



**LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL  
APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE  
NÚMEROS ENTEROS EN ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO**

**HILDEFONSO MARÍN CAPERA**

**YULENY OLAYA PEREA**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES  
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS  
MANIZALES, COLOMBIA**

**2019**

**LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL  
APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE  
NÚMEROS ENTEROS EN ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO**

**HILDEFONSO MARÍN CAPERA**

**YULENY OLAYA PEREA**

**TRABAJO DE INVESTIGACIÓN**

**TUTORA:**

**MG. SANDRA QUINTERO CORREA**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES  
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS  
MANIZALES, COLOMBIA**

**2019**

## DEDICATORIAS

Dedico este trabajo a Dios y primordialmente a mi familia que son mi espíritu y mi guía a seguir adelante; ya que todo el mejor empeño este puesto en este trabajo y así poder lograr todas mis metas. **“Hildefonso Marín Capera”**

Dedico este trabajo primero a Dios y a mis padres que son un gran apoyo en mi carrera y mi vida que gracias a ellos y a sus enseñanzas desde pequeña me guiaron y me orientaron hacia el mejor futuro y luchar por las cosas que me propongo y que poco a poco lo he logrado, a mi compañero de vida que ha sido mi guía, mi inspiración, mi apoyo incondicional en cada uno de los proyecto que hemos empezados y terminado juntos. **“Yuleny Olaya Perea”**.

A nuestra hija que desde el momento que supimos que venía en camino, nos dimos cuenta que necesitábamos crecer para bríndale un futuro mejor, princesa **“Salome Marín Olaya”** eres nuestro motor, nuestra inspiración, el motivo más grande para salir adelante te amos hija.

## **AGRADECIMIENTOS**

Primordialmente a Dios, a mi familia que me dio la fortaleza para salir a delante, en el grupo de trabajo

Al rector por prestarnos el espacio académico en la institución rural Berlín, en el grado sexto en el cual aplicamos nuestra unidad didáctica

Es importante el resaltar la ardua labor desarrollada por la profesora Sandra María Quintero Correa, que, en la elaboración, aplicación, realización de análisis estuvo presente dándonos aportes y orientaciones para lograr encaminar nuestro trabajo hacia la excelencia buscando de la mejor forma el poder plasmar todos los resultados que se produjeron en nuestra investigación de la unidad didáctica.

A la Universidad Autónoma de Manizales, a sus docentes orientadores por brindarnos sus conocimientos, en el acompañamiento del proceso de nuestra formación Magister.

## RESUMEN

El propósito de la presente investigación consiste en analizar que ocurre en el proceder del escolar cuando se vincula la heurística de Miguel de Guzmán en la resolución de situaciones problemas con números enteros. La investigación tuvo lugar, en la institución educativa rural Berlín, ubicada en Doncello, Caquetá Colombia, con estudiantes de grado sexto. La metodología utilizada en la investigación se realizó desde un enfoque cualitativo, de tipo descriptivo, donde se utilizaron diferentes formas de organización como son el registro, el análisis y la interpretación. (Tamayo, 2003, p.35).

En primera instancia se logró percibir que los escolares no hacían uso de ninguna secuencia o de estrategia que lograra especificar los pasos seguidos por cada uno de ellos en la resolución de las situaciones planteadas. En el momento en que se implementó la heurística de Miguel de Guzmán, se notó que el escolar después de familiarizarse con el problema lograba plasmar los caminos de aprendizaje para su resolución, identificando fortalezas y debilidades en el desarrollo de la didáctica.

**Palabras clave:** Resolución de problemas, familiarización, Representación de los números enteros; Búsqueda y diseño de estrategias, desarrollo y aplicación de estrategia. Revisión los procesos y análisis de resultados.

## ABSTRACT

The purpose of this research is to analyze what happens in the behavior of the school when it is linked to metacognitive regulation (planning, monitoring and evaluation) in the resolution of problems with whole numbers. The research took place in the rural educational institution Berlin, located in Doncello, Caquetá Colombia, with sixth grade students. The methodology used in the research will be carried out from a qualitative perspective, it is of a descriptive type, where different forms of organization are used such as registration, analysis and interpretation, therefore the moments of the didactic unit framed within of the qualitative approach (Tamayo, 2003, p.35).

In the first instance it was possible to perceive that the students did not use any sequence or strategy that managed to specify the steps followed by each of them in the resolution of the situations posed. At the time that Miguel de Guzman's heuristic was implemented, it was noted that the student, after becoming familiar with the problem, was able to capture the learning paths he followed for the resolution of the problem, since he achieves that he understands the problem better, through mental representations, opening the way to the elaboration of strategies preceded by the paths that followed for the solution and reflection on their actions in the classroom, identifying strengths and weaknesses that were presented in the development of the unit.

**KEYWORDS:** Problem solving, familiarization, representation of whole numbers heuristic problem solving; authentic problems; metacognitive regulation, representation of integers, planning, monitoring and evaluation.

## CONTENIDO

1	PRESENTACIÓN.....	10
2	ANTECEDENTES.....	11
2.1	RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS .....	11
2.2	APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS ENTEROS.....	13
3	ÁREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN .....	16
4	JUSTIFICACIÓN.....	17
5	REFERENTE TEÓRICO.....	20
5.1	MARCO CONCEPTUAL.....	20
5.1.1	Resolución de problemas .....	20
5.1.2	Familiarizarse con el problema .....	21
5.1.3	Búsqueda de estrategias .....	21
5.1.4	Desarrollo de la estrategia.....	23
5.1.5	Revisión del proceso .....	24
5.1.6	Aprendizaje de los números enteros .....	25
6	OBJETIVOS.....	27
6.1	OBJETIVO GENERAL .....	27
6.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	27

7	METODOLOGÍA .....	28
8	RESULTADOS .....	29
9	DISCUSIÓN DE RESULTADOS .....	31
9.1	Momento uno: ubicación.....	31
9.1.1	Análisis del momento uno .....	33
9.2	MOMENTO DOS DE DESUBICACIÓN .....	34
9.3	MOMENTO TRES DE REENFOQUE .....	38
9.4	ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA.....	43
10	CONCLUSIONES .....	48
11	RECOMENDACIONES .....	49
12	REFERENCIAS .....	50
13	ANEXOS.....	52
13.1	Anexo 1. Evaluación diagnóstica de números enteros.....	52
13.2	Anexo 2. Instrumento 2 momentos de desubicación .....	54
13.3	Anexo 3. Instrumento 3 momentos de reenfoque .....	57
13.4	Aprendamos a llenar un crucigrama .....	58
13.5	Anexo 4. Entrevista semiestructurada.....	61

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1 desarrollo de estrategia .....	23
Tabla 2 Actividad evaluación diagnostica de números enteros.....	31
Tabla 3 Instrumento 2: actividad analizando y resolviendo (números positivos y negativos) .....	35
Tabla 4 Instrumento 3: actividad mate-grama de números enteros.....	39
Tabla 5 Instrumento 3: entrevista semiestructurada .....	43

## 1 PRESENTACIÓN

En la planificación el docente debe plasmar las ideas o los conocimientos que desea impartir, tomando diferentes puntos de vista. Con el fin de que estos generen diferentes caminos de aprendizaje apuntando hacia un objetivo específico, para que los estudiantes construyan conceptos. En este sentido es, fundamental que el docente tenga presente tres aspectos relevantes: contexto, situación y problema.

Ahora bien, el conjunto de los números enteros siempre se ha subestimado como objeto matemático por tal razón se busca activar en el estudiante procesos de pensamiento que permita observar, analizar y razonar sobre sus operaciones y representatividad para la toma de conciencia de su propio proceso aprendizaje. Debido a lo anterior la aplicación de tareas que llevarán al estudiante a desarrollar procesos de razonamiento que son usados para la solución de las tareas hechas de forma estructurada con base a las competencias matemáticas, en las cuales el docente forma parte indispensable en el actuar del estudiante.

En el desarrollo de esta propuesta de investigación, es importante crear en el aula diversas estrategias que motiven al escolar para que pueda formarse como un ser autónomo, reflexivo y respete las ideas de los demás compañeros aprendiendo a trabajar e identificar la importancia del trabajo en equipo, buscando potencializar las diferentes actitudes, dando como resultado la comprensión de lo enseñado por el docente y la aplicación de este saber relacionándolo con su vida cotidiana.

## **2 ANTECEDENTES**

En la presente investigación se establecieron dos categorías, la primera hace referencia a la búsqueda de investigaciones realizadas en las cuales vinculan la resolución de problemas como estrategia didáctica y la otra se enfatiza en los estudios realizados sobre procesos de aprendizaje de los números enteros centrándose en el estudio y aplicación de la adición y sustracción.

A continuación, se describen los antecedentes encontrados:

### **2.1 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

Una de las necesidades dentro de los procesos de formación en matemáticas, es la necesidad de vincular la resolución de problemas como estrategia didáctica hacia el desarrollo de competencias en los estudiantes; en este sentido Bahamonde y Vicuña (2011) en su investigación titulada “Resolución de problemas matemáticos” relacionada con los procesos de enseñanza y aprendizaje buscó que los escolares adoptaran de manera positiva diferentes situaciones que se relacionan con su entorno escolar y su entorno por fuera del aula. Esta investigación fue aplicada a dos cursos de enseñanza básica pertenecientes al liceo Nobelios de la comuna de punta arena, aplicado en el comienzo del año escolar. En primer lugar, se presentó la matriz diagnóstica del área, variables, indicadores evaluativos, fuentes de información, instrumentos y modos de aplicación, para así analizar e interpretar los resultados obtenidos al comienzo y final de la experiencia pedagógica, los cuales hacen alusión al desarrollo y avance de la resolución de problemas.

La relación que presenta la investigación con el proyecto es que ambas ven en la resolución de problemas una oportunidad para que el escolar actúe como ser autónomo e integral, en los cuales el docente ve la resolución de problemas como estrategia metodológica, ya que potencia las competencias, el razonamiento, desarrollando habilidades para la vida diaria y no solo aplicables para las matemáticas, al usar el intelecto para dar solución a diversas

situaciones polémicas que se le presenten, en donde el escolar logre retroalimentar los que ha estudiado.

En este mismo sentido y con la finalidad de determinar los pasos que se aplican desde el método de Pólya en la resolución de problemas matemáticos, Escalante, 2015 realizó una investigación con alumnos de grado quinto de la Básica primaria de la Escuela Oficial Rural Mixta “Bruno Emilio Villatoro López” del municipio de La Democracia, departamento de Huehuetenango., con el objetivo de formar estudiantes con competencias cognitivas, capaz de reconocer, plantear y resolver problemas, la muestra fue de 25 alumnos entre las edades de 9 a 11 años que cursaron quinto grado de primaria, en la cual los estudiantes demostraron progreso en la resolución de problemas en el curso de Matemática, con tendencias a seguir mejorando en las siguientes clases después de la aplicación del método de Pólya, comprobando su efectividad.

A nivel curricular es conveniente identificar estudios realizados en los cuales se vincula la resolución de problemas con la intención de desarrollar el pensamiento en los estudiantes; en este sentido, Moreno, 2012 en su estudio de tipo cuasi experimental cuyo objetivo fue desarrollar una forma de pensamiento que les permita a los estudiantes, expresar matemáticamente situaciones que se presentan en diversos entornos socioculturales, así como utilizar técnicas adecuadas para reconocer, plantear y resolver problemas. Realizó una evaluación de resolución de ecuaciones, que consistió en una serie de pasos, Con una muestra de 278 estudiantes inscritos en primer grado y 94 en segundo, en donde concluyó que un aprendizaje significativo no puede reducirse a la memorización de hechos, definiciones y teoremas, ni tampoco a la aplicación mecánica de ciertas técnicas y procedimientos. Donde su principal recomendación fue producir un cambio educativo en la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje en el planteamiento y resolución de ecuaciones.

