



**MODELAMIENTO DE LA EFICIENCIA ENERGÉTICA DE SISTEMAS
SOLARES FOTOVOLTAICOS PARA PAÍSES DE AMÉRICA A ALTAS
LATITUDES**

IVÁN GONZÁLEZ LEMUS

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES

FACULTAD DE INGENIERÍA

MAESTRÍA EN INGENIERÍA

MANIZALES

2020

**MODELAMIENTO DE LA EFICIENCIA ENERGÉTICA DE SISTEMAS
SOLARES FOTOVOLTAICOS PARA PAÍSES DE AMÉRICA A ALTAS
LATITUDES**

Autor

IVÁN GONZÁLEZ LEMUS

Proyecto de grado para optar al título de Magister en Ingeniería

Director (a):

Ph.D. Francy Nelly Jiménez García

Codirector (a):

Ph.D. Luis Fernando Mulcué Nieto

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES

FACULTAD DE INGENIERÍA

MAESTRÍA EN INGENIERÍA

MANIZALES

2020

DEDICATORIA

Dedico esta tesis a mis padres Ana e Iván, que siempre me han apoyado en todo aspecto. Igualmente a Dios, que se expresa a través de la realidad existencial como lo es la naturaleza y lo que nos rodea.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a la vida, por permitirme existir y expresarme de forma libre, con verdad y belleza suprema, mediante la física y las matemáticas.

Agradezco a mi familia y hermanos, que sin su acompañamiento no sería posible el cumplimiento de esta meta.

Agradezco a mi amiga y maestra la Dra. Francly Nelly Jiménez García, de quien he recibido además de conocimientos, un fortalecimiento de vida que me impulsa a seguir en este camino de ciencia. Igualmente, quiero agradecer a mi amigo, el Dr. Luis Fernando Mulcú Nieto una persona sin lugar a dudas de ideas creativas, únicas y brillantes. A quien debo su dedicación y sus conocimientos en el desarrollo de esta idea y las que se desarrollen futuramente. Como dijo mi amigo y compañero Isaac Newton: “Si he logrado ver más lejos, ha sido porque he subido a hombros de gigantes”.

Agradezco a mis compañeros y amigos de Maestría Carlos Fernando Luna, Leidy Natalia Gaviria, Daniel Ricardo Barco, Juan Fernando Ramírez. Con quienes establecí durante la maestría un trabajo en grupo productivo, y sus ideas fueron importantes para el desarrollo de este proyecto.

Agradezco a la comunidad educativa de la Institución Educativa Riosucio, por su apoyo en este proceso. Así mismo, a los docentes Hernán Darío Aguirre Palomino, Blanca Miriam Cañas Ríos, Héctor Fabio Cañas Díaz, Edgar Augusto Céspedes de los Ríos, Miguel Hernán García González y Carlos Arturo Valencia Agudelo, por sus ideas, personalidades y ayuda constante.

Agradezco a la Universidad Autónoma de Manizales y a su capital humano, especialmente a los docentes Dr. Cesar Augusto Álvarez Vargas, Dr. Luis Alberto Toro Carvajal, Dr. Mauricio Fernando Alba Castro entre otros. A quienes agradezco su búsqueda en discernir conocimiento de manera didáctica a sus estudiantes, como su calidez humana.

Igualmente a la coordinadora de la maestría, Dra. Diana Yomali Ospina López, por su personalidad, su apoyo y aportes en el proceso de mi formación a lo largo de la maestría.

Agradezco a los jurados que evalúan esta tesis, por sus críticas, aportes, sugerencias y tiempo empleado. Así mismo a aquellas personas que deseen tomar este trabajo como base para otras investigaciones, o porque no, solo por conocer e indagar un nuevo conocimiento.

RESUMEN

La energía solar fotovoltaica es una fuente de energía limpia, reconocida ampliamente por ser una solución para disminuir el efecto del cambio climático a nivel global y satisfacer las necesidades energéticas de manera sostenible. Los sistemas solares fotovoltaicos conectados a la red son una aplicación reciente e innovadora de este tipo de energía y su expansión ha sido creciente a nivel global. Su rendimiento y eficiencia energética depende de múltiples factores entre los cuales se encuentran la radiación solar disponible en el lugar geográfico de la instalación, la orientación e inclinación de los paneles solares, el clima y la calidad de los componentes. Se han implementado modelos matemáticos para calcular las pérdidas ocasionadas por cada uno de estos factores, sin embargo, predecir la eficiencia energética de estos sistemas no es sencillo por las múltiples variables que la afectan.

En este trabajo se propone una expresión matemática que permite determinar el Performance Ratio en países de altas latitudes del continente americano, mediante parámetros de entrada como la latitud, la inclinación del panel solar y la temperatura media ambiente del lugar. Esta expresión se obtiene mediante el estudio de las diversas pérdidas en 46 puntos geográficos comprendidos en un intervalo de latitud entre 14.64° y 61.22° , a través de una metodología que ya se había aplicado para países de bajas latitudes. En la aplicación de este modelo se obtienen errores promedio entre el Performance Ratio simulado y ajustado alrededor de 1.68% los cuales son bajos, lo que refleja la confiabilidad de la aproximación.

Palabras Claves: Pérdidas energéticas, sistema solar fotovoltaico, Performance Ratio, azimut, orientación, temperatura.

ABSTRACT

Photovoltaic solar energy is a clean energy source, widely recognized as a solution to reduce the effect of climate change globally and to meet energy needs in a sustainable manner. Grid-connected solar photovoltaic systems are a recent and innovative application of this type of energy and its expansion has been increasing at a global level. Its performance and energy efficiency depend on multiple factors among which are the solar radiation available in the geographical location of the installation, the orientation and inclination of the solar panels, the climate and the quality of the components. Mathematical models have been implemented to calculate the losses caused by each of these factors. However, predicting the energy efficiency of these systems is not simple because of the multiple variables that affect it.

In this work, a mathematical expression is proposed that allows determining the Performance Ratio in high latitude countries of the American continent, by means of input parameters such as latitude, solar panel inclination and average ambient temperature of the site. This expression is obtained by studying the various losses in 46 geographical points within a latitude range of 14.64° to 61.22° , through a methodology that had already been applied for low-latitude countries. In the application of this model, average errors are obtained between the simulated and adjusted Performance Ratio around 1.68% which are low, reflecting the reliability of the approximation.

Key Word: Energy losses, solar photovoltaic system, Performance Ratio, azimuth, orientation, temperature.

