OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS QUE POSEEN LOS ESTUDIANTES DEL GRADO SEPTIMO EN LA ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS NEGATIVOS: UN ESTUDIO DE CASOS

LIC. JESÚS ANDRES MENA AYALA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES

FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

MANIZALES

2021

OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS QUE POSEEN LOS ESTUDIANTES DEL GRADO SEPTIMO EN LA ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS NEGATIVOS: UN ESTUDIO DE CASOS.

AUTOR:

LIC. JESÚS ANDRES MENA AYALA

Proyecto de grado para optar al título de Magister En Enseñanza De Las Ciencias

Directora:

MGR. MARÍA MILENA BEDOYA ECHAVARRÍA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
MANIZALES
2021

DEDICATORIA

Inicialmente a DIOS por sus grandes bendiciones que siempre me ha otorgado durante toda mi existencia y su respaldo en cada momento de mi vida.

A mis padres, por sus valiosos ejemplos de dedicación y sus palabras que me alimentaban día tras días a seguir.

AGRADECIMIENTOS

A Dios, el creador del universo y dueño de la vida, que permitió poder realizar este proceso de una manera satisfactoria.

A mi asesora María Milena Bedoya Echavarría, por sus acertadas sugerencias, correcciones y por guiarme durante las etapas más importante de estos estudios.

A Sergio Andrés Ospina Sánchez, quien, con sus aportes críticos y su colaboración, me orientó para continuar con este proceso.

A la Institución Educativa Rural Sinaí del Municipio de Orito - Putumayo, por permitirme desarrollar esta propuesta de intervención didáctica y pedagógica.

Muchas gracias.

RESUMEN

El propósito de este trabajo, era caracterizar los obstáculos que poseen los estudiantes del grado séptimo en la resolución de problemas con estructura aditiva de números enteros. En el desarrollo de la investigación, participaron siete (8) estudiantes de la Institución Educativa Rural Sinaí, del municipio de Orito–Putumayo, de los cuales se analizaron las respuestas de 4 de ellos, mediante los postulados de los obstáculos epistemológicos de (Bachelard, 2000) y otras teorías sobre obstáculos epistemológicos en los números negativos como los de (Glaeser 1981 (citado en Cid, 2015; Iriarte, Jimeno y Vargas, 1991). El estudio se desarrolló mediante un estudio caso con un enfoque cualitativo de corte descriptivo.

Las técnicas que se utilizaron para recoger la información , fueron la observación participante, la aplicación de una unidad didáctica dividida en tres momentos; En el momento 1, se aplicó una prueba diagnóstica, con el propósito de conocer los saberes previos de los estudiantes, donde se pudo concluir, que el uso de los números enteros en la vida cotidiana, carece de importancia para ellos, esto, debido a que constantemente no están utilizando situaciones; en el momentos 2, se realizaron algunas intervenciones didácticas relacionadas con los números enteros; mientras que en el momento 3 se aplico una secuencia que presentaba problemas matemáticos, para poner en práctica lo aprendido. Finalmente, en este estudio se detectaron, obstáculos epistemológicos referentes a la utilización del signo negativo en una respuesta, el de no ser capaz de unificar los números positivos y negativos en la misma recta numérica y el concerniente a la estructura aditiva en el caso de sumar un número positivo y otro negativo.

Palabras claves: número negativo, obstáculo, concepciones, resolución de problemas.

ABSTRACT

The purpose of this work was to characterize the obstacles that seventh grade students have in solving problems with additive structure of integers. In the development of the research, seven (8) students from the Sinaí Rural Educational Institution participated, of the Orito-Putumayo municipality, of which the responses of 4 of them were analyzed, through the postulates of the epistemological obstacles of (Bachelard, 2000) and other theories on epistemological obstacles in negative numbers such as those of (Glaeser 1981 (cited in Cid, 2015; Iriarte, Jimeno and Vargas, 1991). The study was developed through a case study with a qualitative, descriptive approach.

The techniques that were used to collect the information were participant observation, the application of a didactic unit divided into three moments; At moment 1, a diagnostic test was applied, with the purpose of knowing the students' previous knowledge, where it was possible to conclude that the use of whole numbers in daily life is not important for them, this, due to that they are not constantly using situations; At moment 2, some didactic interventions related to whole numbers were carried out; while in moment 3 a sequence was applied that presented mathematical problems, to put into practice what was learned. Finally, in this study, epistemological obstacles regarding the use of the negative sign in an answer were detected, that of not being able to unify positive and negative numbers on the same number line and that concerning the additive structure in the case of adding a positive number and a negative number.

Keywords: negative number, obstacle, conceptions, problem solving.

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE TABLAS

LISTA DE ILUSTRACIONES

INTRODUCCIÓN

La presente investigación, consiste en el diseño y aplicación de una unidad didáctica, para diagnosticar algunas falencias que presentan los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Rural Sinaí, cuando se enfrentan al desarrollo de tareas que implican el uso de estructuras aditivas con los números enteros.

1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

En el desarrollo del quehacer docente en el área de matemáticas en la Institución Educativa Rural Sinaí, se observa que los estudiantes de grado séptimo, presentan dificultades en la comprensión de la adición con números enteros, especialmente cuando tienen que realizar operaciones con los enteros negativos.

Es posible que estas dificultades surjan, debido a que las actividades matemáticas en grados inferiores estuvieron enfocadas en el sistema numérico de los Naturales, el cual se centra en cantidades positivas. Los estudiantes relacionan la adición con las palabras: agregar y aumentar, llevándolos a plantear que la suma de dos números positivos es igual a otro número positivo y de mayor valor posicional que sus sumandos; pero cuando se enfrentan al desarrollo de operaciones con cantidades negativas y positivas, se les dificulta comprender que al sumar dos números enteros el resultado no siempre será igual a un número de mayor valor posicional que los sumandos, e incluso puede llegar a un número negativo, dependiendo de las características de las cantidades.

También se identificó durante el desarrollo de las clases, que los estudiantes del grado séptimo, al realizar operaciones aditivas con enteros negativos, no comprenden la utilización del signo menos, ya que lo identifican con palabras como quitar, disminuir o quitar, lo que lleva a que se generen resultados extraños; ya que tratan de "organizar los datos" para tener un número mayor del cual sacar el menor, por eso se generan resultados distintos a los que en realidad deben dar, pero al pedirles explicación sobre su proceso en muchas ocasiones su verbalización entra en contradicción con su registro escrito, lo cual demuestra un obstáculo de tipo epistemológico por el cambio de condiciones en el conjunto numérico donde se tratan de adaptar procesos de un conjunto al otro.
Otro de los hallazgos encontrados, durante el desarrollo los procesos de enseñanza-aprendizaje, consiste en que los estudiantes, tienen una conceptualización sobre el signo menos

(-) donde lo interpretan con la operación de sustracción y para ellos es difícil comprender que en algunas ocasiones este indica el opuesto de una cantidad, que en algunos casos puede llegar a indicar incluso sumar. Hay que tener en cuenta, que el trabajo se desarrolló en una comunidad donde varios estudiantes son indígenas, y que a pesar de que comprenden el español, hay ciertos términos entre ellos los matemáticos que no relacionan.

Por todo lo anterior se plantea la siguiente pregunta de investigación:

¿Cuáles son los obstáculos epistemológicos que poseen los estudiantes de grado séptimo cuando resuelven problemas que involucran la estructura aditiva en el conjunto de los números enteros?

2 JUSTIFICACIÓN

Las matemáticas cumplen un papel importante en la mayoría de las actividades que realizan los estudiantes en sus diferentes contextos; la escuela, el barrio, la vereda, el transporte, entre otros; contribuyendo a mejorar el pensamiento lógico-matemático, enriqueciendo así sus procesos analíticos, permitiendo razonar de manera ordenada, para expresarse de manera coherente y afrontar algunas situaciones que se les presentan en su diario vivir.

El presente trabajo es relevante, porque se enmarca en uno de los componentes de las matemáticas como son los números enteros, un conjunto numérico, que permite encontrar muchas fortalezas o debilidades que poseen los estudiantes, al realizar operaciones con números positivos y negativos que conlleva a que desde los lineamientos curriculares en matemáticas, se puedan ver los procesos que realizan para llegar a la solución.

Dado el gran número de situaciones donde se encuentran los números enteros, nace la necesidad de realizar un trabajo que involucre la resolución de problemas con números enteros y se hace referencia al MEN (1998), en donde hace énfasis que las matemáticas son una disciplina que contribuye al desarrollo integral de los estudiantes, ayudándolos a preparar para que puedan afrontar de una manera pertinente las exigencias de la vida actual, facultándolos con capacidades para explorar, comprender y predecir fenómenos de su medio, donde puedan dar sentido al mundo que los rodea, en este caso, explorando el conjunto de los números enteros.

Teniendo en cuenta que las matemáticas son de uso constante en la vida diaria de los estudiantes, este trabajo es importante , porque permitirá identificar los obstáculos epistemológicos que presentan los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Rural Sinaí en la adición de números enteros, con la finalidad de diseñar y aplicar una unidad didáctica que contribuya a superar dichas dificultades y de esta manera , puedan utilizar la adición de un número, permitiéndoles relacionar y transferir los conceptos estudiados en clases en situaciones relacionadas con su contexto; por otra parte se pretende aportar ideas a los docentes para fortalecer sus intervenciones didácticas, como punto de partida para investigaciones que se realicen en la Institución Educativa Rural Sinaí.

3 OBJETIVOS

3.1 GENERAL:

Caracterizar los obstáculos epistemológicos que poseen los estudiantes del grado séptimo en la resolución de problemas con estructura aditiva de números enteros.

3.2 ESPECÍFICO:

1. Identificar las concepciones que poseen los estudiantes del grado séptimo sobre la adiciónn de números enteros a través de una prueba diagnóstica.

2. Diseñar y ejecutar una unidad didáctica relacionada con la estructura aditiva de los números enteros.

3. Analizar los obstáculos epistemológicos, que presentan los estudiantes al resolver problemas de estructura aditiva en los enteros.

4 REFERENTE CONCEPTUAL

4.1 ANTECEDENTES

En este apartado, se abordan algunas de las investigaciones sobre los números enteros, desde el enfoque de la enseñanza y aprendizaje del concepto de números enteros, se describen algunos estudios demanera resumida, dentro de los cuales estan:

La investigación de Jesús Alexis Pinilla Mena(2016), titulada "estudio del impacto de una propuesta de intervención para la enseñanza de la adición y sustracción de los números enteros desde un enfoque socioepistemológico", desarrollada en la Institución Educativa Rafael Uribe Uribe del Municipio de Valparaíso – Antioquia, en la cual participaron los estudiantes del grado septimo, el estudio tenia como finalidad estudiar el impacto de una propuesta de intervención didáctica para la enseñanza de la adición y sustracción de números enteros basada en una metodologia de estudio de casos, en la cual se aplico una prueba diagnostica para conocer los saberes prebios que poseian los estudiantes sobre la tematica de estudio, los resultados de esta prueba fueron analizado entorno a los obstáculos epistemológicos establecidos por Glaeser (1981), ademas se plantearon otras estrategia como: "El Banco de Tapas, la cual utilizaba situaciones de su medio como el uso de dados y el crédito financiero a traves de material concreto, finalmente seleccionaron un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA), denominado "Jugando y aprendiendo", donde los estudiantes desarrollaron varias actividades relacionadas con prácticas socialmente compartidas como el pronóstico del tiempo y la localización, interactuando con este recurso virtual tecnológico, favoreciendo el desarrollo del pensamiento numérico.

Meleán, Marianny (2010), propone en su investigación titulada: El discurso y las representaciones del concepto número entero del alumno de tercera etapa de Educación básica del L-N. B. Julio César Salas en el municipio Rosario de Perijá del Estado Zulia". Esta investigación tiene por objeto describir las representaciones que realizan los estudiantes acerca del concepto de número entero, de manera que se pueda determinar la presencia o ausencia de este objeto matemático en la mente del aprendiz. Se utiliza una metodología de campo, recolectando la información directamente de los estudiante. El estudio pone en evidencia que los estudiantes encuestados no poseen los conocimientos suficientes, relacionados con el vocabulario, las reglas y procesos relacionados con el objeto matemático.

Tambien, Chaparro, Póveda & Fernández (2006), presentan una secuencia didáctica para abordar el estudio del concepto de número entero, algunas de sus representaciones, operaciones y relaciones. Haciendo uso de herramientas recreativas como mediación en tales acercamientos conceptuales y procedimentales. La investigación concluye que la complejidad que tiene el acercamiento a los números enteros subyace en lo intangible que resulta representar la idea sobre los números negativos en la cotidianidad, desvirtuando el significado matemático del mismo.

Otros autores como: Chica, Nancy (2011), en su tesis titulada "Propuesta de intervención pedagógica para comprender el significado del número entero, en los estudiantes del grado sexto del Colegio San José de las Vegas", manifiesta proponer y ejecutar estrategias metodológicas que permitan adquirir con claridad el concepto de número entero y que apunten a una mayor aplicación de las operaciones entre estos, de tal suerte, que deje de ser un problema para el estudiante. En el trabajo se evidencio que el 100% de los estudiantes que presentaron la prueba no tienen claridad, sobre cómo representar numéricamente algunos enunciados con números enteros.

De igual manera, Ariza & Rojas (2013), en su artículo de investigación titulado: "Propuesta didáctica para la enseñanza de los números enteros", muestran la importancia que tiene los números enteros, en el proceso de enseñanza y aprendizaje, donde usan la metodología basada en la teoría de situaciones didácticas de Brousseau, en el Colegio José Félix Restrepo Sede A, con estudiantes del grado séptimo, donde crean situaciones que lleven a los niños a construir los números enteros a partir de una necesidad generada en un medio, potenciando en ellos la visión del objeto matemático como algo útil y necesario para la vida diaria. Los resultados reportan que los estudiantes procesaron los datos que el problema presenta y los operaron directamente, de igual manera los educandos utilizaron representaciones pitagóricas como un recurso gráfico-textual, para dar solución al problema identificando en ello los números con signos en situaciones donde se considera la profundidad y la altura.

Los estudios que se presentan a continuación giran en torno a los obstáculos en la enseñanza y aprendizaje de la adición y sustracción de los números enteros, por ejemplo:

Eva Cid Castro (2015), desarrolló una investigación titulada obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos para optar al ıtulo de Doctora por la Universidad de Zaragoza, el objetivo central de su trabajo se enmarca dentro del interrogante que se plantean los docentes: ¿Cómo debo enseñar los números negativos para que mis alumnos no cometan errores sistemáticos en los cálculos en los que intervienen y tengan en cuenta la existencia de dichos números en los razonamientos matemáticos?. La metodología que utilizo la autora para desarrollar su trabajo, consistió en realizar una revisión bibliográfica para conocer los conocimientos que se han desarrollado a través de la historia sobre el objeto de estudio y de proponer un buen modelo concreto para la enseñanza de los números enteros negativos, teniendo encueta que el modelo concreto tiene una dualidad, por un lado sirve para comprender los número negativos y sus reglas y como técnica para recordar sus reglas en la operación de los cálculos . Los resultados de la investigación mostraron que las contribuciones que se ha generado a lo largo de la historia sobre el objeto de conocimiento giran en torno a determinar y categorizar los errores y dificultades de los estudiantes en el aprendizaje de los números negativos y de presentar nuevas propuestas de enseñanza que ayuden a evitarlos.

La investigación desarrollada en el año (2017), en la Universidad del Atlántico, por Sindy Julieth García Ospina, Carina Andrea Hernández Pacheco y Lorena Vergara Alvarado, que tenía por objetivo determinar los obstáculos epistemológicos en la adición de números enteros que presentaban los estudiantes del grado séptimo del colegio San José Hermanitas de la Anunciación de la Ciudad de Barranquilla, Atlántico, además la investigación estaba constituida en el Paradigma Interpretativo, ya que fue orientada bajo el significado de las acciones humanas y de la práctica social. Para la recolección y análisis de datos en esta investigación se realizó una rúbrica, una prueba diagnóstica, un grupo focal y una entrevista al docente, en el estudio se determinó que los obstáculos epistemológicos que persisten en la actualidad son el resultado de un obstáculo histórico, como: número como cantidad, adición como aumento, ignorar el signo y el cero como ausencia, así mismo los resultados de las pruebas aplicadas revelaron otros obstáculos relacionados con la parte didáctica, por el desconocimiento del objeto matemático por parte del docente que generan limitaciones en los procesos de enseñanza, por ejemplo: Trasladar el orden de los números positivos a los números negativos, ver el signo como exclusivo de la operación rechazar situaciones con estructuras de cambio, preferencia por la estructura aditiva de combinación, concepción de recta numérica como semirrectas opuestas.

César Castillo Angulo, (2014), desarrollo una investigación sobre el aprendizaje de adición y sustracción de números enteros a través de objetos físicos. De acuerdo a él:

A lo largo del proceso de enseñanza, las matemáticas se han constituido como una ciencia "difícil", para los estudiantes y el tema adición y sustracción de enteros no es ajeno a ello. (p. 17)

Castillo, realiza el estudio a partir de tres fases, la primera hace referencia a la prueba diagnóstica, la segunda al diseño y aplicación de los objetos físicos, y la última la evaluación de los efectos de la implementación de objetos físicos por medio de la comparación de la evaluación inicial y la final. Entre sus hallazgos se encuentra que una de las dificultades de los estudiantes para realizar estructuras aditivas de números enteros consiste en la comprensión, aceptación y legitimación de estos por la creencia de que el número entero representa una cantidad en sentido absoluto.