## 2.2 APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS ENTEROS

Los números enteros son de gran funcionalidad en la vida de todo ser humano, independientemente si lo hace de forma natural (razonamiento lógico) o por inercia. También puede ser que el escolar tenga un concepto claro de este conjunto numérico, de cómo hacer su representación y como hacer su operación utilizando algoritmos.

Por lo anterior, al realizar el rastreo bibliográfico que atienda a la categoría de Aprendizaje de los números enteros, se encontraron las siguientes investigaciones:

Cuando se habla de los números enteros, se hace necesario abordar su composición, en la cual es necesario incluir el cero (0) y su significado en la recta numérica, así como también, la operatividad entre ellos; al respecto, Castillo (2014) en su investigación “Aprendizaje de adición y sustracción de números enteros a través de objetos físicos”, la cual surgió de la necesidad de implementar clases alternativas de matemática en la educación básica, edificando las dificultades en el trabajo de los escolares con los números enteros, con estudiantes del grado séptimo, 29 niñas y 12 niños, entre las edades de 12 y 15 años con los cuales se implementaron dos objetos físicos a través de una secuencia didáctica, en donde se aplicaron procesos metodológicos, la investigación-acción e ingeniería didáctica. A partir del diseño metodológico se desarrollaron tres fases: diagnóstica, diseño-aplicación y evaluación. Castillo percibió el agrado de los estudiantes por el cambio en el ambiente de aprendizaje, la posibilidad de un trabajo colaborativo, la mediación de los objetos en el proceso de enseñanza-aprendizaje, los cambios en diversos registros de representación y el avance en el trabajo con los números enteros. En esta última fase se llevó a cabo una evaluación con el objetivo de diagnosticar las dificultades en el tratamiento de situaciones a través de los siguientes indicadores: Escribe los símbolos  $>$ ,  $<$  o  $=$  entre números enteros, ubica números enteros en la recta numérica y en el plano cartesiano, halla el valor absoluto de un número entero, Realiza adiciones con  $\mathbb{Z}$ , realiza sustracciones con  $\mathbb{Z}$ , resuelve operaciones de adición y sustracción  $\mathbb{Z}$ , resuelve situaciones de adición y sustracción provenientes del lenguaje verbal (tengo, bajar, grados bajo cero, etc.). No obstante es de gran pertinencia nombrar la fase de diseño y aplicación: en la que las dificultades

presentadas por los estudiantes en el manejo de las estructuras adictivas de números enteros, permitieron el diseño y aplicación de dos objetos físicos. La evaluación refleja los efectos en la implementación de los objetos físicos a través de la comparación de empezando como fase primera la evaluación inicial vs y evaluación final.

En esta misma línea, (Eva cid, 2003) refiere que quien en su aporte de investigación llamado “La investigación didáctica sobre los números negativos: estado de la cuestión” menciona algunos estudios como los siguientes.

Según Kuchemann (1980,1981) propone a los alumnos de 14 años un cuestionario sobre suma, resta, multiplicación de enteros. buscó establecer qué pasaba con relación al obstáculo epistemológico, el cual alude a que son muchos los modelos concretos que se utilizan en la enseñanza de los números enteros deudas, partencias, temperatura, fichas de dos colores, objetos en movimiento los cuales se pueden clasificar en dos tipos: modelos de neutralización en los que dos números enteros opuestos representan fuerzas que se neutralizan y modelos de desplazamiento en los que los números enteros representan desplazamientos a lo largo de un camino, en uno u otro sentido, profundiza en los obstáculos epistemológicos en los estudiantes identificando si esta situación se presenta también en la actualidad. (p, 15).

Las nociones básicas en matemáticas, le permiten al docente establecer las conexiones para lograr una mayor competencia en el dominio de la operatividad y en la resolución de problemas, mediante los razonamientos de algunas preguntas esenciales que llevan al escolar a cuestionarse sobre estas situaciones; esto se evidencia en la investigación de Borjas (2009) titulada “aprendizaje de los numeros enteros, una experiencia significativa” realizada con estudiantes del grado septimo, en la cual se identificó que los 27 alumnos entre 13 y 14 años del primer ciclo del grado 7° presentaban dificultades al momento de operar la adición y sustracción de los numeros enteros, pero esta dificultad se hacia mas evidente al trabajar las operaciones con los numeros enteros, esta situacion refleja constantes errores en la resolución de problemas. Este estudio buscó dar solución a esta problemática con ayuda de actividades lúdicas y con apoyo del trabajo en equipo; por lo

tanto, se aplicó una prueba diagnóstica la cual consistía en siete problemas que involucran la conceptualización acerca de los números enteros, su representación y operatividad aplicando guías de trabajo, fichas de colores, cálculo mental sumando números enteros. Se desarrollaron diferentes actividades de aprendizaje y se identificaron varias observaciones del desempeño de los escolares.

Los resultados obtenidos fueron evidentes, al establecer que la mayoría de los estudiantes ubican correctamente los números enteros en la recta numérica y saben distinguir entre parejas de números positivos y negativos, pero no ocurre lo mismo cuando tiene que operar dos números negativos.

Cada una de las anteriores investigaciones establece un marco referencial, vinculando varias actividades que pueden ser implementadas durante el desarrollo de la clase al momento de la enseñanza y aprendizaje de los números enteros con los estudiantes, partiendo desde su forma de operar y su representación en la recta numérica, en los cuales se pueden identificar los errores que se presentan de tipo epistemológico relacionados con la lectura y escritura de los números, la clasificación de los números negativos y positivos, la posición del cero, las operaciones del conjunto de los positivos y negativos. De esta forma, se puede identificar las dificultades en el aprendizaje y reconocer los errores que presentan los escolares al resolver situaciones problema. Por esta razón, el objetivo de esta investigación, es facilitar la comprensión y operatividad de los números enteros y su representación, buscando a través de actividades superar los errores que presentan los estudiantes.

### 3 ÁREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

Con relación a los planteamientos anteriormente realizados por el ICFES, donde se encuentra plasmado un modelo metacognitivo con el programa “Todos a aprender”, la Institución Educativa Rural Berlín, ha implementado diferentes estrategias a las tradicionales; es evidente que este acercamiento no ha alcanzado a superar el aprendizaje pasivo en los estudiantes de básica secundaria. El propósito de este trabajo de investigación es identificar procesos didácticos presentes en la resolución de problemas para potenciar el nivel de comprensión e interpretación, que inciden en los procesos de representación y las operaciones de adición y sustracción con números enteros. Tema que se ha convertido en una dificultad para los estudiantes de sexto grado, como lo plantea: Castillo (2014), “es muy común la dificultad de los estudiantes para generar representaciones mentales significativas del concepto del número cero, así como para la aprehensión de los números negativos; esta situación es un limitante para la aplicación de las estructuras aditivas en problemas” (p.21)., lo cual termina reflejándose en la falta generalizada de interés por las matemáticas; situación que obliga necesariamente a plantear la siguiente pregunta de investigación

¿Qué procesos facilitan la resolución de problemas como estrategia didáctica para abordar la adición y sustracción de números enteros en estudiantes de grado sexto de la I.E. Rural Berlín?

## 4 JUSTIFICACIÓN

Los resultados arrojados por el sistema de evaluación institucional S.E.I (formativa, bimestral de admisión y de promoción, establecida por la Institución) aplicadas como mecanismo de seguimiento y mejoramiento de los procesos pedagógicos de la Institución, además de las pruebas externas (saber, diagnóstica aprendamos, supérate con el saber) en el área de matemáticas y más concretamente en el pensamiento numérico y sistema de números, dan cuenta del desempeño de la Institución Educativa Rural Berlín, el cual se ubica en el nivel bajo, resultado que ha prevalecido durante los dos últimos años.

Al intentar buscar una explicación al problema planteado, acudimos a los informes y compromisos anuales hechos en las diez últimas autoevaluaciones institucionales, exactamente en el componente académico, sin obviar el administrativo y el de extensión a la comunidad, donde se encuentran establecidos algunos compromisos dentro del proceso de mejoramiento, los cuales no se han cumplido sino que de manera reiterativa se dan las prácticas de aula en forma tradicional y no sólo en matemática, sino en las demás áreas del conocimiento, por lo tanto es muy difícil alcanzar resultados diferentes si se continúa haciendo lo mismo.

He ahí la urgente necesidad de implementar nuevos métodos, recursos y estrategias didácticas, que conlleven a realizar acciones concretas y así poder cambiar los resultados arrojados por las anteriores evaluaciones institucionales que la posicionan en un nivel bajo.

Al respecto Tobón (2006) aclara que “la necesidad de conseguir algo externo al propio aprendizaje estimula un esfuerzo que tiende a afectar a los resultados”.

Aquí se trata de romper con esos modelos y paradigmas relacionados con estrategias didácticas instruccionalistas, verbalísticas y repetitivas que algunos maestros se niegan a abandonar, premiando con su actitud el aprendizaje memorístico. Esto hace que el nivel de comprensión e interpretación en la resolución de problemas sea un primer obstáculo, viéndose reflejado en los bajos resultados obtenidos con la aplicación de los diferentes

instrumentos evaluativos mencionadas anteriormente, en el caso de los estudiantes de 6°, al hacer el análisis de las variables (comprensión, interpretación, argumentación) inmersas en estos procesos, se encuentra que la que tiene mayor incidencia es la falta de comprensión e interpretación que conlleva al desinterés por las matemáticas. Aquí se trata de romper con esos modelos, paradigmas y estrategias didácticas tradicionales, impidiendo el desarrollo y fortalecimiento de los procesos de reflexión en la resolución de problemas que vinculan operaciones de adición y sustracción con fracciones.

El uso de procesos en la resolución de problemas, potencia en los escolares el desarrollo de actitudes, habilidades, destrezas y también la apropiación de los saberes de manera pertinente, eficaz y con sentido, al mismo tiempo fortalece los procesos pedagógicos y didácticos, que permiten un cambio de actitud frente al estudio y al fortalecimiento de estas habilidades para mejorar las competencias comunicativas en el área de matemáticas.

La enseñanza de las matemáticas no es una tarea fácil, puesto que es un conjunto de conocimiento, información, valores, idea, experiencia, técnicas, normas, habilidades desde un individuo a otro en continua evolución y están relacionadas con diversos procesos formativos del ser humano. Es responsabilidad de los docentes del área de matemáticas implementar este tipo de estrategias didácticas que permitan la solución de problemas en el ámbito social, cultural y cotidiano, despertando en los estudiantes el deseo de construir el conocimiento de manera consciente.

Según Sammons (1998). El progreso de los alumnos es evidenciado cuando los maestros son sensibles a las diferencias en el estilo de aprendizaje de los alumnos y cuando identifican y utilizan estrategias adecuadas. (p. 44).

Por lo tanto, es necesario que, en el área de matemáticas, los estudiantes de grado 6° desarrollen los procesos didácticos en la resolución de problemas; para lo cual se requiere del uso e implementación de recursos, métodos y estrategias adecuadas que les facilite transformar los conocimientos previos o alternativos en nuevos conocimientos de manera

autónoma, libre y espontánea, convirtiéndose en seres creativos, críticos y reflexivos, capaces de transformar sus propios esquemas mentales.

El conjunto de los números enteros siempre se ha subestimado como objeto matemático ya que al parecer para los estudiantes es fácil obtener su resultado mediante la aplicación de procesos algorítmicos; por tanto esta estrategia busca o permite activar en los estudiantes los procesos de pensamiento hacia la observación, análisis y razonamiento sobre sus operaciones con número enteros (suma y resta), para la toma de conciencia del propio proceso cognitivo siendo indispensable el actuar del estudiante.

Al trabajar con situaciones problema que hacen referencia a aspectos de la vida diaria, llevamos al escolar a que pueda identificar y contextualizar el concepto que se quiere, para que él pueda tener una generalización de su problema a resolver y luego identifique su particularización. Por tanto, lo que se busca es activar en el estudiante procesos de pensamiento donde el alumno observe, analice y razone sobre los números enteros y su operatividad buscando activar en el estudiante los caminos de aprendizaje que logren crear una cultura trabajada con ayuda de las competencias matemáticas.

