Inicialmente se indagó acerca de la forma como los estudiantes resuelven problemas, posteriormente se realizaron diferentes actividades con resolución de problemas, en las cuales se implementó, los niveles de Miguel de Guzmán, teniendo en cuenta las subcategorías: Familiarización con el problema, búsqueda de estrategias, desarrollo de la estrategia, revisión del proceso. De Guzmán (2007).

Finalmente se aplicó una entrevista semiestructurada que permitió evidenciar la efectividad de las diferentes actividades realizadas durante la aplicación de la Unidad Didáctica para el logro de los objetivos propuestos en la presente investigación. También se evidenció que los estudiantes tuvieron mejores procesos de resolución, desde el concepto de fracción, aprendizaje en las operaciones básicas y generación de pensamiento crítico para resolver problemas del contexto; esto fue lo que especificaron en sus escritos.

## 2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACION

El proyecto de investigación se plantea debido al bajo rendimiento en el área de matemáticas, que presentan los estudiantes de quinto grado de primaria en la I.E. Piedra de León – municipio de Sotará en el departamento del Cauca.

Según el reporte histórico generado desde la página oficial del Icfes durante los años 2015-2017, los alumnos de grado quinto presentaron bajo rendimiento en el área de matemáticas, el informe muestra que entre el 70 y el 90% de los estudiantes no superaron el nivel mínimo. Los resultados obtenidos en estas pruebas sugieren que debe haber un replanteamiento sobre el rol que desempeña el docente en la práctica metodológica (Icfes, 2016).

Uno de los temas importantes en matemáticas es el estudio de los números fraccionarios, así lo establece el (Ministerio de Educación Nacional, 2016), por lo cual se espera que, en el grado quinto, los estudiantes tengan la capacidad de interpretar las fracciones en diferentes contextos: medición, relación parte todo, cociente, razones, proporciones y realización de operaciones básicas con este tipo de números. Sin embargo, en el aula de clases cuando se proponen actividades de aplicación y resolución de problemas, se evidencia serias dificultades en el desarrollo y utilización de las operaciones básicas, como: suma, resta, multiplicación y división.

Se puede notar que los estudiantes presentan muchas dificultades al momento de enfrentarse a situaciones donde se requiere utilizar las diferentes operaciones con estos números, se evidencia de forma clara que los alumnos carecen de conocimientos previos válidos para este tema, por ejemplo, no hay claridad del concepto de fracción, su lectura, su escritura, representación gráfica etc., también se comprueba el desinterés por las clases de matemáticas, apatía para desarrollar ciertas actividades.

La dificultad intrínseca y acumulativa de las Matemáticas produciría en el devenir escolar alumnos con lagunas importantes que desembocan, más tarde o más temprano, en unos rendimientos escolares insatisfactorios, lo que determina una disminución progresiva del autoconcepto matemático y atribuciones de causalidad negativas (fatalistas) a la par que

una desgana que genera aburrimiento y rechazo que, no sólo no ayuda, sino que empeora la comprensión de la asignatura que es percibida, de año en año, como un tormento. Hidalgo & Palacios (2004, Pág. 19)

Por esta razón es necesario empezar a replantear las estrategias de enseñanza en el aula, formulando propuestas que permitan acercarse a las matemáticas empezando desde el concepto de fracción hasta llegar al desarrollo de operaciones, ya que son una herramienta fundamental en el cálculo matemático.

Lo anterior se puede constatar con lo dicho por varios investigadores como Frecuentar (1983), Quieren (1993), Perera y Valdemoro (2007) entre otros, los cuales afirman que uno de los temas donde se encuentra problemas de aprendizaje es en la utilización de números fraccionarios.

Entre otros autores están, Pérez y Ramírez (2011), Los cuales manifiestan un alto grado de preocupación por la manera como se propone la resolución de problemas en aula de clase, expresa que el trabajo propuesto son ejercicios de práctica, o problemas extraídos de libros de texto los cuales muchas veces están desadaptados al contexto real, por lo tanto, los estudiantes no ven la verdadera aplicación de esa actividad. (Pérez y Ramírez 2011, pág. 4).

Por otro lado el estudio realizado por D. Becerra, O Rodríguez, B Nocua y J Suarez, (2011, pág. 4), es común observar dificultades en los estudiantes cuando se deben resolver problemas o situaciones donde se utilizan las operaciones con números fraccionarios, esto debido a la falta de claridad del concepto parte-todo, como lo señala Chávez citando a Fazio y Siegler (2011), *“muchos estudiantes ven a las fracciones como símbolos sin sentido o miran al numerador y denominador como números separados en lugar de comprenderlos como un todo unificado”* (pág. .12).

Esto conlleva a que el desarrollo de operaciones con este tipo de números sea un dolor de cabeza para los estudiantes, debido a que ellos no logran interpretar textos que contienen fracciones ni proponer soluciones usando estos números; como consecuencia de lo anterior obtienen deficientes resultados en el rendimiento académico, que generan frustraciones y apatía por las matemáticas y que se ve reflejado tanto en aplicaciones propuestas en el aula como en las diferentes pruebas hechas por el estado. Este problema también puede ser



causado por el proceso de enseñanza, debido a que la mayoría de las docentes prefieren la metodología tradicional, fundamentados en que esa fue la forma como fueron educados y aún hay un convencimiento muy grande en muchos profesores que ésta es una de las mejores formas para enseñar y por lo tanto, no se atreven a examinar con otro método, porque le temen al fracaso escolar.

El presente proyecto de investigación surge de las necesidades presentes en el salón de clases, tales como, el bajo rendimiento en el área de matemáticas, dificultad en la comprensión del concepto de fracción, poca claridad en el significado de los términos de una fracción, dificultad para desarrollar los algoritmos de las operaciones correctamente, no existe un proceso adecuado para resolver un problema matemático con los números fraccionarios, desconocen los niveles expuestos por algunos autores, como Pólya, Miguel de Guzmán por citar algunos; los cuales describen pasos secuenciales que pueden garantizar el desarrollo efectivo de un problema propuesto.

El rol del docente en la enseñanza de las matemáticas es fundamental, de tal manera que debe haber un compromiso para adquirir nuevos conocimientos constantemente, innovar estrategias pedagógicas y didácticas que permitan contribuir en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes, toda innovación realizada desde la labor docente ayudará a que los estudiantes tengan herramientas para enfrentarse al buen aprendizaje de los números fraccionarios y sus operaciones.

Por las razones anteriores surge la necesidad de implementar una estrategia didáctica con la cual se logre superar los obstáculos epistemológicos que presentan los estudiantes, de quinto grado de la Institución educativa Piedra de León y para ello se propone trabajar con la resolución de problemas a través de la construcción de una Unidad didáctica como estrategia en este proyecto de investigación, teniendo en cuenta que la resolución de problemas, es probablemente una herramienta fundamental en el proceso de enseñanza de las matemáticas ya que a través de ella se logra que los estudiantes empleen distintos recursos y estrategias para adquirir el aprendizaje de los contenidos matemáticos, partiendo desde la oportunidad de expresar sus ideas, participar de situaciones del contexto, situaciones tangibles que logren mostrar la aplicabilidad de los procedimientos o algoritmos propios de las matemáticas, se les permite además no solo robustecer la

comprensión de dichos contenidos matemáticos sino también la capacidad del razonamiento lógico y análisis de cada situación.

“Estamos enseñando a manejar números, no a pensar sobre ellos. Para hacer matemática no basta realizar operaciones, contar y calcular. La matemática comienza con la toma de conciencia de lo que está involucrado en esas operaciones” (Federici, 2004, p.4); citado por (Andrade,2011, Cap. 4 pág. 2)

Pólya citado por (Jiménez, Gómara,2015) dice lo siguiente “Para un matemático que es activo, en la investigación, la matemática puede parecer algunas veces como un juego de imaginación. Los aspectos matemáticos son primero u imaginados y luego probados. Si el aprendizaje de las matemáticas tiene algo que ver con el descubrimiento en matemáticas, a los estudiantes se les debe brindar alguna oportunidad de resolver problemas en los que primero imaginen y luego prueben alguna cuestión matemática adecuada a su nivel”. (Pág. 7)

Con la resolución de problemas presente en la enseñanza de las matemáticas, los estudiantes podrán verificar que es indispensable tener habilidad en desarrollar algoritmos matemáticos, como los de las operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división de fracciones, porque sin ellas en muchas ocasiones sería imposible encontrar las soluciones.

Teniendo en cuenta todo lo anterior, se genera una preocupación de cómo lograr una mayor comprensión de este tema dando lugar a la pregunta de investigación: *¿Cuál es el aporte de la resolución de problemas al aprendizaje de números fraccionarios?*

### 3 JUSTIFICACION

Partiendo de la necesidad de mejorar el aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios que presentan los estudiantes de quinto grado de la I.E. Piedra de León Sotará-Cauca, se plantea implementar la resolución de problemas como estrategia didáctica en el proceso de enseñanza de las matemáticas, con la cual se busca superar los obstáculos epistemológicos que presentan los niños, para que posteriormente ellos puedan adquirir una buena comprensión del tema propuesto.

En la actualidad los niños de quinto grado de la institución Educativa Piedra de León, tienen dificultades a la hora de desarrollar algoritmos con operaciones básicas de números fraccionarios, es decir, es difícil para ellos realizar los procesos que se requieren para encontrar la solución de un ejercicio matemático con dichos números, ya sea suma, resta, multiplicación y división; lo que hace que el tema se vuelva tedioso y aburridor para ellos, cuya causa puede ser porque no hay una aplicación tangible de los procesos realizados con este tipo de números.

Por tal razón, se pretende con este proyecto de investigación proponer una estrategia didáctica basada en la resolución de problemas donde los contextos a usar pueden ir desde la explicación histórica de un tema, la contextualización y la relación con el resto de asignaturas; de tal forma que el alumno vea la utilidad del conocimiento y los motive a querer aprender; logrando así el desarrollo de habilidades de interpretación, comprensión y análisis de situaciones de la vida diaria que se realizan con los números fraccionarios; que el alumno pueda ser capaz de realizar y utilizar algoritmos o procesos para resolver problemas de forma autónoma, propiciando una formación propositiva y crítica cuando así lo requieran

Blanco, Cárdenas y Caballero (2015) señalan que:

La actividad de plantear/inventar/formular problemas parece oportuna por cuanto obliga a trabajar a los alumnos sobre el significado de los conceptos y/o procedimientos matemáticos o sobre la utilidad de los mismos. Así, si un alumno debe plantear un problema que se resuelva con una multiplicación tendrá que imaginar diferentes situaciones

que permitan aplicar esta operación, por lo que le estará dando significado a este concepto y al proceso matemático a emplear. Probablemente, este alumno se responda a la pregunta reiterada por los escolares de: ¿para qué sirve esto? La invención o formulación de problemas a los alumnos puede proponerse en diferentes momentos de enseñanza, tanto dentro del aula como fuera de ella. Así, los alumnos podrán inventar o formular problemas en relación con procesos o conceptos matemáticos que estemos trabajando para observar y comprender la relación de estos en diferentes contextos. (P. 12)

Por lo tanto el aprendizaje basado en la resolución de problemas es un escenario de pensamiento crítico donde se potencian todas las capacidades cognitivas de los sujetos, y además es un trabajo factible para aplicar en ese contexto, ya que es muy versátil y se puede utilizar desde diversos “*enfoques multidisciplinares*”, hay que tener en cuenta que en la localidad no se cuenta con los recursos educativos suficientes, por ejemplo no tienen acceso a internet, solo hay algunos computadores en buen estado, hay muy pocos libros, además se debe considerar el aspecto cultural y familiar, ya que en muchos hogares todavía se cree que lo único necesario de aprender es leer, escribir, sumar y restar, esto genera un ambiente adverso para la enseñanza, de allí la importancia de implementar una metodología que tenga en cuenta los factores demográficos, culturales, sociales y económicos de esta región y a la vez permita mejorar la enseñanza de las matemáticas y específicamente en operaciones básicas con números fraccionarios.

La presente investigación permite fortalecer los procesos de aprendizaje en los estudiantes de básica primaria especialmente en los educandos del grado quinto al enfrentarse a la construcción del concepto de fracción, hasta llegar a las operaciones, también permite alcanzar el desarrollo de competencias matemáticas como: análisis, comprensión y resolución de problemas con números fraccionarios. Mediante la aplicación y análisis de la unidad didáctica apoyada en estrategias metacognitivas, se logra que los estudiantes participantes avancen en cuanto a la construcción del concepto de fracción y desarrollo de operaciones.

“El propósito fundamental radica en formar estudiantes competentes en la interacción con números fraccionarios, con capacidad de análisis en la solución de problemas auténticos, y promotores del pensamiento crítico en la construcción del concepto de fracción mediante

el desarrollo de la unidad didáctica, es fundamental alejarse de la enseñanza netamente tradicional, utilizando herramientas novedosas para los estudiantes enfocadas básicamente en la regulación metacognitiva mediante la participación activa del estudiante” (Chávez,2017, pág. 13).

En la Institución Educativa Piedra de León en los estudiantes del grado quinto, se espera que con el desarrollo de este proyecto se superen los obstáculos presentes, disminuyan las dificultades y se puedan encontrar estudiantes que puedan realizar, organizar e interpretar mejor cada uno de los procesos matemáticos y con esto, la destreza en la resolución de problemas como razón fundamental de la enseñanza de las matemáticas.

Y, por último, con este trabajo se pretende beneficiar primeramente a los estudiantes del grado quinto de la institución Educativa Piedra de León y posteriormente se puede extender a otras instituciones Educativas Sorateñas y de distintos lugares.

## 4 OBJETIVOS

### 4.1 OBJETIVO GENERAL:

Describir el aporte de la resolución de problemas en el aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios en los estudiantes de grado quinto de la I.E. Piedra de León –Sotará Cauca

### 4.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS

Identificar los obstáculos epistemológicos que tienen los estudiantes en la realización de las operaciones básicas con números fraccionarios.

- Diseñar y aplicar una unidad didáctica basada en la resolución de problemas, para mejorar el aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios.
- Analizar la incidencia de la resolución de problemas en la superación de los obstáculos sobre las operaciones básicas con números fraccionarios.

## 5 ANTECEDENTES Y MARCO TEORICO

### 5.1 INTRODUCCION

El siguiente apartado tiene como propósito presentar algunas investigaciones que dan cuenta del aporte de la resolución de problemas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios. Posteriormente, se presenta el marco teórico que menciona las ideas centrales de la investigación y los autores representativos que dan sustento teórico a la siguiente propuesta.

### 5.2 ANTECEDENTES

La importancia de la enseñanza de los números fraccionarios ha hecho que tanto a nivel internacional como nacional se analicen y estudien formas, mecanismos y metodologías que ayuden a los estudiantes a comprender de manera eficiente y eficaz el concepto de fracciones para que lo puedan usar de manera correcta. A continuación, se muestran algunos de los trabajos desarrollados en los últimos años y que sirven como antecedentes del trabajo a realizar

#### 5.2.1 Antecedentes Internacionales

(Perera Dzul & Valdemoro, 2007, pág. 2), presentan un estudio doctoral desarrollado en el país de México con alumnos de una escuela pública; el estudio realizado parte de la hipótesis “*Un programa de enseñanza constructivista, realista y lúdico favorecerá en el niño la consolidación de las nociones relativas a la fracción*”. El programa de enseñanza en este proyecto estuvo integrado por tareas vinculadas a la vida real, con el fin de favorecer en el estudiante el desarrollo de la noción de fracción. El objetivo del trabajo era establecer una estrategia metodológica basada en un enfoque constructivista para lograr que el estudiante construyera el concepto o noción de fracción a partir de actividades lúdicas y realistas propuestas por sus docentes, para ello utilizaron una metodología de carácter cualitativo debido a que realizaron descripciones del análisis y los avances obtenidos en los niños de 9 años, quienes eran los implicados en el proceso de investigación. (Perera Dzul & Valdemoro, 2007, pág. 3). Además, teniendo en cuenta el fundamento teórico de muchos

autores que dan algunas pautas para enseñar los números fraccionarios, rechazando las estrategias utilizadas en la mayoría de las aulas de clase, tal es el caso de Freuthental (1983) citado por (Perera Dzul & Valdemoro, 2007), el cual propone algunas actividades que utilizaron en dicho trabajo y les ayudo a su proceso investigativo, obteniendo resultados positivos en la mayoría de los estudiantes según lo afirman las autoras. Finalmente concluyen que ese tipo de estrategia que tomaron como propuesta de investigación “*Promovió el desarrollo intelectual de los niños, habilitándolos a que construyeran sus propios conocimientos a partir de experiencias cotidianas*” (Perera Dzul & Valdemoro, 2007, pág. 9). Este estudio nos sirve de referente para la investigación propuesta ya que demuestra que implementando nuevas estrategias donde se vincule el contexto, actividades donde los chicos sean autores de su aprendizaje, se puede generar un proceso diferente de enseñanza y que al final se puede obtener muy buenos resultados en el tema propuesto.

Otro antecedente internacional es el de Pérez y Ramírez (2011), en este trabajo se aborda el tema de la resolución de problemas en el área de matemáticas. Se plantea que esta es un área de mucha importancia, por lo tanto, está consignada en los currículos de cada Institución educativa desde los primeros años escolares, teniendo en cuenta que los contenidos de las matemáticas son relevantes para aprender otros conocimientos de otras disciplinas del saber. (Pérez y Ramírez 2011, pág. 3). El estudio parte de las necesidades de un artículo anterior realizado por Pérez y Ramírez (2008) y “*se centra en analizar los fundamentos teóricos y metodológicos tanto, de la resolución de problemas matemáticos como de las estrategias para su enseñanza*” (Pérez y Ramírez 2011, pág. 4). Además, este trabajo se enmarca en una investigación documental fundamentada en la *revisión* de diferentes fuentes bibliográficas, utilizando un análisis cualitativo y analizando los aportes de diferentes autores sobre la resolución de problemas como fin de las de las investigaciones de dicha área (Pérez y Ramírez 2011, pág. 4). En tal sentido el autor manifiesta un alto grado de preocupación por la manera como se propone la resolución de problemas en aula de clase, expresa que el trabajo propuesto son ejercicios de práctica, o problemas extraídos de libros de texto los cuales muchas veces están desadaptados al contexto real, por lo tanto, los estudiantes no ven la verdadera aplicación de esa actividad. (Pérez y Ramírez 2011, pág. 4). En cuanto a las conclusiones del estudio establece que la resolución de problemas debe ser el eje central de las matemáticas, pero que la mayoría de



las veces el docente propone ejercicios o problemas rutinarios, que no desarrollan la habilidad de pensamiento en los estudiantes. (Pérez y Ramírez 2011, pág. 24)

Este es otro trabajo que da fundamento a este proyecto de investigación sobre resolución de problemas con números fraccionarios y que orienta sobre cómo se debe desarrollar la estrategia didáctica que se va a aplicar a los estudiantes involucrados en el estudio.

### 5.2.2 Antecedentes Nacionales

Hurtado (2012), presenta una propuesta donde se aborda la dificultad que tienen los estudiantes para entender el concepto de fracciones, por lo cual el objetivo principal propone realizar un estudio exhaustivo sobre la comprensión de las fracciones, una vez, se haya aplicado la estrategia didáctica de la resolución de problemas, por lo tanto la metodología empleada es “Resolución de Problemas” teniendo en cuenta los cuatro niveles propuestos por Pólya, para enseñar dicho concepto a los estudiantes de sexto grado de la escuela San Agustín en Aguazul Casanare. (Hurtado 2012, pág. 17).

La conclusión principal de este estudio muestra la importancia de generar nuevas estrategias en el aula de clase para lograr que los estudiantes perciban de manera diferente los temas que se quieran enseñar; la resolución de problemas demuestra en este trabajo, que es una táctica que genera un aprendizaje significativo de las fracciones en la mayoría de los estudiantes, por lo tanto se deben tener en cuenta las recomendaciones hechas por la autora del proyecto cuando dice que: *“La resolución de problemas, es un elemento fundamental en la construcción del conocimiento, y los docentes pueden aprovechar esta estrategia didáctica como herramienta para lograr un aprendizaje significativo, donde los niños construyen su propio concepto a partir de los conocimientos previos”*. (Hurtado 2012, pág. 46), Este estudio es otro aporte que direcciona el presente trabajo sobre resolución de problemas con números fraccionarios desde el enfoque teórico y metodológico.

(Echeverry y Gutiérrez ,2014) candidatas a magister de las matemáticas en la universidad de Antioquia, proponen un trabajo, donde la situación problemática se respalda en las preguntas formuladas por las autoras y citadas a continuación: *“¿Qué tipo de estrategia se puede implementar para la enseñanza de las fracciones para estudiantes de grado cuarto de educación básica primaria? “*

*“¿Son las situaciones de la vida cotidiana el mejor marco referencial al momento de abordar las fracciones en el aula de clase con el objetivo de mejorar su asimilación?”*  
“(pág6).

El trabajo parte con un poco de historia sobre los números fraccionarios y cuál es la causa por la cual cada día se construyen nuevos conjuntos numéricos; mencionan además que las necesidades del hombre que surgen cada día lo llevan a crear nuevas propuestas de solución, el estudio propone la didáctica de resolución de problemas como “diferente e innovadora”, para tratar de subsanar las dificultades que presentan los niños a la hora de aprender los números fraccionarios; también hacen la sugerencia para que en los diferentes currículos de las instituciones se elaboren guías didácticas de resolución de problemas. (Echeverry y Gutiérrez ,2014)

Finalmente el proyecto concluye sobre la importancia de dar a conocer la historia de los conjuntos de números a los estudiantes, de tal forma que el alumno pueda saber cómo y porqué se crearon ciertos elementos matemáticos, su proveniencia y sus aplicaciones, lo cual puede llevar a un acercamiento al concepto de fracción, además sugieren que la estrategia didáctica en resolución de problemas se puede aplicar en diferentes lugares, urbanos, rurales y beneficiar a los estudiantes generando en ellos un “espíritu reflexivo”. (Echeverry y Gutiérrez ,2014)

Es un trabajo muy interesante el cual aporta nuevas ideas sobre cómo preparar una buena clase con el tema de las fracciones y llegar a los estudiantes desde la resolución de problemas formulados desde lo cotidiano, teniendo en cuenta el contexto y las vivencias de los niños de tal forma que ellos pueda visualizar de cerca la aplicación de ciertos conceptos, lo cual volverá más atractiva la enseñanza y obviamente se podrá lograr un buen aprendizaje (Echeverry y Gutiérrez ,2014)

Este proyecto de investigación también sirve como referente para elaborar la unidad didáctica del presente proyecto.

(Duque, 2015), presenta un proyecto de investigación con el fin de brindar una herramienta o ayuda a los docentes que trabajan en la educación básica primaria; el objetivo fundamental de este trabajo según el autor es diseñar una propuesta didáctica basada en un

proyecto de aula para la enseñanza de las fracciones en los estudiantes del grado cuarto de básica primaria de La institución educativa José Asunción Silva del municipio de Medellín. Para lo cual utilizará una metodología basada en una “*monografía de análisis de experiencias o estudio de casos*”, mediante un estudio “práctico y experimental”, además de utilizar el método por descubrimiento para realizar un estudio investigativo más profundo; retomando lo citado por David Ausubel y David Perkins y citado por (Duque. 2015, Pág. 48) afirma que: “*consisten en que el docente debe inducir a que los estudiantes logren su aprendizaje a través del descubrimiento, centrándolo en el proceso educativo y guardando mucha relación con el modelo de situaciones problema*”

Este trabajo concluye que las matemáticas por estar relacionadas con los conjuntos numéricos parecen complicadas, pero que cuando se crean estrategias donde se relacionen situaciones de la vida cotidiana y se proponen problemas adaptados al contexto donde los chicos puedan aplicar los conceptos a situaciones reales esto puede generar empatía por el aprendizaje de las matemáticas específicamente en el tema de las fracciones.

Por último, se plantean recomendaciones importantes para tener en cuenta en los procesos de enseñanza, por ejemplo, una de ellas menciona que: “*Es indispensable para la realización de cualquier trabajo de intervención en el aula contar con un adecuado diagnóstico para determinar el punto de partida desde la contextualización, lo metodológico y la evaluación de dicha intervención*”. (Duque. 2015, pág. 79).

Los diferentes proyectos de investigación apuntan a que la creación de nuevas estrategias, que salgan del modelo netamente tradicional, que dejen de ser rutinarios y que se desarrollen mediante una estrategia didáctica de resolución de problemas, con preguntas abiertas, contextualizados, pueden mejorar en un mayor porcentaje el aprendizaje de los números fraccionarios en los estudiantes, por lo tanto, son referentes para tener en cuenta en el desarrollo del presente proyecto de investigación.