Otro trabajo relacionado con la temática es el realizado por Bruno y Alicia (2003), en su trabajo "metodología de una investigación sobre métodos de enseñanza de problemas aditivos con números negativos". Realizada con estudiantes de 13-14 años, en la cual el foco de interés se centró en resolver problemas aditivos con números negativos, bajo una metodología de enseñanza orientada en la redacción, la clasificación y la resolución de problemas. Esta investigación concluye que los errores que cometen los estudiantes en la resolución de problemas está asociaba con la comprensión de enunciado del problema.

Se encuentra además, la investigación desarrollada por Inostroza, (2012), titulada: "Dificultades en la resolución de problemas matemáticos y su abordaje desde lo pedagógico: un desafío pendiente para docentes y estudiantes". El objetivo de esta investigación fue: "proponer un abordaje pedagógico de las dificultades que presentan los niños en edad escolar al enfrentarse a los problemas de matemática escolar". Apoyado en Zanocco, (2006) considera que la resolución de problemas matemáticos es de importancia mundial, ya que:

> La resolución de problemas es una competencia fundamental que los estudiantes deben adquirir en la escuela, es necesario prepararlos para aplicación de conocimientos y habilidades matemáticas aprendidas, en situaciones reales del mundo. A su vez es indispensable favorecer la construcción de aprendizajes matemáticos significativos anclándolos en situaciones experienciales de los estudiantes. (p. 147)

Lo importante para Inostroza es que se entienda que no debe olvidarse la esencia de la matemática, ya que no sólo cumple con una función instrumental sino que se constituye como una forma de razonar y pensar el mundo, pero que esta va más allá de memorizar fórmulas muchas veces sin mucho sentido.

5 MARCO TEÓRICO

5.1 CONCEPTO DE NÚMERO ENTERO

Para realizar este ítem, se abordara a partir de Ardila, Castiblanco, Pérez y Samper (2004), también de Salazar y Vanegas (2002), los cuales lo definen de las siguientes maneras:

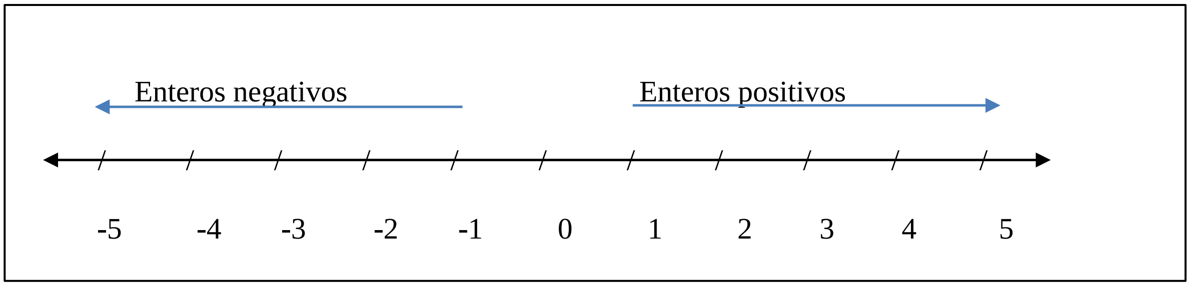
Son un conjunto bastante amplio, que incluye a los números naturales su opuesto y el cero, estos se representan con la letra zeta mayúscula (Z). También, son llamados como la agrupación de los enteros positivos, 0 y enteros negativos, dentro del primer conjunto se encuentran {1, 2, 3, 4,5,} en el segundo (0) y en el tercero {-1,-2,-3,-4,-5,…}.

Enteros positivos Z^{+} = {1, 2, 3, 4, 5,…}; Enteros n egativos Z^{-} = {-1,-2,-3,-4,-5,…}, al unir, los números entero positivo y negativo ($Z = Z^{+} \cup Z^{-}$) con el cero se obtiene Z = {..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5,…}

En cuanto a su Representation el MEN (2010), manifiesta que:

> El punto de referencia de una situación se representa con el número 0. Si ubicáramos dicho punto en una recta horizontal, los puntos que quedan a la derecha de 0, son los números de signo positivo y los que quedan a la izquierda son los números con signo negativo. Si ubicáramos dicho punto en una recta vertical, en los puntos de la parte superior se ubican los números con signo positivo y en la parte inferior se ubican los números con signo negativo (p.42).

Ilustración 1 . Representación de los números enteros en la recta numérica



Fuente: construcción propia

Los números enteros son infinitos y cada uno de ellos tiene un opuesto, que se encuentran a la misma distancia desde un punto de referencia (el cero) así, por ejemplo, el opuesto de 2 es -2, -5 es 5; de tal manera que al adicionarse se obtiene como resultado cero. Todo número positivo es mayor que cualquier número negativo.

Para el MEN (2010), El conjunto de los números enteros también son llamados números relativos, porque:

> Son los números con signos. Se asocian los números con signo positivo a aquellas expresiones como: sobran, después, más que, a la derecha, por encima de, ganancias, entre otras. Se asocian los números con signo negativo a aquellas expresiones como: faltan, antes, menos que, a la izquierda, por debajo de, deudas, entre otras (p.40).

Es decir, mediante las descripciones verbales de situaciones cotidianas tales como: El municipio de Orito se encuentra a 310 metros sobre el nivel del mar, el congelador de la nevera se encuentra a una temperatura de 4°C bajo cero, el submarino se encuentra a 200 metros de profundidad, una antena de comunicación está en la parte superior de una torre de 150 metros de altura, un pájaro está volando a 70 metros de altura.

Los números enteros positivos, se escriben utilizando la numeraciónn arábiga precedidos del signo más (+), de la siguiente manera: +1, +2, +3, +4, +5,… o simplemente sin el signo (+), es decir 1, 2, 3, 4, 5,…

Para escribir los números enteros negativos, se utiliza la numeraciónn arábiga precedido del signo menos (-), además, van dentro de un paréntesis siempre y cuando sean necesario, de la siguiente manera: (-1), (-2), (-3), (-4), (-5),… o simplemente: -1, -2, -3, -4, -5,… Cuando un número no lleva ningún signo adelante, se asume que es positivo, por ejemplo: 7 = +7, 12 = +12.

El número cero, no se reconoce como positivo ni negativo, los signos más (+) y menos (-) lo pueden acompañar, ya que estos símbolos no lo afectan: porque al adicionar o sustraer cero de una cantidad se obtiene siempre el mismo resultado y las cantidades se conservan. El número cero es mayor que cualquier número negativo. (Pérez, 2016).

5.2 ESTRUCTURA ADITIVA DE NÚMEROS ENTEROS

Para Vergnaud (citado por Pineda, 2013) “El campo conceptual de las estructuras aditivas está formado por las diferentes situaciones en las cuales hay que hacer una adición” (P. 32). Recordemos que al interior de la matemática existen diversas estructuras de la suma en enteros, estas se puede resumir en la siguiente tabla:

Tabla 1Estructura aditiva de los números enteros

Caso de suma	Característica	Ejemplo	Forma general
Tipo 1	Cuando ambos términos son positivos	+7+8=+15	+a +b= +(a +b)
Tipo 2	Cuando ambos términos son negativos	-5-7=-12	-a-b=-(a+b)
Tipo 3	Cuando un término es positivo y el otro es negativo	-6+11=+5 +6-11=-5	±(a-b), se coloca el signo del termino mayor en su valor absoluto y se restan los terminos

Fuente: construción propia

5.3 CONCEPCIONES

Desde Serrano (2007), se puede decir que las concepciones de los estudiantes, se relacionan con un conocimiento de cierto objeto matemático. Este conocimiento puede ajustarse o no a las propiedades lógicas que definen al objeto matemático, en tal sentido son cambiantes y susceptibles de ser sustituidas por otras. (p. 172)

Por otro lado, Tamayo (2002), piensa que las concepciones alternativas, es el conjunto de conocimientos que los estudiantes poseen cuando apenas van iniciar a instruirse en una determinada disciplina, estos saberes se encuentran de una manera desorganizada y los sujetos los aplican de manera espontanea, sin tener auto control de ellos.

> Las concepciones, ideas previas o concepciones alternativas se definen como sistemas de explicación personal y alternativo de los estudiantes, ligadas a contextos de conocimiento particular, formas de conocimientos construidas en el tiempo, están asociadas con el sentido común, son teorías cotidianas e implícitas sobre el mundo, útiles y funcionales para desenvolverse en la vida normal, estas condiciones las hacen resistentes a la enseñanza de los conceptos científicos y tienden a permanecer durante el tiempo de la escolaridad. (Alzate, 2011, p.40)

Pozo, J.I., Gómez, M.A., Limón, M. y Sanz, A. (1991), clasifican las concepciones en tres grupos las cuales son:

a)Concepciones espontáneas: se formarían en el intento de dar significado a las actividades cotidianas y se basarían esencialmente en el uso de reglas de inferencia causal aplicadas a datos recogidos en el caso del mundo natural mediante procesos sensoriales y perceptivos.

b) Concepciones transmitidas o inducidas: el origen de estas concepciones no estaría tanto dentro del alumno como en su entorno social, de cuyas ideas se impregnaría el alumno. La cultura es entre otras muchas cosas un conjunto de creencias compartidas por unos grupos sociales, de modo que la educación y la socialización tendrían entre sus metas prioritarias la asimilación de esas creencias por parte de los individuos. Dado que el sistema educativo no es hoy el único vehículo -y a veces ni siquiera el más importante de transmisión cultural, los alumnos accederían a las aulas con creencias socialmente inducidas sobre numerosos hechos y fenómenos.

c) Concepciones analógicas: a pesar de la ubicuidad de las concepciones alternativas, existen algunas áreas de conocimiento con respecto a las cuales los alumnos carecerían de ideas específicas, ya sea espontáneas o inducidas, por lo que para poder comprenderlas, a ese se verían obligados a activar, por analogía, una concepción potencialmente útil para dar significado dominio. Cuanto menor sea la conexión de un dominio con la vida cotidiana mayor será la probabilidad de que el alumno carezca de ideas específicas al respecto. De esta forma, la comprensión debe basarse en la formación de analogías, ya sea generadas por los propios alumnos o sugeridas a través de la enseñanza. (p.69)

5.4 OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS

Una de las labores que el ser humano no deja de hacer en el transcurso de su vida, es generar conocimiento científico de los objetos y fenómenos que lo rodean, la cual no es una tarea fácil, ya que él no parte de una manera espontánea, sino que se guía por principios o regla que ha adquirido con el paso del tiempo, las cuales pueden llegar a estancar u obstaculizar la construcción de nuevos conocimiento. (Díaz, 2005)

El filósofo Gastón Bachelard, fue el primero autor que utilizó la palabra obstáculo en el campo de la epistemología de la ciencias en el año de 1938, desde ese momento se interesó por indagar acerca de las falencias, u obstáculos epistemológicos, que se pueden presentar al investigar, sobre la esencia del conocimiento de las ciencias producido a lo largo de la historia de la humanidad.

El autor, consideraba que en el acto de conocer y de reflexionar sobre los objetos de conocimiento surgen obstáculos que no van a depender de las habilidades del investigador, ni tampoco se pueden reducir estos a la complejidad de los fenómenos de las ciencias, si no que estos surgen como estancamiento y retroceso del saber científico, es decir son conocimientos que impiden la adquisición de nuevo conocimiento y en la medida que la persona se dé cuenta o evidencie estos; es en ese momento donde aparecen los obstáculos epistemológicos.

> La noción de obstáculo epistemológico tiene el objeto de explicar los problemas relacionados con el avance de la ciencia y la aparición de errores. Así, dicho concepto no se refiere a las dificultades derivadas de la ausencia de conocimiento, sino a aquellas directamente vinculadas con las formas de considerar el conocimiento o con los conocimientos mismos. Además, señala que el conocimiento científico no se desarrolla en un proceso continuo ni lineal, sino que resulta del rechazo de formas previas de conocimiento que se constituyen en obstáculos epistemológicos. (Guillén, Bohórquez y Pires, 2016, p.36)

Por otra parte, Brousseau 1998, (citado por Barrantes, 2006), define el obstáculo epistemológico entorno a los orígenes que generan los errores, además el afirma: “El error no es solamente el efecto de la ignorancia, la incertidumbre, sino que es el efecto de un conocimiento anterior, que, a pesar de su interés o éxito, ahora se revela falso o simplemente inadecuado” (p.3).

Con base a todo lo anterior, los obstáculos epistemológicos son limitaciones que causan estancamiento en la contrucción del conocimiento real, es decir, hace que la ciencia no avance.

De acuerdo con Bachelard (1981, p.27), en su libro titulado la formación del espíritu científico, se resaltan varios tipos de obstáculos como por ejemplo:

> La experiencia básica o conocimientos previos: se refiere a todas las experiencias que el sujeto ha adquirido en el transcurso de su vida, sobre los fenómenos que ocurren en diferentes contexto y tiempo, que al no sufrir cuestionamiento alguno se han convertido en verdades absolutas, con los cuales se vuelve imposible crear nuevo conocimiento.

El obstáculo verbal: aparece en el momento que el ser humano intenta explicar un fenómeno o un concepto, mediante una sola palabra o imagen, el sujeto busca dar una respuesta fácil y rápida, lo que general imprecisión en el lenguaje, ya que en el vocabulario no prima la parte racional o científica.

El peligro de la explicación por la utilidad: consiste en dar muchas explicaciones a un objeto de conocimiento, teniendo encueta sus características o funcionalidad, lo que puede llevar a generar errores en la definición de este, causando la perdida de la esencia del objeto.

EI conocimiento general: se refiere a generalizar los conocimientos alcanzados, lo que impiden la generación de nuevos conocimiento, ya que el avance de las ciencias se vuelve innecesaria, pues se ha perdido la curiosidad de realizar indagaciones frente a otras características sobre los objetos de conocimiento que lo podría definir mejor.

El obstáculo animista: consiste en utilizar los fenómenos biológicos para dar explicaciones a los fenómenos físicos, en este caso se resalta la parte biológica como mecanismo de comprensión de los objetos de conocimiento.

5.4.1 Obstáculos Epistemológicos En Los Números Negativos

Eva Cid (2015), afirma que el primer escrito que surge, en la cual se hace mención sobre los obstáculos epistemológicos de los números negativos, se encuentra enmarca en la obra de Glaeser publicado en 1981. El autor, en aquel artículo muestra su preocupación al indagar en el pasado sobre los diferentes aportes realizados, en el campo de los números negativos, por las personas que se han dedicado al estudio de las matemáticas, para descubrir los obstáculos que alimentan la falta de comprensión y aprendizaje de estos.

Así mismo Glaeser 1981 citado por Cid (2015), considera que en el desarrollo histórico por los cuales ha pasado el concepto de número entero, desde su génesis hasta su momento se pueden identificar los siguientes obstáculos:

1. Falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas.

2. Dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas.

3. Dificultad para unificar los números negativos en una sola recta numérica.

4. La ambigüedad de los ceros, o la dificultad para pasar de un cero absoluto a un cero elegido arbitrariamente

5. El estancamiento en el estadio de las operaciones concretas; creer que una noción matemática debe tener un referente en el mundo físico que le dé sentido.

6. Deseo de un modelo unificador; la búsqueda de un buen modelo concreto que justifique no solo la estructura aditiva, tal como lo hace el modelo de ganancias y pérdidas, sino también la estructura multiplicativa de los enteros, al mismo tiempo y de manera comprensible para los aprendices.

En el aprendizaje de los números enteros, los estudiantes presentan varios obstáculos, dentro de los cuales estan:

El número como expresión de cantidad: en muchas ocasiones al estudiante se le dificulta encontrar en su contexto ciertas situaciones que representen cantidades negativas.

La suma como aumento y la sustracción como disminución: esta se refiere a la creencia que tiene el estudiante de comprender la adición y la sustracción, añadir para la primera y disminuir para la segunda.

El orden entre los negativos es el mismo que el orden natural: los estudiantes piensan, que en el conjunto de los números negativos, se conserva la misma regla del conjunto de los naturales. **Ignorar el signo:** es el desconocimiento del significado del signo en algunas situaciones cotidianas.

La imposición de lo formal: gira entorno a ese conocimiento que poseen los estudiantes que a veces no los deja avanzar en la adquisición de los nuevos. (Iriarte, Jimeno y Vargas, 1991)

5.5 LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

5.5.1 ¿Qué Es Un Problema?

A lo largo de la historia se han originado diversas opiniones acerca de lo que es un problema, lo que ha originado diversos conceptos sobre este término, por ejemplo según Kilpatrik (citado por Remesal, 2006) dice que "un problema es una situación en la que se debe alcanzar un objetivo final, para la cual la ruta de acceso está bloqueada" (p.6). Además Villarroel (citado por Beck, 1999), piensa que:

El concepto de problema es concebido como una dificultad planteada por una situación nueva, que debe ser dilucidada por medio del pensamiento lógico – matemático. Este último le permitirá al alumno obtener información desconocida a partir de información conocida aplicando reglas lógicas de procesamiento matemático para poder llegar a la solución. (p. 8).