Se pretende además con la presente investigación, implementar diferentes estrategias en el aula de clase, que generen motivación en el escolar para formarse como un ser autónomo, reflexivo y respete las ideas de los demás compañeros, identificando la importancia del trabajo en equipo, buscando potencializar las diferentes actitudes, dando como resultado la comprensión de lo enseñado por el docente y la aplicación de este saber relacionándolo con su vida cotidiana y recreando la importancia al abordar los números enteros desde situaciones problemas relacionada con el entorno escolar como estrategia didáctica para mejora el aprendizaje de los números enteros y sus operaciones al trabajar en la recta numérica los positivos a la derecha y los negativos a la izquierda .

## **5 REFERENTE TEÓRICO**

### **5.1 MARCO CONCEPTUAL**

Para el presente proyecto de investigación se tendrá en cuenta el siguiente referente teóricos que hace alusión a la resolución de problemas como estrategia didáctica desde la heurística de Miguel De Guzmán y los procesos para el aprendizaje de los números enteros.

#### **5.1.1 Resolución de problemas**

En la resolución de problemas se crea la necesidad de planear y diseñar estrategias que lleven al docente a una constante interacción con sus estudiantes, permitiendo observar su proceso de evolución y también las dificultades que se le presenten, a fin de lograr un progreso constante. Haciendo relación a cada una de las actividades diseñadas y las investigaciones que se han desarrollado sobre las dificultades de aprendizaje y errores de los alumnos se pueden identificar las siguientes: Cuando el escolar se enfrenta a situaciones problemas, en las cuales el busca dar solución a la problemática, estableciendo la relación que se presenta en situaciones de la vida cotidiana con las matemáticas aplicadas al entorno escolar, es de esta manera que el escolar identifica clasifica, determina la información que establece mediante cada situación que se le propone en el aula de clase y fuera del aula en su contexto; es así como construye los objetos matemáticos trabajados logrando obtener como resultados respuestas en las cuales el estudiante analice, observe, razone, obtenga conclusiones sobre los resultados obtenidos de esa determinada situaciones problema.

Mediante la transversalidad se lleva al estudiante a pensar más allá de los algoritmos y mirar las matemáticas en su relación con las situaciones que se presentan a diario, buscando dar posibles soluciones a las situaciones problema propuestas. ¿De qué le sirve al estudiante memorizar gran cantidad de teoremas y propiedades relativas con poco significado sin saber cómo utilizarlos? A la resolución de problemas se le ha llamado, con razón, el corazón de las matemáticas, pues ahí es donde se puede adquirir el verdadero sabor que ha atraído y atrae a los matemáticos de todas las épocas. Del enfrentamiento con problemas adecuados es de donde pueden resultar motivaciones, actitudes, hábitos, ideas para el

desarrollo de herramientas, en una palabra, la vida propia de las matemáticas (Guzmán, 1984, p.5). Teniendo en cuenta la heurística de guzmán, para dar solución a un problema de manera efectiva, es necesario que el estudiante tenga en cuenta los siguientes pasos:

### **5.1.2 Familiarizarse con el problema**

Es aquí donde el estudiante establece globalizar todas las acciones encaminadas a comprender del modo más preciso posible, la naturaleza del problema que va a enfrentar. En esta etapa se debe realizar una lectura profunda de las pistas que ofrece el problema, hacerse una idea clara de los elementos que intervienen, jugar mentalmente con ellos o de ser posible, materializarlos y manipularlos; identificar cuál es la situación de partida y cuál la de llegada, lo que hay que lograr; revisar si se ha trabajado con un problema similar; no apresurarse, esto suele causar el pronunciamiento de ideas que provienen de malas interpretaciones.

El proceso de familiarización tiene como etapa inicial relacionarse con la situación, en donde es esencial tener claro el problema a trabajar, tener presente cual información es permitente para ayudar a dar solución a ala problemáticas así esta sea difícil en donde la información se puede aplicar Las sugerencias que el autor ofrece son: ¿De qué trata el problema? ¿Cuáles son los datos? ¿Qué pide determinar o comprobar el problema? ¿Se dispone de datos suficientes? ¿Guardan los datos relaciones entre sí?

### **5.1.3 Búsqueda de estrategias**

Se trata de determinar unas cuantas estrategias para abordar el problema. No ha llegado el momento de aplicarlas, sino de seleccionar dentro del archivo de estrategias del estudiante, cuáles parecen que se adecúan más a la naturaleza del problema. Dentro de las sugerencias del autor se pueden encontrar:

Empieza por lo fácil, proponer un problema semejante mucho más sencillo y tratar de resolverlo, luego proceder a complicarlo hasta llegar al propuesto inicialmente, de esta manera pueden aparecer probablemente más claros ciertos principios que eran confusos en

la complejidad del problema grande, poco a poco van cayendo las piedras de lo que parecía una muralla inasequible y el estudiante se va animando con el éxito parcial en la resolución del problema.

Experimenta mediante técnicas fructíferas la resolución de problemas, a partir de este método puede surgir una conjetura que permite predecir cómo va a ser la situación para un caso más grande. Se recomienda hacer un esquema, una figura, un diagrama, son muchos los problemas que se hacen evidentes cuando se ha encontrado la representación adecuada de los elementos que en él intervienen, es importante que la imagen o el diagrama que se utilice, incorpore los datos relevantes suprimiendo aquellos que son innecesarios y que pueden llevar a una confusión, de esta manera se encontrarán fácilmente las relaciones entre los aspectos importantes del problema, que permitan clarificar notablemente la situación.

Escoger un lenguaje apropiado, una notación apropiada, ya que existen muchos lenguajes mentales (de la lógica, de las matemáticas, el analógico que se sirve de modelos, el imaginativo, el pictórico que trabaja con figuras, esquemas, diagramas) que pueden ser útiles en ciertas circunstancias pero totalmente infructuosos en otras, en el caso de las matemáticas se puede servir del lenguaje geométrico, algebraico, analítico, probabilístico, entre otros, es por eso que antes de empezar a trabajar a fondo en un problema, el estudiante deberá cuestionarse acerca de ¿si debe usar el lenguaje geométrico, o un diagrama, o quizá el lenguaje algebraico o analítico? ¿Tal vez lo que se adapte mejor sea una modelización que pueda manipular con sus manos?, luego de decidir el estilo de pensamiento que va a utilizar, es muy conveniente que el estudiante dedique el tiempo preciso a pensar en la forma concreta de aplicarlo.

Se recomienda busca un problema semejante, a medida que el estudiante adquiere cierta experiencia en la resolución de problemas, es probable que en el fondo de su mente encuentre alguna situación que se parece a la que se propone, al hacerlo probablemente surgirán algunos procedimientos de ataque de ese tipo de problemas que proporcionarán estrategias válidas para la situación que se está trabajando ya que con esta se busca

demostrar que si cualquiera de los elementos que tiene el problema cumple cierta propiedad, entonces también el siguiente la tiene.

Franco (2009) Suponer el problema resuelto. En este sentido, un problema se ve mucho mejor cuando se mira desde otra perspectiva, es bueno que el estudiante se coloque en la situación final y vaya retrocediendo hacia la inicial, el camino es a veces más claro.

Suponer que no, se parte que la condición inicial no es verdadera y se analiza qué se deduce de ahí, tratando de llegar a alguna contradicción con algún hecho, principio, teorema o hipótesis que se da por cierta, si se consigue, se ha terminado (p.22)

### 5.1.4 Desarrollo de la estrategia

En este momento se pasa a aplicar la estrategia seleccionada. Cuando se tiene un problema sencillo es posible que, tras las primeras dos fases, alguna de las estrategias que se le han ocurrido al estudiante pueda conducirlo hacia la solución del problema, pero cuando el problema es de naturaleza difícil, suele sentir que ninguna de las estrategias que ha planteado lo puedan llevar a un puerto seguro. En este momento es necesario llevar a cabo el plan de acción que la estrategia sugiere sin doblegarse ante cualquier dificultad pero sin empeñarse cuando el plan parece conducir a un callejón sin salida. Usualmente, el gráfico de resolución de problemas debería tener el siguiente aspecto:

**Tabla 1 desarrollo de estrategia**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Familiarizarse	■								
Buscar Estrategias		■			■		■		
Realizar			■			■		■	
Revisar				■					■

Es necesario no entusiasmarse con soluciones a medias, si parece que ninguna de las estrategias puestas en marcha, no conduce a ningún objetivo lo mejor es volver a la fase anterior, si al tiempo que se está realizando el plan de ataque surgen nuevas ideas

distractoras, es mejor dejarlas a un lado, pero se pueden apuntar aquellas que sirvan de ayuda. A modo de conclusión, el autor sugiere tener en cuenta lo siguiente: llevar a cabo las mejores ideas que se nos hayan ocurrido, una a una; no hay que desanimarse a la primera oportunidad, pero tampoco insistir si las cosas se complican demasiado; reflexionar sobre la validez de cada paso; preguntarse si lo que se ha obtenido es la solución y estudiarla a fondo.

### **5.1.5 Revisión del proceso**

Este es el momento más satisfactorio, ya que aquí se ha resuelto el problema, es el momento de observar el propio proceso de pensamiento, la actitud frente al problema, si es posible contar con la forma de resolución de otra persona, mucho mejor, es bueno aprovechar el examen de distintas formas posibles de proceder. La reflexión sobre el proceso debe realizarse desde dos puntos de vista distintos, una local, referida al problema concreto que se ha estado manejando hasta hora, y otra más general, global y profunda que antes de ir más al fondo, examinando los posibles bloqueos que se manifestaron, las aptitudes y tendencias que se hacen patentes a través de este ejercicio, los posibles progresos hacia la meta que consiste en mejorar la forma de proceder. La reflexión local debe concentrarse en examinar el camino seguido, ¿cuáles han sido los cambios de rumbo en el tratamiento del problema? ¿Qué es lo que los ha motivado? ¿Te acercaste a las estrategias correctas? ¿En qué momento y por qué? O bien ¿cómo es que no se logró dar con las estrategias adecuadas? ¿Te faltaba información sobre el tema en que el problema se encuadraba? ¿Te faltó audacia para proponerte ideas? ¿Falló el tesón para seguir una línea correcta? ¿Cómo se originaron las ideas que más contribuyeron o más te acercaron a la solución? Y en extraer más provecho de este problema, tratando de entender la validez de la solución, buscar una manera más simple de resolver el problema, a veces ciertos problemas dan lugar a varias preguntas interesantes.

La reflexión más profunda, debería ir haciendo capaz, a través de experiencias repetidas de resolución de problemas, de hacer un diagnóstico, lo más preciso, del propio estilo de pensamiento, ¿visual o analítico? ¿Se depende de la fórmula, la expresión verbal, de la

imagen? ¿Se tiene el compromiso con una sola idea, sin flexibilidad? ¿Cómo se podría aumentar la fluencia espontánea de ideas variadas, originales, novedosas?

Es necesario volverse sobre él y sobre el proceso de pensamiento e iniciar una reflexión, bajo la luz de las siguientes sugerencias: Examinar a fondo el camino seguido. ¿Cómo se ha llegado a la solución? O ¿por qué no se ha alcanzado? Buscar ahora un camino más simple. Tratar de entender no sólo que la cosa funciona bien sino por qué funciona. Reflexionar sobre el proceso de pensamiento y obtener consecuencias de él, estudiar qué otros resultados se podrían obtener con ese método.

### **5.1.6 Aprendizaje de los números enteros**

En la presente investigación se tendrá en cuenta el referente teórico que hace relación al aprendizaje de la representación de números enteros y operaciones entre ellos.

