



**LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE CONTEO A TRAVÉS DE LA
INCORPORACIÓN DE RUTINAS DE PENSAMIENTO**

LUZ AMANDA PINTO PRADA

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
MANIZALES
2020**

**LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE CONTEO A TRAVÉS DE LA
INCORPORACIÓN DE RUTINAS DE PENSAMIENTO**

Autor

LUZ AMANDA PINTO PRADA

**Proyecto de Grado para obtener el Título de Magister en Enseñanza de las
Ciencias**

Asesor

ALEXANDER RINCÓN ROJAS

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
MANIZALES
2020**

Nota de Aceptación

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

DEDICATORIA

A Dios padre todo poderoso por su infinita bondad y misericordia, a la santísima virgen María por estar siempre conmigo y los míos.

A mi compañero de vida, Julio Cesar: por el amor, comprensión y ayuda en todo momento.

A mis hijas Ameli y Valeri, que son el motor de mi vida, con todo mi amor y como ejemplo para que logren lo que se propongan en su vida.

A mis padres: por su gran amor dedicación y consejos.

A mis hermanos por cada momento compartido y su apoyo incondicional.

AGRADECIMIENTOS

A Dios y la Santísima virgen María por estar siempre a mi lado apoyándome con su santo Espíritu, en el transcurso de mi vida para alcanzar cada meta propuesta.

A la Universidad Autónoma de Manizales por permitirme tan grandes y valiosos conocimientos que hoy enriquecen mi labor.

Al profesor Alexander Rincón por su paciencia, comprensión y acompañamiento a lo largo de mi maestría.

A mi querida Institución Educativa el Tobal, rectora Yolanda Bohórquez, docentes y estudiantes por su gran apoyo, comprensión y participación activa en este proceso de formación.

RESUMEN

Este proyecto está desarrollado teniendo en cuenta las líneas de investigación suscritas por la maestría en enseñanza de las ciencias de la Universidad Autónoma de Manizales.

La investigación tuvo como objetivo principal analizar la incidencia de la incorporación de rutinas de pensamiento en la resolución de problemas de conteo, en los estudiantes de noveno grado de la institución educativa el Tobal.

Este proyecto muestra los resultados de una investigación cuyo propósito consistió en analizar la incidencia que tiene la incorporación de las rutinas de pensamiento en la resolución de problemas; el cual tiene un enfoque de análisis cualitativo de tipo descriptivo, en donde la recolección de la información se llevó a cabo con la implantación de una unidad didáctica estructurada en tres momentos: fase 1 o de exploración; fase 2 o de intervención y fase 3° de evaluación; en ellas se articularon las categorías resolución de problemas con su subcategoría la negociación de significados en la resolución de problemas de conteo haciendo uso de las rutinas de pensamiento con autor Allan Schoenfeld y la categoría las rutinas de pensamiento con su subcategoría Ejecución de rutinas de pensamiento para comprender un problema de conteo con autor (Perkins D. , 1997). Ritchart (2014), proyecto Zero Harvard University.

Los resultados mostraron la aceptación de los estudiantes de la incorporación de las rutinas de pensamiento en sus actividades escolares y un fortalecimiento de sus habilidades y destrezas a la hora de resolver problemas de aleatoriedad.

Palabras clave: rutinas de pensamiento, resolución de problemas, técnicas de conteo

SUMMARY

This project is developed taking into account the research lines subscribed by the Master of Science Education of the Universidad Autónoma de Manizales.

The main objective of the research was to analyze the incidence of the incorporation of thinking routines in the resolution of counting problems, in the ninth grade students of the educational institution el Tobal.

This project shows the results of a research whose purpose was to analyze the incidence of the incorporation of thinking routines in the resolution of problems; which has a qualitative analysis approach of descriptive type, where the collection of information was carried out with the implementation of a didactic unit structured in three moments: Phase 1 or exploration; phase 2 or intervention and phase 3 of evaluation; in which the problem-solving categories were articulated with their subcategory The negotiation of meanings in the resolution of counting problems making use of the thinking routines with author Allan Schoenfeld and the category the thinking routines with their subcategory Execution of thinking routines to understand a counting problem with author (Perkins D. , 1997). Ritchart (2014), Project Zero Harvard University.

The results showed the students' acceptance of the incorporation of thinking routines in their school activities and a strengthening of their skills and abilities in solving randomness problems.

Keywords: thinking routines, problem solving, counting techniques

CONTENIDO

| | | |
|-------|--|----|
| 1 | PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA | 12 |
| 1.1 | ANTECEDENTES DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN | 12 |
| 2 | JUSTIFICACIÓN..... | 16 |
| 3 | OBJETIVOS..... | 20 |
| 3.1 | OBJETIVO GENERAL..... | 20 |
| 3.2 | OBJETIVOS ESPECÍFICOS | 20 |
| 4 | MARCO REFERENCIAL | 21 |
| 4.1 | ANTECEDENTES | 21 |
| 4.1.1 | Antecedentes De Referencia Internacional..... | 25 |
| 4.2 | Investigaciones Sobre Técnicas De Conteo..... | 26 |
| 5 | MARCO TEÓRICO..... | 30 |
| 5.1 | REFERENTES TEÓRICOS | 30 |
| 5.1.1 | Resolución De Problemas..... | 32 |
| 5.1.2 | Como Hacer Visible El Pensamiento | 37 |
| 5.1.3 | Rutinas De Pensamiento..... | 40 |
| 5.1.4 | Combinaciones | 49 |
| 5.1.5 | Permutaciones..... | 53 |
| 6 | METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN..... | 58 |
| 6.1 | ENFOQUE, ALCANCE Y DISEÑO | 58 |
| 6.2 | POBLACIÓN..... | 58 |
| 6.3 | CATEGORÍAS DE ANÁLISIS..... | 58 |
| 6.4 | INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN..... | 60 |
| 6.5 | CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES | 60 |
| 6.6 | RECURSOS..... | 61 |
| 6.7 | DISEÑO METODOLÓGICO..... | 61 |
| 6.7.1 | Procedimiento..... | 61 |
| 6.7.2 | Fase De Exploración..... | 61 |

| | | |
|-------|---|-----|
| 6.7.3 | Fase De Intervención | 61 |
| 6.7.4 | Fase De Evaluación | 62 |
| 6.7.5 | Observación Participante | 63 |
| 6.7.6 | La Entrevista..... | 64 |
| 6.7.7 | Diario De Campo..... | 65 |
| 6.7.8 | Plan De Acción..... | 65 |
| 7 | RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN..... | 74 |
| 7.1 | FASE UNO. (EXPLORACIÓN): | 75 |
| 7.1.1 | Análisis Primera Actividad, Fase De Exploración | 79 |
| 7.1.2 | Análisis Segunda Actividad, Fase De Exploración | 84 |
| 7.1.3 | Análisis Tercera Actividad, Fase De Exploración..... | 92 |
| 7.2 | FASE DOS (INTERVENCIÓN) | 95 |
| 7.2.1 | Análisis Primera Actividad Fase De Intervención | 99 |
| 7.2.2 | Análisis Segunda Actividad Fase De Intervención | 107 |
| 7.2.3 | Análisis Segunda Actividad Fase De Intervención | 112 |
| 7.2.4 | Análisis Tercera Actividad Fase De Intervención..... | 120 |
| 7.2.5 | Análisis Cuarta Actividad Fase De Intervención | 122 |
| 7.3 | FASE TRES (EVALUACIÓN) | 127 |
| 8 | REFLEXIÓN PEDAGÓGICA..... | 129 |
| 9 | CONCLUSIONES | 130 |
| 10 | RECOMENDACIONES..... | 131 |
| 11 | REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 132 |
| 12 | ANEXOS | 137 |

LISTA DE TABLAS

| | |
|--|----|
| Tabla 1. Resultados, Pruebas Saber 2016..... | 14 |
| Tabla 2. Cuadro de resumen de las técnicas de conteo | 54 |
| Tabla 3. Categorías de análisis | 59 |
| Tabla 4. Cronograma | 60 |
| Tabla 5. Actividad 1 (Fase 1: Exploración)..... | 66 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|-----|
| Figura 1. Rutina De Pensamiento: Puente 3-2-1. | 40 |
| Figura 2. Rutina de Pensamiento: Ciclo de Puntos de Vista. | 41 |
| Figura 3. Rutina de pensamiento: puntos cardinales: E - O - N - S..... | 42 |
| Figura 4. Rutina de pensamiento: preguntas provocadoras..... | 44 |
| Figura 5. Rutina de pensamiento: observar/pensar/preguntarse..... | 45 |
| Figura 6. Rutina de pensamiento: “piensa y comparte en pareja”..... | 46 |
| Figura 7. Rutina de pensamiento: pensar/problematizar/explorar..... | 47 |
| Figura 8. Rutina de pensamiento: antes pensaba..., pero ahora pienso... .. | 47 |
| Figura 9. Diseño | 62 |
| Figura 10. Grupo 1. Evidencia primera actividad- Fase Exploración | 76 |
| Figura 11. Grupo 2. Evidencia primera actividad- Fase Exploración | 77 |
| Figura 12. Grupo 3. Evidencia primera actividad- Fase Exploración | 78 |
| Figura 13. Grupo 4. Evidencia primera actividad- Fase Exploración | 79 |
| Figura 14. Grupo 1. Evidencia segunda actividad- Fase Exploración | 81 |
| Figura 15. Grupo 2. Evidencia segunda actividad- Fase Exploración | 82 |
| Figura 16. Grupo 3. Evidencia segunda actividad- Fase Exploración | 83 |
| Figura 17. Grupo 4. Evidencia segunda actividad- Fase Exploración | 84 |
| Figura 18. Grupo 1. Evidencia tercera actividad- Fase Exploración..... | 86 |
| Figura 19. Grupo 2. Evidencia tercera actividad- Fase Exploración..... | 87 |
| Figura 20. Grupo 3. Evidencia tercera actividad- Fase Exploración..... | 89 |
| Figura 21. Grupo 4. Evidencia tercera actividad- Fase Exploración..... | 91 |
| Figura 22. Grupo 1. Evidencia segunda actividad- Fase Intervención..... | 103 |
| Figura 23. Grupo 2. Evidencia segunda actividad- Fase Intervención..... | 104 |
| Figura 24. Grupo 3. Evidencia segunda actividad- Fase Intervención..... | 105 |
| Figura 24. Grupo 3. Evidencia segunda actividad- Fase Intervención..... | 114 |
| Figura 26. Grupo 2. Evidencia tercera actividad- Fase Intervención | 115 |
| Figura 27. Grupo 3. Evidencia tercera actividad- Fase Intervención | 116 |
| Figura 28. Grupo 4. Evidencia tercera actividad- Fase Intervención | 117 |

1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 ANTECEDENTES DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

El estudio de la resolución de problemas de conteo a través de la incorporación de rutinas de pensamiento nace de al menos seis elementos a explicar:

El primero de ellos proviene del análisis contextual y del ejercicio de la docencia en diferentes niveles educativos, puesto que, aunque la resolución de problemas es un eje articulador de la actividad matemática, que implica entre otros procesos, la reflexión, la comunicación, el razonamiento, la planeación, la verificación y la supervisión; no necesariamente obtiene el protagonismo que debería recibir en el quehacer educativo, debido a diferentes razones, entre ellas el desconocimiento del potencial de la resolución de problemas en la actividad cognitiva y de aprendizaje en los estudiantes, la descontextualización de los conceptos y procedimientos producto de planes de estudio recargados y la desmotivación intrínseca del docente en el diseñar y establecer formas alternas de enseñanza.

Una segunda cuestión está referida a los procesos de enseñanza, en donde al parecer los profesores posiblemente se limitan a desarrollar y establecer un cúmulo de procedimientos y procesos para abordar las temáticas sin conexiones a los contextos cercanos a los estudiantes o al menos relevantes a ellos, alejándose de alguna forma de las orientaciones del enfoque en resolución de problemas que sugiere entre otras la inclusión de escenarios llamativos y motivantes para los estudiantes y que ahonden a mejorar las comprensiones que ellos tienen.

Una tercera razón se presenta desde la exteriorización del mundo académico frente a la didáctica de las matemáticas y la necesidad de esta área en los diferentes escenarios educativos, es así como la Revista de Investigación Educativa de la REDIECH explica que:

- En la misma temática hacia la formación de futuros profesionales, mediante diversos espacios en los que las matemáticas son utilizadas y validadas, Alberto Camacho y Avenilde Romo-Vázquez incursionan en la modelización

del concepto de gradiente en una práctica topográfica, que incluye un proceso de deconstrucción a partir de lo cual se desprenden técnicas que ayudan a establecer la definición del concepto, todo ello en el marco teórico de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD). Rompe con el formato de una clase tradicional limitada a la exposición de un concepto, al exponer un saber matemático y transformarlo en un conocimiento aplicable y práctico. (Sanchez Lujan, 2017, pág. prr 12)

Así mismo Ruth Rodríguez Gallegos presenta una investigación en la cual:

- la formación de ingenieros es un tema de actualidad por la creciente necesidad de profesionales en esta área. En este sentido, [...], presenta un análisis de recomendaciones de diversos organismos nacionales e internacionales y destaca la importancia de desarrollar competencias tanto disciplinares en ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas (STEM por sus siglas en inglés), como competencias genéricas entre las que destacan el pensamiento holístico, análisis y reflexión, aprendizaje activo y habilidades de comunicación, entre otras. (Sanchez Lujan, 2017, pág. 9)

-

Una cuarta situación está relacionada con la necesidad de incorporar diferentes procedimientos (rutinas de pensamiento) para la enseñanza tanto de contenido matemático como para la generación de herramientas para aprender, que serán esenciales en todos los procesos transversales desarrollados durante y posterior al ciclo académico, y que en la Institución Educativa el Tobal por su carácter tradicional se ha dejado de lado, orientándose hacia el desarrollo de prácticas centradas en el contenido y no en el desarrollo de competencias en los estudiantes.

Un quinto elemento que se tiene en cuenta para incursionar en la resolución de problemas de conteo a través de rutinas de pensamiento está relacionado con el reporte de desempeños que presenta el (Ministerio de Educacion Nacional, 2016), y que se expone a continuación:

Tabla 1. Resultados, Pruebas Saber 2016

TABLA DE RESULTADOS PRUEBAS SABER 2016

El 71% de los estudiantes no resuelve problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales.

El 71% de los estudiantes no resuelve problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos.

El 71% de los estudiantes no resuelve ni formula problemas en diferentes contextos, que requieren hacer inferencias a partir de un conjunto de datos estadísticos provenientes de diferentes fuentes.

El 57% de los estudiantes no resuelve ni formula problemas geométricos o métricos que requieran seleccionar técnicas adecuadas de estimación y aproximación.

El 57% de los estudiantes no resuelve ni formula problemas usando modelos geométricos, ni aleatorios.

El 64% de los estudiantes presentan dificultad en la interpretación, formulación y solución de problemas de probabilidad simple y condicional referida a conjuntos discretos.

Nota.: (Ministerio de Educación Nacional, 2016)

Estos resultados tienen gran incidencia, ya que dan un consenso de los aprendizajes de los estudiantes los cuales se presentan superficiales y las prácticas llevadas a cabo con ellos deben tener una transformación que implique nuevas rutinas de reflexión, aprendizaje y evaluación.

Y como último elemento, se evidencia dentro del contexto institucional la necesidad de incorporar en la resolución de problemas lo referente al pensamiento aleatorio en especial el conteo, puesto que, este contenido aparece difuminado en el plan de estudios de noveno grado y undécimo, aislado de otros temas como, por ejemplo, la probabilidad.

Si bien es cierto que los anteriores apartados exponen algunos matices de una problemática que se podría generalizar a otros contenidos y escenarios, también es claro que los profesores debemos establecer los mecanismos para liderar y diseñar planes de mejoramiento continuo en los colegios donde trabajamos, de allí surge la siguiente pregunta de investigación

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Cómo incide la incorporación de rutinas de pensamiento en la resolución de problemas de conteo en estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa el Tobal?

2 JUSTIFICACIÓN

La presente investigación asume la resolución de problemas como uno de los ejes articuladores e integradores en la enseñanza de las matemáticas que implica entre otras cosas establecer formas alternas en la consecución y construcción de respuestas y procedimientos por parte de los estudiantes para la toma de decisiones en contextos problemáticos de incertidumbre y azar. Esta forma de asumir la resolución de problemas permite entre muchas otras posibilidades introducir los contenidos matemáticos desde la dinámica del estudiante puesto que pone a prueba los pre saberes o conocimientos previos de los estudiantes frente a tareas específicas y los reta a buscar alternativas de solución, dinamizados por las indicaciones del profesor y el tipo de trabajo colaborativo o individual diseñado para tal fin.

La resolución de problemas como se mencionó es un eje articulador que adquiere un interés particular en la enseñanza de las matemáticas, puesto que como lo menciona Orton (1990), “la resolución de problemas puede considerarse como la verdadera esencia de las matemáticas”. (p. 51). Además, Carl (1989) menciona que “aprender a resolver problemas es el principal motivo para estudiar matemáticas”. (Carrillo, 2000, pág. 32)

Por otro lado, los estándares del National Council of Teachers of Mathematics NCTM (2003) resalta la importancia de la resolución de problemas, en donde recogen la resolución de problemas como uno de los ejes del currículo. Estos destacan que la enseñanza de las matemáticas debería centrarse en la resolución de problemas como parte de la comprensión de las matemáticas, y describen:

- “La resolución de problemas no es un tema aparte, sino un proceso que debería impregnar el estudio de las matemáticas y proporcionar un contexto en el que se aprendan los conceptos y destrezas” (NCTM, 2003, p. 186) [...], “La resolución de problemas es una característica notable de la actividad matemática y un medio importante para desarrollar el conocimiento matemático” (NCTM, 2003, p. 120). [...], “La esencia de la resolución de problemas es saber qué hacer al enfrentarse con problemas no familiares” (NCTM, 2003, p. 264). [...] “La resolución de problemas da oportunidades

para usar y ampliar el conocimiento de los conceptos de todos los Estándares de contenidos” (NCTM, 2003, p. 120). [...] “Los buenos problemas pueden inspirar la exploración de ideas matemáticas importantes” (NCTM, 2003, p. 186). [...] “La resolución de problemas es fundamental para la investigación y la aplicación de las matemáticas” (NCTM, 2003, p. 260).”

En este sentido, la resolución de problemas es determinante en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, puesto que posibilita a los estudiantes a construir, verificar y establecer rutas de solución a situaciones problémicas cercanas y/o atractivas, de igual forma la resolución de problemas guía al profesor en el desarrollo curricular, como lo indica los estándares básicos de competencias en matemáticas del Ministerio de Educación de Colombia cuando se refiere a la formulación, tratamiento y resolución de problemas como:

-
- Un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; más aún, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos. (Orobio Montaña & Zapata Castañeda, 2017, pág. 101)

La formación matemática involucra la capacidad de un individuo para desenvolverse en el mundo, identificando, comprendiendo, resolviendo problemas y emitiendo juicios. Las matemáticas son un elemento necesario que le permite al estudiante razonar y comprometerse con su propio futuro; una vez expuesta brevemente la importancia que tiene la resolución de problemas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y aterrizando lo anterior a la Institución Educativa el Tobal, en donde los estudiantes presentan dificultades en este tópico y se refleja una falta de empoderamiento por parte de algunos docentes frente al proceso de enseñanza y aprendizaje, resulta pertinente asumir factores

relacionados con la comunicación, la formulación y la resolución de problemas como elementos preponderantes en el ejercicio de enseñar matemáticas en la Institución, que impliquen entre otras la búsqueda de nuevas estrategias para vencer paradigmas tradicionales en donde se tengan en cuenta los verdaderos retos de los estudiantes ante la sociedad, los acerque a mejores comprensiones de los fenómenos y se les posibilite asumir problemas de diversa complejidad.

Por otro lado, no solo la intencionalidad de introducir problemas, su formulación, su resolución y su comunicación debe tenerse en cuenta a la hora de enseñar matemáticas, sino las estrategias para hacerlo, para ello García y Elosúa, (1993) especifican que existen pruebas de cómo se adquiere el conocimiento hoy en día, razones científicas y neurobiológicas están demostrando que un aprendizaje activo, significativo y participativo promueve el aprendizaje y el desarrollo de habilidades cognitivas.

- En el aula se pueden enseñar estrategias cognitivas que permitan a los estudiantes hacer un mejor uso de lo que ya conoce y de lo que sabe hacer, de tal manera que se le capacite para buscar nuevas respuestas a nuevos problemas que se le vayan presentando. (Elosua, 1993, pág. 3)

En este sentido se puede enseñar a pensar al alumno a través de rutinas de pensamiento que deriven en un aprendizaje eficaz y autónomo el cual perdurará durante toda la vida. Por lo tanto, se incorporan las rutinas de pensamiento a la resolución de problema como potencializador en este proceso.

En esta misma línea, se puede decir que para resolver problemas se debe tener en cuenta además de los conocimientos específicos que aporta la disciplina, unas estrategias que permitan viabilizar el aprendizaje de los conceptos y competencias inmersas en el ejercicio de resolver, así como tener en cuenta los antecedentes cognitivos de los estudiantes y los procesos de autorregulación que orientan la resolución, es allí donde las rutina de

pensamiento, toman relevancia en el presente estudio, puesto que a través del uso e interiorización de ellas, se posibilita la construcción de rutas en la resolución de problemas.

En el mismo contexto Ramírez y Beilock (2011), citado por (Buena Jorge, 2017), “mencionan que las rutinas de pensamiento dan la oportunidad a los alumnos de estructurar el pensamiento y reflexionar acerca de los procesos que se llevan a cabo cuando pensamos” (pág. 14).

Bajo los parámetros anteriores las rutinas de pensamiento en la resolución de problemas de conteo, se convertirán en herramientas útiles para seguir aprendiendo, puesto que se constituirán como estrategias transversales a cualquier contenido de las matemáticas y de las ciencias. En este sentido el Ministerio de Educación y Formación Profesional en su página oficial destaca la competencia de aprender a aprender como la competencia que:

- Requiere conocer y controlar los propios procesos de aprendizaje para ajustarlos a los tiempos y las demandas de las tareas y actividades que conducen al aprendizaje. La competencia de aprender a aprender desemboca en un aprendizaje cada vez más eficaz y autónomo. (Legislación Consolidada, 2015, pág. 11)

Es así como se pretende con esta investigación enseñar a pensar, preparar a los estudiantes para que en el futuro puedan resolver problemas con eficacia, meditar la toma de decisiones y contextualizar problemas matemáticos.

3 OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Analizar la incidencia de la incorporación de rutinas de pensamiento en la resolución de problemas de conteo, en los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa el Tobal.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Identificar dificultades presentes en los estudiantes para resolver problemas de conteo.
2. Diseñar e incorporar rutinas de pensamiento por medio de una intervención didáctica que conlleve a la resolución de problemas de conteo.
3. Describir el aporte de las rutinas de pensamiento en la resolución de problemas de conteo.

4 MARCO REFERENCIAL

4.1 ANTECEDENTES

Uno de los principales objetivos a conseguir en el área de las matemáticas es que los estudiantes sean competentes en la resolución de problemas. Diferentes motivos avalan esta afirmación. Carrillo (1998) citado por (Pifarre & Sanuy Burgués, 2001),

- los sintetiza en diez aspectos, de entre los cuales cabe destacar, por un lado, la utilidad de la enseñanza de la resolución de problemas para la vida cotidiana de los alumnos y, por otro lado, el incremento en la significatividad del aprendizaje de contenidos matemáticos (tanto de tipo conceptual, como de procedimental y como de tipo actitudinal). Conseguir este objetivo no es una tarea fácil, dado que resolver un problema es un proceso complejo y difícil en el cual intervienen un gran número de variables. (pág. 297)

A continuación, presento algunas investigaciones que reconocen la importancia de la formulación y resolución de problemas en el área de matemáticas, la funcionalidad de las rutinas de pensamiento en el aula y también las dificultades presentadas por los estudiantes en las técnicas de conteo.

- Las investigaciones de Shanghnessy (1985), le han llevado a establecer que en las matemáticas escolares el desarrollo del pensamiento aleatorio, mediante contenido de la probabilidad y la estadística debe estar inspirado de un espíritu de exploración y de investigación tanto por parte de los estudiantes como de los docentes. Debe integrar la construcción de modelos de fenómenos físicos y del desarrollo de estrategias como las de simulación de experimentos y de conteos. También han de estar presentes la comparación y evaluación de diferentes formas de aproximación a los problemas con el objeto de monitorear posibles concepciones y representaciones erradas. De esta manera

el desarrollo del pensamiento aleatorio significa resolución de problemas.
(Ministerio de Educación Nacional, 1998, pág. 47)

•

Otro aporte importante lo dan (Sepulveda Lopez, Medina Garcia, & Sepulveda Jauregui, 2008) quienes analizan,

- Algunos aspectos que ha tenido el desarrollo de la resolución de problemas en la educación matemática y algunas de las acciones cruciales que conducen a su solución. Se informa el trabajo realizado por estudiantes de bachillerato cuando se enfrentaron a un conjunto de problemas o tareas que involucraron diferentes métodos de solución en un escenario de instrucción basado en resolución de problemas. Durante su implementación, los estudiantes trabajaron en pequeños grupos, presentaron y defendieron sus ideas frente al grupo completo y revisaron sus intentos de solución como resultado de críticas y opiniones que se dieron durante sus representaciones y discusiones en clase. (pág. 79)

En este contexto, los estudiantes exhibieron diferentes niveles de entendimiento que les permitieron ir comprendiendo las ideas fundamentales asociadas con la solución y, finalmente, resolvieron las tareas. Para Sepulveda et al. (2008) el desarrollo del proyecto se basó en:

- La visión del NCTM (2000) y del grupo Balanced Assessment Package for the Mathematics Curriculum (1999, 2000) para promover el aprendizaje de las matemáticas mediante la utilización de tareas diseñadas bajo ciertos principios: atractivas y fáciles de entender, con contenidos fundamentales del currículo, y que su diseño permita recuperar los procesos de pensamiento utilizados por los estudiantes en sus intentos de solución. (Sepulveda Lopez, Medina Garcia, & Sepulveda Jauregui, 2008, pág. 111)

(Franco Araujo, Osorio Acosta, Rincon Molano, & Tatis Moreno, 2009) en su tesis de maestría sobre “el conocimiento pedagógico del contenido, la práctica docente en función de los procesos de la resolución de problemas y el uso por los estudiantes, en el marco de la clase para pensar” se fundamentaron en:

- Examinar la profesión docente desde tres variables: en primer lugar, el Conocimiento Pedagógico de Contenido, definido por (Shulman, 1986) como “Las más poderosas formas de representación, analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones; o sea, las formas de representar y formular la materia para hacerla más comprensible, además la comprensión de qué hace un aprendizaje, de tópico específico, fácil o difícil” (pág. 9). En segundo lugar, la Práctica Docente de los procesos de Resolución de Problemas, en el marco del modelo pedagógico Clase Para Pensar (López, 2000); y la tercera: Uso de estos procesos por los estudiantes. Esta investigación se llevó a cabo en tres instituciones oficiales con una muestra de 30 docentes del nivel básico y 5 de sus estudiantes, para un total de 150. (págs. 14-15)

La conclusión más importante del presente estudio se dio al evidenciar que los docentes no supieron cómo enseñar, ni enseñaron los PR a los estudiantes y, por ende, éstos no lo aprendieron, ni como procesos aislados de pensamiento, ni como parte de un proceso de Resolución de Problemas, lo cual es preocupante, en virtud de las exigencias del momento histórico actual. Estos resultados llaman la atención sobre las políticas educativas que regulan actualmente los programas de formación docente, teniendo en cuenta que el 63% de los participantes, declararon haber recibido capacitación pedagógica sobre la disciplina que imparten, durante los dos últimos años. Franco et al (2009)

(Morales Benitez & Restrepo Uribe, 2015) en su artículo,

- Recoge reflexiones a partir de los resultados de la investigación titulada La Visibilización del Pensamiento una Herramienta Esencial en la Evaluación para el Aprendizaje, con base en los conceptos de evaluación para el aprendizaje, evaluación formativa, Enseñanza para la Comprensión y Visibilización del pensamiento. La propuesta se desarrolló desde lo cualitativo con un diseño de investigación acción y (que lleva a establecer) la necesidad de entender que la evaluación para el aprendizaje debe llevar al estudiante y al docente a hacer visible el pensamiento, a mejorar sus comprensiones, a lograr los objetivos propuestos, a tener en cuenta el punto de vista del estudiante, a generar procesos de retroalimentación y a fortalecer sus aprendizajes. (pág. 89).

•

Como conclusión, y en consecuencia al tema de investigación, la reflexión se realizó mediante la rutina de pensamiento “Antes pensaba que... Ahora pienso que...”, donde (Morales, 2015) explica que:

- las reflexiones que surgen de este proceso investigativo y que llevan a entender que es necesario la transformación de las prácticas evaluativas y la incorporación de escenarios de pensamiento que fomenten, de manera eficaz, las comprensiones de los estudiantes. Antes pensaba que... Un estudiante con dificultades de aprendizaje genera miedos en el docente por no saber cómo abordarlo, porque no es capaz de dar lo que los otros dan. Ahora pienso que... Las rutinas de pensamiento le han permitido explorar en los conocimientos de todos, sin importar sus limitaciones; también manifiesta que ha visto sus progresos y hasta el mejoramiento de su autoestima. (pág. 99)

Otra de las investigaciones que aportan a la resolución de problemas basadas en rutinas de pensamiento es la de (Acosta Moreno, 2017) quien realiza un trabajo de investigación enmarcado en un enfoque cualitativo con diseño de investigación acción.

- El estudio se realizó con los estudiantes de octavo grado de una institución educativa oficial de la ciudad de Bogotá y estuvo centrado en la resolución de problemas que requieren el uso de ecuaciones cuadráticas para resolverlos, analizados a la luz de las estrategias de resolución de problemas propuesto por Cabrera y Campistrous (1999), en este estudio se comparó los resultados de una prueba de entrada y una prueba de salida; en la que se buscaba encontrar algún avance en las estrategias de resolución de problemas. Luego de haberse aplicado un plan de intervención que buscaba a través de las rutinas del pensamiento de Ritchhart, Church y Morrison (2014) y los organizadores gráficos, visibilizar el pensamiento de los estudiantes al realizar la conversión de registros de representación necesarios para expresar los objetos matemáticos y luego realizar operaciones de tratamiento entre expresiones algebraicas para hallar los valores que le daban solución a dichos problemas. (pág. 11)

Así mismo la autora concluye que:

- las rutinas de pensamiento permiten un mayor acercamiento entre el docente - estudiantes y estudiantes-estudiante, ya que prioriza el proceso de escucha, lo que permite una mayor y mejor participación de los estudiantes durante el desarrollo de las clases y genera espacios de cooperación en los procesos de apropiación del aprendizaje de temáticas que le ayudaban a resolver los problemas propuestos en clase. (pág. 106)

-

4.1.1 Antecedentes De Referencia Internacional

Y sin lugar a duda una de las investigaciones que más ha aportado a la evolución de las rutinas de pensamiento es el equipo del Proyecto Cero, quien instaure que:

- La mayoría de las personas tienen las habilidades, actitudes y alertas de pensamiento sin desarrollar. Se muestran pasivos e indiferentes frente a circunstancias que provocan el pensamiento, están insensibles frente a señales que invitan a reflexionar, no cultivan actitudes de pensamiento profundo, tales como: cuestionar las evidencias, ir más allá de lo obvio, ver el lado oculto de las situaciones, pensar diferente al menos por un tiempo y aprovechar todas las oportunidades que inciten a la reflexión. Por esta razón es importante que los niños y jóvenes aprendan estas actitudes, habilidades y alertas que son promotoras del pensamiento, pero que no pueden desarrollarse de forma espontánea. (Institucion Nacional de Tecnologias Educativas y de Formacion del Profesorado, pág. Parr. 2)
- Una de las razones por las cuales no somos conscientes de nuestros pensamientos es que, por suerte o por desgracia, nuestros pensamientos no son perceptibles para las personas que nos rodean, y muchas veces, son imperceptibles también las situaciones que los provocan. Perkins afirma: “El pensamiento es básicamente invisible. [...] En la mayoría de los casos el pensamiento permanece bajo el capó, dentro del maravilloso motor de nuestra mente. [...] Afortunadamente, ni el pensamiento, ni las oportunidades para pensar, necesariamente deben ser invisibles como frecuentemente lo son. Como educadores, podemos trabajar para lograr hacer el pensamiento mucho más visible de lo que suele ser en el aula. Cuando así lo hacemos, estamos ofreciendo a los estudiantes más oportunidades desde donde construir y aprender”. (Instituto Nacional de Tecnologias Educativas y de Formacion del profesorado, págs. Parr. 1-2)

-

4.2 Investigaciones Sobre Técnicas De Conteo

Como se apreció en los anteriores párrafos se hizo evidente las investigaciones referentes a la resolución de problemas con diferentes matices como; comunicación, probabilidad y

rutinas de pensamiento, ahora se presentan investigaciones que se refieren a las técnicas de conteo.