### 5.3 LOS NÚMEROS FRACCIONARIOS

La vida humana y su desarrollo han sido notorios en el transcurrir de los años, por lo tanto, la necesidad de solucionar problemas ha sido inherente a este proceso; de allí que el

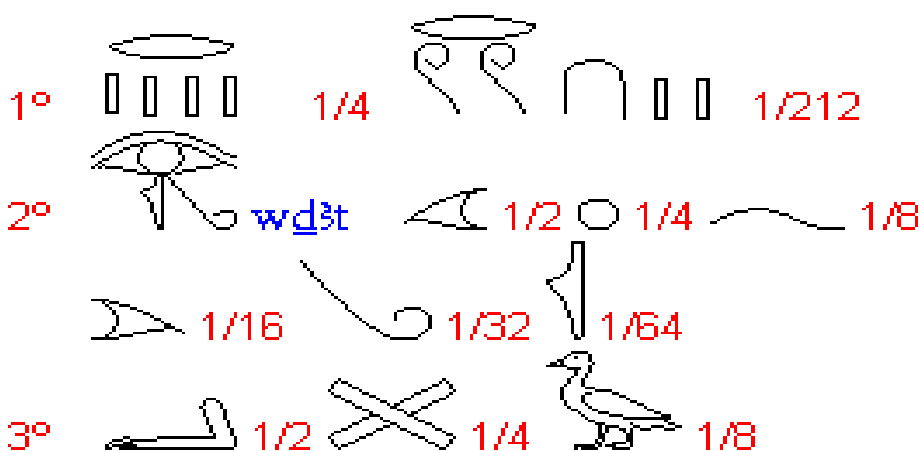
hombre haya tenido que inventar representaciones numéricas que sirvan para expresar diferentes cantidades de longitudes, volúmenes, pesos, áreas y otras clases de medidas de la vida cotidiana. Las primeras representaciones que se inventaron fueron los números naturales, pero en vista de que estos números no eran suficientes, se vio la necesidad de inventar otras representaciones, puesto que aparecen cantidades más pequeñas que la unidad o más grandes que ella; es allí entonces donde se originan las fracciones.

Se cree que los primeros en iniciar el proceso de fraccionar la unidad fueron los babilonios y egipcios. “El sistema egipcio más conocido para las fracciones fue ideado durante el Reino Medio (2.200-1.700 a.C.). Empieza con una notación para cualquier fracción de la forma  $1/n$ , donde  $n$  es un entero positivo. El símbolo (el jeroglífico para la letra R) se escribe sobre los símbolos egipcios estándar para  $n$ . Por ejemplo,  $1/n$  se escribe. Las demás fracciones se expresan entonces añadiendo varias de estas «fracciones unidad». Por ejemplo,  $5/6 = 1/2 + 1/3$ .” Hurtado, (2012, pág. 5).

En la civilización egipcia la fracción se origina como representación de medidas y reparto, siendo utilizadas en el reparto de tierras, debido a que los egipcios debían darle tributo al Faraón y esto hizo que hallaran la forma de distribuir equitativamente la producción. Hurtado, (2012, pág. 5).

También se describe que los egipcios utilizaron las fracciones en la contabilidad y el trabajo. Hurtado, afirma que en el papiro de Rind, escrito hacia el 1.650 A. de C. se podía apreciar que los egipcios representaban las fracciones como suma de fracciones unitarias, por ejemplo “si querían repartir 3 panes para 5 personas, dividían cada pan en dos partes iguales y daban un pedazo a cada persona, El medio pan restante, lo dividían en 5 pedazos lo que equivale a  $1/10$ . Entonces cada uno recibía  $1/2 + 1/10$ , lo que equivale a  $6/10$ ”. Hurtado, (2012, pág. 6). Así era como los egipcios representaban las fracciones y solo fracciones unitarias, el símbolo usado para la representación de estas fracciones es  $ro_2$  . Hurtado, (2012, pág. 6).

Figura 1. Fracciones Egipcias



Fuente: Hurtado 2012, pag 6.

Las fracciones unitarias también fueron utilizadas por los griegos y los romanos, los cuales marcaban el numerador con un acento y el denominador con dos, años después encontraron las fracciones equivalentes y utilizaron todas las fracciones existentes. Hurtado, (2012, pág. 6).

“Se conoce que la forma de representar fracciones por los árabes era similar a la de los egipcios, en el siglo XII, Leonardo de Pisa introdujo el número quebrado, además, hace uso de la raya horizontal para separar el numerador del denominador, dando origen a la notación actual de fracción que tenemos”. Hurtado, (2012, pág. 6).

La fracción tanto en la época antigua, como en actual se ha definido como la representación de la parte todo o el reparto equitativo de un objeto o una situación.

Por lo general se ha definido el concepto de fracción como una expresión formada por dos números que se representan de la forma  $a/b$ , donde  $a$ , es el numerador e indica las partes iguales que se toman de una unidad o de un grupo y el denominador es el número de partes iguales en que se divide la unidad o grupo, se debe tener en cuenta que  $a$  y  $b$  son números enteros y  $b \neq 0$ , en otras palabras la fracción se entiende como el resultado de dividir una unidad o un todo en partes iguales ( $b$ ), para luego tomar  $a$  un grupo de esas partes ( $a$ ).

Freudenthal por su parte establece que:

“Las fracciones son el recurso fenomenológico del número racional – una fuente que nunca se seca. “Fracción” —o lo que le corresponda en otras lenguas— es la palabra con la que entra el número racional, y en todas las lenguas que conozco está relacionada con romper: fractura”. “Freudenthal, (1983), traducido por Luis Puig, (Capítulo 5, pág.2)

Teóricamente las fracciones tienen diferentes interpretaciones (razón, medida, cociente, operador, reparto, parte-todo, número racional, como recta, etc.) Fandiño (2009) citado por (Marín, gallego y Osorio, 2016, Pág.50). Pero teniendo en cuenta que se van a trabajar en los grados de educación básica primaria, lo ideal es empezar con un lenguaje más natural o sencillo, por esta razón se hace necesario trabajar la interpretación de la fracción como parte- todo, ya que esta es la base para comprender las interpretaciones siguientes. Uribe, (1994) citado por Ruiz, (2013, pág. 60) afirma que: *“la relación parte-todo, es un sistema concreto prematemático desde el cual se puede construir el concepto de partidor de unidad de cada magnitud.”*

La relación parte todo es la forma más sencilla y natural que existe para encaminar al niño a que construya el concepto de fracción y sus clasificaciones como son la fracción propia e impropia, además de las relaciones de equivalencia, de tal forma que este saber facilite el desarrollo de procesos que involucran las operaciones aritméticas con números fraccionarios.

La fracción ha sido utilizada a lo largo de la historia para representar situaciones que aparecen en la vida cotidiana, a diario se mencionan cantidades cuyo número representativo es una fracción, la diversidad de aplicaciones que presenta este concepto va desde los aspectos de: medida, tiempo, cocina, espacio, etc.; las personas incluidos los niños, a diario hacen uso inconsciente de este término, aunque no tengan la idea o el significado de éste, por lo tanto, es la escuela la que debe ayudar a descubrir la conceptualización significativa a partir de los conocimientos previos que ellos poseen, ya que es importante que los niños desde los primeros años de vida escolar tengan bien definido el concepto para que posteriormente puedan utilizarlo en las diferentes aplicaciones más complejas que requieren para dar solución a situaciones que ocurren en la cotidianidad.

Por tal razón es una obligación de los docentes innovar cada día los procesos de enseñanza haciendo uso de estrategias que coadyuven a salir de la tradicionalidad en el aula de clase;

la resolución de problemas será una estrategia adecuada para que el estudiante logre la construcción y comprensión del concepto de fracción, para evitar dificultades y “vacíos conceptuales” que suelen generarse en los alumnos en grados posteriores, lo cual conlleva a obtener resultados negativos de aprendizaje, sobre todo cuando se trata de resolver problemas donde intervienen las operaciones básicas de estos números; además “se debe evitar el tipo de enseñanza apresurado donde se pasa con cierta rapidez a desarrollos algorítmicos, cuyo aprendizaje ha sido un fracaso debido al desconocimiento o apropiación significativa del concepto”. Arce y Maza (1991) citado por (Cortés 2004)

#### 5.4 APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS CON NÚMEROS FRACCIONARIOS.

El aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios, su manejo y habilidad para desarrollarlas, es de mucha importancia” *teniendo en cuenta que el cálculo es el instrumento de las matemáticas o el utensilio que se elige cuando se sabe qué hacer y qué conseguir con él*”. (Fernández, 2007. Pág. 12). No obstante, para muchos estudiantes el aprendizaje de dichas operaciones es un tema que se torna difícil, cuando necesitan realizar algoritmos para resolver ejercicios de práctica o solución de problemas que requieran de su uso; por tal razón se ha observado desde la práctica docente que no “*tiene sentido hacer sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, sin comprender lo que se está haciendo o sin saber que utilidad tiene dicho proceso*”. (Fernández, 2007. Pág. 11).

Por esta razón, los planteamientos antes mencionados en este trabajo y otros realizados por diferentes autores, proponen buscar o utilizar modelos de enseñanza donde se puedan aplicar diferentes estrategias didácticas que demuestren cierta utilidad de cada proceso aprendido, que no se quede en el aire, o sea enseñado solo por cumplir estándares, sino que realmente promueva un aprendizaje significativo en cada persona que se proponga a aprender.

Fernández (2007) en el siguiente párrafo explica por qué no logran aprender los niños operaciones matemáticas:

Con experiencia apoyada en datos científicos podemos decir que si sus alumnos supieran qué es multiplicar, no tendrían dificultad alguna en identificar situaciones multiplicativas en la vida real; la dificultad educativa reside, en este caso, en que se confunde saber multiplicar con hacer multiplicaciones. Y, quizás de estas confusiones se obtenga como resultado, algo «Didácticamente equivocado, conceptualmente hipertrófico, científicamente inútil e históricamente absurdo», utilizando palabras de Pascal, como las refiere Rey Pastor en su libro Elementos de Análisis Algebraico. Lo esencial requiere la organización de procedimientos abiertos a la oportunidad de adaptar, de renovar, reorganizar, cambiar, seleccionar, de realizar, de crear. (Pág.11)

La idea entonces, con este proyecto, es dar participación a los niños, que sean ellos los autores de la clase, tener en cuenta sus propuestas, por sencillas o erróneas que sean de deben ser valoradas y es allí donde el maestro debe entrar a realizar el trabajo con sus estrategias didácticas, de tal forma que estas puedan conducir al estudiante a encontrar las posibles soluciones de cada situación planteada; para que, de esta manera, los niños pueden adquirir una motivación por cada tema que se pretende enseñar. Así que se debe seguir en la búsqueda y aplicación de esas estrategias que propicien un buen aprendizaje en los niños.

## 5.5 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Pérez & Ramírez Citando a (Beyer, 2000) definen el problema “como una dificultad que exige ser resuelta, una cuestión que quiere ser aclarada” (pag.172)

Según lo anterior se puede verificar que existen diferentes clases de problemas que surgen de muchas causas expuestas en una sociedad, pero en este trabajo de investigación se hace relevancia a los problemas desde el punto de vista matemático.

Pérez & Ramírez (2011), Citando a Ron (op. at, pág. 24) “conciben el problema como un sistema de proposiciones y preguntas que reflejan una situación reflexiva existente; las proposiciones representan los elementos y relaciones dados (qué se conoce) mientras que las preguntas indican los elementos y las relaciones desconocidas (qué se busca)”. Pág. 172



Las mismas autoras, citando a Mayer, el cual cita a (Poggioli, 1999), describen que los problemas tienen los siguientes componentes: a) las metas, b) los datos, c) las restricciones y d) los métodos”. (p. 172).

Según este autor, las metas son los objetivos que se pretenden alcanzar en una situación determinada. Los datos son los elementos numéricos o la información verbal que necesita el estudiante para analizar y resolver la situación problema; los datos pueden estar explícitos o implícitos en el enunciado de un problema. Las restricciones son los factores que limitan el camino para lograr solucionar la situación planteada y los métodos se refieren a las operaciones o procedimientos que deben aplicarse para alcanzar la solución.

Vilanova, Silvia; et al. (2007), quien cita a Satanice y Kilpatrick (1988) afirman que, “los problemas han ocupado un lugar central en el currículo matemático escolar desde la antigüedad, pero la resolución de problemas no. Sólo recientemente los que enseñan matemática han aceptado la idea de que el desarrollo de la habilidad para resolver problemas merece una atención especial. Junto con este énfasis en la resolución de problemas, sobrevino la confusión. El término “resolución de problemas” se ha convertido en un slogan que acompañó diferentes concepciones sobre qué es la educación, qué es la escuela, qué es la matemática y por qué debemos enseñar matemática en general y resolución de problemas en particular.”

La resolución de problemas es un proceso fundamental de enseñanza y por esta razón el docente debe tratar de planear estrategias donde se involucren los problemas y que estos sean planteados a partir de situaciones que logren activar la capacidad mental del estudiante, se debe evitar que los problemas propuestos puedan ser resueltos de forma mecánica, sin recurrir a un esfuerzo , interpretativo, propositivo y argumentativo , ya que ese tipo de situaciones no se pueden considerar como verdaderos problemas.

George Pólya afirma que la resolución de problemas es la habilidad que solo poseen los seres humanos, por lo cual dice que el hombre es “ *el animal que resuelve problemas*”.( Pólya, 1940, pág. 16-22), este autor fue un matemático que sintió preocupación porque sus estudiantes siempre fracasaban a la hora de aprender matemáticas , por esta razón se propuso establecer un método útil con el fin de mejorar dicho aprendizaje; fue así como posteriormente su trabajo fue reconocido por otros profesores matemáticos los cuales

tomaron su metodología pensando que esta podía servir para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

El aporte que Pólya hizo para contribuir en la enseñanza de las matemáticas es el método de cuatro niveles para resolver problemas que son:

**Entender el problema:** En este momento se pretende que el estudiante comprenda el problema, logre reconocer lo que se pide, porque no sería posible llegar a una solución sin tener claridad sobre lo que debe encontrar, también en este momento del problema el docente debe estar presente para cerciorarse si el estudiante comprende el enunciado del problema, formulando preguntas acerca del mismo, además de indicar al estudiante que de acuerdo con el enunciado puede hacer representaciones gráficas, las cuales generan una ayuda significativa para encontrar el camino de solución.

De esta manera el autor propone que una vez el estudiante haya comprendido el problema debe pasar a la segunda fase, es decir, estructurar un plan de resolución, no obstante, estos dos caminos pueden ser complejos para los estudiantes, pues todo depende de la capacidad de análisis y conocimientos previos que ellos posean. Es allí donde el docente debe hacer presencia para ayudar a los alumnos con sugerencias o formulando preguntas, de tal forma que el estudiante se vaya formando ideas que poco a poco lo llevarán a completar el plan para que finalmente obtenga la solución.

**Configurar un plan:** Según Pólya, se tiene un plan cuando existe la capacidad para relacionar dicho problema con otro que haya sido resuelto utilizando los mismos procesos, también cuando se conoce qué teoremas, formulas o cálculos pueden intervenir para llegar a la solución requerida, se tiene un plan cuando se ha examinado minuciosamente el problema y se puede proponer un mecanismo coherente de solución.

**Ejecutar el plan:** En este nivel Pólya se refiere a la aplicación del plan que el estudiante había configurado, para ello es necesario que haga uso de sus conocimientos, emplee las habilidades de pensamiento y la concentración para resolver el problema y “hasta tener buena suerte” (Pólya, 1984, pág.33). En este sentido el docente debe estar presente, animando a los estudiantes para que realicen un buen trabajo, verifiquen cada paso realizado, teniendo en cuenta que “si él mismo niño ha trabajado en el plan, aunque un poco

ayudado y si ha logrado la idea final con satisfacción, no la perderá tan fácilmente” (Pólya, 1984, pág.33)

Mirar hacia atrás: Propone entonces que el estudiante para dar solución a un problema dado, debe comprenderlo, saber lo que se pide; luego elaborar estrategias que le ayuden a comprender como: esquemas, gráficos, dibujos, etc.; desarrollar ese plan y luego revisar la solución encontrada para mirar si existen o no errores. (Pólya, 1945, Pág. 16).

Esta práctica retrospectiva le permitirá al estudiante reestructurar sus conocimientos y hasta mejorar su comprensión de la solución requerida.

Los pasos antes señalados han sido estudiados por diferentes autores los cuales coinciden en que son necesarios y deben tenerse en cuenta en la resolución de problemas, solo cuando se concibe un plan se crea un verdadero camino para llegar a la solución del problema.

“Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay un gran descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto; pero si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo”. (Pólya, 1984, p. 5).

Partiendo de esta idea, es posible decir que el docente tiene en sus manos la maravillosa tarea de despertar la curiosidad de sus estudiantes a través del planteamiento de problemas matemáticos, para ello, es importante que le presente a sus estudiantes situaciones variadas y que estimulen la reflexión, pero también es necesario que les proporcione las herramientas y recursos que los anime a descubrir por sí mismos las soluciones a los problemas presentados.

Por otro lado, Alan Schoenfeld citado por (Becerra, Sarmiento, 2017, pág. 2), de acuerdo con sus investigaciones propone:

un marco de referencia en el cual las estrategias heurísticas son sólo uno de los componentes. En [2], las complementa en un modelo que incluye los siguientes factores: el conocimiento de base, los aspectos metacognitivos o de control, los aspectos afectivos y la comunidad de práctica. En su concepto [2], no es suficiente con que el alumno conozca estrategias, es tal vez más importante que participe en experiencias relacionadas con el

cuándo y cómo utilizarlas. En [3] se plantea que cuando los problemas se tratan en contextos específicos como los de los libros de texto, el conocimiento de la materia tiene un papel determinante, pero cuando los problemas no hacen referencia a situaciones tan familiares para el alumno, la presencia de estrategias se hace más importante para llegar a la solución.

Schoenfeld presenta algunas dimensiones para tener en cuenta en la resolución de problemas:

Los recursos: Son los conocimientos previos que posee el individuo, entre ellos conceptos, formulas, algoritmos y todo lo que considere necesario para resolver un problema, pero hace un llamado al docente para que éste tenga en cuenta cuales son las herramientas que el alumno tiene, ya que si no hay manejo de ninguna de ellas puede ser difícil encontrar la solución en un determinado problema, pues no va a funcionar. (Barrantes,2006, pág.2).

Heurísticas: Schoenfeld contradice a Pólya con respecto a las heurística propuestas por este último autor, pues afirma que estas son muy generales, en cuanto a que Pólya propone hacer dibujos, pero Schoenfeld dice que no en todos los problemas es necesario hacerlos, afirma que el dibujar cada situación puede quitar tiempo en algunos aprendizajes, lo cierto es que las concepciones de los autores es necesario tener en cuenta a la hora de preparar una estrategia basada en resolución de problemas para los estudiantes, porque en unas situaciones es necesario graficar, dibujar y en otros puede no requerir este recurso.

Control: Se refiere a la forma de controlar el trabajo cada estudiante. Teniendo en cuenta el problema formulado, el estudiante puede ver o proponer una serie de caminos que le permitan llegar a la solución, lo ideal es que éste se dé cuenta a tiempo para que replantee el camino de no ser ese el correcto. (Barrantes,2006, pág,3).

Entre las acciones que involucran el control según Schoenfeld son:

Entendimiento: Entender el problema, saber de qué se trata y que pide. (Barrantes,2006, pág,3)

Consideración de varias formas posibles de solución y seleccionar la más adecuada. (Barrantes,2006, pág,3)

Monitorear el proceso: Le permite verificar si ha tomado el camino correcto o debe iniciar otro. (Barrantes,2006, pág,3)

Revisar el proceso de solución. (Barrantes,2006, pág,3)

Tamayo, Zona y Loaiza., (2014) describe los niveles utilizados para evaluar la solución de problemas en los estudiantes:

Tabla 1 Solución de Problemas descrito por Tamayo, Zona y Loaiza 2014

Solución de problemas
Nivel 1. Redescrición de la experiencia, enuncia el problema y describe el experimento según sus observaciones o utiliza datos de las instrucciones para justificar sus respuestas.
Nivel 2. Redescrición de la experiencia de manera libre, ha realizado la experiencia anteriormente, utiliza opiniones, describe lo que sintió durante las experiencias o utiliza analogías.
Nivel 3. Identificación de una o dos variables, en este nivel se reconocen las variables sin realizar algún tipo de relación entre ellas
Nivel 4. Resolución del problema de manera inadecuada identificando y relacionando variables y justificando o no dichas relaciones
Nivel 5. Resolución de problema de manera adecuada identificando, relacionando variables y justificando o no dichas relaciones

Fuente: Tamayo, Zona y Loaiza 2014.

Finalmente explicaremos la postura de Miguel de Guzmán la cual asumiremos para este trabajo de investigación:

Este autor señala que es importante que el alumno opere fácilmente los objetos matemáticos, para que de esa manera pueda fortalecer su capacidad mental. El matemático considera importante que los estudiantes puedan reflexionar sobre su proceso de pensamiento con el objetivo de mejorarlo de forma consciente, logrando generar en ellos confianza en sí mismo, que haya una jovialidad en su actividad mental mientras coge experiencia para enfrentar retos de la vida cotidiana. Guzmán (2007) citado por Zamora (2017 pág.12).

Blanco (1996) citado Zamora (2017 pág.12), menciona que este modelo defiende, que, para mejorar la cualificación como resolutores, primeramente, se debe ser consciente de algunas limitaciones personales y sociales que se presentan a la hora de resolver un problema.

De Guzmán afirma que para abordar un problema la persona debe tener una actitud de confianza, tranquilidad, curiosidad y disposición para aprender. Sin embargo existen muchos tipos de bloqueos. La acción sobre esto se basa en la detección y proposición de ideas más apropiadas. Dichas actitudes nocivas son tales como:

“bloqueos de tipo inercial, referidos a la acomodación inconsciente de unas reglas fijas; bloqueos de origen afectivo, como por ejemplo es la pereza ante el comienzo de la tarea; bloqueos de tipo cognoscitivo, referido a las dificultades para percibir el problema, identificarlo, definirlo o desglosarlo en tareas más sencillas. Este es uno de los aspectos en los que el monitor y sus acciones de control pueden desempeñar un papel determinante; y por último bloqueos de tipo cultural y ambiental, que es el conjunto de ideas y formas de pensar prevalentes en nuestro ambiente, que influyen en nuestro modus operandi”. Zamora (2017 pág.12).

Blanco (1996) citado por Zamora (2017 pág. 13-14), señala que la propuesta de Guzmán se basa en las observaciones sobre sus propias actividades, intercambio de experiencias con los compañeros, exploración de formas de pensar de los alumnos y el estudio de obras de otros autores. Propone cuatro fases para resolver un problema.

- 1. Familiarización con el problema:** incluye todas las acciones encaminadas a la comprensión del problema. Propone una serie de cuestiones para ello - ¿De qué trata el problema? - ¿Cuáles son los datos? - ¿Qué pide determinar o comprobar el problema? - ¿Disponemos de datos suficientes? - ¿Guardan los datos relaciones entre sí? (Zamora 2017 pág. 13-14)
- 2. Búsqueda de estrategias:** se trata de seleccionar qué estrategias se adecúan más a la naturaleza del problema. Las más usuales son: - Simplificación del problema, concretándolo hasta tener la posibilidad de abordarlo. - Representación gráfica - Organización, codificación: (Viar 2007) La organización general consiste en adoptar un enfoque sistemático del problema. Suele ser de gran ayuda enfocar el problema en términos de tres componentes fundamentales: antecedentes (origen y datos), el objetivo y las operaciones que pueden realizarse en el ámbito del problema. - Semejanza: se

refiere a la búsqueda de semejanzas (parecidos, relaciones, similitudes en el “archivo de la experiencia, con casos, problemas, juegos etc. que ya se hayan resuelto. Viar (2007). (Zamora 2017 pág. 13-14)

- 3. Desarrollo de la estrategia:** En este momento se juzga entre todas las estrategias que han surgido, aquella o aquellas que tengan más probabilidad de éxito. Después de elegir una la llevamos adelante con decisión y si sucediesen dificultades, volveríamos a la fase anterior de búsqueda de estrategias hasta conseguir dar con la o las adecuadas que nos conduzcan a la solución. (Viar, 2007). (Zamora 2017 pág. 13-14)
- 4. Revisión del proceso:** una vez finalizado el problema, se pasaría a realizar una reflexión, cuya guía puede ser la siguiente serie de sugerencias. - ¿Cómo hemos llegado a la solución? - Buscar un camino más simple - Tratar de entender por qué funciona - Reflexionar el proceso de pensamiento - Estudiar qué otros resultados podríamos obtener con este método. (Zamora 2017 pág. 13-14)

Los estudiantes necesitan el conocimiento de las fracciones aplicarlo y ponerlo en práctica, tanto en la vida cotidiana, como en el aprendizaje de las diferentes áreas y en los diferentes niveles educativos. Por esta razón en este proyecto se implementará la estrategia basada en resolución de problemas a través del diseño de la Unidad Didáctica, ya que sin duda esta puede ser una táctica muy valiosa para el aprendizaje de los números fraccionarios y sus operaciones, toda vez que los alumnos se enfrenten a situaciones del contexto, de la vida diaria, donde ellos puedan visibilizar la verdadera aplicación de lo que aprenden y puedan entender la necesidad de desarrollar hábilmente las operaciones matemáticas, ya que estas serían una herramienta fundamental para llegar a la solución de los problemas.

## 5.6 OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS

*“La noción de obstáculo epistemológico puede ser estudiada en el desarrollo histórico del pensamiento científico y en la práctica de la educación”.* (Bachelard, 1976, pág.19).

Los obstáculos epistemológicos según Bachelard son aquellos impedimentos o limitaciones que presentan los individuos a la hora de construir un concepto científico, es decir estos

impedimentos perturban la capacidad del sujeto toda vez que este quiere construir un nuevo conocimiento.