Fernando Hitt (1998) menciona al respecto; “El conocimiento de un concepto es establecer en el alumno, si este es capaz de lograr articular sin condición alguna, diferentes representaciones del mismo objeto, así como el de recurrir a ellas, las representaciones, en forma espontánea durante la resolución de problemas” (p.67)

Partiendo desde el proceso que menciona Hitt cada una de las representaciones pueden aparecer de forma inmediata, en cuanto a su análisis en el desarrollo del escolar está relacionando su habilidad de análisis y construcción de representaciones que son el apoyo que toma el escolar como fuente de información y comprensión de las situaciones problema diseñadas por el educador para lograr un aprendizaje significativo mediante la observación y razonamiento de dichas representaciones matemáticas, en cuanto a los procesos de aprendizaje con números enteros en la representación geométrica, se puede observar que existen parejas de puntos que se encuentran a la misma distancia del cero, aunque tengan signos diferentes.

Lo expuesto en el párrafo anterior hace referencia a la representación, ubicación de los números positivos, los números negativos y su separación entre ellos (el cero), por lo tanto,

se presentan dificultades en la asignación de los números en comprender que los segmentos deben manejar la misma distancia de un punto geométrico a otro, es ahí donde surge la necesidad de crear estrategias metodológicas que sean parte del proceso de mejoramiento para su comprensión y concomitamiento del saber.

Con lo anterior, en el desarrollo de la presente investigación, se considera fundamental el conocer algunas de las teorías que han surgido en el transcurso de los años sobre el tema escogido como objeto central de estudio sobre la representatividad de los números. El proceso de formación en el escolar en el área de matemáticas está centrado en el pensamiento numérico, esto dando lugar al estudio de los contenidos a trabajar, de manera que se pueda fortalecer y tener una guía para nuestra investigación tomando como base los anteriores trabajos de algunos autores.

## **6 OBJETIVOS**

### **6.1 OBJETIVO GENERAL**

Describir los procesos que intervienen en la resolución de problemas como estrategia didáctica, para facilitar el aprendizaje de las operaciones de adición y sustracción de números enteros y su representatividad, en alumnos de grado sexto de la I.E. Rural Berlín.

### **6.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Analizar las principales dificultades que presentan los estudiantes de grado sexto, al resolver situaciones problemas haciendo uso de operaciones con números enteros relacionadas con su entorno.
- Identificar los elementos que intervienen en un problema y los procesos que facilitan su solución, para el aprendizaje de los números enteros.
- Evaluar la incidencia que tiene la vinculación de la resolución de problemas como estrategia didáctica para el aprendizaje de las operaciones con números enteros y su representatividad.

## 7 METODOLOGÍA

La presente investigación se realizó desde un enfoque cualitativo el cual es un proceso subjetivo que se ve relacionado con las características, condiciones, contextos, fortalezas y debilidades que son específicamente de cada estudiante, y el cual tuvo en cuenta los progresos comprensión y desarrollo de estrategias que se lograron observar después de aplicada la unidad didáctica siguiendo lo expuesto por Miguel de Guzmán.

La presente investigación es de tipo descriptivo, donde se utilizaron diferentes formas de organización como son el registro, el análisis y la interpretación. Según lo refiere Sabino “Comprende la descripción, registro, análisis e interpretación de la naturaleza actual, y la composición o proceso de los fenómenos. El enfoque se hace sobre conclusiones dominantes o sobre grupo de personas, grupo o cosas. Se conduce o funciona en presente” ( Sabino, 1986,p. 51), basado en lo anterior se pretende visualizar e interpretar como los escolares del grado sexto, abordan la solución de situaciones problemas; haciendo uso de operaciones con números enteros, reflejado en los resultados arrojados al momento de analizar las diferentes respuestas obtenidas de la comprensión del escolar a las actividades propuestas gracias a los procesos pedagógicos que se aplican mediante la enseñanza de la heurística de Miguel de Guzmán en la aplicación haciendo el reconocimiento de las estrategias de aprendizaje de los números enteros con la aplicación de la entrevista semiestructurada.

La investigación se aplicó en la Institución Educativa Rural Berlín del municipio Doncello, Vereda Berlín, de carácter mixto, el promedio por salón es de 12 a 15 niños.

Los estudiantes que participaran en el desarrollo de la investigación se caracterizan por su interés y desempeño en las actividades académicas.

Por ser una Institución que se encuentra en el área rural se considera que el trabajo a realizar debe ser contextualizado acorde al entorno del escolar para lograr el aprendizaje.

## 8 RESULTADOS

Atendiendo al tipo de investigación descrito en el diseño metodológico, se plasmó un análisis de los datos se logró obtener la implementación de las diferentes actividades en cada uno de los momentos, teniendo en cuenta las repuestas de los escolares con respecto a las estrategias metacognitivas, inicialmente en la resolución de las situaciones problemas planteadas para los escolares, en el cual se establecieron categorías, subcategorías e indicadores con el fin de aplicar una prueba diagnóstica que busca identificar los preconceptos que manejan los escolares sobre el tema a trabajar, logrando fortalecerlos hacia la construcción de conocimiento.

Esta propuesta se realizó partiendo del marco teórico de la presente investigación, buscando establecer si se lograron los objetivos propuestos y encaminándose a unos resultados exactos, además que a una valoración final de las actividades aplicadas identificando las capacidades y competencias que se querían desarrollar en la aplicación de esta unidad didáctica.

Con base a la información obtenida a través de los diferentes instrumentos y la tabla de categorías, subcategorías e indicadores, se relaciona la información recolectada de acuerdo a los tres momentos (ubicación, desubicación y reenfoque), para lo cual se considerará la siguiente convención: en los diferentes momentos, se denominaran a los estudiantes como: E1, E2, E3, E4 y E5; en la entrevista semiestructurada, se nombrará a los entrevistados de la siguiente manera: ES1, ES2, ES3, ES4 y ES5; del mismo modo las actividades del momento de desubicación se nombrarán como AD1, AD2 y AD3, las del momento de ubicación como AU1, AU2 y AU3 y las actividades del momento de reenfoque serán nombradas como AR1 y AR2.

Siguiendo las recomendaciones de autores como Hernández, Fernández y Baptista (2006), el procedimiento para la organización y análisis de los datos fue el siguiente:

1. Se realizó la lectura y un estudio detallado de todos los instrumentos aplicados en el

desarrollo de la investigación; como: secuencia de actividades y entrevistas.

2. Se realizaron las transcripciones de las entrevistas y audios que se produjeron durante la implementación de la secuencia de actividades.
3. Se identificaron las categorías, subcategorías e indicadores, antes mencionados que están involucrados en las respuestas de las entrevistas y las actividades propuestas en la UD.
4. A partir de la organización de los datos, se realizó el análisis explicativo de cada categoría, en relación con las preguntas de la entrevista y las fases de la UD.

Finalmente se realizó el análisis interpretativo en relación con los hallazgos cualitativos encontrados, apoyados en la información del marco teórico, el objetivo general y los específicos con toda la información recolectada se procede a iniciar con el análisis a la luz del marco teórico de la investigación y los objetivos planteados; dicho análisis mostrará tanto las respuestas de los participantes como la interpretación.

## 9 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

### 9.1 Momento uno: ubicación

Durante el primer momento se aplicó una actividad la cual consistía en plantear una situación con el fin de resolución de problemas de operaciones de adicción y sustracción de números enteros, a fin de explorar las ideas previas, para establecer la forma que proceden en los escolares al momento de resolver operaciones, identificando los elementos y procesos que utilizan para orientar las actividades que logren la activación de las competencias a trabajar, en el aula de clase.

El análisis de los resultados obtenidos en el desarrollo de las actividades aplicadas a los escolares se aprecia a continuación:

**Tabla 2 Actividad evaluación diagnostica de números enteros**

ACTIVIDAD 1 EVALUACIÓN DIAGNOSTICA DE NÚMEROS ENTEROS		
PREGUNTA	RESPUESTA	REFLEXIÓN(Investigadores)
Para resolver los problemas ¿Qué fue lo primero que tuvo en cuenta para solucionarlo?	E1: teniendo en cuenta los números enteros que nos mostraban en la tabla, de temperatura y la información del texto.	Al realizar el análisis de las respuestas en este primer momento, se observa que la mayoría de los estudiantes analizaron la situación problema planteada, logrando soluciones aplicando la ecuación característica del concepto trabajado, pero no realizaron una secuencia tradicional de cálculos según el ejercicio planteado en sus pasos.  No organizaron los datos que contenía la situación y simplemente efectuaron un procedimiento automático para dar con una posible respuesta, por lo tanto no se logra identificar ningún esfuerzo por analizar e interpretar la situación problema (Actividad 1 era de la evaluación diagnosticas de números enteros) anexo número 4.
	E2: teniendo en cuenta lo números enteros que nos mostraron en la tabla de temperatura.	
	E3: los números enteros	
	E4: tuve muy en cuenta los números enteros	
	E5: tuve en cuenta los números enteros y la forma de sumar y restar con ellos.	
¿Tenías claro que son	E1: si lo tengo claro	De esta manera manifiestan que tienen claro el

los números enteros? Justifica tu respuesta	E2: si los tengo claro	concepto a trabajar, pero hace falta dar solución al problema con diferentes maneras ya que suelen mecanizar las respuestas, por lo tanto, no se genera un proceso reflexivo teniendo poca claridad sobre lo que necesita aprender en su proceso de formación.
	E3: si los números enteros son los que no tienen parte decimal	
	E4: los números enteros son números que están separados por el cero	
	E5: si los números enteros son cualquier elemento que, formado por los números naturales, sus opuestas versiones negativas y el cero	
Entendiste lo que la situación te pedía hacer	E1: si	El estudiante analiza su actuar en el cual debe hacer pausa a las actividades, con la finalidad de establecer si está cumpliendo con el objetivo propuesto por el docente.  Fernando Hitt (1998) menciona al respecto; “El conocimiento de un concepto es establecer en el alumno, si este es capaz de lograr articular sin condición alguna, diferentes representaciones del mismo objeto, así como el de recurrir a ellas, las representaciones, en forma espontánea durante la resolución de problemas; los estudiantes expresan que realizaron un análisis detenido de los datos proporcionados en la tabla de las temperaturas que se encuentra en : <b>(La actividad 1ra de la evaluación diagnóstica de números enteros)</b> , ya que se plantearon las preguntas teniendo en cuenta el entorno y contexto escolar, por lo tanto se aplicó la transversalidad, en búsqueda de una mayor comprensión de las situaciones planteadas , por lo cual se evidencia que E1 y E2 fueron básicos en sus respuestas y que la simplicidad hizo parte de los procedimientos y los resultados, sobresaliendo la simple aplicación de operaciones entre números enteros originando una determinada respuesta.
	E2:si	
	E3:si	
	E4: si lo entendí	
	E5:si	
Como hiciste para resolver el problema	E:1 sumando y operando los números enteros	Del enfrentamiento con problemas adecuados es de donde pueden resultar motivaciones, actitudes, hábitos e ideas, para el desarrollo de herramientas, en una palabra, la vida propia de las matemáticas. (De
	E2:sumando los números enteros	
	E3: teniendo en cuenta los números enteros	

	E4: haciendo una recta numérica y haciendo operaciones con números enteros	Guzmán, 1984).  En el momento en el que se le indaga al escolar de cómo hizo para dar solución a la situación, él enfatiza en que fue mediante algoritmos, pero no se dan cuenta que el ejercicio está planteada con situaciones de la vida cotidiana. Por el contrario, no toma esta situación problema como tal, sino que simplemente lo ve como un ejercicio por resolver, no relaciona la importancia de los factores que intervienen y la proyección que le dio el docente hacia el objetivo del aprendizaje.
	E5: teniendo en cuenta los números enteros	
<b>Cuántas formas encontraste para dar solución al problema</b>	E1: 2 soluciones	Los estudiantes se apresuran a elegir una sola estrategia para la solución de la situación, sin reflexionar en que no puede llegar a ser la mejor manera que se puede obtener la solución (De Guzmán, 1995).  Se logra observar que el escolar en el momento de resolver la situación problema trabaja desde la pregunta que se le planteo y no se pregunta sobre el para qué y por qué de lo que están haciendo.
	E2: encontré 2	
	E3: varias	
	E4: encontré dos formas	
	E5: muchas	
<b>Tuviste dificultades para solucionar el problema explica tu respuesta</b>	E1: no	Castillo (2014) afirma: “es muy común la dificultad de los estudiantes para representaciones mentales significativas del concepto del número cero, así como para la comprensión de los números negativos; esta situación es un limitante para la aplicación de las estructuras aditivas en problemas”. (p.21)
	E2: no	
	E3: no	
	E4: no tuve dificultades	
	E5: no	

### 9.1.1 Análisis del momento uno

En el primer momento se evidencia que los escolares resolvieron la situación problema planteada de forma algorítmica, dejando a un lado el objetivo de la actividad, ya que no se logró el proceso de pensamiento que requiere la resolución de problemas.