Analizando los procesos que se llevan a cabo en nuestro país, (Zapata, Quintero, & Morales, 2010), afirman que:

- En el currículo colombiano, la combinatoria está presente en varios grados del sistema educativo (MEN, 2003; MEN, 1998), pero los alumnos terminan su secundaria sin saber diferenciar una combinación de una permutación y de una variación. Esto en parte tiene que ver con el hecho que muchas veces no se abordan ciertas temáticas, aun estando dentro de los lineamientos curriculares, y cuando se abordan se hace de forma procedimental y no conceptual. (pág. 1)

(Martinez Vergara, 2014) elabora un proyecto investigativo que:

- Se enmarca en el diseño de una estrategia didáctica para la conceptualización de la teoría combinatoria, constituye, además, una herramienta metodológica que facilita el abordaje de los conceptos que subyacen en la misma. La mencionada estrategia brinda a los docentes de la institución Joaquín Vallejo Arbeláez, específicamente del grado décimo, una forma activa y dinámica de enseñar los conceptos fundamentales de dicha teoría, ejercicios y problemas del campo de la estadística, especialmente en lo referido a la teoría combinatoria. (pág. 11)

Una de las conclusiones de (Martinez Vergara, 2014) es que:

- El diseño de una estrategia didáctica para la apropiación de la conceptualización de la teoría combinatoria, en especial en este tipo de población, en la que se ha presentado un alto nivel de deserción, amplía la gama de posibilidades para aumentar la motivación en los estudiantes, pues como se ha indicado, el juego como estrategia didáctica favorece los procesos

de aprendizaje, además promueve el desarrollo de otras habilidades de tipo personal. (pág. 108)

Begg, citado por (Batanero, 2000), señala que:

- La estadística es un buen vehículo para alcanzar las capacidades de comunicación, tratamiento de la información, resolución de problemas, uso de ordenadores y trabajo cooperativo y en grupo, a las que se da gran importancia en los nuevos currículos. Además, la probabilidad y la estadística se pueden aplicar fácilmente, puesto que no requieren técnicas matemáticas complicadas. Sus aplicaciones, proporcionan una buena oportunidad para mostrar a los estudiantes la utilidad de la matemática para resolver problemas reales, siempre que su enseñanza se lleve a cabo mediante una metodología heurística y activa, enfatizando la experimentación y la resolución de problemas” (pág. 3)

De los antecedentes mencionados anteriormente, se llega a la conclusión que la implementación de las rutinas de pensamiento en la formulación y planteamiento de problemas ayuda a los estudiantes como lo plantea el (Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del profesorado)

- En el proceso de aprendizaje e inciden notablemente las percepciones: La observación del objeto de aprendizaje de forma directa o indirecta, nos permite imitar, reproducir, evocar, adaptar y transformar esa percepción y construir un conocimiento nuestro, un conocimiento que tiene una huella personal. El problema surge cuando el objeto de aprendizaje es el propio pensamiento, porque el objeto de estudio es imperceptible, al menos en primera instancia y son imperceptibles también las circunstancias que lo provocan. ¿Cómo enseñar a nuestros estudiantes un objeto de aprendizaje tan intangible? ¿Cómo describir y trabajar con lo imperceptible? ¿Cómo hacer

perceptibles las situaciones que provocan nuestros pensamientos? ¿Cómo aprender a pensar? ¿Cómo enseñar a pensar a nuestros estudiantes?

5 MARCO TEÓRICO

A continuación, se presentan algunos referentes teóricos con propuestas innovadoras y que sin lugar a duda han aportado a los procesos investigativos en resolución de problemas, rutinas de pensamiento y técnicas de conteo, los cuales servirán de soporte para el presente estudio.

5.1 REFERENTES TEÓRICOS

El marco teórico se estructura en tres apartados: El primer referente es la conceptualización de la resolución de problemas bajo la perspectiva de Schoenfeld, quien posibilita las comprensiones de los estudiantes frente a las siguientes dimensiones: Dimensión cognitiva, Heurísticas, Dimensión metacognitiva, Dimensión afectiva y la Practica matemática y los procesos que involucra (representaciones y modelamiento, comunicación.).

Un segundo referente son las rutinas de pensamiento y a la Visibilización del pensamiento, bajo los conceptos de David Perkins (2008) y Ron Ritchart (20014). Ritchart (2014), afirma que el pensamiento, las situaciones provocadoras del mismo, las oportunidades para activar la reflexión, no tienen por qué ser invisibles.

Y por último encontramos la conceptualización de las técnicas de conteo; estas técnicas son de gran importancia en la solución de:

Problemas de probabilidad en muchas ocasiones es fundamental llevar a cabo algún tipo de conteo, lo cual garantiza el éxito en la solución. Las técnicas de conteo, se fundamentan en dos principios importantes como son el “principio de la multiplicación y el “principio de la adición”. (Gomez Giraldo, 2009, pág. 70)

Según los estándares básicos por competencias, presentado por el (Ministerio de Educacion Nacional, 2005) exponen que:

- Si bien es cierto que la sociedad reclama y valora el saber en acción o saber procedimental, también es cierto que la posibilidad de la acción reflexiva con

carácter flexible, adaptable y generalizable exige estar acompañada de comprender qué se hace y por qué se hace y de las disposiciones y actitudes necesarias para querer hacerlo, sentirse bien haciéndolo y percibir las ocasiones de hacerlo.

- Estas argumentaciones permiten precisar algunos procesos generales presentes en toda la actividad matemática que explicitan lo que significa ser matemáticamente competente:
- Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas. Ello requiere analizar la situación; identificar lo relevante en ella; establecer relaciones entre sus componentes y con situaciones semejantes; formarse modelos mentales de ella y representarlos externamente en distintos registros; formular distintos problemas, posibles preguntas y posibles respuestas que surjan a partir de ella. Este proceso general requiere del uso flexible de conceptos, procedimientos y diversos lenguajes para expresar las ideas matemáticas pertinentes y para formular, reformular, tratar y resolver los problemas asociados a dicha situación. Estas actividades también integran el razonamiento, en tanto exigen formular argumentos que justifiquen los análisis y procedimientos realizados y la validez de las soluciones propuestas.
- Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas; para utilizar y transformar dichas representaciones y, con ellas, formular y sustentar puntos de vista.
- Usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, como medios de validar y rechazar conjeturas, y avanzar en el camino hacia la demostración.
- Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz. Así se vincula la habilidad procedimental con la comprensión conceptual que fundamenta esos procedimientos. (págs. 50-51)

5.1.1 Resolución De Problemas

La resolución de problemas implica una apuesta para la enseñanza de las matemáticas que como indica Schoenfeld, posibilita las comprensiones de los estudiantes frente a las siguientes dimensiones:

- Dimensión cognitiva: La base de conocimientos.
- Heurísticas: Estrategias en la resolución de problemas.
- Dimensión metacognitiva: Monitoreo y control (auto-regulación).
- Dimensión afectiva: Creencias y afectos.
- Practica matemática. (Instituto de Matematica y Fisica, 2016, pág. 2)

Este trabajo se fundamenta en la resolución de problemas planteado por Schoenfeld (1992), rutinas de pensamiento por David Perkins (2008) y Ron Ritchart (20014), las técnicas de conteo por Giraldo, (2009) y la Unidad didáctica por (Tamayo A., Zona, & Loaiza Z., 2015).

Según los lineamientos curriculares de matemáticas presentados por el MEN en quien reconoce a Polya y Alan Schoenfeld, como los investigadores más conocidos en la resolución de problemas, explican que:

- Los lineamientos curriculares consideran; la actividad de resolver problemas como un elemento importante en el desarrollo de las matemáticas y en el estudio del conocimiento matemático. [...], [...]En diferentes propuestas curriculares recientes se afirma que la resolución de problemas debe ser eje central del currículo de matemáticas, y como tal, debe ser un objetivo primario de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática. Pero esto no significa que se constituya en un tópico aparte del currículo, deberá permearlo en su totalidad y proveer un contexto en el cual los conceptos y herramientas sean aprendidos.

- En la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel.
- Las investigaciones que han reconocido la resolución de problemas como una actividad muy importante para aprender matemáticas, proponen considerar en el currículo escolar de matemáticas aspectos como los siguientes:
 - Formulación de problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas.
 - desarrollo y aplicación de diversas estrategias para resolver problemas.
 - Verificación e interpretación de resultados a la luz del problema original.
 - Generalización de soluciones y estrategias para nuevas situaciones de problemas.
 - Adquisición de confianza en el uso significativo de las matemáticas.
 (Arbelaez Soto, Correal Hernandez, Ceballos Londoño, & Pineda Cadavid, 2007, págs. 20,29)

El reconocimiento que se le ha dado a la actividad de resolver problemas en el desarrollo de las matemáticas ha originado algunas propuestas sobre su enseñanza, entre las cuales las más conocidas son las de los investigadores Polya y Alan Schoenfeld. (Arroyave Metrio, 2018) en su trabajo final de maestría presenta las ideas más importantes de dichos autores para favorecer el proceso enseñanza-aprendizaje, como son:

- Para Polya “resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados”.
- Polya describió las siguientes cuatro fases para resolver problemas:

- Comprensión del problema.
- Concepción de un plan.
- Ejecución del plan.
- Visión retrospectiva.
- Para cada fase sugiere una serie de preguntas que el estudiante se puede hacer, o de aspectos que debe considerar para avanzar en la resolución del problema, para utilizar el razonamiento heurístico, el cual se considera como las estrategias para avanzar en problemas desconocidos y no usuales, como dibujar figuras, introducir una notación adecuada, aprovechar problemas relacionados, explorar analogías, trabajar con problemas auxiliares, reformular el problema, introducir elementos auxiliares en un problema, generalizar, especializar, variar el problema, trabajar hacia atrás. (pág. 32)

Aunque los matemáticos reconocen en los trabajos de Polya actividades que ellos mismos realizan al resolver problemas, también plantean que las estrategias de pensamiento heurístico resultan demasiado abstractas y generales para el estudiante.

- Alan Schoenfeld reconoce el potencial de las estrategias discutidas por Polya, pero dice que los estudiantes no las usan. Su trabajo juega un papel importante en la implementación de las actividades relacionadas con el proceso de resolver problemas en el aprendizaje de las matemáticas y se fundamenta en las siguientes ideas:
- En el salón de clase hay que propiciar a los estudiantes condiciones similares a las condiciones que los matemáticos experimentan en el proceso de desarrollo de las matemáticas. Schoenfeld mencionó que los estudiantes necesitan aprender matemáticas en un salón de clase que represente un microcosmo de la cultura matemática, esto es, clases en donde los valores de las matemáticas como una disciplina con sentido sean reflejadas en la práctica cotidiana.
- Para entender cómo los estudiantes intentan resolver problemas y consecuentemente para proponer actividades que puedan ayudarlos es

necesario discutir problemas en diferentes contextos y considerar que en el proceso de resolver problemas influyen los siguientes factores:

- – **El dominio del conocimiento**, que son los recursos matemáticos con los que cuenta el estudiante y que pueden ser utilizados en el problema como intuiciones, definiciones, conocimiento informal del tema, hechos, procedimientos y concepción sobre las reglas para trabajar en el dominio.
- – **Estrategias cognoscitivas** que incluyen métodos heurísticos como descomponer el problema en simples casos, establecer metas relacionadas, invertir el problema, dibujar diagramas, el uso de material manipulable, el ensayo y el error, el uso de tablas y listas ordenadas, la búsqueda de patrones y la reconstrucción del problema.
- – **Estrategias metacognitivas** se relacionan con el monitoreo y el control. Están las decisiones globales con respecto a la selección e implementación de recursos y estrategias, acciones tales como planear, evaluar y decidir.
- En el presente trabajo las rutinas de pensamiento estarán alineados a los principios metacognitivos, traducidos en técnicas que como se mencionó orientan el pensamiento del estudiante sobre procesos reflexivos de su actividad.
- – **El sistema de creencias** se compone de la visión que se tenga de las matemáticas y de sí mismo. Las creencias determinan la manera como se aproxima una persona al problema, las técnicas que usa o evita, el tiempo y el esfuerzo que le dedica, entre otras. (Arroyave Metrio, 2018, págs. 32-33)

Alan Schoenfeld, citado por (Instituto de Matematica y Fisica, 2016) expone los siguientes aspectos que ayudan en la resolución de problemas:

-
- Cinco dimensiones que intervienen directa, dinámica e interrelacionadamente:
 - Dimensión cognitiva: La base de conocimientos.
 - Heurísticas: Estrategias en la resolución de problemas.

- • Dimensión metacognitiva: Monitoreo y control (auto-regulación).
 - • Dimensión afectiva: Creencias y afectos.
 - • Practica matemática.
- **Los conocimientos** que el resolvidor tenga en el ambiente matemático donde se ha planteado el problema (resultados, definiciones, procedimientos algorítmicos, procedimientos rutinarios, fórmulas, reglas, etc.) Tiene una incidencia directa en la factibilidad de acceder a una solución del problema.
 - Por su parte, con respecto a **las estrategias en la resolución de problemas** (Heurísticas), que el resolvidor tenga incorporadas naturalmente, tales como: analogía, elementos auxiliares, descomponer y recombinar, inducción, particularización, generalización, variación, trabajando hacia atrás, etc.; diversas investigaciones han demostrado que también juegan un rol fundamental a la hora de intentar resolver un problema.
 - La **auto-regulación** en el trabajo (monitoreo y control), es decir la capacidad del resolvidor para decidir qué, cuándo y cómo usar una determinada estrategia o resultado matemático; cuando abandonar (al menos temporalmente) un camino de solución, son capacidades metacognitivas que influyen fuertemente en la resolución de problemas.
 - Con respecto al **dominio afectivo**, las creencias que el resolvidor tenga acerca de la naturaleza de la matemática., por ejemplo: los problemas matemáticos tienen solamente una solución correcta; hay solamente una manera correcta de resolver un problema; si uno entiende el contexto matemático, todo problema puede ser resuelto en diez minutos o menos, etc. Enmarcarán el quehacer durante el proceso de resolver un problema. Por su parte, el grado en que el resolvidor disfruta el proceso de resolución de problemas y su capacidad para superar la frustración del fracaso en obtener la solución de algunos problemas, son aspectos afectivos que inciden en la actitud del resolvidor.
 - Finalmente, la **práctica matemática** a que ha sido expuesto un estudiante en la escuela, es un factor que afectará su capacidad para resolver problemas.

Diversos estudios y experiencias muestran que cuando el profesor diseña ambientes donde se privilegia la interacción de los estudiantes y se promueve el pensamiento matemático, el alumno adquiere una visión favorable a la actividad de resolver problemas. (págs. 2-3)

Se muestra que resolver un problema implica tener en cuenta no solo la capacidad para hacerlo, sino que se combina con los otros procesos de pensamiento, entre ellos la comunicación y los sistemas de presentación. En este sentido se explicita, que se entenderá por cada uno de ellos.

5.1.2 Como Hacer Visible El Pensamiento

En documento traducido y adaptado por Jacqueline Tipoldi presenta rutinas de pensamiento de diversos autores en la página (Pensamiento Visible) desatancando la opinión de Ritchart (2014), donde afirma que:

- El pensamiento, las situaciones provocadoras del mismo, las oportunidades para activar la reflexión, no tienen por qué ser invisibles. Según las investigaciones de Ritchart (2002) los mejores docentes establecen a través de su práctica, una fuerte cultura del pensamiento. Los estudiantes aprenden de la clase, pero también aprenden de las culturas que forman parte del contexto del aula. Dichas culturas, pasan a formar parte del currículo oculto y emergen en las expectativas y concepciones que facilitan u obstaculizan el aprendizaje de los alumnos.
- Para que los estudiantes aprendan, hay que asegurar que se desarrolle en el aula una cultura del pensamiento, a través del trabajo con disposiciones del pensamiento como: indagación, curiosidad, juego de ideas y análisis de temas complejos. Según el mismo autor, existen ocho fuerzas que ayudan a desarrollar una cultura del pensamiento en el aula:

1. Tiempo: Dedicar tiempo curricular para que los estudiantes puedan pensar y resolver las propuestas del profesor. No basta con que el profesor active al estudiante con buenas propuestas, debe brindar a los estudiantes suficiente tiempo y respetar las diferencias individuales, para que esta variable no sea limitante en su producción.
2. Oportunidades: Proponer a los estudiantes actividades auténticas, donde puedan poner en práctica, desarrollar diferentes procesos cognitivos e implicarse en las distintas tareas.
3. Rutinas: Son organizadores, que ayudan a estructurar, ordenar y desarrollar distintas formas de pensamiento en el proceso de aprendizaje y que promueven la autonomía de los estudiantes.
4. Lenguaje: Para poder desarrollar el pensamiento, es necesario poder implementar en el aula un lenguaje del pensamiento, donde se puedan denominar, describir, distinguir los distintos procesos cognitivos y reflexionar sobre los mismos.
5. Creación de modelos: Cuando los estudiantes comparten sus ideas, intercambian puntos de vista y los discuten, se van desarrollando entre todos, diferentes modelos de pensamiento.
6. Interrelaciones: En un contexto donde cada uno puede decir lo que piensa y se promueve el respeto por las ideas del otro, se va creando un ambiente de confianza donde cada uno puede mostrar sus fortalezas, pero también sus debilidades.
7. Entorno físico: Si bien es importante crear un ambiente emocional de confianza, también es importante establecer un ambiente físico, como puede ser de forma especial el aula, el laboratorio o el taller, para estimular la cultura del pensamiento.
8. Expectativas: Establecer un “menú” u “orden del día” para que los estudiantes conozcan los objetivos de aprendizaje, ir focalizándose en qué aspectos debe pensar y conocer qué espera... (pág. 2)

Para Tishman y Palmer (2005) la visualización del pensamiento se refiere a cualquier tipo de representación observable que documente y apoye el desarrollo de las ideas, preguntas, razones y reflexiones en desarrollo de un individuo o grupo. Además, consideran los mapas mentales, gráficos y listas, diagramas, hojas de trabajo como una forma de visualización del pensamiento si estos revelan las ideas en desarrollo de los estudiantes conforme piensan sobre un asunto, problema o tema.

Por su parte (Perkins D. , 1998) compartiendo el pensamiento con Tishman (1997) consideran que una forma de hacer el pensamiento visible, es lograr que los docentes utilicen el lenguaje del pensamiento y la otra forma, es retomar las diferentes oportunidades de pensamiento durante el aprendizaje de una asignatura.

Como podemos observar las rutinas de pensamiento están muy vinculadas a la comunicación matemática, como lo refiere la frase planteada por los estándares del NTCM citados por el; (Ministerio de Educación Nacional, 1998),

- Las clases deberían caracterizarse por las conversaciones sobre las matemáticas entre los estudiantes y entre éstos y el profesor. Para que los profesores maximicen la comunicación con y entre los estudiantes, deberían minimizar la cantidad de tiempo que ellos mismos dominan las discusiones en el salón de clase. Es así como se toma la comunicación como referente para el desarrollo de la investigación articulado a las rutinas de pensamiento.
- Con esta investigación no solo se exponen estrategias para que los estudiantes desarrollen habilidades matemáticas, sino que como lo establece Jacqueline Tipoldi en su proyecto “Pensamiento Visible”:
- ...pueden ayudar a “hacer visible” el pensamiento. Son procedimientos o patrones para la reflexión, que se aplican repetidas veces en las actividades de aula. Juegan un rol muy importante en la organización y sistematización de la forma de pensar, pudiendo convertirse en parte integral del proceso de aprendizaje en una determinada asignatura. Estas rutinas son sencillas, cuentan con pocos pasos que colaboran en focalizar la atención en la

movilización del pensamiento y en generar un fuerte andamiaje para desarrollar la comprensión. (pág. 2)

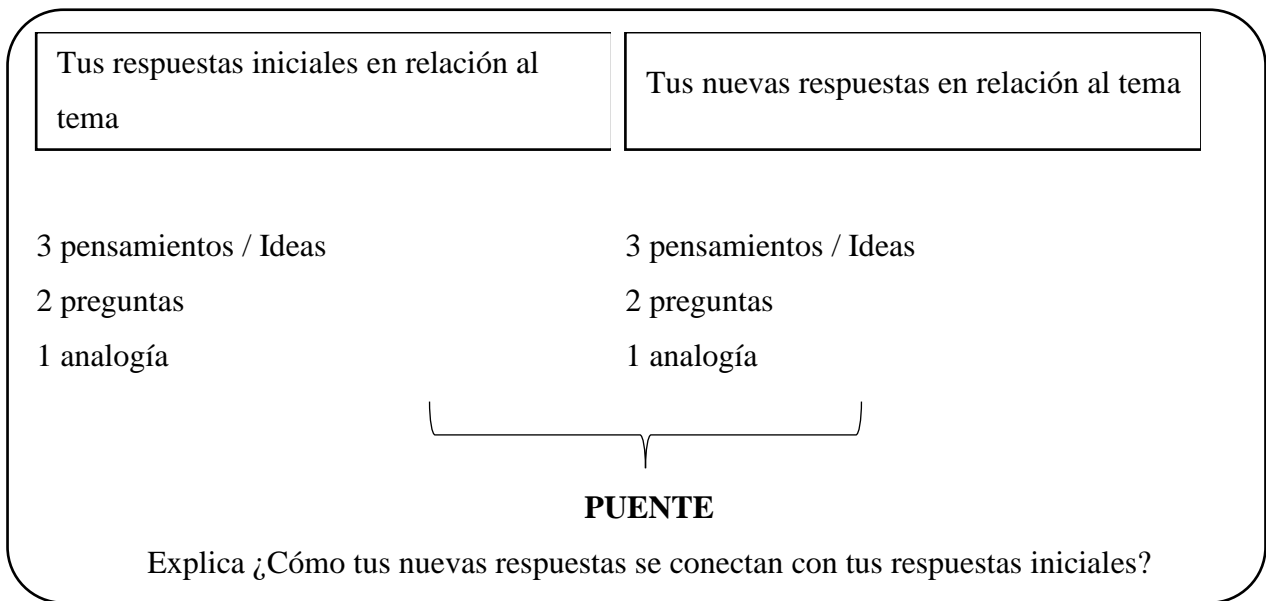
A continuación, presento algunas rutinas de pensamiento planteadas por Perkins, D., Tishman, S., Jay, E. (1998) y que fueron esbozadas en el Proyecto Cero y de bibliografía especializada de “Pensamiento Visible” traducido y adaptado por Jaqueline Tipoldi.

5.1.3 Rutinas De Pensamiento

RUTINA DE PENSAMIENTO: PUENTE 3-2-1

Es una rutina de pensamiento para la activación de los conocimientos previos y la elaboración de conexiones.

Figura 1. Rutina De Pensamiento: Puente 3-2-1.



Propósito: ¿Qué tipo de pensamiento promueve?

Esta estrategia pide al estudiante descubrir, evidenciar y explicitar sus pensamientos, ideas, preguntas y comprensiones iniciales sobre un tema y luego relacionar o conectar los mismos, con los nuevos pensamientos surgidos después de alguna intervención.

Aplicación: ¿Cuándo y dónde puede ser aplicada?

Esta estrategia puede ser útil para aplicarla cuando los estudiantes van desarrollando comprensiones a través del tiempo. Puede ser un concepto que los alumnos ya conocen bastante en un determinado contexto, pero, la consigna planteada propone focalizar el aprendizaje en una nueva situación. O un concepto que los estudiantes conocen, pero solamente de una manera informal. Cada vez que se obtiene nueva información, se pueden construir puentes entre las nuevas ideas y conocimiento previo. El foco está más puesto en ir comprendiendo y conectando los propios pensamientos, que en lograr un determinado resultado específico.

RUTINA DE PENSAMIENTO: CICLO DE PUNTOS DE VISTA

Figura 2. Rutina de Pensamiento: Ciclo de Puntos de Vista.

Pensar una lista de diferentes perspectivas y luego usar este protocolo como guía para explorar cada una:

1. **YO PIENSO QUE...** (el tema) ... **DESDE EL PUNTO DE VISTA DE ...** (*el punto de vista que hayas elegido*).
2. **YO PIENSO...** (*Describir el tema desde tu punto de vista. Como un actor, asumir la caracterización desde tu óptica*).
3. **UNA DUDA QUE TENGO SOBRE ESTE PUNTO DE VISTA ES...**
Realizar una pregunta que se haya generado.

CERRANDO EL CICLO: ¿Que nuevas IDEAS tienes ahora sobre el tema que no tenía antes? ¿Que nuevas preguntas se te han generado?

Propósito: ¿Qué tipo de pensamiento promueve?

Esta estrategia ayuda a los estudiantes a considerar diferentes y diversas perspectivas relativas al tema. Entender que las distintas personas pueden pensar y sentir de forma diferente con respecto a temas que son claves y despiertan controversia, como, por ejemplo: “crisis ambiental contemporánea”.

Aplicaciones: ¿Cuándo y dónde puede ser aplicada?

Esta estrategia puede utilizarse al principio de una unidad de estudio para ayudar a los estudiantes a pensar en nuevas perspectivas sobre un tema e imaginar diferentes personajes, temas y cuestiones relacionadas a él. Puede ser utilizado después de leer un libro o capítulo. La rutina también funciona especialmente bien cuando los estudiantes tienen una posición rígida y se les dificulta ver otras perspectivas o cuando las cosas le parecen blanco o negro. Esta estrategia puede usarse para abrir discusiones sobre dilemas en temas polémicos, provocativos y estimulantes.

RUTINA DE PENSAMIENTO: PUNTOS CARDINALES: E - O - N - S

Una estrategia para examinar o analizar propuestas.

Figura 3. Rutina de pensamiento: puntos cardinales: E - O - N - S.

1. E= Emocionante

¿Qué encuentras de emocionante (positivo) en esta idea o planteo?

2. O= pre-O-cupante (Worrisome: Lo marcaremos con una “O” por oeste)

¿Qué encuentras preocupante o inquietante (negativo) sobre esta idea o propuesta?

3. N= Necesito saber

¿Qué más necesitarías saber o averiguar sobre esta idea o planteo? ¿Qué información adicional te ayudaría a evaluar la propuesta?

4. S= Sugerencias para continuar avanzando

¿Cuál es tu postura y opinión sobre esta idea o propuesta? ¿Qué aportarías o modificarías para seguir avanzando?

Propósito: ¿Qué tipo de pensamiento promueve?

Para ayudar a los estudiantes a profundizar en una idea o propuesta y eventualmente evaluarla.

Aplicaciones: ¿Cuándo y dónde puede ser aplicada?

Esta estrategia funciona bien para explorar varias facetas de una propuesta, planteo o idea para expresar una opinión sobre la misma. Por ejemplo, la escuela puede estar considerando la idea de un código de vestimenta, el docente aparece con la idea de cambiar la disposición

de salón, un personaje de un libro enfrentándose a una elección, un político proponiendo otra manera de estructurar los impuestos, etc.

RUTINA DE PENSAMIENTO: PREGUNTAS PROVOCADORAS

Una estrategia para generar preguntas provocadoras que incentiven el pensamiento.

Figura 4. Rutina de pensamiento: preguntas provocadoras.

1. Escribe una lista de ideas de al menos 12 preguntas provocadoras acerca de un tópico, concepto u objeto. Usa estas preguntas iniciales para ayudarte a pensar otras preguntas interesantes:

¿Por qué...?

¿Cómo...?

¿Cuáles son las razones...?

¿Y si...?

¿Cuál es el propósito de...?

¿Qué diferencia habría si...?

¿Cómo sería si...?

Supónganse que... ¿...?

¿Qué ocurriría si supiéramos...?

¿Qué cambiaría si...?

2. Revisa la lista de ideas y comienza con las preguntas que parecen más interesantes. Luego, elige una o más preguntas provocadoras para discutir durante unos minutos.

3. Reflexiona: ¿Qué nuevas ideas tienen acerca del tema, concepto u objeto, que no tenían antes?

Propósito: ¿Qué tipo de pensamiento promueve?

Esta estrategia les da a los estudiantes la posibilidad de practicar el desarrollo de preguntas que promueven el pensamiento y la indagación. También ayuda a los alumnos a pensar y hacer intercambio de ideas acerca de diferentes tipos de preguntas sobre un tema. El objetivo de hacer preguntas interesantes y profundas es llegar a la complejidad y profundidad de un tópico. El objetivo del intercambio de ideas, es tener una variada lista de preguntas sobre un tópico y a través de ella lograr una mayor amplitud y multidimensionalidad de miradas en el mismo.

Aplicaciones: ¿Cuándo y dónde puede ser aplicada?

Aplice este tipo de preguntas para ampliar y profundizar el pensamiento de los estudiantes, para alentar su curiosidad y aumentar así su motivación a indagar. Esta estrategia puede ser usada cuando se introduce un nuevo tópico para ayudar a los estudiantes a generar un sentido de amplitud sobre el mismo. Puede ser utilizada en medio

del estudio de un tema, como una forma de provocar la curiosidad de los estudiantes. También puede ser usada cuando se está terminando de estudiar un tópico, como una forma de mostrarles cómo el conocimiento que adquirieron del tema, los ayuda a crear preguntas mejores y más interesantes. Esta estrategia también puede ser utilizada de forma continua durante el estudio de un tópico, para ayudar a la clase a hacer visible la evolución que han tenido los estudiantes con respecto a la lista de preguntas sobre el tema en un determinado tiempo.

RUTINA DE PENSAMIENTO: OBSERVAR/PENSAR/PREGUNTARSE

Una estrategia para explorar trabajos de arte y otras cosas interesantes

Figura 5. Rutina de pensamiento: observar/pensar/preguntarse.

¿Qué es lo que observas?
¿Qué piensas sobre eso?
¿Qué preguntas te surgen?

Propósito: ¿Qué tipo de pensamiento promueve esta estrategia?

Esta estrategia alienta a los estudiantes a hacer observaciones cuidadosas e interpretaciones meditadas. Ayuda a estimular la curiosidad y a establecer una base para la indagación.

Aplicaciones: ¿Cuándo y dónde puede ser usada?

Usa esta estrategia cuando quiera que los estudiantes piensen cuidadosamente acerca de por qué algo se observa u ocurre de determinada de manera y es de la forma que es. Usa esta estrategia en el comienzo de cada unidad para motivar el interés de los estudiantes o pruébalo con un objeto que se conecta con el tema durante la unidad de estudio. Considere usar la estrategia con un objeto interesante cerca del final de cada unidad para motivar a los estudiantes a mayor aplicación de su nuevo aprendizaje e ideas.

RUTINA DE PENSAMIENTO: “PIENSA Y COMPARTE EN PAREJA”

Una estrategia para activar el razonamiento y las explicaciones

Figura 6. Rutina de pensamiento: “piensa y comparte en pareja”.

“Piensa y comparte en pareja” trata de plantear una pregunta a los estudiantes, invitarlos a tomar unos minutos para reflexionar y luego girar y compartir sus ideas con el compañero de al lado.

Propósito: ¿Qué tipo de pensamiento promueve?

Esta estrategia anima a los estudiantes a pensar en algo, como un problema, una pregunta o un tópico, y luego a articular sus pensamientos. La estrategia “Piensa y comparte en pareja” promueve el entendimiento a través de razonamientos y explicaciones. Como los estudiantes están escuchando y compartiendo ideas, “Piensa y comparte en pareja” los alienta a entender perspectivas múltiples.