Por otro lado Schoenfeld (citado en Alfaro y Barrantes, 2008), piensa que la gran dificultad para definir el termino problema, es que se debe a una cuestión muy subjetiva, además los problemas no siempre van estar implícitos en las diferentes actividades que se desarrollan en las matemáticas, si no que corresponde a una interacción especifica del sujeto y su quehacer.

Conviene resaltar que Schoenfeld, emplea el término problema para hacer mención una labor, que un individuo está tratando desarrollar, pero que presenta dificultades para resolverla.

La resolución de problema se refiere a la coordinación de experiencias previas, conocimiento e intuición, en un esfuerzo para encontrar una solución que no se conoce. A grandes rasgo puede decirse que, al resolver un problema, el sujeto: formula el problema en sus términos propios; experimenta, observa, tantea; conjeturas; valida. (Parra, 1990, p.23)

Con respecto a la resolución de problemas, Calvo (2008) afirma: es un aprendizaje que ha de realizarse a lo largo de la vida, contribuye a desarrollar en los niños y las niñas estrategias mentales básicas que les facilita resolver situaciones de la vida real, aplicando los conocimientos que se han adquirido durante los diferentes niveles educativos. (p.128)

Zanocco (2006), resalta la importancia a nivel mundial de la resolución de problemas expresando que:

> Es una competencia fundamental que los estudiantes deben adquirir en la escuela, es necesario prepararlos para aplicación de conocimientos y habilidades matemáticas aprendidas, en situaciones reales del mundo. A su vez es indispensable favorecer la construcción de aprendizajes matemáticos significativos anclándolos en situaciones experienciales de los estudiantes. (p. 147)

"De modo que, mediante la resolución de problemas, los estudiantes experimentan la potencia y utilidad de las matemáticas en el mundo que les rodea" (Escudero, 1999, p. 28).

5.5.2 Modelos Para La Resolución De Problemas Matemáticos Propuesto Por Alan Schoenfeld

Alan Schoenfeld (1985) publicó un libro titulado Mathematical Problem Solving, en la cual afirmo que en la resolución de un problema hay que tener en cuenta cinco aspectos los cuales son:

1. **Dimensión cognitiva:** hace referencia al conocimiento o recursos básicos que posee el sujeto sobre el problema que desea resolver, estos pueden ser: definiciones, hechos, fórmulas, algoritmos y conceptos fundamentales asociados con un dominio matemático particular o tema.
2. **Heurísticas:** gira entorno a las estrategias de resolución de problemas que maneja la persona, en este grupo se involucran formas de representar y explorar los problemas con la intención de comprender los enunciados y plantear caminos de solución. Algunos ejemplos de estas estrategias son dibujar un diagrama, buscar un problema análogo, establecer sub-metas, descomponer el problema en casos simples.

3. **Control:** está relacionado con la manera como el sujeto controla su trabajo, es decir la persona debe estar monitoreando su actividad de resolver problemas, para de este modo poder tomar las mejores decisiones que lo lleven a la mejor solución del problema. Algunas estrategias que se implementan en este apartado son: planificación, toma decisiones, supervisión, evaluación.
4. **Sistema de creencias:** se refiere al imagen general que la persona posee del mundo matemático, el cual enmarca la conducta del individuo sobre su personalidad, las cosas que lo rodean y los objetos matemáticos en cuantos a sus apreciaciones.
5. **Componente afectivo:** en este aspecto se encuentran las actitudes y emociones que el sujeto experimenta durante el proceso de la resolución de un problema, las cuales pueden llegar a influir de manera positiva o negativa a la persona.
6. **Práctica matemática**: Experiencia en la resolución de problemas.

5.6 ¿QUÉ ES LA UNIDAD DIDÁCTICA?

5.6.1 Concepto

Cuando hablamos de unidad didáctica damos por sobre entendido que responde a un hilo conductor que teje toda la unidad de programación. Es recomendable que el hilo conductor se vertebre alrededor de una actividad significativa práctica y funcional que justifique y responda a la realización de una serie de tareas previas. (Ambrós, 2009, p.27). La unidad didáctica se puede definir como:

> Un proceso flexible de planificación de la enseñanza de los contenidos relacionados con un campo del saber específico, para construir procesos de aprendizaje en una comunidad determinada”. “El proceso flexible de planificación parte, primero del pensamiento del docente, determinado por su saber específico en el área del conocimiento objeto de la enseñanza, su experiencia docente, los conocimientos previos de los estudiantes, las políticas de educación, los recursos disponibles para el desarrollo de la práctica de enseñanza – aprendizaje y la ejecución y evaluación de dicho proceso. Desde este punto de vista, el diseño de las unidades permite a los docentes generar cambios significativos en la forma como ellos están percibiendo los procesos de enseñanza; sus perspectivas, modelos de pensamiento, concepciones y paradigmas, que inciden notablemente en la manera como

> aprenden los estudiantes. Con esta metodología se pretende propiciar espacios de reflexión didáctica y pedagógica en los docentes que les permita abandonar una visión transmisionista y pasiva de los conceptos e incorporar una postura de construcción del conocimiento, donde el estudiante tenga la posibilidad de desarrollar un pensamiento crítico – reflexivo de su propio aprendizaje. (Tamayo, 2011, p.32)

Por otra parte, Guevara (2010), define la unidad didáctica como una manera de organizar y planificar el proceso de enseñanza aprendizaje enmarcado en un determinado objeto de conocimiento, en la cual él docente deberá tener en cuenta algunos elementos para su diseño y aplicación, dentro de los cuales se destacan: las ideas previas de los estudiantes; tener en cuenta el currículo del área y de la institución, es decir los planes de estudio del área donde desea diseñar y aplicar la unidad didáctica; seleccionar los tema de interés; trazar los objetivos que desea alcanzar dentro del proceso de enseñanza aprendizaje, también es importante conocer las características de la población a intervenir y el contexto en que se desenvuelve, así mismo determinar los parámetros de evaluación y los criterios metodológicos con los cuales se van abordar cada una de las tareas propuestas en cada momento de la unidad didáctica.

Dentro del campo del diseño y aplicación de las unidades didácticas , Lemus (2015), afirma que los elementos que se deben tener en cuenta en la estructuración de una unidad didáctica son por ejemplo: una descripción de la unidad didáctica, en la cual se indique el nombre de esta y la identificación de los saberes previos de los estudiantes; unos objetivos didácticos, es decir las competencias que se desean que los estudiantes alcancen; los contenidos de aprendizaje, dejar claro los temas que se van a desarrollar en cada una de las sesiones de trabajo; las estrategias y recursos didácticos que se van a utilizar; establecer una cronología de cada una de las actividades a desarrollar y por ultimo fijar los parámetros de evaluación.

Con base a lo anterior, para diseñar, estructurar y aplicar una unidad didáctica se debe tener en cuenta como mínimo los siguientes elementos: una presentación o descripción de esta, los objetivos, contenidos temáticos, secuencia de actividades, una metodología que abarque los recursos a utilizar , los tiempos de trabajo, por ultimo dejar bien establecido la forma de evaluar las diversas tareas que se ejecuten.

Para Dueñas, Baquero, García, Bravo, Merino, Calderón (2018), diseñar una unidad didáctica no es una tarea fácil, ya que encierran un conjunto de actividades y elementos que se deben articular de manera dinámica, para que responda a las necesidades de los estudiantes, por lo tanto, la unidad didáctica debe ser una construcción flexible, que una vez se tenga claro ciertos criterios como por ejemplo: definición de finalidades/ objetivos, selección de contenidos, organización y secuencia de contenidos, organización y secuencia de actividades de evaluación, organización y gestión de aula, se debe proceder con las fases o etapas para el diseño y creación de esta, las cuales son: fase- etapa de planeación, fase de diseño, fase desarrollo, fase de evaluación.

6 METODOLOGÍA

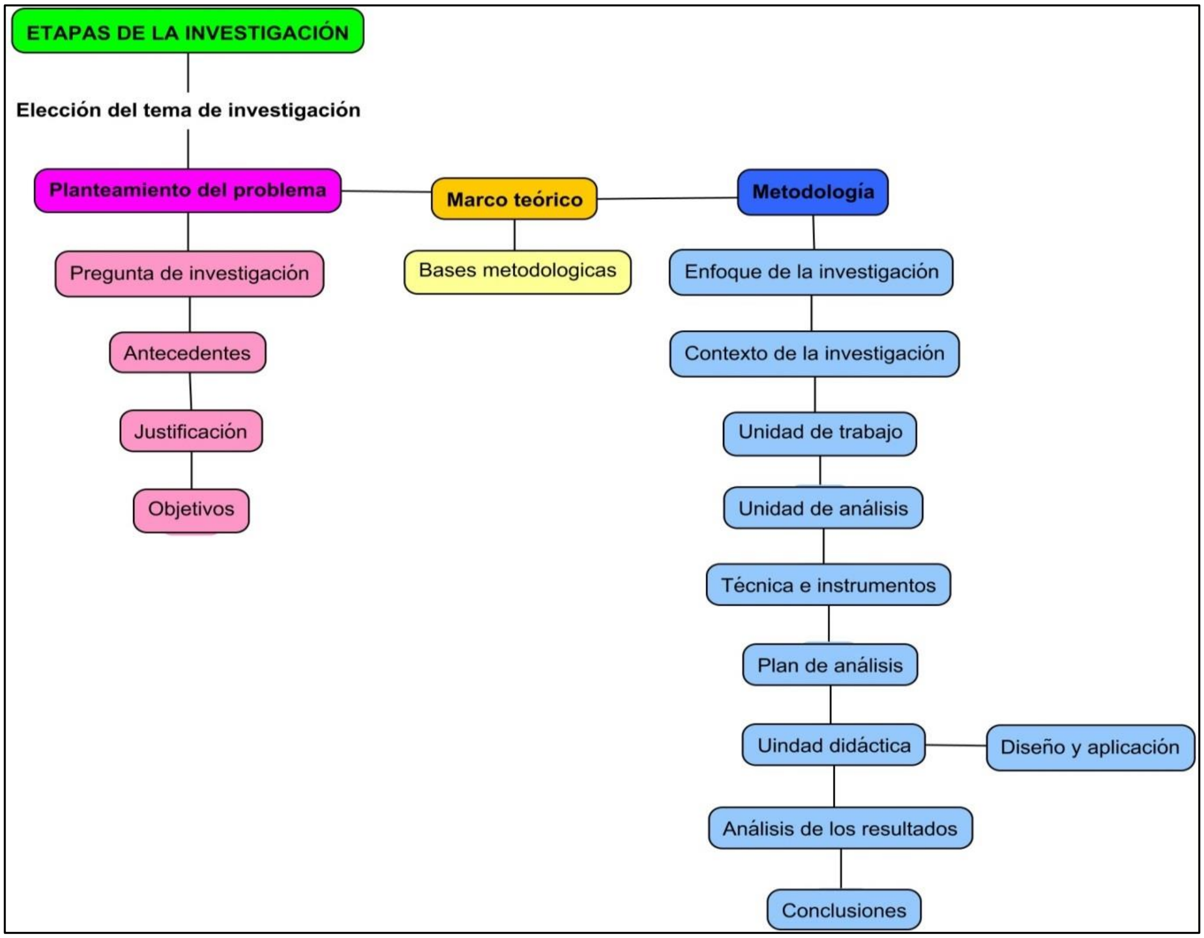
En este apartado se tendrá en cuenta, el tipo de investigación, los instrumentos que se utilizarán para recolectar la información necesaria y los procesos que se llevará acabo para analizarla.

6.1 ENFOQUE DEL ESTUDIO

El enfoque de este trabajo es cualitativo, con un alcance descriptivo, debido a que busca analizar e interpretar la información recogida, para identificar y caracterizar los obstáculos epistemológicos que surgen cuando los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Rural Sinaí, del municipio de Orito departamento del Putumayo, resuelven problemas matemáticos, en los cuales hacen uso de las operaciones aditiva con los números enteros. En este sentido, la investigación cualitativa para Hernández, Fernández y Baptista (2006), se caracteriza por:

> El investigador cualitativo utiliza técnicas para recolectar datos como la observación no estructurada, entrevistas abiertas, revisión de documentos, discusión en grupo, evaluación de experiencias personales, (…). Los datos consisten en obtener las perspectivas y puntos de vista de los participantes (sus emociones, experiencias, significados y otros aspectos subjetivos), registro de historias de vida, interacción e introspección con grupos o comunidades, (…). Es decir, procede caso por caso, dato por dato, hasta llegar a una perspectiva más general. (p.17)

Ilustración 2Diagrama de la investigación



Fuente: construción propia

6.2 DISEÑO METODOLÓGICO

6.2.1 Contexto De La Investigación Y Población

La Institución Educativa Rural Sinaí, se encuentra ubicada al noroccidente del municipio de Orito, conformado por las veredas de. Monserrate, Mirador Pepino, Alto Mirador, La Palmira, Bella Vista, El Quebradón y El Caldero, en esta última se encuentra situada la sede Central Sinaí con una población de 80 estudiantes aproximadamente, está ubicada a 7 kilómetros de la cabecera Municipal, lugar donde se desarrolló este estudio.

La población objeto de estudio en su mayoría son adolescentes que pertenecen a **etnias indígenas**, **colonos**. Esta población hace parte de un estrato socioeconómico bajo y sus edades oscilan entre los 11 y 16 años aproximadamente, en relación con el género esta población es mixta.

6.3 UNIDAD DE TRABAJO

Para la realización de este estudio, participaron los estudiantes del grado séptimo de la Institución educativa Rural Sinaí del municipio de Orito departamento del Putumayo, este grado estaba conformado por ocho (8) estudiantes; 3 niñas y 5 niños. Para la unidad de trabajo, se identificaron los estudiantes que de acuerdo a sus procesos anteriores, se clasifican en un nivel de desempeño que se muestra a continuación:

Tabla 2Característica de la unidad de trabajo

ESTUDIANTES	**GENERO**	**EDAD**	**DESEMPEÑO**
E1	Femenino	13	Bajo
E2	Femenino	14	Alto
E3	Femenino	13	Alto
E4	Masculino	13	Alto
E5	Masculino	12	Alto
E6	Masculino	12	Básico
E7	Masculino	12	Básico
E8	Masculino	12	Bajo

Fuente: construcción propia

Esta investigación se centró en analizar las respuestas de 4 estudiantes referentes a los obstáculos epistemológicos que surgen cuando resuelven problemas matemáticos adictivos dentro del aula de clase, en los cuales se ven involucrados los números enteros. Fue necesario asignar una codificación al grupo de estudiantes, denominados E1, E2, E3, E4 con la finalidad de guardar la reserva de su identidad por ser menores de edad y facilitar su nominación al momento de categorizar los resultados. Los criterios que se tuvieron en cuenta para seleccionar los estudiantes fueron los siguientes: estudiantes de ambos géneros, estudiantes que hayan participado en todas las secciones de trabajo propuesta en la investigación y estudiantes con desempeño bajo, básico, alto.

6.4 UNIDAD DE ANÁLISIS

En este trabajo se desarrolló una unidad didáctica para que los estudiantes trabajaran el significado de los números negativos y resolvieran las operaciones de suma, resta en situaciones de la vida diaria, en otros contextos y en la matemática para interpretar adecuadamente los resultados obtenidos. Los resultados se muestran teniendo en cuenta tres momentos

Tabla 3Fases de desarrollo de la propuesta de intervención

MOMENTO	ACTIVIDADES	PROPÓSITO
UBICACIÓN	Prueba diagnóstica	Conocer las concepciones que poseen los estudiantes sobre la estructura aditiva de los enteros.
DESUBICACIÓN	Propuesta de contextos diferentes para la utilización de números enteros.	Ampliación del conocimiento sobre la estructura aditiva de los enteros.
REENFOQUE	Realización de problemas en diferentes contextos.	Identifcar los obstáculos persistentes.

Fuente: Construcción propia

6.5 TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

Las técnicas que se utilizaron en el desarrollo de este estudio fueron las siguientes: la observación participante y el cuestionario.

La observación participante: es aquella permite percibir mediante la observación el comportamiento y las experiencias de un grupo de individuos en su entorno y así poder registrar la información, además esta conlleva a la elaboración de un perfil de la situaciones, hechos, fenómenos que se están presentando en un grupo determinado. El investigador lleva un registro a través de una libreta de apuntes o diario de campo de los acontecimientos que observa (Monje, 2011).

Por otra parte, el cuestionario es definido de la siguiente manera:

> Constituye el instrumento de recogida de los datos donde aparecen enunciadas las preguntas de forma sistemática y ordenada, y en donde se consignan las respuestas mediante un sistema establecido de registro sencillo. El cuestionario es un instrumento rígido que busca recoger la información de los entrevistados a partir de la formulación de unas mismas preguntas intentando garantizar una misma situación psicológica estandarizada en la formulación de las preguntas y asegurar después la comparabilidad de las respuestas. (López y Fachelli, 2015, p.17).