Se nota en el escolar la falta de argumentos al momento de manifestar cómo se sintió, cómo analiza y resuelve la situación problema planteada, además expresan que aplicaron una estrategia la cual consideran que es la más apropiada, pero no verifican si es así. También expresan que tenía ideas previas de los conceptos a trabajar, pero el problema fue

desarrollado de manera mecánica y automática. Después de realizar estas observaciones y tener contacto con las evidencias del escolar, en este primer momento es claro que el escolar no tiene la percepción para analizar de forma detenida su actuar al resolver una situación problema y esto se debe a que los escolares no conocen la Heurística de Miguel de Guzmán.

Según Silva, Hernández, Villacis, (2017), la aplicación del método de Miguel de Guzmán permite el descubrimiento, creatividad y perfeccionamiento para la resolución de problemas tanto numéricos como abstractos a través de la utilización de cuatro pasos: Familiarización con el problema, Búsqueda de estrategias, Llevar a delante la estrategia, Revisar el proceso y sacar consecuencias de él (p.8)

Además, a los escolares se les enseñó una estrategia en búsqueda de abordar el método de Heurística de Miguel de Guzmán, a partir del segundo momento con las características de los escolares cuando resuelven problemas.

Para resolver los problemas ¿Qué fue lo primero que tuvo en cuenta para solucionarlo? E1: teniendo en cuenta los números enteros que nos mostraban en la tabla, de temperatura y la información del texto. E5: tuve en cuenta los números enteros y la forma de sumar y restar con ellos. Nos cuenta su planeación y paso a paso que siguió para dar solución del problema, donde se evidencio en el resultado de la actividad realizada.

## **9.2 MOMENTO DOS DE DESUBICACIÓN**

En el momento en que el escolar se dispone a realizar la resolución de una situación problema desde la heurística de Miguel de Guzmán, debe tener presente los factores que intervienen en cada situación, por lo tanto, se proponen dos situaciones totalmente diferentes pero que van hacia el mismo propósito. Permitir desarrollar un pensamiento autónomo que dé como resultado la resolución del problema, mediante las estrategias propuestas para el mismo.

Se aplicó el instrumento dos, llamado “analizando y resolviendo” (números positivos y negativos) de esta manera se buscó dar solución a las dificultades en los estudiantes que presentaron los escolares en el momento uno, al dar solución a la situación problema respecto a la representación de los números enteros.

El análisis de los resultados obtenidos en el desarrollo de las actividades aplicadas a los escolares se logra apreciar a continuación:

**Tabla 3 Instrumento 2: actividad analizando y resolviendo (números positivos y negativos)**

<b>ACTIVIDAD 2 analizando y resolviendo (números positivos y negativos)</b>		
<b>PREGUNTA</b>	<b>RESPUESTA</b>	<b>REFLEXIÓN(Investigadores)</b>
<b>La estrategia que utilizaste para comprobar los resultados obtenidos es:</b>	E1: analice la información, identifique que pedía el problema que datos me daban, que camino podía seguir para dar la solución al ejercicio y por último hice sumas y restas.	Analizando las respuestas de los estudiantes en cuanto a la primera pregunta, teniendo como base la heurística de Miguel de Guzmán, ya que según esta base heurística, el estudiante es capaz de comprender de una manera más sencilla la resolución de situaciones problema.
	E2: la estrategia fue sumar los goles por que entendí que los números enteros los puedo ver en mi diario vivir tan fácil como goles en contra o a favor.	
	E3: ----0----	
	E4: una recta numérica y una suma de los números enteros negativos y positivos	
	E5: sumando los goles a favor y restando los goles en contra, de esta manera relacionando los positivos y los negativos	

<b>¿Qué estrategias utilizaste para resolver el ejercicio?</b>	E1: restas y sumas	Identificando cual es el punto de partida y hacia donde se quiere llegar, asociándolo a situaciones habituales y cotidianas, las cuales le permite continuar al menor con la resolución del problema.
	E2: la suma y la resta	
	E3: la estrategia que utilice fue primero leí el problema luego me puse a pensar que me pedían hacer, después mire que datos me daban en la tabla luego sume y reste	
	E4: una recta numérica y una suma de números enteros negativos y positivos	
	E5: la suma y la resta	
<b>¿Describe si tuviste dificultades para aplicar el plan?</b>	E1: no ninguna	Entender de qué trata el problema ¿Cuáles son los datos? ¿Qué pide determinar o comprobar el problema?  ¿Los datos guardan relaciones entre sí? Son preguntas que llevan al estudiante a establecer cuáles son los pasos que debe seguir para la resolución del problema identificando que dificultades se le presentaron en este proceso.
	E2: no	
	E3: no	
	E4: no tuve dificultades	
	E5: no	
<b>¿Cómo crees que fue tu proceso en el desarrollo de la actividad date una nota de 1 a 5?</b>	E1: 5	Con base a lo anterior se logra observar que, para los escolares el proceso de desarrollo en la actividad fue bueno y se logró el objetivo primordial en los diferentes problemas propuestos, se establece que el escolar se detuvo a analizar la situación planteada para relacionar los datos proporcionados.
	E2: 5	
	E3: bueno	
	E4: 4.5	
	E5: 5	

<b>¿Cuál crees que es más conveniente para resolver este problema? justifica tu respuesta</b>	E1: operaciones con números enteros	<p>“Familiarizarse con el problema, es aquí donde el estudiante establece globalizar todas las acciones encaminadas a comprender del modo más preciso posible, la naturaleza del problema que va a enfrentar”. Guzmán, (1984).</p> <p>Logra determinar qué se le pidió hacer, con que contaba, cuál sería el paso a seguir.</p> <p>Por lo tanto, es el escolar quien empieza a deducir que si analiza la información será más fácil lograr interpretar la situación problema, familiarizándose con su entorno y lo relaciona con el concepto a abordar, logrando interpretar la situación planteada.</p>
	E2: utilizando la matemática	
	E3: sume los números enteros	
	E4: la suma porque puedo hacer la operación y tener resultados	
	E5: sumando y restando todos los números enteros	

Las actividades desarrolladas juegan un papel importante al momento de llevar a cabo la resolución de problemas mediante la enseñanza de la heurística de Miguel de Guzmán y el reconocimiento de las estrategias de aprendizaje. Todo este proceso logrando ser de gran ayuda para el grupo de escolares que les permitió comprender de una manera más clara el problema y lograr mejores resultados hacia su solución.

El aprendizaje a través de la resolución de problemas hace énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con forma de pensamientos eficaces.

En el análisis del instrumento se logró establecer que los estudiantes aplicaron la heurística de Miguel de Guzmán al resolver problemas que involucraron operaciones y representación de números enteros. Por lo tanto, se hizo visible que los escolares lograron operar con números positivos y negativos mediante la representación en la recta numérica.

Se diseñaron actividades encaminadas a la resolución de problemas partiendo desde la heurística de Miguel de Guzmán, asociados al desarrollo de habilidades para el aprendizaje de números enteros. De esta forma se abordó la solución de los obstáculos epistemológicos presentados por los estudiantes, respecto a la forma de hallar soluciones a operaciones con enteros mediante la representación gráfica (recta numérica).

En el desarrollo y aplicación de este instrumento se hizo uso de la transversalidad para llevar al escolar a familiarizarse con el contenido a estudiar, la actividad propuesta estaba dividida en tres momentos:

En el momento uno familiarización con el problema. En donde el escolar lee el problema se da cuenta de que se trata, que le piden hallar y que datos le da la situación problema clasificando la información, pero no siempre todos los datos son utilizados.

Momento dos búsqueda y diseño de estrategias. Es ese preciso instante en el que escolar después de analizar la información y la pregunta planteada, pasa a buscar una estrategia para aplicar y lograr dar solución o las posibles soluciones de la situación problema.

Momento tres desarrollo y aplicación de estrategias. El escolar procede a aplicar el plan que ha elaborado, pero si este no funciona el analiza nuevamente la situación buscando cambiar la decisión tomada inicialmente para la solución del problema.

Momento cuatro revisiones del proceso análisis de resultados. El escolar responde las preguntas que han sido redactadas especialmente para que se dé cuenta sobre los pasos que siguió y califique su desempeño, evalúe su proceso, se cuestione y analice como se sintió al momento de invitarlo a redactar este tipo de respuestas, lo que le permite llevarlo a argumentar sus acciones y su solución.

### **9.3 MOMENTO TRES DE REENFOQUE**

En el tercer apartado denominado momento de reenfoque se analizará cómo fue el proceso de los escolares cuando se enfrentaron a la resolución de problemas para trabajar las

operaciones en los números enteros, se analiza si cumplieron con lo establecido por Miguel de Guzmán, teniendo en cuenta que se aplicó una entrevista semiestructurada en la cual se identificó la efectividad de las actividades desarrolladas en el aula de clase encaminadas a la resolución de problemas.

El análisis de los resultados obtenidos en el desarrollo de las actividades aplicadas a los escolares se aprecia a continuación:

**Tabla 4 Instrumento 3: actividad mate-grama de números enteros**

ACTIVIDAD 3 mate-grama de números enteros		
PREGUNTA	RESPUESTA	REFLEXIÓN(Investigadores)
1 ¿Cómo se sintió al momento de abordar las situaciones problemas?	E1: bien y segura	En esta primera pregunta, el estudiante tiene la oportunidad de expresar de manera escrita los procesos de familiarización evidentes en la resolución de problemas, dentro de la heurística de Miguel de Guzmán tomada como subcategoría, siendo capaz de argumentar cómo se sintieron al momento de enfrentarse a las actividades diseñadas y planeadas. De tal manera que se tuvo en cuenta las ideas previas que tenían los escolares sobre el concepto abordado.
	E2: bien y seguro	
	E3: bien	
	E4: me sentí bien porque no era tan difícil el trabajo	
	E5: me sentí bien porque el trabajo era alegre	
2 ¿Qué te piden hacer en la situación problema?	E1: leer analizar y responder para llenar el crucigrama	El escolar en el proceso de dar solución a las situaciones problemas planteados, razonó las estrategias con base a la heurística de Miguel de Guzmán en búsqueda de las posibles respuestas.
	E2: leer realizar un crucigrama con números enteros y naturales	
	E3: resolver el crucigrama y los problemas	
	E4: completar el crucigrama	
	E5: completar el crucigrama	
3 ¿La información que le proporcionaba cada situación problema era suficiente para dar solución a ella? justifica tu respuesta	E1: si	De igual manera el escolar inicio a utilizar estas estrategias de resolución de situaciones problema, operándolas de una manera constante, por lo cual sin saberlo mejorara el razonamiento lógico.  Guzmán, (1984) plantea “ <i>extraer más provecho de este problema</i> , tratando de entender la validez de la
	E2: si	
	E3: si	
	E4: si porque era suficiente información para resolver el crucigrama	
	E5: si porque era suficiente para	