Aplicaciones: ¿Cuándo y dónde puede ser aplicada?

“Piensa y comparte en pareja” puede ser aplicada en cualquier momento de la clase. Por ejemplo, cuando nos enfocamos en una respuesta, solucionando un problema de matemáticas, antes de un experimento de ciencias o luego de leer un pasaje de un libro, podrías invitar a los estudiantes a tomar un momento para pensar acerca de alguna pregunta o problema, para luego acercarse a un compañero y compartir sus ideas. También el compartir se puede hacer en pequeños grupos. Tal vez quieras que las parejas o los pequeños grupos sintetizen sus ideas para toda la clase.

RUTINA DE PENSAMIENTO: PENSAR/PROBLEMATIZAR/EXPLORAR

Una estrategia que establece una base para una indagación profunda

Figura 7. Rutina de pensamiento: pensar/problematizar/explorar.

- 1- ¿Qué es lo que **piensas** que sabes sobre este tema?
- 2- ¿Qué preguntas o **problemas** te genera?
- 3- ¿Qué es lo que el tema te incentiva a **explorar**?

Propósito: ¿Qué tipo de pensamiento promueve?

Esta estrategia activa los conocimientos previos, genera ideas, curiosidad, y establece un escenario para la indagación profunda.

Aplicaciones: ¿Cuándo y dónde puede ser aplicada?

Esta estrategia trabaja especialmente bien cuando se introduce al grupo de estudiantes en un nuevo tópico, concepto o tema. Ayuda a los estudiantes a tomar conciencia de lo que ya saben y los impulsa a identificar preguntas problematizadas o variados intereses a perseguir. Los docentes pueden tener un buen juicio sobre qué nivel conceptual tienen los estudiantes, aplicando la estrategia a lo largo del curso, pueden identificar el desarrollo y progreso de los mismos. La tercera pregunta es útil para ayudar a los estudiantes establecer una base para el trabajo de la autonomía en la indagación.

RUTINA DE PENSAMIENTO: ANTES PENSABA..., PERO AHORA PIENSO...

Una estrategia para reflexionar sobre cómo y por qué nuestro pensamiento ha cambiado.

Figura 8. Rutina de pensamiento: antes pensaba..., pero ahora pienso...

Recuerde a los estudiantes el tema a considerar.

Proponga que sus estudiantes escriban una respuesta usando:

Antes pensaba...

Pero ahora pienso que...

Propósito: ¿Qué tipo de pensamiento promueve?

Esta estrategia ayuda a los estudiantes a reflexionar sobre sus pensamientos con respecto a un tema o problema y a explorar cómo y por qué sus pensamientos han cambiado. Podría ser útil a la hora de consolidar nuevos aprendizajes, que los estudiantes tengan la oportunidad de identificar sus nuevas comprensiones, opiniones y creencias. Examinando y explicando, cómo y por qué sus pensamientos han cambiado, los estudiantes están desarrollando sus habilidades de razonar, reconocer la causa y el efecto de las relaciones.

Aplicaciones: ¿Cuándo y dónde puede ser aplicada?

Esta estrategia puede ser utilizada cuando los pensamientos iniciales, opiniones, o creencias son propensos a cambiar como resultado de la enseñanza o experiencia. Por ejemplo, luego de leer información nueva, experimentar con algo nuevo, tener una discusión en clase, al terminar un tema, etc.

RUTINA DE PENSAMIENTO: ¿QUÉ TE HACE PENSAR ESO...?

Estrategia de interpretación con justificación.

Propósito: ¿Qué tipo de pensamiento promueve?

Esta estrategia ayuda a los estudiantes a describir qué ven o saben y los invita a construir explicaciones. Promueve el razonamiento basado en la evidencia, porque invita a los estudiantes a compartir sus interpretaciones, los motiva a entender alternativas y múltiples perspectivas.

Aplicaciones: ¿Cuándo y dónde puede ser aplicada?

Esta es una estrategia de pensamiento que invita a los estudiantes a describir algo, como por ejemplo un objeto o un concepto, y luego apoyar su interpretación a partir de las evidencias. Como las preguntas básicas de esta estrategia son flexibles, es provechoso para observar objetos, como por ejemplo trabajos de arte o artefactos históricos, pero también puede ser utilizada para explorar poemas, hacer observaciones científicas e hipotetizar, o investigar ideas conceptuales (ej. Democracia). Esta estrategia puede ser adaptada para uso de casi cualquier materia y también puede ser provechosa para reunir información sobre los conceptos previos generales que tienen los estudiantes, cuando se introduce un nuevo tema.

Técnicas De conteo.

- Las técnicas de conteo, se refieren a un conjunto de métodos utilizados para calcular sin necesidad de contar en forma directa, el número de posibles arreglos u ordenaciones de un conjunto determinado de elementos. Para solucionar un problema de probabilidad en muchas ocasiones es fundamental llevar a cabo algún tipo de conteo, lo cual garantiza el éxito en la solución. Las técnicas de conteo, se fundamentan en dos principios importantes como son el “principio de la multiplicación y el “principio de la adición”. (Gomez Giraldo, 2009, pág. 70)

La (Universidad Juarez Autonoma de Tabasco, 2008) presenta una publicación relacionada con la Tarea de Análisis Combinatorio donde se explica lo siguiente:

- El análisis combinatorio también estudia las distintas formas de agrupar y ordenar los elementos de un conjunto, sin tener en cuenta la naturaleza de estos. Los problemas de arreglos y combinaciones pueden parecer aburridos y quizá se piense que no tienen utilidad, pero los teoremas del análisis combinatorio son la base del cálculo de la probabilidad. La probabilidad se encarga de los arreglos y las combinaciones que determinan el número de formas diferentes en que un acontecimiento puede suceder. (Parr. 1)

5.1.4 Combinaciones

Son muy escasos los antecedentes que se pueden encontrar sobre las probabilidades o las diferentes técnicas de conteo, por ello he decidido desarrollar esta investigación como aporte a la gran importancia que tiene el pensamiento aleatorio en la comunicación matemática y específicamente el razonamiento probabilístico en situaciones cotidianas. Los modelos probabilísticos por su forma de medición, se convierten en el fundamento de la mayor parte de la teoría estadística, por tal motivo es primordial conocer muy bien los conceptos y teorías para la comprensión adecuada de estos métodos tan utilizados en los diferentes

campos, es así como la técnica de conteo serán el tema en el cual focalizará esta investigación ya que son parte fundamental para logra resultados probabilísticos. Teniendo en cuenta estas apreciaciones, nos podemos dar cuenta de la importancia de la enseñanza de la probabilidad en el desarrollo social y académico del estudiante.

(Pinzon Triana, Poveda Segura, & Perez Hernandez, 2015) publican en la Revista de Innovación Educativa conceptos claros sobre el desarrollo del pensamiento aleatorio usando recursos educativos abiertos, reconociendo claramente que:

- Los pioneros en la investigación sobre el desarrollo del pensamiento probabilístico en los niños han sido Piaget e Inhelder (1951) y Fischbein (1975), quienes, aunque tuvieron diferencias en sus investigaciones y conclusiones, hacen un aporte de valor incalculable al campo de la educación. Mientras que Piaget e Inhelder se preocuparon por hacer una clasificación de los individuos de acuerdo con su nivel de desarrollo intelectual, Fischbein se enfocó a demostrar que los niños tienen ideas correctas parcialmente formadas sobre los conceptos probabilísticos y analizó el efecto de la instrucción para la mejora de las intuiciones. (Parr. 17)
- Fischbein (1975) afirmaba en sus escritos sobre el desarrollo del pensamiento probabilístico que el carácter determinista de los currículos camufla la verdadera realidad de los estudiantes y nos invita a ahondar en la educación del pensamiento estadístico y probabilístico como fuente enriquecedora de la visión científica en el mundo contemporáneo. Entonces, ¿qué esperamos los educadores del campo de matemáticas para aceptar esta invitación? ¿Por qué no dejar atrás el 3 pensamiento estático para darle vía al pensamiento dinámico? Pinzon et al. (2015), (Parr. 16)

Gigerenzer, 2002) citado por (Batanero, Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: un desafío educativo, 2006) explica que:

- El azar está presente en la vida cotidiana en muchos contextos en los que aparecen nociones de incertidumbre, riesgo y probabilidad, por ejemplo, el pronóstico del tiempo, diagnóstico médico, estudio de la posibilidad de tomar un seguro de vida o efectuar una inversión, evaluación de un estudiante, etc. No sólo los profesionales, sino cualquier persona ha de reaccionar a mensajes en que aparecen estos elementos, tomar decisiones que le pueden afectar, emitir juicios sobre relación entre sucesos o efectuar inferencias y predicciones. En estas situaciones la probabilidad no es una propiedad física tangible- por tanto, objetiva de los sucesos que nos afectan (como sería el peso, color, superficie, temperatura) sino una percepción o grado de creencia en la verosimilitud de la persona que asigna la probabilidad sobre la plausibilidad de ocurrencia del suceso (que ocurrirá o no). (Párr. 8-9)

Según información presentada por la (Sociedad Andaluza de Educacion Matematica Thales, 2004):

- El nacimiento y desarrollo de la combinatoria ha sido paralelo al desarrollo de otras ramas de las Matemáticas, tales como el álgebra, teoría de números, y probabilidad. Desde tiempos muy remotos ha habido problemas de combinatoria que han llamado la atención de los matemáticos: El problema de los cuadrados mágicos, que son matrices de números con la propiedad de que la suma de los elementos de cualquier columna, fila o diagonal es el mismo número, aparece en un viejo libro chino fechado 2200 a. C. Los cuadrados mágicos de orden 3 fueron estudiados con fines místicos.
- Los coeficientes binomiales, que son los coeficientes enteros del desarrollo de $(a+b)^n$ fueron conocidos en el siglo XII.
- El triángulo de Pascal, que es una disposición triangular de los coeficientes binomiales fue desarrollado en el siglo XIII.
- Se puede considerar que en Occidente la combinatoria surge en el siglo XVII con los trabajos de Blaise Pascal » y de Pierre Fermat sobre la teoría de juegos

de azar. Estos trabajos, que formaron los fundamentos de la teoría de la probabilidad, contenían asimismo los principios para determinar el número de combinaciones de elementos de un conjunto finito, y así se estableció la tradicional conexión entre combinatoria y probabilidad.

- El término “combinatoria” tal y como lo usamos actualmente fue introducido por Wihem Leibniz en su Dissertatio de Arte Combinatoria. De gran importancia para la consolidación de la combinatoria fue el artículo de Ars Conjectandi (el arte de conjeturar) de J. Bernoulli » ; este trabajo estaba dedicado a establecer las nociones básicas de probabilidad. Para esto fue necesario introducir también un buen número de nociones básicas de combinatoria pues se usaron fuertemente como aplicaciones al cálculo de probabilidades. Se puede decir que con los trabajos de Leibniz y Bernoulli se inicia el establecimiento de la combinatoria como una nueva e independiente rama de las matemáticas. (págs. 1-2)

Cameron, citado por (Zapata, Quintero, & Morales, 2010) plantea que

- La combinatoria se ha entendido como el estudio de formas de listar, arreglar y organizar elementos de conjuntos discretos de acuerdo a reglas específicas” [...], sugieren que al abordar la combinatoria en las aulas de clase, esta se debe iniciar desde aquellas formas de conteo que son más fáciles para los estudiantes desde el punto de vista epistemológico, [...] Fischbein y Gazit (1988) sugieren que se inicie con las variaciones con repetición porque permiten el uso del diagrama de árbol y su fórmula se puede obtener a partir del diagrama mediante una secuencia de multiplicaciones repetidas. Estos autores recomiendan el siguiente orden: variaciones con repetición, permutaciones, variaciones ordinarias y por último combinaciones. (pág. 2)

Leibniz (1646–1716), citado por (Reyes Centeno, 2016), introdujo el término “combinatoria” y

- dedicó bastante atención a la combinatoria, no sólo desde el punto de vista matemático sino también desde una perspectiva filosófica. En un ensayo de juventud (“De Arte Combinatoria”, 1666) escribe: (...) “todo brota interiormente de la teoría de las variaciones, la cual conduce al espíritu que a ella se confía, casi por sí mismo, a través de la totalidad infinita de los problemas, abarcando en sí la armonía del universo, la estructura más íntima de las cosas y toda la serie de las formas” (Nieto, 1996, pag.3).((pág. 34))

5.1.5 Permutaciones

- Genéricamente, permutar es: “variar la disposición u orden en que estaban dos o más cosas”. Es necesario precisar si estas cosas son o no indistinguibles, para asegurar que la nueva configuración sea en esencia distinta a la antigua. (Wilhelmi, 2004, pág. 45)

Así mismo, (Aznar, 2007) relata la breve historia y el origen de las permutaciones.

- El primero que estudió las permutaciones fue Lagrange en 1770, en su trabajo sobre teoría de ecuaciones algebraicas. El objetivo de Lagrange era encontrar los motivos por los que las ecuaciones de tercer y cuarto grado son resolubles por radicales. Al estudiar la cúbica general, encontró que ciertas combinaciones de sus raíces (hoy llamadas resolventes de Lagrange) tomaban solo tres valores bajo las seis permutaciones de sus tres raíces. Este trabajo se considera el origen de los grupos de permutaciones. Aunque, en honor de la verdad Lagrange nunca consideró el producto de dos permutaciones; o sea, su estructura de grupo.
- La primera persona que afirmó que la quintica podía no ser resoluble por radicales fue Ruffini. En 1799, publicó dicha irresolubilidad algebraica (de las ecuaciones de quinto grado) en un trabajo erróneo. En este trabajo, basado en el de Lagrange, Ruffini introduce los grupos de permutaciones. Los llama

permutazione y únicamente describe la propiedad de clausura de la composición, manejando la propiedad asociativa de forma implícita (al ser una composición de aplicaciones). Ruffini divide sus permutazione en tipos. En notación moderna, distingue grupos de permutaciones cíclicos (permutazione semplice) y no cíclicos (permutazione composta). Las permutazione composta las divide en tres, que en nuestra notación son los grupos intransitivos de permutaciones y los transitivos primitivos y no primitivos. Desgraciadamente, la demostración de Ruffini tenía dos saltos lógicos que no logró salvar en posteriores publicaciones. De todas formas, en 1802, mostró que el grupo de permutaciones asociado a una ecuación irreducible es un subgrupo transitivo (hoy día sabemos que el recíproco es cierto), llevando el estudio de las permutaciones a un estado muy avanzado para su época.

- El trabajo de Cauchy, citado por (Anzar, 2007) fue muy importante en la teoría de permutaciones. En 1815, estudia las permutaciones de las raíces de ecuaciones. Pero, en 1844, Cauchy estudia las permutaciones por sí mismas. Introduce la notación de potencias positivas o negativas (incluida la potencia 0 definiéndola como la permutación identidad), define el orden de una permutación, introduce la notación de ciclo actual y usa el término de sustituciones conjugadas. Cauchy llama a dos permutaciones similares si tienen la misma descomposición en ciclos disjuntos y demuestra que es equivalente a ser permutaciones conjugadas. (págs. Parr. 6-8)

Tabla 2. Cuadro de resumen de las técnicas de conteo

| TECNICA/ PRINCIPIO | PROPOSICION |
|-----------------------|---|
| Principio de Adición | “Si una situación puede ocurrir de N maneras diferentes y otra de k maneras diferentes, incompatibles las unas con las otras, |

| TECNICA/ PRINCIPIO | PROPOSICION |
|---|---|
| Principio De Multiplicación | <p>entonces existen $N + k$ maneras en las cuales puede ocurrir la primera o la segunda, mas no ambas”. (Wilhelmi, 2004, p.15)</p> <p>Cifuentes (2010) citado por Pérez, (2016) define un experimento aleatorio en el que un evento pueda ocurrir de N maneras y otro de k maneras diferentes, el número de elementos del espacio muestral es igual a $N*k$ maneras. Esta técnica se utiliza en los experimentos aleatorios en los que existe el orden y la repetición. “Si una situación puede ocurrir de $N*$maneras y otra de k maneras, entonces ambas situaciones pueden ocurrir de $N*k$maneras.” (Wilhelmi, 2004, p.14)</p> |
| Permutaciones Ordinarias o Sin Repetición | <p>Según Wilhelmi (2004) “El número de ordenaciones posibles que se pueden obtener con n ($n \geq 2$) objetos distintos es el producto de los n primeros términos.” (p.45)</p> $P_n = n!$ <p>¡Este producto se denota por $n!$, que se lee: “factorial de n”. Se define, Factorial de un número: La factorial de un número entero no negativo n, ¡se denota $n!$, y es igual a:</p> $n(n - 1)! \text{ si } n > 0 \quad 1 \text{ si } n = 0$ |
| Permutaciones con repetición. | <p>Se llaman permutaciones con repetición de n elementos, distribuidos en k grupos de $a_1, a_2, \dots, a_{k-1}, a_k$ elementos indistinguibles, respectivamente, de tal forma que $a_1 + a_2 + \dots + a_{k-1} + a_k = n$, a las distintas configuraciones que se pueden formar con los n elementos, de tal forma que cada una de ellas se</p> |

| TECNICA/ PRINCIPIO | PROPOSICION |
|-----------------------|-------------|
|-----------------------|-------------|

diferencie de las demás en el orden de colocación de sus elementos, excluyendo las reordenaciones de elementos indistinguibles (esto es, que pertenecen a un mismo grupo). (Wilhelmi, 2004, p.47)

$$P_n(a, b, c, \dots) = \frac{n!}{a! \cdot b! \cdot c! \dots}$$

Permutaciones
circulares (sin
repetición)

Se llaman permutaciones circulares (sin repetición) de n elementos, denotaremos PC_n, a los distintos grupos que se pueden formar, de tal manera que en cada grupo entren los n elementos y que un grupo se diferencie de los demás en la posición relativa de los elementos unos respecto a los otros. (Wilhelmi, 2004, p.48)

$$PC_n = (n - 1)!$$

Variaciones ordinarias
o sin repetición

Se llaman variaciones ordinarias o sin repetición de elementos, tomados de k en k, se denota V_{n, k}, a los distintos grupos que se pueden formar con los n elementos, de tal forma que en cada grupo entren k elementos distintos y que un grupo se diferencie de los demás, bien en alguno de sus elementos, bien en su orden de colocación. (Wilhelmi, 2004, p.50).

$$V_{n, k} = \frac{n!}{(n - k)!}$$

| TECNICA/ PRINCIPIO | PROPOSICION |
|------------------------------|--|
| Variaciones con repetición | <p>Se llaman variaciones con repetición de n elementos, tomados de k en k, denotaremos, VR_n, a los distintos grupos que se pueden formar con los n elementos, de tal manera que en cada grupo entren k elementos iguales o distintos y que un grupo se diferencie de los demás, bien en algún elemento, bien en su orden de colocación. (Wilhelmi, 2004, p.51).</p> $VR_{n,k} = n^k$ |
| Combinaciones sin repetición | <p>Se llaman combinaciones ordinarias o sin repetición de "n" elementos, tomados de k en k, denotaremos C_n, a los diferentes conjuntos de k elementos distintos, esto es, un conjunto se diferencie de los demás en, al menos, un elemento (no importa el orden de colocación o selección). (Wilhelmi, 2004, p.53). Se tiene que:</p> $C_{n,k} = \frac{V_{n,k}}{P_k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$ |
| Combinaciones con repetición | <p>En palabras de (Wilhelmi, 2004) Se llaman combinaciones con repetición de un número determinado de elementos, a las diferentes agrupaciones de k elementos (indistinguibles o no), de tal forma que una agrupación se diferencie de las demás en, al menos, un elemento (no importa el orden de colocación o selección) (p.56)</p> $CR_{n,2} = n + C_{n,2}$ |

Fuente: Elaboración propia.

6 METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

6.1 ENFOQUE, ALCANCE Y DISEÑO

El presente trabajo se presenta bajo una investigación de tipo cualitativo de alcance descriptivo, tomando un diseño metodológico interpretativo a partir de la evidencia y la teoría, procurando aportar alcances a partir de las comprensiones del investigador con la población en un contexto natural, armónico y siguiendo unas intencionalidades educativas y secuenciales. Así mismo el estudio enfatiza la importancia de las reflexiones que hace el investigador sobre las acciones propias y la de sus estudiantes bajo el desarrollo de actividades consolidadas en una unidad didáctica. En el ámbito educativo este enfoque y diseño aproxima su interés en ver las razones de las cosas o fenómenos desde los intereses, pensamientos, acciones y aspiraciones de los individuos (estudiantes y profesora), al recurrir a la unidad didáctica como elemento integrador e intencional.

6.2 POBLACIÓN

Este estudio se realizará con un grupo de estudiantes de básica secundaria de la institución educativa el Tobal de la zona rural del municipio de Carcasí Santander, en la cual sus recursos son limitados para apoyar el desempeño académico integral de los estudiantes. Por ser una zona rural sus estratos socioeconómicos se encuentran entre 1 y 2. Para el presente estudio se ha elegido el grado noveno de esta institución y sus integrantes oscilan entre los 14 y 16 años, provenientes de familias de escasos recursos y con poco o nulo nivel de educación, son estudiantes con poco acompañamiento y poca motivación por parte de sus familias. Se ha elegido este grupo de trabajo por su bajo rendimiento en el área de matemáticas y por su desmotivación en los procesos educativos, cabe destacar que dentro del grupo hay 12 hombres y 2 mujeres.

6.3 CATEGORÍAS DE ANÁLISIS

El estudio analiza dos categorías: La resolución de problemas bajo la perspectiva de Schoenfeld y se muestra que resolver un problema implica tener en cuenta no solo la capacidad para hacerlo, sino que se combina con otros procesos de pensamiento, es por ello

que se introduce las rutinas de pensamiento como estrategia vinculante de los aspectos mencionados por Schoenfeld en relación al pensamiento aleatorio.

Tabla 3. Categorías de análisis

| CATEGORIA | SUBCATEGORIA | INDICADORES | AUTOR DE REFERENCIA |
|-----------------------------------|---|---|---|
| Resolución de problemas | | El estudiante establece, comunica y/o define procedimientos para abordar problemas de conteo. | Schoenfeld, A. (1985). Mathematical Problem Solving. |
| | La negociación de significados en la resolución de problemas de conteo haciendo uso de las rutinas de pensamiento | El estudiante interpreta otros procedimientos para abordar problemas de conteo. | Schoenfeld, A. (2006). Godino y Llinares. (2000). Barrantes, (2006.) |
| | Ejecución de rutinas de pensamiento para comprender un problema de conteo. | El estudiante establece rutinas de pensamiento para resolver problemas de conteo. | Perkins (1998). Ritchart (2014), Proyecto Zero Harvard University. |
| Las rutinas de pensamiento | | El estudiante socializa su rutina de pensamiento para resolver problemas de conteo. | Tishman y Perkins, (1997). |

Fuente: Elaboración propia.

6.4 INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

El instrumento de recolección de datos utilizado se enfoca a en un taller de ideas previas en dónde los estudiantes tienen la oportunidad de trabajar de forma individual y luego colectiva. Con esta herramienta de registro se recolectaron algunos datos que dan la pauta para la elaboración de la unidad didáctica.

El taller aplicado a los estudiantes se diseñó en tres partes fundamentales, en una primera sección se presentaron enunciados problémicos para que fuesen resueltos de forma individual, en una segunda parte se desarrollaron actividades grupales donde se garantiza la comunicación y la negociación entre pares de los hallazgos o problemas para avanzar y una tercera parte una puesta en común donde se muestra las principales formas de abordar los problemas allí se evidencia las rutinas que pueden tener para abordar los problemas y si es generalizable o no estas cuestiones.

6.5 CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES

Tabla 4. Cronograma

| | 2017 | | 2018 | | 2019 | | | 2020 | |
|---|------|-----|---------------|--------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------|
| | Sept | Oct | Feb- abril | Mayo- sep | Nov- dic | Feb- mar | Jul- sep | Oct- dic | Enero |
| ANTEPROYECTO | X | X | | | | | | | |
| DISEÑO METODOLOGICO Y MARCO TEORICO | | | X | X | | | | | |
| ELABORACION DE INSTRUMENTOS DE INTERVENCION | | | | X | X | X | | | |
| APLICACIÓN INSTRUMENTOS | | | | | | | X | | |
| ANALISIS DE RESULTADOS | | | | | | | | X | X |
| SISTEMATIZACION | | | | | | | | | X |

Fuente: Elaboración propia.

6.6 RECURSOS

Los recursos para la elaboración del presente proyecto de investigación están catalogados en recursos humanos, que incluye al investigador principal y la población de estudio durante el tiempo escolar, y los recursos materiales que están sujetos a la disponibilidad de recursos didácticos con que cuenta la institución y que son limitados (fotocopias, cartulinas, papeles de colores, tijeras, etc) y los recursos que la investigadora aportara para la construcción de material pertinente.

6.7 DISEÑO METODOLÓGICO

6.7.1 Procedimiento

Teniendo en cuenta que el objetivo general es analizar la incidencia de la incorporación de rutinas de pensamiento en la resolución de problemas de conteo, en los estudiantes de noveno grado de la institución educativa el Tobal. Esta investigación se desarrollará a través de la aplicación de una unidad didáctica que contiene diferentes problemas auténticos sobre técnicas de conteo. Las actividades propuestas buscan que los estudiantes resuelvan problemas, se comuniquen matemáticamente y se realicen negociaciones de significados por medio de las rutinas de pensamiento. Para conseguir dicho objetivo se desarrollan tres fases en las cuales se destacarán cada uno de los objetivos propuestos, estas tres fases son: Fase de exploración, fase de intervención y fase de evaluación. A continuación, se describen cada una de las fases y momentos.

6.7.2 Fase De Exploración

Esta fase se realizará mediante la implementación de un test diagnóstico con problemas contextualizados y preguntas de reflexión y rutinas de pensamiento los cuales buscan indagar los conocimientos previos que poseen los estudiantes sobre las técnicas de conteo.

6.7.3 Fase De Intervención

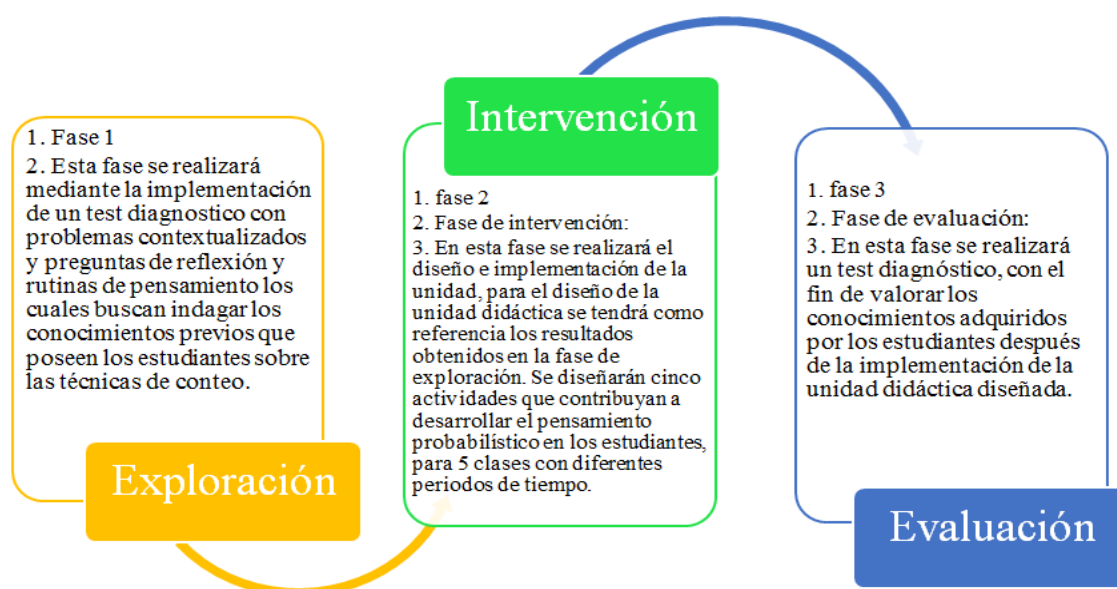
En esta fase se realizará el diseño e implementación de la unidad, para el diseño de la unidad didáctica se tendrá como referencia los resultados obtenidos en la fase de

exploración. Se diseñarán diez actividades que contribuyan a desarrollar el pensamiento probabilístico en los estudiantes, para diez clases con diferentes periodos de tiempo.

6.7.4 Fase De Evaluación

En esta fase se realizará un test diagnóstico, con el fin de valorar los conocimientos adquiridos por los estudiantes después de la implementación de la unidad didáctica diseñada.

Figura 9. Diseño



Fuente: Elaboración propia

Los instrumentos de recolección utilizados están direccionados por una observación participante, la entrevista y el diario de campo. Con estas herramientas de registro se recolectan gradualmente los cambios que experimentan los estudiantes durante el desarrollo de la unidad didáctica.

La observación está regida por dos criterios básicos, en primera medida la recepción de las explicaciones dadas a través de forma oral y/o escrita y segundo, el trabajo desarrollado en la unidad didáctica. La entrevista de tipo abierta, orientada para cuestionar a los estudiantes

en sus conocimientos y sus relaciones. Por otro lado, el diario de campo que direcciona el quehacer pedagógico de forma constante durante las diferentes fases de la investigación.

6.7.5 Observación Participante

La observación es uno de los métodos más utilizados por los investigadores, permitiéndoles la recolección de datos como lo explica (Kawulich, 2005) con las siguientes opiniones de diversos autores:

- Proporcionan a los investigadores métodos para revisar expresiones no verbales de sentimientos, determinan quién interactúa con quién, permiten comprender cómo los participantes se comunican entre ellos, y verifican cuánto tiempo se está gastando en determinadas actividades (SCHMUCK 1997). La observación participante permite a los investigadores verificar definiciones de los términos que los participantes usan en entrevistas, observar eventos que los informantes no pueden o no quieren compartir porque el hacerlo sería impropio, descortés o insensible, y observar situaciones que los informantes han descrito en entrevistas, y de este modo advertirles sobre distorsiones o imprecisiones en la descripción proporcionada por estos informantes (MARSHALL & ROSSMAN 1995). [8]DeWALT y DeWALT (2002) creen que: "la meta para el diseño de la investigación usando la observación participante como un método es desarrollar una comprensión holística de los fenómenos en estudio que sea tan objetiva y precisa como sea posible, teniendo en cuenta las limitaciones del método" (p.92).
- Sugieren que la observación participante sea usada como una forma de incrementar la validez del estudio, como observaciones que puedan ayudar al investigador a tener una mejor comprensión del contexto y el fenómeno en estudio. La validez es mayor con el uso de estrategias adicionales usadas con la observación, tales como entrevistas, análisis de documentos o encuestas, cuestionarios, u otros métodos más cuantitativos. La observación participante

puede ser usada para ayudar a responder preguntas de investigación, para construir teoría, o para generar o probar hipótesis (DeWALT & DeWALT 2002).

- Cuando se diseña un estudio de investigación y se determina si usar la observación como un método de recolección de datos, uno debe considerar los tipos de preguntas que están guiando el estudio, el sitio en estudio, qué oportunidades están disponibles en el sitio para la observación, la representatividad de los participantes de la población en ese sitio, y las estrategias a ser usadas para almacenar y analizar los datos (DeWALT & DeWALT, 2002).

6.7.6 La Entrevista

(Alzina, 2004) presenta un modelo que secuencia la planificación de la entrevista en tres momentos bien definidos:

Momento de preparación. Se deberán considerar las siguientes tareas:

- Determinar los objetivos de la entrevista El investigador deberá documentarse sobre los aspectos que se van a tratar y ser capaz de describirlos en función de los referentes teóricos que considere oportuno para su investigación.
- Identificar las personas que van a ser entrevistadas. Se debe concretar un perfil personal, el lugar que ocupa el sujeto dentro del contexto a estudiar y la información que se quiere obtener de él.
- Formular las preguntas y secuenciarlas.