6.6 INSTRUMENTOS Y FUENTES DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

Para el desarrollo de esta investigación se diseñó una unidad didáctica, la cual se desarrolló en tres momentos, con una duración de 4 semanas. Cada momento está organizado en secciones de trabajo con objetivos específicos, como se describe a continuación:

En el **momento 1**, se aplicó a los estudiantes un taller con cinco preguntas, para indagar sobre las ideas previas que poseen, sobre la resolución de problemas con estructuras aditivas de los números enteros, con la finalidad de identificar, reconocer los obstáculos epistemológicos que poseen cuando se enfrentan a estas tareas.

Para el **momento 2**, se realizaron algunas secciones de trabajo con los estudiantes, en la cual se les explico los conceptos relacionados con los números entero: definición, simbolización, representación y la utilización de estos en diferentes contexto, de igual manera los algoritmo que se utilizan para realizar adición entre ellos, este momento termino con la aplicación de un taller que tuvo como objetivo identificar la utilización de los números enteros en contextos diferentes y de esta manera se pudo obtener información para ser analizada y poder determinar los obstáculos epistemológicos que circundan en ellos.

En el **momento 3**, se les aplico un taller de resolución de problemas matemáticos con la intención que los estudiantes pongan en práctica los conocimientos adquiridos en las secciones de trabajo, en este caso el momento 2 y de esta manera obtener datos para verificar si los obstáculos epistemológicos fueron superados o cuáles de ellos siguen persistiendo en los estudiantes.

6.7 PLAN DE ANÁLISIS

Una vez, terminada las distintas aplicaciones de cada UNO DE LOS instrumentos se procedio a revisar la información recolectada, con la finalidad de asegurar que el material este completo, posteriormente se transcribieron las respuesta de cada uno de los estudiantes en una matriz y se codificaron los estudiantes, por último se realizó el análisis de cada una de las respuestas de los estudiantes teniendo encueta su categoría.

Para dar cumplimiento al primer objetivo específico planteado en esta investigación, el cual consistía en: Identificar las concepciones que poseen los estudiantes del grado séptimo sobre la adición de números enteros; se realizó una prueba diagnóstica; en esta misma, se usó una matriz de análisis titulada tabla #2. Análisis cuestionario de indagación de ideas previas.

Tabla 4Análisis sobre concepciones que poseen los estudiantes de estructura aditiva

ESTUDIANTE	**ACTIVIDAD: TALLER**	**RESPUESTA**	
	Preguntas A) Escribe en el siguiente espacio como se denotan las deudas en tu comunidad, de acuerdo a las preguntas: ¿cómo se escribe que se debe 7,000 pesos?, ¿cómo se escribe que se debe		

	30,000 pesos?, ¿cómo se escribe que se debe 500,000 pesos?		
	B) Ahora en el siguiente espacio escribe cómo escribirías cuando se pagan esas mismas cantidades: 7,000 pesos, 30,000 pesos y 500,000 pesos.		
	C) Si el lunes llevé 200 pesos al colegio, compré un paquete de papitas y una gaseosa que costaron 1,500 pesos y me fiaron en la tienda lo que me hacia falta. ¿cómo escribo lo que quedé debiendo en la tienda?		
	D) Juan me debe 3,000 pesos y me paga 2,500 pesos ¿cómo puede escribirse la deuda y cómo puede escribirse lo que paga?		
	E) Cuando se escriben las estadísticas de los equipos de fútbol se tienen en cuenta los puntos, los goles a favor, los goles en contra. ¿Cómo se escriben los goles a favor, como se escriben los goles en contra en un mismo espacio?		

Fuente: construción propia

6.7.1 Análisis De La Información

6.7.1.1 Momento 1.

Alan H. Schoenfeld (1985), piensa que los conocimientos previos, se deben tener en cuenta a la ahora de direccionar a los estudiantes hacia nuevos aprendizajes y la actividad de resolver problemas, no se aparta de estos señalamientos, ya que estos pueden llegar a convertirse en un punto a favor o en contra para favorecer la adquisición de nuevos conocimientos.

Es importante aclarar que para este ejercicio de analisis se les dio un nombre **ficticio** a los estudiantes, los cuales son:

- Estudiante 1: Jennifer
- Estudiante 2: Henderson
- Estudiante 3: Marcela
- Estudiante 4: Wilmer

Las respuestas se transcribieron tal cual fueron escritas por los estudiantes, lo que implica que se veran muchos errores ortográficos y de redacción, pero que no se quisieron corregir en el acto a los estudiantes, ya que los estudiantes tienen el español como segunda lengua, al ser ellos de una comunidad indígena, y no perjudicar la investigación ya que lo que se persigue es comprender como conceptualizan y trabajan con los números enteros en la estructura aditiva.

Ahora bien, a continuación se presentan en el momento 1 los preconceptos de los estudiantes en cuanto a la estructura aditiva de los números enteros, es claro que en este primer momento no se interviene, se hace para comprender la base sobre la que se trabajara, y comprender como proceder de la mejor manera para que los estudiantes puedan avanzar en sus conocimientos.

Tabla 5Momento 1

Concepciones o ideas previas				
Preguntas	**Respuestas de los estudiantes**			
	E1 Jennifer	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
A) Escribe en el siguiente espacio como se denotan las deudas en tu comunidad, de acuerdo a las preguntas: ¿cómo se escribe que se debe 7,000 pesos?, ¿cómo se escribe que se debe 30,000 pesos?, ¿cómo se escribe que se debe 500,000 pesos?.	Se escribe con números y el nombre de la persona y con pesos Se escribe con letras y con letras y pesos Se escribe con letras y con letras y pesos	Se escribe con el o por lo que debe. Pues se escribe lo mismo o tambien tener en cuenta.	Ejemplo: Juan debe -30mil pesos deó debe -7mil pesos carlos debe -500 mil pesos	Sele escribe en un cuaderno a notando brayan = 7.000 pesos se escribe tambien en cuaderno = que una person debe 30,000 pesos se escribe el señor debe 500,000 pesos y recordando al cliente.

Fuente: Construcción Propia

En este caso se utilizan los números enteros sin discriminación de signos, sin responder a una estructura aditiva escrita, aunque si responde en el uso que se le asigna a la forma de registro de deudas.

Lo anterior se puede identificar con el obstáculo descrito por Bachelard (2.000),

“El peligro de la explicación por la utilidad: consiste en dar muchas explicaciones a un objeto de conocimiento, teniendo encueta sus características o funcionalidad, lo que puede llevar a generar errores en la definición de este, causando la perdida de la esencia del objeto”

Tabla 6Momento 1.1

Concepciones o ideas previas				
Preguntas	**Respuestas de los estudiantes**			
	E1 Jennifer	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
B) Ahora en el siguiente espacio escribe cómo escribirías cuando se pagan esas mismas cantidades: 7,000 pesos, 30,000 pesos y 500,000 pesos 00 pesos, 30,000 pesos y 500,000 pesos	pepifo me canselo 7,000 pesos juan me canselo 30,000 pesos javier me canselo 500,000 pesos	pues tachando las mismas cantidades que tiene el deudor	Juan cancelo $ 30 mil pesos Deó cancelo $ 7 mil pesos Carlos debe $ 500 mil pesos	lo escribiria tachando lo que paga o escribiendo si canselo lo que debia.

. Fuente: construcción propia

De acuerdo con Bachelard (2.000), en su libro titulado la formación del espíritu científico, se resaltan varios tipos de obstáculos como por ejemplo:

La experiencia básica o conocimientos previos: se refiere a todas las experiencias que el sujeto ha adquirido en el transcurso de su vida, sobre los fenómenos que ocurren en diferentes contexto y tiempo, que al no sufrir cuestionamiento alguno se han convertido en verdades absolutas, con los cuales se vuelve imposible crear nuevo conocimiento.

Este obstáculo es evidente en este tipo de respuestas ya que tienen un manejo de los números enteros muy empírico desde su uso, no atienden a signos negativos ni positivos para las deudas y su cancelación de las mismas, pero como en sus cuentas funcionan de esa manera, seguirán haciéndolo hasta que conozcan una forma diferente que les aporte una mejora en su actuar.

Tabla 7Momento 1.2.

Concepciones o ideas previas				
Preguntas	**Respuestas de los estudiantes**			
	E1 Jennifer	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
C) Si el lunes llevé 200 pesos al colegio, compré un paquete de papitas y una gaseosa que costaron 1,500 pesos y me fiaron en la tienda lo que me hacia falta. ¿cómo escribo lo que quedé debiendo en la tienda?	juan David queda deviendo 1,300	pues anotando lo que deviendo en la tienda o por la mente.	debo -1300	lo escribo debo 1,300 en la tienda o lo recuerdo

Fuente: construcción propia

En este caso el estudiante 3 utiliza espontáneamente la notación -1300 cambiando un poco su respuesta en la forma de registrar las deudas, tal vez influenciado por algo que estudio en algún momento, pero que seguramente no utiliza mucho, ya que sus convicciones lo llevaran a estar pendiente de cómo le funciona, y como los demás no utilizan este tipo de registro, quizás no lo utilice a menudo.

Tabla 8Momento 1.3.

Concepciones o ideas previas				
Preguntas	**Respuestas de los estudiantes**			
	E1 Jennifer	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
D) Juan me debe 3,000 pesos y me paga 2,500 pesos ¿cómo puede escribirse la deuda y cómo puede escribirse lo que paga?	juan me canselo 2,500 pesos y me queda deviendo 500 pesos	pues la escribo lo que me quedo deviendo y lo que me paga Lo tacho y solo que me debe los 500 pesos. los anotos.	Deuda - $ -500 Paga +2500	Se escribe juan cancelo 2,500 y me quedo debiendo 500 pesos

Fuente: construcción propia

Se puede observar que el estudiante 3, tiene un uso de notaciones más avanzado en cuanto al uso de los números enteros, pero que no es el común, y observamos un uso del leguaje mixto entre lenguaje verbal y parte numerica, tal vez porque no le ven la utilidad a usar solo lenguaje matemático, o por el uso comun del lenguaje que para este caso debemos recordar que no es su lengua materna.

Tabla 9Momento 1.4.

Concepciones o ideas previas				
Preguntas	**Respuestas de los estudiantes**			
	E1 Jennifer	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
E) Cuando se escriben las estadísticas de los equipos de fútbol se tienen en cuenta los puntos, los goles a favor, los goles en contra. ¿Cómo se escriben los goles a favor, como se escriben los goles en contra en un mismo espacio?	el equipo las aguilas doradas anotaron 10 goles y le anotaron 8 goles	pues lo escribo por cada equipo o tambien por el nombre del equipo.	epuipo + - 3 4	El equipo = fl. marcaron 4 goles y les hiceron 3 goles

Fuente: construcción propia

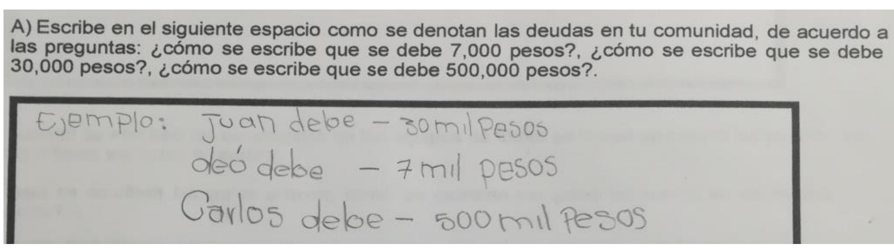
Se puede observar que aunque el contexto cambió, el uso de los números enteros no cambió en la mayoría de los estudiantes, se mantiene que el estudiante 3 continua utilizando una notación más matemática.

El momento 1 , que concierne a los preconceptos de los estudiantes, existen diferentes acercamientos a los números enteros, en contextos como las deudas y la notación estadística; en este caso particular de un deporte, ahora bien se puede inferir que las concepciones de este grupo de estudiantes los hace interactuar con los números enteros de una manera mixta entre lenguaje natural y notación matemática, que posiblemente se da por una condición de uso en palabras de Bachelar se da el obstáculo epistemológico ***El peligro***

de la explicación por la utilidad , por otro lado no se evidencia una clara relación en la estructura aditiva de los números enteros, esto se evidencia en cuanto no pueden llevar todas las cuentas en una misma expresión, cuando se debe y se paga, aunque en su mente lo puedan manejar no lo pueden expresar de una manera matemática, así tendríamos problemas de comunicación con personas de otros contextos y sale a relucir el Obstáculo epistemológico de ***La experiencia básica o conocimientos previos,*** también estudiado por Bachelar.

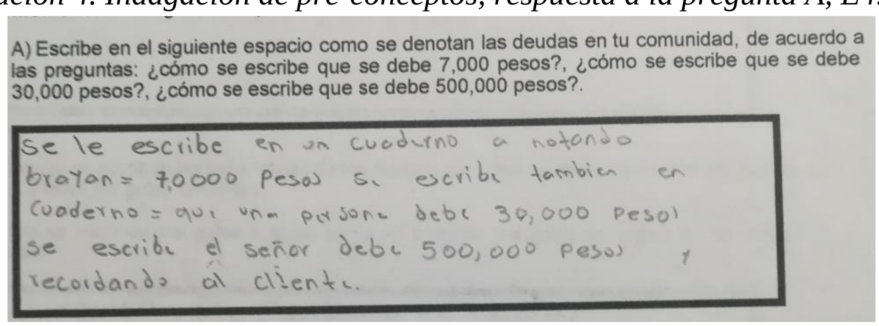
En la aplicación del instrumento de indagación de pre-conceptos, en el momento 1, después de haberse analizado los resultados del cuestionario, mediante una matriz, se pudo evidenciar que los estudiantes poseían algunos conocimientos sobre los números enteros, por ejemplo: usa terminología relacionada con los números enteros negativos y positivos, ya que usan el término "debe" para referirse a una deuda, como lo ratifica el MEN (2010), cuando afirma: que los números enteros negativos se les asocia con ciertas expresiones como: las deudas, esto se pudo evidenciar en las respuestas de los estudiantes E3, E4.

Ilustración 3. Indagación de pre-conceptos, respuesta a la pregunta A, E3.


A) Escribe en el siguiente espacio como se denotan las deudas en tu comunidad, de acuerdo a las preguntas: ¿cómo se escribe que se debe 7,000 pesos?, ¿cómo se escribe que se debe 30,000 pesos?, ¿cómo se escribe que se debe 500,000 pesos?.

Ejemplo: Juan debe – 30 mil Pesos
deó debe – 7 mil pesos
Carlos debe – 500 mil Pesos

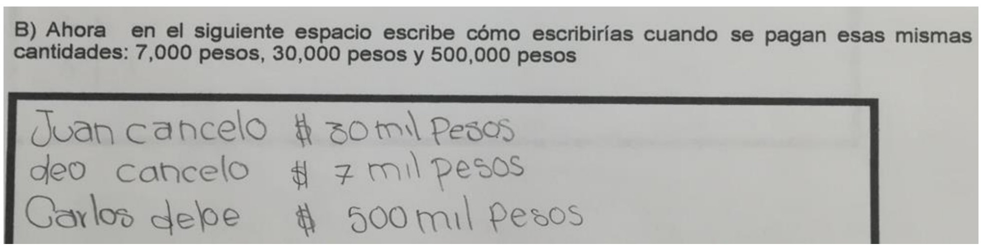
Ilustración 4. Indagación de pre-conceptos, respuesta a la pregunta A, E4.


A) Escribe en el siguiente espacio como se denotan las deudas en tu comunidad, de acuerdo a las preguntas: ¿cómo se escribe que se debe 7,000 pesos?, ¿cómo se escribe que se debe 30,000 pesos?, ¿cómo se escribe que se debe 500,000 pesos?.

Se le escribe en un cuaderno a notando
brayan = 7,0000 pesos si escribe tambien en
cuaderno = que una persona debe 30,000 pesos
se escribe el señor debe 500,000 pesos y
recordando al cliente.

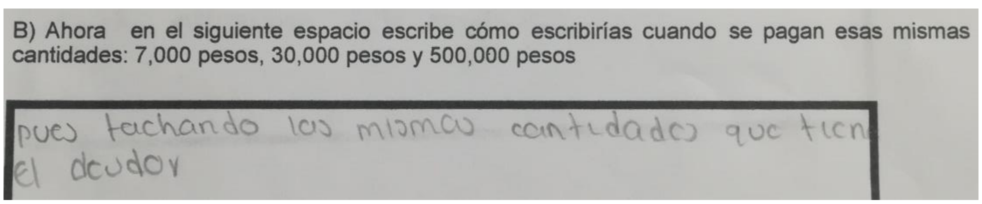
Además, se observó, que en la mayoría de los casos utilizan el lenguaje escrito para denotar las deudas y cuando se pagan estas emplean el término “cancelo” delante del valor de la cantidad de la deuda, para hacer referencia que se realizó el pagó de la deuda y en algunos casos rayan (tachan) el escribo que describe la deuda, como lo muestra la ilustración 5 y 6.

Ilustración 5. Indagación de pre-conceptos, respuesta a la pregunta B, E3.