Por otro lado, Brousseau, (1998) citado por Barrantes, (2006) define el obstáculo epistemológico como la causa que conduce a errores y expresa lo siguiente: “El error no es solamente el efecto de la ignorancia, la incertidumbre, sino que es el efecto de un conocimiento anterior, que, a pesar de su interés o éxito, ahora se revela falso o simplemente inadecuado”. (Pág.3), de tal modo que los obstáculos epistemológicos según este autor son conocimientos que el sujeto ha adquirido o construido de manera correcta o incorrecta pero que se vuelve un tropiezo a la hora de aceptar un nuevo conocimiento como por ejemplo los conocimientos previos o las ideas previas.

Según Bachelard citado por Barrantes (2006), se dan cinco obstáculos principales:

En la construcción de conceptos científicos el primer obstáculo es la experiencia básica o los conocimientos previos, todo individuo aún sin haber comenzado un estudio, tiene algunas ideas sobre las cosas como son y porque son, por lo tanto, estos conocimientos previos pueden ser limitantes del proceso de un nuevo aprendizaje.

Para Bachelard: "*Nada ha retardado más el progreso del conocimiento científico que la falsa doctrina de lo general que ha reinado desde Aristóteles a Bacon inclusive, y que aún permanece, para tantos espíritus como una doctrina fundamental del saber*" (Bachelard, 1976, pág. 66). Según Bachelard la idea es explicar un concepto de forma explícita sin llegar a generalizaciones ya que muchas veces se deja de lado aspectos importantes que pueden dar claridad a lo que se quiere conceptuar o explicar.

Otro obstáculo es el verbal que se da cuando no se tienen los suficientes recursos para explicar un concepto o cuando en vez de definir el concepto como tal se designan la utilidad que cumple el objeto, como si este fuera el concepto de este. (Bachelard, 2006 Pág. 87)

El obstáculo animista "*Los fenómenos biológicos son los que sirven de medios de explicación de los fenómenos físicos. Esta característica de valorizar el carácter biológico en la descripción de hechos, fenómenos u objetos, representan claramente el carácter del obstáculo animista*" (Bachelard, 1976, pág.186).



El utilitarismo: "*En todos los fenómenos se busca la utilidad humana, no sólo por la ventaja positiva que pueda procurar sino como principio de explicación*" (Bachelard, 1976, pág.110). Según este autor el utilitarismo se basa en la utilidad o beneficio para dar explicación a un fenómeno u objeto como tal, dejando siempre de lado la explicación acertada del concepto

#### 5.6.1 Obstáculos Epistemológicos En Las Matemáticas:

Barrantes (2006) citado por Tibaduiza (2011 pág. 35) menciona los siguientes obstáculos epistemológicos:

- Intenciones metodológicas del profesor; responde a los obstáculos generados desde la perspectiva de ¿Qué es lo que quiere hacer el docente?
- El contenido matemático; se refiere a las teorías matemáticas o a una fórmula o conjunto de ellas. El obstáculo se enmarca en la estructuración de lo que debe enseñar el profesor, que generalmente apunta hacia elegir la manera de enseñar que le permite ver la mayor cantidad de contenidos en el menor tiempo posible.
- La componente matemática: Básicamente se refiere a la pregunta ¿cómo se hace eso? Su desarrollo apunta hacia el método que el estudiante debe elegir para resolver un determinado problema. Que, a la larga, se convierten en un algoritmo o procedimiento que el estudiante aprende y repite.
- La componente heurística: Indica que no todo se puede reducir a solución ni resolución de problemas en un modo algorítmico. El profesor presenta métodos alternativos de solución que requieren la audacia del estudiante y que por mucho rompen la barrera de la solución estándar de un problema.

Algunos obstáculos epistemológicos en el aprendizaje de los números fraccionarios y sus operaciones se genera desde la costumbre cotidiana o los primeros conocimientos, que el estudiante presenta antes de iniciar cualquier nivel de educación, puede ser una noción o idea acerca de algún concepto matemático que durante ese tiempo se dispone a proyectar, en el caso de los números fraccionarios se observan los siguientes:

“Una fracción es una unidad repartida, una fracción es poner un número arriba y otro abajo, es como partir un número, en la suma de fracciones se suman los números de arriba y los números de abajo, es como una división, realizar una operación como suma o resta, es una operación parecida a una división que se realiza con una operación en una figura, operación matemática que agiliza la mente, es un numero decimal, división de una figura

geométrica, partir un número, operación matemática muy similar a la división que permite sacar conclusiones o porcentajes”. Tibaduiza, (2016, pág. 32.)

En consecuencia, de lo anterior, el sujeto se confunde por el resultado que practican sobre él diversos factores, lo que hace que los saberes no se perciban de una forma correcta, afectando su aprendizaje, ya que dicho conocimiento no es significativo, debido a que no sistematiza, sino que especifica sólo un hecho, pues, sí no se aclara el concepto de números fraccionarios, la experiencia previa se torna en un obstáculo para el aprendizaje de los conceptos matemáticos. Pernía, Sánchez y Mora (2014)

“ Es entonces, cuando al analizar la situación didáctica de los estudiantes de los primeros grados en las escuelas, con relación al concepto de los números fraccionarios, se observa que el niño trata de comprender el concepto y describirlo, elabora suposiciones y construcciones personales con base a lo que ha podido percibir de su entorno escolar y en su interacción en la vida cotidiana, presentándose un obstáculo para su comprensión, pues el conocimiento que poseen los estudiantes está basado en los números naturales”. Pernía, Sánchez y Mora (2014)

Es aquí donde se presenta una oposición, con el cambio de representación del número que hasta ese momento tienen los estudiantes. Por supuesto, ellos deben construir nuevas ideas y conocimientos para superar los obstáculos encontrados, muchos de los cuales surgen a partir de los errores que los propios estudiantes provocan, de hecho, se deben organizar actividades que diferencien los conjuntos numéricos y la posibilidad de contrastar lo que saben de este tipo de números. Pernía, Sánchez y Mora (2014)

Teniendo en cuenta estas ideas previas de los estudiantes se puede partir desde allí y utilizar la evolución histórica del concepto como una herramienta para esclarecer esos conocimientos y complementar las concepciones acerca de los conceptos obtenidos por los estudiantes. Por todo lo anterior se puede concluir que los obstáculos epistemológicos en el proceso de enseñanza y aprendizaje producen limitaciones a aquellos individuos que quieren adquirir nuevos conocimientos, puesto que todo ser humano antes de iniciar un nuevo proceso de aprendizaje ya trae consigo un conjunto de ideas previas o conocimientos previos que obtiene del contexto, cultural y del entorno que lo rodea.

“No obstante, según los autores estos obstáculos en algún momento son necesarios a la hora de construir un nuevo conocimiento. De ahí que, para facilitar el aprendizaje de esta ciencia, el docente debe conocer en un principio los conocimientos previos del estudiante, con la finalidad de que ellos tomen conciencia acerca de sus ideas, pues explicando debidamente estos saberes los estudiantes logrará construir su nuevo conocimiento”. Pernía, Sánchez y Mora (2014)

## 5.7 UNIDADES DIDÁCTICAS

Una propuesta de trabajo importante del docente en el proceso de enseñanza y aprendizaje , sería la estructuración o diseño de una unidad didáctica, es decir la decisión que toma el maestro sobre lo que quiere enseñar y como lo puede hacer; según Tamayo, 2016 las unidades didácticas se constituyen también como el punto de partida y el punto de llegada de los profesores en las aulas de clase, toda vez que estos deben realizar una planeación que tenga los conocimientos previos de los estudiantes y posteriormente en el punto de llegada hacer una revisión rigurosa sobre lo planeado y los logros obtenidos con su aplicación. (Pag.23)

Por otro lado, Sanmartí expresa que en la mayoría de los países el gobierno es quien propone los *programas de estudio*, esto limita o quita autonomía a cada docente a la hora de hacer propuestas de enseñanza para cada contexto escolar, sin embargo el autor plantea que debe ser el docente quien debe tener la mayor participación en la toma de decisiones curriculares, exactamente en la elaboración de la unidad didáctica para ser aplicada a sus estudiantes debido a que:

una persona puede haber aprendido nuevas teorías didácticas y puede verbalizar que tiene una nueva visión de que ciencia es importante que los estudiantes aprendan o acerca de cómo se aprende mejor las ciencias, pero es en el diseño de su práctica educativa donde se refleja si sus verbalizaciones han sido interiorizadas y aplicadas. (Pág. 4)

Sanmartí también propone algunos criterios para la toma de decisiones acerca del diseño de unidades didácticas, aunque deja claro “*que no hay recetas para algo tan complejo como es enseñar, aprender y evaluar*”, por lo tanto, se dan “*sugerencias*” pero nunca “*prescripciones*” afirma el autor; entre los criterios están : criterios para la definición de finalidades / objetivos; criterios para la selección de contenidos; criterios para organizar y

secuenciar los contenidos; criterios para la selección y secuenciación de actividades ; criterios para la selección y secuenciación de las actividades de evaluación; criterios para organización y gestión de aula.(Pág. 4-5).

De este modo entonces, se hace relevante involucrar la planificación como parte principal en el diseño de las unidades didácticas, ya que el docente en el momento indicado se encarga de aplicar y utilizar los contenidos que crea convenientes para los estudiantes; es necesario que para elegir y planificar dichos contenidos estos surjan del diagnóstico hecho a los estudiantes debido a que debe ser un proceso no *lineal* sino de acuerdo con los conocimientos previos de los estudiantes.

Además, debe existir un proceso de confrontación entre la consulta del docente y el diagnóstico del estudiante para realizar la planificación de las estrategias y la selección de contenidos de tal forma que estos puedan ser modificados de acuerdo con el contexto donde se van a aplicar.

Así entonces, se dice que las unidades didácticas representan un método para la práctica de la pedagogía educativa y se constituyen como herramientas para la toma de decisiones sobre lo que se hace necesario enseñar, permiten además identificar con anterioridad como integrar la parte teórica con la práctica, teniendo en cuenta el contexto de aula y del estudiante; la unidad didáctica para el aprendizaje tiene también una estrecha relación con situaciones problemáticas del entorno y vinculadas a mejorar la actuación del docente en el aula y ligadas a la construcción del conocimiento por parte del estudiante. (Rodríguez, 1991, pág. 4).

Tamayo propone cinco o seis componentes que deben ser tenidas en la construcción de las unidades didácticas, se mencionan a continuación, las que tienen relación con este proyecto:

**Ideas previas:** es el primer componente que debe tener una Unidad didáctica, lo cual permite conocer el estado inicial de aprendizaje de los estudiantes, basándose “no solo en lo que sabe el estudiante sino en sus experiencias previas en el campo, sus motivaciones, sus usos cognitivos-lingüísticos específicos”. Tamayo et. al (2016, pág. 25).

Esto permite verificar como piensa el estudiante cuando tiene que resolver problemas de cualquier área; conocer sus conocimientos previos nos indica la ruta que se debe tomar en el proceso de enseñanza, los planteamientos que se deben tener en cuenta en el desarrollo de cada proceso. Tamayo et. al (2016, pág. 25).

“Las ideas previas también permiten identificar los obstáculos hallados en los estudiantes en relación con los nuevos aprendizajes y con las nuevas formas de pensamiento propias del campo enseñado” Tamayo et. al (2016, pág. 26).

De esta manera se puede decir que los anteriores son referentes que direccionan el trabajo de investigación propuesto ya que sin tener en cuenta lo anterior no se podría lograr llegar a un reconocimiento de como entran los estudiantes a las aulas de clases en aspectos cognitivos.

**Aprendizaje en clave evolutiva:** Tamayo expresa que la enseñanza siempre ha estado preocupada por encontrar el origen de los conceptos y su naturaleza. “Pero en relación con la didáctica de las ciencias, el estado de los conceptos ha estado más dirigido a establecer su carácter de científicos o de cotidianos, además de estudiar la posible evolución conceptual” Tamayo et. al (2016, pág. 27).

Según Tamayo el estudio de los conceptos debe tratarse desde las diferentes áreas del conocimiento o desde cualquier enfoque de aprendizaje, para que exista una mayor comprensión y a la vez una evolución en el reconocimiento de los conceptos, los cuales, sin duda, permitirán orientar acciones hacia el mejoramiento de la calidad de cada proceso de enseñanza. Tamayo et. al (2016, pág. 27).

**Historia y epistemología de la ciencia:** “Aceptar la importancia de enseñar las ciencias conlleva necesariamente a pensar en cómo hacerlo” Tamayo et. al (2016, pág. 45). El mismo autor expone que la enseñanza de las ciencias debe estar incluida y debe hacer un verdadero aporte en la apropiación crítica del conocimiento científico, teniendo en cuenta que la historia de las ciencias estudia los diferentes cambios y evolución del pensamiento científico, en una trayectoria espaciotemporalmente dinámica de las teorías científicas.

(...), la epistemología se entiende como el estudio del conocimiento común.” Álvarez (2013, pág. 123) citado por Tamayo et al. (2011).

Según Tamayo el aporte de estos conceptos en la elaboración de las unidades didácticas se da cuando:

- “Se ubica la temática científica que se va a enseñar en un período de tiempo específico, este período se puede relacionar con sucesos de otras disciplinas. Álvarez (2013, pág. 123
- Los desarrollos de las disciplinas son comprendidos. Álvarez (2013, pág. 123)
- Hay que tener conocimiento de los acontecimientos históricos de la disciplina en cuestión, esto permite tener una comprensión clara de los estilos de pensamiento desarrollados en la época. Álvarez (2013, pág. 123)
- Identificar algunos de los obstáculos que impiden el desarrollo científico y algunos de los elementos externos a la ciencia misma que catalizan su propio desarrollo, tales como: políticas educativas, políticas de desarrollo, científico, aperturas educativas a otras fronteras, entre otros (Tamayo et al., 2011, p. 110). citado por Álvarez (2013, pág. 123)
- Son observados los conceptos que se desarrollan o evolucionan con el tiempo y, la incidencia de la ciencia en desarrollo social. Álvarez (2013, pág. 123
- La historia de la ciencia incide en la evolución de la didáctica de la ciencia. Álvarez (2013, pág. 123). Se evidencia que estos elementos son relevantes en la construcción de las unidades didácticas porque tienen un propósito que es llevar al alumno a un aprendizaje significativo.

**La metacognición.** “Ha sido definida como la habilidad para monitorear, evaluar y planificar nuestro propio aprendizaje” (Flavell, 1979) citado por Tamayo (2016, pág. 39). Es decir, la metacognición es la capacidad que tiene una persona para regular sus propios procesos cognitivos, teniendo cuenta el antes, durante y después de cada actividad. Tamayo, (2016, pág. 40).

En el diseño de la unidad didáctica, la metacognición se vuelve importante cuando se realizan diferentes actividades donde se involucre dicho concepto por parte de los profesores y los estudiantes.

Algunos resultados de algunas investigaciones descritos por Tamayo (2011) y citados por Alvares, (2013, pág. 129), se observa que:

- La metacognición permite que los estudiantes experimenten otras formas del proceso de enseñanza propuesto.
- La observación constante realizada por parte del docente en el aula cuando se proponen actividades metacognitivas permite que se hagan modificaciones en la planeación de la enseñanza creando estrategias asertivas en el aprendizaje de los estudiantes.
- “Por medio de la metacognición se desarrollan aceptaciones favorables al medio escolar”
- “La autorregulación cognitiva realizada por los estudiantes permite que estos experimenten otras formas de comunicación, ser creativos con la ayuda de múltiples lenguajes”.
- “El ejercicio metacognitivo permite desarrollar pensamiento crítico en el estudiante frente al contenido ya que este conlleva a desarrollar el autoconocimiento”, “por otro lado permite identificar en el estudiante obstáculos epistemológicos, lingüísticos y pedagógicos”

Las anteriores componentes expuestas por Tamayo (2016), son netamente importantes a la forma de estructurar una unidad didáctica, por lo tanto, en el presente proyecto de investigación, se tendrán en cuenta para ponerlo en práctica con los estudiantes que participarán en el trabajo de investigación.

De acuerdo con el principio de recontextualización de la pedagogía se consideran tres momentos que son: desubicación, ubicación y reenfoque. El primero se basa en el propósito de reconocer el contexto inicial del estudiante, en función de los diferentes ámbitos del ser humano. La UAM (2012), propone como actividades de este momento las siguientes:

Elaboración de objetivos de ubicación; exploración de ideas previas o modelos de los estudiantes frente a los diferentes conceptos, teorías, habilidades y competencias; elaboración de contratos didácticos, para lo cual se lograrán acuerdos entre los objetivos de enseñanza, de aprendizaje y formación; presentación de las diferentes actividades académicas, lecturas, videos, talleres, evaluación, tipo de actividad (individual, grupal), etc., con sus correspondientes soportes tecnológicos, videoconferencias, chats, foros, talleres, etc. (p. 57)

En cuanto al momento de desubicación, se considera la exposición del conocimiento bajo los planteamientos teóricos, es cuando a partir de las diferentes reflexiones concebidas en el

primer momento se establecen los objetivos metodológicos y se crea la discusión teórica de las temáticas. Para su desarrollo la UAM (2012), considera las siguientes actividades:

Elaboración de objetivos conceptuales y metodológicos; desarrollo de los diferentes temas. Este momento genera dos tipologías de tareas para los estudiantes: tarea tipo 1, propia del área o del campo conceptual estudiado y tarea tipo 2 que articula el área o el campo conceptual con el problema del epitome correspondiente para cada semestre (p.57).

Finalmente, en el momento de reenfoque, a partir de la elaboración de una síntesis reestructurada los resultados del momento de ubicación y desubicación, dicho proceso resulta de la práctica del ejercicio docente, donde este reconoce sus conocimientos, sus modelos de pensamiento y acción, evalúan sus alcances y limitaciones y desarrollan una pedagogía basada en sus objetivos de enseñanza (UAM, 2012). Se tienen en cuenta para este momento las siguientes actividades: “Elaboración de objetivos de aplicación; revisión del proceso de aprendizaje y evaluación del proceso de enseñanza y aprendizaje” (UAM, 2012, p. 58).



## 6 METODOLOGIA

En este apartado se presenta los aspectos más relevantes de la metodología: el enfoque, el método, el alcance del proyecto, así mismo presentaremos las categorías, fases de aplicación, estrategias para la recolección de datos y el diseño metodológico.

### 6.1 METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

Este trabajo de investigación será aplicado mediante el enfoque cualitativo- descriptivo ya que tiene como propósito describir el aporte de la resolución de problemas en el aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios, debido a que la investigación cualitativa es aquella “que define descripciones detalladas de situaciones, eventos, personas, interacciones, conductas observadas y sus manifestaciones” Patton (2011 citado por (Hernández, 2014, pág. 42).

El alcance de esta investigación es de tipo descriptivo porque se pretende hacer una descripción sobre la contribución que puede tener la resolución de problemas al ser implementada como estrategia didáctica en el aprendizaje de los números fraccionarios; además porque “con los estudios descriptivos se busca detallar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis”. (Hernández, 2014, pág.125). Es decir, con este enfoque se logra realizar un estudio específico de las características encontradas en el proceso aplicado; cabe aclarar que en este trabajo solo vamos a describir o caracterizar las situaciones que van emergiendo en cada actividad desarrollada.

### 6.2 POBLACIÓN Y UNIDAD DE TRABAJO

Esta investigación será desarrollada en la sede Casas Nuevas de la Institución Educativa Piedra de León, ubicada en el municipio de Sotará en centro del departamento del Cauca Colombia. La Institución es de carácter público, la sede ofrece su servicio a niños y niñas para los grados de preescolar a quinto y pertenece a una zona rural del municipio.

La vereda casas Nuevas es una zona rural, por lo tanto, los recursos económicos de las familias provienen de la agricultura, más sin embargo el nivel socioeconómico de muchas de ellas es bajo, porque sus ingresos provienen del jornal, recogiendo fresa, papa, y otros

cultivos. Estas familias pertenecen al SISBEN nivel 1y 2 y cuentan con programas de Familias en Acción.

La unida de trabajo corresponde a 5 estudiantes del grado quinto, es una niña y cuatro niños con los cuales se hará el respectivo estudio, cuyas edades oscilan entre los 9 y 10 años. Esta escuela solo cuenta con esta cantidad de estudiantes en este grado debido a que se trabaja en un aula multigrado, por lo tanto si o si se debe trabajar con ellos, de todas maneras, los estudiantes presentan diferentes niveles de desempeño: bajo, básico y alto. Son estudiantes que les gusta ir a la escuela, en algunas ocasiones muestran interés por el área de matemáticas, pero existen muchas dificultades para su aprendizaje.

### 6.3 DISEÑO METODOLÓGICO

Figura 2 Diseño Metodológico.



Fuente: Chávez. F., (2017, pág. 43)

#### 6.4 CATEGORÍAS DE ANÁLISIS

A continuación, se muestra la categoría y subcategorías determinadas para el análisis del presente estudio, las cuales surgen de los planteamientos hechos por (Guzmán, 2007).

Inherente al análisis de cada subcategoría, se observa la categoría de obstáculos epistemológicos, es decir, en caso, de que se identifique una tipología de estos en alguno o varios de los estudiantes participantes, durante el desarrollo de las fases, se realizara una denotación de este hasta el final del proceso. (Sánchez, 2018, pág. 59)

Tabla 2 Categorías de Análisis

<b>Categorías</b>	<b>Subcategorías</b>	<b>Indicadores</b>
Resolución de problemas en operaciones básicas con números fraccionarios (de Guzmán, 2007)	Familiarización con el problema	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comprende de qué trata el problema. (De Guzmán ,2007)</li> <li>- Reconoce los datos y variables del problema, (De Guzmán ,2007)</li> </ul>
	Búsqueda de estrategias	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Representa de múltiples formas el problema. (De Guzmán ,2007)</li> <li>- Simplifica el problema para poder abordarlo. (De Guzmán ,2007)</li> <li>- Propone múltiples estrategias para resolver el problema.(De Guzmán ,2007).</li> <li>. considera las operaciones como herramienta de solución.</li> </ul>
	Desarrollo de la estrategia	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Elige la estrategia que mejor puede resolver el problema. (De Guzmán ,2007).</li> <li>- Regresa a la fase anterior y selecciona otra estrategia. (De Guzmán ,2007).</li> </ul>

		- Considera nuevas estrategias que no tuvo en cuenta antes. (De Guzmán ,2007).
	Revisión del proceso	- Explica cómo llegó a la solución. (De Guzmán ,2007). - Reflexiona sobre el éxito del ejercicio. (De Guzmán ,2007). - Analiza qué otros posibles resultados tienen el problema. (De Guzmán ,2007).

Fuente: De Guzman, 2007.

## 6.5 FASES DE INVESTIGACIÓN

Tabla 3 Fases de la Investigación

<b>FASE</b>	<b>META</b>	<b>ACTIVIDADES</b>	<b>TIEMPO ESTIMADO</b>
<b>FASE 1.</b> Se llevará a cabo por medio de un instrumento de lápiz y papel el diagnóstico inicial sobre la resolución de problemas con fracciones grado 5°	Diagnosticar el nivel cognitivo de los estudiantes de grado quinto, en el tema resolución de problemas con números fraccionarios	-Documento con la recolección de la información  -Análisis del diagnóstico de acuerdo con las necesidades y temáticas.  -Selección y elaboración de la unidad didáctica	30 días
<b>FASE 2.</b> Implementación de la unidad didáctica	Implementar el uso de la unidad didáctica para fortalecer el aprendizaje	-Poner en práctica la unidad didáctica con los estudiantes	60 días

a través de la resolución de problemas desarrollando los momentos de ubicación, desubicación y reenfoque	de las operaciones básicas con números fraccionarios	-Seguimiento de las actividades	
<b>Fase 3:</b> Evaluación de los resultados de la resolución de problemas con operaciones básicas de números fraccionarios grado 5°	Determinar el impacto de la unidad didáctica aplicada en el aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios a través de la resolución de problemas.	-Recolección de datos -Análisis de la información	15 días

Fuente: Sánchez, 2018, pág. 61

## 6.6 ESTRATEGIAS PARA LA RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

Para la recolección de la información se utilizó el instrumento de papel y lápiz y también la unidad didáctica.

### 6.6.1 Instrumento De Lápiz Y Papel.

Se aplicará un cuestionario con preguntas que indagarán las ideas previas de los estudiantes, para ello se formularán algunos problemas contextualizados u adaptados al contexto, donde el estudiante mostrará como resuelve los problemas, cuál es su metodología y como llega a la respuesta. De esta forma se comprobará las fortalezas y debilidades que poseen los estudiantes antes de aplicar la unidad didáctica.

Díaz, (2018), citando a Maloney (1994) “citado por Becerra, Gras y Martínez (2011) considera que “el éxito de los estudiantes para resolver problemas pasa por la elaboración de una estrategia de solución, por un análisis cualitativo del problema (haciendo un

bosquejo del problema y reconstruyéndolo con sus propias palabras) y, por sus capacidades de relacionar el problema con las ecuaciones y leyes que se ajusten a su solución”. Pág. 39

#### 6.6.2 Unidad Didáctica (UD)

“la unidad didáctica no es un instrumento, pero si una fuente a partir de la cual se propondrán todos los instrumentos para recoger la información y el diseño de las actividades de intervención que permitirá superar las dificultades para el aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios”. (Monares, 2018, pág. 32).

Par el diseño de la unidad didáctica se tuvo en cuenta el modelo propuesto por Tamayo (2011), en él se encuentran la indagación de ideas previas que es el primer componente que debe tener una Unidad didáctica, lo cual permite conocer el estado inicial de aprendizaje de los estudiantes, basándose “no solo en lo que sabe el estudiante sino en sus experiencias previas en el campo, sus motivaciones, sus usos cognitivos-lingüísticos específicos”. Tamayo et. al (2016, pág. 25).