Se debe poner especial atención en la terminología y en el vocabulario que se utilice, que debe resultar significativo y familiar para el interlocutor. En cuanto a las preguntas deben estar contextualizadas, evitar ambigüedades, confusiones o dobles sentidos. Pueden ser abiertas o cerradas según el interés del investigador. No deberían sesgar, es decir, no deben conducir a una respuesta determinada y es conveniente secuenciarlas en dos partes:

- La primera /inicial que conste de preguntas abiertas y más generales que ayuden al entrevistado a situarse en la temática y a familiarizarse con la situación de la entrevista.

- La segunda consistirá en ir poco a poco concretando los temas o los aspectos claves a tratar para que se pueda obtener una información más profunda. Localizar y preparar el lugar donde va a realizarse la entrevista. Debe ser un espacio adecuado para llevarla a cabo, cómodo para los participantes y preparar el material de recogida de datos (grabadora, vídeo...). (Alzina, 2004)

6.7.7 Diario De Campo

Según la Revista Iberoamericana de Educación; El diario de campo es un útil en el que el estudiante hace evidencia de lo que aprende y de lo que aún le queda pendiente por aprender. El conocimiento que apropia puede ser de tipo declarativo o teórico, y aquel proveniente de la práctica, de la cotidianidad, del contacto con el entorno y de la confluencia de estas. El conocimiento declarativo se capta en el diario de campo en tanto atributos como el tipo de conocimiento, el nivel o grado de profundidad logrado y la conexión cognitiva que cada estudiante hace para encajar lo recién aprendido en su estructura de pensamiento.

- Con el conocimiento recién adquirido, puede hacer inferencias, transferencias y generalizaciones que dan cuenta de la utilidad del conocimiento y de un nivel de comprensión mayor, en otras palabras, puede extrapolar, aplicar, comparar, en fin, trasciende el nivel de la repetición o memorización casi literal del conocimiento para situarlo en el nivel del pensamiento productivo. (Alzate Yepes, Puerta C., & Morales, 2008, pág. 2)

6.7.8 Plan De Acción

Para llevar a cabo este estudio se realizó un análisis descriptivo de las respuestas que aporta cada estudiante a las diversas preguntas que se formulan durante la ejecución de la unidad didáctica.

En una primera fase se exploraron las ideas previas de los estudiantes frente al contenido mediante la ejecución de las siguientes actividades:

Actividad 1: La actividad se inicia con el reconocimiento y socialización de las ideas o conocimientos previos que tienen los estudiantes acerca del tema.

Tabla 5. Actividad 1 (Fase 1: Exploración)

Tema: METODOS DE CONTEO

Asignatura: Estadística y Probabilidad.

Grado: Noveno

de estudiantes:

Tiempo Disponible: 2 horas

| ACTIVIDAD O ACTIVIDADES PROPUESTAS | DIMENSIÓN DE LA META COGNICIÓN QUE DESEA PROMOVER | TIPOLOGÍA DE LAS PREGUNTAS |
|--|--|---|
| | AUTOVALORACIÓN | MOTIVACION Y CONCIENCIA |
| Se hace entrega a cada estudiante un par de dados, una moneda y un dado y un taller con situaciones cotidianas que requieran contar y agrupar. | Conocimiento del propio conocimiento o conocimiento del conocer. | ¿Teniendo en cuenta el contexto este tipo situaciones pueden dar solución a alguna problemática presentada en nuestro entorno? Descríbela o formule la situación. ¿Porque es importante saber solucionar estos problemas? ¿Se podría solucionar desde otra perspectiva? ¿Existe una relación entre las técnicas de conteo y los problemas resueltos? ¿Cómo nos puede ayudar esto a la resolución? |

Tema:

METODOS DE CONTEO

Asignatura: Estadística y Probabilidad.

Grado: Noveno

de estudiantes:

Tiempo Disponible: 2 horas

| ACTIVIDAD O ACTIVIDADES PROPUESTAS | DIMENSIÓN DE LA META COGNICIÓN QUE DESEA PROMOVER | TIPOLOGÍA DE LAS PREGUNTAS |
|---|--|---|
| | Supone ser capaz de tomar conciencia del funcionamiento de su conocimiento y de los factores que explican los resultados obtenidos al realizar una tarea. | DESARROLLO |
| Para ello se les menciona a los estudiantes el objetivo de la clase y la dinámica a seguir. | | ¿Qué información estoy empleando para dar solución a estos problemas? |
| | Se tiene en cuenta el conocimiento de los estudiantes acerca del tema propuesto y de los objetivos del trabajo grupal, y su progreso en el desarrollo del contenido por medio de preguntas como: | ¿De qué trata la idea central de esta problemática? ¿Puedo explicarla? ¿Qué operaciones matemáticas aplico en el desarrollo de los problemas? |

Tema:

METODOS DE CONTEO

Asignatura: Estadística y Probabilidad.

Grado: Noveno

de estudiantes:

Tiempo Disponible: 2 horas

| ACTIVIDAD O ACTIVIDADES PROPUESTAS | DIMENSIÓN DE LA META COGNICIÓN QUE DESEA PROMOVER | TIPOLOGÍA DE LAS PREGUNTAS |
|--|---|-------------------------------|
|--|---|-------------------------------|

Cada estudiante en su bitácora debe registrar las posibles combinaciones para cada evento. Para ello puede valerse de diferentes representaciones (dibujos, tablas, diagramas, etc.)

¿Cómo lo hizo?, ¿para qué le puede servir? y si ¿logró entender para qué sirve? y ¿en qué situaciones cotidianas se puede aplicar?

¿Al realizar los experimentos entendiste la dinámica y su objetivo? Explica.

¿Comprendes la importancia de contar? ¿Por qué crees que es importante contar?

¿Tuviste dificultades en la realización de la actividad y en registrar tus observaciones en la bitácora?

CIERRE

Reflexionemos acerca del desarrollo de los problemas.

Tema:

METODOS DE CONTEO

Asignatura: Estadística y Probabilidad.

Grado: Noveno

de estudiantes:

Tiempo Disponible: 2 horas

| ACTIVIDAD O ACTIVIDADES PROPUESTAS | DIMENSIÓN DE LA META COGNICIÓN QUE DESEA PROMOVER | TIPOLOGÍA DE LAS PREGUNTAS |
|--|---|-------------------------------|
|--|---|-------------------------------|

¿Qué encuentras de emocionante (positivo) en el estudio realizado?

¿Qué encuentras preocupante o inquietante (negativo) sobre esta situación y sobre el estudio?

¿Qué más necesitarías saber o averiguar para complementar algo que quedase inconcluso?

¿Qué información adicional te ayudaría a evaluar la propuesta?

¿Cuál es tu postura u opinión sobre estos problemas?

¿Qué aportarías o modificarías para seguir avanzando con la propuesta?

Descripción de la actividad

Para el desarrollo de la actividad los estudiantes contarán con una bitácora para el registro de sus resultados, una moneda, dos dados, billetes didácticos, colores y marcadores. Luego se les hace entrega de la guía de trabajo y se hacen las observaciones y aclaraciones en cuanto al objetivo de la actividad.

Objetivo: Uso modelos o representaciones para discutir y predecir posibilidad de ocurrencia de un evento y entender las técnicas de conteo.

Motivación y Conciencia

Contextualización de la Actividad 20 minutos

¿Teniendo en cuenta el contexto este tipo situaciones pueden dar solución a alguna problemática presentada en nuestro entorno? Descríbela o formule la situación. ¿Porque es importante saber solucionar estos problemas? ¿Se podría solucionar desde otra perspectiva? ¿Existe una relación entre las técnicas de conteo y los problemas resueltos? ¿Cómo nos puede ayudar esto a la resolución? Desarrollo.

Momento 1. 25 minutos.

Indagación de conocimientos previos.

Para ello se elabora una guía taller con resolución de problemas contextualizados, y algunos experimentos de los cuales se identificarán sus concepciones y dificultades.

Lee atenta y detenidamente cada una de las situaciones planteadas, luego analízalas y determina una posible solución, explicando detalladamente la forma en que llegaste a ella.

1. María tiene 8 pantalones y 5 blusas. ¿De cuántas maneras distintas puede ponerse un pantalón y una blusa?

2. Disponemos de los colores verde, blanco, azul y rojo para formar todas las banderas posibles con 3 franjas verticales. ¿Cuántas banderas se pueden formar?

3. ¿Si tengo un billete de \$5000, uno de \$1000, uno de \$2000 y un billete de \$10000, ¿Cuál es el número total de precios que puedo pagar usando algún o todos mis billetes?

Momento 2. 35 minutos.

Para la realización de la actividad se les pide a los estudiantes que se organicen en grupos de tres estudiantes, y se realiza la asignación de roles:

Descripción de la actividad

Monitor: vela porque se mantenga el interés y el orden, controla las responsabilidades de sus compañeros.

Secretario: Resume y escribe las conclusiones del grupo.

Relator: Expone las ideas del grupo.

Los estudiantes contarán con los materiales dispuestos para cada situación problema.

1). Se lanzan dos dados al aire y se suman los resultados obtenidos en las caras superiores.

¿De cuántas formas se puede obtener múltiplo de 2? ¿De cuántas formas, múltiplo de 3?

¿Y múltiplo de 2 y 3? ¿Y múltiplo de 2 o 3?

2). En una academia de idiomas se imparten clases de inglés, francés y alemán. En el curso actual, 78 alumnos estudian al menos inglés, 62 francés y 47 alemán, 23 inglés y francés, 17 inglés y alemán, 13 francés y alemán y 4 estudian los tres idiomas. ¿Cuántos alumnos estudian únicamente inglés? ¿Cuántos alumnos estudian un único idioma?

3). Ahora repita el mismo experimento lanzando dos dados al mismo tiempo, repita dicho suceso durante 20 veces y sume sus valores, condensándolos en la siguiente tabla (solo se muestra 2).

| <u>Número de lanzamiento</u> | <u>Resultado posible de la suma</u> | <u>Resultado dado</u> |
|------------------------------|-------------------------------------|-----------------------|
|------------------------------|-------------------------------------|-----------------------|

| <u>1 Resultado dado</u> | <u>2 Resultado experimental de la suma</u> |
|-------------------------|--|
|-------------------------|--|

1

2

Preguntas:

¿Qué suma se registró más veces?

¿Qué suma se registró menos veces?

¿Cómo interpretas estos resultados?

Elabora el espacio muestral del experimento.

Momento 3. 25 minutos.

Descripción de la actividad

La necesidad de contar es tan antigua como el hombre; sin embargo, ésta se satisfizo plenamente desde la invención del número. En el análisis combinatorio o combinatorio se estudian los métodos para agrupar elementos en conjuntos que verifiquen determinadas reglas, así como también las propiedades de estas agrupaciones. Cuando en la vida diaria se nos presentan problemas de recuento, su solución depende de tres ideas fundamentales del proceso de contar: apareamientos, adiciones y multiplicaciones. (Tomado del texto: Dimensión matemática 8; Nelson Londoño y Hugo Guarín).

Momento de exploración en grupos.

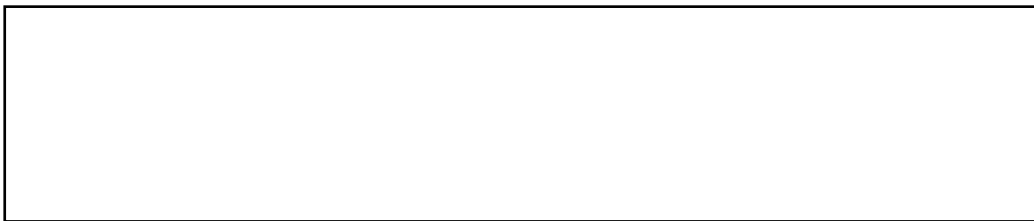
En una reunión de padres de familia de los estudiantes del colegio, Lida se pregunta cuántos saludos pueden intercambiar entre sí los 25 asistentes a la reunión, si cada uno saluda una sola vez a los otros. Puedes ayudarle a encontrar la respuesta, comienza contando los saludos que pueden intercambiar dos de tus compañeros, luego tres, cuatro y así sucesivamente, registra tus resultados en la siguiente tabla.

| | | | | | | | | | |
|-------------|---|---|---|---|---|---|-----|----|---|
| No personas | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | ... | 25 | n |
|-------------|---|---|---|---|---|---|-----|----|---|

No saludos

¿Encuentras algunas regularidades entre los resultados obtenidos? Descríbelos.

Te parece si haces una representación geométrica de la situación anterior como se ve a continuación para dos y tres compañeros que se saludan:



Realiza la representación para los datos de la tabla hasta el 8. ¿Qué observas?, ¿Qué tipo de figuras se obtienen?

Registra en la Bitácora los siguientes aspectos:

En la resolución de los problemas tanto individual como grupal ¿te encontraste con nuevas experiencias? Cuéntalas

Registra los análisis correspondientes de cada situación.

Descripción de la actividad

¿Qué información estoy empleando para dar solución a estos problemas?

¿De qué trata la idea central de esta problemática? ¿Puedo explicarla? ¿Qué operaciones matemáticas aplico en el desarrollo de los problemas?

¿Al realizar los experimentos entendiste la dinámica y su objetivo? Explica.

¿Comprendes la importancia de contar? ¿Por qué crees que es importante contar?

¿Tuviste dificultades en la realización de la actividad y en registrar tus observaciones en la bitácora?

Cierre. 20 minutos

Reflexionemos acerca del desarrollo de los problemas.

¿Qué encuentras de emocionante (positivo) en el estudio realizado?

¿Qué encuentras preocupante o inquietante (negativo) sobre esta situación y sobre el estudio?

¿Qué más necesitarías saber o averiguar para complementar algo que quedase inconcluso?

¿Qué información adicional te ayudaría a evaluar la propuesta?

¿Cuál es tu postura u opinión sobre estos problemas?

¿Qué aportarías o modificarías para seguir avanzando con la propuesta?

Por último, se sacan las conclusiones generales del trabajo grupal.

7 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

En esta parte del trabajo se realiza el proceso de análisis de la información obtenida a partir de la aplicación de los diferentes instrumentos diseñados, con el fin de adquirir información que permita determinar la incidencia de las heurísticas de Schoenfeld y las rutinas de pensamiento en la resolución de problemas en las técnicas de conteo, como este proceso da inicio a un cambio en el aprendizaje de los estudiantes.

Este análisis está basado teniendo en cuenta los tres momentos en los cuales se aplicó la unidad didáctica. Fase 1: momento de exploración, se realiza la intervención de conocimientos previos. Fase 2: momento de intervención, en esta fase se realizará el diseño e implementación de la unidad, en donde se busca afianzar conocimientos sobre el objeto de estudio (técnicas de conteo) y la resolución de problemas aplicando estrategias de regulación metacognitiva con los lineamientos teóricos de resolución de Allan Schoenfeld y la aplicación de rutinas de pensamiento; para el diseño de la unidad didáctica se tuvieron como referencia los resultados obtenidos en la fase de exploración. Fase 3: momento de evaluación, en esta fase se realiza el diagnóstico después de aplicada la fase de intervención.

Para la presentación de resultados de la información recolectada luego de la aplicación de las diferentes actividades, se presentan los resultados en tablas organizadas con las respuestas de los estudiantes, donde se presenta cada una de las preguntas realizadas correspondientes a cada actividad en su respectiva fase y con su respectiva respuesta. Los grupos seleccionados para el análisis o grupo focal son identificados como: G1, G2, G3, G4 y G5.

Después de ser leídos y analizados cada uno de los instrumentos, se triangularon las respuestas de los estudiantes con el referente teórico propuesto en la investigación, con el fin de determinar la incidencia de la aplicación de las heurísticas de resolución de problemas de Allan Schoenfeld con la incorporación de las rutinas de pensamiento.

A continuación, se presentan los resultados de cada uno de las fases del análisis de la incidencia de la incorporación de rutinas de pensamiento en la resolución de problemas de conteo, en los estudiantes de noveno grado de la institución educativa el Tobal.

7.1 FASE UNO. (EXPLORACIÓN):

En esta etapa se pretende ahondar en los conocimientos previos de los estudiantes frente a las diferentes técnicas de conteo y de qué forma buscan dar solución a los problemas propuestos, así mismo lograr identificar las dificultades en resolución en técnicas de conteo y la facilidad o dificultad para llevar una secuencia lógica de resolución y negociación de significados con rutinas de pensamiento.

Se presentó a los estudiantes un instrumento en donde se plantean diferentes situaciones relacionadas con las técnicas de conteo, con el fin de indagar en los ellos, como solucionan la situación problema, si cuentan con el conocimiento de algunas heurísticas; del mismo modo evidenciar si aplican algún tipo de estrategia que les permita hacer más asertiva dicha resolución.

A continuación, presento los resultados obtenidos después de la aplicación del instrumento:
Instrumento 1. Exploración de ideas previas.

Objetivo: identificar la forma como los estudiantes resuelve problemas relacionados con las técnicas de conteo y su facilidad de interpretación.

Primera actividad fase de exploración

CATEGORÍA: LA RESOLUCION DE PROBLEMAS DE CONTEO EN EL TRABAJO GRUPAL

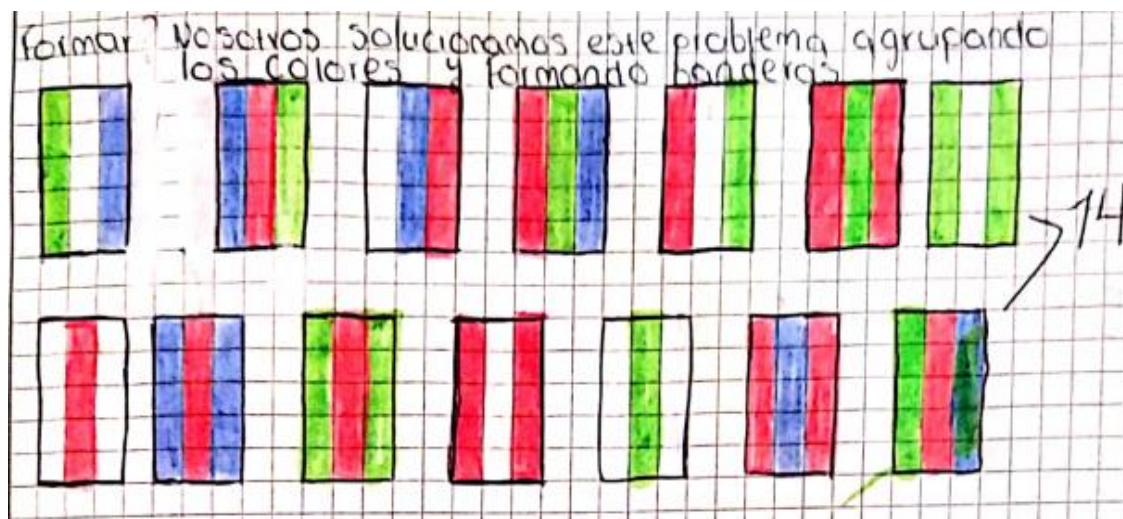
SUBCATEGORÍA: La negociación de significados en la resolución de problemas de conteo.

ACTIVIDAD: Lee atenta y detenidamente cada una de las situaciones planteadas, luego analízalas y determina una posible solución

PREGUNTA: 1. Disponemos de los colores verde, blanco, azul y rojo para formar todas las banderas posibles con 3 franjas verticales. ¿Cuántas banderas se pueden formar?

GRUPO I Evidencia

Figura 10. Grupo 1. Evidencia primera actividad- Fase Exploración



INTERPRETACION: Como se aprecia en la respuesta dada por los estudiantes frente al problema planteado se advierte un predominio por la utilización de representaciones de tipo concreto cuasi formal donde la lógica de las proposiciones, que funcionalmente permite al sujeto un número muy superior de posibilidades operatorias, las cuales se van a manifestar tanto en presencia de dispositivos experimentales, como ante problemas propuestos verbalmente. (<https://www.redalyc.org/pdf/946/94627214.pdf> Frente a esto los estudiantes sin llegar a la respuesta correcta experimentan la necesidad de establecer el mayor número de posibilidades. Además El estudiante debe tener claridad en cuanto a que el plan constituye un lineamiento general, por tanto al llevarlo a cabo debe ser muy cuidadoso y revisar cada detalle, (<file:///C:/Users/Alexander%20Rinc%C3%B2n/Downloads/Dialnet-EstrategiasDeEnsenanzaDeLaResolucionDeProblemasMat-3897810.pdf>) aspecto que no se detalla en la respuesta dada por los estudiantes dado que se puede observar que no se

visualiza un patrón de orden en la experimentación y más bien se dejan llevar por la construcción azarosa, no sistemática.

GRUPO 2 Evidencia

Figura 11. Grupo 2. Evidencia primera actividad- Fase Exploración

| | |
|-----------------------|-----------------------|
| ⊙ Verde, azul, rojo | ⊙ Verde, blanco, rojo |
| ⊙ Verde, rojo, blanco | ⊙ Verde, azul, blanco |
| ⊙ Verde, blanco, azul | ⊙ rojo, verde, azul |
| ⊙ Verde, rojo, azul | ⊙ rojo, blanco, verde |
| ⊙ rojo, azul, blanco | ⊙ rojo, blanco, verde |
| ⊙ rojo, verde, azul | ⊙ rojo, blanco, azul |
| ⊙ Blanco, rojo, verde | ⊙ Blanco, verde, azul |
| ⊙ Blanco, azul, verde | ⊙ Blanco, rojo, azul |
| ⊙ Blanco, verde, rojo | ⊙ Azul, rojo, blanco |
| ⊙ Blanco, azul, rojo | ⊙ Azul, blanco, rojo |
| ⊙ Azul, verde, rojo | |
| ⊙ AZUL, verde, blanco | |
| ⊙ Azul, blanco, verde | |
| ⊙ AZUL, rojo, verde | |

INTERPRETACION: En las respuestas presentadas, se muestra una planificación y un control de variables, en este sentido, se puede ver los primeros colores de cada combinación se mantienen fijos, lo que lleva a pensar que hubo un control de una de las variables intervinientes en el ejercicio, lo cual es producto de una negociación de significados frente a la tarea propuesta y a la necesidad de sistematizar adecuadamente las respuestas. En la misma línea podemos parafrasear a Pólya que incluye el análisis en la incorporación de los procesos heurísticos y el monitoreo y control como ingredientes fundamentales en la resolución de problemas y, por tanto, en la educación matemática (<http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v21n2/v21n2a4.pdf>).

GRUPO 3 Evidencia

Figura 12. Grupo 3. Evidencia primera actividad- Fase Exploración

Soluciones

1. 4 - Colores

x 3 = Franjas / 0

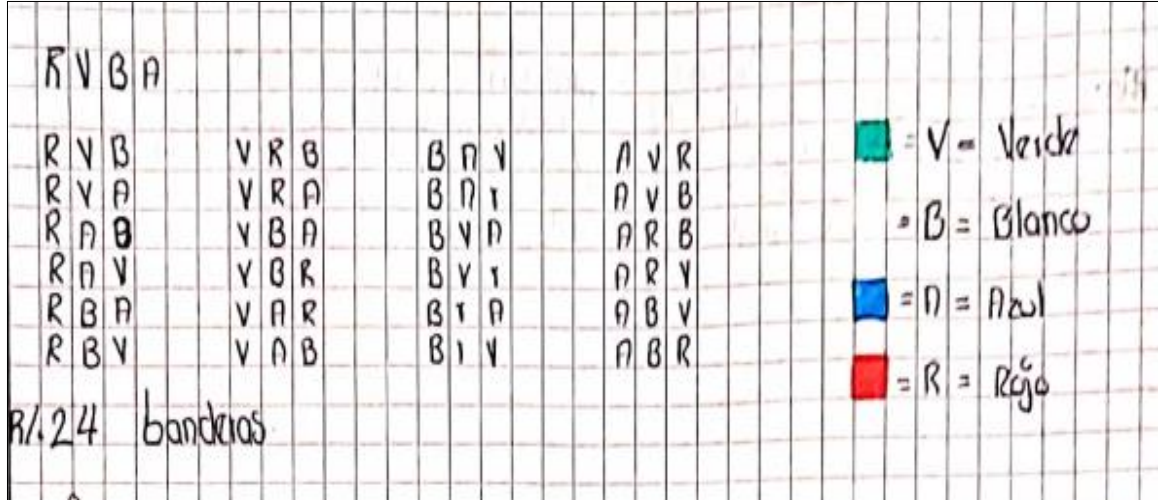
12

INTERPRETACION: En este tipo de respuesta se puede advertir varias cosas que intervienen en el análisis del proyecto, por un lado, se observa que al parecer el resultado dado no provienen de un acto de reflexión, luego no hay una planeación frente al abordaje y mucho menos una verificación de los actos, pareciera que lo importante es dar un numero como respuesta de problemas matemáticos, en este sentido, Según Pólya “Tenemos un plan cuando sabemos, al menos a `grosso modo`, qué cálculos, qué razonamientos o construcciones habremos de efectuar para determinar la incógnita”.

([file:///C:/Users/Alexander%20Rinc%C3%B2n/Downloads/Dialnet-trategiasDeEnsenanzaDeLaResolucionDeProblemasMat-3897810%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/Alexander%20Rinc%C3%B2n/Downloads/Dialnet-trategiasDeEnsenanzaDeLaResolucionDeProblemasMat-3897810%20(1).pdf)) En esta misma línea la negociación de significados está ausente de la discusión del trabajo en grupo y procuran dar respuestas para completar la tarea asignada, sin interés.

GRUPO 4 Evidencia

Figura 13. Grupo 4. Evidencia primera actividad- Fase Exploración



INTERPRETACION: Se evidencia una forma de sistematicidad en el proceso y de control de las variables interviene en la situación planteada, lo cual produce una mayor cantidad de posibilidades de construcción de las banderas, en este aspecto, el control y la negociación del trabajo es fundamental puesto que la concentración dada y mostrada por los estudiantes es imperante. No se evidencia un proceso de evaluación del proceso o de retroalimentación. Allan Schoenfeld.

- Los aspectos metacognitivos: se relacionan con la habilidad que tiene el estudiante de analizar el proceso efectuado, de autorregulación, de desaprender y volver a aprender los conceptos necesarios para regular su actividad creadora; se requiere, por tanto, modificaciones de conducta que no se efectúan lógicamente de un día para otro, sino durante largos períodos de aprendizaje. (García Ballesteros, 2010, pág. 134).

•

7.1.1 Análisis Primera Actividad, Fase De Exploración

Los resultados mostrados, dan evidencia de varias cosas a mencionar: la primera de ellas, muestra que los problemas de conteo son un tipo de alternativas que en su mayoría de veces

involucra un compromiso cognitivo por parte de los estudiantes, puesto que de consideraciones sencillas o de enunciados cortos de problemas se puede manifestar una trayectoria en el proceso de pensamiento de los estudiantes, al respecto, Restrepo (2008), “los problemas son una actividad compleja, es decir, una actividad que involucra procesos cognitivos superiores, como visualización, asociación, abstracción, comprensión, manipulación, razonamiento, análisis, síntesis y generalización” (pp. 13-14).

una segunda consideración, que se advierte de las respuestas, es que, aunque se dan resultados de la tarea planteada, no se explicita una planificación, control y evaluación de los procesos inmersos, esto se evidencia en la no secuencialidad de los procesos, en la verificación de sus respuestas y en contraste en sus desarrollos. Un tercer aspecto a mencionar, es que se evidencia una negociación de significados o por los menos de prácticas para la presentación de los resultados, en este sentido, los análisis dados por los estudiantes muestran que la negociación establecida está en el principio de oportunidad mas no de eficacia y eficiencia, es decir, la negociación de significados esta mediada por la entrega de la tarea, más que a su análisis profundo. y por último durante el ejercicio de resolución de problemas no se hace un vínculo entre teoría y práctica, al respecto, La resolución de problemas prácticos debería funcionar principalmente como instrumento para el desarrollo de conceptos científicos y de métodos prácticos. Esto implica la integración de la teoría y la práctica. Sin embargo, en muchos casos, esta integración es más bien escasa(<file:///C:/Users/Alexander%20Rinc%C3%B2n/Downloads/21536-Texto%20del%20art%C3%ADculo-21460-1-10-20060309.pdf>).

Segunda actividad fase de exploración

CATEGORÍA: LA RESOLUCION DE PROBLEMAS DE CONTEO EN EL TRABAJO GRUPAL

SUBCATEGORÍA: La negociación de significados en la resolución de problemas de conteo.

ACTIVIDAD: Lee atenta y detenidamente cada una de las situaciones planteadas, luego analízalas y determina una posible solución

PREGUNTA 2: ¿Si tengo un billete de \$5000, uno de \$1000, uno de \$2000 y un billete de \$10000, ¿Cuál es el número total de precios que puedo pagar usando algún o todos mis billetes?

GRUPO I Evidencia

Figura 14. Grupo 1. Evidencia segunda actividad- Fase Exploración

② ¿Si tengo un billete de \$5.000, uno de \$1.000, uno de \$2.000 y un billete de \$10.000, ¿Cuál es el número total de precios que puedo pagar usando algún o todos mis billetes?

| | |
|--------|--|
| 5.000 | 5.000 + 1.000 - 5.000 + 2.000 - 5.000 + 10.000 |
| 1.000 | 1.000 + 2.000 - 1.000 + 10.000 |
| 2.000 | 2.000 + 10.000 |
| 10.000 | |
| | 5.000 + 1.000 + 2.000 - 5.000 + 1.000 + 10.000 - |
| | 5.000 + 2.000 + 10.000 - 1.000 + 2.000 + 10.000 |
| | 5.000 + 10.000 + 1.000 + 2.000 |
| | R/. Tenemos 15 precios |

PREGUNTA: ¿Qué información o recursos emplearon para dar solución a estos problemas?

Respuesta grupo 1: *sumamos los billetes para así poder obtener el número total de precios. utilizamos, los conocimientos que hemos adquirido en el transcurso del año en la materia de estadística sin ningún previo esfuerzo.*

INTERPRETACION: los estudiantes hacen una identificación del problema, pero no logran definir una solución correcta. Presentan una estrategia de solución, pero no se

detienen a revisar si es o no correcta la respuesta, es decir no realizan ningún tipo de verificación de resultados. En contraste, (schoenfeld, 2006) citado por (Barrantes, 2006) afirma:

- Le sucede casi a cualquier persona que, resolviendo un problema, tiene la firme convicción de que se soluciona usando el método que escogió, y aunque no sale, sigue intentándolo. Posteriormente lo retoma y sigue por el mismo camino, hasta que en algún momento se da cuenta que eso no era así, y que entonces debe buscar otra vía completamente distinta. (pág. 23)

GRUPO 2 Evidencia

Figura 15. Grupo 2. Evidencia segunda actividad- Fase Exploración

| | | | |
|----|------|-------|--------|
| 2. | 1000 | 7000 | 13000 |
| | 2000 | 8000 | 15000 |
| | 3000 | 10000 | 16000 |
| | 5000 | 11000 | 17000 |
| | 6000 | 12000 | 18000 |
| | | 15 | Piezas |

PREGUNTA: ¿Qué información o recursos emplearon para dar solución a estos problemas?