TABLA DE CONTENIDO

1	INTRODUCCIÓN.....	19
2	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	21
3	OBJETIVOS.....	24
3.1	OBJETIVO GENERAL.....	24
3.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	24
4	JUSTIFICACIÓN.....	25
5	ANTECEDENTES	27
6	REFERENTE TEÓRICO.....	30
6.1	ENERGÍA ANUAL PRODUCIDA Y FACTORES DE PÉRDIDAS EN UN SSFV CONECTADO A LA RED.....	30
6.1.1	Energía Anual Producida Por Un SSFV Conectado a la Red	30
6.1.2	Irradiación Solar Anual $G_a(\beta, \alpha)$	30
6.1.3	Performance Ratio de un Sistema Fotovoltaico	31
6.2	FACTORES DE PÉRDIDA EN UN SSFV CONECTADO A LA RED.....	31
6.1.4	Pérdidas Por Polvo Y Suciedad.....	31
6.1.5	Pérdidas Angulares.....	32
6.1.6	Pérdidas Por Diferencias Con La Potencia Nominal	35
6.1.7	Pérdidas Por Mismatch.....	36
6.1.8	Pérdidas Por Temperatura	37
6.1.9	Pérdidas Por Errores De Seguimiento Del Punto De Máxima Potencia (PMP)	38
6.1.10	Pérdidas En El Inversor Por Conversión DC-AC.....	39

6.1.11	Pérdidas Óhmicas En El Cableado	41
6.1.12	Pérdidas Por Sombreado	41
6.1.13	Modelo Matemático Basado En Funciones Gaussianas	45
7	METODOLOGÍA	47
7.1	CLASE, ENFOQUE, ALCANCE Y DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN	47
7.2	PLAN DE ACCIÓN SEGUIDO EN EL DESARROLLO DEL TRABAJO	47
8	RESULTADOS	61
8.1	PR SIMULADO EN FUNCIÓN DE LA INCLINACIÓN Y EL AZIMUT	61
8.2	PR AJUSTADO DESDE SUS CURVAS DE CONTORNO	66
8.3	CÁLCULO DE LOS VALORES a_1, a_2, a_3 , y a_4 EN FUNCIÓN DEL AZIMUT (α), INCLINACIÓN DEL PANEL SOLAR β , TEMPERATURA ANUAL AMBIENTE (T), LATITUD φ	69
8.3.1	Ajustes de a_1 y a_3	69
8.3.2	Ajustes de a_4	72
8.3.3	Ajuste de a_2	75
8.3.4	Temperatura Media Y PR A Cero Grados	77
8.4	VALIDACIÓN DEL MODELO CON TODAS LAS CIUDADES INVOLUCRADAS EN EL ESTUDIO	80
9	DISCUSIÓN DE RESULTADOS	90
10	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	94
10.1	CONCLUSIONES	94
10.2	RECOMENDACIONES	95
11	REFERENCIAS	96
12	ANEXOS	103

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Valores usuales de pérdidas a incidencia normal debido a la suciedad sobre los módulos	32
Tabla 2. Valores usuales de parámetros a_r y C_2 para módulos de silicio.	34
Tabla 3. Diferencias porcentuales absolutas entre la potencia emitida por el fabricante y la potencia real de operación de los módulos fotovoltaicos.	35
Tabla 4. Referencia para superficie fotovoltaica con $\beta = 30^\circ$ y $\alpha = 0$	43
Tabla 5. Matriz de Coeficientes para una Gaussiana en ciudad la Habana	57
Tabla 6. Matriz de Coeficientes para tres Gaussianas en ciudad la Habana.....	58
Tabla 7. Matriz de salida datos PR simulado	62
Tabla 8. Matriz conformada por coeficientes a_i	67
Tabla 9. Constantes para cálculo de variable $a_4(\beta)$	74
Tabla 10. Constantes para cálculo de variable $a_2(\beta)$	76
Tabla 11. Constantes para determinar la temperatura en función de la latitud.	78
Tabla 12. Constantes para determinar PR(0).....	80
Tabla 13. Tabla de datos calculados mediante modelo propuesto.....	81
Tabla 14. Error generado en aproximación	83
Tabla 15. Errores máximos, mínimos y promedio por puntos geográficos según modelo matemático propuesto.....	86
Tabla 16. Irradiación media horizontal $G_{dm}(0)$, Temperatura máxima y mínima en diferentes lugares	103
Tabla 17. Radiación Global y Difusa diaria para la ciudad de Miami Florida.....	105
Tabla 18. Valores de Radiación Global y Difusa horaria para la ciudad de Miami.	106

Tabla 19. Análisis de pérdidas en los meses de Enero, Junio y Diciembre, Miami Florida.	107
Tabla 20. Análisis de pérdidas en el mes de Junio, Miami Florida.	108
Tabla 21. Análisis de pérdidas en el mes de Diciembre, Miami Florida.	109
Tabla 22. Matriz PR de la ciudad de Miami azimut entre -180° a -90°	110

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Representación de ángulo de inclinación y azimut de una superficie.....	33
Figura 2. Representación de las coordenadas solares.....	42
Figura 3. Diagrama de trayectorias solares empleado para calcular pérdidas por sombreado, para la ciudad de Bogotá D.C. A este se superpone el diagrama de obstáculos en color amarillo.	43
Figura 4. Grafica de una función Gaussiana.	46
Figura 5. Diagrama de flujo Metodología desarrollada en este trabajo.	47
Figura 6. Diagrama de flujo Metodología Paso 1	48
Figura 7. Diagrama de flujo Metodología Paso 2.	49
Figura 8. Diagrama de flujo Metodología Paso 3.	50
Figura 9. Diagrama de flujo Metodología Paso 4.	51
Figura 10. Contornos del PR para Bogotá D.C (Colombia), mediante simulación (Izquierda) y mediante la formulación matemática propuesta (Derecha)	53
Figura 11. Aproximación mediante funciones Gaussianas Anchorage para un ángulo de inclinación de 30°	54
Figura 12. Aproximación mediante funciones Gaussianas Miami para un ángulo de inclinación de 30°	55
Figura 13. Diagrama de flujo Metodología Paso 5.	56
Figura 14. Diagrama de flujo Metodología Paso 6.	59
Figura 15. Superficie de Performance Ratio función de Inclinación y azimut. Latitud alta Anchorage.....	62
Figura 16. Superficie de Performance Ratio función de Inclinación y azimut. Latitud media Rochester.	63