También en la unidad didáctica presentada en este proyecto, se realizarán diferentes instrumentos asociados con las heurísticas de Miguel de Guzmán en la resolución de problemas, asociados a las operaciones básicas con números fraccionarios.

La unidad didáctica se desarrollará y aplicará en un modelo lineal conformado por tres momentos específicos secuenciales. Esos tres momentos estarán constituidos por actividades que permiten que el estudiante construya su propio conocimiento y a medida que van desarrollando las diferentes actividades haya una evolución en el proceso.

##### 6.6.2.1 Momento Uno (Ubicación).

En el primer momento se desarrollará un instrumento basado en un taller de indagación de ideas previas, como se expuso anteriormente, considerando la identificación de los saberes previos que poseen los estudiantes, evidenciando la forma en que ellos resuelven problemas cuando se involucran conceptos relacionados con el tema de las fracciones y sus operaciones básicas.

#### 6.6.2.2 Momento Dos (Desubicación).

En este momento se introduce la unidad didáctica, se hace la retroalimentación sobre los hallazgos encontrados en el momento de ubicación, se exponen a los estudiantes las fases o heurísticas de Miguel de Guzmán que se deben tener en cuenta para la resolución de problemas, luego se aplican, tres instrumentos basados en actividades con situaciones problemas, teniendo en cuenta la propuesta de Miguel de Guzmán la cual incluye: la familiarización del problema, la búsqueda de estrategias, desarrollo de la estrategia y revisión del proceso; este modelo tuvo influencia en el desarrollo de habilidades para el aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios desde una aplicación real.

Para una de las actividades los estudiantes deberán observar un rectángulo el cual tiene subdivisiones en triángulos y representar en fracciones cada parte que ocupa el triángulo en dicha figura, además de realizar algunas operaciones, para dar solución al problema presentado. Del mismo modo al finalizar cada instrumento, se plantearán preguntas que permitan identificar la planeación, revisión y reflexión metacognitiva en los problemas abordados.

Es importante tener en cuenta además del aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios, la historia y epistemología del concepto estudiado, tal y como lo propone Tamayo (2011), cuando establece que la historia y epistemología deben estar inmersas en la unidad didáctica.

#### 6.6.2.3 Momento Tres (Reenfoque).

En este momento se implementará un instrumento donde se analizará la efectividad en la ejecución de los procesos que se deben tener en cuenta para la resolución de problemas los cuales fueron utilizados como estrategia para el aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios. Es una actividad práctica contextualizada, tratando que sea atractiva a los estudiantes para que ellos sientan satisfacción a la hora de aprender. De esta manera la actividad propuesta permitirá identificar la superación de los obstáculos epistemológicos que presentan los estudiantes antes de la ejecución de la unidad didáctica.

## 7 RESULTADOS Y ANALISIS

Los resultados obtenidos después de haber aplicado la Unidad Didáctica a los estudiantes se representan en una matriz donde se podrán identificar las preguntas con sus respectivas respuestas. Para este análisis los estudiantes serán identificados como E1, E2, E3, E4 y E5.

Seguidamente se analizaron los instrumentos, haciendo la triangulación de las respuestas de los estudiantes con el marco teórico, para determinar la incidencia de la resolución de problemas en el aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios en estudiantes del grado quinto de la Institución Educativa Piedra de León, Sotará Cauca.

De acuerdo con lo anterior, fue posible identificar dificultades y fortalezas que tienen los estudiantes para resolver problemas adaptados al contexto donde están involucradas las operaciones básicas con números fraccionarios. También se realizó la conceptualización de los números fraccionarios, las operaciones básicas, utilizando la resolución de problemas como estrategia didáctica.

Este análisis presenta los resultados por cada momento de la unidad, identificando las categorías y subcategorías.

### 7.1 MOMENTO UNO (UBICACIÓN)

En este momento se identifican las ideas previas que tienen los estudiantes respecto a la forma de resolver problemas y las operaciones básicas con números fraccionarios. De esta manera se pudo observar el estado inicial de los estudiantes en cuanto a sus conocimientos sobre la aplicación de las operaciones involucradas en la resolución de problemas como herramientas para llegar a la solución.

Se realizó la aplicación del instrumento el cual comprendió la resolución de cinco problemas, uno de ellos se trataba de la mamá de Michel la cual le iba a celebrar su cumpleaños, con ocho personas y para eso utilizaba una torta y una gaseosa.

Posteriormente a la solución de los problemas, se indagó a los estudiantes sobre sus ideas previas mediante las siguientes preguntas:



Tabla 4 Instrumento 1. Identificación sobre las ideas previas sobre la forma de resolver problemas en conceptos básicos con los números fraccionarios

PREGUNTA	RESPUESTAS
<p>a. ¿Entiendes de qué se trata el problema que debes resolver? Explícalo con tus palabras.</p>	<p><b>E1. problema 1.</b> Entiendo que se trata de un cumpleaños que le va a celebrar la mama de Michell en las escuelas y para eso utiliza una torta y una gaseosa.</p> <p><b>Problema 2:</b> Es de una niña que quiere repartir dos manzanas entre cinco compañeros.</p> <p><b>Problema 3:</b> habla de dos estudiantes de la escuela que quien vive más cerca y más lejos de la escuela.</p> <p><b>Problema 4:</b> se trata de cristiana que compartió la pizza con sus amigas y la dividió en 6 partes y le sobraron 2</p> <p><b>Problema 5:</b> el problema habla de 3 niñas que deben pagar servicios y se debe encontrar el valor que debe pagar cada una.</p> <p><b>E2. Problema 1.</b> Entiendo el problema, la mama de Michell dividió la torta en 10 pedazos para repartirlo en las personas</p> <p><b>Problema 2.</b> Si entiendo porque tengo que dividir las dos manzanas en cinco pedazos</p> <p><b>Problema 3.</b> Si entiendo el problema-</p> <p><b>Problema 4.</b> Si.</p> <p><b>Problema 5.</b> No entiendo el problema</p> <p><b>E4. Problema1.</b>La mamá de Michel decide celebrarle una un cumpleaños en la escuela ella lleva una torta y una gaseosa para compartir con sus compañeros y profesoras que en total son 8.</p> <p><b>Problema2.</b> Yo si entiendo el problema</p>

	<p><b>Problema3.</b> Si entiendo</p> <p><b>Problema 4.</b> Si lo entiendo</p> <p><b>Problema 5.</b> Se trata de Alejandra, Lorena y Liliana, yo si entiendo el problema.</p> <p><b>E5. Problema 1.</b> Este trabajo es muy importante porque hay que ganar las notas de las materias.</p> <p><b>Problema 2.</b> El problema tiene que estar bien hecho para poder hacer los otros bien para hacer correcto.</p> <p><b>Problema 3.</b> El problema anterior esta fácil porque lo resolví.</p> <p><b>Problema 4.</b> El problema se trata de que Cristina hizo una pizza muy deliciosa la repartió con sus amigas.</p> <p><b>Problema 5.</b> Se habla de Lorena, Alejandra y Liliana de que ellas viven en una sola casa pagan todo ellas tres.</p>
<p>b. ¿Sabes cuáles son los datos que te proporciona el problema? Enuméralos.</p>	<p><b>E1. Problema 1.</b> Los datos son una torta, ocho estudiantes y una gaseosa</p> <p><b>Problema 2.</b> Las manzanas, los estudiantes del curso, la repartición de manzanas.</p> <p><b>Problema 3.</b> a. Los estudiantes, b. Cuál vive más cerca y más lejos, c. Entre las dos distancias cuantos metros forman.</p> <p><b>Problema 4.</b> a. Cristian y los amigos b. Cristian prepara una pizza c. Cristiana compartió una pizza con sus amigas.</p> <p><b>Problema 5.</b> a. Las tres niñas que reciben servicios públicos. b. Las tres niñas pagan los servicios de la casa c. Se reparten la plata entre las tres niñas.</p> <p><b>E2. problema 1.</b> No</p>

	<p><b>Problema 2.</b> No</p> <p><b>Problema 3.</b> No</p> <p><b>Problema 4.</b> No</p> <p><b>Problema 5.</b> No</p> <p><b><u>E3.</u> Problema 1.</b> La torta, una gaseosa y ocho compañeros.</p> <p><b>Problema 2.</b> Dos manzanas y cinco compañeros.</p> <p><b>Problema 3.</b> Los estudiantes y las distancias.</p> <p><b>Problema 4.</b> Una pizza, amigas, seis partes.</p> <p><b>Problema 5.</b> Servicios públicos, concepto de energía y pago de gas.</p> <p><b><u>E5.</u> Problema 1.</b> No</p> <p><b>Problema 2.</b> Son los datos correctos que me ayudan hacer bien para sacar buena nota.</p> <p><b>Problema 3.</b> No lo sé.</p> <p><b>Problema 4.</b> Los datos son los números que tiene la pizza.</p> <p><b>Problema 5.</b> Que Alejandra paga 3000 pesos, Lorena 5000, Liliana 50000 pesos.</p>
	<p><b><u>E2.</u> Problema1.</b> 1/10</p> <p><b>Problema 2.</b> 5/2</p> <p><b>Problema 3.</b> 12/4 y 10/4</p> <p><b>Problema 4.</b> 4/6</p> <p><b>Problema 5.</b> No responde</p> <p><b><u>E3.</u> problema 1.</b> 8/8 y 8/10</p>

<p>c. Representa el problema en fracciones</p>	<p><b>Problema 2.</b> <math>\frac{2}{2}</math> y <math>\frac{2}{5}</math></p> <p><b>Problema 3.</b> <math>\frac{12}{4}</math> y <math>\frac{10}{4}</math></p> <p><b>Problema 4.</b> <math>\frac{6}{1}</math> y <math>\frac{1}{6}</math></p> <p><b>Problema 5.</b> <math>\frac{3}{3}</math></p> <p><b>E4.</b> Problema 1. <math>\frac{10}{8}</math>, 10 numerador y 8 denominador.</p> <p><b>Problema 2.</b> <math>\frac{5}{5}</math> y <math>\frac{5}{2}</math></p> <p><b>Problema 3.</b> <math>\frac{12}{12}</math> y <math>\frac{12}{4}</math></p> <p><b>Problema 4.</b> <math>\frac{6}{6}</math> y <math>\frac{6}{5}</math></p> <p><b>Problema 5.</b> <math>\frac{5000}{5000}</math> y <math>\frac{5000}{3000}</math></p> <p><b>E5. Problema 1.</b> La torta fue dividida en 10, <math>\frac{10}{1}</math></p> <p><b>Problema 2.</b> El <b>problema</b> en fracciones es muy importante porque tiene buenos resultados.</p> <p><b>Problema 3.</b> Si</p> <p><b>Problema 4.</b> Habla sobre la pizza que repartió Cristina.</p> <p><b>Problema 5.</b> Cada uno paga cada cosa en su cosa.</p>
<p>d. Construye la representación gráfica del problema</p>	<p><b>E1. Problema 1.</b> Dibuja la torta y la reparte en 10 pedazos.</p> <p><b>Problema 2.</b> Dibuja 2 manzanas y las divide en tres partes iguales.</p> <p><b>Problema 3.</b> Dibuja la escuela y las viviendas</p> <p><b>Problema 4.</b> Dibuja una pizza y la divide en seis partes iguales.</p> <p><b>Problema 5.</b> Dibuja las personas del problema.</p> <p><b>E2. Problema 1.</b> Hace el dibujo de una torta.</p> <p><b>Problema 2.</b> Dibuja la manzana y la divide en dos partes iguales</p>

	<p><b>Problema 3.</b> Construye una carretera y hace unas divisiones.</p> <p><b>Problema 4.</b> Dibuja la pizza y la divide en 5 partes desiguales.</p> <p><b>Problema 5.</b> No responde a esta pregunta</p> <p><b>E3. Problema 1.</b> Dibuja la torta y la divide en 10 parte iguales y colorea 8 partes</p> <p><b>Problema 2.</b> Dibuja dos manzanas y reparte una en dos partes y la otra en tres partes.</p> <p><b>Problema 3.</b> Realiza el dibujo de la escuela y las dos casas</p> <p><b>Problema 4.</b> Dibuja la pizza y la divide en 6 partes iguales</p> <p><b>Problema 5.</b> Hace una representación de las empresas de gas, agua y energía.</p> <p><b>E4. Problema 1.</b> Dibuja dos manzanas y las divide en 10 partes.</p> <p><b>Problema 2.</b> Dibuja 2 manzanas y divide una en 6 partes iguales y la otra en 3 partes.</p> <p><b>Problema 3.</b> Dibuja 2 casas</p> <p><b>Problema 4.</b> Dibuja dos pizzas</p> <p><b>Problema 5.</b> No realiza ningún dibujo en esta pregunta.</p> <p><b>E5. Problema 1.</b> Dibuja una torta y la divide en 8 pedazos.</p> <p><b>Problema 2.</b> La construye con los problemas que tenemos que hacer en las hojas.</p> <p><b>Problema 3.</b> Si la construye</p> <p><b>Problema 4.</b> El problema habla sobre lo anterior de las preguntas que ya están respondidas.</p> <p><b>Problema 5.</b></p>
--	--

<p>e. Enumera las estrategias que usarás para resolver el problema</p>	<p><b>E1. Problema 1.</b> Lo primero que hice fue leer luego seguí respondiendo las preguntas.</p> <p><b>Problema 2.</b> Las manzanas, las fracciones, la repartición.</p> <p><b>Problema 3.</b> Tomar las distancias de las casas a la escuela, sumar las distancias de las casas, construir las fracciones del problema.</p> <p><b>Problema 4.</b> La pizza de Cristian la repartió, la repartición de la pizza que hizo Cristian para repartir.</p> <p><b>Problema 5.</b> Los gastos de los servicios públicos.</p> <p><b>E2. Problema 1.</b> En esta pregunta el estudiante dibuja un círculo y lo divide en 10 partes iguales y escribe los números del 1 al 10 en cada una de las divisiones.</p> <p><b>Problema 2.</b> No responde a esta pregunta</p> <p><b>Problema 3.</b> Dibuja un camino dividido en 12 partes y en cada parte escribe un números del 1 al 12.</p> <p><b>Problema 4.</b> Repite el grafico del problema número 1.</p> <p><b>Problema 5.</b> No responde a esta pregunta.</p> <p><b>E3. Problema 1.</b> Leer el problema, responder bien y mostrarle a la profesora.</p> <p><b>Problema 2.</b> Contar y hacerlo despacio.</p> <p><b>Problema 3.</b> Relajarme y tranquilo</p> <p><b>Problema 4.</b> Las anteriores respuestas</p> <p><b>Problema 5.</b> Las anteriores respuestas.</p>
	<p><b>E1. Problema 1.</b> a. leí para responder. 2. Respondí las preguntas, 3. Saqué los datos para responder 4. Hice fracciones.</p>

<p>f. De las estrategias enumeradas selecciona una o dos que consideres pueden resolver mejor el problema.</p>	<p><b>Problema 2.</b> Las fracciones</p> <p><b>Problema 3.</b> Tomar las distancias de las casas a la escuela; sumar las distancias de la casa.</p> <p><b>Problema 4.</b> 1. La pizza de Cristian la repartió 2. La repartición de la pizza que hizo Cristian para compartir</p> <p><b>Problema 5.</b> 1. Los gastos de los servicios públicos.</p> <p><b>E3. Problema 1.</b> Leer el problema bien</p> <p><b>Problema 2.</b> Con modo y despacio</p> <p><b>Problema 3.</b> Relajándome</p> <p><b>Problema 4.</b> Hacer despacio</p> <p><b>Problema 5.</b> Hacerlo rápido</p> <p><b>E5. Problema 1.</b> 2,3</p> <p><b>Problema 2.</b> Las estrategias enumeradas significan seleccionar una palabra.</p> <p><b>Problema 3.</b> Habla sobre Yinerh y Esteban cual más vive cerca es esteban porque en 10 kilómetros.</p> <p><b>Problema 4.</b> A Cristina le sobraron 2 pizzas</p> <p><b>Problema 5.</b> Es cuando uno lee bien</p>
	<p><b>E1. Problema 1.</b> Si porque sirven para responder preguntas y para aprender.</p> <p><b>Problema 2.</b> Si porque son que puede resolver el problema.</p> <p><b>Problema 3.</b> Si porque resuelven mejor el problema y no eligió otras estrategias para el problema.</p> <p><b>Problema 4.</b> Si porque resuelven el problema.</p>

<p>g. ¿Estás seguro de que esas son las mejores estrategias? ¿Por qué? Si no lo son, regresa al numeral e y selecciona otras estrategias o propón unas nuevas que mejor resuelvan el problema.</p>	<p><b>Problema 5.</b> Si porque pueden resolver el problema mejor.</p> <p><b>E2. Problema 1.</b> Si porque 1 y 2 son las que resuelven el problema.</p> <p><b>Problema 2.</b> Si porque resuelven el problema.</p> <p><b>Problema 3.</b> Si porque son las del camino.</p> <p><b>Problema 4.</b> Si porque son del problema que lo resuelven.</p> <p><b>Problema 5.</b> No responde</p> <p><b>E3. Problema 1.</b> Si estoy seguro porque hay que leer y comprender.</p> <p><b>Problema 2.</b> Si estoy seguro porque hay que hacer con modo y despacio.</p> <p><b>Problema 3.</b> Si estoy seguro de relajarme-</p> <p><b>Problema 4.</b> Si estoy seguro porque hay que hacer despacio.</p> <p><b>Problema 5.</b> Si estoy seguro.</p> <p><b>E4. Problema 1.</b> Yo creo que si son buenas estrategias.</p> <p><b>Problema 2.</b> Yo si creo son buenas estrategias.</p> <p><b>Problema 3.</b> Es la estrategia mía es desarrollar.</p> <p><b>Problema 4.</b> leyendo</p> <p><b>Problema 5.</b> No responde</p> <p><b>E5. Problema 1.</b> Sin son las mejores estrategias</p>
<p>h. ¿Cuál es la respuesta al problema? Explica como lo resolviste.</p>	<p><b>E1.</b> lo resolví pensando</p> <p><b>Problema 1.</b> Respuesta 1. En 8 partes iguales debe dividir la torta.</p>



	<p>Respuesta 2. Sobraron 2 pedazos de la torta.</p> <p><b>Problema 2.</b> Lo resolví comprendiendo las lecturas.</p> <p>Respuesta 1. No porque 5 es número impar.</p> <p>Respuesta 2. Si es posible, pero al repartir las manzanas sobra un pedazo de manzana</p> <p><b>Problema 3.</b> Lo resolví pensando y resolví todas las preguntas.</p> <p>Respuesta a. Esteban vive mas cerca porque Yinerh vive <math>12/4</math> m. y Esteban vive <math>10/4</math> m de la escuela.</p> <p>Respuesta b. Si se unen las dos distancias serían <math>22/8</math> m, de distancia a la escuela.</p> <p><b>Problema4.</b> Lo resolví comprendiendo la lectura.</p> <p>Respuesta 1. Se comieron <math>4/6</math> de pizza</p> <p>Respuesta 2. Sobraron <math>2/6</math> de pizza</p> <p><b>Problema 5.</b> Lo resolví comprendiendo la lectura luego respondí las preguntas.</p> <p>Respuesta 1. Lorena pagó 5000 por el concepto de energía, Alejandra pagó 3000 por concepto de agua y Liliana paga 50000 por el gas, entre las tres gastaron 58000 pesos pagando el agua, la energía y el gas.</p> <p>Respuesta 2. Si porque cada una debe pagar los gastos.</p> <p><b>E3. Problema 1.</b> Lo resolví dibujando una torta y fracciones.</p> <p>Respuesta 1. Les toca de un <math>1/10</math></p> <p>Respuesta 2. sobran <math>2/10</math> pedazos</p> <p><b>Problema 2.</b> Los resolví dibujando las manzanas.</p>
--	---

	<p>Respuesta 2 : No es posible.</p> <p><b>Problema 3.</b> Respuesta 1. Vive más cerca Esteban de la escuela y Yinerh vive más lejos.</p> <p>Respuesta 2. Sería <math>22/4</math> m.</p> <p><b>Problema 4.</b> Hice la pizza y la dividí.</p> <p>Respuesta 1. Se comieron 4 pedazos.</p> <p>Respuesta 2. sobraron 2 pedazos.</p> <p><b>Problema 5.</b> Lo resolví haciendo una casa.</p> <p>Respuesta 1. 158000 pesos.</p> <p><b>E4.</b> Yo lo resolví leyendo para entender la lectura.</p> <p><b>Problemas.</b> No hay respuestas a los problemas por parte del estudiante.</p> <p><b>E5. Problema 1.</b> Lo resolví con la torta que trae la mamá de Michel y la partió 10 pedazos y sobraron 2 pedazos.</p> <p><b>Problema 2.</b> Lo resolví con mis propias palabras.</p> <p>Respuesta 1. Si se pueden repartirlos cinco pedazos con la dos.</p> <p>Respuesta 2. Un pedazo para que le alcance manzanas las dos manzanas</p> <p><b>Problema 3.</b></p> <p>Respuesta 1: Esteban</p> <p>Respuesta 2: 22 m</p> <p><b>Problema 4.</b> Lo resolví con las preguntas de Cristina</p> <p>Respuesta 1: 4 pizzas</p>
--	---

	<p>Respuesta 2: 2 pizzas</p> <p><b>Problema 5.</b> Lo resolví con las preguntas.</p> <p>Respuesta 1. 3800</p>
<p>i. ¿Crees que el resultado es el correcto? ¿Por qué?</p>	<p><b>E2. Problema 1.</b> Si porque el número es correcto.</p> <p><b>Problema 2.</b> Si porque Adriana tienen 2 manzanas y las comparte en 5 pedazos.</p> <p><b>Problema 3.</b> Si porque preguntan quién vive cerca de la escuela y yo coloque Esteban.</p> <p><b>Problema 4.</b> Si porque son los números de la pizza</p> <p><b>Problema 5.</b> No responde.</p> <p><b>E4. Problema 1.</b> El resultado si es correcto.</p> <p><b>Problema 2.</b> Yo si creo que es correcto el problema.</p> <p><b>Problema 3.</b> Si es correcto</p> <p><b>Problema 4.</b> Si es correcto la respuesta.</p> <p><b>Problema 5.</b> No responde</p> <p><b>E5. Problema 1.</b> Porque el resultado tiene que ser correcto.</p> <p><b>Problema 2.</b> Porque la respondí muy bien con las palabras.</p> <p><b>Problema 3.</b> Porque esteban vive 10 km de la escuela.</p> <p><b>Problema 4.</b> Porque lo que hizo Cristina lo hizo bien.</p> <p><b>Problema 5.</b> No es correcto porque no existe.</p>
<p>j. ¿Podría existir otro resultado al problema? Explica</p>	<p><b>E2. Problema 1.</b> No porque sale mal</p> <p><b>Problema 2.</b> No</p> <p><b>Problema 3.</b> No</p>

	<p><b>Problema 4.</b> No</p> <p><b>Problema 5.</b> No</p> <p><b>E3. Problema 1.</b> Si porque puede haber otro resultado.</p> <p><b>Problema 2.</b> Si, puede haber muchos más resultados.</p> <p><b>Problema 3.</b> Si puede haber más posibles resultados.</p> <p><b>Problema 4.</b> Si puede existir otro resultado.</p> <p><b>Problema 5.</b> Si creo que hay otro resultado.</p> <p><b>E5. Problema 1.</b> Si puede existir otro problema porque tiene que ser correctas las respuestas.</p> <p><b>Problema 2.</b> No puede existir.</p> <p><b>Problema 3.</b> Porque estaban vive más cerca que Yinerh.</p> <p><b>Problema 4.</b> Si porque otro resultado es correcto.</p> <p><b>Problema 5.</b> No podría existir otro resultado porque no está.</p>
--	--

Fuente: Elaboración Propia

#### 7.1.1 Análisis Del Momento Uno (Ubicación)

Para este momento de la unidad didáctica es notable la falta de comprensión, análisis de lectura y escritura que tienen los estudiantes, por lo que la mayoría de las respuestas a la primera pregunta en los diferentes problemas no es coherente.

Se evidencia que los niños no tienen la capacidad para comprender el enunciado del problema y como salida rápida y por miedo a una calificación negativa llenan los espacios con lo que ellos creen estar bien, otros estudiantes reflejan pereza de escribir, de leer, de pensar, del querer hacer, se observa que no existe buena disposición para enfrentar este tipo de actividades, tal vez no están acostumbrados a responder preguntas donde ellos deben justificar, y argumentar, sino que únicamente se limitan a dar un dato concreto o una sola respuesta. Solo el E1 se aproxima a una descripción acertada del problema.

En la segunda pregunta se observa que los niños, como el estudiante E1 y el estudiante E3 logran extraer los datos de los problemas, los otros estudiantes, algunos no responden y otros lo hacen de manera equivocada, lo cual demuestra la existencia de obstáculos causados por desconocimiento del significado de la palabra “datos” y eso conlleva a que se genere un desacierto en sus respuestas.

También presentan dificultades cuando se pide a los estudiantes representar el problema en fracciones, algunos de ellos no recuerdan los conocimientos previos sobre la representación numérica de cantidades fraccionadas que se proponen en ciertos enunciados problemáticos. Se verifica que a medida que crece el grado de complejidad del problema los estudiantes no tienen la capacidad para escribir el lenguaje escrito en una cantidad numérica.