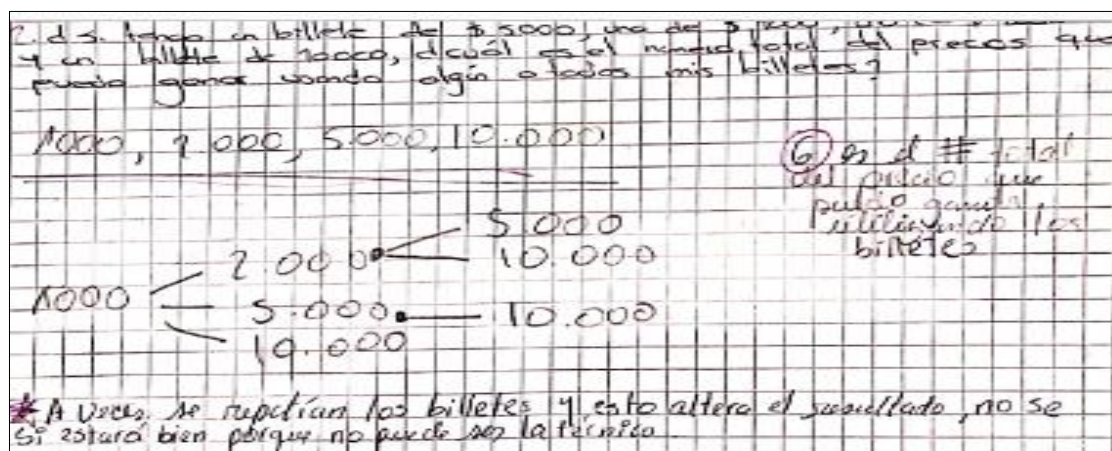
Respuesta grupo 2: *sumamos los billetes para así poder obtener el número total de piezas. utilizamos la información que encontramos en las guías.*

INTERPRETACION: podemos evidenciar que los estudiantes resuelven el problema pensando únicamente en dar una solución sin importar ni realizar una inspección del mismo, Dependiendo de la complejidad, en este aspecto schoenfeld (2006), en su sistema de creencias afirma que los estudiantes le dedican el tiempo; consideran que saber matemáticas es dar una respuesta rápida a la pregunta planteada. (schoenfeld;2006). se observa en los estudiantes el desinterés por entregar una respuesta certera, además no tienen la capacidad de dialogar y llegar a un acuerdo, siempre termina un solo miembro del grupo

desarrollando el trabajo. así mismo no logran esa negociación de significados, schoenfeld (2006); define, Trabajar en equipo: primero, uno de los estudiantes resuelve un problema; en voz alta lee el enunciado y hace explícita la forma en que va a resolverlo para discutirlo con sus compañeros y escoger el mejor método de resolución.

GRUPO 3 Evidencia

Figura 16. Grupo 3. Evidencia segunda actividad- Fase Exploración



PREGUNTA: ¿Qué información o recursos emplearon para dar solución a estos problemas?

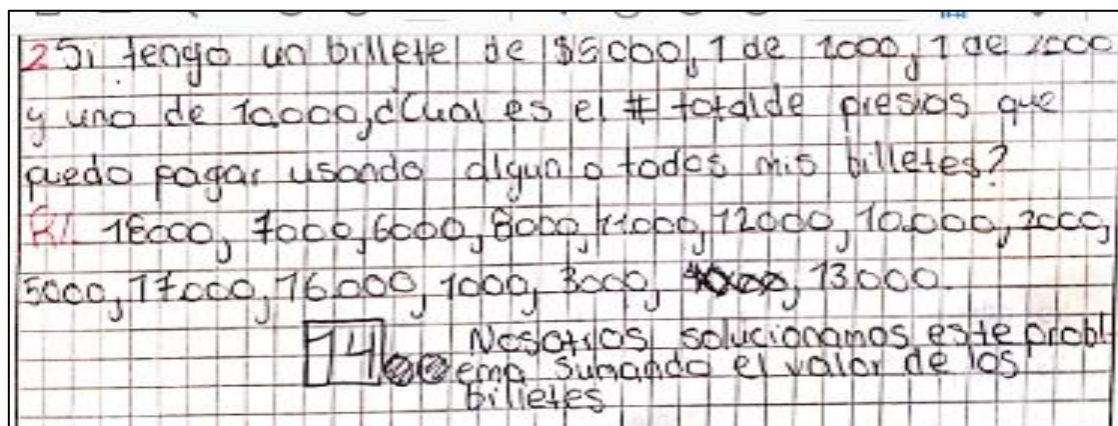
Respuesta grupo 3: *empleamos el diagrama de árbol para no repetir los billetes y contabilizamos el resultado. utilizamos la comprensión y estar de acuerdo de la operación que íbamos a realizar para resolver el caso.*

INTERPRETACION: es evidente que los estudiantes utilizan múltiples representaciones para lograr dar respuesta a la situación que se plantea, no definen aun correctamente un diagrama de árbol y volvemos a la misma situación no buscan la respuesta correcta y tampoco autoevalúan su proceso. manifiestan haber utilizado la comprensión. La comprensión, señala Perkins (2003), no surge de una manera secuencial o dividida, sino que es compleja, desordenada, dinámica e interconectada con todos los procesos del pensamiento y de la mente. (Perkins ,2003). en este sentido los estudiantes no comprenden

los enunciados, discuten el tratar de entenderlos, pero no tienen un proceso de negociación que los lleve a obtener la respuesta correcta.

GRUPO 4 Evidencia

Figura 17. Grupo 4. Evidencia segunda actividad- Fase Exploración



PREGUNTA: ¿Qué información o recursos emplearon para dar solución a estos problemas?

Respuesta grupo 4: *sumamos el valor de los billetes. la información que nos da el texto.*

INTERPRETACION: tomando la respuesta de los estudiantes, se observa que no tuvieron en cuenta, ningún tipo de referente, simplemente se enfocaron en dar una respuesta. En este aspecto schoenfeld (2006); considera que los estudiantes, No relacionan los conceptos estudiados

ni aprendidos con el problema; buscan un algoritmo que puedan utilizar y que relacione todas las variables que se presentan. (schoenfeld 2006).

7.1.2 Análisis Segunda Actividad, Fase De Exploración

Analizando las respuestas dadas por los estudiantes, se logra evidenciar sus dificultades a la hora de organizar el trabajo, de ejecutar un plan y autoevaluar el proceso de solución, para schoenfeld (2006); la habilidad que tiene el estudiante de analizar el proceso efectuado, de autorregulación, de des-aprender y volver a aprender los conceptos necesarios para regular su actividad creadora; se requiere, por tanto, modificaciones de conducta que no se efectúan

lógicamente de un día para otro, sino durante largos períodos de aprendizaje (Schoenfeld; 2006). Es evidente la dificultad de realizar el análisis de los resultados obtenidos, se presenta dificultad a la hora de organizar la información y discutir las posibles soluciones con sus compañeros.

Blumer (1982) citado por (Godino & Llinares, 2000) menciona que:

- Un aspecto central de la perspectiva interaccionista es que el significado se desarrolla a través de la interacción y la interpretación ya que se enfatiza el proceso interpretativo implicado en la emergencia del significado cuando una persona responde, más que simplemente reacciona a las acciones de otro. Así, Blumer (1982) señala en relación a estos dos aspectos, lo siguiente “el significado que las cosas encierran para el ser humano constituye un elemento central en sí mismo ... (y) es fruto del proceso de interacción entre individuos ... (el significado) es un producto social ... [Además] la utilización del significado por una persona en el acto que realiza implica un proceso interpretativo ... con dos etapas claramente diferenciadas ... (en primer lugar) el agente se indica a sí mismo cuáles son las cosas hacia las que se encaminan sus actos ... (en segundo lugar) la interpretación se convierte en una manipulación de significados ... la interpretación es vista como un proceso formativo en el que los significados son utilizados y revisados como instrumentos para la orientación y formación del acto”(p.3-4). (pág. 3)

Por tanto, hay que enfatizar en las heurísticas y rutinas de pensamiento para lograr que los estudiantes lleguen a la realización de un proceso metacognitivo el cual logre monitorear y de la misma manera logren un aprendizaje profundo.

Tercera actividad fase de exploración

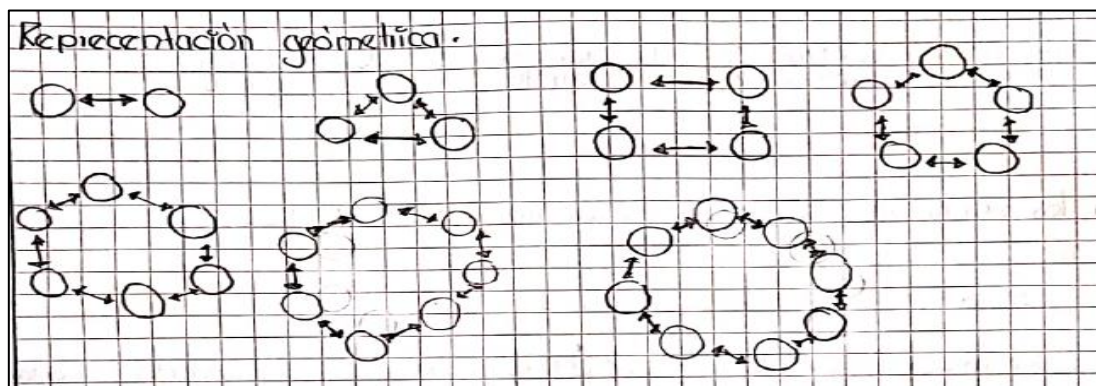
CATEGORÍA: LA RESOLUCION DE PROBLEMAS DE CONTEO EN EL TRABAJO GRUPAL

SUBCATEGORÍA: La negociación de significados en la resolución de problemas de conteo.

ACTIVIDAD: En una reunión de padres de familia de los estudiantes del colegio, Lida se pregunta cuántos saludos pueden intercambiar entre sí los 25 asistentes a la reunión, si cada uno saluda una sola vez a los otros. Puedes ayudarle a encontrar la respuesta, comienza contando los saludos que pueden intercambiar dos de tus compañeros, luego tres, cuatro y así sucesivamente, registra tus resultados. Realiza la representación para los datos de la tabla hasta el 8. ¿Qué observas?, ¿Qué tipo de figuras se obtienen?

GRUPO I Evidencia

Figura 18. Grupo 1. Evidencia tercera actividad- Fase Exploración



Pregunta 1: ¿Encuentras algunas regularidades entre los resultados obtenidos?

Describe los.

Respuesta: *Son muchos saludos y uno pierde la cuenta. hicimos muchas figuras, cuadrados, triángulos, pero es muy enredado.*

Pregunta 2: ¿Qué plan siguieron para dar solución a la situación planteada?

Respuesta: *solo leímos y interpretamos el problema y buscamos una solución.*

Pregunta 3: ¿Qué dificultades encontraron en el desarrollo de la situación problema?

Respuesta: *No entendíamos, se nos dificultó un poco y aparte no nos poníamos de acuerdo para empezar.*

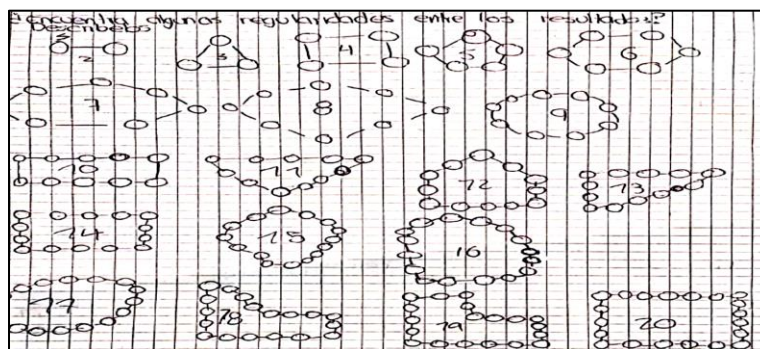
Pregunta 4: ¿Qué información o recursos emplearon para dar solución a estos problemas?

Respuesta: *temas antes vistos, comprensión y estar de acuerdo de la operación que íbamos a realizar para resolver el caso.*

INTERPRETACION: En las respuestas dadas por los estudiantes se logra evidenciar que ellos no cuentan con una rutina de pensamiento para solucionar los problemas correctamente; su atención está sujeta a dar una respuesta de la situación sin darse la oportunidad de verificar y replantear la situación problema. es decir, no cuentan con un monitoreo en su ejecución y tampoco hacen uso de la duda, de un proceso metacognitivo que les permita autoevaluar lo sucedido en el transcurso de la ejecución del problema; Y como afirma Alan Schoenfeld (1995) esta presentación de la matemática hace que “nuestros alumnos piensen que de la matemática ya se sabe todo y que, ..., debe ser repetido todo hasta que se aprenda. No existe la emoción por descubrir algo nuevo, sino (simplemente) la satisfacción de adquirir ciertas habilidades, y lo que aún es más importante, no tienen idea de que “entender” la matemática significa hacerse preguntas hasta que las cosas tengan sentido; en vez de ello para los alumnos significa reproducir pasivamente lo que se les ha enseñado” (schoenfeld; 1995).

GRUPO 2 Evidencia

Figura 19. Grupo 2. Evidencia tercera actividad- Fase Exploración



Pregunta 1: ¿Encuentras algunas regularidades entre los resultados obtenidos?

Descríbelos.

Respuesta: *No respondió.*

Pregunta 2: ¿Qué plan siguieron para dar solución a la situación planteada?

Respuesta: *No tenemos ningún plan a seguir, no supimos que técnica utilizar y tratamos de sacarlo a mente y ya. No conseguíamos como plantear la situación.*

Pregunta 3: ¿Qué dificultades encontraron en el desarrollo de la situación problema?

Respuesta: *fue difícil porque no sabíamos cuántos saludos eran, uno se confunde y con los compañeros siempre termina uno diciendo que hacer, además no sabíamos si se podían los saludos viceversa mente.*

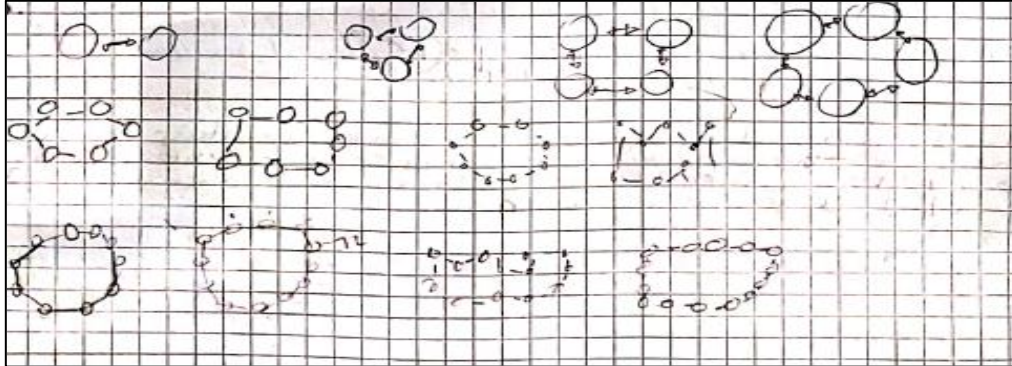
Pregunta 4: ¿Qué información o recursos emplearon para dar solución a estos problemas?

Respuesta: *de formar, sumar y analizar*

INTERPRETACION: los estudiantes no tienen la destreza necesaria para encontrar las regularidades que se puedan presentar en la solución dada, así mismo no cuentan con un adecuado proceso de resolución y se encuentran confundidos, no obstante se nota cierta desidia a la hora de pensar, concluir y tomar decisiones, Richhart et al. (2014), citado por Alba(2016); señalan que con la puesta en práctica de las rutinas del pensamiento de una forma repetitiva, se obtienen muchos beneficios, entre otros: el manejo del comportamiento y las interacciones, la aceptación de los cambios o el cumplimiento de las normas.(p; 14). así mismo lograr principalmente, no solo desarrollar y alcanzar un pensamiento eficaz, sino buscar que el estudiante se motive con el proceso de aprendizaje, modificándolo de tal forma que éste no dependa de la memorización sino de la interiorización de los contenidos (Richhart; 2002).

GRUPO 3 Evidencia

Figura 20. Grupo 3. Evidencia tercera actividad- Fase Exploración



Pregunta 1: ¿Encuentras algunas regularidades entre los resultados obtenidos?

Describe los.

Respuesta: *No respondió*

Pregunta 2: ¿Qué plan siguieron para dar solución a la situación planteada?

Respuesta: *hicimos practica para saludar a todos los estudiantes y representamos los resultados con figuras geométricas.*

Pregunta 3: ¿Qué dificultades encontraron en el desarrollo de la situación problema?

Respuesta: *Nos confundimos porque con mis compañeros no teníamos como comprobar la solución del problema y es difícil ponerse de acuerdo. Además, no teníamos claridad de los temas.*

Pregunta 4: ¿Qué información o recursos emplearon para dar solución a estos problemas?

Respuesta: *los conocimientos que hemos adquirido en el transcurso del año en la materia de estadística, pero estábamos confundidos.*

INTERPRETACION: Podemos evidenciar que los integrantes de éste grupo cuentan con un plan para resolver el problema, inicialmente surge la idea de representar y realizar la dinámica con sus compañeros, en éste sentido Barrantes (2006), citando a Allan schoenfeld, se refiere a como el estudiante controla su trabajo Si ante un determinado problema puede ver una serie de caminos posibles para su solución, el estudiante tiene que ser capaz de darse cuenta si el que seleccionó en determinado momento está funcionando o si va hacia

un callejón sin salida; es decir, tiene que darse cuenta a tiempo, retroceder e intentar de nuevo por otra vía (Barrantes, 2006, p, 3).

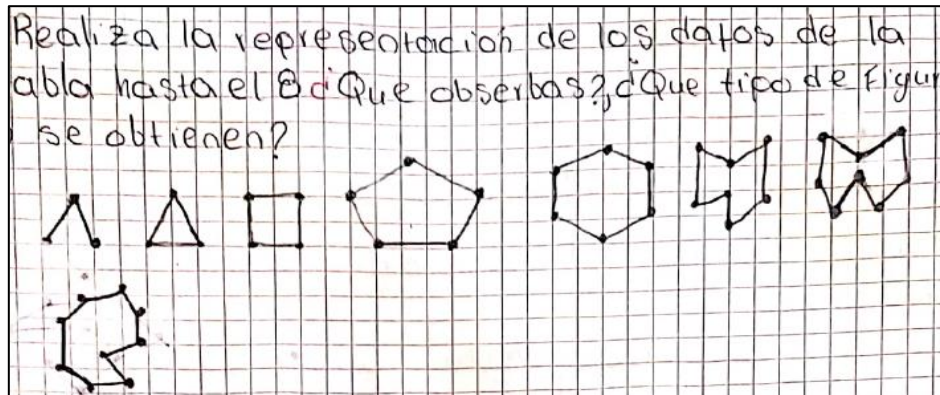
Después de haber realizado parte de la actividad el grupo entra en confusión porque refieren no tener un método para comprobar la respuesta, se puede evidenciar que los estudiantes siguen en la búsqueda de dar solución y comprobar la solución sin buscar otras alternativas y proponer otras soluciones, es decir no se detienen a interiorizar el problema y tampoco realizan una rutina adecuada para aprovechar en este caso, ese primer paso que fue hacer la representación.

(Rodriguez, 2009) en ese orden de ideas, refiere que desarrollar las habilidades de pensamiento hace a las personas más eficaces y aptas para la resolución de problemas de cualquier tipo. (Salmon 2012) citado por (Romero & Pulido, 2015) explica que:

- Ligado a ello, es necesario hacer visible el pensamiento dentro de la escuela, y esto cobra relevancia en la actualidad, pues implica hacer énfasis en la promoción del pensamiento en los niños y las niñas, a través de preguntas o rutinas básicas que los conducirán a nuevas experiencias de aprendizaje con sentido: “el pensamiento visible funciona con cualquier tipo de población, valora lo que cada niño puede aportar y le aporta a su autoestima” (pág. 61)

GRUPO 4 Evidencia

Figura 21. Grupo 4. Evidencia tercera actividad- Fase Exploración



Pregunta 1: ¿Encuentras algunas regularidades entre los resultados obtenidos?

Describe los.

Respuesta: *A medida que los saludos aumentan uno se confunde mucho y ya no sabe que figura hacer.*

Pregunta 2: ¿Qué plan siguieron para dar solución a la situación planteada?

Respuesta: *No respondió.*

Pregunta 3: ¿Qué dificultades encontraron en el desarrollo de la situación problema?

Respuesta: *no entendíamos el tema y por eso no encontrábamos la solución y no sabíamos si era correcta.*

Pregunta 4: ¿Qué información o recursos emplearon para dar solución a estos problemas?

Respuesta: *las operaciones básicas y el análisis de los ejercicios de probabilidad.*

INTERPRETACION: los estudiantes presentan falta de iniciativa y comprensión, además no sacan a flote el beneficio de estar en grupos, si no, que se mantienen en querer saber una fórmula para desarrollar la situación, no ejecutan una acción inspiradora, solo se limitan a dar una solución sin importar su verificación. no tienen disposición de trabajo en equipo, ya que se observa siempre termina un solo integrante aportando y dando la solución. Por medio de la negociación del significado, (Godino & Llinares, 2000) asumen que:

- los participantes constituyen significados 'tomados como compartidos', aunque no 'compartan el conocimiento' necesariamente. Las concepciones individuales se han hecho compatibles de modo que los individuos interactúan como si adscribieran el mismo significado a los objetos, aunque un observador puede reconstruir diferentes significados subjetivos. Desde esta perspectiva, el significado matemático no es tomado como existente independientemente de los individuos que actúan y de su interacción, sino que es visto generado en el curso de la interacción social. (pág. 9)

7.1.3 Análisis Tercera Actividad, Fase De Exploración

Teniendo en cuenta las repuestas aportadas por los estudiantes, se puede demostrar que los estudiantes no cuentan con unas rutinas para el desarrollo de situaciones problema, se hace necesario la potencialización de rutinas de pensamiento para mejorar la interiorización del conocimiento y aislar un poco la memorización a la cual ellos están acostumbrados.

- Ritchhart, (2014), afirma que el pensamiento, las situaciones provocadoras del mismo, las oportunidades para activar la reflexión, no tienen por qué ser invisibles. Según las investigaciones de Ritchhart, (2002) los mejores docentes establecen a través de su práctica, una fuerte cultura del pensamiento. Los estudiantes aprenden de la clase, pero también aprenden de las culturas que forman parte del contexto del aula.
- Dichas culturas, pasan a formar parte del currículo oculto y emergen en las expectativas y concepciones que facilitan u obstaculizan el aprendizaje de los alumnos. Para que los estudiantes aprendan, hay que asegurar que se desarrolle en el aula una cultura del pensamiento, a través del trabajo con disposiciones del pensamiento como: indagación, curiosidad, juego de ideas y análisis de temas complejos. (Gobierno de Aragon, pág. Parr. 1)

En el mismo sentido se debe resaltar los beneficios del trabajo en equipo y la negociación de significados entre los participantes; schoenfeld propone el trabajo en equipo para potencializar habilidades.

- Es muy importante cerciorarse si los estudiantes entienden el vocabulario utilizado en la redacción de un ejercicio o de un problema; se debe hacer preguntas orientadoras y evaluar métodos sugeridos por los mismos estudiantes. También propone que se resuelvan problemas en pequeños grupos, en un ambiente de trabajo colaborativo; esto para potenciar el desarrollo de habilidades relacionadas con alguna materia, y, así, que cada uno pueda aprender sobre la forma en que los demás controlan su trabajo. (Barrantes, 2006, pág. 4)

Análisis integral de la fase uno (exploración)

En este primer momento se tienen en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes y las diversas dificultades que surgen frente a la resolución de problemas asociados a las diferentes técnicas de conteo.

Realizando un análisis general, la mayoría de los estudiantes presentan dificultades en la resolución de problemas de tipo aleatorio relacionados con las técnicas de conteo, en su mayoría los problemas presentados a los estudiantes son introductorios, es decir son básicos en su desarrollo pero que implican un compromiso cognitivo cuando realmente hay una aceptación al resolver por parte de los estudiantes. También se debe advertir que, durante la fase de exploración, los estudiantes llegan a formular respuestas más por unas coincidencias prácticas, que por una analítica y un determinado tipo de proceso tanto cognitivo, como practico, la negociación de significados esta dado más por el liderazgo de algunos de los estudiantes frente al proceso que por una participación activa de los miembros del trabajo en equipo. Al menos estos indicios hacen que se obstaculice el avance en las comprensiones de los estudiantes y esas mismas dificultades se encargan de establecer barreras que impiden que logren dar fin a las situaciones planteadas.

En su gran mayoría logran identificar el problema, pero no logran comprenderlo, tampoco presentan una estrategia clara para ejecutarlo, lo cual hace que realicen la actividad sin ningún tipo de secuencia y verificación de los resultados.

Durante el desarrollo de la fase de exploración se puede evidenciar que los estudiantes no tuvieron en cuenta un proceso ordenado ni de regulación metacognitiva, esta eventualidad se presenta por desconocimiento de heurísticas que lleven a los estudiantes a tener un proceso ordenado, seguro y argumentado. Es así como como (Tamayo A., Zona, & Loaiza Z., 2015) plantea que: “si un alumno tiene desarrolladas las capacidades de anticipación y planificación, podrá representarse mentalmente y explicitar, si es necesario, las acciones que debe llevar a cabo para culminar la tarea con éxito”. (pág. 6)

Es así como se plantea la resolución de problemas con la incorporación de rutinas de pensamiento retomando la propuesta de proyecto Zero de la universidad de Harvard, citado por (Romero & Pulido, 2015), desde donde se plantean las habilidades de pensamiento como estructuras de la clase de carácter flexible que pueden ser ajustadas según las necesidades del contexto escolar.

Así mismo (Rodríguez, 2009), afirma que “desarrollar las habilidades de pensamiento hace a las personas más eficaces y aptas para la resolución de problemas de cualquier tipo”

Y tomando como referente el proceso metacognitivo de Alan Schoenfeld los aspectos metacognitivos: se relacionan con la habilidad que tiene el estudiante de analizar el proceso efectuado, de autorregulación, de des-aprender y volver a aprender los conceptos necesarios para regular su actividad creadora; se requiere, por tanto, modificaciones de conducta que no se efectúan lógicamente de un día para otro, sino durante largos períodos de aprendizaje. (García Ballesteros, 2010, pág. 134)

7.2 FASE DOS (INTERVENCIÓN)

En esta segunda etapa de intervención se realizará la implementación de la unidad didáctica la cual fue diseñada teniendo en cuenta el análisis realizado con los resultados de la fase de exploración, con la implementación de las rutinas de pensamiento en la resolución de problemas de aleatoriedad en técnicas de conteo, en esta ocasión se propone la rutina de pensamiento el puente, la cual permite adquirir o construir un puente entre los nuevos conocimientos y los conocimientos previos de los estudiantes. Así mismo en equipos de trabajo analizarán la evolución antes y después y harán las reflexiones pertinentes por medio de negociación de significados, se pretende activar sus pensamientos y fomentar el respeto, la escucha y la reflexión en el aula de clases.

Dentro de la metodología del trabajo se encuentra al inicio del trabajo una rutina de pensamiento llamada el puente, la cual Con esta rutina vamos a conseguir que nuestros alumnos descubran sus pensamientos, ideas, preguntas y entendimientos antes de comenzar un tema en nuestras clases y que después los conecten con nuevo pensamiento sobre el tema, tras haber recibido alguna instrucción. Luego se aplican la resolución de problemas de conteo teniendo en cuenta algunas heurísticas de schoenfeld y posteriormente se realiza el análisis de la actividad con el cierre de la rutina de pensamiento.

La estructura de la rutina de pensamiento es la siguiente:

ORGANIZADOR GRÁFICO RUTINA DE PENSAMIENTO: PUENTE

| TEMA A TRABAJAR: | | FORMATO DE TRABAJO: VIDEO, ARTÍCULO, ETC | |
|---|---|--|-----------------------|
| RESPUESTAS INICIALES | | RESPUESTAS FINALES | |
| TÉCNICA 3-2-1 | | | |
| PENSAMIENTOS IDEAS | 1 | | PENSAMIENTOS IDEAS |
| | 2 | | 2 |
| | 3 | | 3 |
| PREGUNTAS | 1 | | PREGUNTAS |
| | 2 | | 2 |
| ANALOGÍAS | 1 | | ANALOGÍAS |
| PUENTE: COMO TUS NUEVAS IDEAS CONECTAN CON LAS INICIALES | | | |
| PENSAMIENTOS | | PENSAMIENTOS | |
| | 1 | CONECTAN | 1 |
| | 2 | CONECTAN | 2 |
| | 3 | CONECTAN | 3 |
| PREGUNTAS | | PREGUNTAS | |
| | 1 | CONECTAN | 1 |
| | 2 | CONECTAN | 2 |
| ANALOGÍAS | | ANALOGÍAS | |
| | 1 | CONECTAN | 1 |
| CONCLUSIONES: | | | |
| | | | |

Seguidamente se llevan a cabo las actividades propias de la intervención y se concluye con la rutina de pensamiento final.

Análisis fase de intervención

Primera actividad fase de intervención

CATEGORÍA: LA RESOLUCION DE PROBLEMAS DE CONTEO EN EL TRABAJO GRUPAL

SUBCATEGORÍA: Ejecución de rutinas de pensamiento para comprender un problema de conteo.

ACTIVIDAD: rutina de pensamiento el puente. Esta rutina se aplica antes de la iniciación de la actividad y como conclusión de la misma.

Enumera 3 ideas que se te ocurran sobre resolución de problemas de técnicas de conteo.

Piensa 2 preguntas que surjan sobre técnicas de conteo antes de iniciar el trabajo.

Redacta una síntesis o metáfora sobre el tema de resolución de problemas sobre técnicas de conteo.

GRUPO 1:

Pregunta 1: Enumera 3 ideas que se te ocurran sobre resolución de problemas de técnicas de conteo.

Respuesta: *no respondió.*

Pregunta 2: Piensa 2 preguntas que surjan sobre técnicas de conteo antes de iniciar el trabajo.

Respuesta: *¿suceso es lo mismo que evento?*

Pregunta 3: Redacta una síntesis o una metáfora sobre el tema de resolución de problemas de técnicas de conteo.

Respuesta: *se me dificulta hacer metáforas.*

INTERPRETACION: El grupo G1 presentó dificultad en plantear una idea acerca del tema propuesto, de igual forma los demás estudiantes no tienen claridad en expresar sus ideas correctamente y realizaban preguntas como: ¿Cómo así ideas profe?, Mm... ¿pero qué ideas? Es importante resaltarla dificultad que presentan los estudiantes al dar ideas propias sobre un tema, los estudiantes no se cuestionan ante una problemática, son muy planos y quieren ir directamente a dar una respuesta sin realizar ningún tipo de cuestionamiento. La noción de habilidad del pensamiento (Swartz, et. al., 2008), citado por (Valbuena Liaño, 2017), está asociada a la capacidad de desarrollar procesos mentales que permiten resolver distintas cuestiones, tomar decisiones, predecir, comparar y contrastar con habilidad. Las destrezas del pensamiento son habilidades o procesos mentales que permiten desarrollar distintas capacidades en el proceso de la información: observar, analizar, reflexionar, sintetizar, hacer inferencias, hacer analogías, ser creativos. Estas capacidades se enfocan a la adaptación al entorno y a la resolución de problemas. (Swartz, et. al., 2008), citado por (Valbuena Liaño, 2017).

GRUPO 2:

Pregunta 1: Enumera 3 ideas que se te ocurran sobre resolución de problemas de técnicas de conteo.

Respuesta: *1) Son las posibilidades de ganar o perder un juego.*

2) *se puede comparar suerte con probabilidad.*

3) *¿existen fórmulas en probabilidad?*

Pregunta 2: Piensa 2 preguntas que surjan sobre técnicas de conteo antes de iniciar el trabajo.

Respuesta: 1) *¿hay fórmulas para hallar estos sucesos?*

2) *¿Cuándo hay muchos elementos de un conjunto que hago?*

Pregunta 3: Redacta una síntesis o una metáfora sobre el tema de resolución de problemas de técnicas de conteo.

Respuesta: *Probabilidad es la cantidad de veces que puedo obtener el resultado.*

INTERPRETACION: Este grupo realiza un poco más de esfuerzo por cuestionarse, más sin embargo aún se observa dificultad a la hora de sintetizar o realizar una metáfora sobre el tema en cuestión. Así mismo las rutinas de pensamiento buscar que el los estudiantes busquen un aprendizaje en profundidad y logren autocuestionarse ante, durante y después de resolver un problema, (Perkins D. , 2015) citado por Valbuena Liaño (2017) dice que:

- Cada persona tiene su propio modelo mental, una capacidad fija. Sin embargo, esta misma aptitud es modificable si se modifican actitudes. De tal manera que al interrelacionar unos conocimientos con otros se establecen multitud de conexiones cerebrales que son fundamentales en la búsqueda de respuestas y en la toma de decisiones favoreciendo, así, el desarrollo de capacidades cognitivas de distinta naturaleza.

GRUPO 3:

Pregunta 1: Enumera 3 ideas que se te ocurran sobre resolución de problemas de técnicas de conteo.