Figura 17. Superficie de Performance Ratio función de Inclinación y azimut. Latitud baja La Habana.....	63
Figura 18. Anchorage Performance Ratio Vs Azimut, Latitud alta Anchorage Parte (a), Latitud media Rochester Parte (b), Latitud baja Rochester Parte (c).	64
Figura 19. Anchorage Performance Ratio vs Inclinación, Latitud alta Anchorage Parte (a), Latitud media Rochester Parte (b), Latitud baja Rochester Parte (c).	65
Figura 20. Aproximación de superficie PR la habana en CFTOOL	66
Figura 21. Aproximación inicial con tres funciones gaussianas para Anchorage Parte (a) y la Habana Parte (b).	68
Figura 22. Partición de las ciudades en dos grupos variable α_1	69
Figura 23. Partición de las ciudades en dos grupos variable α_3	71
Figura 24. Partición de las ciudades en dos grupos variable α_4	72
Figura 25. Función cubica propuesta variable α_4 en función del ángulo (β).....	73
Figura 26. Partición de las ciudades en dos grupos variable α_2	75
Figura 27. Gráfica Temperatura media en función de la latitud.....	77
Figura 28. Comportamiento del PR máximo y mínimo en función de la temperatura media anual ambiente.....	78
Figura 29. Performance Ratio en cero grados de inclinación Vs Latitud.....	79
Figura 30. PR Aproximado vs PR simulado en función del azimut Anchorage (Parte (a)), Quebec (Parte (b)), Hermosillo (México) (Parte (c)).	81
Figura 31. PR en función del azimut y la inclinación Anchorage Simulado	83
Figura 32. PR en función del azimut y la inclinación Anchorage Aproximado.....	83
Figura 33. Error Absoluto en función del azimut y la inclinación para Anchorage.....	84
Figura 34. Contornos PR Simulado y Aproximado Anchorage y Miami	84

Figura 35. Comparación planar Anchorage PR Simulado, Aproximado en función del ángulo de inclinación.....	87
Figura 36. Comparación planar Hermosillo México PR simulado, Aproximado en función del ángulo de inclinación.....	88
Figura 37. Comparación planar La Habana Cuba PR Simulado, Aproximado en función del ángulo de inclinación.....	89
Figura 38. Curvas de Contorno de PR Simulado ciudades Whitehorse y Sitka.....	111
Figura 39. Curvas de Contorno de PR Simulado ciudades Edmonton y Victoria.....	112
Figura 40. Curvas de Contorno de PR Simulado ciudades Eugene y Pittsburgh.....	113
Figura 41. Curvas de Contorno de PR Simulado ciudades Washington y Tijuana.....	114
Figura 42. Curvas de Contorno de PR Simulado ciudades San Juan de Puerto Rico y Guatemala.....	115

LISTA DE ANEXOS

Anexo 1. Datos de irradiación media horizontal y Temperaturas máximas y mínimas para algunos lugares trabajados en este proyecto.....	103
Anexo 2. Análisis de pérdidas angulares, temperatura, en el inversor por conversión DC-AC, ciudad de Miami Florida Meses de Enero, Junio y Diciembre.....	105
Anexo 3. Matriz ejemplo PR en función de Inclinación y Latitud para Miami Florida ...	110
Anexo 4. Curvas de Contorno de PR Simulado en función de la inclinación y el azimut para ciudades en diferentes rangos de latitudes.....	111

LISTA DE SÍMBOLOS Y ABREVIATURAS

<i>Abreviatura o Símbolo</i>	<i>Significado</i>
α	<i>Azimut u Orientación respecto al sur del panel solar</i>
β	<i>Inclinación de los paneles respecto al suelo</i>
SSFV	<i>Sistemas Solares Fotovoltaicos</i>
BIPV	<i>Fotovoltaica Integrada a Edificios</i>
STC	<i>Condiciones Estándar de Medida</i>
E_{PV}	<i>Energía producida por un sistema Fotovoltaico</i>
IEC	<i>Comisión Electrotécnica Internacional</i>
$G_a(\beta, \alpha)$	<i>Irradiación solar anual sobre la superficie del generador</i>
$FI(\beta, \alpha)$	<i>Factor de Irradiación</i>
$G'_h(\beta, \alpha)$	<i>La irradiancia global horaria</i>
$B_h(\beta, \alpha)$	<i>Radiación directa</i>
$D^c_h(\beta, \alpha)$	<i>Radiación difusa circumsolar</i>
$D^I_h(\beta, \alpha)$	<i>Radiación difusa isotrópica</i>
$R_h(\beta, \alpha)$	<i>Radiación difusa reflejada</i>
P_{peak}	<i>Potencia Pico Instalada</i>
G_{STC}	<i>Irradiancia solar en condiciones estándar de medida</i>
PR	<i>Performance Ratio “Rendimiento Anual”</i>
FT_B, FT_D, FT_R	<i>Transmitancias Relativas</i>
θ_s	<i>Angulo de incidencia entre los rayos y la normal.</i>
a_r, C_1, C_2	<i>Parámetros dependientes del grado de suciedad.</i>
P_{max}	<i>Potencia máxima</i>
$G'(\beta, \alpha)$	<i>Irradiancia incidente sobre la superficie</i>
$P_{max,STC}$	<i>Potencia máxima a condiciones estándar de medida</i>

γ	<i>Coeficiente de variación del punto de máxima potencia con la Temperatura.</i>
T_c	<i>Temperatura instantánea de las celdas fotovoltaicas.</i>
TOE	<i>Temperatura de operación equivalente del generador</i>
P_{input}	<i>Potencia instantánea a la entrada del inversor</i>
P_{output}	<i>Potencia instantánea a la salida del inversor</i>
$P_{nominal}$	<i>Potencia nominal a la salida del inversor</i>
$\eta_{inverter}$	<i>Eficiencia del Inversor</i>
E_{AC}	<i>Energía generada a la salida del inversor</i>
E_{DC}	<i>Energía generada por el generador fotovoltaico</i>
I_i	<i>Corriente que circula en el iésimo cable.</i>
R_I	<i>Resistencia Eléctrica iésima</i>
γ_s	<i>Altura Solar</i>
f_i	<i>Fracción de área cubierta por el obstáculo. con el porcentaje de irradiación de la región R_i</i>
R_i	<i>Porcentaje de irradiación de la región iésima</i>
RETScreen	<i>Software de Gestión de Energías Limpias.</i>
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration, “Administración Nacional de la Aeronáutica y del Espacio”, Bases de datos de energía solar.</i>
MATLAB	<i>Matrix Laboratory, “Laboratorio de matrices” sistema de cómputo numérico.</i>
PMP	<i>Punto de Potencia Máxima</i>
$L_{dirtness}$	<i>Pérdidas por polvo y suciedad</i>
$T(0)$	<i>Transmitancia Normal</i>
$T_{dirt}(0)$	<i>Transmitancia de la luz a incidencia normal cuando la superficie está sucia.</i>