Algunos de los estudiantes tratan de hacer la representación gráfica del problema, pero de nuevo se evidencia la falta de comprensión o de imaginación para construir esquemas o dibujos del problema de tal manera que esto les permita visualizar la situación y les sirva de guía para conseguir la solución. Esto también demuestra que los chicos solo tratan de dar una respuesta numérica que se ha memorizado en el aula de clases, (muchas veces poniendo límites al desarrollo comprensivo).

Lo anterior de algún modo tiene relación a un obstáculo epistemológico en las matemáticas el cual “apunta hacia el método que el estudiante debe elegir para resolver un determinado problema, que a la larga se convierte en un algoritmo o procedimiento que el estudiante aprende o repite” Barrantes (2006) citado por Tidibuza (2011, pag.35)

Cuando se pide a cada estudiante nombrar las estrategias que utilizará para resolver el problema, se observa que los chicos no tienen claro que es una estrategia, eso se evidencia en sus escritos, lo cual no les permite que haya un seguimiento de pasos adecuados para la resolución de dichos problemas. Sin una formulación de buenas estrategias es como si los estudiantes no tuvieran las herramientas para trabajar en el campo de la resolución de problemas.

Brown (citado por Tamayo, 2006. P.3) establece, que para solucionar problemas se necesita una planeación la cual implica “Selección de estrategias apropiadas y la localización de factores que afectan el rendimiento; la predicción, las estrategias de secuenciación y la

distribución del tiempo o de la atención selectiva antes de realizar la tarea; consiste en anticipar las actividades, prever resultados, enumerar pasos”.

Como la pregunta sobre enumerar las estrategias que se deben tener en cuenta para resolver problemas no fue bien resuelta por los estudiantes al demostrar con sus respuestas que no tenían claro el concepto de estrategia, entonces esta otra pregunta que pide seleccionar las estrategias mejores para resolver el problema, pues no ha sido contestada correctamente por la mayoría de los estudiantes.

Solo el estudiante E1 en el problema 1 trata de acercarse un poco a lo que serían las estrategias de solución, esta pregunta indica el nivel que pueden tener los estudiantes para resolver problemas y de nuevo reafirma que para la aproximación a la comprensión de las fracciones es necesario experiencias vivenciales relacionándolas con su contexto.

Los estudiantes responden que están seguros sobre lo que ellos propusieron para desarrollar los problemas, pero es difícil que puedan identificar si está mal o bien y proponer otras nuevas si nunca propusieron ninguna estrategia. Se observa que los estudiantes quieren acabar rápido el ejercicio y por eso escriben lo que se les ocurre sin analizar la pregunta.

Al solicitar a los estudiantes informar las respuestas de los problemas: El estudiante **E1** expresa que respondió los problemas leyendo y comprendiendo la lectura. Las respuestas a los problemas 1, 3 y 4 son correctas, el problema 2 si se analiza bien el estudiante trata de dar una respuesta acertada cuando responde que 5 es impar. La respuesta 2 también es correcta. En el problema 5 la respuesta 1 es correcta y la respuesta dos no responde a la pregunta formulada, aunque la idea del problema era que los chicos lograran representar dichas cantidades en fracciones, pero no fue posible.

El estudiante **E2** no da respuestas correctas a la mayoría de las preguntas de los problemas. Solo la respuesta 2 del problema 3 está bien, pero no explica como lo resolvió. Demuestra un desconocimiento total de los números fraccionarios.

El estudiante **E3** explica que resolvió el problema 1 haciendo el gráfico y utilizando fracciones; responde de manera coherente a la pregunta de cómo lo resolvió, falla en la respuesta 1 del problema y responde bien la numero 2, representando la cantidad sobrada

en una fracción. Explica que para el problema numero 2 dibujo las manzanas, pero no fue posible hacer partes iguales para cinco personas.

Las respuestas del problema 3 y 4 son correctas, explica que hizo los dibujos necesarios para comprender el problema. En el problema 5 no hay coherencia en la respuesta, se le dificulta comprender este problema.

El estudiante **E4** responde que leyó para entender, pero no resuelve los problemas, eso demuestra que no hubo comprensión de lo leído y El estudiante **E5** no coincide en ninguna de las respuestas, se evidencia la poca comprensión lectora e interpretación de los problemas.

Se observa que los estudiante E1 y E3 aciertan en la mayoría de los respuestas de los problemas, Sin embargo “ellos empiezan a resolver directamente sin tener en cuenta ninguna estrategia que guíe el proceso” (Reif, Larkin y rackett, 1976), citado por Giraldo y Zona (2017 pág. 138).

Los otros estudiantes fallan en la mayoría de las respuestas se observa la poca comprensión lectora como se mencionó anteriormente, los niños no están acostumbrados a escribir, a proponer, a ellos pensar les incomoda y muchas veces no hay buena disposición para enfrentar este tipo de actividades. Y no se puede desconocer que este paso es fundamental, “la disposición”, así lo afirma Miguel de Guzmán cuando dice que “para abordar un problema la persona debe tener una actitud de confianza, tranquilidad, curiosidad y disposición para aprender” Zamora (2017, pág. 12).

Por las razones anteriores existen múltiples dificultades a la hora de resolver problemas y como consecuencia de ello se nota la dificultad en la mayoría de los alumnos cuando se trata de aprender a desarrollar operaciones con números fraccionarios, tal vez porque no le encuentran sentido desarrollar ciertos algoritmos de las operaciones que les parecen tediosos y no saben cuál será su aplicación.

Lo anterior apunta a lo citado por, (Fernández, 2007, pag.11), cuando dice “No tiene sentido hacer sumas, restas, multiplicaciones y divisiones sin comprender lo que se está haciendo o sin saber que utilidad tiene dicho proceso”, pero que son procesos que no se

deben desconocer porque ellos proporcionan mucha utilidad en el campo matemático y de otras áreas del conocimiento”.

Una vez más se observa que los estudiantes no tienen la capacidad para dar una buena argumentación cuando se les pregunta si el resultado es correcto; por ejemplo, en esta pregunta el estudiante **E1** no logra responder de forma coherente, aunque se observa que la mayoría de las respuestas a los problemas son correctas; lo cual demuestra que los estudiantes se les dificulta describir con palabras lo que hicieron o dar una buena justificación.

Los estudiantes **E2** y **E3** tratan de justificar el resultado de los problemas de una forma más acertada, pero sigue faltando una interpretación mejor de los problemas, para que luego puedan dar una buena explicación a la pregunta formulada.

Por otro lado, las respuestas del estudiante **E4** son escritas por rellenar los espacios, porque hay que tener en cuenta que este estudiante no resolvió los problemas, por lo tanto, no puede decir si es correcto o no y el estudiante **E5** es casi lo mismo que los anteriores no tienen la capacidad para dar una justificación a sus respuestas.

Finalmente, los estudiantes no se dedican a analizar si es posible que exista otra solución al problema, la mayoría de ellos responden que es correcto, pero es visible que lo hacen sin analizar el problema detalladamente, sino que solo tratan de responder.

Algunos dicen que no existen más resultados y otros que si pueden existir, pero ninguno se atreve a dar una justificación válida a esas afirmaciones.

Durante este momento algunos estudiantes trataron de escribir fácilmente una fracción y leerla correctamente, pero se logró identificar algunas dificultades cognitivas en los ejercicios donde se solicita a los estudiantes repartir la unidad de forma equitativa, la clasificación de las fracciones en propias e impropias, representaciones gráficas y numéricas, equivalencia de fracciones y operaciones básicas. Todas estas actividades fueron presentadas a través de problemas de aplicación, teniendo en cuenta que esta es la base de la presente investigación. Los problemas formulados se presentaron con situaciones de la vida real, contextualizados, los cuales permiten visualizar mejor el trabajo hecho por cada estudiante.



Es importante tener en cuenta las ideas previas de los estudiantes antes de comenzar una actividad pedagógica, por esta razón en este primer momento, se analiza que los alumnos no tienen la capacidad para resolver la actividad de forma adecuada, algunos de ellos no les gustan pensar, desconocen los procedimientos de las operaciones con fraccionarios, son apáticos a la lectura y la escritura, por lo general buscan que sea el docente quien les diga lo que deben hacer y como lo deben hacer.

Existe muy poca comprensión lectora en los estudiantes por lo tanto no hay buena interpretación de los problemas propuestos, carecen de argumentos válidos para justificar las respuestas, es así como solo logran decir que la estrategia o el resultado es correcto, pero no logran verificar, ni justificar, se observa que los estudiantes no se acuerdan de los conceptos previos, pero tampoco hacen proposiciones de estrategias que le pueda ayudar a recordar el concepto que necesitan.

Por último, en este taller de indagación de ideas previas que se les aplicó, se evidencia que los estudiantes no utilizan una secuencia o una planeación que los guíe en la resolución de problemas, esta situación ocurre porque los niños desconocen los diferentes modelos que han establecido algunos autores para resolver problemas, tal es el caso del modelo propuesto por Miguel de Guzmán.

Es evidente la presencia de obstáculos epistemológicos, en los estudiantes, sobre el concepto de fracción, desconocen el significado de los términos que componen la fracción, incluso sus nombres; por ejemplo, cuando se pregunta sobre el concepto de fracción, la respuesta es “Una fracción es poner un numero arriba y otro abajo, desconocen el procedimiento de la suma, ellos creen que se suma normal como los números naturales. Por citar algunos de ellos.

## 7.2 MOMENTO DOS (DESUBICACIÓN)

En este momento se diseñaron actividades basadas en la resolución de problemas desde la propuesta de Miguel de Guzmán, la cual incluye: la familiarización del problema, la búsqueda de estrategias, desarrollo de la estrategia y revisión del proceso; este modelo tuvo influencia en el desarrollo de habilidades para el aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios desde una aplicación real.

Se aplicaron los instrumentos: dos, tres y cuatro, de los cuales se presenta el análisis del instrumento cuatro el cual permitió identificar las dificultades que presentan los estudiantes, respecto a la forma de cómo ellos comprenden las fracciones y su aplicación.

Con esta actividad se indagó a los estudiantes como representan el problema, como lo plantean, etc. También se observa las estrategias llevadas a cabo, también si existen o no conocimientos propios.

En la evaluación se analizan los nuevos conocimientos, utilización de estrategias específicas que guíen el proceso del problema y el cumplimiento del objetivo al finalizar la actividad.

Para esta actividad los estudiantes debían observar un rectángulo el cual tenía subdivisiones en triángulos y representar cada parte que ocupaba el triángulo en dicha figura.

Finalmente debían responder una serie de preguntas que se muestran a continuación.

Tabla 5 . Instrumento 4. Formulación de problemas con números con operaciones de números fraccionarios, teniendo en cuenta los pasos de Miguel de Miguel de Guzmán.

PREGUNTA	RESPUESTAS
¿Qué le piden hacer en la situación problema mostrada?	<p><b>E1. problema 1.</b> Encontrar las fracciones de los triángulos que están en el rectángulo. Y resolver algunas sumas.</p> <p><b>Problema 2.</b> Piden hacer operaciones con fracciones</p> <p><b>Problema 3.</b> Preguntan qué operación hay que hacer para ayudar a la dueña de la finca a repartir leche</p> <p><b>E2. problema 1.</b> Encontrar las fracciones de colores que hay en el cuadro.</p> <p>Hacer operaciones.</p> <p><b>Problema 2.</b> Hacer operaciones</p>

	<p><b>Problema 3.</b> Saber qué operación hay que hacer para resolver el problema.</p> <p><b>E3. problema 1.</b> Encontrar las fracciones de los triángulos que hay en el rectángulo.</p> <p>Realizar operaciones.</p> <p><b>Problema 2.</b> Resolver operaciones para encontrar los resultados.</p> <p><b>Problema 3.</b> Encontrar la operación para resolver el problema.</p>
<p>¿Qué debe tener en cuenta para dar la respuesta?</p>	<p><b>E1. problema 1.</b> Leer los problemas, comprenderlos, conocer los datos y hacer estrategias. Saber operaciones con las fracciones.</p> <p><b>E2. problema 1.</b> Debo tener en cuenta lo que el problema dice y los datos que hay en el problema. También las preguntas. y saber sumar, restar, multiplicar y dividir.</p> <p><b>E3. problema 1.</b> Leer el problema, comprender el problema, conocer los datos, preparar estrategias.</p> <p><b>E4. problema 1.</b> Leer y entender el problema.</p> <p><b>E5. problema 1.</b> Saber leer bien el problema</p>
<p>¿Qué le hace entender el problema?</p>	<p><b>E1.</b> Leer el problema, comprenderlo, conocer los datos y hacer estrategias.</p> <p><b>E2.</b> Leer con atención y si no entiendo vuelvo y lo leo, puedo realizar el dibujo.</p> <p><b>E3.</b> Puedo leer el problema varias veces para entenderlo, puedo hacer el dibujo del problema.</p> <p><b>E4.</b> Leer bien el problema</p> <p><b>E5.</b> Leer los problemas y resolverlos.</p>

<p>¿Qué imagen puede representar del problema?</p>	<p><b><u>E1.</u> problema 1.</b> La imagen está hecha</p> <p><b>Problema 2.</b> Podría dibujar las casas y la escuela.</p> <p><b>Problema 3.</b> Dibujar los recipientes donde se echa la leche</p> <p><b><u>E2.</u> problema 1.</b> En el taller está el dibujo.</p> <p><b>Problema 2.</b> Dibujo el camino.</p> <p><b>Problema 3.</b> Dibujar los recipientes para echar la leche.</p> <p><b><u>E3.</u> problema 1.</b> Ya está la imagen en el taller</p> <p><b>Problema 2.</b> Puedo dibujar los recipientes de la leche.</p> <p><b>Problema 3.</b> Se podría dibujar el terreno y dividirlo en tres partes.</p>
<p>¿Alguna vez se había enfrentado a este tipo de problemas?</p>	<p><b><u>E1.</u></b> Si, pero sin muchas preguntas</p> <p><b><u>E2.</u></b> Si me toco hacer algunos problemas, pero más cortos.</p> <p><b><u>E3.</u></b> Si, pero más cortos no tienen todas estas preguntas</p> <p><b><u>E4.</u></b> No</p> <p><b><u>E5.</u></b> Alguna vez.</p>
<p>¿Qué estrategias puede organizar para encontrar la solución?</p>	<p><b><u>E1.</u></b> Leer el problema, comprender el problema, resolver el problema, sacar los datos, realizar operaciones.</p> <p><b><u>E2.</u></b> Leer bien el problema, entender el problema, hacer un dibujo, sino entiendo vuelvo a leer.</p> <p><b><u>E3.</u></b> Leer el problema para entenderlo y luego resolverlo.</p> <p><b><u>E4.</u></b> Leer bien el problema.</p> <p><b><u>E5.</u></b> Leer el problema.</p>
<p>¿Considera que la forma de plantear</p>	<p><b><u>E1.</u></b> Si creo que plantear el problema ayuda a encontrar la respuesta.</p> <p><b><u>E2.</u></b> Plantear bien el problema ayuda a encontrar la respuesta.</p>

<p>el problema le ayudará a encontrar la respuesta?</p>	<p><b>E3.</b> Si creo que ayuda.</p> <p><b>E4.</b> Si ayuda</p> <p><b>E5.</b> Si</p>
<p>Describa el paso a paso de la estrategia que llevó a cabo para la solución del problema:</p>	<p><b>E1.</b> En cada problema primero leí el problema, en algunos hice un dibujo, realicé operaciones para resolver el problema.</p> <p><b>E2.</b> Leer el problema, hacer un dibujo y hacer operaciones.</p> <p><b>E3.</b> Leer bien el problema y hacer sumas y restas</p>
<p>¿Habrá otros caminos para hallar la respuesta? ¿Cuáles?</p>	<p><b>E1.</b> No hay otro camino</p> <p><b>E2.</b> No hay otro camino.</p> <p><b>E3.</b> No</p> <p><b>E4.</b> Si hay</p>
<p>¿Considera que el camino que escogió es el mejor para resolver el problema? ¿Por qué?</p>	<p><b>E1.</b> Si es el correcto.</p> <p><b>E3.</b> Pienso que si es el correcto.</p> <p><b>E4.</b> Si es el correcto</p> <p><b>E5.</b> No responde.</p>
<p>¿Qué fortalezas e inconvenientes cree que tuvo para resolver el problema?</p>	<p><b>E1.</b> Primero no entendía el problema, no sabía los fraccionarios y luego la profe nos explicó cómo hacerlo y aprendí.</p> <p><b>E2.</b> No entendía los problemas, aprendí las fracciones.</p>

	<p><b>E3.</b> No me acordaba de los fraccionarios y las operaciones, luego aprendí a sumar, restar y multiplicar y me sirvió para resolver los problemas.</p> <p>E4. Aprendí fraccionarios</p> <p>E5. No sabía resolver los problemas.</p>
--	--

Fuente: Elaboración propia.

### 7.2.1 Análisis Del Momento Dos.

Previo al análisis y resolución de problemas presentados en los instrumentos mencionados anteriormente, se desarrollan ejercicios referentes al tema, donde los estudiantes empiezan a recibir conocimientos y la vez poner en juego sus conocimientos previos, los cuales son orientados por el docente investigador, en ese momento ellos interactúan con el material didáctico que se diseña justo para ese momento, las actividades se relacionan con la identificación de objetos y fracciones, identificación del numerador, del denominador, y otras situaciones planteadas relacionadas con los números fraccionarios.

Posteriormente se hace la respectiva aclaración sobre los conceptos en los cuales los niños tienen una definición diferente del significado, tratando de acercarlos a la verdadera conceptualización, para esto se realizan actividades participativas, por ejemplo, saliendo al tablero y haciendo representaciones fraccionarias de forma práctica, entre otras actividades.

#### 7.2.1.1 Categoría Resolución De Problemas

##### 7.2.1.1.1 Subcategoría Familiarización Con El Problema (Miguel De Guzmán)

Para este momento los estudiantes empiezan por dividir el rectángulo en triángulos iguales tomando como referencia el de color verde para poder encontrar las fracciones que les habían solicitado en las preguntas del problema. Sin embargo, aún se nota que en otro tipo de problemas falta lectura de los enunciados para comprenderlos y así puedan tener claridad cuando se les pide que hacer en dicha situación.

Se observa que las falencias a la hora de resolver un problema también ocurren porque los estudiantes desconocen o no acostumbran a utilizar un modelo adecuado que les sirva de guía a la hora de abordar cualquier situación problematizadora.

Tal es el caso de los alumnos involucrados en esta investigación, los cuales no tienen en cuenta buscar algunas estrategias que les permita llegar a la solución del problema de una manera más acertada. Por esta razón en este momento se da a conocer las heurísticas de Miguel de Guzmán que abarca cuatro pasos para la resolución de problemas, entre ellos: familiarizarse con el problema, búsqueda de estrategias, revisar el proceso y sacar consecuencias, lo cual fue nuevo para ellos. Pasos que se consideran importantes porque permiten el reconocimiento y la manipulación de un problema.

De igual manera cuando se pregunta a los estudiantes que deben tener en cuenta para dar la respuesta, de forma general responden que deben leer bien el problema, conocer los datos y realizar operaciones; si bien, estos planteamientos son necesarios falta que el estudiante logre una contextualización de la situación para que pueda generar una mejor estrategia de solución.

De todas maneras, en este trabajo los estudiantes, se atreven a realizar imágenes o simplemente comprenden que no es necesario porque están dadas, pero buscan la forma de representar el problema, tratan de realizar las operaciones necesarias para encontrar la respuesta, aunque muchas veces puedan existir errores en los procedimientos realizados.

#### 7.2.1.1.2 Subcategoría Búsqueda De Estrategias.

Miguel de Guzmán, Citado por Ruiz (2018, Pag, 51) plantea lo siguiente:

“se puede hablar sobre diferentes formas de explorar y analizar el mismo. Podemos indicar las siguientes: esquemas, procesos de ensayo y error, utilizar un lenguaje adecuado, etc.”

Teniendo en cuenta lo expuesto por Miguel de Guzmán, los estudiantes solo proponen algunas estrategias básicas para la solución de los problemas; pues para la mayoría de los alumnos se les dificulta seguir este paso, tal vez porque en todas las actividades anteriores no se les había dado una instrucción sobre lo que hoy se está trabajando y entonces ellos solo pretendían encontrar la respuesta de forma inmediata, sin llevar a cabo un proceso secuencial organizado.

En otro planteamiento hecho por Miguel de Guzmán y citado por (Zamora 20017, pág., 13-14) sobre las estrategias propone: “seleccionar las más adecuadas de acuerdo con la naturaleza del problema, entre ellas: las más usuales son: Simplificación del problema,

concretándolo hasta tener la posibilidad de abordarlo, representación gráfica, organización y codificación”.

De nuevo se observa que cuando se trata de buscar estrategias que conlleven a la solución de los problemas, se evidencia que los estudiantes en su mayoría proponen leer el problema, El estudiante E1 y E2, mencionan, sacar datos, realizar operaciones y hacer un dibujo, lo cuales hacen parte de las estrategias, pero aún se necesitan de otras que también son fundamentales para resolver la situación.

Lo rescatable en este trabajo es que aunque los alumnos tengan dificultad para utilizar todos los recursos para resolver un problema, proponen como estrategia de solución la realización de operaciones y aunque no es lo único, se valora, debido a que con este proyecto se busca que por medio de la resolución de problemas los niños puedan aprender a manipular las operaciones con números fraccionarios, sin desconocer que el manejo de las operaciones básicas con números fraccionarios y su habilidad para desarrollarlas es de mucha importancia, “teniendo en cuenta que el cálculo es el instrumento de la matemáticas o el utensilio que se elige cuando se sabe qué hacer y que conseguir con él”.(Fernandez,2007,pag.12)

#### 7.2.1.1.3 Subcategoría De Desarrollo De La Estrategia

En este proceso de desarrollo de la estrategia, donde se considera que los estudiantes “deben elegir la mejor, regresar a la fase anterior y seleccionar otra estrategia o considerar nuevas estrategias que no había tenido en cuenta antes” ( De Guzmán, 2007) , pues no se evidencio que los chicos tuvieran en cuenta lo anterior , porque para ellos todos estos planteamientos son nuevos, lo único que entendieron es que deben leer bien el problema, pero aún no demuestran que tengan la capacidad o algunos la voluntad de querer hacer tales revisiones y encontrar otras estrategias adecuadas para la solución.

#### 7.2.1.1.4 Subcategoría Revisión Del Proceso

Como se dijo en la fase anterior, para los estudiantes describir los procesos utilizados en la resolución de los problemas, es algo nuevo para ellos, por lo tanto, mencionan algunas actividades que realizaron, pero no comentan el paso a paso de la estrategia utilizada para llegar a una solución.



Igualmente, no tienen la capacidad analítica para determinar si existen otros caminos que conlleven a encontrar la respuesta o si cree que el camino que escogió fue el mejor, solo se atreven a decir que hay otro camino, que no hay o que fue el correcto, pero en verdad es una respuesta escueta sin argumentos justificados que comprueben dichas afirmaciones.

Al final se identifica que los estudiantes hacen una pequeña autoevaluación en cuanto a sus fortalezas o debilidades y expresan que ahora existe una evolución en su aprendizaje, es decir en las operaciones básicas con números fraccionarios, y son conscientes de los conocimientos que van adquiriendo, pero la dificultad se enmarca siempre a la hora de comentar o describir los procesos.

En este momento se proponen ejercicios referentes al tema, donde los estudiantes a través de un taller empiezan a adquirir nuevos conocimientos y a la vez vincular sus ideas previas en los nuevos procesos de aprendizaje y con la orientación del docente los estudiantes interactúan con material didáctico real, en las diferentes actividades propuestas de la unidad didáctica.

A los alumnos les pareció interesante las actividades diseñadas en cada uno de los instrumentos, las cuales estaban propuestas para identificar el concepto de fracción desde un trabajo real. En dos de ellos se utilizaron las regletas de cuisinaire y unas tortas reales comestibles, pues se trataba de que fuera un trabajo práctico y atractivo para ellos; y así de esta manera se comienza a notar la superación de los obstáculos epistemológicos en los alumnos cuando se trata el tema de los números fraccionarios y reconocen que una fracción es una partición, pero no saben de donde proviene o que esta debe hacerse en partes iguales, por mencionar un ejemplo.

Hernández et al., (2009), citado por Díaz (2018. Pág. 51):

“Las nuevas estrategias didácticas deben apuntar hacia el pensador crítico, para que éste pueda fundamentar, argumentar y reconocer la validez y las limitaciones de sus productos, para ello, la resolución de problemas debe apuntar a este fin a través de la presentación de situaciones que permitan indagar y crear a los propios educandos, solamente así se logrará que el estudiante a través de las explicaciones logre demostrar el por qué eligió tal situación o metodología de resolución”.

También se puede evidenciar como los estudiantes van avanzando en la resolución de problemas, cuando se presenta y se aplica el modelo de Miguel de Guzmán, lo cual permite que los chicos se ajusten a dicha metodología, tomando acciones de familiarización del problema, búsqueda de diferentes estrategias, desarrollo de la estrategia y revisión del proceso realizado.

Se comienzan a vencer dificultades que presentaban en el primer momento, por lo que se logra obtener más confianza a la hora de enfrentar situaciones problemas presentadas, además de tener la capacidad para escoger los pasos que se deben tener en cuenta para llegar a la solución. Tal y como lo afirma De Guzmán 1995 cuando expresa que:

“una vez superadas las malas actitudes se ha de adquirir confianza, paz, tranquilidad y sin prisas, disposición de aprender y curiosidad, gusto en actividad mental y por el reto y atención a los posibles bloqueos (p. 31).”