B) Ahora en el siguiente espacio escribe cómo escribirías cuando se pagan esas mismas cantidades: 7,000 pesos, 30,000 pesos y 500,000 pesos

Juan cancelo $ 30 mil pesos
deo cancelo $ 7 mil pesos
Carlos debe $ 500 mil pesos

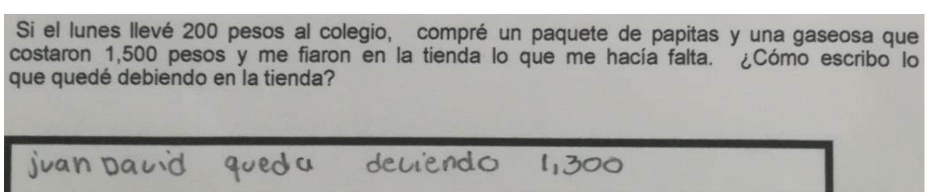
Ilustración 6. Indagación de pre-conceptos, respuesta a la pregunta B, E2.


B) Ahora en el siguiente espacio escribe cómo escribirías cuando se pagan esas mismas cantidades: 7,000 pesos, 30,000 pesos y 500,000 pesos

pues tachando las mismas cantidades que tien
el deudor

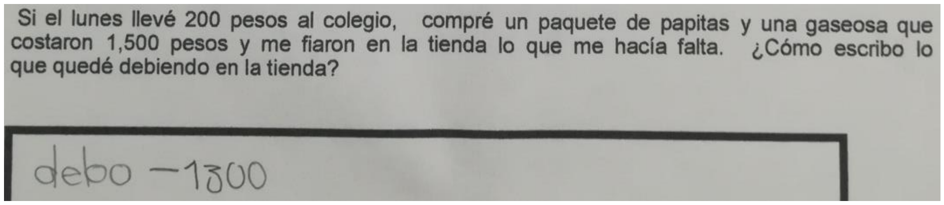
También se encontró, que la mayoría de los estudiantes realizan cálculos mentales con estructuras aditivas de los números enteros, porque dado un par de números enteros, ejecutar la operación indicada y obtiene un resultado, además en sus respuestas no se observa la aplicación de algún tipo de algoritmo o procedimiento, ellos expresan su respuesta de una manera directa, por ejemplo E1, E3, E4.

Ilustración 7. Indagación de pre-conceptos, respuesta a la pregunta C, E1.


Si el lunes llevé 200 pesos al colegio, compré un paquete de papitas y una gaseosa que costaron 1,500 pesos y me fiaron en la tienda lo que me hacía falta. ¿Cómo escribo lo que quedé debiendo en la tienda?

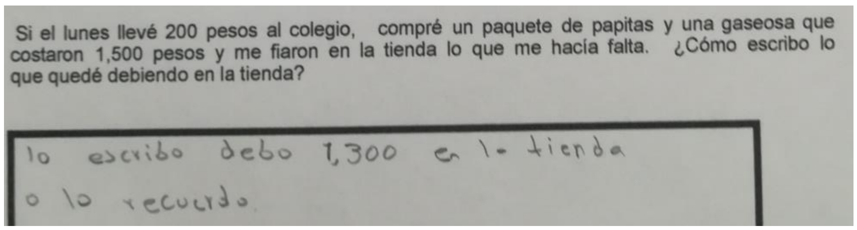
juan David queda deviendo 1,300

Ilustración 8. Indagación de pre-conceptos, respuesta a la pregunta C, E3.


Si el lunes llevé 200 pesos al colegio, compré un paquete de papitas y una gaseosa que costaron 1,500 pesos y me fiaron en la tienda lo que me hacía falta. ¿Cómo escribo lo que quedé debiendo en la tienda?

debo −1300

Ilustración 9. Indagación de pre-conceptos, respuesta a la pregunta C, E4.

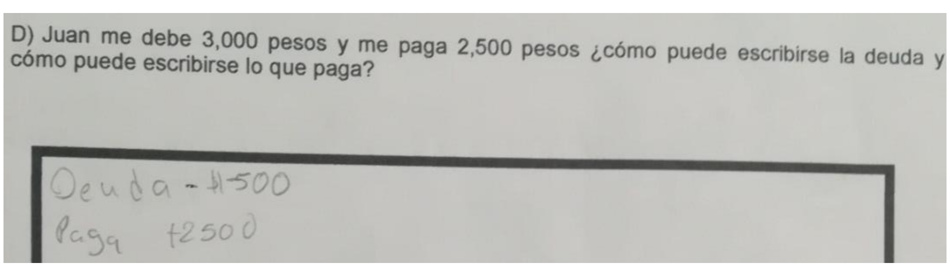

Si el lunes llevé 200 pesos al colegio, compré un paquete de papitas y una gaseosa que costaron 1,500 pesos y me fiaron en la tienda lo que me hacía falta. ¿Cómo escribo lo que quedé debiendo en la tienda?

lo escribo debo 1,300 en la tienda
o lo recuerdo

Las ilustraciones 7 y 9, muestra como los estudiantes E1, E4 al escribir el resultado de su cálculo, usan la palabra "debo" para expresar que se tiene una deuda, al prescindir del signo menos en su respuesta da la impresión que estuvieran operando dentro del conjunto de los números naturales.

En los resultados del cuestionario de ideas, se encontró que el estudiante E3, es el único que escribe de manera simbólica números negativo y positivo, también identifica o relaciona la palabra deuda con los números negativo y reconoce el uso cotidiano de los números enteros en situaciones contextuales, como lo muestra las siguientes gráficas.

Ilustración 10. Respuesta a la pregunta N°1 de la situación N°1


D) Juan me debe 3,000 pesos y me paga 2,500 pesos ¿cómo puede escribirse la deuda y cómo puede escribirse lo que paga?

Deuda -1-500
Paga +2500

6.7.1.2 Momento 2

Tabla 10Momento 2.

Proceso de contextualización y ampliación de saberes				
MOMENTO 2, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
Si te encuentras en el piso 3 y bajas 5, ¿En qué piso te encuentras?	en el piso 2	-2	-2	-2

Fuente: Construcción propia

Aquí se puede notar que se va generalizando el uso de los signos para describir una situación asociada a los números enteros, sin embargo, existe un estudiante que no logra adaptar del todo este conocimiento, si bien entiende que debe restar, no logra inferir el signo por estructura aditiva, que en este caso sería el caso tres de la siguiente tabla donde se explican de forma resumida los tres casos de suma de enteros.

Tabla 11Momento 2.1.

Caso de suma	Característica	Ejemplo	Forma general
Tipo 1	Cuando ambos terminos son positivos	+7+8=+15	+a +b= +(a +b)
Tipo 2	Cuando ambos terminos son negativos	-5-7=-12	-a-b=-(a+b)
Tipo 3	Cuando un termino es positivo y el otro es negativo	-6+11=+5 +6-11=-5	±(a-b), se coloca el signo del termino mayor en su valor absoluto y se restan los terminos

Fuente: Construcción propia

Tabla 12Momento 2.2.

Proceso de contextualización y ampliación de saberes				
MOMENTO 2, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
Si en tu comunidad se encuentran a una temperatura de 20º a las 2:00 p.m , y en la madrugada alcanza una temperatura de 8º. ¿Hace frío o calor? ¿Por qué?	Frio porque la temperatura daja a 8°	hace calor por que la temperatura es mas alta que calor y frio	calor pora solo loaja la temperatura de calor, pero sigue el calor	frio por que la temperatura baja a 8c° y ase frio

Fuente: Construcción propia

En este caso, los estudiantes difieren bastante en las respuestas, ya que la concepción de calor es relativa al gusto, sin embargo, los que dicen que calor en su justificación del porqué de la respuesta dicen que todo lo que sea positivo es calor, teniendo el cero como referencia, sin embargo, los que dicen que frio se refieren a la sensación corporal como tal, teniendo presente las dos respuestas cobra importancia tener en cuenta la contextualización de los problemas. Para que no se dé el obstáculo epistemologico propuesto por Bachelar de

EI conocimiento general: se refiere a generalizar los conocimientos alcanzados, lo que impiden la generación de nuevos conocimientos, ya que el avance de las ciencias se vuelve innecesaria, pues se ha perdido la curiosidad de realizar indagaciones frente a otras características sobre los objetos de conocimiento que lo podría definir mejor.

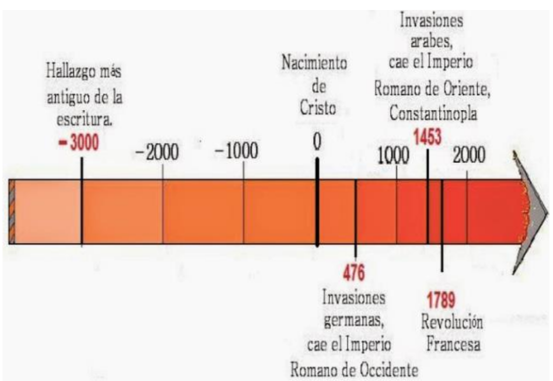
Que en este caso se evidencia en la sola concepción local de frio, ya que si se le pregunta a una persona digamos de Rusia 8 grados es casi verano para ellos.

Tabla 13Momento 2.3.

Proceso de contextualización y ampliación de saberes				
MOMENTO 2, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
De acuerdo al gráfico, Las invasiones germanas donde cae el imperio Romano de Occidente se representa con un número positivo, o un número negativo?	se encuentra en un numero positivo	se representa en negativo	positivo	un numero positivo

Fuente: Construcción propia

Este es el grafico al que se refiere esta pregunta



En este caso se observa que los estudiantes no logran consolidar totalmente las representaciones en la recta numérica y por eso se les dificulta leer información de tipo recta numérica, esta característica se observa como el obstáculo epistemológico

Dificultad para unificar la recta real: aquí se plantea la dificultad, (McLaurin, D'Alembert, Carnot y Cauchy) de representar las cantidades positivos y negativos en una misma recta, ya que se concebíía la idea que estas eran de naturaleza opuesta y por ende su sentido, lo que inducia a representarlas en dos semirrectas por separado

Aunque en este caso no se observa que sea generalizado, lo cual da a entender que los estudiantes en general tienen un buen aprestamiento en trabajos con rectas numéricas, lo cual facilita la adaptación de nuevos conocimientos a los anteriores.

Tabla 14Momento 2.4.

Proceso de contextualización y ampliación de saberes				
MOMENTO 2, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
De acuerdo a la imagen: ¿Qué número representa al submarino? y el número que representa al helicóptero?	30 ms 40 ms	presenta 30 presenta 40	-30 +40	-30 +40

Fuente: Construcción propia

Esta es la imagen a la que hace referencia la pregunta

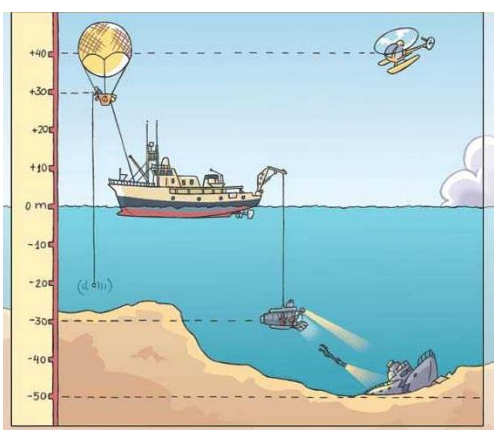


Imagen tomada de https://sites.google.com/site/imaginandounfuturo/home/matematicas/2-numeros/enteros

Como se puede observar no todos los estudiantes logran darle sentido a los números que ubican los objetos, este problema viene a darse posiblemente por la variación de la orientación de la recta numérica, ya que normalmente se les presenta de forma horizontal, y es un obstáculo verificable en el marco teórico.

Tabla 15Momento 2.5.

Proceso de contextualización y ampliación de saberes				
MOMENTO 2, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
Si vas a un almacén y te dicen que te van a realizar un descuento, ¿Tienes que pagar más o pagar menos?	tienes que pagar menos si tehacen el descuesto	tiene que pagar menos	tengo que pagar menos	pagar menos

Fuente: Construcción propia

Se puede observar que dado el contexto es más entendible la situación para los estudiantes, ya que es un contexto muy utilizado para ellos, y posiblemente no lo asocien a la adición con enteros, sino a una cuestión práctica.

Tabla 16Momento 2.6.

Proceso de contextualización y ampliación de saberes				
MOMENTO 2, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
De acuerdo a lo anterior quiénes representan los goles en contra: Números negativos o positivos.	los que represenan es el numero negativo	Se presentan en el azul porque no tiene +	los numeros negativos	numero negativo

Fuente: Construcción propia

Esta es la información que se debía tener en cuenta para responder esta pregunta,

Cinco equipos han jugado un torneo municipal de fútbol.
En la tabla han anotado los goles que consiguió cada equipo, pero se han borrado algunos datos.

Equipo	Goles a favor	Goles en contra	Diferencia de goles
Rojo	10	6	+4
Verde	7	9	−2
Azul	5	8	
Marrón	9		+2
Negro		7	−1

Aquí se puede observar que existe cierta resistencia a utilizar el signo negativo, esta dificultad no es nueva, a lo largo de la historia muchos matemáticos de gran importancia negaban el uso de los números negativos. Y recordando que en el colegio se presentan muchos de los obstáculos que se dieron en la historia, es importante seguir presentando contextos para que los estudiantes entiendan su uso.

Tabla 17Momento 2.7.

Proceso de contextualización y ampliación de saberes				
MOMENTO 2, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
Si haces parte de un equipo de fútbol y realizan 5 goles pero tienen 8 en contra, ¿qué se puede decir: que ganaron o perdieron el partido? ¿Por qué?	que perdieron porque ivan por 3 goles	Perdieron por que tiene mas goles	perdimo porque nos ganan con 3 goles	perdieron por el otro equi a noto mayor cantidad de goles

Fuente: Construcción propia

Se puede observar que todos dieron la respuesta esperada, pero también tiene que ver con el uso de algunos contextos favorece la compresión; es importante recordar que el futbol es el deporte más famoso del mundo y que aunque muchas personas no disfrutan de él, si entienden en que consiste, las generalidades del mismo, sin embargo esto no demuestra que los estudiantes entiendan por completo el uso de los números enteros en esta situación.

En este apartado del trabajo con los estudiantes, es importante resaltar que se acompañó el proceso de conocer nuevos contextos donde se utilizaban los números enteros, y más específicamente, en el sentido de la estructura aditiva; completando este proceso ,se puede observar con claridad que se necesitan diferentes representaciones para que los estudiantes puedan entender el uso de la recta numérica del conjunto de los enteros, también se puede observar fácilmente que dependiendo del contexto ellos usan de manera más eficiente los números enteros, por ejemplo en el caso del contexto del futbol y los descuentos, que son contextos más familiares para los estudiantes, por último pese a el trabajo que se adelantó con los estudiantes, se observa que los obstáculos siempre existirán, y algo que puede ayudar a superarlos es el conocimiento de los diferentes contextos donde los pueden utilizar.

6.7.1.3 Momento 3.

Tabla 18Momento 3.

Proceso de Práctica del uso de los números negativos en contextos.				
MOMENTO 3, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
1. Si una persona se encuentra en el piso -10 de un edificio y necesita llegar al piso 20 del mismo edificio, ¿Cuántos pisos debe subir?	debe subir otros 10 para subir al piso 20	La persona debe subir 10 pisos.	Se necesita subir 30 pisos	debe subir 10 pisos asi arriba.

Fuente: Construcción propia

En las respuestas de los estudiantes se aprecia la falta de comprensión del contexto, pese a que ya se les había socializado acerca de la utilización de los números enteros en este tipo de contexto, donde se puede utilizar la recta numérica pero de manera vertical, este obstáculo epistemológico sigue persistiendo en los estudiantes, seguro porque el contexto para ellos es inusual, ya que la mayoría no sale de su comunidad y no han experimentado el desplazamiento de manera vertical en edificios.

Tabla 19Momento 3.1.

Proceso de Práctica del uso de los números negativos en contextos.				
MOMENTO 3, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
2. Si un celador baja al piso -2 y luego baja -4 pisos, ¿en cuál piso estaría?	el estaria en el piso 6	El celador estia en el -6	Se encontrara en el piso 6	Estaria en el piso -6

Fuente: Construcción propia

Se observa que, aunque este contexto era más familiar para ellos, utilizando la adición de enteros para sumar los dos desplazamientos, la mitad de los estudiantes no logran asociar el uso del signo negativo con una posición o significado de ubicación.

Tabla 20Momento 3.2.

Proceso de Práctica del uso de los números negativos en contextos.				
MOMENTO 3, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
3. Si una persona se encuentra en el piso 2 de un edificio y recuerda que debe bajar 7 pisos para llegar al parqueadero donde dejo el carro, ¿en cuál piso dejo el carro?	el quedaria en el piso 5	La persona deja el carro en el piso -5	deja el carro en el piso 5	En el piso -5

Fuente: Construcción propia

En esta ocasión se observa que los estudiantes comprenden el contexto y la situación, sin embargo, sigue persistiendo el problema de asignar el signo negativo a la respuesta en los estudiantes 1 y 3, también se puede verificar que los cuatro estudiantes están utilizando adecuadamente el razonamiento de la adición entre enteros.

Tabla 21 Momento 3.3.