	completar el crucigrama	solución, buscar una manera más simple de resolver el problema, a veces ciertos problemas dan lugar a varias preguntas interesantes”.
4 ¿Qué conocimiento debes tener claro al trabajar con números enteros en las situaciones problema?	E1: tener en cuenta los números negativos o positivos	En este proceso es fundamental identificar cuáles fueron los pasos que siguieron para el desarrollo de la situación problema, expresando las dificultades que se le presentaron, haciendo revisión del proceso. Es así como lo plantea Miguel de Guzmán “este es el momento más satisfactorio, ya que aquí se ha resuelto el problema, es el momento de observar el propio proceso de pensamiento, la actitud frente al problema, si es posible contar con la forma de resolución de otra persona, mucho mejor, es bueno aprovechar el examen de distintas formas posibles de proceder”
	E2: tener buena mente	
	E3: que unos son negativos y otros positivos	
	E4: de cómo se usan	
	E5: debo tener en cuenta la ley de signos y las preguntas planteadas y como se usan	
5 ¿Consideras que los problemas propuestos para la actividad los puedes resolver mediante una representación gráfica? explica tu respuesta.	E1: -----0-----	De esta forma se logró identificar los caminos de aprendizaje que siguieron los escolares para denotar la solución de problemas, inicialmente se identificaron los obstáculos que se les presentaron al trabajar los números enteros y analizaron una metodología al momento de resolverlos, basándose en la lectura como la parte principal de la resolución de problemas de los escolares.
	E2: si	
	E3: si	
	E4: si por que a través de las imágenes explicaría mejor la información	
	E5:si porque en las imágenes se explicara la información detalladamente	
6 ¿Ya te habías enfrentado a este tipo de situaciones problemas?	E1: si	“Empieza por lo fácil, proponer un problema semejante mucho más sencillo y tratar de resolverlo, luego proceder a complicarlo hasta llegar al propuesto inicialmente, de esta manera pueden aparecer probablemente más claros ciertos principios que eran confusos en la complejidad del problema grande, poco a poco van cayendo las piedras de lo que parecía una muralla inasequible y el estudiante se va animando con el éxito parcial en la resolución del problema”.
	E2: si	
	E3: si	
	E4: si	
	E5: si	

7 ¿Cuál fue tu primera estrategia al leer las situaciones problemas?	E1: que los números enteros no solo nos sirve para estudiar si no para toda la vida E2:----0---- E3: los números naturales y enteros E4: leer muy bien las preguntas que me plantearon E5: lee muy bien las preguntas que nos planteara el problema	“Desarrollo de la estrategia, en este momento se pasa a aplicar la estrategia seleccionada. Cuando se tiene un problema sencillo es posible que, tras las primeras dos fases, alguna de las estrategias que se le han ocurrido al estudiante pueda conducirlo hacia la solución del problema, pero cuando el problema es de naturaleza difícil, suele sentir que ninguna de las estrategias que ha planteado lo puedan llevar a un puerto seguro” Miguel de Guzmán (1995).
8 ¿Aplicaste solo una estrategia?, si fueron más describe cada una de ellas.	E1: ----0----- E2: sumar los números y restar E3: sumar y restar E4: si restar, leer muy bien y sumar E5: sumar, restar y leer muy bien	El estudiante se detiene a analizar cuál fue su proceder que camino siguió qué estrategia siguió, relatando su paso a paso que es su estrategia aplicada para dar solución a la situación planteada.
9 Si en la anterior respuesta escribiste que trabajaste con más de una estrategia, ¿cuéntanos con cual estrategia te sentiste mejor?	E1: ----0---- E2: ----0---- E3: todas E4: con la de leer E5: la de leer	
10 ¿Describe paso a paso la estrategia que seguiste para dar solución a la situación planteada?	E1: ---0---- E2: ----0---- E3: los números enteros E4: leía para comprender el problema E5: leía para comprender con más detalle	
11 ¿Tiene en cuenta el tiempo que tenía para dar solución a la actividad?	E1: ---0---- E2: ----0---- E3: no E4: no	Miguel de Guzmán (1995).  Así mismo, el escolar califica su desempeño, justificando sus respuestas; donde tiene la

	E5: no	oportunidad de manifestar cómo se sintió con el desarrollo de la situación problema, describiendo los procesos en donde ellos son conscientes que inician con situaciones poco complejas y que a medida que avanzaban en sus actividades aumentaba el grado de dificultad; pasando por diferentes estrategias para dar solución a las situaciones problemas. Al expresar los resultados que se obtuvieron se logran reflexionar sobre las decisiones y acciones que ellos realizaron.
12. ¿Te hizo falta tiempo para dar solución a la actividad? Explica tu respuesta	E1: no	
	E2: no	
	E3: no	
	E4: no me sobro	
	E5: no	
13. ¿Te sobro tiempo para dar solución a la actividad? Explica tu respuesta	E1: si	Es el docente el que se plantea el objetivo y busca la forma de facilitar los espacios óptimos de aprendizaje significativo, mediante las experiencias vividas con el uso de la transversalidad, teniendo en cuenta la familiarización con el problema, centrado en las necesidades y actitudes de los escolares, pues es de esta manera, el docente selecciona el material adecuado para el trabajo con los escolares, en donde la contextualización juega un papel fundamental.
	E2: no	
	E3: si	
	E4: sí, claro	
	E5: sí, claro	
14. ¿Describe que dificultades tuviste al abordar las situaciones planteadas?	E1: la primera no entendía, pero logre entender	
	E2: no	
	E3: ninguna	
	E4: si a la hora de llenar las casillas	
	E5: si a la hora de ubicar las palabras en las casillas	

Del momento tres se logra identificar las diferentes estrategias aplicadas en el desarrollo de la unidad didáctica, se evidencia y se establece si fueron efectivas las actividades en la implementación de los procesos hacia la resolución de problemas.

En la resolución de problemas que involucran los números enteros, podemos observar como los números enteros se pueden identificar en cada una de las situaciones de la vida y actividades cotidianas de cada individuo, son el método numérico tradicional en todos los ámbitos en que nos desarrollamos; en donde la aplicación de las operaciones (adición y sustracción) nos ayudan a resolver situaciones problemas en las cuales el escolar opera de manera constante. Es así que sin saberlo fortalecerá el razonamiento lógico y el estudiante habrá conseguido adquirir nuevos conocimientos.

Es fundamental que los escolares comprendan y se apropien de la conceptualización de los números naturales y sus opuestos, para dar lugar así al conjunto de los números enteros. Al aplicar las operaciones (adición, sustracción) y la representación en la recta numérica, se busca que el estudiante desarrolle procesos de análisis, hacia el logro de un aprendizaje significativo cuando resuelven situaciones problema de la vida diaria (contexto) mediante la familiarización del concepto.

#### 9.4 ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA

Otro de los instrumentos que se empleó es la aplicación de la entrevista semiestructurada, en la cual el escolar responderá una serie de preguntas diseñadas específicamente, para identificar la efectividad de las actividades aplicadas hacia la resolución de problemas desde la heurística de Miguel de Guzmán, como un camino de aprendizaje que desarrolla el escolar para llegar a alcanzar el objetivo propuesto, en el cual se aplicará una prueba diagnóstica que busca identificar los preconceptos que manejan los escolares sobre el tema a trabajar, logrando fortalecerlos hacia la construcción de conocimiento.

Se logra acceder a la información de la entrevista semiestructurada de una manera precisa, clara y espontánea, este tipo de entrevista es una forma más completa, por lo que la parte preparada de la pregunta permite comparar entre los diferentes candidatos, mientras que la parte libre de respuesta permite profundizar en las características específicas del candidato. Por lo cual, permite una mayor libertad y flexibilidad en la obtención de información.

**Tabla 5 Instrumento 3: entrevista semiestructurada**

Entrevista semiestructurada		
PREGUNTA	RESPUESTA	ANÁLISIS
¿Al momento de trabajar la primera actividad ideas previas como te sentiste, contabas con conocimiento del tema	E1: si, porque ya tenía en cuenta que era los números enteros y ya había practicado unas actividades. Me sentí segur, a ratos con dudas.	En esta pregunta es donde el escolar tiene la opción de realizar un analisis completo de las ideas previas que se tenían o del conocimiento que posee sobre el tema abordado; el estudiante tiene la oportunidad de detenerse a analizar los
	E2: si por que el profesor nos explicó el año pasado sobre números enteros	

que se abordó? Sí__ No__ ¿Por qué?	E3: si, porque ya nos habían orientado ese tema E4: si, porque el profesor nos ha estado enseñando sobre el tema E5: si, por que ya nos había orientado sobre el tema	errores y dificultades que presentó al resolver problemas con números enteros, las operaciones y la representación en la recta numérica.
¿Considera que es necesario estar familiarizado con el concepto que se abordó para las situaciones de problemas planteados? Sí__ No__ ¿Por qué?	E1: si, porque es necesario estar enfocado para hacer un taller y no tener ninguna dificultad o dudas E2: si, porque así lo entendemos mas E3: si, por que nos ayuda a resolver mejor E4: si, porque si no se sabe sobre qué tema es no es posible hacerlo E5: si, por que los conocimientos que había recibido me fueron suficientes para resolver el problema	A la pregunta que se le realizan a los estudiantes respecto a la necesidad de estar familiarizado con los conceptos que se estan abordando, todos los escolares concuerdan que a la hora de comenzar a resolver las situaciones de los problemas planteados, es necesario encontrarse relacionado con los conceptos que se observan en las ya nombradas situaciones problema y poder realizar un correcto desarrollo de los mismos.
¿Cree que es fundamental en resolver el problema aplicando una estrategia? Sí__ No__ ¿Por qué?	E1: si, para que quedara claro qué clase de estudio da de su parte E2: si, podemos resolver los problemas más ligeros E3: si, porque nos ayuda mas E4: si, con estrategia lo puede ayudar a entender mas E5: si, porque aplicando una estrategia nos es más fácil resolver el problema	A la pregunta que se le realizan a los estudiantes respecto a lo fundamental de resolver un problema mediante una estrategia coincidieron la mayoría de ellos en que inicialmente el escolar realiza un proceso de desarrollo y aplicación de la unidad realizando una calificación cualitativa y cuantitativa de las estrategias de cómo se sintio en el proceso, también evidenciar los caminos de aprendizaje y los pasos que siguió para dar solución a la situación planteada.
¿Cómo te sentiste al momento de trabajar la transversalidad en el análisis de situaciones problema, si te fue de ayuda? Sí__ No__ ¿Por qué?	E1: si, tenemos en cuenta nuestra vida cotidiana cuando me deben algo es más y si me fiaron es menos E2: si, porque podemos entender mas sobre todo E3: si, porque ya sabíamos cómo se trabajaba con los números en enteros E4: si, porque me ayuda a entender	“Revisión del proceso, este es el momento más satisfactorio, ya que aquí se ha resuelto el problema, es el momento de observar el propio proceso de pensamiento, la actitud frente al problema, si es posible contar con la forma de resolución de otra persona, es bueno aprovechar el examen de distintas formas posibles de proceder”. Miguel de Guzmán (1995).