$T_{clean}(0)$	<i>Transmitancia de la luz a incidencia normal cuando la superficie está limpia.</i>
$L_{angular}$	<i>Pérdidas Angulares</i>
L_{rating}	<i>Pérdidas por diferencias con la potencia nominal</i>
$L_{temperature}$	<i>Pérdidas por temperatura</i>
$L_{inverter}$	<i>Pérdidas en el inversor por conversión DC-AC</i>
L_{ohmic}	<i>Pérdidas óhmicas en el cableado</i>
$L_{shading}$	<i>Pérdidas por sombreado</i>
L_i	<i>Pérdida i-esima</i>
PNUD	<i>Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo</i>
ODS	<i>Objetivos de Desarrollo Sostenible u objetivos mundiales</i>
MPPT	<i>Seguimiento del Punto de Potencia Máximo</i>

1 INTRODUCCIÓN

Los sistemas solares fotovoltaicos (SSFV) se han convertido en una fuente de energía renovable de múltiples beneficios destacándose su producción energética silenciosa, económica y confiable. Quizás, un factor de importancia en la adquisición de este tipo de energía es el costo de producción del panel fotovoltaico, el cual ha tenido un decrecimiento en el tiempo, debido a los avances tecnológicos tanto en los diversos materiales usados, como en la tecnología de fabricación. Este decrecimiento conlleva a que los SSFV sean competitivos en función de la energía producida, y su comparación tecnológica frente a otros sistemas de generación de energía renovable [1].

Como consecuencia de este decrecimiento de costo, surge la posibilidad de adquirir este tipo de tecnología y aumentar sus aplicaciones. Una aplicación particular son las edificaciones, en las que factores como la distribución espacial ha provocado que los elementos constitutivos de las fachadas sean sustituidos por paneles fotovoltaicos generando la implementación fotovoltaica en edificios (BIPV) tanto para SSFV aislados como aquellos conectados a la red eléctrica [2].

Un SSFV requiere garantizar la energía producida (E_{PV}), por tanto, en 1998 la comisión electrotécnica internacional (IEC) publicó la norma internacional IEC 61724, mediante la cual se describe el análisis de sistemas fotovoltaicos y recomendaciones. Para un sistema que está conectado a la red eléctrica, la Energía producida, E_{PV} , puede determinarse mediante la expresión:

$$E_{PV} = \frac{G_a(\beta, \alpha) P_{peak} PR}{G_{STC}} \quad (1)$$

Donde $G_a(\beta, \alpha)$ es la irradiación solar anual sobre la superficie del generador, P_{peak} es la potencia pico instalada. G_{STC} , es la irradiancia solar en condiciones estándar de medida, igual a $1 \frac{KW}{m^2}$. PR es conocido como “Performance ratio”, el cual permite conocer el rendimiento anual de la instalación. El PR depende de múltiples pérdidas que tienen que

ver con el ambiente o el mismo sistema tales como pérdidas por polvo y suciedad, pérdidas angulares, pérdidas por temperatura entre otras [3].

Debido a la importancia del performance ratio en un SSFV surge la necesidad de un modelo matemático que describa su comportamiento para distintas latitudes en el cual se incluyan los parámetros más relevantes que lo afectan. En países de bajas latitudes en el continente americano, se encuentra un estudio que establece una expresión simple que permite calcular el *PR* en función de parámetros como la temperatura ambiente media de la ciudad, la latitud, los ángulos de inclinación y orientación del plano del generador fotovoltaico. Esta expresión fue validada en una muestra de 16 ciudades de Colombia, en las que se analizaron detalladamente las posibles pérdidas energéticas que inciden sobre un sistema fotovoltaico conectado a la red en cualquier inclinación y orientación posible del plano generador. En este estudio se realizó una comparación del *PR* medido con el calculado con un grado de precisión del modelo planteado que genera errores menores al 1% y este error tiende a crecer levemente debido a la temperatura y la latitud [3].

Para países de altas latitudes en el continente americano aún no se ha determinado tal expresión que permita calcular el *PR* con variables propias del sistema. En este trabajo se pretende plantear un modelo matemático simple que pueda ser utilizado para calcular el rendimiento anual (*PR*) de un SSFV conectado a la red en función de parámetros propios del sistema para países de altas latitudes del continente americano. Para tal fin se delimita el presente estudio a ciudades de altas latitudes, indicando por altas latitudes aquellas ciudades ubicadas de 20 grados latitud norte hasta aproximadamente 60 grados latitud norte ya que por encima de esta latitud no se encuentran SSFV instalados. La evaluación solar de la zona específica se realizará empleando las bases de datos RETScreen o NASA, y por medio de estos datos se calcularán los *PR*. Finalmente, mediante correlación matemática, se planteará un modelo genérico que modele adecuadamente los datos.

En este documento se encuentran los siguientes tópicos: planteamiento del problema, objetivos, justificación, antecedentes, metodología entre otros. Lo anterior con el fin de dar a conocer de manera explicativa como se llevará a cabo el proceso de investigación.

2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la actualidad, los sistemas solares fotovoltaicos son considerados una buena opción sostenible para cubrir la demanda energética a nivel global, debido a que convierten la energía solar en energía eléctrica favorablemente. Este tipo de energía producida es viable y económica para gran cantidad de aplicaciones [4], su desempeño energético depende de ciertas variables tales como el diseño del sistema, la calidad de los componentes del sistema, la radiación solar disponible en el lugar geográfico de la instalación, el clima, la inclinación y orientación del panel solar, así como de ciertas variables propias del sistema fotovoltaico.

Algunos factores que afectan el desempeño energético de un SSFV conectado a la red son debidos a pérdidas por polvo y suciedad, pérdidas angulares, pérdidas por diferencias con la potencia nominal, pérdidas por mismatch, pérdidas por temperatura, pérdidas por errores de seguimiento del punto de máxima potencia (PMP), pérdidas en el inversor por conversión DC-AC, pérdidas óhmicas en el cableado, pérdidas por sombreado [3], entre otras. A continuación, se describe brevemente en que consiste cada una de ellas.