Proceso de Práctica del uso de los números negativos en contextos.				
MOMENTO 3, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
4. Si una persona se encuentra en el piso 3 de un edificio y necesita llegar a la azotea que esta 13 pisos arriba, ¿en qué piso se encuentra la azotea?	tiene que subir 16 pisos	La persona se encuetra en el piso 16	Se encuentra en el piso 10	En el piso 16.

Fuente: Construcción propia

En esta ocasión tres estudiantes concuerdan con la respuesta esperada, y aparentemente se les facilita por la forma de la adición, ya que en este caso corresponde a dos valores positivos, cuestiones ampliamente abordadas en los números naturales.

Tabla 22Momento 3.4.

Proceso de Práctica del uso de los números negativos en contextos.				
MOMENTO 3, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
5. Si una persona tiene temperatura de 36.5° y le sube en 4° en ¿cuánto le queda la temperatura?	le queda a 405°	Le queda en 40.50	le queda en 40.5°	le queda 40.5°

Fuente: Construcción propia

Para esta pregunta se observa el mismo comportamiento de acertar en la estructura de la adición entre enteros cuando ambos sumandos son positivos, por lo que se verifica que los estudiantes persisten en repetir comportamientos adquiridos con anterioridad en este caso en la adición de los naturales, y que esto les refuerza algunas resistencias frente a los otros dos esquemas aditivos de la estructura de los enteros. Los cuales se recuerdan en la siguiente tabla que resume los diferentes esquemas de la adición con enteros.

Tabla 23Estructura aditiva de los números enteros.

Caso de suma	Característica	Ejemplo	Forma general
Tipo 1	Cuando ambos terminos son positivos	+7+8=+15	+a +b= +(a +b)
Tipo 2	Cuando ambos terminos son negativos	-5-7=-12	-a-b=-(a+b)
Tipo 3	Cuando un termino es positivo y el otro es negativo	-6+11=+5 +6-11=-5	±(a-b), se coloca el signo del termino mayor en

			su valor absoluto y se restan los terminos

Fuente: Construcción propia

Tabla 24Momento 3.5.

Proceso de Práctica del uso de los números negativos en contextos.				
MOMENTO 3, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
6. Si una nevera esta con una temperatura de -4º y le bajo 6 grados ¿en cuántos grados queda?	le queda en 10°	Le queda en -10°	queda en -10°	le queda en -10°

Fuente: Construcción propia

En este problema se observa que los estudiantes siguen teniendo problemas con la asignación del signo, lo que da cuentas que os estudiantes todavía no tienen bien aprendida la estrategia de:

> **Control:** está relacionado con la manera como el sujeto controla su trabajo, es decir la persona debe estar monitoreando su actividad de resolver problemas, para de este modo poder tomar las mejores decisiones que lo lleven a la mejor solución del problema. Algunas estrategias que se implementan en este apartado son: planificación, toma decisiones, supervisión, evaluación.

Habilidad necesaria para que las respuestas cobren sentido y se de una buena comunicación de la misma, ya que en matemáticas es tan importante la forma de expresar las cosas como los razonamientos que se hacen para obtener una respuesta

Tabla 25Momento 3.6.

Proceso de Práctica del uso de los números negativos en contextos.				
MOMENTO 3, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
7. En Colombia una temperatura se encuentra a 26º y en Alaska se encuentra 40 grados menos, ¿cuál es la temperatura en Alaska?	en alaska la temperatura es de 66	en Alaska la temperatura es de 66°	-14 Construy o recta numerica de 10 en 10 hasta 40 y -40	es de 66°grados

Fuente: Construcción propia

En esta ocasión el problema vuelve sobre la estructura aditiva, donde la adición debe hacerse entre un entero positivo y uno negativo, lo cual hace que se les dificulte, aquí siguen sin utilizar la estrategia de **control**, y vuelven a tratar de ajustar el razonamiento a la adición entre naturales.

Tabla 26Momento 3.7.

Proceso de Práctica del uso de los números negativos en contextos.				
MOMENTO 3, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
8. Si Cristo es tomado como el año cero y el hallazgo más antiguo de la escritura esta en el -3,000 y la invasión germana estuvo en 476 ¿cuántos años pasaron desde el hallazgo hasta la invasión?	pasaron 3.476 años	Pasaron 3.476	2,524 años	pasaron 3.476 años

Fuente: Construcción propia

En este problema aciertan en gran medida la respuesta esperada, solo la estudiante tres sigue presentando problemas, aquí es importante subrayar que la estudiante tres en particular es la que presenta mayor número de fallos en los respectivo a la resolución de problemas, una posible explicación desde la teoria nos la ofrecen Schoenfeld (1985) en los componentes de resolución de problemas, los cuales muestra como la resolución de problemas es mucho mas que solo desarrollar una operación, en este caso se pueda identificar la dificultad en los siguientes componentes

Ccomponente afectivo: en este aspecto se encuentran las actitudes y emociones que el sujeto experimenta durante el proceso de la resolución de un problema, las cuales pueden llegar a influir de manera positiva o negativa a la persona.

Práctica matemática: Experiencia en la resolución de problemas.

Tabla 27Momento 3.8.

Proceso de Práctica del uso de los números negativos en contextos.				
MOMENTO 3, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
9. Si los españoles llegaron a América en 1492 y estamos en el año 2018 ¿cuántos años han pasado?	han pasado 526 años	han pasado 526 años	3960 años	Anpasado 526 años

Fuente: Construcción propia

Aquí se puede observar lo ya señalado es la estudiante tres la que sigue teniendo el menor desempeño en la resolución de problemas, esto tambien se puede deber a un "**Deseo de un modelo unificador:** surge del anhelo de poder establecer un modelo funcional y operativo con los números entero para la adición" Bachelard (2.000)

Tabla 28Momento 3.9.

Proceso de Práctica del uso de los números negativos en contextos.				
MOMENTO 3, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
10. Si el primer hombre sobre la tierra se estima que estuvo en -400,000 años aproximadamente ¿cuántos años han vividos los hombres hasta el año 2018?	vivieron 402018	han vivido 402018	807,200 años	han vivido 402.018

Fuente: Construcción propia

En este problema también se debía tomar como cero a cristo, que es un cero relativo conocido por la mayoría de las sociedades, sin embargo, se sigue observando que la estructura aditiva es ya clara para la mayoría de los estudiantes.

Tabla 29Momento 3.10.

Proceso de Práctica del uso de los números negativos en contextos.				
MOMENTO 3, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
11. Si Pedro gana 450,000 pesos en Enero, pero sus gastos fueron de 500,000 pesos ¿cómo se escribe el balance del mes?	pedro + 450.000 y debe 500.000	(pedro y gano) pedro gano 60,00 y perdio 50,000	+gancia - gasto + 450,000 - 500,000	pedro +45.000, y debe - 500,000

Fuente: Construcción propia

En este caso, aunque es un contexto conocido por los estudiantes, se puede observar que las respuestas son muy diversas, la que implica que no está claro el entendimiento del mismo, y que posiblemente les falto utilizar las estrategias de resolución de problemas, específicamente las

> **Heurísticas:** gira entorno a las estrategias de resolución de problemas que maneja la persona, en este grupo se involucran formas de representar y explorar los problemas con la intención de comprender los enunciados y plantear caminos de solución. Algunos ejemplos de estas estrategias son dibujar un diagrama, buscar un problema análogo, establecer sus metas, descomponer el problema en casos simples. Schoenfeld (1985)

Tabla 30Momento 3.11

Proceso de Práctica del uso de los números negativos en contextos.				
MOMENTO 3, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
12. En la tienda de doña María se compró mercancía por un valor de 2´000,000 de pesos y se vendió 1´000,700 pesos ¿cuánto le hace falta por vender para salvar la inversión?	le hace falta vender $ 300,000 pesos	Le hace falta para vender $ 20.000 pesos	le hace falta 300 mil pesos	le hacen faolto 999300

Fuente: Construcción propia

En esta ocasión, las respuestas son muy diversas por parte de los estudiantes, aparentemente los estudiantes 1 y 3 se equivocaron por el uso de cantidades grandes, y se resalta que el estudiante 4 es el único que llega a la respuesta esperada, esto probablemente por un mejor uso de las estrategias de resolución de problemas.

Aquí es importante tener en cuenta, que fuera de los obstáculos conocidos frente a los números enteros, en este caso también se presentan dificultades frente a la resolución de problemas como tal, lo que lleva a una serie de nuevos obstáculos.

Tabla 31Momento 3.12.

Proceso de Práctica del uso de los números negativos en contextos.				
MOMENTO 3, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
13. Si Juan se gasta 7,000 pesos diarios en los gastos de la casa por día ¿Cuánto se gasta al mes?	juan se gasta en el mes 20010	si gasta en el mes 21.000	juan gasto 210 en el mes	se gasta 210.000

Fuente: Construcción propia

En este problema se observa que si bien los estudiantes entienden que es lo que se debe hacer, una suma reiterada o una multiplicación, también se observa un problema con el manejo de cantidades grandes y como expresarlas, situación reiterada a lo largo de la guía.

Tabla 32Momento 3.13.

Proceso de Práctica del uso de los números negativos en contextos.				
MOMENTO 3, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
14. Si los tiburones viven a -200 metros teniendo el nivel del mar como referencia y las focas solo pueden nadar hasta -100 metros, ¿cuánto debe subir el tiburón para cazar una foca?	el tiburon tieine que subir 100 Metros	el tiburon debe subir 100 metros	+100 metro	debe subir 100 metros

Fuente: Construcción propia

En este caso los estudiantes aciertan en la respuesta, posiblemente por la reiteración de contextos similares y la utilización de números más pequeños.

Tabla 33Momento 3.14.

Proceso de Práctica del uso de los números negativos en contextos.				
MOMENTO 3, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
15. Si una persona quiere unos zapatos que valen 100,000 pesos y el tienen una etiqueta de -20% ¿cuánto tendrá que pagar por los zapatos?	el tiene que pagar 80	Tendria que pagar 80.000 pesos.	tiene q pagar 80 mil pesos	tendria que pagar 80.000 mil pesos

Fuente: Construcción propia

En este problema también aciertan todos los estudiantes en la respuesta esperada, este es uno de los contextos más utilizados por los estudiantes (las compras y descuentos), es muy interesante observar como en el uso de la estructura aditiva, incluso con prinicpios de la estructura multiplicativa funcionan mejor en contextos ampliamente utilizados por por los estudiantes.

Tabla 34Momento 3.15.

Proceso de Práctica del uso de los números negativos en contextos.				
MOMENTO 3, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
16. Si un viaje a Bogotá cuesta 500,000 pesos y tiene un descuento de 50% ¿cuánto tendrá que pagar por el viaje la persona que lo corre?	el tiene que pagar 250.000	Tendria que pagar 250.000 mil	Paga 250 mil pesos	tiene que pagar 250.000 mil

Fuente: Construcción propia

En este problema se reitera lo que paso anteriormente, la estructura aditiva funciona muy bien en este grupo de estudiantes en contextos conocidos como compras y descuentos.

Tabla 35Momento 3.16.

Proceso de Práctica del uso de los números negativos en contextos.				
MOMENTO 3, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
17. Si un carro cuesta 50´000,000 de pesos y tiene una oferta de -40% ¿cuánto tiene que pagar el comprador por el carro?	tieine que pagar 20.000.000	tiene que pagar del carro 20´00´000	tieine que pagar 20,000,000	tienen que pagar por el carro 20´000´000 de pesos

Fuente: Construcción propia

En este problema todos los estudiantes llegaron a la misma respuesta, aunque no era la esperada, si se puede observar que tienen una comprensión similar del mismo, en este caso es posible que les faltara implementar la estrategia de control, ya que habían llegado al valor del descuento, pero les falto restar el descuento al valor inicial, y por eso dieron la respuesta equivocada.

Tabla 36Momento 3.17.

Proceso de Práctica del uso de los números negativos en contextos.				
MOMENTO 3, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
18. Si un equipo tiene 20 goles a favor y 30 en contra ¿cuál es su récord en general?	20 goles	en general es 20	20 goles	es 20 su recor

Fuente: Construcción propia

En esta ocasión se equivocaron todos los estudiantes en la respuesta dada, es posible que ya sea por cansancio, ya que esta última parte de la unidad didáctica (momento 3) tiene 20 puntos, esta conclusión, se escribe después de corroborar con los estudiantes el por qué de esta, ya que luego de terminar cada momento, se llevaba a cabo una socialización con el ánimo de confrontarlos a sus errores y realimentar los conceptos, además de socializar las formas de responder los problemas, estrategia que ayudaba a que interiorizaran mejor los conceptos.

Tabla 37Momento 3.18.

Proceso de Práctica del uso de los números negativos en contextos.				
MOMENTO 3, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
19. Si un ciclista tiene 3 faltas que le dan -3 puntos y ha hecho en ruta 6 puntos ¿cuántos puntos lleva?	lleva 3	lleva 6 puntos	3 puntos	lleva 3 puntos

Fuente: Construcción propia

En este caso tres de los estudiantes aciertan en la respuesta esperada para este problema, ya respondiendo bien a la estructura aditiva de los enteros en el caso de un número positivo y un número negativo, sin embargo, se observa que esta solución se facilita cuando el resultado final no necesita signo, o es de signo positivo.

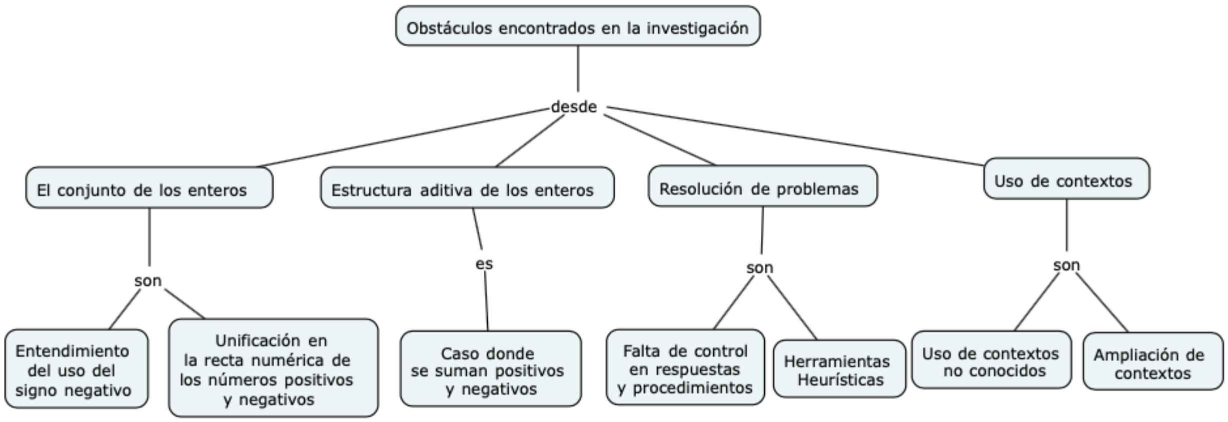
Tabla 38Momento 3.19.

Proceso de Práctica del uso de los números negativos en contextos.				
MOMENTO 3, TALLER	**Respuestas de los estudiantes**			
Preguntas	**E1 Jennifer**	**E2 Hermenson**	**E3 Marcela**	**E4 Wilmer**
20. Si al lanzar un dardo en el primer intento se saca 50 puntos y en el segundo intento se saca -30 puntos y para ganar se necesita 100 puntos ¿cuántos puntos debe sacar en el último lanzamiento?	deve sacar 80 puntos	Debe sacar 80 puntos	80 puntos	de be sacar 80 puntos en el ultimo lazamiento.

Fuente: Construcción propia

En este caso todos los estudiantes resolvieron bien el problema, es muy interesante este contexto ya que es un juego muy practicado en la comunidad. Lo que ratifica el análisis en cuanto a que los estudiantes asimilan mejor los conceptos si se les presentan en situaciones de contextos conocidos por ellos. De esta manera se solucionan muchos de los posibles obstáculos ya que la lógica que tienen de la situación ya vivida les ayuda a superar estos. Cuadro de resumen de análisis: Obstáculos encontrados en la investigación.

Ilustración 11. Mapa mental Obstáculos encontrados en la utilización de números Enteros. (Propio)



7 CONCLUSIONES

En cuanto a las concepciones de los estudiantes respecto a los números enteros en el momento 1 (indagación de saberes previos) se puede concluir que en su uso cotidiano no parece que fueran necesarios, ya que en expresiones mixtas entre lenguaje y números pueden trabajar las deudas que es su utilización más cercana, esto hace que parezca un conocimiento por fuera de lo necesario.

Para poder ampliar contextos de uso de conceptos matemáticos es importante hacer una reflexión con la comunidad de las posibilidades que estos nuevos conocimientos les ofrecen para interactuar con el mundo (que no se limitara siempre a la comunidad donde normalmente están), esta reflexión alienta en ellos el deseo de aprender y no lo sentirán como una imposición, lo cual es muy importante ya que estas comunidades han sido muy violentadas, tanto así que dadas las condiciones los profesores que servimos en sus procesos educativos tenemos uso del lenguaje español y no de su lengua madre.