Respuesta: 1) *puede influir el orden.*

2) *puede existir una fórmula para hallar la probabilidad.*

Pregunta 2: Piensa 2 preguntas que surjan sobre técnicas de conteo antes de iniciar el trabajo.

Respuesta: 1) *¿Cuántas probabilidades hay?*

2) *¿Cómo se puede resolver un problema?*

Pregunta 3: Redacta una síntesis o una metáfora sobre el tema de resolución de problemas de técnicas de conteo.

Respuesta: *No respondió.*

GRUPO 4:

Pregunta 1: Enumera 3 ideas que se te ocurran sobre resolución de problemas de técnicas de conteo.

Respuesta: *1) espacio muestral.*

2) propuestas

3) posibilidades.

Pregunta 2: Piensa 2 preguntas que surjan sobre técnicas de conteo antes de iniciar el trabajo.

Respuesta) *¿Cómo podemos resolver un problema probabilístico?*

Pregunta 3: Redacta una síntesis o una metáfora sobre el tema de resolución de problemas de técnicas de conteo.

Respuesta: *Las formas de ubicar objetos es un espacio determinado.*

INTERPRETACION GRUPOS 3 Y 4: Los estudiantes siguen en la búsqueda de una fórmula para lograr llegar al punto culminante de la solución, aún falta el proceso metacognitivo y de autocuestionamiento previo a la solución de un problema. Implicar al alumno dentro de su proceso de aprendizaje significa activar el potencial cognitivo del alumno, fomentar la metacognición y desarrollar un pensamiento más eficaz convirtiéndose en aprendices más autónomos, independientes y autorreguladores y capaces de aprender a aprender (Claure, Quisbert, y Lizeca, 2006).

7.2.1 Análisis Primera Actividad Fase De Intervención

Es importante resaltar que los estudiantes presentan confusión al encontrarse con una serie de cuestionamientos en el proceso de resolución de problemas, ya que estos jóvenes no han manejado un proceso ordenado de la misma. Así mismo el docente tiene dentro de sus

funciones que replantear estas situaciones y tratar de enseñar a pensar a los estudiantes para que logren una buena comprensión. Teniendo en cuenta lo anterior, (Rodríguez, 2009) afirma que “Desarrollar las habilidades de pensamiento hace a las personas más eficaces y aptas para la resolución de problemas de cualquier tipo”.

En este mismo sentido; conocer conlleva a tener una mejor comprensión lo cual es la principal meta del pensamiento. Los estudiantes se notaron muy confundidos y no tenían claro que preguntas hacerse antes de iniciar el trabajo, aun cuando ya se había realizado la presentación de las rutinas de pensamiento, heurísticas de schoenfeld y algunas bases conceptuales del tema.

(Arenas, 2018) presenta algunas características básicas para formular una buena pregunta:

- [...] estas deben ser inteligentes e impactar, que permita comprometerse en la búsqueda de nuevas respuestas, nuevas ideas, y nuevas preguntas. Las preguntas deben ser abiertas que permitan promover el diálogo, el debate y la reflexión. Deben estar planteadas desde un contexto real o problema específico y los conduzca a aplicar y utilizar sus conocimientos. Las preguntas deben ser complejas y expresar un problema o una necesidad de información, que, para responderla, los estudiantes necesiten de sus conocimientos previos. [...]

Así mismo los estudiantes presentan dificultades en la elaboración de una metáfora. El objetivo principal de las preguntas, para López (2012), es:

- desarrollar en los alumnos la capacidad de estructurar sus ideas, sintetizar sus respuestas y defenderlas a través del razonamiento, logrando así que desarrollen la capacidad de ser pensadores autónomos. Tanto el tipo de preguntas como el tipo de respuestas influyen en la autoestima y la participación de los alumnos en el aula. (Buena Jorge, 2017, pág. 24)

- La incorporación de las rutinas de pensamiento en la resolución de problemas según Richard (2002); ayudan a estructurar, ordenar y desarrollar distintas formas de pensamiento en el proceso de aprendizaje y promueven la autonomía de los estudiantes. (Pensamiento Visible, pág. 2)

Los estudiantes presentan dificultades en la comunicación de sus ideas, esto conlleva a una escasa comprensión del problema, la rutina de pensamiento permite que los estudiantes entren en esa comunicación y no es solo desarrollar un pensamiento eficaz es buscar la motivación del estudiante con su proceso de aprendizaje, dejando a un lado la memorización y priorizando la interiorización de los contenidos.

Richard et al. (2014) señalan que, con la puesta en práctica de las rutinas del pensamiento de una forma repetitiva, se obtienen muchos beneficios, entre otros: el manejo del comportamiento y las interacciones, la aceptación de los cambios o el cumplimiento de las normas. “La incorporación de las rutinas de pensamiento en la resolución de problemas según Richard (2002); ayudan a estructurar, ordenar y desarrollar distintas formas de pensamiento en el proceso de aprendizaje y promueven la autonomía de los estudiantes”. (Pensamiento Visible, pág. 2)

Por su parte Tishman y Perkins (1997) consideran que una forma de hacer el pensamiento visible, “es lograr que los docentes utilicen el lenguaje del pensamiento” [...], y la “otra forma, es retomar las diferentes oportunidades de pensamiento durante el aprendizaje de una asignatura”. (Perkins D. , ¿Como Hacer visible el pensamiento?, 1997, págs. 1-2)

Como podemos observar las rutinas de pensamiento están muy vinculadas a la comunicación matemática, como lo refiere la frase planteada por lineamientos curriculares;

- “Las clases deberían caracterizarse por las conversaciones sobre las matemáticas entre los estudiantes y entre éstos y el profesor. Para que los

profesores maximicen la comunicación con y entre los estudiantes, deberían minimizar la cantidad de tiempo que ellos mismos dominan las discusiones en el salón de clase. (Ministerio de Educacion Nacional, 1998)

Por otra parte, las rutinas de pensamiento muestran un proceso que surge a partir de ideas propias y no de absorción de conceptos.

Segunda actividad fase de intervención

Control

CATEGORÍA: LA RESOLUCION DE PROBLEMAS DE CONTEO EN EL TRABAJO GRUPAL

SUBCATEGORÍA: La negociación de significados en la resolución de problemas de conteo haciendo uso de las rutinas de pensamiento

Descripción: se presentan 2 situaciones del principio de adición y multiplicación

Objetivos:

Definir el principio aditivo y multiplicativo y su aplicabilidad.

Aplicar el principio de adición y multiplicación como técnica de recuento.

Aprendizajes esperados:

Claridad en los conceptos de adición y multiplicación en probabilidad.

Aplicar correctamente los principios en las situaciones planteadas.

Desarrollo:

Se organizan los estudiantes en grupos de dos, Seguidamente se inicia la aplicación de la actividad en donde se explica detalladamente su ejecución, se hace la entrega de materiales a cada grupo de trabajo.

La actividad termina con la rutina de pensamiento y la comparación antes y después de la actividad.

ACTIVIDAD: situación 1: ¿Cuántos números del 1 al 1000 no contienen la cifra 4?

GRUPO 1 Evidencia

Figura 22. Grupo 1. Evidencia segunda actividad- Fase Intervención

¿Cuántos números del 1 al 1000 no contienen la cifra 4?

3 cifras

a) 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9

b) 0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9

c) 0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9

$8 \times 9 \times 9 = 648$

2 cifras

a) 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9

b) 0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9

$8 \times 9 = 72$

1 cifra

a) 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9 $\rightarrow 8$

$648 + 72 + 8 + 1$

\downarrow

729

Pregunta 1: ¿A qué principio corresponde y por qué?

Respuesta: *Pertenece primero al principio de multiplicación y luego hay que sumar, entonces en este ejercicio están los 2 principios.*

Pregunta 2: ¿Idearon algún plan para dar solución a la situación problema?

Respuesta: *Primero discutimos un poco porque no lográbamos ponernos de acuerdo, el problema no es fácil y por eso nos demoramos más tiempo, recordamos los conjuntos y empezamos a hacer conjuntos y de esta forma logramos resolver el ejercicio.*

Pregunta 3: ¿Se basaron en algunos problemas o tomaron algún prototipo base para dar solución a los problemas?

Respuesta: *Tomamos como apoyo el video que observamos en la clase y pues los ejemplos que socializamos con usted.*

GRUPO 2 Evidencia

Figura 23. Grupo 2. Evidencia segunda actividad- Fase Intervención

2. ¿Cuántos números del 1 al 1000, no contienen la cifra 4?

3 cifras

a- 1, 2, 3, ~~4~~, 5, 6, 7, 8, 9 = 8
 b- 0, 1, 2, 3, ~~4~~, 5, 6, 7, 8, 9 = 9 x
 c- 0, 1, 2, 3, ~~4~~, 5, 6, 7, 8, 9 = 9

2 cifras

a- 1, 2, 3, ~~4~~, 5, 6, 7, 8, 9 = 8 y
 b- 0, 1, 2, 3, ~~4~~, 5, 6, 7, 8, 9 = 9
 = 21

1 cifra

a- 1, 2, 3, ~~4~~, 5, 6, 7, 8, 9 = 9

1000 = 1

648 + 32 + 8 + 1 = 729

ATA/ Hay 729 números que no tienen la cifra 4, del 1 al 1000

Pregunta 1: ¿A qué principio corresponde y por qué?

Respuesta: Pertenece a los dos principios, porque primero se tiene que multiplicar y luego hay que sumar para saber el resultado de los números.

Pregunta 2: ¿Idearon algún plan para dar solución a la situación problema?

Respuesta: El plan que llevamos a cabo fue tratar de hacer un espacio muestral, pero nos complicamos mucho, luego entonces uno de los compañeros dijo que asociáramos los números en cifras y fuimos tachando los que tenían 4 y así fue como pudimos hacer el ejercicio y teniendo en cuenta su explicación.

Pregunta 3: ¿Se basaron en algunos problemas o tomaron algún prototipo base para dar solución a los problemas?

Respuesta: Si profe, los ejemplo que realizamos en la clase del video.

INTERPRETACION RESPUESTAS GRUPO 1 Y 2:

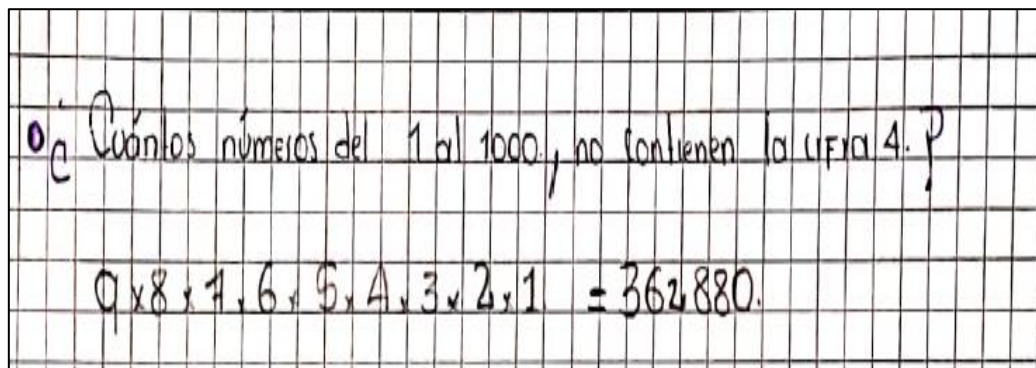
En las respuestas de los estudiantes se evidencia que dos de los grupos entienden el problema, acciones que permiten resolverlo, (Barrantes, 2006), enfatiza las acciones propuestas por Schoenfeld, esto se destaca la importancia de que el estudiante o la persona que está resolviendo el problema tenga una habilidad para monitorear y evaluar el proceso.

En cuanto a eso, Schoenfeld señala que es, también, conocimiento de sí mismo: la persona que está resolviendo el problema debe saber qué es capaz de hacer, con qué cuenta, conocerse en cuanto a la forma de reaccionar ante esas situaciones. aquí hago énfasis en el Entendimiento; una de las acciones que Schoenfeld aclara, acerca de lo que trata un problema antes de empezar a resolverlo. En esto Polya hace, también, una y otra vez, la observación que, si alguien no entiende un problema, no lo va a resolver, y si lo hace, es por casualidad. Los estudiantes en consenso logran idear un plan y de la misma forma llegar a concluirlo con éxito llevando un monitoreo de la situación y comprobación de la respuesta.

- Los aspectos metacognitivos: se relacionan con la habilidad que tiene el estudiante de analizar el proceso efectuado, de autorregulación, de desaprender y volver a aprender los conceptos necesarios para regular su actividad creadora; se requiere, por tanto, modificaciones de conducta que no se efectúan lógicamente de un día para otro, sino durante largos períodos de aprendizaje. (García Ballesteros, 2010, pág. 134)

GRUPO 3 Evidencia

Figura 24. Grupo 3. Evidencia segunda actividad- Fase Intervención



¿Cuántos números del 1 al 1000, no contienen la cifra 4?

$$9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 362880.$$

Pregunta 1: ¿A qué principio corresponde y por qué?

Respuesta: Es del principio de multiplicación ya que se tienen que elegir todas las opciones dadas.

Pregunta 2: ¿Idearon algún plan para dar solución a la situación problema?

Respuesta: *Simplemente seguimos las explicaciones y tomamos como base los dígitos y realizamos la operación correspondiente. Hubo mucha confusión porque primero empezamos a descartar números, pero salía muy largo.*

Pregunta 3: ¿Se basaron en algunos problemas o tomaron algún prototipo base para dar solución a los problemas?

Respuesta: *Los ejemplos que teníamos en el cuaderno y el video.*

INTERPRETACION: Se evidencia en las respuestas dadas por los estudiantes la falta de control del problema y de igual forma no hay un monitoreo, se observa la pregunta ¿Cuántos números del 1 al 1000 no contienen la cifra 4? La lógica nos muestra que el total o la respuesta debe ser menor que 1000 y estos estudiantes dan una respuesta de 362880. Estos estudiantes se mantienen en dar una respuesta, sin tener ningún tipo de control o proceso de metacognición para dudar de sus respuestas. En este aspecto schoenfeld manifiesta las creencias de los estudiantes frente a la resolución de problemas Las creencias sobre la matemática inciden notablemente en la forma en que los estudiantes, e incluso los profesores, abordan la resolución de algún problema. Esto afecta, por ejemplo, cuando un estudiante toma un problema y a los cinco minutos lo abandona o no; es decir, lo que él piense que es un problema puede incidir incluso en el tiempo que dedique a la resolución de cierto ejercicio. (schoenfeld; 2006).

GRUPO 4:

No realizó el ejercicio.

Pregunta 1: ¿A qué principio corresponde y por qué?

Respuesta: *Profe ese ejercicio está muy difícil la verdad no fuimos capaces de hacerlo, empezamos a quitar números, pero se fue el tiempo y no llegamos a un acuerdo ni a una conclusión.*

Pregunta 2: ¿Idearon algún plan para dar solución a la situación problema?

Respuesta: *No respondió la pregunta.*

Pregunta 3: ¿Se basaron en algunos problemas o tomaron algún prototipo base para dar solución a los problemas?

Respuesta: *No respondió la pregunta.*

INTERPRETACION: Los estudiantes del grupo G4, deciden abandonar el problema, según ellos por falta de tiempo y por haber seguido el camino incorrecto. Estos estudiantes se muestran muy confundidos y no intentaron llegar a su respuesta. En la resolución de problemas es muy importante saber cuándo se debe abandonar un camino incorrecto, para lograr tener un adecuado manejo del tiempo, también hay que tener en cuenta y analizar el conocimiento base que tienen los estudiantes y por qué no lograron llegar a la respuesta en este sentido schoenfeld define el *conocimiento de base*: se relaciona con los preconceptos o conocimientos que posee quien va a resolver el problema; en otras palabras, son las “herramientas matemáticas” que posee: conceptos, fórmulas, algoritmos y, en general, todas las nociones que se consideren necesarias saber para enfrentarse a un determinado problema, para abordarlo y resolverlo, así como la manera en que las utiliza; es decir, cómo relaciona el conocimiento matemático con el problema por resolver.

También es necesario que el profesor conozca el “inventario de recursos”, es decir, conocer qué conceptos posee el estudiante y como accede a ellos, ya que si no puede acceder a ellos no resolverá la situación problemática. Igualmente, el profesor debe conocer los recursos defectuosos: procedimientos incorrectos, preconceptos errados, etc., ya que si el estudiante cree que puede usar un recurso y no es apropiado, no resolverá el problema. (schoenfeld; 2006).

7.2.2 Análisis Segunda Actividad Fase De Intervención

Control

Teniendo en cuenta las respuestas dadas por los estudiantes, se observa que dos grupos logran desarrollar la situación problema debido al buen uso del tiempo, a la negociación acertada entre ellos y logran llevar un control de la situación teniendo en cuenta las

indicaciones dadas por el docente, en este aspecto Schoenfeld, 2006, considera que debe haber un control del trabajo que se está realizando.

- Se refiere a cómo un estudiante controla su trabajo. Si ante un determinado problema puede ver una serie de caminos posibles para su solución, el estudiante tiene que ser capaz de darse cuenta si el que seleccionó en determinado momento está funcionando o si va hacia un callejón sin salida; es decir, tiene que darse cuenta a tiempo, retroceder e intentar de nuevo por otra vía.
- Le sucede casi a cualquier persona que, resolviendo un problema, tiene la firme convicción de que se soluciona usando el método que escogió, y aunque no sale, sigue intentándolo. Posteriormente lo retoma y sigue por el mismo camino, hasta que en algún momento se da cuenta que eso no era así, y que entonces debe buscar otra vía completamente distinta. (Barrantes, 2006, pág. 3).

Por otro lado, encontramos los estudiantes que simplemente buscan dar una respuesta no interesa si sea correcta o incorrecta, lo cual sucede casi en un 25% de los estudiantes y los que abandonan porque no logran ponerse de acuerdo o simplemente se dan por vencidos y no tratan de dar solución alguna, así mismo (Schoenfeld 2006) considera la importancia de monitorear y evaluar el proceso de resolución,

- por esto se destaca la importancia de que el estudiante o la persona que está resolviendo el problema tenga una habilidad para monitorear y evaluar el proceso. En cuanto a eso, Schoenfeld señala que es, también, conocimiento de sí mismo: la persona que está resolviendo el problema debe saber qué es capaz de hacer, con qué cuenta, o sea, conocerse en cuanto a la forma de reaccionar ante esas situaciones. Algunas acciones que involucran el control son:
- Entendimiento: tener claridad acerca de lo que trata un problema antes de empezar a resolverlo. En esto Pólya hace, también, una y otra vez, la

observación que, si alguien no entiende un problema, no lo va a resolver o lo hace por casualidad. (Barrantes, 2006, pág. 3)

A su vez se observa que el trabajo en equipo es fundamental a la hora de dar solución al problema, se logra observar que los estudiantes que abandonaron el proceso no lograron un acuerdo y los que realizaron mal los procesos solo tienen en cuenta la opinión de quien toma la voz. Voigt(1985) define patrón de interacción como una estructura de interacción cara a cara entre dos o más sujetos, que sirve para reconstruir una regularidad específica de interacción focalizada en un tema, refiere a acciones concertadas, interpretaciones y mutuas percepciones de al menos dos participantes, y no es la suma de sus acciones individuales, no puede explicarse por un conjunto de reglas, y en la que los participantes generan esa estructura de manera inconsciente y sin un propósito estratégico, lo hacen rutinariamente. (Daniela Pagés – Mónica Olave danielapages@gmail.com – monicaolave23@gmail.com Consejo de Formación en Educación – Uruguay p. 112).

Segunda actividad momento de intervención

COMPROBACION DE LA SOLUCION

CATEGORÍA: LA RESOLUCION DE PROBLEMAS DE CONTEO EN EL TRABAJO GRUPAL

SUBCATEGORÍA: La negociación de significados en la resolución de problemas de conteo haciendo uso de las rutinas de pensamiento.

GRUPO 1:

Pregunta 1: ¿Consideras la respuesta dada, lógica y razonable? Explica.

Respuesta: *Pues consideramos que está bien el ejercicio y si es lógico, porque consideramos que realizamos el ejercicio bien.*

Pregunta 2: ¿Es posible comprobar el resultado? O ¿se puede desarrollar el problema de otra forma? Explique

Respuesta: *No sabemos cómo comprobar la respuesta. Se podría desarrollar sacando el espacio muestral o haciendo un diagrama, pero eso es muy enredado cuando hay muchos datos.*
Pregunta 3: ¿Hubo necesidad de replantear la situación? Explique

Respuesta: *Si profe, al principio no entendimos, luego tratamos de sacar el espacio muestral y Fernanda encontró como hacerlo. Pero si fue difícil y al principio intentamos varias cosas.*

GRUPO 2:

Pregunta 1: ¿Consideras la respuesta dada, lógica y razonable? Explica.

Respuesta: *Si porque nosotros tratamos buscamos por todos los medios y esa es la mejor forma de hacerlo además la respuesta tiene lógica.*

Pregunta 2: ¿Es posible comprobar el resultado? O ¿se puede desarrollar el problema de otra forma? Explique

Respuesta: *Para comprobar tocaría escribir los números de 1 a 1000 y empezar a tachar y todos los que tengan el 4 y así comprobamos si esa respuesta es correcta. Si se puede hacer así mismo sacando todos los números y haciendo diagrama de árbol, pero eso se necesita mucho tiempo.*

Pregunta 3: ¿Hubo necesidad de replantear la situación? Explique

Respuesta: *Si, empezamos hacer un diagrama de árbol y nos enredamos entonces miramos los ejercicios que teníamos y empezamos a entender y a sacar como grupos de números.*

INTERPRETACION GRUPOS 1 Y 2: Se puede evidenciar en las respuestas dadas por los estudiantes una mejor aceptación al a hora de dar respuestas, en este punto, después de realizar la situación problema los estudiantes contestaron las preguntas y se les pidió realizaran un pequeño análisis, en sus respuestas se refleja un análisis en la ejecución del mismo, aunque ellos no están seguros completamente de sus respuestas las encuentran lógicas, en este sentido Pólya (2005); establece en uno de sus pasos de resolución la comprobación de resultados lo siguiente:

- se debe leer nuevamente el enunciado y verificar que la incógnita inicial ha sido resuelta, comprobar la viabilidad de la solución, pensar si hay otras maneras de resolver el problema, y analizar que otros problemas se pueden

plantear y formular a partir de la resolución de éste. (García Ballesteros, 2010, pág. 133)

De la misma forma se logra evidenciar que los estudiantes tienen la dificultad de comprobar la solución del problema, mientras no se les explique un proceso de comprobación. Por otra parte, se observa los diferentes medios de solución, al principio estos estudiantes optan por un diagrama de árbol lo cual los lleva a la confusión, las múltiples representaciones son muy importantes a la hora de resolver un problema y en este caso lograr llegar a un acuerdo grupal, ya que cada integrante aporta su posible solución. (Schoenfeld, Alan. (1992).) También propone que se resuelvan problemas en pequeños grupos, en un ambiente de trabajo colaborativo; esto para potenciar el desarrollo de habilidades relacionadas con alguna materia, y, así, que cada uno pueda aprender sobre la forma en que los demás controlan su trabajo. (Schoenfeld, Alan. (1992).).

GRUPO 3:

Pregunta 1: ¿Consideras la respuesta dada, lógica y razonable? Explica.

Respuesta: *Profe, nos quedó mal. Ahora que usted nos hace la pregunta nos damos cuenta que son muchos números y que solo teníamos mil números. Pero es que solo nos guiamos por lo ejercicios resueltos y pensamos que era multiplicar y ya.*

Pregunta 2: ¿Es posible comprobar el resultado? O ¿se puede desarrollar el problema de otra forma? Explique

Respuesta: *Profe nosotros no sabemos cómo verificar la respuesta, sería cogiendo uno por uno los números de uno hasta mil. Otra forma de hacerlo sería con un diagrama, pero nos confundimos al tratar de hacerlo.*

Pregunta 3: ¿Hubo necesidad de replantear la situación? Explique

Respuesta: *Hicimos un diagrama, pero nos quedó mal y entonces volvimos a mirar el video de la clase y pensamos que solo era multiplicar los dígitos, pero luego con la pregunta nos damos cuenta que hubo errores y que los ejercicios todos son diferentes.*

INTERPRETACION: Analizar las respuestas logra que estos estudiantes entren en razón de que la respuesta dada no es coherente con los datos del problema a resolver, ellos

argumentan simplemente haberse guiado por un problema resuelto por el profesor y poner en práctica una fórmula, sin mirar si está o no correcto su resultado. (Schoenfeld, 1992) citado por (Barrantes, 2006), explica menciona lo siguiente:

- Cómo un estudiante controla su trabajo. Si ante un determinado problema puede ver una serie de caminos posibles para su solución, el estudiante tiene que ser capaz de darse cuenta si el que seleccionó en determinado momento está funcionando o si va hacia un callejón sin salida; es decir, tiene que darse cuenta a tiempo, retroceder e intentar de nuevo por otra vía. Le sucede casi a cualquier persona que, resolviendo un problema, tiene la firme convicción de que se soluciona usando el método que escogió, y aunque no sale, sigue intentándolo. Posteriormente lo retoma y sigue por el mismo camino, hasta que en algún momento se da cuenta que eso no era así, y que entonces debe buscar otra vía completamente distinta. (pág. 3)

GRUPO 4: el grupo numero 4 no contesto ninguna pregunta, argumentando falta de tiempo.

7.2.3 Análisis Segunda Actividad Fase De Intervención

Comprobación de la solución

Se puede evidenciar la importancia de llevar un control en la resolución de problemas, los estudiantes logran desarrollar un proceso de metacognición y analizar algunos detalles que los llevan argumentar sus resultados, este control según (schoenfeld 1992);

- Se refiere a cómo un estudiante controla su trabajo. Si ante un determinado problema puede ver una serie de caminos posibles para su solución, el estudiante tiene que ser capaz de darse cuenta si el que seleccionó en determinado momento está funcionando o si va hacia un callejón sin salida; es decir, tiene que darse cuenta a tiempo, retroceder e intentar de nuevo por otra vía. (Barrantes, 2006, pág. 3)

El proceso de reflexión que desarrolla un estudiante en la resolución es muy importante a la hora de realizar el proceso metacognitivo de verificar sus resultados, estos aspectos metacognitivos tienen que ver con la capacidad de un estudiante de autoevaluar su proceso, llevar el control de la situación y tener la capacidad de comprobar su solución.

Schoenfeld 1992 afirma que:

- *Los aspectos metacognitivos:* se relacionan con la habilidad que tiene el estudiante de analizar el proceso efectuado, de autorregulación, de desaprender y volver a aprender los conceptos necesarios para regular su actividad creadora; se requiere, por tanto, modificaciones de conducta que no se efectúan lógicamente de un día para otro, sino durante largos períodos de aprendizaje. (García Ballesteros, 2010, pág. 134)

Para llegar a lograr la verificación de la solución por medio de los siguientes interrogantes:

¿Verifica la solución los criterios específicos siguientes?

- a) ¿Utiliza todos los datos pertinentes?
- b) ¿Está acorde con predicciones o estimaciones razonables?
- c) ¿Resiste a ensayos de simetría, análisis dimensional o cambio de escala?

,(schoenfeld 1992).

Tercera actividad fase de intervención

Control

CATEGORÍA: LA RESOLUCION DE PROBLEMAS DE CONTEO EN EL TRABAJO GRUPAL

SUBCATEGORÍA: La negociación de significados en la resolución de problemas de conteo haciendo uso de las rutinas de pensamiento.

ACTIVIDAD: ¿Cuántos números de 2 cifras pueden formarse con los dígitos 1,2,3,4 y 5?

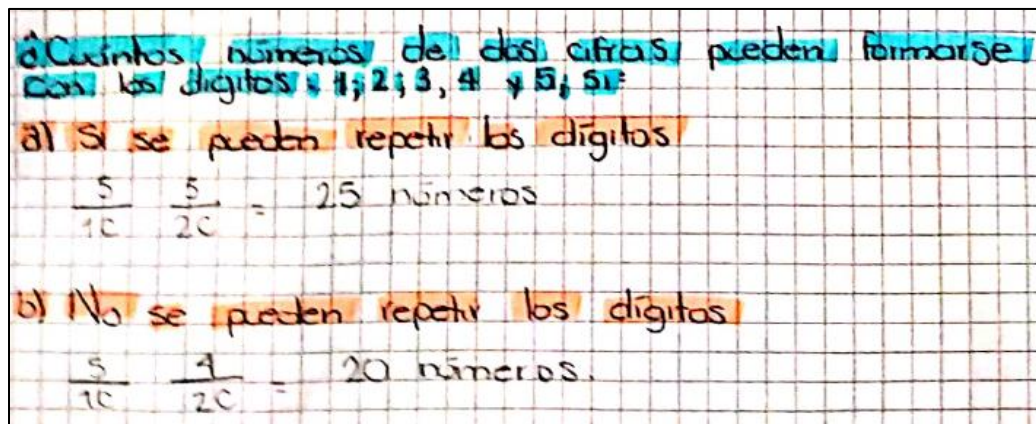
Si:

Se pueden repetir los dígitos.

No se pueden repetir los dígitos.

GRUPO 1 Evidencia

Figura 25. Grupo 3. Evidencia segunda actividad- Fase Intervención



Pregunta 1: ¿A qué principio corresponde y por qué?

Respuesta: *Pertenece al principio de la multiplicación.*

Pregunta 2: ¿Idearon algún plan para dar solución a la situación problema?

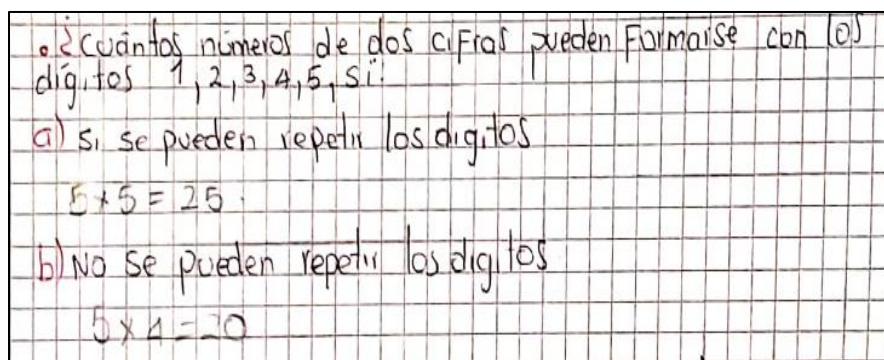
Respuesta: *Si profe al principio empezamos emparejando los números, pero realmente se confunde uno más. Luego entre todos nos pusimos de acuerdo mirando los apuntes del cuaderno.*

Pregunta 3: ¿Se basaron en algunos problemas o tomaron algún prototipo base para dar solución a los problemas?

Respuesta: *Si profe era muy parecido a uno que vimos en el video.*

GRUPO 2 Evidencia

Figura 26. Grupo 2. Evidencia tercera actividad- Fase Intervención



Pregunta 1: ¿A qué principio corresponde y por qué?

Respuesta: *Este ejercicio se hace con el principio de la multiplicación.*

Pregunta 2: ¿Idearon algún plan para dar solución a la situación problema?