- Pérdidas por polvo y suciedad ($L_{dirtiness}$): Estas pérdidas aparecen debido a diversas partículas y elementos que se almacenan en la superficie de vidrio del módulo solar, reduciendo así la transmitancia normal, $T(0)$, respecto a la que se obtendría si estuviera en limpieza total $T_{clean}(0)$ [3][5].
- Pérdidas Angulares ($L_{angular}$): Se deben al movimiento continuo del sol durante el día, generando así que el ángulo de incidencia sea variable en el tiempo y ocasionando con ello pérdidas en la transmisión de la luz [6].
- Pérdidas por diferencias con la potencia nominal (L_{rating}): Se deben a la diferencia entre la potencia real instalada y la potencia nominal que provee el fabricante, lo que ocasiona que el propio sistema se afecte [7].
- Pérdidas por mismatch: Se deben a las conexiones eléctricas en el SSFV entre módulos ya sea en serie o paralelo. La potencia total del sistema no corresponde a la

sumatoria de las potencias individuales. Son ocasionadas por el sombreado parcial y la dispersión de propiedades eléctricas en los módulos [8].

- Pérdidas por temperatura ($L_{temperature}$): Las pérdidas por temperatura sobre el modulo tienen una dependencia con la inclinación y orientación del módulo, la temperatura ambiente del lugar, la irradiancia del generador, entre otros [9].
- Pérdidas por errores de seguimiento del punto de máxima potencia (PMP): Las pérdidas PMP surgen cuando el inversor no puede localizar el punto óptimo de trabajo del generador en la curva corriente-voltaje en el proceso de conversión de corriente continua a alterna. Por lo tanto se genera una potencia menor a la esperada [3] [10].
- Pérdidas en el inversor por conversión DC-AC ($L_{inverter}$): Se deben a la relación entre la potencia a la entrada del inversor, y la potencia a la salida. Estas pérdidas incluyen factores como la tensión de entrada y la temperatura de trabajo entre otros [3] [11].
- Pérdidas óhmicas en el cableado (L_{ohmic}): Se deben al paso de la corriente eléctrica en las cuales se dan caídas de tensión formando pérdidas de potencia por calentamiento [3] [9].
- Pérdidas por sombreado ($L_{shading}$): Se basan en el cálculo por superposición de obstáculos (nubes entre otros) alrededor del día. Estas pérdidas pueden determinarse basándose en diagramas de trayectorias solares [3] [12].

Las pérdidas mencionadas han sido estudiadas y se han planteado formulaciones matemáticas que permiten determinarlas. Entre algunos métodos para calcular pérdidas angulares está el método analítico de Martin-Ruiz, el cual es de fácil aplicabilidad y precisión [6]. Así mismo, para calcular la máxima potencia que puede entregar un módulo fotovoltaico puede emplearse la expresión propuesta por Osterwald [3][9], entre otros métodos.

La norma internacional IEC 61724 describe las condiciones para el análisis del comportamiento eléctrico de sistemas fotovoltaicos, en la cual se destaca la energía anual producida (E_{PV}) para sistemas conectados a la red, planteada mediante la ecuación (1) [13].

Tomando como referencia la ecuación mencionada, el valor de la irradiación solar anual sobre la superficie del generador $G_a(\beta, \alpha)$ es de fácil obtención, puede ser determinado mediante gráficos del factor de Irradiación. Por tal motivo para encontrar la energía anual producida en un sistema conectado a la red se reduce a la necesidad de determinar el valor de PR [3]. El Performance Ratio PR está relacionado con las pérdidas mencionadas anteriormente, mediante la multiplicación sucesiva de ellas, así:

$$PR = \prod_{i=1}^n (1 - L_i) \quad (2)$$

Debido a los muchos factores que intervienen en la anterior expresión es complejo realizar un análisis exacto del mismo [3], por tal motivo se han realizado trabajos en entorno a calcular esta variable [14]. Para países de bajas latitudes se ha obtenido una formulación sencilla que es equivalente a compleja expresión anterior, la cual, fue validada correlacionando datos de un sitio web especializado en proyectos de energía renovable denominado RETScreen International [15] con ciudades de Colombia [3]. Mediante este estudio se han dado avances importantes ya que más allá de predecir correctamente la energía producida por un SSFV, permite tener un parámetro de referencia para comparar datos provenientes de un sistema de monitoreo con los estimados en la etapa de diseño [3].

Si bien se han realizado avances para la estimación del PR [3], estos resultados están enfocados a su formulación en países de bajas latitudes, pero no se ha determinado su validez y aplicación en países de altas latitudes. Por tal motivo surge la pregunta de investigación ¿Cómo modelar la eficiencia energética de SSFV para países de altas latitudes del continente americano teniendo en cuenta diferentes parámetros de desempeño de tales sistemas?

3 OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Modelar la eficiencia energética de SSFV conectados a la red, instalados en países de altas latitudes del continente americano, en función de parámetros de funcionamiento que inciden sobre su desempeño energético.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Seleccionar los modelos matemáticos más adecuados para los distintos parámetros que inciden sobre la eficiencia energética de SSFV.
2. Simular la eficiencia energética de SSFV instalados en países de altas latitudes en función de los parámetros y modelos previamente establecidos.
3. Proponer un modelo matemático que describa los resultados obtenidos en las simulaciones previas realizadas a la eficiencia energética de SSFV.
4. Validar el modelo propuesto mediante el análisis de SSFV instalados en ciudades de altas latitudes de América del norte.

4 JUSTIFICACIÓN

El modelo energético actual ha generado un ambiente no sostenible debido al uso de combustibles fósiles, a su influencia en el calentamiento global y el deterioro del ecosistema terrestre. Con el fin de mitigar esta situación ambiental y fortalecer el abastecimiento energético mundial las energías renovables han sido consideradas como una solución. La energía solar fotovoltaica es una de tales fuentes que presenta versatilidad en su aplicabilidad en diversas áreas como las fachadas de los edificios [2], impulso de sistemas satelitales en el espacio, electrificación de zonas remotas no interconectadas, tecnificación agroindustrial, producción de alimentos, alumbrado público, entre otros. Todo lo anterior ha provocado avances entorno a la implementación de SSFV tales como las tecnologías de paneles, los distintos dispositivos que se requieren (ej: inversores, baterías), así como en lo relacionado con la descripción matemática de los sistemas y de su desempeño.