En cuanto los estudiantes fueron teniendo en cuenta los pasos anteriores, se les facilitó la resolución de problemas para el aprendizaje de números fraccionarios, sobre todo cuando lograron comprender el concepto de fracción y todas sus componentes, hasta llegar al aprendizaje de las operaciones, lo cual les pareció importante el saber hacer cálculos matemáticos para poder afrontar cada situación. Es así como se fundamenta lo citado por Cárdenas y Caballero (2015) los cuales señalan que:

“La actividad de plantear/inventar/formular problemas parece oportuna por cuanto obliga a trabajar a los alumnos sobre el significado de los conceptos y/o procedimientos matemáticos o sobre la utilidad de estos” (p. 12)

Por otro lado, las actividades de planeación de los diferentes problemas fueron fundamentales ya que los estudiantes son más precavidos sobre la forma de cómo abordar el problema teniendo en cuenta los datos, creando algunas estrategias más válidas, en comparación con el primer momento.

Se verifica que la teoría llevada a la práctica es más eficiente toda vez que los estudiantes sienten más satisfacción a la hora de desarrollar ciertas actividades y más aún cuando son niños menores de once años.

Es importante, para este momento tener la oportunidad de introducir a los estudiantes de manera gradual la importancia de generar planes de acción o estrategias antes de dar respuestas al problema o a ejercicios propuestos, hacer revisiones constantes de las acciones realizadas, haciendo énfasis en las de mayor dificultad, también se recomienda a los estudiantes que hagan la verificación de los procedimientos y respuestas, para lograr mejores resultados y aprendizajes.

En este momento de la unidad didáctica, cabe resaltar el avance paulatino que va surgiendo en los niños, las estrategias metacognitivas y la disposición de los estudiantes, se observa una actitud de conciencia frente a la autorregulación de sus procesos de aprendizaje, se puede notar que ya existe una comprensión mejor de los problemas, en la mayoría de los estudiantes, y el aprendizaje de las operaciones básicas con los números fraccionarios.

La incidencia de la resolución de problemas en la superación de los obstáculos epistemológicos sobre las operaciones básicas con números fraccionarios, empieza a tener un aporte significativo en el proceso de aprendizaje de las fracciones, debido a que los estudiantes observaron la aplicación que tienen estos números incluidas las operaciones en la vida diaria y lograron reconocer la importancia de aprender a realizar, la suma, la resta, la multiplicación y la división. Además de lograr un avance en la generación de pensamiento crítico para resolver problemas orientados desde el modelo expuesto por Miguel de Guzmán, en su contexto social y en otras situaciones donde haya la necesidad. Además, se observó que existe una mayor motivación cuando se hace evidente la aplicación de un procedimiento a cuando solo se presenta un ejercicio para desarrollar sin conocer su función.

### 7.3 MOMENTO TRES (REENFOQUE)

En este momento se implementó un instrumento donde se analizó acerca de la efectividad en la implementación de los procesos que se deben tener en cuenta para la resolución de problemas los cuales fueron utilizados como estrategia para el aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios. También esta actividad permitió identificar la superación de los obstáculos epistemológicos que presentaron los estudiantes antes de la ejecución de la unidad didáctica.

Tabla 6 Instrumento cinco. Realizamos una ensalada de frutas para contextualizar la resolución de problemas con números fraccionarios

<b>PREGUNTA</b>	<b>RESPUESTAS</b>
<p>¿Entiendes de qué se trata el problema que debes resolver? Explícalo con tus palabras.</p>	<p><b>E1.</b> Se trata de los números fraccionarios, las cantidades de frutas que utilizaron para hacer el ejercicio de los números fraccionarios que realizamos en la ensalada.</p> <p><b>E2.</b> No responde.</p> <p><b>E3.</b> Se trata de las cantidades de fruta que utilizamos para nuestra ensalada, debían representarse en fracciones.</p> <p><b>E4.</b> Si lo entiendo, se trata de números fraccionarios.</p> <p><b>E5.</b> El problema se trata de la ensalada de frutas y las fracciones que cada uno de nosotros nos comimos.</p>
<p>b. ¿Sabes cuáles son los datos que te proporciona el problema? Enuméralos</p>	<p><b>E1.</b> a. las cantidades de las frutas b. Los números fraccionarios que realizamos en la ensalada.</p> <p><b>E2.</b> No responde.</p> <p><b>E3.</b> Las cantidades de las frutas como el mango, kiwi, manzana, banano, papaya.</p> <p><b>E4.</b> Si se</p> <p><b>E5.</b> Las cantidades que utilizamos en la ensalada.</p>
<p>c. Representa el problema en fracciones</p>	<p><b>E1.</b> <math>1/8</math> de manzana y <math>2/15</math> de mango</p> <p><b>E2.</b> No responde.</p> <p><b>E3.</b> <math>15/3</math> de banano, <math>8/4</math> de manzana.</p> <p><b>E4.</b> <math>2/2</math> y <math>2/1</math></p> <p><b>E5.</b> <math>2/8</math> de kiwi, <math>2/8</math> de manzana.</p>

<p>d. Construye la representación gráfica del problema</p>	<p><b>E1.</b> Dibujó las frutas y las dividió en las partes que mencionaba el problema.</p> <p><b>E2.</b> No responde.</p> <p><b>E3.</b> Realiza un dibujo de las frutas y las divide de acuerdo a la cantidad indicada.</p> <p><b>E4.</b> No responde.</p> <p><b>E5.</b> El estudiante divide las frutas en las cantidades indicadas.</p>
<p>e. Enumera las estrategias que usarás para resolver el problema</p>	<p><b>E1.</b> Leer bien el problema, familiarizarse con el problema para resolverlo, Hacer operaciones con fraccionarios.</p> <p><b>E2.</b> No responde.</p> <p><b>E3.</b> Leer los problemas con atención, entender los problemas, elaborar un dibujo buscar estrategias.</p> <p><b>E4.</b> leyendo escribiendo.</p> <p><b>E5.,</b> leer el problema, plantear el problema en operaciones.</p>
<p>f. De las estrategias enumeradas selecciona una o dos que consideres pueden resolver mejor el problema.</p>	<p><b>E1.</b> Leer bien el problema para entenderlo.</p> <p><b>E2.</b> No responde.</p> <p><b>E3.</b> Entender bien el problema y buscar estrategias.</p> <p><b>E4.</b> leyendo.</p> <p><b>E5. Leer</b> bien el problema, realizar operaciones.</p>
<p>g. ¿Estás seguro de que esas son las mejores estrategias? ¿Por qué? Si no lo son, regresa al numeral e y selecciona</p>	<p><b>E1.</b> Si estoy seguro porque si leo bien el problema puedo resolverlo.</p> <p><b>E2.</b> No responde.</p> <p><b>E3.</b> Si estoy seguro con la estrategia.</p>

<p>otras estrategias o proponga unas nuevas que mejor resuelvan el problema.</p>	<p><b>E4.</b> Si estoy seguro</p> <p><b>E5.</b> Esas son mejores estrategias para resolver los problemas.</p>
<p>h. ¿Cuál es la respuesta al problema? Explica como lo resolviste.</p>	<p><b>E1. Problema1.</b></p> <p><b>R1.</b> La fracción que representa las cantidades de fruta de mi ensalada son: <math>\frac{2}{12}</math> de banano, <math>\frac{2}{15}</math> de Papaya, <math>\frac{3}{12}</math> kiwi, <math>\frac{1}{8}</math> de manzana, <math>\frac{1}{8}</math> de lechera.</p> <p><b>R2.</b> <math>\frac{8}{12}</math> de banano fue las cantidades que utilizaron.</p> <p><b>R3.</b> El total de las frutas que conformaron mi ensalada fueron</p> <p><b>R4.</b> La diferencia es de <math>\frac{1}{12}</math> de banano</p> <p>La resolví con los números fraccionarios de la ensalada que hicimos en la escuela.</p> <p><b>Problema 2.</b></p> <p><b>R.</b> <math>\frac{1}{6}</math> le corresponde a cada tipo de flores.</p> <p>Lo resolví diciendo las fracciones de la cantidad de terreno y los tipos de flores.</p> <p><b>E2. Problema 1.</b> Las fracciones que representan las partes que me comí de fruta son.</p> <p><b>R1.</b> <math>\frac{5}{12}</math> de kiwi, <math>\frac{2}{12}</math> de banano, <math>\frac{1}{15}</math> de papaya, <math>\frac{1}{8}</math> de manzana, <math>\frac{4}{15}</math> de mango y <math>\frac{1}{8}</math> de lechera.</p> <p><b>R2.</b> <math>\frac{8}{12}</math> de banano</p> <p><b>R3.</b> El total fue</p> <p><b>R4.</b> La diferencia <math>\frac{1}{12}</math></p>

**Problema 2 .** No lo hizo.

**E3. Problema 1.**

**R1.** La cantidad de frutas que comí en la ensalada fue  $\frac{2}{12}$  de banano,  $\frac{2}{12}$  de Kiwi,  $\frac{3}{15}$  de papaya, de mango  $\frac{3}{15}$ ,  $\frac{1}{8}$  de lechera.

**R2.-** De 12 porciones los niños comieron 8 porciones,  $\frac{8}{12}$ .

**E4. Problema1. R3.** El total de los pedazos de frutas de mi ensalada fueron

**R4.** La diferencia es  $\frac{1}{12}$

**Problema 2.** La parte que le corresponde a cada tipo de flor es de  $\frac{3}{18}$ .

El problema lo resolví haciendo una división.

**R1.** La cantidad de porciones fueron  $\frac{2}{12}$  de banano,  $\frac{1}{15}$  de papaya,  $\frac{2}{12}$  de kiwi,  $\frac{1}{8}$  de manzana,  $\frac{1}{15}$  de mango,  $\frac{1}{8}$  de lechera.

**R2.**  $\frac{8}{12}$

**R3.** El total de frutas de mi ensalada fueron

**R4.** Sobró 1

**Problema 2.**

**R.** A cada flor le corresponde un pedazo de tierra.

**E5. Problema 1.**

**R1.** Para mi ensalada utilicé,  $\frac{2}{8}$  de kiwi,  $\frac{3}{8}$  de papaya,  $\frac{2}{8}$  de banano,  $\frac{2}{8}$  de mango,  $\frac{3}{8}$  de manzana.

**R2.** Fueron utilizadas  $\frac{8}{12}$  partes de banano.

	<p><b>R3.</b> El total de porciones de fruta que escogí para mi ensalada fueron</p> <p><b>R4.</b> La diferencia es de <math>1/12</math> de banano.</p> <p>Lo resolví utilizando los números fraccionarios, la suma, la resta.</p> <p><b>Problema 2</b></p> <p><b>R.</b> Le corresponde a cada flor <math>3/18</math>.</p> <p>Lo resolví haciendo una división de fracciones.</p>
<p>i. ¿Crees que el resultado es el correcto? ¿Por qué?</p>	<p><b>E1. Problema 1.</b> Si porque de acuerdo con las operaciones no existe otras formas de resolverla muy bien.</p> <p><b>problema 2.</b> Si es correcto porque se soluciona dividiendo.</p> <p><b>E2.</b> No responde.</p> <p><b>E3.</b> Si porque realicé bien las operaciones.</p> <p><b>E4.</b> Porque si es correcto.</p> <p><b>E5.</b> Si porque pude hacer bien las operaciones.</p>
<p>j. ¿Podría existir otro resultado al problema? Explica</p>	<p><b>E1.</b> No, porque hasta el momento no se puede representar de otra forma.</p> <p><b>E2.</b> No responde.</p> <p><b>E3.</b> Pienso que no puede existir otro resultado.</p> <p><b>E4.</b> No existe otro problema</p> <p><b>E5.</b> Pienso que no puede existir otro resultado.</p>

Fuente: Elaboración propia.



### 7.3.1 Análisis Del Momento Tres

#### 7.3.1.1 Categoría Resolución De Problemas

##### 7.3.1.1.1 Subcategoría Familiarización Con El Problema (Miguel De Guzmán)

En este instrumento se evidencia que los estudiantes trabajan de manera más participativa, la mayoría de ellos comprenden la situación problema planteada.

Con esta actividad se notó como los estudiantes van recordando el concepto de fracción, también realizaron algunas operaciones que se les había solicitado.

Se observa que el estudiante E1 y el estudiante y el estudiante E3 son los que tratan de hacer una descripción más exacta sobre el objetivo del problema, los otros estudiantes, aunque entienden que el interés de la actividad era el aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios, no hacen una buena descripción.

También se puede notar que aún se les dificulta extraer todos los datos que contiene un problema y la mayoría de las estudiantes hicieron la representación gráfica y numérica utilizando los números fraccionarios

##### 7.3.1.1.2 Subcategoría Búsqueda Y Desarrollo De Estrategias

En la búsqueda de estrategias y elección de las mejores los estudiantes todavía demuestran dificultad para buscar una u otra y utilizar la más conveniente, pero se observa que tiene el interés para hacerlo; para ellos la mejor estrategia sigue siendo leer bien el problema, entenderlo; otros estudiantes describen como estrategia los pasos generales que se deben tener en cuenta para resolver un problema. Así mismo afirman que están seguros de que son las estrategias apropiadas para llegar a la solución.

De los cinco niños analizados 4 dan respuestas correctas de los problemas formulados, también dan una breve explicación de cómo lo resolvieron.

##### 7.3.1.1.3 Revisión Del Proceso

Los estudiantes aseguran que los resultados obtenidos son correctos porque consideran sus respuestas correctas, también piensan que no existe otro resultado al problema.

Como se dijo anteriormente los niños tienen dificultades a la hora de describir los pasos que utilizó para llegar a la solución o reflexionar sobre el ejercicio y analizar si existen otros posibles resultados.

Para estas actividades de la unidad didáctica se observa que los estudiantes E1 y E3 son estudiantes con buenas capacidades, su participación fue muy activa en las clases, el estudiante E2 y el estudiante E5, tiene capacidades, comprende el tema, realiza bien los ejercicios, pero son apáticos a la escritura, el estudiante E4 aun en este momento presentan muchas dificultades de comprensión e interpretación de los problemas propuestos.

Haciendo una comparación con el momento de ubicación de la unidad didáctica, se puede establecer que hubo un avance significativo en la mayoría de los estudiantes, tanto en los procesos cognitivos como procedimentales.

Blanco, Cárdenas y Caballero (2015) señalan que: “La actividad de plantear/inventar/formular problemas parece oportuna por cuanto obliga a trabajar a los alumnos sobre el significado de los conceptos y/o procedimientos matemáticos o sobre la utilidad de los mismos”

Al ser contextualizada la actividad, lo primero que se observa es la motivación de los niños, todos estaban ansiosos de mirar cómo se podía aprender los números fraccionarios a través de una ensalada de frutas, así que la participación fue total, logrando entender el concepto de fracción y las operaciones, ya que tuvieron la oportunidad de resolver el problema desde lo práctico, algo, que sin duda les ayudará a desarrollar habilidad para resolver problemas donde se involucran las operaciones básicas de los números fraccionarios.

Tamayo 2016 afirma: “Que las unidades didácticas se conjugan en saberes prácticos y disciplinares, además de constituirse en un punto de partida para los profesores, en la medida en que los éstos deben planear la enseñanza con base en sus conocimientos previos y de sus estudiantes en el conocimiento de los contextos en los cuales se realiza la experiencia educativa y el conocimiento disciplinar enseñado”

De esta manera una vez más se evidencia que la planificación de la unidad didáctica basada en resolución de problemas, la contextualización de la misma, la práctica y otros, estimulan al estudiante al querer aprender, y es notable como se va desarrollando habilidades para

solucionar problemas, toda vez que los niños empiezan a reconocer los pasos que sirven de guía para el buen desarrollo de cada situación, tales como los citados por Miguel de Guzmán.

Por otro lado, al contextualizar la actividad los estudiantes notaron la importancia de aprender operaciones, puesto que sin ellas no podían encontrar los resultados requeridos. Aunque siguen existiendo dificultades en los procesos, se nota que ahora tienen el interés por mejorar en cada paso que debe tenerse en cuenta para desarrollar un problema y la utilización de las operaciones con números fraccionarios.

Schoenfeld citado por (Becerra, Sarmiento, 2017, pág. 2), de acuerdo con sus investigaciones propone: “En su concepto [2], no es suficiente con que el alumno conozca estrategias, es tal vez más importante que participe en experiencias relacionadas con el cuándo y cómo utilizarlas”.

En este momento de reenfoque se pudo evidenciar que los diferentes instrumentos aplicados en la unidad didáctica fueron efectivos en muchos de los procesos que deben ser tenidos en cuenta al desarrollar un problema donde se involucran las operaciones básicas con números fraccionarios. También se puede observar que existió superación de los obstáculos epistemológicos sobre el concepto de fracción, su conformación o reconocimiento de los términos, la representación gráfica, fracciones equivalentes; la poca claridad que existía sobre las fracciones propias e impropias y la realización de operaciones, por ejemplo, al realizar una suma o una resta con fracciones heterogéneas. De lo cual finalmente se pudo notar que existió mayor claridad en estos aspectos.

De nuevo para el momento de reenfoque se presentó un instrumento con un problema donde los estudiantes fueron protagonistas de esta actividad por lo cual existió un impacto positivo en ellos, lo cual logró despertar aún más el interés de los niños sobre el aprendizaje de las fracciones y sus operaciones básicas, pues veían la importancia del conocimiento ya que este se desprendía de algo tangible para ellos, recordando que para esta actividad se realizó una ensalada de frutas con la cual se logró que los estudiantes quisieran aprender las operaciones de suma y resta que son la que a ellos les parecen más complicadas.

El grupo de niños analizados aun siendo menores de once años desde ya empiezan a considerar que para realizar un problema es necesario estar familiarizado con el enunciado del problema a resolver, buscar estrategias adecuadas, verificar los resultados, etc. Todo esto porque la metodología empleada en la unidad didáctica les pareció interesante, en comparación a la forma anterior como se proponían los problemas, donde no se utilizaba la parte práctica o contextualizada.

Se observa que los niños tuvieron en cuenta la participación del docente como orientador y su papel mediador y motivador, buscando el cumplimiento de los objetivos propuestos en esta investigación.

De este modo se cumple lo expuesto por Salanova (2008) citado por Lobo (2016), Diaz (2018, pag.74) donde expresa que: “el profesor debe plantearse un triple objetivo en su acción motivadora: Suscitar el interés, dirigir y mantener el esfuerzo, y lograr el objetivo de aprendizaje prefijado. Esto indica que toda motivación debe culminar en un logro, entendiéndose como logro alcanzar el objetivo propuesto” (p.10).

De tal manera se logra evidenciar un progreso significativo en diferentes elementos que hacen parte del proceso formativo, existe un cambio de actitud en la mayoría de las estudiantes lo cual se puede considerar de mucha importancia en los procesos de aprendizaje y aunque aún existan muchas dificultades, los alumnos demostraron disposición de querer aprender. De este proceso de la investigación se generan muchos aspectos positivos, ya que se ha logrado despertar otros intereses en el estudiante en lo relacionado con las fracciones y la resolución de problemas como una posible incidencia para lograr el aprendizaje de las operaciones básicas. Cabe recordar que todas las actividades planeadas estuvieron direccionadas por medio del modelo de Miguel de Guzmán.

De esta manera y en contraste con lo anterior se retoma lo expresado por algunos autores los cuales afirman lo siguiente: “Los alumnos y las alumnas deben aprender matemáticas utilizándolas en contextos funcionales relacionados con situaciones de la vida diaria, para adquirir progresivamente conocimientos más complejos a partir de las experiencias y los conocimientos previos”. (Decreto, 2007, p. 7909). Citado por Blanco y Cárdenas (2015, pág. 32).

Para el momento de reenfoque también se implementó una entrevista semiestructurada donde se analizó acerca de la efectividad en la implementación de los procesos planeados en la unidad didáctica, sobre el aporte de la resolución de problemas en el aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios. Con esta entrevista también se pudo verificar si hubo superación de los obstáculos epistemológicos, si hubo aceptación positiva de las fases planteadas para resolver un problema, si la implementación de la unidad didáctica le ayudó a tener nuevas opciones para el aprendizaje de las fracciones y sus operaciones básicas y se pregunta si le gustó la metodología empleada para resolver problemas.

Ante las preguntas realizadas en la entrevista, descritas a groso modo en el párrafo anterior, los estudiantes responden de forma positiva; aunque, de nuevo, se observa en sus respuestas que falta en los niños mayor habilidad para expresar lo que quieren decir, pero se puede entender con los trabajos de las actividades anteriores que si hubo un avance en el aprendizaje de los números fraccionarios, y superación de obstáculos epistemológicos, por ejemplo antes los estudiantes, desconocían o no se acordaban del nombre que recibe cada término de la ración y su significado, obstáculo que se verificó que fue superado en este proceso en la mayoría de los estudiantes y de esta manera se pudo constatar que fueron superados otros obstáculos que impedían que se lograra el aprendizaje de las operaciones básicas en fracciones.

En el momento tres se pudo evidenciar que los diferentes instrumentos aplicados en la unidad didáctica tuvieron efectividad en el proceso de aprendizaje de los niños, el grupo analizado consideró que es necesario estar familiarizado con el problema, buscar una adecuada estrategia, ponerla en práctica y verificarla, para estar seguro de su resultado. Además de parecerles interesante la metodología empleada, en comparación como antes resolvían los problemas formulados.

De igual forma se deduce que los estudiantes tuvieron en cuenta el papel desempeñado por el docente hacia la consecución de la meta, pues fue el mediador ante los objetivos de la investigación.

De este modo se cumple lo referenciado por, Berasaluce, Piré & Ramos (2014) “El buen profesor guía todo el proceso de aprender de cada uno de sus alumnos: diagnostica los

problemas, formula metas, ayuda en las dificultades que surgen, evalúa lo aprendido y reorienta en los casos de mal aprendizaje. Enseñar es también y sobre todo guiar al que aprende, para que pueda aprender más y mejor. Ser guía o consejero del aprender implica orientar a los alumnos en la realización de su trabajo. Capacitarles para que aprendan por sí mismos, para que aprendan a aprender y para que aprendan a pensar.” (pág. 10).

En general se analiza que los procesos aplicados mediante las fases que ofrece el modelo de Miguel de Guzmán, adaptadas de tal manera que respondieran al contexto escolar del estudiante, a sus necesidades y fundamentos teóricos del aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios, fueron empleadas exitosamente. La incidencia de la resolución de problemas en la superación de los obstáculos epistemológicos sobre las operaciones básicas con números fraccionarios fue notoria ya que tuvo un aporte significativo en el proceso de aprendizaje de las fracciones, debido a que los estudiantes observaron la aplicación que tienen estos números incluidas las operaciones en la vida diaria y lograron reconocer la importancia de aprender a realizar, la suma, la resta, la multiplicación y la división. Además de lograr un avance en la generación de pensamiento crítico para resolver problemas orientados desde el modelo expuesto por Miguel de Guzmán, en su contexto social y en otras situaciones donde haya la necesidad. Además, se observó que existe una mayor motivación cuando se hace evidente la aplicación de un procedimiento a cuando solo se presenta un ejercicio para desarrollar sin conocer su función.

Y finalmente en el desarrollo de habilidades metacognitivas empleando el modelo de Miguel de Guzmán en la resolución de problemas, favoreció la planeación, monitoreo y control en el estudiante al no ser un método netamente algorítmico, ofreciendo diferentes caminos en la resolución de problemas en operaciones con fracciones, de este modo los estudiantes a partir de las necesidades de las diferentes actividades, planearon y tomaron una decisión para armar su estrategia particular, lo que conllevó a fortalecer su aprendizaje desde la puesta en práctica de lo que se quiere resolver y aprender. Haciendo de esta manera notoria la incidencia de la resolución de problemas en la superación de obstáculos epistemológicos que se presentan en el aprendizaje de las fracciones, y sus operaciones básicas.

## 8 CONCLUSIONES

Con la investigación realizada y el análisis de las subcategorías implementadas durante los tres momentos de la unidad didáctica; se puede concluir lo siguiente:

Los principales obstáculos epistemológicos que presentaron los estudiantes en este proceso investigativo con respecto al aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios inciden en : desconocimiento del concepto de fracción, no hay un reconocimiento claro de los términos de la fracción( numerador y denominador), poca claridad en la equivalencia de las fracciones , representación gráfica, verbal o escrita; hay confusión en las fracciones impropias por lo que en su representación se utiliza más que la unidad y también hay confusión al realizar operaciones por ejemplo en el caso de la suma y la resta cuando se trata de fracciones heterogéneas.

Estos obstáculos fueron superados en su mayoría, mediante la aplicación de la unidad didáctica, utilización de elementos didácticos, acompañamiento del docente, utilizando nuevas propuestas expuestas por diferentes investigadores como el modelo de Miguel de Guzmán, logrando que el estudiante realizara autorregulación en cada una de las actividades y a su vez fuera adquiriendo un mayor conocimiento.

El diseño de la unidad didáctica permitió salir de la planeación tradicional del docente, construyendo un nuevo “producto” en el cual estaban consignados otros estilos de enseñanza permitiendo que los estudiantes pudieran obtener otros estilos de aprendizaje. La interacción con el material didáctico preparado de forma exclusiva para la investigación, ejercicios matemáticos, formulación de problemas auténticos de situaciones reales, fueron situaciones que lograron estimular a los niños por el querer aprender matemáticas, ya que éstas se volvieron atractivas y significativas para estos ellos.