Se puede concluir que la mayoría de los obstáculos descritos en el marco teórico de la presente investigación sobre el uso de los números enteros, sí aparecen en el trabajo con problemas de la unidad didáctica, y que los más observados son: los referentes a la utilización del signo negativo en una respuesta, el de no ser capaz de unificar los números positivos y negativos en la misma recta numérica y el concerniente a la estructura aditiva en el caso de sumar un número positivo y otro negativo.

Además surge a manera de conclusión, que en este grupo específico de estudiantes el manejo de cantidades grandes se dificulta, lo que lleva a que en algunos problemas a pesar de entender que se necesitaba hacer para dar solución no se llegara a la respuesta indicada.

También es importante resaltar como conclusión el papel fundamental que tienen los problemas en el aprendizaje de los estudiantes, sin pasar por alto que esta metodología trae consigo unas dificultades adicionales al estudio del concepto, propias de esta metodología, en el caso de este grupo de estudiantes la falta de control sobre las respuestas y sus respetivos desarrollos fue el más evidente.

Por la conclusión anterior, también se puede llegar a que pensar que existe una categoría en los obstáculos que no se encontró en el marco teórico de la presente investigación y es la resolución de problemas como tal, que aunque no es de orden epistemológico puede ser de tipo didáctico.

No menos importante es la conclusión acerca de los contextos utilizados en los problemas que se pretenden trabajar con los estudiantes, a lo largo de esta investigación se puedo observar que los estudiantes responden mejor a contextos conocidos por ellos, esto permite fortalecer su confianza trabajando primero en contextos conocidos para ir ampliando los contextos para utilizar cualquier concepto.

Por último, como conclusión es importante trabajar en la lengua materna de la comunidad de donde proceden los estudiantes, pero en caso de no ser posible como en la presente investigación, es importante hacer un trabajo en paralelo para que se mejore el uso del español, pero en el momento de la solución de problemas, no ser tan estricto en ese sentido ya que desconcentra a los estudiantes del objetivo principal que es entender el concepto en algunos contextos de utilización.

8 CUESTIONES PARA FUTURAS INVESTIGACIONES

¿Cómo ampliar los contextos de utilización de conceptos matemáticos de los estudiantes de las comunidades indígenas?

¿Qué obstáculos presentaran los estudiantes de esta comunidad educativa en el trabajo con problemas que involucran la estructura multiplicativa de los enteros?

¿Cómo crear la necesidad en las comunidades indígenas de la utilización de números grandes?

¿Cómo lograr que los estudiantes mejoren en la estrategia de control en medio de la resolución de problemas?

9 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alfaro, C. y Barrantes, H. (2008). ¿Qué es un problema matemático? Percepciones en la enseñanza media costarricense. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, 4, 83-98. Consultado 1 octubre de 2017. Recuperado de file:///C:/Users/ACER/Downloads/6902-9486-1-PB%20(1).pdf

Alzate, G. (2011). Obstáculos epistemológicos en perspectiva de naturaleza de la ciencia – nos – en el discurso oral y escrito de maestros en caldas. Universidad Autónoma De Manizales, Manizales, Colombia. Consultado 19 de agosto 2017. Recuperado de http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/bitstream/11182/260/1/TESIS.pdf

Ardila, S., Castiblanco, E., Pérez, N. & Caicedo, J. (2006). *Serie de Matemáticas para básica secundaria y media Espiral.* Bogotá D.C., Colombia: Grupo Editorial Norma.

Ariza, Aura., & Rojas, J. (2013). Propuesta didáctica para la enseñanza de los números enteros. *Educación científica y tecnológica*, Educación científica y tecnológica, 542-545. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/6706/1/Ariza2012Propuesta.pdf

Arroyo, J. (2012). *Niveles de conocimientos declarativos y procedimentales sobre tecnologías de información y comunicación en educación de docentes de la red n°6 – callao* (Tesis de maestría). Universidad San Ignacio De Loyola, Lima, Perú. Consultado 8 de mayo de 2018. Recuperado http://repositorio.usil.edu.pe/bitstream/123456789/1086/1/2012_Arroyo_Niveles%20de%20conocimientos%20declarativos%20y%20procedimentales%20sobre%20tecnolog%C3%ADa%20de%20informaci%C3%B3n%20y%20comunicaci%C3%B3n%20en%20educaci%C3%B3n%20de%20docentes.pdf

Bachelard, G. (2.000). La Formación del Espíritu Científico Contribución a un psicoanálisis del conocimiento objetivo. 17º ed. Siglo XXI Editores, México. Consultado 20 de febrero de 2020. Recuperado de http://www.posgrado.unam.mx/musica/lecturas/LecturaIntroduccionInvestigacionMusical/epistemologia/Bachelard%20Gaston-La-formacion-del-espiritu-cientifico.pdf

Barrantes, U. (2006). Los obstáculos epistemológicos. Consultado 5 de mayo 2018. Recuperado de https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/viewfile/6886/6572

Bedoya, M. & Ospina, S. (2014). *Concepciones que poseen los docentes de matemática sobre la Resolución de problemas y cómo afectan los métodos de enseñanza y aprendizaje.* (Tesis de maestría). Colombia: Universidad de Medellín.

Beck, M. (1999). Diseño e implementación de una estrategia de enseñanza de resolución de problemas matemáticos basada en el logro de un aprendizaje significativo en un grupo de estudiantes de quinto año básico. Santiago de Chile: Pontificia Universidad Católica de Chile.

Bernal, M., Ponce, G. (2009). *Propuesta para la enseñanza del cuidado en Enfermería.* ENEO-UNAM, 6(6), 33-41. Consultado 15 de mayo de 2018. Recuperado de http://www.medigraphic.com/pdfs/enfuni/eu-2009/eu091e.pdf

Borjas, D. (2009). *Aprendizaje de los números enteros una experiencia significativas en estudiantes de séptimo grado de la escuela nacional de música (*Tesis de maestría). Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Tegucigalpa, M. D. C, Republica de Honduras. Consultado el 13 de abril de 2017. Recuperado de: file:///C:/Users/ACER/Downloads/aprendizaje-de-los-numeros-enteros-una-experiencia-significativa-en-estudiantes-de-septimo-grado-de-la-escuela-nacional-de-musica%20(4).pdf

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas.* Consultado 3 de mayo de 2018. Recuperado de http://www.udesantiagovirtual.cl/moodle2/pluginfile.php?file=%2F204043%2Fmod_resource%2Fcontent%2F2%2F287885313-Guy-Brousseau-Iniciacion-al-estudio-de-la-teoria-de-las-situaciones-didacticas-pdf.pdf

Bruno, A. (2003). *Metodología de una investigación sobre métodos de enseñanza de problemas aditivos con números negativos*. Funes. Consultado el 15 de abril de 2017. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/579/1/BrunoA09-2925.PDF

Castillo Angulo, César. (2014). *Aprendizaje de adición y sustracción de números enteros a través de objetos físicos.* Palmira: Universidad Nacional de Colombia. Recuperado de http://www.bdigital.unal.edu.co/47573/1/94442425%20Cesar.pdf

Calvo, M. (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas Educación. *Revista Educación,* 32(1), 123-138. Consultado 25 de marzo 2020. Recuperado de https://ddd.uab.cat/pub/edlc/02124521v9n1/02124521v9n1p83.pdf?origin=publication_de t

Chaparro, Póveda, Fernández, Ministerio de Educación Nacional & Universidad del Valle (2006). *Jugando con los números enteros. Consultado el 20 de abril de 2017.* Recuperado de: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-110453_archivo.pdf

Chica (2011). *Propuesta de intervención pedagógica para comprender el significado del número entero*.(Tesis de maestría). Medellín: Universidad Nacional de Colombia sede Medellín. Recuperado de http://www.bdigital.unal.edu.co/5878/1/32257985.2012.pdf

Cid, E. (2015). Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos. (Tesis de doctorado). Universidad de Zaragoza, Zaragoza, España. Consultado 6 de octubre 2017. Recuperado de http://www.atd-tad.org/wp-content/uploads/2016/12/TESIS_EVA_CID-1.pdf

Corrales, A. (2010, Enero y febrero). *La programación a medio plazo dentro del tercer nivel de Concreción: las unidades didácticas. Educación Física.* Consultado el 15 de abril de 2017. Recuperado de: file:///C:/Users/ACER/Downloads/Dialnet-LaProgramacionAMedioPlazoDentroDelTercerNivelDeCon-3175435.pdf

Díaz, E. (2005). Las imprecisas fronteras entre vida y conocimiento. Perspectivas metodológicas. Perspectivas metodológicas, 5(5). Recuperado de http://revistas.unla.edu.ar/epistemologia/article/download/551/588

Douglas A. Qualding. (1982). La importancia de las matemáticas en la enseñanza. Perspectiva, (12), 444-452. Consultado el 28 de septiembre de 2017. Recuperado de http://unesdoc.unesco.org/images/0005/000524/052474so.pdf

Escudero, J. (1999). *Resolución de problemas matemáticos.* Consultado el 2 de mayo de 2017. Recuperado de:

http://mascvuex.unex.es/ebooks/sites/mascvuex.unex.es.mascvuex.ebooks/files/files/file/Matematicas_9788460697602.pdf

Fernández, J., y Barbarán, J. (2012). Incidencia de la invención y reconstrucción de problemas en la competencia matemática. *Unión revista iberoamericana de educación matemática,* número 32, 29-43. Recuperado de http://www.fisem.org/www/union/revistas/2012/32/revista32.pdf

García, S., Hernández, C., Vergara, L. (agosto, 2017). Obstáculos epistemológicos en la adición de números enteros. Valbuena, S. (Directora). *Fomentando la Investigación Educación Matematica desde la Región Caribe Colombia.* Conferencia llavada acabo en el tercer encuentro de investigación en educación matemática EIEM3. Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Atlántico Barranquilla, Colombia. Cosultado 25 de noviembre de 2019. Recuperado de https://www.uniatlantico.edu.co/uatlantico/sites/default/files/investigacion/pdf/MEMORIAS_EIEM_3%2012%20SEPTIEMBRE%20No%202-compressed.pdf

Gallardo, A., Mejía, J. & Saavedra, G. (2017). Intertextualidad sobre números negativos en niños de primaria: un acercamiento histórico. *Educación Matemática, 29(2),* 69-98. Consultado 11 de julio de 2018. Recuperado de http://www.redalyc.org/pdf/405/40552013004.pdf

Gómez, P. (2014). Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas de matemáticas en mad 1. En Becerra, O., Buitrago, M., Calderón, S., Gómez, R., Cañadas, M y Gómez, P. (Ed), *Adición y sustracción de números enteros* (pp. 25-84). Consultado 11 de julio de 2018. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/1890/2/Capitulo2_G1_Adici%C3%B3nysustracci%C3%B3ndenumerosenteros.pdf

González-Tejero, J., Pons, R. y Ortiz, P. (2011). El desarrollo del Conocimiento Matemático. *Psicogente, 14* (26): pp. 269-293. Consultado 8 de mayo de 2018. Recuperado de file:///D:/maestria%20en%20ense%C3%B1anza%20de%20las%20ciencia%202016/segundo%20epitome%20o%20semestre/tesis%20numero%20entero/Dialnet-ElDesarrolloDelConocimientoMatematico-6113733.pdf

Inostroza, Fabián. (2012). *Dificultades en la resolución de problemas matemáticos y su abordaje desde lo pedagógico: un desafío pendiente para docentes y estudiantes*. En educación: SlideShare. Consultado 27 de junio de 2018. Recuperado de https://es.slideshare.net/profedoc/artculo-publicable-dificultadesresolucinproblemasmatemticos1

Guillén, K., Bohórquez, H y Pires, M. (2016). Estrategia para superar el obstáculo epistemológico del razonamiento común en geometría. *Investigación y postgrado*, 31(2), 33-64. Consultado el 22 de marzo de 2020. Recuperado de file:///C:/Users/Acer/Downloads/Dialnet-EstrategiaParaLaSuperacionDelObstaculoEpistemologi-6430679%20(4).pdf

Hernández, R.; Fernández, C. & Baptista, P. (2006). Metodología de la investigación. Consultado el 3 de mayo de 2017. Recuperado de: https://investigar1.files.wordpress.com/2010/05/1033525612-mtis_sampieri_unidad_1-1.pdf

Iriarte, A., Sierra, I. (2011). *Estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos.* Consultado el 27 de junio de 2018. Recuperado de https://indigenasdelperu.files.wordpress.com/2015/09/estrategiasmetacognitivasenla resolucic3b3ndeproblemasmatemc3a1ticos1.pdf

Iriarte, M., Jimeno, M., & Vargas, I. (1991). *Obstáculos en el aprendizaje de los números enteros. Suma.* Consultado el 12 de abril de 2017. Recuperado de https://revistasuma.es/IMG/pdf/7/013-018.pdf

Jorge González, J. (2014). Los niveles de conocimiento El Aleph en la innovación curricular. *Innovación Educativa*, 14(65), 1665-2673. Consultado 3 de mayo de 2018. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/pdf/ie/v14n65/v14n65a9.pdf

Lopez, P., Fachelli, S. (2015). *Metodología de la investigación social cuantitativa.* Recuperado de https://ddd.uab.cat/pub/caplli/2016/163567/metinvsoccua_a2016_cap2-3.pdf

Meleán, L. (2010). *El discurso y las representaciones del concepto "número entero del alumno de tercera etapa de educación básica*. (Tesis de maestría). Maracaibo, República Bolivariana de Venezuela. Recuperado de http://tesis.luz.edu.ve/tde_arquivos/96/TDE-2011-05-02T10:14:45Z-927/Publico/meleanMarianny.pdf

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998). *Serie lineamientos curriculares.* Consultado el 18 de Abril de 2017. Recuperado de: http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2010). *Matemáticas 6°.* Bogotá, Colombia: MEN.

Monje, C.A. (2011). Metodología de la investigación cuantitativa y cualitativa Guía didáctica. Recuperado de https://carmonje.wikispaces.com/file/view/Monje+Carlos+Arturo+-+Gu%C3%ADa+did%C3%A1ctica+Metodolog%C3%ADa+de+la+investigaci%C3%B3n.pdf

Moreno, A., y Daza, B. (2014). *Incidencia de estrategias metacognitivas en la resolución de problemas en el área de la matemática (*Tesis de maestría). Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, D.C. Consultado 27 de junio de 2018. Recuperado de https://repository.javeriana.edu.co/bitstream/handle/10554/12363/MorenoCastiblancoAstridNatalia2014.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Osses, S., y Jaramillo, S. (2008). Metacognición: un camino para aprender a aprender. Estudios Pedagógicos XXXIV, Nº 1: 187-197, 2008. Consultado 25 de junio de2018. Recuperado de http://mingaonline.uach.cl/pdf/estped/v34n1/art11.pdf

Parra, B. (199). Dos concepciones de resolución de problemas de matemáticas. *Educación matemática.* 2(3), 22-31. Consultado 26 de marzo de 2020. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/9500/1/Dos1990Parra.pdf

Pineda, J. (2013). *Unidad didáctica para la enseñanza de las estructuras aditivas en los grados tercero y quinto de básica primaria.* Universidad Nacional de Colombia. Manizales, Colombia. Consultado 18 de de febrero de 2019. Recuperado de http://bdigital.unal.edu.co/12699/1/8412015.2013.pdf

Pinilla, J. (2016). *Estudio del impacto de una propuesta de intervención para la enseñanza de la adición y sustracción de los números enteros desde un enfoque* *socioepistemológico.* Universidad de Medellín. Medellin, Colombia. Consultada 25 de noviembre de 2019. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/11387/1/Pinilla2017Estudio.pdf

Pérez, A. (2016). Análisis de los números enteros en el tercer ciclo de educación primaria. Comparación entre dos libros de dicha etapa. Universidad de Jaén, ciudad de Jaén, España. Consultado 26 de agosto de 2017. Recuperado de file:///C:/Users/ACER/Downloads/Prez_Osorio_Antonio_TFG_EducacinPrimaria.pdf

Pino, J. A. (2012). Concepciones y prácticas de los estudiantes de Pedagogía Media en Matemáticas con respecto a la Resolución de Problemas y diseño e implementación de un curso para aprender a enseñar a resolver problemas. (Tesis doctoral, Universidad de Extremadura, Badajoz, Badajoz, España. Consultado 1 octubre de 2017. Recuperado de http://dehesa.unex.es/bitstream/handle/10662/568/TDUEX_2013_Pino_Ceballos.pdf?sequence=1

Pozo, J., Gómez, M., Limón, M., Snnz, A. (1991). *Procesos Cognitivos en la Comprension de la Ciencia: las Ideas de los Adolescentes Sobre la Quimica.* Consultado 4 de febrero 2020. Recuperado de https://sede.educacion.gob.es/publiventa/descarga.action?f_codigo_agc=730_19&f_cod_area=E&f_titulo=Procesos+cognitivos+en+la+comprensi%25C3%25B3n+de+la+ciencia:+las+ideas+de+los+adolescentes+sobre+qu%25C3%25ADmica&f_extension=pdf&method:descargaFichero=Download+file

Remesal, A. (2006). Los problemas en la evaluación del aprendizaje matemático en la educación obligatoria. Consultado el 20 de abril de 2017. Recuperado de: http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/42713/3/02.ARO_PRIMERA_PARTE.pdf

Rodríguez, E. (2014). *Identificación y mejoramiento de los procesos de gestión del conocimiento en el área de auditoría interna de una aseguradora colombiana* (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.