Debido a los avances entorno a la energía solar fotovoltaica es necesario seguir investigando en la descripción matemática de estos sistemas, con el fin de generar métodos y formulaciones que conlleven a optimizar la eficiencia energética de estos sistemas y garantizar un abastecimiento adecuado de la energía producida [16]. Mediante el desarrollo de este estudio se desea llegar a una expresión simple del rendimiento anual o performance ratio de un sistema solar fotovoltaico que influye directamente en la eficiencia energética de un sistema fotovoltaico, y permite complementar la ya existente para países de bajas latitudes.

En la actualidad se tienen SSFV para los cuales la eficiencia es mucho menor al valor nominal que se espera de acuerdo a las especificaciones del fabricante. Es necesario identificar claramente los parámetros y en especial la incidencia que éstos tienen sobre la eficiencia energética; de esta manera pueden proponerse estrategias de control e ir en búsqueda de mejorar la eficiencia real de los sistemas fotovoltaicos.

Esta investigación propone una mirada correlacional matemática de algunas variables inmersas en la eficiencia energética sobre un sistema solar fotovoltaico. Los recursos para

este estudio son importantes, para la fase experimental se usa el software denominado RETScreen, el cual, es un sistema de análisis de factibilidad de energías renovables y es de versión libre. Para la fase correlacional, la Universidad Autónoma de Manizales cuenta con diversos paquetes computacionales como MATLAB que mediante su aplicación facilita el procesamiento de la información.

En la ejecución de este estudio se propone dar claridad a parámetros que están comprometidos en el fenómeno de la eficiencia energética en el tema de energía solar fotovoltaica. Igualmente ofrece un avance en el conocimiento de la eficiencia energética en un SSFV en países de altas latitudes, para tener finalmente una correlación que describa el comportamiento para sistemas en cualquier latitud.

Su alcance correlaciona factores que ya han sido medidos experimentalmente y recopilados en bases de datos, a partir de los cuales se pretende concluir en una formulación matemática para países de altas latitudes que permita calcular el performance ratio de un sistema solar fotovoltaico de forma sencilla. Los resultados van enfocados a quien en su campo disciplinar desee incursionar y desarrollar ciencia, así mismo a la sociedad en general que cada vez desea un mejor planeta.

Como ejemplo de lo anterior en el Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD) se encuentra en desarrollo el proyecto conocido como Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) u objetivos mundiales. Este proyecto fue adoptado en el año 2015 por los estados miembros entre ellos Colombia que tiene en desarrollo alrededor de 64 proyectos, propone poner fin a la pobreza, proteger el planeta, garantizar paz y prosperidad para el año 2030. Los ODS están compuestos por 17 objetivos entre los cuales los objetivos 7, 11,13 son de importancia en el área energética y desarrollo sostenible [17].

5 ANTECEDENTES

El trilema energético es uno de los puntos más críticos que afronta un gobierno y está relacionado con un suministro energético competitivo. En este trilema se tratan tres temas fundamentales de la energía: la seguridad de suministro, la equidad social y la mitigación del impacto ambiental [18], por lo cual, se ha convertido en unos de los temas de interés en las diferentes agendas internacionales. Con el fin de lograr un desarrollo energético sostenible se hace indispensable generar una cultura de educación energética en busca de un buen aprovechamiento de las fuentes de energía no renovables como lo son el carbón, el gas y el petróleo, y promover el uso de energías amables con el medio ambiente. Esta educación energética tiene la oportunidad de llevar a la generación de hábitos adecuados que garanticen una sociedad más duradera [19].

Un tipo de energía renovable de interés actual para afrontar el futuro energético del planeta, desde el punto de vista de la sostenibilidad, es la energía solar fotovoltaica [20]. Este tipo de energía puede ser generada mediante una celda solar fotovoltaica, la cual, es un dispositivo que produce electricidad directamente desde la luz visible. Estas celdas han avanzado secuencialmente generando cada vez eficiencias altas, llegando alrededor del 46% en laboratorio [21]. En el campo económico su costo ha disminuido acorde al avance del tiempo, alcanzando así su comparación con otras formas de energía [22].

Varios factores afectan la eficiencia energética: la temperatura del módulo, el seguimiento del punto de potencia máximo (MPPT), y la eficiencia de conversión de energía; de tal manera que la modificación intencionada de estos factores mejora la eficiencia de los sistemas solares para aplicaciones más fiables [23]. Se han realizado algunos trabajos en los cuales se han dado a conocer las principales causas que limitan la eficiencia de conversión de radiación en electricidad y se han planteado estrategias que permiten incrementar la eficiencia de conversión por encima del 30 % [20]. En este tópico se encuentran trabajos relacionados con el estudio de materiales para la construcción de celdas solares [24], de sus propiedades eléctricas, térmicas y ópticas para un uso eficiente. Además se encuentran trabajos tanto teóricos como experimentales sobre las relaciones hueco-electrón con el fin de determinar el uso eficiente de la energía solar [25].

En cuanto al rendimiento térmico y eléctrico de paneles solares, se han realizado trabajos sobre paneles híbridos, los cuales son resultado de la unión entre tecnología solar térmica y la tecnología fotovoltaica. Este tipo de panel posee un sistema por el cual ingresa un fluido (líquido, gas o ambos) cuya función principal es mantener baja la temperatura del panel incrementando su eficiencia [26] en comparación con paneles solares que se refrigeran normalmente. Las eficiencias con este tipo de panel son registradas por encima del 70%.

Se considera que la eficiencia de conversión de energía disminuye con el incremento de la temperatura a un valor de 0.5% por grado kelvin. Mediante un estudio fueron comparadas un par de celdas una de ellas tenía enfriamiento natural y la restante disponía a la salida con un sistema de aletas para su respectivo intercambio de calor, mediante esta opción se logra una disminución en las pérdidas térmicas adoptando esta medida.[27].

Una alternativa de ahorro energético es la cogeneración debido a que permite ahorrar energía y por consiguiente aumentar la eficiencia energética. La generación de energía por efecto fotovoltaico puede ser más eficiente combinando células fotovoltaicas híbridadas mediante la instalación de un intercambiador de calor de aire en su parte posterior. Esto mantiene constante una eficiencia energética mediante el enfriamiento de las células y la recuperación de energía solar disipada [28].