	E5: si, porque pude entender el tema sobre los números enteros	
¿Le gustó la metodología empleada para resolver problemas? Si__ No__ Porqué____	E1: si, ayuda al desempeño y mi aprendizaje y nos enseña más.	Se hace referencia a la resolución de los problemas de adición y sustracción mediante la recta numérica, es por esta razón que se trabajó en la inducción y explicación al escolar previo a contestar el cuestionario escrito con dos tipos de solución; la primera fue mediante la adición y sustracción de enteros de manera algebraica.
	E2: si, porque así es un poco más fácil	
	E3: si, porque nos ayuda a entender mejor	
	E4: si, lo hace un poquito más fácil	
	E5: si, porque de esa forma pude entender mejor el problema planteado	
¿Considera que es importante que usted como estudiante siga y verifique una estrategia efectiva al resolver problemas? Si__ No__ Porqué____	E1: si, pueden venir más talleres y pues hay dificultades	Respecto a la consideración que se tiene de verificar una estrategia a la hora de resolver problemas la primera reflexión y que es la más profunda respecto a esto, es que el escolar debería ir siendo capaz de comprender las estrategias efectivas para solucionar los problemas a través de experiencias repetidas, de resolución de problemas, de hacer un diagnóstico, lo más preciso, del propio estilo de pensamiento y así analizar si la manera más acertada es según Guzmán (1995): “¿visual o analítico? o si sencillamente ¿Se depende de la fórmula, la expresión verbal, de la imagen?, si por el contrario ¿Se tiene el compromiso con una sola idea, sin flexibilidad? o si finalmente ¿Cómo se podría aumentar la fluencia espontánea de ideas variadas, originales, novedosas?”p.3.  Se puede establecer que los estudiantes se sintieron más seguros y manifestaron que fue una manera más sencilla de
	E2: si, porque así no nos equivocamos	
	E3: si, porque me ayuda a saber si está bien o mal	
	E4: si, sin estrategia no se entiende	
	E5: si, porque al verificar la estrategia podría verificar algunas dudas	

		<p>resolver el problema planteado, descartando posibles errores. Los escolares establecen que en la recta numérica tienen mayor seguridad al trabajar los números positivos y los negativos.</p>
--	--	--

Al finalizar la unidad didáctica se analizó acerca de la resolución de problemas y se implementó una estrategia didáctica para el aprendizaje de las operaciones de adición y sustracción de números enteros en estudiantes del grado sexto. Esta entrevista nos permite identificar si el escolar logro superar los obstáculos epistemológicos que presentaron al momento de realizar la actividad de ideas previas, que se realizó antes de la implementación de la Unidad Didáctica, asociados a la resolución de problemas con números enteros.

Las acciones de monitoreo se ven evidenciadas al momento en el que el escolar resuelve las situaciones problemas planteadas, dónde se logra observar procesos de aprendizaje con una estructura diseñada con este fin, siendo conscientes de la noción del tiempo con las preguntas, en donde se indagaba sobre si se presenta alguna dificultad al momento de resolver la actividad y así lograr establecer diferentes estrategias de solución.

Las actividades de familiarización que se generaron en las diferentes situaciones con el único fin de resolver problemas al ser implementadas, arrojaron en el escolar un impacto positivo, porque cuando el escolar tiene la noción de cómo abordar la situación, las variables le proporciona el problema, con base en esto se puede brindar la mejor solución teniendo en cuenta que información le sirve para utilizarla en la resolución de los mismos. También logra activar cuáles son los posibles caminos de aprendizaje que va seguir; además logra analizar su antes, durante y después de cada actividad, cuál fue el paso a paso que realizó y no solamente se detiene a analizar el resultado final, es por eso la importancia de saber redactar preguntas que lo lleven a indagar sobre su actuar al momento de realizar la actividad.

Posteriormente, cada estudiante implementó la estrategia de manera interna, debido a que cada actividad se realizó de forma individual, cada uno proyecta un proceso diferente, por lo cual plantearon preguntas orientadoras que están direccionadas para lograr interpretar no solo el actuar del escolar en el aula, sino que él plasme cómo se sintió, cómo realizó su proceso al momento de analizar sus respuestas. Se logra observar una clara elaboración de estrategias, en las que desarrollaron un plan, que lo llevaron a cabo, que siguieron unas estrategias y que perfeccionaron sus acciones.

## 10 CONCLUSIONES

Haciendo énfasis en los resultados obtenidos a partir de la investigación, se plantean las conclusiones relevantes que permiten evidenciar el impacto alcanzado con la misma, desde la implementación de la heurística de Miguel de Guzmán para la resolución de problemas:

- Resolver problemas teniendo en cuenta los pasos planteados por Miguel de Guzmán, permitió al estudiante reflexionar sobre los elementos que intervienen en el problema, los conceptos que debe utilizar y las estrategias a implementar para dar solución, le permitió establecer cuál estrategia de solución considera la más apropiada para el problema propuesto; así como también los recursos a utilizar.
- La vinculación procesos en la resolución de problemas, permite que el estudiante realice una reflexión interna sobre los conocimientos adquiridos anteriormente y seleccione, el que considera más apropiado para el problema que se le está presentando; de la misma forma, posibilita la construcción de una estrategia apropiada y la selección de los recursos y el tiempo que se consideran necesarios para llegar a la solución del problema.
- La implementación de la heurística de Miguel de Guzmán en resolución de problemas permite que el estudiante realice una mayor sistematización de su proceso, en el cual debe empezar por interpretar la información proporcionada. En ese momento el estudiante razona y establece unos pasos a seguir (estrategias) para llegar a las posibles soluciones y si es necesario reorientar la idea principal que inicialmente tenía.
- En el desarrollo y aplicación de la Unidad Didáctica relacionada con las situaciones de resolución de problemas fue esencial ya que invitaba al escolar a realizar una reflexión interna sobre su actuar antes, durante y después de terminada la actividad, por lo que el escolar es el encargado de construir y aplicar sus propias estrategias partiendo de una problemática a solucionar. En este proceso el estudiante analiza su proceder de cada decisión que tomó, cada paso que hizo y si fue necesario el redireccionar su estrategia de aprendizaje.

## 11 RECOMENDACIONES

- ✓ Es importante implementar la heurística de Miguel de Guzmán al resolver problemas teniendo en cuenta analizar con mayor profundidad otras categorías de suma importancia como la conciencia, conocimiento declarativo y conocimiento procedimental, siendo esencial en los procesos heurísticos que realicen los estudiantes.
- ✓ Es necesario que, dentro del diseño curricular del área de matemáticas, se tenga en cuenta los procesos de resolución de problemas, puesto que se debe conocer a profundidad la manera como aprenden los estudiantes partiendo de su reflexión y evaluar la forma como estamos enseñando desde las diferentes estrategias didácticas planeadas.
- ✓ Es conveniente que las Instituciones Educativas generen procesos en las diferentes áreas del conocimiento, hacia el desarrollo de conceptos en el campo de las matemáticas. De tal forma que se diseñen unidades didácticas partiendo del diseño de instrumentos que favorezcan la resolución de problemas de una forma motivante en los educandos

## 12 REFERENCIAS

- Blanco, J. L. (1996). La resolución de problemas. Una revisión teórica. [En línea]. Suma, 21, 11-20. [Consultada en agosto de 2017]. Disponible en:  
<https://revistasuma.es/IMG/pdf/21/011-020.pdf>
- Borjas Franco (2009). Aprendizaje de los números enteros una “experiencia Significativa” en estudiantes de séptimo grado de la escuela nacional de música
- Castillo Angulo (2014). Aprendizaje de adición y sustracción de números enteros a través de objetos físicos
- CID, E. (2003), *La investigación didáctica sobre los números negativos: estado de la cuestión*. Prepublicaciones del seminario matemático “García Galdeano”. Universidad de Zaragoza.
- De Guzmán (2004). Para pensar mejor: desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos.
- Hitt Fernando, Visualización matemática, nuevas representaciones tecnológicas y currículo. Revista de educación matemática. Vol. 1998 pág. 23-45
- Jorba, J., & Sanmartí, N. (1993). La función pedagógica de la evaluación. Aula de innovación educativa, 20, 20-30.
- KÜCHEMANN, D. (1980), *Children’s Understanding of Integers*, Mathematics in School, 9, 31.
- Moreno, R. (2012) *Influencia de la resolución de problemas en el aprendizaje de las ecuaciones de primer grado en la escuela secundaria* (Tesis de maestría).

Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: grupo editorial trillas.

Palarea, M. M., Hernández, J. y Socas, M. M. (2001). [En línea]. Análisis del nivel de conocimientos de Matemáticas de los alumnos que comienzan la Diplomatura de Maestro. En Socas, Camacho y Morales (Eds.), *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática III*, 213-226. CAMPUS. La Laguna. [Consultada en noviembre de 2017]. Disponible en:  
<http://funes.uniandes.edu.co/5355/1/Socas2014DificultadesInvestigaciones.pdf>

Pifarré, M., & Sanuy, J. (2001). [En línea]. La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO. *Enseñanza de las Ciencias*, 19(2), 297-308. [Consultada en noviembre de 2017]. Disponible en:  
<http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/21745/21579>

Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: grupo editorial trillas.

Tamayo, M. (2006). La Metacognición en los modelos para la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias. En: *Los bordes de la pedagogía: del modelo a la ruptura* (pp 275-306). Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá: Net Educativa Editorial.

Tesouro, M. (2015). [En línea]. La metacognición en la escuela: la importancia de enseñar a pensar. Girona: Aula intelimundo. [Consultada en octubre de 2016]. Disponible en:  
<http://blog.aulaintelimundo.com/la-metacognicion-en-la-escuela-la-importancia-de-ensenar-a-pensar/>

Velázquez, S., Slisko, J., & Nolasco, H. (2013). [En línea]. Actitudes que producen los problemas planteados en los libros de textos de matemáticas de educación secundaria. Una experiencia con profesores y alumnos. [Consultada en noviembre de 2016]. Disponible en:  
<http://funes.uniandes.edu.co/4373/3/VelazquezActitudesALME2013.pdf>

## 13 ANEXOS

### 13.1 Anexo 1. Evaluación diagnóstica de números enteros

1. Un termómetro que deja marcadas las temperaturas máxima y mínima en grados Celsius °C, registro los siguientes datos durante cinco días:

DÍAS	TEMPERATURAS	
Día 1	22 °C	5 °C
Día 2	18 °C	-2 °C
Día 3	0 °C	-4 °C
Día 4	-2 °C	-10 °C
Día 5	5 °C	-4 °C

- A. Calcula la amplitud térmica de cada día.
- 

¿Qué día tiene mayor amplitud térmica?

---

2. Guillermo se baja del ascensor en la 4ª planta y se sienta a esperar su turno para el dentista. Observa como el ascensor sube 3 pisos, luego baja 8, más tarde sube 3, luego sube 5 más, para después bajar 5 y luego bajar 2 más. ¿En qué planta se ha detenido finalmente? Si en pasar de un piso al siguiente tarda 5 segundos, ¿cuánto tiempo ha estado en funcionamiento para hacer el recorrido que ha observado Guillermo?

Con base en los problemas planteados responda las siguientes preguntas:

- a. Para resolver los problemas ¿qué fue lo primero que tuvo en cuenta para solucionarlos?

---

---

---

b. ¿Tenías claro que son los números enteros? Justifica tu respuesta

---

---

---

c. ¿entendiste lo que la situación te pide hacer la situación planteada?

---

---

---

d. ¿Cómo hiciste para resolver el problema?

---

---

---

e. ¿Cuántas formas encontraste para dar solución al problema?

---

---

---

f. ¿Tuviste dificultades para solucionar el problema? Explica tu problema.

---

---

---

## **13.2 Anexo 2. Instrumento 2 momentos de desubicación**

En el segundo apartado denominado momento de desubicación se trabaja siguiendo lo recomendado por Miguel De Guzmán en el enfoque de actividades que ponen en marcha la resolución de situaciones problemas que son estratégicamente escogidas y elaborados por el docente en pro del aprendizaje y la comprensión por el escolar en el momento de abordar la situación problema

Se inicia con el primer paso la familiarización con el problema, para comprender la naturaleza del mismo en donde se debe tener presente los factores que intervienen en el problema a trabajar, es el estudiante el que se debe cuestionar en cuales son los datos que nos proporcionar la situación planteada, que nos pide hallar, si es suficiente la información para obtener los resultados, las posibles respuestas, establecer las estrategias que se van a aplicar empezando desde situaciones que no representen demasiado razonamiento y a medida que se van afianzando y familiarizando con estas, se empieza a ir incrementando la dificultad para dar solución a los cuestionamientos, por último el escolar logre sustentar y escuchar los diferentes puntos de vistas que se obtuvieron a trabajar la situación problema y se logre llegar a un consenso elaborado por el grupo, al terminar sus aportes.

Aplicación de las tareas (actividades propuestas) para la activación de la competencia.