Consultado 3 de mayo de 2018. Recuperado de http://bdigital.unal.edu.co/46523/1/940903.2014.pdf

Salazar, Claudia y Vanegas, Yuri M. (2002). Desafíos Matemáticas 7. Norma.

Serrano, W. (2007). Concepciones de los estudiantes sobre la inyectividad, sobreyectividad y biyectividad de la función cuadrática y sobre la gráfica de H: R-{0}→R definida por h(x)=senx/x. Revista Universitaria de Investigación, Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2724061.pdf

Schoenfeld, A. (1985). Mathematical Problem Solving. Orlando: Academic Press. Consultado 30 de marzo de 2020. Recuperado de blob:https://epdf.pub/7ac3bd26-79a8-4bdd-89d3-8d89ba70a129

Tamayo, O. (2002). De las concepciones alternativas al cambio conceptual en la enseñanza y aprendizaje de las ciencias. *Plumilla Educativa, 2 (1), 57-65.* Consultado el 21 de noviembre de 2019. Recuperado de file:///C:/Users/Acer/Downloads/Dialnet-DeLasConcepcionesAlternativasAlCambioConceptualEnL-5920230%20(2).pdf

Tamayo, O. E.; Vasco Uribe, C.; Suárez de la Torre, M.; Quiceno, C.; García L. & Giraldo, A. (2011). *Diseño de unidades didácticas.* Manizales: Colciencias.

Tzunún, A. (2015). *Estudio realizado con estudiantes de primero básico de las secciones "A" y "B" del instituto de Educación Básica por Cooperativa, jornada intermedia, Cantón Chotacaj, municipio y departamento de Totonicapán)".* Consultado el 20 de abril de 2017. Recuperado de: http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesiseortiz/2015/05/86/Tzunun-Alejandro.pdf

Zanocco, P. (2006). La matemática en el programa "Aprendizaje inicial de la lectura escrita y matemática. *Revista Pensamiento Educativo,* 39(2), 137-*152. Recuperado de file:///C:/Users/ACER/Downloads/389-879-1-PB%20(4).pdf*

10 ANEXOS

UNIDAD DIDÁCTICA PARA VERIFICACIÓN DEL USO DE LOS NÚMEROS ENTEROS

Después de entrevistar a los estudiantes de la escuela y de observar algunas dinámicas de la comunidad educativa, se ha llegado a la conclusión que los dos contextos más referidos por los estudiantes que posiblemente darían paso a la utilización de los números enteros son el futbol, y el manejo del dinero. Y por lo tanto serán los dos contextos que se privilegiarán en la presente unidad didáctica.

OBJETIVO: Indagar sobre los conceptos que poseen los estudiantes al enfrentarse a problemas relacionados con estructura aditiva de los números enteros.

Momento 1 Indagación de pre-conceptos

A) Escribe en el siguiente espacio como se denotan las deudas en tu comunidad, de acuerdo a las preguntas: ¿cómo se escribe que se debe 7,000 pesos?, ¿cómo se escribe que se debe 30,000 pesos?, ¿cómo se escribe que se debe 500,000 pesos?

B) Ahora en el siguiente espacio escribe cómo escribirías cuando se pagan esas mismas cantidades: 7,000 pesos, 30,000 pesos y 500,000 pesos

C) Si el lunes llevé 200 pesos al colegio, compré un paquete de papitas y una gaseosa que costaron 1,500 pesos y me fiaron en la tienda lo que me hacía falta. ¿cómo escribo lo que quedé debiendo en la tienda?

D) Juan me debe 3,000 pesos y me paga 2,500 pesos ¿cómo puede escribirse la deuda y cómo puede escribirse lo que paga?

E) Cuando se escriben las estadísticas de los equipos de fútbol se tienen en cuenta los puntos, los goles a favor, los goles en contra.

¿Cómo se escriben los goles a favor, como se escriben los goles en contra en un mismo espacio?

Momento 2 Conozcamos contextos.

OBJETIVO: Identificar la utilización de los números enteros en contextos diferentes. Conozcamos otros contextos para ver cómo se utilizan los números enteros.

Los edificios

En los edificios que hay en las ciudades se usa tener pisos bajo el suelo, que se utilizan como parqueaderos, cuartos útiles o bodegas. En su nomenclatura estos pisos subterráneos se marcan con -1, -2 ,-3 hasta llegar hasta el último de ellos. A continuación se muestra una gráfica que ilustra lo anterior.

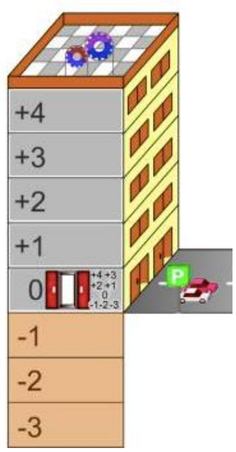
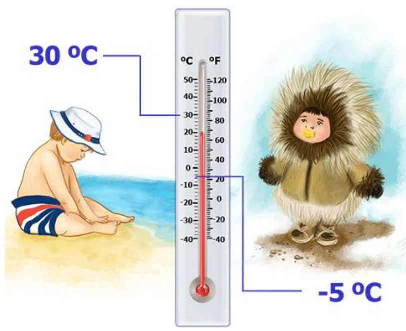


Imagen 1 tomada de: http://docplayer.es/78024022-E-s-p-a-matematicas

Si te encuentras en el piso 3 y bajas 5, ¿En qué piso te encuentras?

Medida de temperatura

En todas las partes del mundo la temperatura varía según ciertas características del terreno, como la altura, la cercanía a los polos entre otras. Para medir estas temperaturas se usa un termómetro, generalmente la temperatura es positiva, pero en ciertas partes del mundo la temperatura baja y pasa del punto de congelación, y se empieza a tomar como temperaturas negativas: -10º, -20º entre otras A continuación se muestra una gráfica que ilustra lo anterior.



Si en tu comunidad se encuentran a una temperatura de 20º a las 2:00 p.m , y en la madrugada alcanza una temperatura de 8º. ¿Hace frío o calor? ________ ¿Por qué?

Imagen 2 tomada de: https://portalacademico.cch.unam.mx/alumno/matematicas1/unidad1/significadoNumerosReales/numerosEnteros **Historia de la humanidad**

A lo largo de la historia de la humanidad se ha tratado de de medir el tiempo que pasa, en un momento determinado. Por ejemplo, se tomó a Cristo como representación del año cero, y con todo lo que había pasado antes de él, se entendía como tiempo negativo, por ejemplo: El nacimiento de Roma -500 años, hallazgo de la escritura -3000 años antes de Cristo entre otras. A continuación, se muestra una gráfica que ilustra lo anterior.

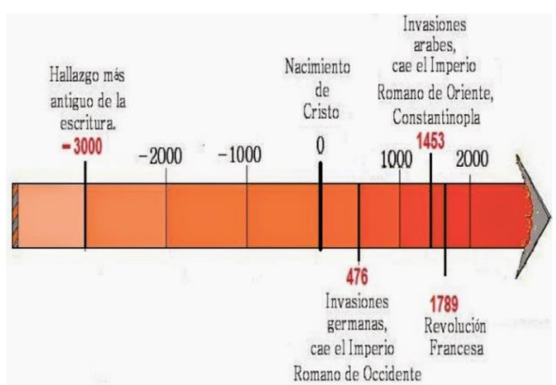


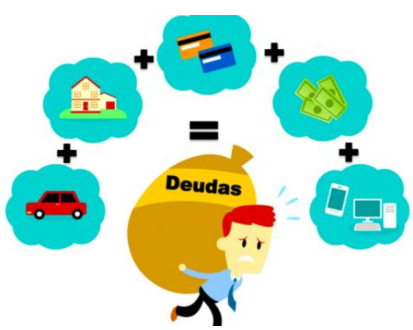
Imagen 3 tomada de :
http://generalidadesdelosenteros.blogspot.com/2014/12/caracteristicas-de-los-numeros-enteros.html

De acuerdo al gráfico, Las invasiones germanas donde cae el imperio Romano de Occidente se representa con un número positivo, ¿o un número negativo?

Deudas y Ahorro

Desde que el hombre estandarizó el dinero para su comercio, empezó a hacer préstamos y a generar deudas, una forma en que se puede escribir una deuda es como -2,000 pesos,
-30,000 pesos entre otras, y al mismo tiempo se han consolidado entidades en donde se puede ahorrar dinero como los bancos y cooperativas que también son entidades que hacen préstamos. O en la casa se puede tener una alcancía para ahorrar. A continuación, se muestra una gráfica que ilustra lo anterior.

DEUDAS **AHORRO**



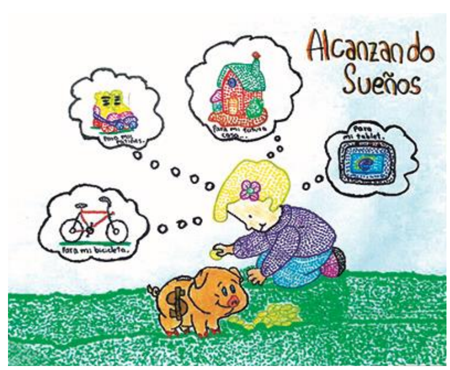


Imagen 3 tomada de http://blog.bancoempire.com.do/finanzas/consolida-tus-deudas-2/
Imagen 4 tomada de https://revista.coomeva.com.co/wp-content/uploads/2014/09/Banco_Amy-Tatiana-Baez-Guevara.jpg

Medidas con punto de referencia

Para la sobrevivencia del hombre resulta importante estandarizar ciertas medidas con algunos puntos de referencia, por ejemplo, el nivel del mar da ciertas características climáticas importantes para caracterizar el terreno y el clima entre otras cosas. Teniendo en cuenta el nivel del mar como nivel cero, lo que queda por debajo de ese nivel se puede medir como -30 metros y por encima como +20 metros. A continuación, se muestra una gráfica que ilustra o anterior. En algunos contextos relacionados con agua, se dice que los negativos son los que están debajo del mar y los positivos por encima del mar

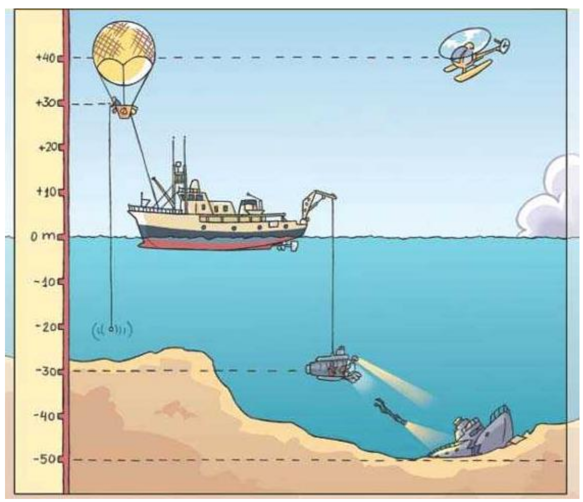


Imagen 5 tomada de :https://matematicasdivertidas6.wordpress.com/recta-numérica/

De acuerdo a la imagen: ¿Qué número representa al submarino?____________ y el número que representa al helicóptero?

Compras y descuentos

Como es habitual en el mercado se ofrecen ofertas de ciertos productos y una forma de representarlo es por medio de los números negativos, por ejemplo, cuando ponen que un balón cuesta 100,000 pesos, pero tiene -30 %. A continuación, se presenta una gráfica que ilustra lo anterior.

Imagen tomada de: https://www.america-retail.com/colombia/colombia-estas-marcas-ofrecen-descuentos-durante-esta-epoca/

Si vas a un almacén y te dicen que te van a realizar un descuento, ¿Tienes que pagar más o pagar menos?

Estadística en los deportes

Si un equipo está en un torneo se puede saber cuál va mejor teniendo en cuenta los puntos, los goles a favor que se denotan como +3 por ejemplo y los goles en contra que se denotan como -2 por ejemplo, a continuación, se muestra una gráfica que ilustra lo anterior.

Cinco equipos han jugado un torneo municipal de fútbol. En la tabla han anotado los goles que consiguió cada equipo, pero se han borrado algunos datos.

Equipo	Goles a favor	Goles en contra	Diferencia de goles
Rojo	10	6	+4
Verde	7	9	−2
Azul	5	8	
Marrón	9		+2
Negro		7	−1

Imagen 6 tomada de:http://www.juntadeandalucia.es/averroes/centros-tic/41009470/helvia/aula/archivos/repositorio/0/193/html/recursos/la/U03/pages/recursos/143304_P35.html

De acuerdo a lo anterior quiénes representan los goles en contra: ¿Números negativos o positivos?

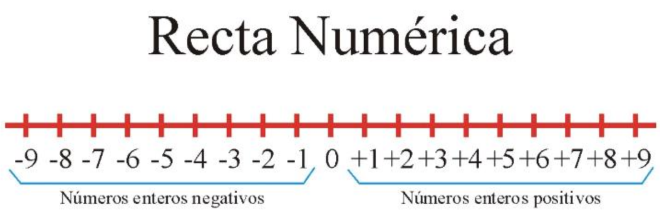
Si haces parte de un equipo de fútbol y realizan 5 goles pero tienen 8 en contra, ¿qué se puede decir: que ganaron o perdieron el partido ¿Por qué?

Momento 3 Práctica del uso de los números negativos en contextos.

OBJETIVO: Utilizar los números enteros en situaciones que se relacionan con los números enteros.

Después de conocer estos contextos es importante practicar un poco de los posibles usos de estos conocimientos. Para estos ejercicios, te puedes ayudar de una recta numérica que puedes utilizar en posición vertical u horizontal o realizar dibujos, operaciones si lo necesitas.

Horizontal **Vertical**



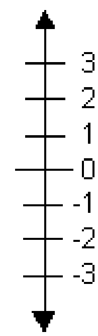


Imagen 7 tomada de : http://contenidosdigitales.ulp.edu.ar/exe/matematica1/representacin_de_los_nmeros_enteros_en_la_recta_numrica.html

1. Si una persona se encuentra en el piso -10 de un edificio y necesita llegar al piso 20 del mismo edificio, ¿Cuántos pisos debe subir?

2. Si un celador baja al piso -2 y luego baja -4 pisos, ¿en cuál piso estaría?

3. Si una persona se encuentra en el piso 2 de un edificio y recuerda que debe bajar 7 pisos para llegar al parqueadero donde dejo el carro, ¿en cuál piso dejo el carro?

4. Si una persona se encuentra en el piso 3 de un edificio y necesita llegar a la azotea que esta 13 pisos arriba, ¿en qué piso se encuentra la azotea?

5. Si una persona tiene temperatura de 36.5º y le sube en 4º en ¿cuánto le queda la temperatura?

6. Si una nevera esta con una temperatura de -4º y le bajo 6 grados ¿en cuántos grados queda?

7. En Colombia una temperatura se encuentra a 26º y en Alaska se encuentra 40 grados menos, ¿cuál es la temperatura en Alaska?

8. Si Cristo es tomado como el año cero y el hallazgo más antiguo de la escritura está en el -3,000 y la invasión germana estuvo en 476 ¿cuántos años pasaron desde el hallazgo hasta la invasión?

9. Si los españoles llegaron a América en 1492 y estamos en el año 2018 ¿cuántos años han pasado?

10. Si el primer hombre sobre la tierra se estima que estuvo en -400,000 años aproximadamente ¿cuántos años han vividos los hombres hasta el año 2018?

11. Si Pedro gana 450,000 pesos en Enero, pero sus gastos fueron de 500,000 pesos ¿cómo se escribe el balance del mes?

12. En la tienda de doña María se compró mercancía por un valor de 2´000,000 de pesos y se vendió 1´000,700 pesos ¿cuánto le hace falta por vender para salvar la inversión?

13. Si Juan se gasta 7,000 pesos diarios en los gastos de la casa por día ¿Cuánto se gasta al mes?

14. Si los tiburones viven a -200 metros teniendo el nivel del mar como referencia y las focas solo pueden nadar hasta -100 metros, ¿cuánto debe subir el tiburón para cazar una foca?

15. Si una persona quiere unos zapatos que valen 100,000 pesos y el tienen una etiqueta de -20% ¿cuánto tendrá que pagar por los zapatos?

16. Si un viaje a Bogotá cuesta 500,000 pesos y tiene un descuento de 50% ¿cuánto tendrá que pagar por el viaje la persona que lo corre?

17. Si un carro cuesta 50´000,000 de pesos y tiene una oferta de -40% ¿cuánto tiene que pagar el comprador por el carro?

18. Si un equipo tiene 20 goles a favor y 30 en contra ¿cuál es su récord en general?

19. Si un ciclista tiene 3 faltas que le dan -3 puntos y ha hecho en ruta 6 puntos ¿cuántos puntos lleva?

20. Si al lanzar un dardo en el primer intento se saca 50 puntos y en el segundo intento se saca -30 puntos y para ganar se necesita 100 puntos ¿cuántos puntos debe sacar en el último lanzamiento?