Algunos trabajos han sido realizados alrededor del mundo, por ejemplo en Perlis, Malasia; allí se ha encontrado que el límite principal de los sistemas fotovoltaicos es la baja eficiencia de conversión de los paneles fotovoltaicos, dado en gran magnitud por la influencia de su temperatura de funcionamiento [29]. Así mismo en otros trabajos recientes se ha determinado que la eficiencia de un panel fotovoltaico depende de su ángulo de inclinación. En un estudio realizado en Cracovia, mediante la aplicación de varios tipos de paneles (Panel mono cristalino, panel poli cristalino, panel amorfo) y tres inclinaciones respectivas. Se determinó que la inclinación óptima de un panel solar en Polonia debe ser de 55° respecto a la horizontal, con el fin de alcanzar la máxima eficiencia en primavera [30].

En el área de edificaciones, la energía solar fotovoltaica ha tenido un gran crecimiento, ya que, mediante la aplicación de tecnología fotovoltaica presenta una oportunidad para diseñar edificios sostenibles. En las edificaciones la temperatura de funcionamiento de los módulos fotovoltaicos tiene un fuerte impacto sobre la eficiencia y la salida de energía del sistema fotovoltaico. Por tal motivo se han realizado estudios que presentan las interacciones térmicas entre el envolvente de un edificio y los paneles fotovoltaicos y se registran las diferencias de temperatura ya sea con un techo verde y uno negro, registrándose temperaturas menores sobre el techo verde [28]. Además de la aplicación de la tecnología fotovoltaica integrada a edificios (BIPV), se ha presentado una problemática ya que, aunque una gran cantidad de generadores han sido instalados alrededor del mundo, muy pocos países cuentan con la reglamentación debida. Por tanto, es conveniente estudiar el recurso solar disponible en cada región, así como los parámetros que afectan el rendimiento de los sistemas fotovoltaicos ya que este depende de la ubicación geográfica de la instalación, el clima, la inclinación y orientación de las superficies utilizadas, el diseño adecuado del sistema, la calidad de los componentes, entre otros [2] [3].

En el modelamiento de la eficiencia energética de paneles solares se han establecido metodologías con las cuales se ha determinado la incidencia de la temperatura y el factor de llenado (Parámetro que determina la máxima potencia de una célula solar). Así, un aumento en la temperatura genera una disminución de la tensión del sistema; el factor de llenado altera la potencia de salida debido a la alteración del voltaje [23]. Así mismo en SSFV se han planteado algunos modelos matemáticos que permiten determinar las componentes de la radiación solar (Radiación solar Directa, Radiación Solar Difusa) en una orientación arbitraria del SSFV, posibilitando la predicción de la potencia eléctrica y, por consiguiente, el rendimiento del mismo sistema [31].

6 REFERENTE TEÓRICO

Mediante esta sección se da a conocer una expresión matemática que es conocida a través de la Comisión Electrotécnica Internacional (IEC), para calcular la energía anual producida en un sistema fotovoltaico conectado a la red. Igualmente se indica una variable que es determinante en el cálculo de la misma, conocido como Performance Ratio, dependiente de factores propios del sistema que requieren ser analizados con el fin de predecir su producción anual.

6.1 ENERGÍA ANUAL PRODUCIDA Y FACTORES DE PÉRDIDAS EN UN SSFV CONECTADO A LA RED

6.1.1 Energía Anual Producida Por Un SSFV Conectado a la Red

La comisión electrotécnica Internacional (IEC) en el año 1998 a través de su norma IEC 61724, describe los equipos, la terminología y algunas recomendaciones con el fin de analizar el comportamiento eléctrico de sistemas solares fotovoltaicos. La energía anual producida (E_{PV}) es uno de los parámetros característicos que permite analizar la producción energética, para sistemas fotovoltaicos conectados a la red eléctrica, se describe mediante la ecuación (1) [13].

Esta ecuación permite hallar la energía en función de: $G_a(\beta, \alpha)$ es la irradiación solar anual sobre la superficie del generador, P_{peak} es la potencia pico fotovoltaica instalada, PR es el rendimiento anual de la instalación denominado “Performance Ratio” y G_{STC} es la irradiancia solar en condiciones estándar de medida, igual a $1 \frac{KW}{m^2}$ [3].

6.1.2 Irradiación Solar Anual $G_a(\beta, \alpha)$

La irradiación es la densidad de la energía que cae sobre la superficie de un generador durante un período de tiempo determinado [5]. La superficie plana de un generador fotovoltaico se encuentra totalmente definido en función de dos ángulos: α , conocido como

azimut u orientación respecto a sur y β , conocido como la inclinación de los módulos respecto al suelo. La irradiación solar anual $G_a(\beta, \alpha)$ puede ser calculada mediante el factor de irradiación (FI) determinado ya sea mediante gráficos [3], o analíticamente. El factor de irradiación (FI) se define como la fracción de radiación anual incidente para un generador de orientación α e inclinación β , respecto a la recibida para una orientación e inclinación optimas $G_a(\beta_{opt}, \alpha)$ [32]:

$$G_a(\beta, \alpha) = FI(\beta, \alpha) * G_a(\beta_{opt}, \alpha) \quad (3)$$

6.1.3 Performance Ratio de un Sistema Fotovoltaico

El performance ratio o el rendimiento de un sistema fotovoltaico (PR) indica el efecto general de las pérdidas en la salida del sistema fotovoltaico [33] [34]. Algunas de estas pérdidas son: Pérdidas por polvo y suciedad, pérdidas angulares, Pérdidas por diferencias con la potencia nominal, pérdidas por mismatch, pérdidas por temperatura entre otras [35]. Así mismo el PR puede calcularse mediante la ecuación (2), la cual se basa en la productoria de las pérdidas (L_i) mencionadas [3].

6.2 FACTORES DE PÉRDIDA EN UN SSFV CONECTADO A LA RED

6.1.4 Pérdidas Por Polvo Y Suciedad

Las pérdidas por polvo y suciedad se deben generalmente por el depósito de partículas como: el hollín, la sal, los excrementos de aves sobre el vidrio del módulo fotovoltaico. La acumulación de polvo tiene un efecto perjudicial en el rendimiento energético de los colectores solares, debido a la pérdida por absorción de la luz incidente [36]. Generalmente las pérdidas por polvo y suciedad se cuantifican en términos de la disminución de la transmitancia normal $T(0)$, respecto a aquella que se obtendría si los módulos estuvieran completamente limpios. Algunos valores ya han sido determinados (**Tabla 1**) teniendo en cuenta la razón entre la transmitancia de la luz a incidencia normal cuando la superficie está sucia $T_{dirt}(0)$ y la transmitancia de la luz a incidencia normal cuando la superficie está limpia $T_{clean}(0)$ [5].