### **Actividad 2 Analizando y resolviendo números positivos y negativos**

Situación problema de matemáticas para alumnos de sexto diseñado para el aprendizaje y perfeccionamiento los números enteros, su valor, su colocación en la recta de números enteros y la relación entre ellos. Esta situación problema ayudará a mejorar el pensamiento abstracto y a conseguir la alfabetización numérica.

#### **Completa la resolución del siguiente problema.**

En un colegio se realiza un campeonato de futbol anualmente. A continuación, se muestra la diferencia de goles obtenida por tres de los equipos participantes, en que el (+)

representa una diferencia de goles a favor y el (-), una diferencia de goles en contra. Si se considera las fechas, ¿Cuál de los equipos tiene mayor cantidad de goles a

EQUIPO	1ºFECHA	2ºFECHA	3ºFECHA	4ºFECHA	5ºFECHA	6ºFECHA
Equipo A	+3	-1	+1	+2	-2	+1
Equipo B	-1	+3	-2	-3	+4	+2
Equipo C	+1	-2	-1	+2	-2	+2

favor?

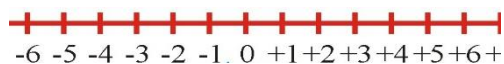
**PLANEACIÓN: Comprende el problema.**

Datos: los \_\_\_\_\_ a favor y en contra obtenidos por los equipos. Preguntas: Si se considera las fechas, ¿Cuál de los equipos tiene mayor cantidad de goles a favor?

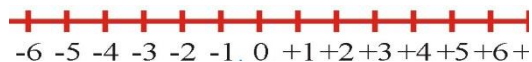
**MONITOREO: Elabora un plan y llévalo a cabo.**

Se construirá una recta numérica para determinar el equipo que tiene una mayor cantidad de goles a favor:

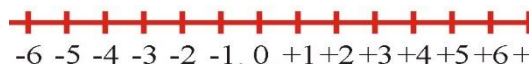
Goles del equipo A:



Goles del equipo B:



Goles del equipo C:



**EVALUACIÓN: Califico mi desempeño verifica y redacta la respuesta.**

La estrategia que se utilizara para comprobar los resultados obtenidos es:

---

---

---

---

Goles del equipo A:

$$\boxed{\phantom{0}} + \boxed{\phantom{0}} + \boxed{\phantom{0}} + \boxed{\phantom{0}} + \boxed{\phantom{0}} + \boxed{\phantom{0}} = \boxed{\phantom{0}}$$

Goles del equipo B:

$$\boxed{\phantom{0}} + \boxed{\phantom{0}} + \boxed{\phantom{0}} + \boxed{\phantom{0}} + \boxed{\phantom{0}} + \boxed{\phantom{0}} = \boxed{\phantom{0}}$$

Goles del equipo C

$$\boxed{\phantom{0}} + \boxed{\phantom{0}} + \boxed{\phantom{0}} + \boxed{\phantom{0}} + \boxed{\phantom{0}} + \boxed{\phantom{0}} = \boxed{\phantom{0}}$$

¿Qué estrategias utilizaste para resolver el ejercicio?

---

---

---

¿Describe si tuviste dificultades para aplicar el plan?

---

---

---

¿Cómo crees que fue tu proceso en el desarrollo de la actividad date una nota 1 a 5?

---

---

---

**Evaluó la estrategia: en relación con las estrategias presentadas.**

¿Cuál crees que es más conveniente para resolver este problema? Justifica tu respuesta.

---

---

---

**13.3 Anexo 3. Instrumento 3 momentos de reenfoque**

En el tercer apartado denominado momento de reenfoque se analizará cómo fue el proceso en el momento de que los escolares se enfrentaron a la resolución de problemas para trabajar las operaciones en los números enteros, se analiza si cumplieron con lo establecido por Miguel de Guzmán, para lo cual se aplicará una entrevista semiestructurada en la cual se identificará la efectividad de las actividades realizadas ya aplicadas en el aula de clase en caminadas en la resolución de problemas.

En cada uno de los apartados anteriormente descritos de la unidad didáctica se tendrá presente las ideas propias de los escolares en relación con los números enteros su operatividad y su representación en la resolución de problema, en donde se busca fortalecer esas ideas con el proceso de resolución de situaciones problema estos son esenciales para analizar los procesos de aprendizaje llegando a la conclusión que busca el fortalecimiento del aprendizaje significativo en el aula de clase.

### Actividad 3 Mate-grama números enteros

HORIZONTALES		VERTICALES	
2	La temperatura que hace si ha subido $18^{\circ}\text{C}$ desde una temperatura de $-5^{\circ}\text{C}$	1	El resultado de $3+(-2)-(-5)-(-13-14)$
3	El piso del que salió el ascensor que llegó a la planta (-2) bajando 7 pisos	4	El número que sumado a (-18) da 5
8	El número que restado a 11 da -8	5	Lo que restar a 23 para obtener -4
10	Juanita tenía 13 panes regalo 4 a sus amigos 3 a los profesores, pero su papa le regalo 1 ¿con cuántos panes termino Juanita?	6	Una persona nació en el año 2 antes de Cristo y se casó a los 25 años ¿en qué año se casó?
11	Al iniciar un entrenamiento Pedro tiene que entrenar 6 días recorre 5 cuadras el primer día, al segundo día 6 y así sucesivamente los días siguientes de 5 y de 6 cuadras los días faltantes. ¿Al finalizar el entrenamiento cuantas cuadras corrió?	7	José y Ana gastan en el supermercado 60 pesos. Compran una caja de leche y además un lote de productos de pescadería por un valor de 39 pesos. ¿Cuánto ha costado la caja de leche?
12	Un buzo se encuentra a la misma distancia de un pájaro y la suma de las dos distancias es 24 ¿Cuál es la distancia que los separa?	9	Pedro nació en el año 1990 cuando tenía 26 años tuvo su primera hija, ¿cuántos años tiene Pedro si su hija tiene dos años?
14	Ana va al supermercado y su mamá le da 10 pesos para comprar, ella debe traer a casa 4 tomates cada tomate vale 1 peso, 2 panelas cada panela vale 2 pesos. ¿Cuánto le lleva Ana a su mamá de devoluciones?	13	El grifo de una bañera está estropeado y pierde 2 litros de agua cada día. Cuando lo arreglaron había perdido 24 litros. ¿Cuántos días estuvo estropeado?
15	Si María sale de su casa y camina 9 km hacia el norte y luego 6 km hacia el sur ¿Qué tan lejos está de su casa?		

#### 13.4 Aprendamos a llenar un crucigrama

Esta actividad consta de ir resolviendo las cuestiones verticales y horizontales de este crucigrama y rellena con tus resultados las casillas. Recuerda que cuando se trata de varias palabras, no se debe dejar espacio entre ellas

Partiendo del desarrollo del mate-grama resuelve los siguientes interrogantes de manera individual.

1. ¿Cómo se sintió al momento del abordar las situaciones problemas?

---

---

2. ¿Qué te piden hacer en las situaciones problema?

---

---

3. ¿Qué conocimiento debes tener claro al trabajar con números enteros en las situaciones problema?

---

---

4. ¿Consideras que los problemas propuestos para la actividad los puedes resolver mediante una representación gráfica? explica tu respuesta.

---

---

5. ¿Ya te habías enfrentado a este tipo de situaciones problemas?

---

---

6. ¿Cuál fue tu primera estrategia al leer las situaciones problemas?

---

---

7. ¿Aplicaste solo una estrategia?, si fueron más describe cada una de ellas.

---

---

8. Si en la anterior respuesta escribiste que trabajaste con más de una estrategia, ¿cuéntanos con cual estrategia te sentiste mejor?

---

---

9. ¿Describe paso a paso la estrategia que seguiste para dar solución a la situación planteada?

---

---

10. ¿Tiene en cuenta el tiempo que tenía para dar solución a la actividad?

---

---

11. ¿Te hizo falta tiempo para dar solución a la actividad? Explica tu respuesta

---

---

12. ¿Te sobro tiempo para dar solución a la actividad? Explica tu respuesta

---

---

13. ¿Describe que dificultades tuviste al abordar las situaciones plateadas?

---

---

14. ¿Sabías cómo llenar un crucigrama?

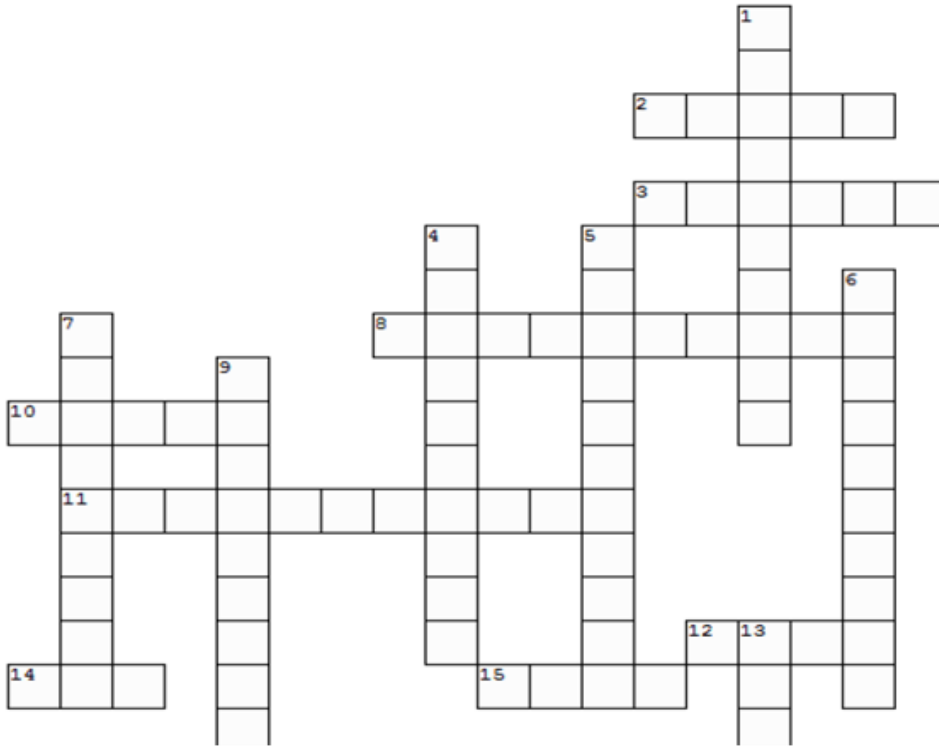
---

---

15. ¿La información que le proporcionaba cada situación problema era suficiente para dar solución a ella?, justifica tu respuesta.

---

---



### 13.5 Anexo 4. Entrevista semiestructurada

Otros de los instrumentos será la aplicación de la entrevista estructurada, en la cual el escolar responderá una serie de preguntas diseñada específicamente, identificar la efectividad de las actividades aplicadas a los escolares mediante la resolución de problemas, gracias a esta se logra acceder a la información.

1. ¿Al momento de trabajar la primera actividad ideas previas como te sentiste, contabas con conocimiento del tema que se abordó?

Sí\_\_ No\_\_ ¿Por qué?

---

---

2. ¿Considera que es necesario estar familiarizado con el concepto que se abordó para las situaciones problemas planteados?

Sí\_\_ No\_\_ ¿Por qué?

---

---

3. ¿Cree que es fundamental en resolver el problema aplicando una estrategia?

Sí\_\_ No\_\_ ¿Por qué?

---

---

4. ¿Cómo te sentiste al momento de trabajar la transversalidad en el análisis de situaciones problema, si te fue de ayuda?

Si\_\_ No\_\_ Por q

---

---

5. ¿Le gustó la metodología empleada para resolver problemas?

Si\_\_ No\_\_ Porque\_\_\_\_\_

---

---

6. ¿consideras que es importante que usted como estudiante siga y verifique una estrategia efectiva al resolver problemas?

Si\_\_ No\_\_ Porque\_\_\_\_\_

---