La incidencia de la resolución de problemas en la superación de los obstáculos epistemológicos sobre las operaciones básicas con números fraccionarios fue notoria ya que tuvo un aporte significativo, en el proceso de aprendizaje de las fracciones, debido a que los estudiantes observaron la aplicación que tienen estos números incluidas las operaciones en la vida diaria y lograron reconocer la importancia de aprender a realizar, la suma, la resta,

la multiplicación y la división. Además de lograr un avance en la generación de pensamiento crítico para resolver problemas orientados desde el modelo expuesto por Miguel de Guzmán, en su contexto social y en otras situaciones donde haya la necesidad. Además, se observó que existe una mayor motivación cuando se hace evidente la aplicación de un procedimiento a cuando solo se presenta un ejercicio para desarrollar sin conocer su función.



## 9 RECOMENDACIONES

Con este proyecto de investigación existieron logros importantes en cuanto al avance y cumplimiento de los objetivos, los resultados de este trabajo así lo demuestran, entre los aspectos positivos presentados por los estudiantes se observan los siguientes: disposición por querer aprender, buena actitud en las clases de matemáticas y autorregulación del proceso de aprendizaje y superación de los obstáculos epistemológicos.

Teniendo en cuenta lo anterior se hacen las siguientes recomendaciones:

Actualizar las metodologías de enseñanza por parte de los docentes, vinculando nuevas estrategias que propicien la estimulación de los estudiantes, entre ellas se puede tener en cuenta la implementación de unidades didácticas, estructurándolas desde el diseño de instrumentos, donde prevalezca la resolución de problemas auténticos que generen motivación en los alumnos.

Es necesario enseñar operaciones matemáticas desde la resolución de problemas, ya que de esta manera se puede contextualizar la enseñanza de un tema específico y los estudiantes pueden ver la aplicación de cada proceso y por consiguiente se vuelven conscientes de la necesidad del aprendizaje algorítmico.

También se recomienda incorporar en los planes de enseñanza los procesos de regulación metacognitiva para el desarrollo de las clases, el diseño de material práctico y preciso, proponer situaciones problémicas de matemáticas utilizando un lenguaje natural y cercano al estudiante, de acuerdo al contexto y los conocimientos previos que posee.

Tener en cuenta las ideas previas de los estudiantes a la hora de hacer la planeación de una clase, ya que de esta manera se pueden generar estrategias que logren construir un conocimiento más participativo.

## 10 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Cortina, Zúñiga, & Visnovska, (2013). La equipartición como obstáculo didáctico en la enseñanza de las fracciones. Recuperado de:  
[http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-58262013000200002](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262013000200002).
- Freudenthal, H. (1983), *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*,
- Perera Dzul & Valdemoros (2007). Propuesta Didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación Primaria. Recuperado de:  
[http://funes.uniandes.edu.co/1174/1/674\\_Propuesta\\_Didctica\\_Asocolme2010.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1174/1/674_Propuesta_Didctica_Asocolme2010.pdf)
- Perera, P. y M. Valdemoros (2002), “Manipulative help in verbal sharing out continuous and discrete wholes problems solving”, *Proceedings of the 26<sup>th</sup> Conference of the International*.
- Thompson, P.W. y L.A. Saldanha (2003), “Fractions and Multiplicative Reasoning”,
- Utemvirtual.cl. Teoría de la instrucción de Bruner. Recuperado de:  
[http://www.utemvirtual.cl/plataforma/aulavirtual/assets/asigid\\_745/contenidos\\_arc/39247\\_bruner.pdf](http://www.utemvirtual.cl/plataforma/aulavirtual/assets/asigid_745/contenidos_arc/39247_bruner.pdf)
- Gonzales, M. & Paniagua, C: Interpretación de problemas matemáticos, Pag.4. Medellín: Instituto Tecnológico Metropolitano.
- Rodríguez, M (1991): unidades didácticas y el aprendizaje del profesor, signos teoría y práctica de la educación pp. 4-13
- Cortés A. y García G (2017). Revista interamericana de investigación, educación y pedagogía. Recuperado de: <http://revistariiep.com/wp-content/uploads/2018/02/vol10-num1-06.pdf>
- Cuicas, M. (1999). Procesos Metacognitivos desarrollados por los alumnos cuando resuelven problemas matemáticos. *Enseñanza de la Matemática*, 8(2), 21-29

Pérez J y Ramírez R. ( 2008) Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos. Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Instituto Pedagógico de Caracas. Recuperado de: Pérez, Y. y Ramírez, R. (2008).

Desarrollo instruccional sobre estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos dirigido a docentes de primer grado de Educación Básica. Caso Colegio San Ignacio. Tesis de posgrado no publicada, Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Caracas,

Vilanova, Silvia; y otros (2007). La Educación Matemática. El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje.

Becerra, S & Sarmiento, Benavides (2017): Nuevas perspectivas para la enseñanza de la resolución de problemas de Cálculo a estudiantes. Universidad Tecnológica de Pereira.

Blanco, L; Cárdenas, J & Caballero, A. (2015): La resolución de problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de primaria.

Zamora, J. Santiguada M. (2017): Propuesta de método de resolución de problemas matemáticos en educación primaria.

Tibaduiza, J (2016): Enseñanza-Aprendizaje de los números fraccionarios en estudiantes del grado quinto. Universidad Nacional de Colombia. Manizales Colombia.

Hernández, S. (2014): Metodología de la investigación. Primera edición. Universidad de Extremadura. Cáceres España.

Barrantes, H. (2006): Los obstáculos epistemológicos. Cuadernos de investigación y formación en Educación Matemática. Escuela de ciencias Exactas y Naturales. UNED.

Sánchez, J. (2018): Trabajo de Grado: Resolución de problemas con operaciones de fraccionarios a partir de la implementación de objetos virtuales basados en páginas interactivas de uso libre. Universidad Autónoma de Manizales. Manizales Colombia.

- Tamayo Álzate, O. (2014): Pensamiento crítico dominio específico en la didáctica de las ciencias. Universidad de Caldas. Universidad Autónoma de Manizales.
- Pólya, G (1945): Cómo plantear y resolver problemas. Versión autorizada en español. Impreso en México.
- Chávez, F., (2017). Estrategias de regulación metacognitiva: su contribución a la construcción del concepto de fracción desde el significado: relación parte todo. Universidad Autónoma de Manizales. Trabajo de grado.
- Días, R. M., (2018). **Procesos de Regulación Metacognitiva en la Resolución de Problemas, para el Aprendizaje de las Razones Trigonométricas.** Universidad Autónoma de Manizales Colombia. Trabajo de grado.
- Orrego, M., Tamayo, A. O., Ruiz, F. J., (2016), Unidades Didacticas para la Enseñanza de las Ciencias.Universidad Autónoma de Manizales. Manizales Colombia.
- Stewart, I. (2007), Historia de las Matemáticas en los últimos 10.000 años. Recuperado de :[www.librosmaravillosos.com](http://www.librosmaravillosos.com). Preparado por Patricio Barros.
- Hurtado, M. E. (2012), Una propuesta para la enseñanza de las fracciones en el grado sexto. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá Colombia.
- Fernandez, B. A. (2007), Aprender Matemáticas. Metodología y Modelos Europeos. Ministerio de Educación y Ciencia. Centro de Enseñanza Superior Don Bosco. Madrid España.
- Alvarez, T. O. (2013), Las unidades Didacticas en la enseñanza de las ciencias Naturales, Educación ambiental y Pensamiento lógico Matemático.Universidad San Buena Ventura. Bogotá Colombia.
- Andrade, E. C. (2011), Obstáculos didácticos en el aprendizaje de la matemática y la formación de docentes.Comité Latinoamericano de matemática Educativa A. C. Colombia.
- [Funes.uniandes.edu.co/5056/1/escobarObstaculosALME2011.pdf](http://Funes.uniandes.edu.co/5056/1/escobarObstaculosALME2011.pdf)

- Gómara. I. (2015), La resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria. Universidad de la Rioja. Logroño España.
- Beresaluce R.; Peiró S. & Ramos C. (2014), El profesor como guía-orientador. Un modelo docente. Departamento de Didáctica General y Didácticas Específicas. Universidad de Alicante.
- Hidalgo. S. Maroto A. Y Palacios. A. (2004). ¿Por qué se rechazan las matemáticas). Análisis Evolutivo y Multivariante de Actitudes relevantes hacia las matemáticas. Universidad de Valladolid. España.
- Pernia. D., Sanchez, M. & Mora. M. (2014), Dificultades y Obstáculos en la Didáctica de la Matemática en el Subsistema de Educación Básica. Universidad de los Andes. Táchira Venezuela.
- Guía de Aprendizaje 4, y 5, Matemáticas. Escuela Nueva. MEN (2016). Bogotá Colombia.

## 11 ANEXOS

ANEXO A Formato de unidad didáctica. La resolución de problemas: una estrategia didáctica en el desarrollo de habilidades metacognitivas para el aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios

Momento	Objetivos	Actividades	Propósito	Descripción de las actividades	Tiempo
<b>Ubicación</b>	Identificar las ideas previas que tienen los estudiantes para resolver problemas con números fraccionarios	<b>Actividad 1:</b> Identificación de las ideas previas sobre la resolución de problemas teniendo en cuenta los conceptos básicos de las fracciones.	Demostrar la forma como los estudiantes resuelven problemas con las operaciones básicas de números fraccionarios y como definen ellos el concepto de fracción, se podrá evidenciar si existe o no un acercamiento a lo que significa la fracción en el contexto matemático o si hay ausencia total de ello.	Se realiza la aplicación del instrumento uno el cual comprende lo siguiente:  Se formulan cinco problemas con números fraccionarios, adaptados y contextualizados, donde se requiere que el estudiante identifique el concepto de fracción y algunas operaciones básicas.  Ver Anexo 2	2 horas de clase (120 minutos)

<p><b>Desubicación:</b></p>	<p>Exponer a los estudiantes los pasos formulados por Miguel de Guzmán para resolver problemas y su influencia en la resolución de estos, cuando se involucran las operaciones con números fraccionarios.</p>	<p><b>Actividad 1:</b> Concepto de fracción y las operaciones básicas.</p>	<p>Afrontar la solución de los obstáculos epistemológicos que presentan los estudiantes con respecto a la forma de realizar operaciones básicas con números fraccionarios. (RUIZ, 2018, pag.84)</p> <p>Este instrumento también permite averiguar los planteamientos que utilizan los estudiantes hechos por De Guzmán a la hora de resolver un problema. Por ejemplo, en la búsqueda de estrategias o planteamiento del problema: se puede verificar si el estudiante selecciona las más adecuadas, como representa</p>	<p>Se realiza a través del instrumento dos, con el cual se pretende recordar el concepto de fracción y también dar conocer los pasos formulados por Miguel de Guzmán para la resolución de problemas</p> <p>En esta actividad se van a utilizar tortas originales con el fin de contextualizar el concepto de fracción y que los estudiantes hagan representaciones en fracciones de las partes de torta que repartieron, reconozcan los términos de la fracción y posteriormente den</p>	<p>3 horas de clases (180 minutos)</p>
-----------------------------	---	--	--	---	--

			<p>el problema, cuál es su organización, si reconoce los datos, el origen, etc.</p> <p>En el desarrollo de las estrategias, se puede comprobar si los estudiantes han escogido las más acertadas para llegar a la solución de dicho problema, o tienen la capacidad de volver a planear otra que consideren más apropiada.</p> <p>En la revisión del proceso, se tiene en cuenta, si cuando finaliza el problema, se reflexiona sobre la realización de este, analizando las situaciones llevadas a cabo para la solución y si existen otras</p>	<p>respuesta a los interrogantes formulados.</p> <p>Ver Anexo 3</p>	
--	--	--	--	---	--



			<p>posibilidades que conlleven también a la solución de los mismos.</p> <p>por último, se puede evaluar, si se utilizan conocimientos propios, o si surgen nuevos conocimientos y estrategias concretas para resolver problemas.</p>		
		<p><b>Actividad 2</b></p> <p>Resolución de problemas con números fraccionarios</p>	<p>Obtener evidencias del progreso conceptual de los estudiantes, aplicando los pasos formulados por Miguel de Guzmán para la resolución de problemas y examinar el avance en las habilidades metacognitivas de los mismos.</p>	<p>Se implementará el instrumento tres llamados “Verifiquemos los conceptos de las fracciones utilizando regletas” aquí los estudiantes harán uso de las regletas de cuisinaire para representar las fracciones. Una vez más, entonces, los</p>	<p>2 horas de clase (120 minutos)</p>

				<p>estudiantes podrán verificar y deducir de donde provienen los números fraccionarios, luego harán las representaciones en el cuaderno, y tendrán en cuenta las clases de fracciones que existen.</p> <p>Ver anexo 4</p>	
		<p><b>Actividad 3</b></p> <p>Resolución de problemas con fraccionarios y orientación por parte del docente, teniendo en cuenta las estrategias</p>	<p>Identificar los cambios en las destrezas de los estudiantes para resolver problemas con operaciones básicas de números fraccionarios, después de haber obtenido la orientación del docente con respecto a los</p>	<p>Se realiza un instrumento llamado: “Formulación de problemas con operaciones de números fraccionarios, teniendo en cuenta los planteamientos de Miguel de Guzmán y algunas preguntas generadoras para llegar a la solución”</p>	<p>4 horas de clase (240 minutos)</p>

		propuestas por Miguel de Guzmán.	planteamientos propuestos por Miguel de Guzmán.	<p>Con esta actividad se pretende que los estudiantes utilicen los conceptos vistos anteriormente sobre fracción, para que resuelvan la situación planteada, la cual consiste en analizar un rectángulo que tiene divisiones en triángulos, de las cuales ellos deben representar las diferentes partes con números fraccionarios y también realizar operaciones básicas.</p> <p>Ver anexo 5</p>	
--	--	----------------------------------	---	--	--

<p><b>Reenfoque</b></p>		<p><b>Actividad 1</b> <b>Resolución de problemas contextualizados con números fraccionarios.</b></p>	<p>Presentar una actividad que profundice el concepto de fracción utilizando practicas tangibles, que estimulen además el querer aprender de los estudiantes.</p> <p>También permite indagar la forma como los estudiantes resuelven problemas y las estrategias que utilizan, para resolver cualquier tipo de problema</p>	<p>En este instrumento llamado “Aplicamos las fracciones a actividades cotidianas” se realiza una ensalada de frutas donde cada niño podrá tomar la fruta que desee y registrar la cantidad que tomo representada en una fracción.</p> <p>También se propone otros problemas a los estudiantes para que pongan en práctica los pasos propuestos por Miguel de Guzmán y así verificar el avance o las dificultades que presentan.</p>	<p>2 horas de clase (120 minutos)</p>
-------------------------	--	--	---	--	---------------------------------------

				La descripción mas detallada de las actividades se presenta en el anexo 6	
	Analizar la eficiencia de las actividades propuestas en la unidad didáctica respecto a la resolución de problemas, superación de los obstáculos	Entrevista técnica o semiestructurada	Verificar la efectividad de las actividades desarrolladas por los estudiantes, hacia la forma de resolver problemas utilizando la, planeación, formulación de estrategias, revisión del proceso, etc.	Se realiza una entrevista a los cinco estudiantes que participan del proyecto, la forma como lograron superar los obstáculos epistemológicos que presentaban al inicio de las actividades y las estrategias que tuvieron en	2 horas de clase (120 minutos)

	<p>epistemológico s relacionados a los números fraccionarios y el avance en los procesos de solución de problemas, toda vez que se tenga en cuenta las estrategias formuladas por los autores mencionados anteriormente para el desarrollo de los mismos.</p>			<p>cuenta para la resolución de problemas.</p> <p>Ver anexo 7</p>	
--	---	--	--	---	--

Fuente: Elaboración propia.

ANEXO B Instrumento 1. Identificación de ideas previas respecto a la forma como los estudiantes resuelven problemas, aplicando el concepto de fracción y realizando operaciones con estos números.

**Institución Educativa Piedra de León sede Casas Nuevas**

**Instrumento de recolección de información**

**Resolución de problemas con números fraccionarios**

Nombre: \_\_\_\_\_

Grado: \_\_\_\_\_

Estimados estudiantes, este cuestionario tiene como propósito recoger información sobre las dificultades que tienen acerca de los problemas relacionados con números fraccionarios. El objetivo no es asignarles una nota, sino ayudarles en su proceso de aprendizaje.

Por favor respondan todas las preguntas en su totalidad.

**La mamá de Michell decide celebrarle el cumpleaños en la escuela, ella lleva una torta y una gaseosa para compartir con sus compañeros y profesora, que en total son 8 personas.**

**¿En cuántas partes iguales la mamá de Michell debe dividir la torta?**

**¿Si la torta fue dividida en 10 partes iguales, que cantidad de torta sobró?**

Teniendo en cuenta el problema anterior, responde las siguientes preguntas:

a. ¿Entiendes de qué se trata el problema que debes resolver? Explícalo con tus palabras.

---

---

---

---

---

---

---

b. ¿Sabes cuáles son los datos que te proporciona el problema? Enuméralos

---

---

---

---

---

---

---

---

c. Representa el problema en fracciones

---

---

---

---

---

---

---

---

d. Construye la representación gráfica del problema

---

---

---

---

---

---

---

---



e. Enumera las estrategias que usarás para resolver el problema

---

---

---

---

---

---

---

---

f. De las estrategias enumeradas selecciona una o dos que consideres pueden resolver mejor el problema.

---

---

---

---

---

---

g. ¿Estás seguro de que esas son las mejores estrategias? ¿Por qué? Si no lo son, regresa al numeral e y selecciona otras estrategias o propón unas nuevas que mejor resuelvan el problema.

---

---

---

---

---

---

---

---

h. ¿Cuál es la respuesta al problema? Explica como lo resolviste.

---

---

---

---

---

---

---

i. ¿Crees que el resultado es el correcto? ¿Por qué?

---

---

---

---

---

---

---

---

j. ¿Podría existir otro resultado al problema? Explica

**Adriana tiene 2 manzanas y las quiere compartir con sus 5 compañeros de curso; Yalena, Mariana, Dana, Dilan y Yan Carlos.**

**¿Crees que puedes repartir las 2 manzanas para los 5 niños en partes iguales?**

**Justifica tu respuesta.**

**Si fue posible hacer la repartición, ¿qué fracción de manzana le correspondió a cada niño?**

Teniendo en cuenta el problema anterior, responde las siguientes preguntas:

a. ¿Entiendes de qué se trata el problema que debes resolver? Explícalo con tus palabras.

---

---

---

---

---

b. ¿Sabes cuáles son los datos que te proporciona el problema? Enuméralos

---

---

---

---

---

---

---

---

c. Representa el problema en fracciones

---

---

---

---

---

---

---

---

d. Construye la representación gráfica del problema

---

---

---

---

---

---

---

e. Enumera las estrategias que usarás para resolver el problema

---

---

---

---

---

---

---

f. De las estrategias enumeradas selecciona una o dos que consideres pueden resolver mejor el problema.

---

---

---

---

g. ¿Estás seguro de que esas son las mejores estrategias? ¿Por qué? Si no lo son, regresa al numeral e y selecciona otras estrategias o propón unas nuevas que mejor resuelvan el problema.

---

---

---

---

---

---

---

---

h. ¿Cuál es la respuesta al problema? Explica como lo resolviste.

---

---

---

---

---

---

---

i. ¿Crees que el resultado es el correcto? ¿Por qué?

---

---

---

---

---

---

---

---

j. ¿Podría existir otro resultado al problema? Explica

---

---

---

---

---

---

---

---

**Yinerh vive a  $12/4$  m de distancia de la escuela y Esteban vive  $10/4$  m de distancia de la escuela.**

**¿Cuál de los dos estudiantes vive más cerca de la escuela? Explica**

**Si se unieran las dos distancias. ¿Cuántos metros serían en total?**

Teniendo en cuenta el problema anterior, responde las siguientes preguntas:

a. ¿Entiendes de qué se trata el problema que debes resolver? Explícalo con tus palabras.

---

---

---

---

---

---

---

---

b. ¿Sabes cuáles son los datos que te proporciona el problema? Enuméralos

---

---

---

---

---

---

---

---

c. Representa el problema en fracciones

---

---

---

---

---

---

---

---

d. Construye la representación gráfica del problema

---

---

---

---

---

---

---

e. Enumera las estrategias que usarás para resolver el problema

---

---

---

---

---

---

---

f. De las estrategias enumeradas selecciona una o dos que consideres pueden resolver mejor el problema.

---

---

---

---

g. ¿Estás seguro de que esas son las mejores estrategias? ¿Por qué? Si no lo son, regresa al numeral e y selecciona otras estrategias o propón unas nuevas que mejor resuelvan el problema.

---

---

---

---

---

---

---

h. ¿Cuál es la respuesta al problema? Explica como lo resolviste.

---

---

---

---

---

---

---

---

i. ¿Crees que el resultado es el correcto? ¿Por qué?

---

---

---

---

---

---

---

---

j. ¿Podría existir otro resultado al problema? Explica

---

---

---

---

---

---

---

---

**Cristina preparo una deliciosa pizza para compartirla con sus amigas, la dividió en 6 partes iguales. Cada una comió una parte y al final sobraron dos pedazos.**

**¿Qué cantidad de pizza se comieron?**

**¿Qué cantidad de pizza sobró?**



Teniendo en cuenta el problema anterior, responde las siguientes preguntas:

a. ¿Entiendes de qué se trata el problema que debes resolver? Explícalo con tus palabras.

---

---

---

---

---

---

---

---

b. ¿Sabes cuáles son los datos que te proporciona el problema? Enuméralos

---

---

---

---

---

---

---

---

c. Representa el problema en fracciones

---

---

---

---

---

---

---

---

d. Construye la representación gráfica del problema

---

---

---

---

---

---

---

e. Enumera las estrategias que usarás para resolver el problema

---

---

---

---

---

---

---

---

f. De las estrategias enumeradas selecciona una o dos que consideres pueden resolver mejor el problema.

---

---

---

---

g. ¿Estás seguro de que esas son las mejores estrategias? ¿Por qué? Si no lo son, regresa al numeral e y selecciona otras estrategias o propón unas nuevas que mejor resuelvan el problema.

---

---

---

---

---

---

---

---

h. ¿Cuál es la respuesta al problema? Explica como lo resolviste.

---

---

---

---

---

---

---

---

i. ¿Crees que el resultado es el correcto? ¿Por qué?

---

---

---

---

---

---

---

---

j. ¿Podría existir otro resultado al problema? Explica

---

---

---

---

---

---

---

---

**Lorena, Alejandra y Liliana, viven en la misma casa, ellas comparten los gastos de los servicios públicos, este mes el total fue de 58.000 pesos. Lorena pagó \$5.000 pesos por concepto de energía, Alejandra pagó \$3.000 por concepto de agua y Liliana pagó \$50.000 por el gas.**

**¿Cuál es el valor que debe pagar cada una de ellas?**

**¿Crees que se puede repartir el total a pagar de manera más equitativa entre las tres personas? Justifica tu respuesta.**

Teniendo en cuenta el problema anterior, responde las siguientes preguntas:

a. ¿Entiendes de qué se trata el problema que debes resolver? Explícalo con tus palabras.

---

---

---

---

---

---

---

---

b. ¿Sabes cuáles son los datos que te proporciona el problema? Enuméralos

---

---

---

---

---

---

---

---

c. Representa el problema en fracciones

---

---

---

---

---

---

---

---

d. Construye la representación gráfica del problema

---

---

---

---

---

---

---

---

e. Enumera las estrategias que usarás para resolver el problema

---

---

---

---

---

---

---

---

f. De las estrategias enumeradas selecciona una o dos que consideres pueden resolver mejor el problema.

---

---

---

---

g. ¿Estás seguro de que esas son las mejores estrategias? ¿Por qué? Si no lo son, regresa al numeral e y selecciona otras estrategias o propón unas nuevas que mejor resuelvan el problema.

---

---

---

---

---

---

---

h. ¿Cuál es la respuesta al problema? Explica como lo resolviste.

---

---

---

---

---

---

---

---

i. ¿Crees que el resultado es el correcto? ¿Por qué?

---

---

---

---

---

---

---

---

j. ¿Podría existir otro resultado al problema? Explica

---

---

---

---

---

---

---

---

ANEXO C Instrumento dos: Repaso del concepto de fracción y las operaciones básicas.  
Explicación sobre los pasos planteados por De Guzmán para la solución de un problema.

Materiales: Fotocopias, lápiz, borrador, tortas, video sobre los planteamientos de D Guzmán

**Nombre:**

**Fecha:**

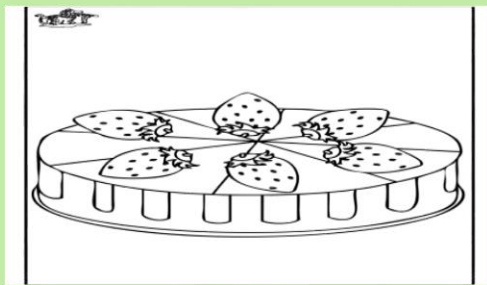
**Edad:**

Recordamos el concepto de fracción.