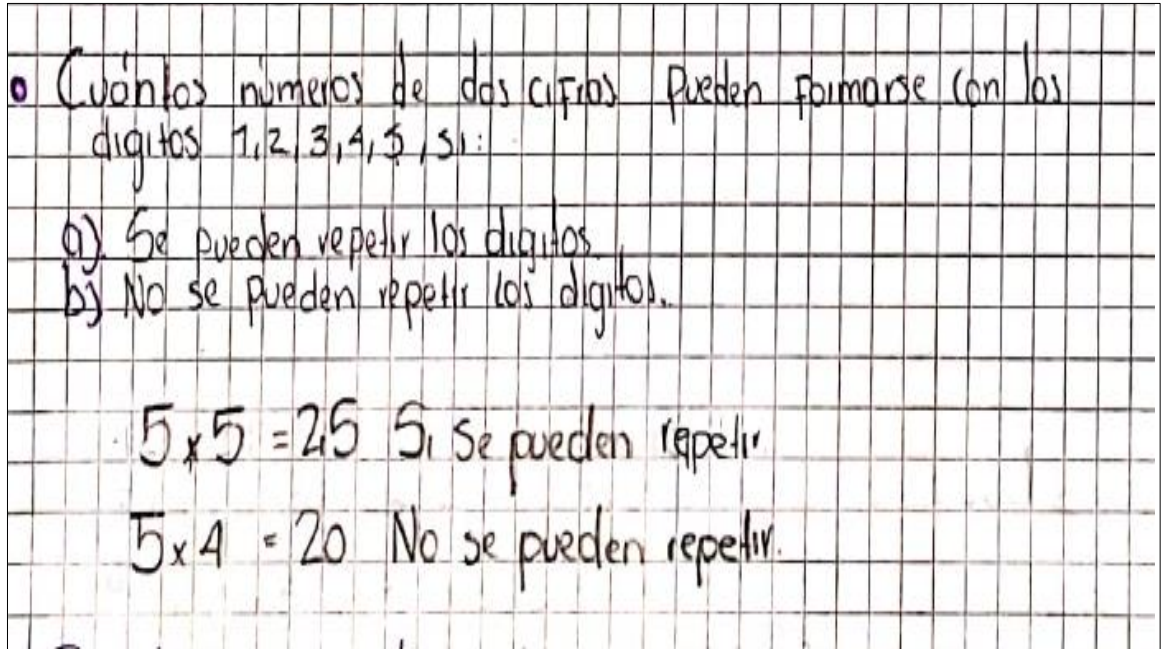
Respuesta: *Fue difícil otra vez ponernos de acuerdo, pero al final comprendimos como hacerlo.*

Pregunta 3: ¿Se basaron en algunos problemas o tomaron algún prototipo base para dar solución a los problemas?

Respuesta: *Miramos en el cuaderno y había uno parecido, porque lo habíamos hecho mal.*

GRUPO 3 Evidencia

Figura 27. Grupo 3. Evidencia tercera actividad- Fase Intervención



Pregunta 1: ¿A qué principio corresponde y por qué?

Respuesta: *Profe este si lo entendimos es del principio de multiplicación.*

Pregunta 2: ¿Idearon algún plan para dar solución a la situación problema?

Respuesta: *Es enredado porque al principio volvimos a multiplicar todo.*

Pregunta 3: ¿Se basaron en algunos problemas o tomaron algún prototipo base para dar solución a los problemas?

Respuesta: *Si profe se parecía al de las sillas que hicimos en el salón.*

INTERPRETACION GRUPOS 1, 2 Y 3: En las respuestas dadas por los estudiantes podemos evidenciar que han logrado entender el problema de conteo, aunque manifiestan algún tipo de dificultad con sus compañeros o para encontrar la apropiada solución. Mas sin embargo dan a conocer sus resultados de forma coherente, dialogan y buscan un plan de acción para lograr llegar a la respuesta adecuada, logrando decir datos acertados, que, aunque parece sencillo si no hay un correcto entendimiento y comprensión, se tornaría

confuso y tendrían que empezar a desarrollar uno por uno como ellos lo manifiestan. El trabajo en equipo permite aclarar dudas entre ellos y negociar significados para lograr la coherencia en el mismo. La elaboración de estrategia grupales y el análisis por medio de rutinas y preguntas conllevan al desarrollo situaciones no solo problemáticas, si no a negociar cualquier tipo de situación. Son muchas las pruebas de que las habilidades del pensamiento de alto nivel se pueden mejorar mediante entrenamiento y no hay ninguna prueba concluyente para suponer que estas habilidades surjan automáticamente como resultado del desarrollo o la madurez (Nickerson, Perkins y Smith, 1985).

No obstante, el uso de estrategias metacognitivas está relacionado con el proceso de madurez intelectual del individuo, ya que conocer y reflexionar sobre los propios procesos mentales y buscar estrategias remediales ante las dificultades comprensivas, exige una autonomía de pensamiento propia del pensamiento abstracto (Poggioli, 1998). En esta misma línea, Peeverly *et al.* (2002) apuntan que el control metacognitivo es superior en los alumnos más mayores que en los más jóvenes. (La metacognición en la escuela: la importancia de enseñar a pensar Montse Tesouro. Educar 2005. P. 138).

GRUPO 4 Evidencia

Figura 28. Grupo 4. Evidencia tercera actividad- Fase Intervención

¿Cuántos números de dos cifras pueden formarse con los dígitos = 1, 2, 3, 4, 5 si:

a) Si se pueden repetir los dígitos

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

De 120 formas distintas se pueden formar números de 2 cifras con repetición.

b) No se pueden repetir los dígitos.

$$\frac{5!}{2!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 60$$

De 60 formas distintas se pueden formar números de 2 cifras sin repetición.

ede evidenciar en las respuestas dadas por los estudiantes que el trabajo en equipo puede llegar a reforzar el conocimiento entre los involucrados, la negociación de significados es muy importante a la hora de llevar a cabo el desarrollo de cualquier situación problema, una correcta planificación de estrategias es esencial a la hora de llevar un adecuado proceso de solución. (Tamayo A., Zona, & Loaiza Z., 2015) establece que:

- La planeación implica la selección de estrategias apropiadas y la localización de factores que afectan el rendimiento; la predicción, las estrategias de secuenciación, y la distribución del tiempo o de la atención selectiva antes de realizar la tarea. Es decir, consiste en anticipar las actividades, prever resultados, enumerar pasos. (pág. 128)

En el mismo contexto cabe resaltar que los estudiantes inician las clases de estadística en el grado noveno y que se les dificulta mucho este tipo ejercicios y más cuando simplemente se trabajaba un método muy tradicional en el que ellos solamente buscaban dar una respuesta, es así como aún algunos estudiantes se basan en un ejercicio modelo si realizar ningún tipo de análisis llegando a dar una solución y todavía no encuentran la forma de monitorear la situación. Estos aspectos metacognitivos como lo manifiesta (Schoenfeld, 1992), no se adquieren de un día para otro, llevan un proceso de cambio. Se relacionan con la habilidad que tiene el estudiante de analizar el proceso efectuado, de autorregulación, de des-aprender y volver a aprender los conceptos necesarios para regular su actividad creadora; se requiere, por tanto, modificaciones de conducta que no se efectúan lógicamente de un día para otro, sino durante largos períodos de aprendizaje. (Garcia Ballesteros, 2010, pág. 134)

Tercera actividad fase de intervención
Comprobación de la solución

CATEGORÍA: LA RESOLUCION DE PROBLEMAS DE CONTEO EN EL TRABAJO GRUPAL

SUBCATEGORÍA: La negociación de significados en la resolución de problemas de conteo haciendo uso de las rutinas de pensamiento.

GRUPO 1:

Pregunta 1: ¿Consideras la respuesta dada, lógica y razonable? Explica.

Respuesta: *Si es razonable y lógica ya que antes de resolver el ejercicio realizamos un conteo.*

Pregunta 2: ¿Es posible comprobar el resultado? O ¿se puede desarrollar el problema de otra forma? Explique

Respuesta: *Si está bien porque nosotros hicimos un espacio muestral y así logramos sacar la formula.*

Pregunta 3: ¿Hubo necesidad de replantear la situación? Explique

Respuesta: *Lo hicimos por conjuntos y luego por principio de multiplicación.*

GRUPO 2:

Pregunta 1: ¿Consideras la respuesta dada, lógica y razonable? Explica.

Respuesta: *Pues creemos que sí.*

Pregunta 2: ¿Es posible comprobar el resultado? O ¿se puede desarrollar el problema de otra forma? Explique

Respuesta: *No tenemos conocimiento de cómo comprobar este tipo de ejercicios*

Pregunta 3: ¿Hubo necesidad de replantear la situación? Explique

Respuesta: *Si porque tuvimos que hacer varias cosas distintas para que nos diera un resultado lógico debido a la complejidad del problema.*

INTERPRETACION GRUPOS 1 Y 2: Al hacer la verificación de la solución, si cumple o no las condiciones establecidas, los estudiantes realizan revisión de resultados para corroborar sus respuestas. Estos aspectos relacionan con la habilidad que expone

Schoenfeld que tiene el estudiante de analizar el proceso efectuado, de autorregulación, de des-aprender y volver a aprender los conceptos necesarios para regular su actividad creadora; se requiere, por tanto, modificaciones de conducta que no se efectúan lógicamente de un día para otro, sino durante largos períodos de aprendizaje. (schoenfeld; 2006).

GRUPO 3: no respondió ninguna de las preguntas, argumenta el tiempo es muy corto y se nos presentaron problemas en la resolución de los ejercicios.

GRUPO 4:

Pregunta 1: ¿Consideras la respuesta dada, lógica y razonable? Explica.

Respuesta: *Si porque al seguir la fórmula de adición o multiplicación da resultados lógicos.*

Pregunta 2: ¿Es posible comprobar el resultado? O ¿se puede desarrollar el problema de otra forma? Explique

Respuesta: *Haciendo el conteo, pero es muy largo el proceso, no conocemos otro método.*

Pregunta 3: ¿Hubo necesidad de replantear la situación? Explique

Respuesta: *Si porque no sabíamos cómo empezar y fue enredado al principio.*

INTERPRETACION: Los estudiantes siguen con la creencia de no querer saber o explorar otros métodos ya que todos con llevan a la misma respuesta. Así mismo lo expuesto por Schoenfeld, “Por lo general, los estudiantes consideran que el problema solamente tiene *una* solución y que corresponde con la respuesta que da el profesor, es decir, si obtienen el mismo resultado que da el profesor el problema está bien resuelto” (Barrantes, 2006, pág. 134). Por otra parte, no tienen la seguridad plena de que sus respuestas sean acertadas ya que no tienen un método de comprobación.

7.2.4 Análisis Tercera Actividad Fase De Intervención

COMPROBACION DE LA SOLUCION

Por las respuestas dadas por los estudiantes se evidencia un gran avance en sus respuestas y el hecho de replantear los ejercicios para lograr una respuesta acertada. Con la a incorporación de las rutinas de pensamiento en un proceso de metacognición, teniendo en cuenta algunas heurísticas de schoenfeld se puede determinar que la planificación de

estrategias para la resolución de problemas con llevan a los estudiantes a un análisis más profundo de las situaciones problémicas y con su ejecución constante se requiere llevarlos a un conocimiento profundo, aquí se refleja que los estudiantes están realizando un monitoreo de la situación y están tratando de realizar ese proceso metacognitivo que los lleva a pensar más allá del solo hecho de dar una respuesta.

Cuarta actividad fase de intervención

Cierre

CATEGORÍA: LAS RUTINAS DE PENSAMIENTO

SUBCATEGORÍA: Ejecución de rutinas de pensamiento para comprender un problema de conteo.

ACTIVIDAD: Rutina de pensamiento el puente (conclusión)

Enumera 3 ideas como conclusión sobre resolución de problemas de técnicas de conteo.

Piensa 2 preguntas que surjan sobre técnicas de conteo.

Redacta una síntesis o metáfora sobre el tema de resolución de problemas sobre técnicas de conteo.

GRUPO 1:

Pregunta 1: Enumera 3 ideas que se te ocurran sobre resolución de problemas de técnicas de conteo.

Respuesta: Las técnicas de conteo sirven para ordenar. Para realizar de una forma más corta un espacio muestral.

Pregunta 2: Piensa 2 preguntas que surjan sobre técnicas de conteo antes de iniciar el trabajo.

Respuesta: *¿Hay fórmulas para cada situación?*

Pregunta 3: Redacta una síntesis o una metáfora sobre el tema de resolución de problemas de técnicas de conteo.

Respuesta: *Los problemas parecen simples, pero son muy enredados.*

GRUPO 2:

Pregunta 1: Enumera 3 ideas que se te ocurran sobre resolución de problemas de técnicas de conteo.

Respuesta: *Las técnicas de conteo sirven para ordenar. Para realizar de una forma más corta un espacio muestral*

Pregunta 2: Piensa 2 preguntas que surjan sobre técnicas de conteo antes de iniciar el trabajo.

Respuesta: *¿Como se sabe si se repiten las cosas o no?*

Pregunta 3: Redacta una síntesis o una metáfora sobre el tema de resolución de problemas de técnicas de conteo.

Respuesta: *Hay que tener claridad cuando se utiliza cada principio porque de lo contrario nos dan resultados incoherentes.*

GRUPO 3: no realizó la actividad.

GRUPO 4:

Pregunta 1: Enumera 3 ideas que se te ocurran sobre resolución de problemas de técnicas de conteo.

Respuesta: *Sirven para contar, y organizar los posibles elementos de un conjunto*

Pregunta 2: Piensa 2 preguntas que surjan sobre técnicas de conteo antes de iniciar el trabajo.

Respuesta: *no respondió.*

Pregunta 3: Redacta una síntesis o una metáfora sobre el tema de resolución de problemas de técnicas de conteo.

Respuesta: *No se puede uno guiar por otro ejercicio porque se confunde, siempre hay diferencias.*

7.2.5 Análisis Cuarta Actividad Fase De Intervención

Cierre

En las respuestas dadas por los estudiantes y presentando un paralelo entre la rutina inicia y la rutina complementaria, se sigue observando dificultad al realizar preguntas, a pesar de que un grupo no contestó, según ellos por falta de tiempo, se observa un avance en la conceptualización, estas rutinas deben ser como su nombre lo indica sucesivas y deben

dirigirse desde todas las áreas del conocimiento para lograr hacer visible esos pensamientos. Los estudiantes expresan sus inquietudes y aciertos por medio de la rutina lo cual permite al docente reforzar la siguiente intervención. Perkins afirma: “El pensamiento es básicamente invisible. [...] En la mayoría de los casos el pensamiento permanece bajo el capó, dentro del maravilloso motor de nuestra mente. [...] Afortunadamente, ni el pensamiento, ni las oportunidades para pensar, necesariamente deben ser invisibles como frecuentemente lo son. Como educadores, podemos trabajar para lograr hacer el pensamiento mucho más visible de lo que suele ser en el aula. Cuando así lo hacemos, estamos ofreciendo a los estudiantes más oportunidades desde donde construir y aprender.” (Tishman, Perkins, & Jay, 2006). En este sentido se puede afirmar que los estudiantes han dado un paso importante en la aceptación de rutinas de pensamiento lo cual genera una gran expectativa en el docente para continuar con su proceso.

Evaluación

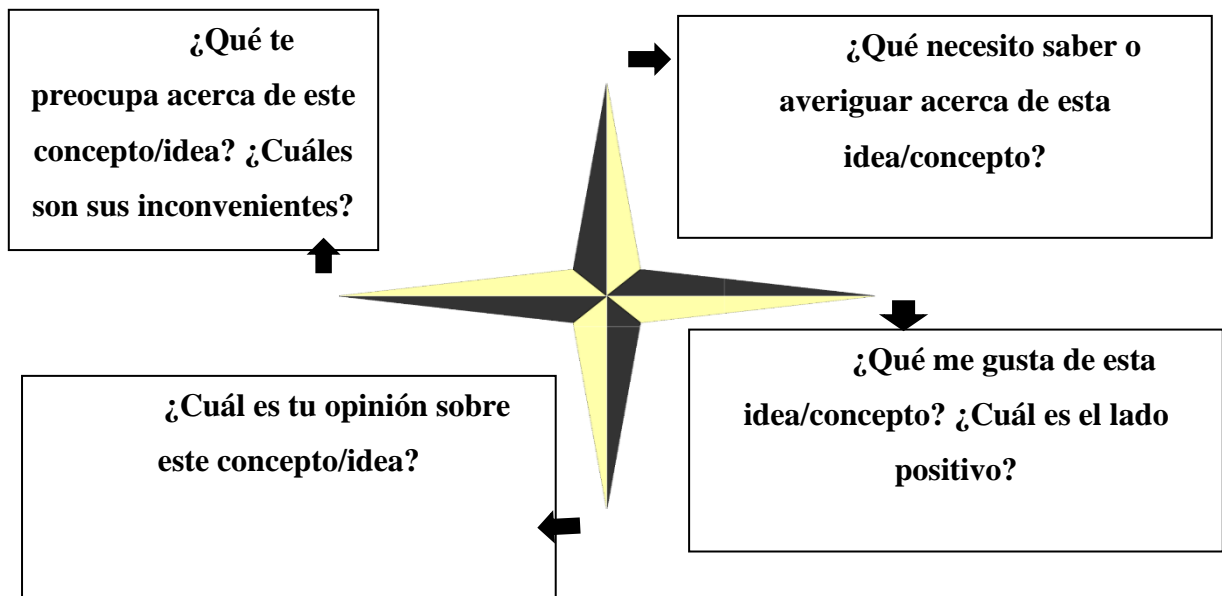
Rutina de pensamiento final

CATEGORÍA: LAS RUTINAS DE PENSAMIENTO

SUBCATEGORÍA: Ejecución de rutinas de pensamiento para comprender un problema de conteo.

Esta rutina ayuda a los estudiantes a profundizar en una idea o propuesta y también eventualmente evaluarla, es considerada una estrategia para examinar o analizar propuestas.

1. E= Emocionante ¿Qué encuentras de emocionante (positivo) en esta idea o planteo?
2. O= pre-O-copante (Worrisome: Lo marcaremos con una “O” por oeste) ¿Qué encuentras preocupante o inquietante (negativo) sobre esta idea o propuesta?
3. N= Necesito saber ¿Qué más necesitarías saber o averiguar sobre esta idea o planteo?
¿Qué información adicional te ayudaría a evaluar la propuesta?
4. S= Sugerencias para continuar avanzando. ¿Cuál es tu postura u opinión sobre esta idea o propuesta? ¿Qué aportarías o modificarías para seguir avanzando con la evaluación de



GRUPO 1:

Pregunta 1: ¿Qué encuentras de emocionante (positivo) en esta idea o planteo?

Respuesta: *Que es una forma diferente de aprender, que cuando trabajamos en grupos el que entiende más le explica a los que no entendemos.*

Pregunta 2: ¿Qué encuentras preocupante o inquietante (negativo) sobre esta idea o propuesta?

Respuesta: *Que a veces se enreda uno con las preguntas y el tiempo no le alcanza.*

Pregunta 3: ¿Qué más necesitarías saber o averiguar sobre esta idea o planteo? ¿Qué información adicional te ayudaría a evaluar la propuesta?

Respuesta: *Pues las fórmulas, para desarrollar mejor los ejercicios, aunque se enreda uno para saber si hay que multiplicar o sumar y como se debe hacer.*

Pregunta 4: ¿Cuál es tu postura u opinión sobre esta idea o propuesta? ¿Qué aportarías o modificarías para seguir avanzando con la evaluación de las técnicas de conteo?

Respuesta: *Es muy bueno aprender cosas nuevas y diferentes, también saber que hay una mejor forma para uno analizar un problema. Las rutinas de pensamiento nos enseñan muchas cosas a analizar y a dialogar con nuestros compañeros para llegar a un acuerdo.*

Se necesita más tiempo para el desarrollo de las prácticas y el trabajo en grupo con las rutinas es muy interesante. Que siga con este proceso profe.

GRUPO 2:

Pregunta 1: ¿Qué encuentras de emocionante (positivo) en esta idea o planteo?

Respuesta: *Que las preguntas nos ponen a pensar sobre los problemas*

Pregunta 2: ¿Qué encuentras preocupante o inquietante (negativo) sobre esta idea o propuesta?

Respuesta: *Que algunos ejercicios uno se confunde.*

Pregunta 3: ¿Qué más necesitarías saber o averiguar sobre esta idea o planteo? ¿Qué información adicional te ayudaría a evaluar la propuesta?

Respuesta: *Profe necesitamos más tiempo para dar solución a esos problemas y contestar tantas preguntas y pues necesitamos las fórmulas, o otro método porque si se dificultan mucho esos ejercicios. Unos más que otros.*

Pregunta 4: ¿Cuál es tu postura u opinión sobre esta idea o propuesta? ¿Qué aportarías o modificarías para seguir avanzando con la evaluación de las técnicas de conteo?

Respuesta: *Las rutinas y los pasos para resolver un problema no los conocíamos y es muy bueno porque todos llegamos a un acuerdo y analizamos mejor los problemas y si nos quedan mal los volvemos hacer. Es una propuesta muy buena y también lo de los videos y los juegos.*

GRUPO 3:

Pregunta 1: ¿Qué encuentras de emocionante (positivo) en esta idea o planteo?

Respuesta: *Que los grupos de trabajo son muy buenos porque entre todos hacemos las cosas mejor. Que las preguntas son muy interesantes porque nos hacen mirar si lo que hicimos está bien o no.*

Pregunta 2: ¿Qué encuentras preocupante o inquietante (negativo) sobre esta idea o propuesta?

Respuesta: *Que a veces no nos ponemos de acuerdo con los compañeros y terminamos haciendo mal las cosas y el tiempo no alcanza*

Pregunta 3: ¿Qué más necesitarías saber o averiguar sobre esta idea o planteo? ¿Qué información adicional te ayudaría a evaluar la propuesta?

Respuesta: *Necesitamos practicar más ejercicios con estos nuevos métodos*

Pregunta 4: ¿Cuál es tu postura u opinión sobre esta idea o propuesta? ¿Qué aportarías o modificarías para seguir avanzando con la evaluación de las técnicas de conteo?

Respuesta: *Todo esto es nuevo para nosotros, pero es muy bueno ya que analizamos mejor los problemas mientras los estamos resolviendo vamos pensando en si está bien o no. Las rutinas nos han servido para muchas cosas y son muy bonitas porque podemos charlar con los compañeros y llegar acuerdos y si no sabemos algo buscamos. Que se siga adelante, trabajando así.*

GRUPO 4:

Pregunta 1: ¿Qué encuentras de emocionante (positivo) en esta idea o planteo?

Respuesta: *Es bueno porque nosotros salimos de lo normal de las clases*

Pregunta 2: ¿Qué encuentras preocupante o inquietante (negativo) sobre esta idea o propuesta?

Respuesta: *que no estábamos acostumbrados a desarrollar ejercicios y responder tantas preguntas, pero nos hacen reflexionar.*

Pregunta 3: ¿Qué más necesitarías saber o averiguar sobre esta idea o planteo? ¿Qué información adicional te ayudaría a evaluar la propuesta?

Respuesta: *Se necesita una forma más practica de llegar al resultado ya que hay algunos ejercicios que son muy difíciles de desarrollar, pero la forma de dar solución a estos problemas es muy bonita.*

Pregunta 4: ¿Cuál es tu postura u opinión sobre esta idea o propuesta? ¿Qué aportarías o modificarías para seguir avanzando con la evaluación de las técnicas de conteo?

Respuesta: no respondió.

7.3 FASE TRES (EVALUACIÓN)

Teniendo en cuenta las respuestas de los estudiantes en esta etapa del proceso, se logra evidenciar su aceptación al cambio de metodología, la implementación de las rutinas de pensamiento y algunas heurísticas de schoenfeld para la resolución de problemas, resaltando aquellas características que les brindan las rutinas de pensamientos y cada uno de los pasos que ofrece esta nueva metodología.

Las investigaciones realizadas por el equipo del Proyecto Cero, establecen que la mayoría de las personas tienen las habilidades, actitudes y alertas de pensamiento sin desarrollar. Se muestran pasivos e indiferentes frente a circunstancias que provocan el pensamiento, están insensibles frente a señales que invitan a reflexionar, no cultivan actitudes de pensamiento profundo, tales como: cuestionar las evidencias, ir más allá de lo obvio, ver el lado oculto de las situaciones, pensar diferente al menos por un tiempo y aprovechar todas las oportunidades que inciten a la reflexión. Por esta razón es importante que los niños y jóvenes aprendan estas actitudes, habilidades y alertas que son promotoras del pensamiento, pero que no pueden desarrollarse de forma espontánea. (Aprender a pensar y pensar para aprender... rutinas de pensamiento. P.1).

Así mismo resalto la gran preocupación de los estudiantes por encontrar una fórmula, ya que ellos siguen con la percepción que solo hay una forma de resolver el problema y es mediante una formula; por otra parte, la falta de practica en esta nueva forma fe evaluar causa preocupación por el manejo de los tiempos la mayoría de ellos no responden las preguntas, si no que están enfocados a dar una respuesta y ya. Considero es un proceso lento, pero de constancia y perseverancia frente al cambio. No puedo decir que fue hubo avances extraordinarios, pero inicio con la aceptación de los estudiantes frente al cambio.

Así mismo se presentan dificultades en la parte cognitiva, ya que los estudiantes no contaban con un proceso ordenado en la solución de problemas, para schoenfeld (1985); las **Estrategias cognoscitivas** que incluyen métodos heurísticos como descomponer el problema en simples casos, establecer metas relacionadas, invertir el problema dibujar

diagramas, el uso de material manipulable, el ensayo y el error, el uso de tablas y listas ordenadas, la búsqueda de patrones y la reconstrucción del problema. (Schenfeld;2006)

8 REFLEXIÓN PEDAGÓGICA

Desde el inicio de la intervención, en su primera etapa diagnóstica se observa a los estudiantes un poco ajenos a los propósitos de la intervención, ellos manifiestan dificultades en la resolución de problemas de conteo y en su inicio no están dispuestos a asumir ningún tipo de cambios ya que les parece muy complicado el tener que enfrentarse a situaciones innovadoras, por tiempo y por tener que pensar y analizar, si bien es cierto hoy día los estudiantes mantienen cierta apatía a pensar y analizar, no es fácil emprender nuevos retos cuando se trata de sacar de la monotonía tradicionalista a un grupo de estudiantes, de hecho no fue fácil.

Se emprende el desafío de solucionar problemas con la incidencia de las rutinas de pensamiento y un proceso de metacognición, lo cual fue innovador y al mismo tiempo frustrante para algunos estudiantes, cabe resaltar que hubo mucho trabajo de fondo, en el cual los estudiantes se apropiaron de las rutinas de pensamiento y su gran utilidad en los procesos de enseñanza al igual que las heurísticas de Schoenfeld lo cual era un cuento desconocido en sus aulas.

A pesar de los diferentes obstáculos se ha logrado la aceptación de incorporación de rutinas de pensamiento en las diferentes actividades cotidianas y que ellos mismos sean quienes identifiquen en qué momento y en qué área logran situarse, en el mismo contexto se logran identificar diferentes tipos de dificultades en los estudiantes, no solo en la resolución de problemas si no en diferentes campos del conocimiento; aun así logre por lo menos el visto bueno de muchos de ellos para continuar con este proceso que hasta ahora se le da un comienzo, no puedo definir y expresar que haya tenido grandes logros, pero he logrado incorporar estas rutinas como parte fundamental de su aprendizaje e identificar una serie de dificultades que sirven como soporte para reforzar cada día más mi trabajo como docente.

9 CONCLUSIONES

Es importante el reconocimiento de ideas las ideas previas de los estudiantes, en la identificación de debilidades y fortalezas en sus procesos de aprendizaje. Las dificultades presentadas en la resolución de problemas de conteo están relacionadas con la falta de dominio conceptual y así como la forma tradicionalista de la enseñanza.

La implementación e incorporación de rutinas de pensamiento en la resolución de problemas de conteo, permitió el desarrollo de habilidades de pensamiento de los estudiantes por medio de la reflexión y el análisis de diversas estrategias que con llevan a soluciones efectivas.

La planeación y en este caso la implementación de unidades didácticas como instrumento permiten la vinculación de estrategias con la incorporación de rutinas de pensamiento y las diferentes heurísticas de resolución, facilitando una conexión adecuada entre docente-estudiante.

La vinculación de la metacognición y rutinas de pensamiento hace visible el pensamiento del estudiante, revelando sus dificultades y fortalezas y así mismo favoreciendo la resolución de problemas de una forma más asertiva.

La implementación de la unidad didáctica permite diseñar e incorporar rutinas de pensamiento por medio de una intervención didáctica que con lleva a resolver problemas de conteo con la incorporación de rutinas de pensamiento, logrando caracterizar la su incidencia en la resolución de problemas de conteo.

10 RECOMENDACIONES

En la institución educativa el Tobal se hace conveniente la implementación de rutinas de pensamiento dentro de cada una de las áreas del conocimiento para así lograr identificar los diferentes obstáculos que vienen presentando los estudiantes en su proceso de aprendizaje.

Se hace necesario que todos los docentes realicen procesos de retroalimentación durante sus intervenciones didácticas y así lograr la identificación de debilidades en sus procesos de formación.

Es recomendable que el proceso de enseñanza de las matemáticas no se limite únicamente a procesos algorítmicos de repetición los cuales llevan a un aprendizaje memorístico y mecánico, se recomienda entonces la implementación de diferentes estrategias como los juegos y que sus aulas sean muy adecuadas a la clase con la incorporación de rutinas de pensamiento que con lleven a una evolución conceptual.

Se recomienda seguir un proceso de cambio el cual vincule a todos los docentes de la institución educativa que permita generar expectativas en donde los estudiantes serán los únicos beneficiados.

11 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acosta Moreno, L. M. (2017). *Resolución de problemas que requieren de la ecuación cuadrática : rutinas de pensamiento y registros de representación semiótica en octavo grado*. Chia: Universidad de la Sabana. Obtenido de <https://repositorios.educacionbogota.edu.co/handle/001/2555>
- Alzate Yepes, T., Puerta C., A. M., & Morales, R. M. (2008). Una mediación pedagógica en educación superior en salud. El diario de campo. *Revista Iberoamericana de Educación*, 2.
- Alzina, R. B. (2004). *Metodología de la investigación educativa*. España: La Muralla.
- Arbelaez Soto, F., Correal Hernandez, J. C., Ceballos Londoño, J. F., & Pineda Cadavid, M. C. (2007). *El aprendizaje de la matemática basado en la resolución de problemas*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Arenas, E. (22 de Abril de 2018). *www.nubeeducativa.com*. Obtenido de <http://nubeeducativa.com/la-importancia-de-formular-buenas-preguntas/>
- Arroyave Metrio, E. A. (2018). *Diseño de una secuencia didáctica para favorecer el proceso enseñanza-aprendizaje de la proporcionalidad directa e inversa mediado por la metodología ABP (Aprendizaje basado en problemas) en el grado séptimo de la I.E. Villa del Socorro*. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.
- Aznar, E. (2007). *www.ugr.es*. Obtenido de https://www.ugr.es/~eaznar/concepto_grupo.htm
- Barrantes, H. (2006). Resolución de problemas. El trabajo de Allan Schoenfeld. En C. d. metamatemáticas, *Cuadernos de Investigación y Formación en educación matemática* (1 ed., págs. 1-9). Costa Rica: Escuela de Ciencias Exactas y Naturales UNED.
- Batanero, C. (2000). ¿Hacia donde va la educación estadística? En D. d. Matemática, *Proyecto PB96-1411* (págs. 2-13). Madrid: Universidad de Granada.
- Batanero, C. (2006). Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: un desafío educativo. En G. S. Thales, *Investigación en el aula de matemáticas. Estadística y*

- Azar, P. Flores; J.Lupiañez (Eds.). Obtenido de <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/ConferenciaThales2006.pdf>
- Buena Jorge, A. (2017). *Aprendizaje basado en el pensamiento. Las rutinas del pensamiento en educacion infantil*. Valladolid: Universidad de Valladolid.
- Carrillo, J. (2000). Aportaciones desde la resolución de problemas a la construcción de conocimiento profesional. *Cuadrante*, 9, 27-54.
- Elosua, M. R. (1993). *Estrategias para enseñar y aprender a pensar*. Madrid: Ediciones Narcea.
- Franco Araujo, A. d., Osorio Acosta, V. I., Rincon Molano, M. I., & Tatis Moreno, D. E. (2009). *El conocimiento pedagogico del contenido, la practica docente en funcion de los procesos de la resolucion de problemas y el uso por los estudiantes en el marco de la clase para pensar*. Barranquilla: Universidad del Norte.
- Fundacion Cemar. (5 de Febrero de 2019). www.fundacioncemar.org. Obtenido de <https://fundacioncemar.org/5711-2/>
- Garcia Ballesteros, J. (2010). Aplicación de la estrategia de resolución de problemas en la enseñanza de Física, Química y Matemáticas en la USTA. *Revista de investigaciones Hallazgos*, 129-148.
- Gobierno de Aragon. (s.f.). *Desarrollar una cultura de pensamiento en el aula*. (C. Gonzalez Franco, Ed.) Obtenido de https://catedu.gitbooks.io/alfabetizaciones-multiples-mas-alla-de-la-lectura/content/desarrollar_una_cultura_de_pensamiento_en_el_aula.html
- Godino, J., & Llinares, S. (2000). El interaccionismo simbolico en educacion matematica. *Revista Educacion Matematica*, 12(1), 70-92.
- Gomez Giraldo, H. (2009). *Estadistica*. Obtenido de <https://www.yumpu.com/es/document/read/1675350/variacion-normal-y-exponencial/77>
- Institucion Nacional de Tecnologias Educativas y de Formacion del Profesorado. (s.f.). www.formacion.intef.es. Obtenido de http://formacion.intef.es/pluginfile.php/48457/mod_imscp/content/1/pensar_para_aprender.html

- Instituto de Matematica y Fisica. (2016). Resolucion de problemas en la enseñanza de la matematica. En U. d. Talca, *PropeMat* (págs. 1-5). Chile: Universidad de Talca.
- Instituto Nacional de Tecnologias Educativas y de Formacion del profesorado. (s.f.). www.formacion.intef.es. Obtenido de http://formacion.intef.es/pluginfile.php/106192/mod_imscp/content/2/pensamiento_invisible.html
- Kawulich, B. B. (Mayo de 2005). *Forum: Qualitative social research sozialforschung*. doi:<http://dx.doi.org/10.17169/fqs-6.2.466>
- Legislacion Consolidada. (2015). *Orden ECD/65/2015*. España: Boletin Oficial del Estado.
- Martinez Vergara, H. E. (2014). *Diseño de una estrategia didactica para que se facilite la apropiacion de la conceptualizacion de la teoria combinatoria en lose estudiantes del grado decimo en la Institucion Educativa Joaquin Vallejo Arbleaez del Municipio de Medellin*. Medellin: Universidad Nacional de Colombia.
- Ministerio de Educacion Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares en matematicas*. Santa Fé de Bogotá: Ministerio de Educacion Nacional.
- Ministerio de Educacion Nacional. (2005). www.mineduacion.gov.co. Obtenido de https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf
- Ministerio de Educacion Nacional. (2016). *Reporte de desempenos semaforizados*. Bogota: Ministerio de Educacion Nacional.
- Morales Benitez, M. Y., & Restrepo Uribe, I. (2015). Hacer visible el pensamiento: alternativa para una evaluación para el aprendizaje*. *Infancias Imagenes*, 89-100. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5263972>
- Orobio Montaña, A., & Zapata Castañeda, P. N. (2017). Influencia curricular en el desempeño en el area de matematicas de las pruebas PISA (2012). *Tecne, Episteme y Didaxis*, 97-113.
- Pensamiento Visible. (s.f.). www.formacion.intef.es. (J. Tipoldi, Ed.) Obtenido de http://formacion.intef.es/pluginfile.php/85206/mod_imscp/content/2/Promover_el_pensamiento_en_el_aula.pdf
- Perkins, D. (1997). ¿Como Hacer visible el pensamiento? *Escuela de graduados en Educacion de la Universidad de Harvard*, 1-4.

- Perkins, D. (1998). *www.conexiones.dgire.unam.mx*. Obtenido de http://conexiones.dgire.unam.mx/wp-content/uploads/2017/11/perkins_david_como_hacer_visible_el_pensamiento.pdf
- Perkins, D. (2015). Sacando al máximo provecho de la mente. *Conferencia llevada a cabo en el congreso Icot, Bilbao*. Bilbao: Congreso ICOT.
- Pifarre, M., & Sanuy Burgués, J. (2001). La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO: un ejemplo concreto. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 19, 297-308.
- Pinzon Triana, Y. P., Poveda Segura, O., & Perez Hernandez, A. (2015). Un estudio sobre el desarrollo del pensamiento aleatorio usando recursos educativos abiertos. *Revista de Innovación Educativa*, 22-37. Obtenido de <http://www.udgvirtual.udg.mx/apertura/index.php/apertura/article/view/605/410>
- Reyes Centeno, M. A. (2016). Disertaciones elementales sobre teoría combinatoria: hacia una inculcación de las matemáticas. *Ciencia e Interculturalidad*, 31-41. doi:10.5377/rci.v19i2.3117
- Rodriguez, I. A. (2009). Habilidades del Pensamiento. *Revista del Centro de Investigación Mimixecua*, 59-73.
- Romero, Y. N., & Pulido, G. E. (2015). Incidencia de las rutinas de pensamiento en el fortalecimiento de habilidades científicas: observar y preguntar en los estudiantes de grado cuarto, ciclo II del Colegio Rural José Celestino Mutis IED. *Serie Premio IDEP*, 61.
- Sanchez Lujan, B. I. (2017). Aprender y enseñar matemáticas: desafío de la educación. *Revista de investigación educativa de la rediech*, 7-10. Obtenido de <https://www.redalyc.org/jatsRepo/5216/521653370002/html/index.html>
- Sepulveda Lopez, A., Medina Garcia, C., & Sepulveda Jauregui, D. I. (2008). *La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas*. Mexico: Educación Matemática.
- Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales. (2 de Noviembre de 2004). *www.thales.cica.es*. Obtenido de https://thales.cica.es/rd/glinex/practicas_glinex_04/48/practica.pdf

- Tamayo A., O. E., Zona, R., & Loaiza Z., Y. E. (2015). El pensamiento critico en la educacion. Algunas categorias centrales en su estudio. *Revista Latinoamericana de estudios educativos*, 111-133.
- Tishman, S., Perkins, D., & Jay, E. (2006). *Un aula para pensar. Aprender y enseñar en una cultura de pensamiento*. Buenos Aires: Aique.
- Universidad Juarez Autonoma de Tabasco. (2008). www.matediscretasjoaquin.webnode.es. (M. Discretas, Editor, & J. D. Blanco, Productor) Obtenido de <https://matediscretasjoaquin.webnode.es/trabajos/unidad-4-analisis-combinatorio/tarea-de-analisis-combinatorio/>
- Valbuena Liaño, P. (2017). *El trabajo por proyectos para implementar rutinas de pensamiento*. Bachelor's thesis.
- Wilhelmi, M. (2004). *Combinatoria y Probabilidad*. España: Departamento de Didactica de la Matematica. universidad de Granada.
- Zapata, L., Quintero, S., & Morales, S. (2010). La enseñanza de la combinatoria orientada bajo la teoria de situaciones didacticas. *Encuentro Colombiano de matematica educativa* (págs. 1-14). Medellin: Compartir palabra maestra.

12 ANEXOS

Anexo 1. Unidad Didáctica

JUGANDO AL AZAR APRENDO PROBABILIDAD



ACTIVIDADES DE INTERVENCIÓN

Objetivo:

Determinar el número de elementos de un espacio muestral en diversos experimentos.
Comprender e identificar sucesos estadísticos y realizar operaciones entre ellos

Materiales: lápiz, borrador, bitácora, dados, monedas, billetes didácticos, guía taller.

Tiempo: 1 hora 30 minutos

Rutina empleada: el puente

Los experimentos se realizarán en el salón de clase.

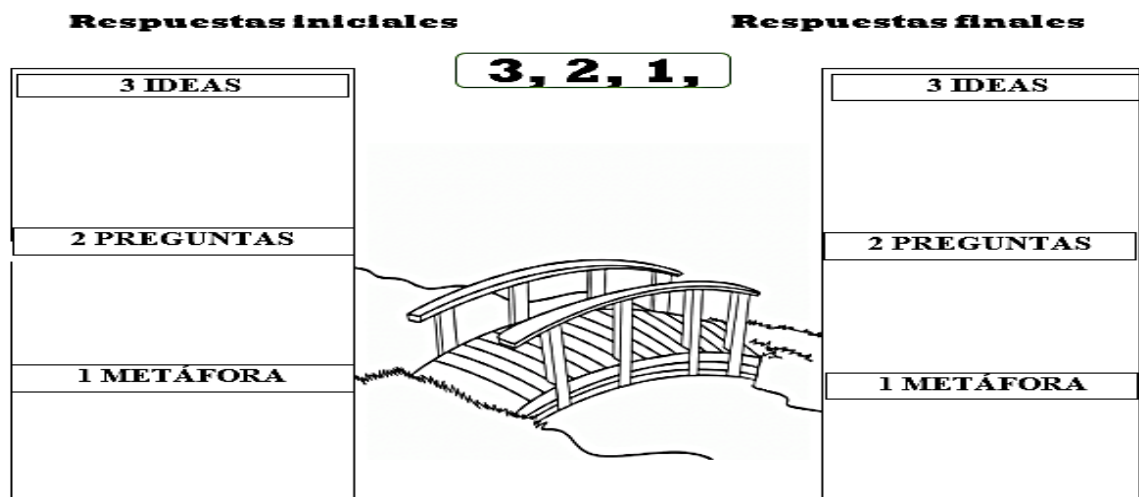
RUTINA DE PENSAMIENTO APLICADA: EL puente.

Esta rutina se aplica antes de la iniciación de la actividad y como conclusión de la misma.

Conocimientos previos: los estudiantes conocen la importancia de las rutinas de pensamiento y cada una de las heurísticas propuestas por schoenfeld para la resolución de problemas.

3-2-1 PUENTE

Esta rutina sirve para potenciar que los alumnos descubran sus pensamientos, ideas y preguntas antes de iniciar un tema en el aula para posteriormente hacerlos conectar con ideas nuevas sobre el tema tras haber recibido alguna instrucción.



Antes de iniciar:

- Enumera 3 ideas que se te ocurran sobre resolución de problemas probabilísticos.
- Piensa 2 preguntas que surjan sobre probabilidad antes de iniciar el trabajo.
- Redacta una síntesis o metáfora sobre el tema de resolución de problemas probabilísticos.

Y ahora...

ACEPTA EL DESAFIO DE RESOLVER PROBLEMAS

| | |
|-----------------------|--|
| Conocimientos previos | Para resolver el problema, los estudiantes deben tener conocimientos previos acerca de lógica de conjuntos |
| Desafío | Los estudiantes deben hallar los elementos del espacio muestral y definir algunos sucesos. |
| Resultados esperados | Los estudiantes entenderán las diversas formas de agrupación de un experimento aleatorio y la importancia que tiene en los diferentes contextos, además hallará algunos sucesos. |

Si tengo un billete de \$5000, uno de \$1000, uno de \$2000 y un billete de \$10000, ¿Cuál es el número total de precios que puedo pagar usando algún o todos mis billetes?

PRIMER PASO: Realiza un dibujo o diagrama que te ayude a resolver la situación y contesta las siguientes preguntas:

¿Entiendo todo lo que dice el problema?

¿Puedo plantearlo con mis propias palabras?

¿Los datos que me proporcionan son suficientes para resolver el problema?

SEGUNDO PASO:

Escribe el total de precios que puedo pagar con estos billetes.

Selecciona los precios que contienen 1000 pesos.

TERCER PASO:

Explorar soluciones:

¿Se puede plantear el problema de otra forma? Descríbela.

CUARTO PASO:

Verificar la solución:

Lee de nuevo el enunciado y comprueba que lo que se pedía es lo que se has logrado realizar.

¿Es posible comprobar la solución? Consideras que todos los billetes están incluidos en los precios conseguidos.

¿Hay alguna otra forma de resolver el problema?

¿Es posible encontrar alguna otra solución?

lanza dos dados al mismo tiempo, repita este suceso durante 20 veces y sume sus valores, registrándolos en la siguiente tabla.

| Lanzamiento | Resultado dado 1 | Resultado dado 2 | Resultado dado 1 + resultado dado 2 |
|-------------|------------------|------------------|-------------------------------------|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |
| 5 | | | |
| 6 | | | |
| 7 | | | |

| | | | |
|----|--|--|--|
| 8 | | | |
| 9 | | | |
| 10 | | | |
| 11 | | | |
| 12 | | | |
| 13 | | | |
| 14 | | | |
| 15 | | | |
| 16 | | | |
| 17 | | | |
| 18 | | | |
| 19 | | | |
| 20 | | | |

¿Qué suma se registró más veces?

¿Qué suma se registró menos veces?

PRIMER PASO:

¿Entiendo la situación?

¿Cómo interpreto los resultados obtenidos?

¿Por qué cree que se dan estos resultados?

¿Sé a qué quiero llegar?

SEGUNDO PASO:

Elabora el espacio maestro del experimento lanzar 2 dados, relaciónala con la tabla de resultados e interpreta los resultados.

| Suma | Posibles formas de conseguir la suma (sucesos). | Total, de posibles formas |
|------|---|---------------------------|
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 4 | | |
| 5 | | |
| 6 | | |
| 7 | | |
| 8 | | |
| 9 | | |
| 10 | | |
| 11 | | |
| 12 | | |

TERCER PASO: Explorar soluciones:

¿Este problema es parecido a otros que ya conocemos?

¿Qué números tienen más posibilidades de salir? ¿Qué números elegirías en un posible juego de dados?

Determina un subconjunto de este espacio muestral en el que se registre el número 6.

Consideras estos juegos cuestión de suerte. Explique.

CUARTO PASO: Verifica la solución:

Lee de nuevo el enunciado y comprueba que lo que se pedía es lo que se has logrado realizar.

¿Es posible comprobar la solución?

¿Hay alguna otra forma de resolver el problema?

¿Es posible encontrar alguna otra solución?

En sus propias palabras defina que es un suceso y experimento aleatorio.

En la ruleta europea, hay un total de 37 números, es decir los números del 1 al 36 más el 0.

Así en total, en esta ruleta, hay un 0 de color verde, 18 números rojos y 18 números negros.

Además, los números del 1 al 36 se pueden dividir también a 18 pares e 18 impares.

(Tomado y adaptado de aula.educa.aragon.es)



Se considera el experimento del juego de la ruleta.

Describe los siguientes sucesos:

S = espacio muestral

A = {obtener un número par}

B = {obtener un número primo}

C = {obtener un múltiplo de 5}

Una urna contiene 9 pimientos numerados del 1 al 9. Se extrae una bola al azar.

Este experimento es aleatorio. Explique

Determine el espacio muestral

Construye los eventos A= es un número primo, B= es un número par C=es múltiplo de 3.

Halla los siguientes sucesos:

AUB AUC BUC A ∩ C A ∩ B A ∩ B



Al concluir:

- Enumera 3 ideas que se te ocurran sobre resolución de problemas probabilísticos.
- Piensa 2 preguntas que surjan sobre probabilidad al concluir este trabajo.
- Redacta una síntesis o metáfora sobre el tema realizado en la actividad.

ACTIVIDAD 2

PRINCIPIO DE LA ADICIÓN Y LA MULTIPLICACIÓN

Objetivos: Definir el principio aditivo y multiplicativo y su aplicabilidad.

Aplicar el principio de adición y multiplicación como técnica de recuento.

Aprendizajes esperados:

Claridad en los conceptos de adición y multiplicación en probabilidad.

Aplicar correctamente los principios en las situaciones planteadas.

Técnicas para la clase: simulaciones, juegos, preguntas

Ambiente de aprendizaje: aula de clase.

Implementos a utilizar: Bitácora, lápiz, borrador, guía taller (anexo 2), materiales necesarios para cada actividad

Metodología:

Motivación:

Se realiza la presentación del tema junto con los objetivos esperados de la clase, en sus bitácoras los estudiantes expresan mediante la rutina de pensamiento las expectativas de la clase y el tema propuesto, a continuación, se presentan a los estudiantes el siguiente video

Técnicas de conteo, principio de la suma, principio de la multiplicación

<https://www.youtube.com/watch?v=u6qc-hglUcg>, el cual se socializa con los estudiantes.

Desarrollo:

Se organizan los estudiantes en grupos de dos, Seguidamente se inicia la aplicación de la actividad en donde se explica detalladamente su ejecución, se hace la entrega de materiales a cada grupo de trabajo.

La actividad termina con la rutina de pensamiento y la comparación antes y después de la actividad.

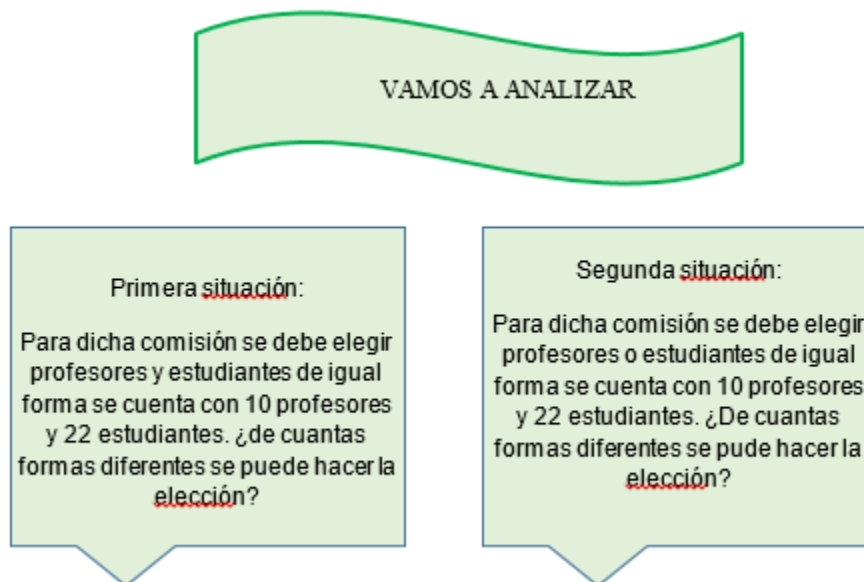
Cierre y Evaluación: Observación directa, Desarrollo del cuestionario, Trabajo en grupo, Participación en la socialización.

Motivación: teniendo en cuenta el video responda:

¿Qué se pretende resolver con estas situaciones planteadas?

¿Qué operaciones matemáticas se emplearon para resolver los problemas?

¿Para qué sirve el principio de adición y multiplicación? Defina cada principio con sus palabras

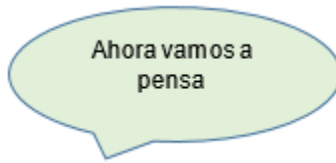


¿A qué principio corresponde cada situación? ¿Explica cuál es la diferencia y por qué?

Analiza y resuelve cada una de las siguientes situaciones:

Para cada una de las siguientes situaciones realice un análisis detallado así: lee atentamente cada enunciado, señale datos puntuales para la resolución, identifique variables, elabore diagramas, dibujos utilice materiales existentes en el aula para dar una correcta solución y mejorar su comprensión.

1. ¿Cuántos números de 1 a 1000, no contienen la cifra 4?
2. Cuantos números de dos cifras pueden formarse con los números 1;2;3;4 y 5, si:
 - a. Se pueden repetir los dígitos
 - b. No se pueden repetir los dígitos.
3. De la ciudad A a la ciudad B, se puede ir mediante 2 beses o 3 trenes. De la ciudad B a la ciudad C se puede ir mediante 2 barcos, 2 trenes o tres aviones. ¿de cuantas formas se puede ir de la ciudad A, a la ciudad C, pasando por B.
4. ¿Cuántos números pares de 3 cifras empiezan con 5 o 7?
5. Se lanzan 2 dados al aire y se suman los resultados obtenidos en sus caras superiores.
 - a. De cuantas formas se puede obtener un múltiplo de 2
 - b. De cuanto múltiplo de 3
 - c. De cuantas formas múltiplo de 2 y 3
 - d. Y de cuantas formas múltiplo de 2 o 3.



¿Qué variables son necesarias para dar solución a las situaciones?

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

¿Qué plan idearon para dar solución a las situaciones.

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

¿Se basó en algunos problemas o tuvo algún prototipo base para solucionar los problemas?

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

¿de las 5 situaciones cual fue la más compleja y por qué?

Consideras la respuesta lógica. Explique:

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

¿Hubo necesidad de replantear algunas situaciones? ¿Cuáles? Explique.

Al concluir:

- Enumera 3 ideas que se te quedaron sobre principio de Adición y multiplicación.
- Piensa 2 preguntas que surjan sobre principio de multiplicación y Adición al concluir este trabajo.
- Redacta una síntesis o metáfora sobre el principio de multiplicación y adición.

ACTIVIDAD 3

PERMUTACIONES ORDINARIAS

Permutaciones

Objetivos:

Comprender el concepto de permutación.

Reconocer y determinar las permutaciones ordinarias.

Saber formar permutaciones.

Aprendizajes esperados:

Entender la diferencia entre permutaciones con repetición y sin repetición

Aplicar correctamente permutaciones en las diferentes situaciones planteadas.

Técnicas para la clase: simulaciones, juegos, preguntas

Ambiente de aprendizaje: aula de clase.

Implementos a utilizar: Bitácora, lápiz, borrador, guía taller (anexo 2), materiales necesarios para cada actividad.

Metodología:

Motivación:

Presentación del tema, junto con los objetivos de la clase, proyección por parte de los estudiantes del tema propuesto mediante rutinas de pensamiento.

Se distribuyen los estudiantes en grupos de tres, a cada grupo se asigna un juego con sus respectivas reglas. (Anexo 3). Durante el juego se aclaran dudas y al finalizar se sacan conclusiones.

Desarrollo:

En este momento se desarrolla el concepto de permutación y las características de una permutación con o sin repetición. (Presentación, explicación y aplicación de fórmulas).

Los estudiantes permanecen en sus grupos de trabajo, para desarrollar la guía taller número tres. (Anexo 3).

Al finalizar la actividad se concluye la rutina de pensamiento mediante un conversatorio.

Cierre y Evaluación:

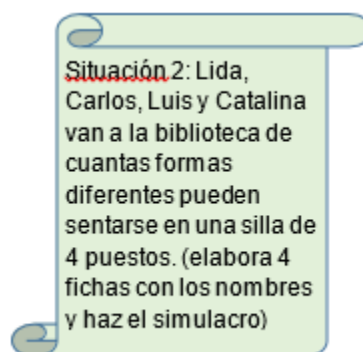
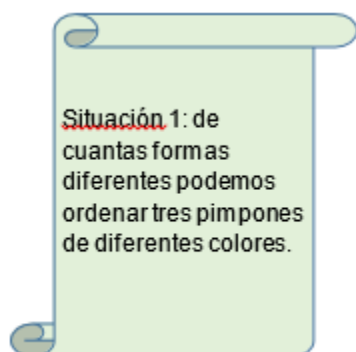
Observación directa

Desarrollo del cuestionario

Trabajo en grupo

Participación en la socialización.

analiza las siguientes situaciones (dentro del aula encontraras material que te ayudara a dar una mejor solución)



¿Qué variables son necesarias para dar solución a las situaciones?

Qué plan idearon para dar solución a las situaciones.

¿Se basó en algunos problemas o tuvo algún prototipo base para solucionar los problemas?

¿de las 2 situaciones cual fue la más compleja y por qué?

Consideras la respuesta lógica. Explique:

¿Hubo necesidad de replantear algunas situaciones? ¿Cuáles? Explique.



Afiancemos nuestros conocimientos

1. ¿De cuántas formas pueden colocarse los 11 jugadores de un equipo de futbol teniendo en cuenta que el portero no puede ocupar otra posición distinta que la portería?
2. ¿De cuántas formas distintas pueden sentarse 8 personas alrededor de una mesa redonda?
3. ¿Cuántos números de 5 cifras distintas se pueden formar con las cifras impares?

Al concluir:



RUTINA DE PENSAMIENTO: CICLO DE PUNTOS DE VISTA

Pensar una lista de diferentes perspectivas y luego usar este protocolo como guía para explorar cada una:

1. **YO PIENSO QUE...***(el tema)* ... **DESDE EL PUNTO DE VISTA DE ...** *(el punto de vista que hayas elegido)*.
2. **YO PIENSO...** *(Describir el tema desde tu punto de vista. Como un actor, asumir la caracterización desde tu óptica)*.
3. **UNA DUDA QUE TENGO SOBRE ESTE PUNTO DE VISTA ES...** Realizar una pregunta que se haya generado.

CERRANDO EL CICLO: ¿Qué nuevas IDEAS tienes ahora sobre el tema que no tenías antes? ¿Qué nuevas preguntas se te han generado?

ACTIVIDAD 4

VARIACIONES ORDINARIAS

Objetivos:

Comprender el concepto de variación.

Saber formar variaciones ordinarias en cualquier orden.

Deducir la fórmula para calcular el número de variaciones.

Aprendizajes esperados:

Entender la diferencia entre variaciones ordinarias

Aplicar correctamente variaciones en las diferentes situaciones planteadas.

Resolver diferentes problemas utilizando variaciones.

Técnicas para la clase: simulaciones, juegos, preguntas

Ambiente de aprendizaje: aula de clase.

Implementos a utilizar: Bitácora, lápiz, borrador, guía taller (anexo 2), materiales necesarios para cada actividad.

Metodología:

Motivación:

Presentación del tema, junto con los objetivos de la clase, rutina de pensamiento como motivación y expectativas frente al tema.

Se hace la distribución de los estudiantes en grupos, para iniciación de juegos (anexo 4). Se realizan observaciones y conclusiones.

Desarrollo:

En este momento se realiza la explicación de conceptos, se aclaran dudas presentadas en los juegos de motivación; luego en los mismos grupos se realiza la resolución de problemas de la guía taller número 4. (Anexo 4).

Al finalizar la actividad se hace retroalimentación de la actividad teniendo en cuenta la rutina de pensamiento planteada.

Cierre y Evaluación:

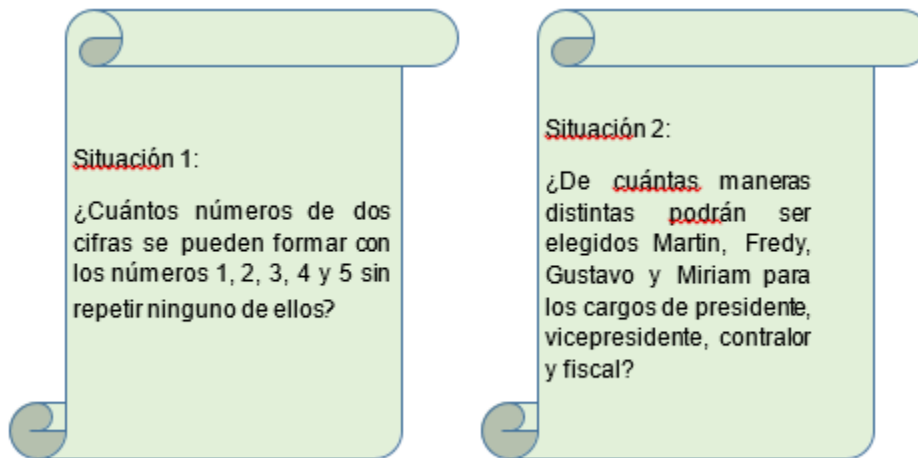
Observación directa

Desarrollo del cuestionario

Trabajo en grupo

Participación en la socialización

Analiza las siguientes situaciones, para ello se les entregara fichas con los números del 1 al 5 y fichas con los nombres de los candidatos.



¿Qué variables son necesarias para dar solución a las situaciones?

Qué plan idearon para dar solución a las situaciones.

¿Se basó en algunos problemas o tuvo algún prototipo base para solucionar los problemas?

¿de las 2 situaciones cual fue la más compleja y por qué?

Consideras la respuesta lógica. Explique:

¿Hubo necesidad de replantear algunas situaciones? ¿Cuáles? Explique.



Afiancemos nuestros conocimientos

¿Cuántos números de 4 cifras se pueden formar con los dígitos impares, sin repetir ninguno de ellos?

A un concurso literario se han presentado 10 candidatos con sus novelas. El cuadro de honor lo forman el ganador, el finalista y un accésit. ¿cuántos cuadros de honor se pueden formar?

En una carrera de 100 metros, cinco atletas (A,B,C,D,E) se disputan las medallas de oro, plata y bronce, ¿Cuántas clasificaciones distintas para la obtención de medallas se pueden presentar?

Al concluir:



RUTINA DE PENSAMIENTO: PUNTOS CARDINALES: E - O - N - S

Una estrategia para examinar o analizar propuestas.

1. E= Emocionante

¿Qué encuentras de emocionante (positivo) en esta idea o planteo?

2. O= pre-O-cupante (Worrisome: Lo marcaremos con una "O" por oeste)

¿Qué encuentras preocupante o inquietante (negativo) sobre esta idea o propuesta?

3. N= Necesito saber

¿Qué más necesitarías saber o averiguar sobre esta idea o planteo? ¿Qué información adicional te ayudaría a evaluar la propuesta?

4. S= Sugerencias para continuar avanzando.

¿Cuál es tu postura u opinión sobre esta idea o propuesta? ¿Qué aportarías o modificarías para seguir avanzando con la evaluación de

ACTIVIDAD 5

COMBINACIONES ORDINARIAS

Objetivos:

Comprender el concepto de combinación.

Saber formar combinaciones ordinarias

Deducir la fórmula para calcular el número de combinaciones.

Aprendizajes esperados:

Entender la diferencia entre combinaciones con repetición y sin repetición

Aplicar correctamente combinaciones en las diferentes situaciones planteadas.

Resolver diferentes problemas utilizando combinaciones.

Técnicas para la clase: simulaciones, juegos, preguntas

Ambiente de aprendizaje: aula de clase.

Implementos a utilizar: Bitácora, lápiz, borrador, guía taller (anexo 5), materiales necesarios para cada actividad.

Metodología:

Motivación:

Presentación del tema, junto con los objetivos de la clase. Los estudiantes por medio de la rutina de pensamiento seleccionada relacionan en la bitácora las expectativas del tema a tratar.

Se hace la distribución de los estudiantes en grupos, para iniciación de algunos experimentos con bolas de billar y análisis de rifas y loterías (anexo 5). Se realizan observaciones y conclusiones.

Desarrollo:

En este momento se realiza la explicación de conceptos, presentación y aplicación de fórmulas; se aclaran dudas presentadas en los juegos de motivación; luego en los mismos grupos se realiza la resolución de problemas de la guía taller número 5. (Anexo 5).

Al finalizar la actividad se hace retroalimentación de la actividad teniendo en cuenta la rutina de pensamiento planteada.

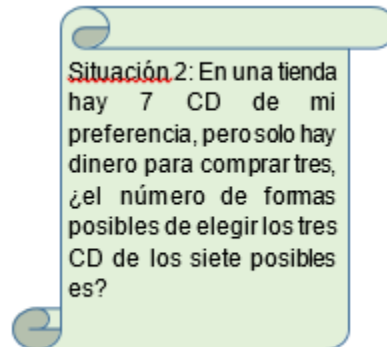
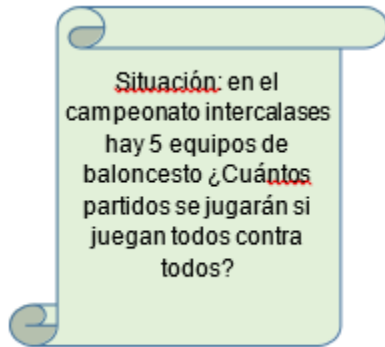
Cierre y Evaluación:

Observación directa

Desarrollo del cuestionario

Trabajo en grupo

analiza las siguientes situaciones:



¿Qué variables son necesarias para dar solución a las situaciones?

Qué plan idearon para dar solución a las situaciones.

¿Se basó en algunos problemas o tuvo algún prototipo base para solucionar los problemas?

¿de las 2 situaciones cual fue la más compleja y por qué?

Consideras la respuesta lógica. Explique:

¿Hubo necesidad de replantear algunas situaciones? ¿Cuáles? Explique.



Afiancemos nuestros conocimientos

En una clase de 35 estudiantes se quiere elegir un comité formado por 3 estudiantes.

¿cuántos comités diferentes se pueden formar?

¿De cuántas formas pueden mezclar los 7 colores del arco iris tomándolos de tres en tres?

A una reunión asisten 10 personas y se intercambian saludos entre todos, ¿cuántos saludos se han intercambiado?

¿Cuántas posibilidades tiene una persona de acertar el premio mayor del juego del Baloto, sabiendo que las posibilidades son del número 1 al 45?

Al concluir:



¿Qué diferencia encuentra entre variación, permutación y combinación? Explique.

¿Qué relación tienen entre ellas?

Plantea un ejemplo de cada una de tu entorno o contexto.