Para esta actividad observamos y leemos la siguiente información:

“Carlos, el profesor de tercero, desea realizar un ejercicio matemático con sus estudiantes. Para realizarlo, algunos niños y niñas traen a clase 5 tortas de frutas que dividen en varias partes iguales. Matemáticas 4, MEN (2016,pag.105)

Figura 3 Torta de frutas



Fuente: Matemáticas 4, MEN (2016,pag.105)

Nicolas trae una torta de naranja y la divide en cuatro partes iguales, Paula trae una torta de kiwi y la divide en dos partes iguales, Eduardo trae una torta de fresa y la divide en 12 partes iguales, Isabela trae una torta de uvas y la parte en seis partes iguales, Federico trae una torta de chocolate y la divide en ocho partes iguales.

El profesor le dice a cada niño o niña que reparta, entre sus demás compañeros y compañeras, las partes que desee de cada torta.

Nicolas reparte dos partes, Paula reparte solo una parte, Eduardo reparte cuatro partes, Isabela reparte tres partes, Federico reparte seis partes.

En el cuaderno, representamos en fracciones las partes de torta que repartieron los estudiantes anteriores. Nos guiamos por el ejemplo.

Nicolas repartió	2/4	De la torta de naranja
Paula repartió		De la torta de Kiwi
Eduardo repartió		De la torta de fresa
Isabela repartió		De la torta de uvas
Federico repartió		De la torta de chocolate

Copiamos y completamos el siguiente texto en el cuaderno, seleccionando las palabras más apropiadas:

DENOMINADOR	NUMERADOR
-------------	-----------

La parte de la fracción que representa el número de porciones de torta que se repartieron es el \_\_\_\_\_

La parte de la fracción que representa la cantidad de partes iguales en que se dividieron las tortas es el \_\_\_\_\_

Reflexionamos sobre lo siguiente:

¿Qué es una fracción?

¿Qué nombre reciben los números que conforman una fracción?

¿Qué representa cada uno de ellos? “

Teniendo en cuenta el problema anterior, responde las siguientes preguntas:

### **Familiarización del problema**

¿Qué le piden hacer en la situación problema mostrada?



---

---

---

¿Qué debe tener en cuenta para dar la respuesta?

---

---

---

¿Qué le hace entender el problema?

---

---

---

---

---

---

¿Qué imagen puede representar del problema?

---

---

---

¿Alguna vez se había enfrentado a este tipo de problemas?

---

---

---

**Búsqueda de estrategias diversas:**

¿Qué estrategias puede organizar para encontrar la solución?

---

---

---

¿Considera que la forma de plantear el problema le ayudará a encontrar la respuesta?

---

---

---

**Lleva adelante tu estrategia**

Describe el paso a paso de la estrategia que llevó a cabo para la solución del problema:

---

---

---

¿Habrá otros caminos para hallar la respuesta? ¿Cuáles?

---

---

---

**Revisión y sacar consecuencia**

¿Considera que el camino que tomó es el mejor para resolver el problema? ¿Por qué?

---

---

---

¿Qué fortalezas e inconvenientes cree que tuvo en la solución del problema?

---

---

---

---

---

---

ANEXO D. Instrumento tres: Comprobar el progreso conceptual y la capacidad o técnica para resolver problemas teniendo cuenta los pasos formulados por (Miguel De Guzmán).

**Materiales:** fotocopias, hojas, lápiz, borrador, regletas de cuisenaire

Nombre:

Fecha:

Edad:

**Verifiquemos los conceptos de las fracciones utilizando regletas.**

En esta actividad los estudiantes utilizan las regletas de cuisenaire para representar fracciones.

Toma una regleta anaranjada y ubica regletas blancas al lado de ella, como lo muestra la siguiente figura. Matemáticas 5, MEN (2016,pag.21)

Figura 4 Regletas de Cuisenaire



Fuente: Matemáticas 5, MEN (2016, pág.21)

Ahora, verifica lo siguiente:

¿A cuántas regletas blancas equivale la regleta anaranjada?

¿Cuántas partes de la regleta anaranjada fueron cubiertas?

De las regletas que están al lado de la regleta anaranjada, retira una regleta blanca y responde:

¿Qué fracción de la regleta anaranjada representa la parte que está cubierta?

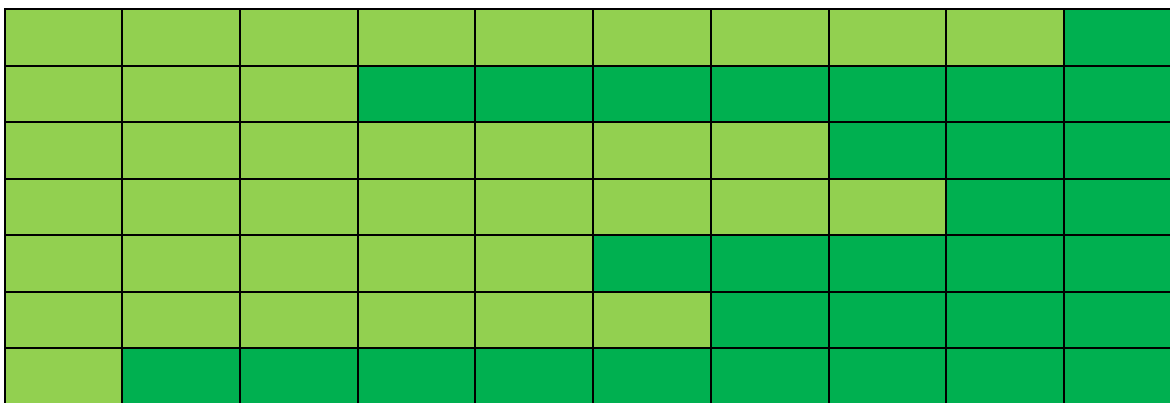
¿Qué fracción quedó descubierta?

Quita cuatro regletas blancas:

¿Qué fracción representa ahora la parte que está cubierta?

¿Qué fracción de la regleta anaranjada quedó descubierta?

Dibuja en el cuaderno cada una de las siguientes figuras y escribe al lado el numero fraccionario que corresponde a la fracción planteada.



Observa las fracciones anteriores y responde.

¿Qué tienen en común esas fracciones: tienen el mismo denominador o diferente denominador?

¿qué nombre reciben las fracciones que tiene el mismo denominador?

HOMOGENEAS	HETEROGENEAS
------------	--------------

A partir de la situación planteada anteriormente responde las siguientes preguntas:

¿Entiendes de qué se trata el problema que debes resolver? Explícalo con tus palabras.

## **Familiarización del problema**

¿Qué le piden hacer en la situación problema mostrada?

---

---

---

¿Qué debe tener en cuenta para dar la respuesta?

---

---

---

¿Qué le hace entender el problema?

---

---

---

---

---

---

¿Qué imagen puede representar del problema?

---

---

---

¿Alguna vez se había enfrentado a este tipo de problemas?

---

---

---

## **Búsqueda de estrategias diversas:**

¿Qué estrategias puede organizar para encontrar la solución?

---

---

---

¿Considera que la forma de plantear el problema le ayudará a encontrar la respuesta?

---

---

---

**Lleva adelante tu estrategia**

Describe el paso a paso de la estrategia que llevó a cabo para la solución del problema:

---

---

---

¿Habrá otros caminos para hallar la respuesta? ¿Cuáles?

---

---

---

**Revisión y sacar consecuencia**

¿Considera que el camino que tomó es el mejor para resolver el problema? ¿Por qué?

---

---

---

¿Qué fortalezas e inconvenientes cree que tuvo en la solución del problema?

---

---

---

ANEXO E Instrumento cuatro: Formulación de problemas con operaciones de números fraccionarios, teniendo en cuenta los pasos de Miguel De Guzmán y algunas preguntas generadoras para llegar a la solución.

**Materiales:** fotocopias, hojas, lápiz, borrador.

**Fecha:**

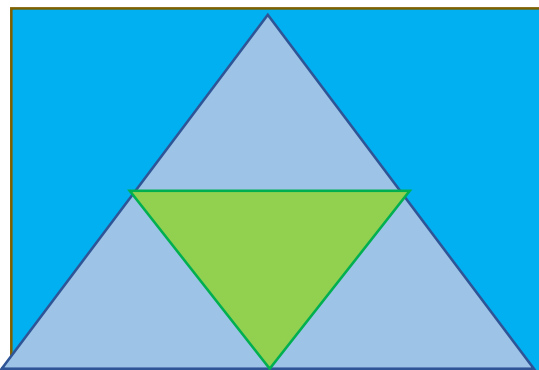
**Edad:**

**Apliquemos las fracciones a nuestro entorno.**

En esta actividad los estudiantes utilizarán los conceptos vistos en clase sobre la fracción para solucionar problemas con estos números donde intervienen las operaciones básicas.

Observa el rectángulo y responde las preguntas.

Figura 5 Triángulos.



Fuente: Elaboración propia.

¿Qué fracción del rectángulo ocupa el triángulo de color verde?

¿Qué fracción del rectángulo ocupan los triángulos de color morado?

¿Cuál es el resultado de la suma de un triángulo azul y un morado?

Suma las fracciones de los dos triángulos azules, más un triángulo morado

Ahora suma los triángulos más pequeños del rectángulo.

**Mariana dice: de mi casa a la escuela recorro  $\frac{3}{4}$  de kilómetro, si voy al campamento recorro  $\frac{3}{2}$  de kilómetro.**

¿Cuál de las dos distancias es más corta?

Si en el día recorro las dos distancias, ¿cuantos metros caminé?

Calcula la diferencia entre las dos distancias.

¿A cuánto equivalen los  $\frac{4}{8}$  de kilometro?

**La dueña de una finca lechera quiere regalar  $\frac{4}{8}$  de leche que se produjo en un día a cuatro familias de escasos recursos. Ella consigue cuatro recipientes y quiere que cada uno tenga igual cantidad de leche.** Matemáticas 5, MEN (2016, pág.31)

¿Qué fracción o cantidad de leche debe empacar en cada recipiente?

¿Qué operación debo hacer para ayudar a la dueña de la finca a repartir la leche?

Teniendo en cuenta las situaciones planteadas responde las preguntas:

Familiarización del problema

¿Qué le piden hacer en la situación problema mostrada?

---

---

---

¿Qué debe tener en cuenta para dar la respuesta?

---

---

---

¿Qué le hace entender el problema?

---

---

---



¿Qué imagen puede representar del problema?

---

---

---

¿Alguna vez se había enfrentado a este tipo de problemas?

---

---

---

Búsqueda de estrategias diversas:

¿Qué estrategias puede organizar para encontrar la solución?

---

---

---

¿Considera que la forma de plantear el problema le ayudará a encontrar la respuesta?

---

---

---

Lleva adelante tu estrategia

Describe el paso a paso de la estrategia que llevó a cabo para la solución del problema:

---

---

---

¿Habrá otros caminos para hallar la respuesta? ¿Cuáles?

---

---

---

Revisión y sacar consecuencia

¿Considera que el camino que tomó es el mejor para resolver el problema? ¿Por qué?

---

---

---

¿Qué fortalezas e inconvenientes cree que tuvo en la solución del problema?

---

---

---

---

---

---

ANEXO F Instrumento cinco. Realizamos una ensalada de frutas para contextualizar la resolución de problemas con números fraccionarios.

**Materiales:** Hojas, lápiz, borrador, ingredientes, platos, números didácticos

**Nombre:**

**Fecha:**

**Edad:**

**Aplicamos las fracciones a nuestras actividades cotidianas.**

En esta actividad los estudiantes con ayuda de la profesora realizarán una ensalada de frutas. El procedimiento será el siguiente:

En cada plato se colocará una fruta partida en trozos iguales, para que posteriormente cada niño prepare su ensalada con las porciones de fruta o ingredientes que él quiera, Por ejemplo: 4 bananos serán repartidos en 12 partes iguales, 3 mangos serán repartidos en 15 partes iguales, 1 papaya se repartirá en 15 pedazos iguales, 2 manzanas en 8 pedazos iguales, 1 litro de crema de leche será repartida en 7 partes iguales, 1 litro de leche condensada será repartida en 8 partes iguales 4 kiwis en 12 partes iguales. Un estudiante puede escoger 2 pedazos de banano, un pedazo de kiwi, 2 uvas etc., y debe registrar en su cuaderno la fracción que representa la fruta que escogió. Posteriormente deberá responder las siguientes preguntas:

- a. Represente en una fracción la cantidad de porciones de fruta que utilizó para su ensalada.
- b. Si de las doce partes de banano que había, sobraron cuatro, ¿cuántas porciones fueron utilizadas para la ensalada de cada niño? Representa esa cantidad en una fracción.
- c. Comenta con tus compañeros algunas cantidades de porciones de fruta que escogieron y halla el total.
- d. Suma el total de las porciones de frutas o ingredientes que conformaron tu ensalada de frutas. las cantidades deben estar representadas en fracciones.

e. Si Adriana prefirió para su ensalada  $\frac{3}{12}$  pedazos de banano y Mariana  $\frac{4}{12}$ . ¿Cuál es la diferencia entre las dos cantidades?

**Don Pedro Tiene un terreno, el destina las  $\frac{3}{6}$  partes de este terreno para sembrar flores y el resto lo utiliza para el cuidado de sus animales. Si el terreno destinado para la siembra se divide en partes iguales para sembrar tres tipos de flores. ¿qué parte del total del terreno le corresponde a cada tipo de flor?** Matemáticas 5, MEN (2016, pag.32)

De acuerdo con los problemas formulados responde los siguientes interrogantes:

¿Entiendes de qué se trata el problema que debes resolver? Explícalo con tus palabras.

---

---

---

---

---

b. ¿Sabes cuáles son los datos que te proporciona el problema? Enuméralos

---

---

---

---

---

c. Representa el problema en fracciones

---

---

---

---

---

---

d. Construye la representación gráfica del problema

---

---

---

---

---

e. Enumera las estrategias que usarás para resolver el problema

---

---

---

---

---

f. De las estrategias enumeradas selecciona una o dos que consideres pueden resolver mejor el problema.

---

---

---

---

---

g. ¿Estás seguro de que esas son las mejores estrategias? ¿Por qué? Si no lo son, regresa al numeral e y selecciona otras estrategias o propón unas nuevas que mejor resuelvan el problema.

---

---

---

---

---

---

h. ¿Cuál es la respuesta al problema? Explica como lo resolviste.

---

---

---

---

---

i. ¿Crees que el resultado es el correcto? ¿Por qué?

---

---

---

---

---

j. ¿Podría existir otro resultado al problema? Explica

---

---

---

---

ANEXO G Entrevista Este instrumento corresponde a los escenarios argumentativos, que son “espacios donde los estudiantes pueden argumentar sobre las situaciones planteadas anteriormente” (Monares, 2018, pág. 32).

**Entrevista mixta o semiestructurada.**

¿Considera que es importante familiarizarse con el enunciado del problema antes de empezar a resolverlo? (Días, 2018. Pág. 103)

Sí\_\_ No\_\_ ¿Por qué? \_\_\_\_\_

¿Cree que es importante buscar una estrategia y llevarla a cabo para resolver un problema? (Días, 2018. Pág. 103)

Sí\_\_ No\_\_ ¿Por qué? \_\_\_\_\_

¿Considera que la implementación de la unidad didáctica te ayudó a obtener nuevas opciones para solucionar un problema o era mejor como lo hacías antes?

¿Le gustó la metodología empleada para resolver problemas? (Días, 2018. Pág. 103)

Si\_\_ No\_\_ Porque\_\_\_\_\_

¿Piensa que es importante encontrar una estrategia efectiva para resolver un problema? (Días, 2018. Pág. 103)

Si\_\_ No\_\_ Porque\_\_\_\_\_

ANEXO H Identificación sobre las ideas previas sobre la forma de resolver problemas en conceptos básicos con los números fraccionarios.

Figura 6 Estudiantes desarrollando el instrumento 1



Fuente: Elaboración propia.



ANEXO I Repaso del concepto de fracción y las operaciones básicas. Explicación sobre los pasos planteados por De Guzmán para la solución de un problema

Figura 7 Estudiante 1 instrumento 2.



Fuente: Elaboración propia.

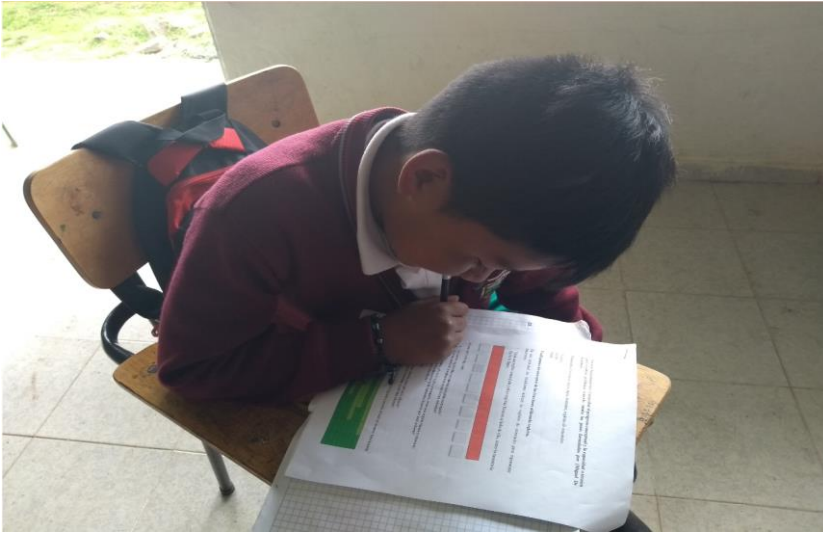
Figura 8 Estudiante 2 instrumento 2



Fuente: Elaboración propia.

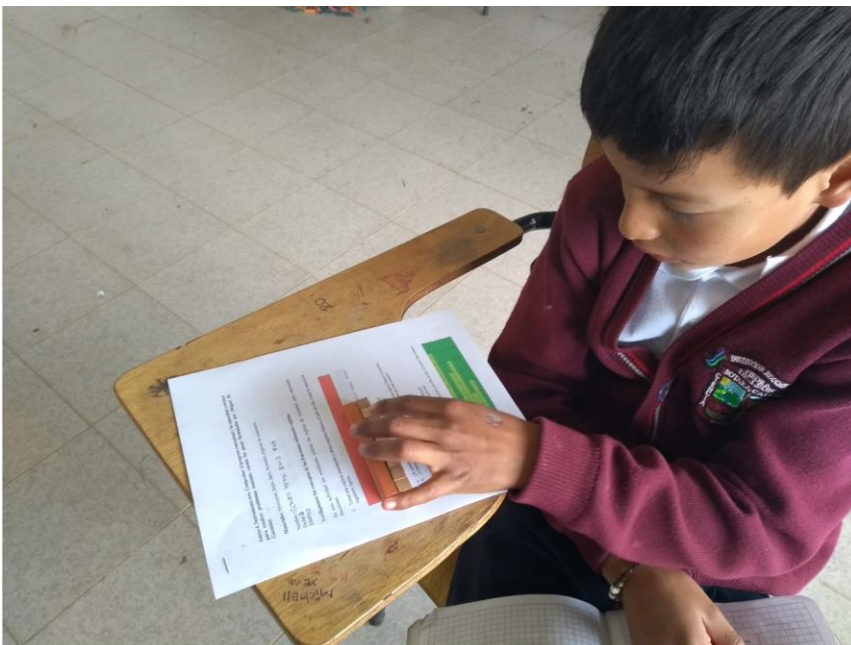
ANEXO J Comprobar el progreso conceptual y la capacidad o técnica para resolver problemas teniendo cuenta los pasos formulados por (Miguel De Guzmán).

Figura 9 Estudiante 1 Instrumento 3



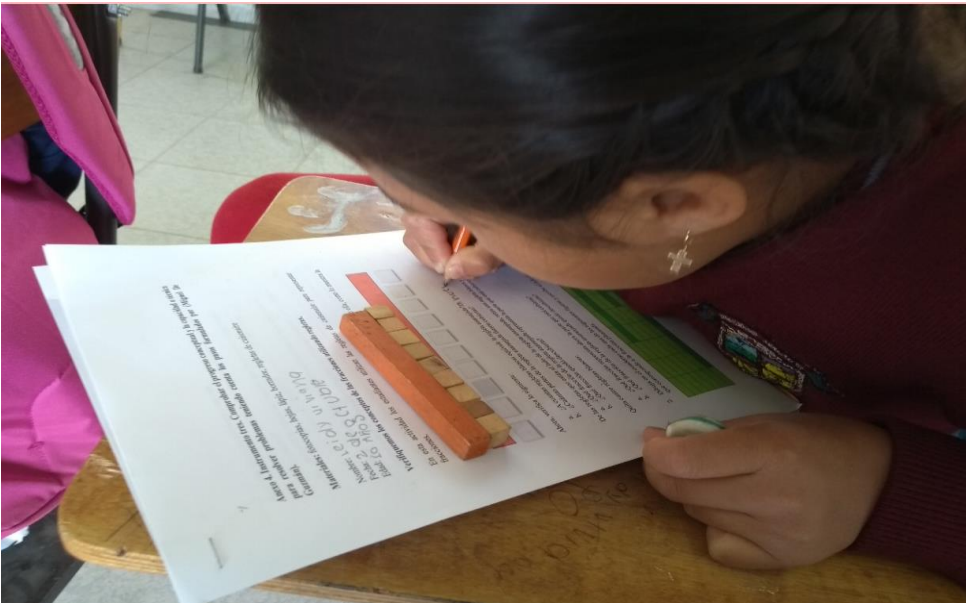
Fuente: Elaboración propia.

Figura 10 Estudiante 2 Instrumento 3



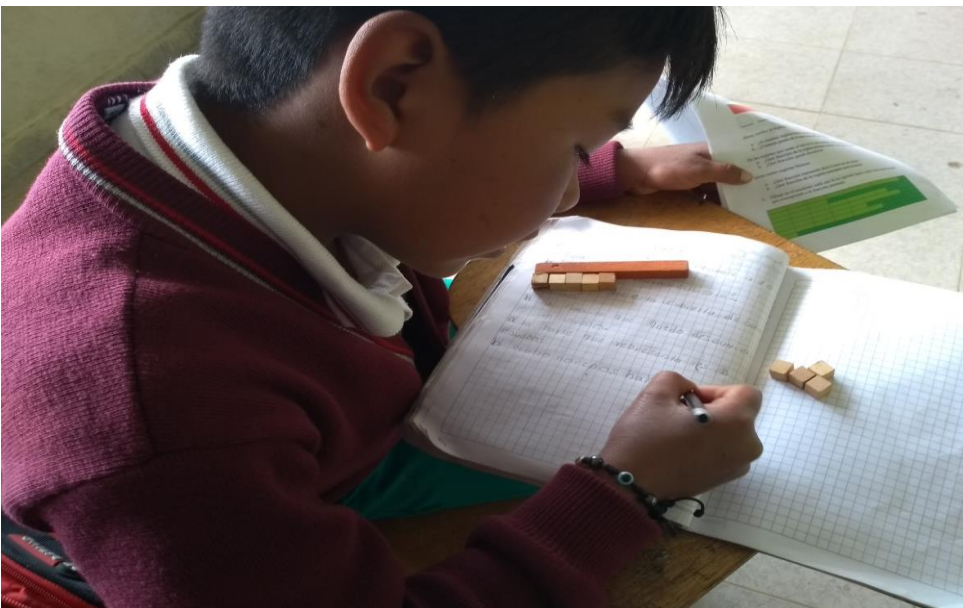
Fuente: Elaboración propia.

Figura 11 Estudiante 3 Instrumento 3



Fuente: Elaboración propia.

Figura 12 Estudiante 4 Instrumento 3



Fuente: Elaboración propia.

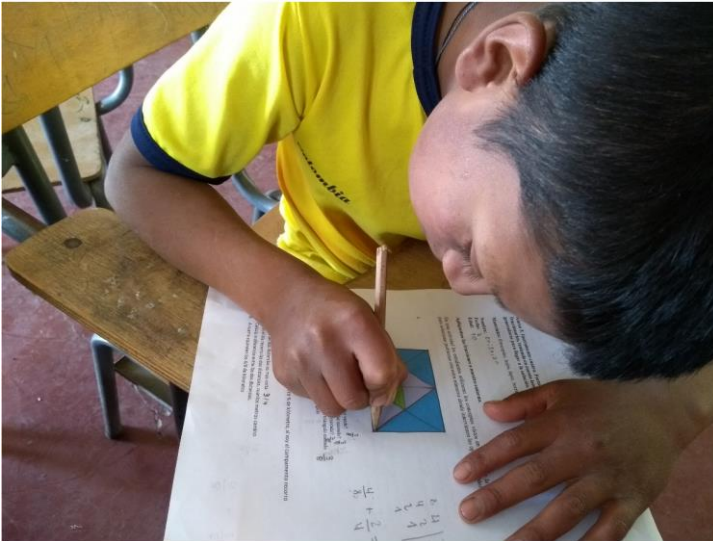
Figura 13 Estudiante 2 y 3 Instrumento 3



Fuente: Elaboración propia.

ANEXO K Formulación de problemas con operaciones de números fraccionarios, teniendo en cuenta los pasos de Miguel De Guzmán y algunas preguntas generadoras para llegar a la solución.

Figura 14 Estudiante 1 realizando el instrumento 4



Fuente: Elaboración propia.

ANEXO L Realizamos una ensalada de frutas para contextualizar la resolución de problemas con números fraccionarios.

Figura 15 Actividad Ensalada de Frutas Estudiante 1



Fuente: Elaboración propia.

Figura 16 Actividad ensalada de frutas Estudiante 2



Fuente: Elaboración propia.

Figura 17 Estudiantes completando la actividad de la ensalada de Frutas.



Fuente: Elaboración propia.