Tabla 1. Valores usuales de pérdidas a incidencia normal debido a la suciedad sobre los módulos

Grado de Suciedad	$T_{dirt}(0)/T_{clean}(0)$	Pérdidas
Ninguno	1	0%
Bajo	0.98	2%
Medio	0.97	3%
Alto	0.92	8%

Fuente: Desarrollo de herramientas para el dimensionamiento y simulación de sistemas fotovoltaicos en Colombia. Aplicación a la ciudad de Manizales, Caldas (2014)

Acorde a lo anterior, las pérdidas por suciedad pueden calcularse mediante:

$$L_{dirtiness} = 1 - \frac{T_{dirt}(0)}{T_{clean}(0)} \quad (4)$$

La ecuación mencionada permite calcular las pérdidas por suciedad a incidencia normal, ya que debido, al cambio del ángulo de incidencia el polvo provoca sombras de longitud variable sobre la superficie, aspecto que debe ser tomado en cuenta en pérdidas angulares [3].

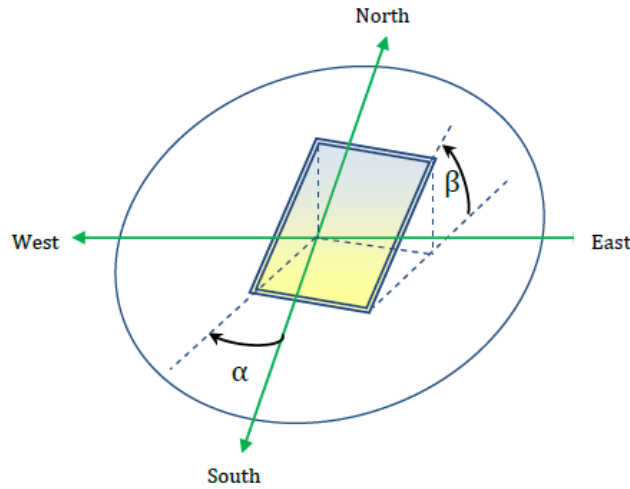
6.1.5 Pérdidas Angulares

Los módulos fotovoltaicos conocidos comercialmente se encuentran definidos por su potencia pico, la cual es determinada bajo condiciones estándar de medida (STC). Las STC están definidas como una irradiancia incidente de $1 \frac{KW}{m^2}$, temperatura de célula fotovoltaica de 25°C, espectro estándar de AM 1.5G e incidencia normal. Bajo estas condiciones y debido al movimiento del sol durante el día, provocan que el ángulo de incidencia sea variable en el tiempo y por consiguiente existan pérdidas en la transmisión de la luz.

Una superficie plana ubicada en el hemisferio norte de la tierra se encuentra definida en función de su ángulo de inclinación β respecto al suelo y por el ángulo azimut u

orientación α respecto a sur. El ángulo azimut u orientación se considera positivo hacia el oeste y máximo cuando es igual a 180° , correspondiendo a la dirección norte (**Figura 1**). De acuerdo a lo anterior, las pérdidas angulares para cada superficie se encuentran en función de (β, α) .

Figura 1. Representación de ángulo de inclinación y azimut de una superficie.



Fuente: Desarrollo de herramientas para el dimensionamiento y simulación de sistemas fotovoltaicos en Colombia. Aplicación a la ciudad de Manizales, Caldas (2014)

Las pérdidas angulares $L_{angular}$ se calculan en referencia a la incidencia normal de radiación y superficie limpia, que son las condiciones en las que comúnmente se suministran las características eléctricas de un módulo fotovoltaico [6]. La irradiancia global horaria $G'_h(\beta, \alpha)$ incidente sobre una superficie se conforma por las contribuciones de la radiación directa $B_h(\beta, \alpha)$, radiación difusa circunsolar $D^c_h(\beta, \alpha)$, radiación difusa isotrópica $D^I_h(\beta, \alpha)$ y radiación difusa reflejada $R_h(\beta, \alpha)$. Por lo tanto matemáticamente:

$$G'_h(\beta, \alpha) = FT_B * B_h(\beta, \alpha) + FT_B * D^c_h(\beta, \alpha) + FT_D * D^I_h(\beta, \alpha) + FT_R * R_h(\beta, \alpha) \quad (5)$$

Donde FT_B, FT_D, FT_R se conocen como transmitancias relativas, normalizadas por la transmitancia total e incidencia normal, y pueden ser calculadas mediante:

$$FT_B = 1 - \frac{\exp\left(-\frac{\cos\theta_s}{a_r}\right) - \exp\left(-\frac{1}{a_r}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{1}{a_r}\right)} \quad (6)$$

$$FT_D = 1 - \exp\left\{-\frac{1}{a_r}\left[C_1\left(\sin\beta + \frac{\pi-\beta-\sin\beta}{1+\cos\beta}\right) + C_2\left(\sin\beta + \frac{\pi-\beta-\sin\beta}{1+\cos\beta}\right)^2\right]\right\} \quad (7)$$

$$FT_R = 1 - \exp\left\{-\frac{1}{a_r}\left[C_1\left(\sin\beta + \frac{\beta-\sin\beta}{1-\cos\beta}\right) + C_2\left(\sin\beta + \frac{\beta-\sin\beta}{1-\cos\beta}\right)^2\right]\right\} \quad (8)$$

Donde θ_s es conocido como ángulo de incidencia entre los rayos y la normal del plano considerado, así mismo a_r y C_2 son parámetros que dependen del grado de suciedad y han sido determinados (**Tabla 2**). El valor de C_1 equivale a $\frac{4}{3\pi}$ para todos los casos [5].

Tabla 2. Valores usuales de parámetros a_r y C_2 para módulos de silicio.

Grado de Suciedad	$T_{dirt}(0)/T_{clean}(0)$	a_r	C_2
Ninguno	1	0.17	-0.069
Bajo	0.98	0.20	-0.054
Medio	0.97	0.21	-0.049
Alto	0.92	0.27	-0.023

Fuente: Desarrollo de herramientas para el dimensionamiento y simulación de sistemas fotovoltaicos en Colombia. Aplicación a la ciudad de Manizales, Caldas (2014)

Calculando la irradiación horaria $G'_h(\beta, \alpha)$ e integrando se obtiene la irradiación anual incidente sobre el generador $G'_a(\beta, \alpha)$. Tomando FT_B, FT_D, FT_R como la unidad, se obtiene la irradiación anual $G_a(\beta, \alpha)$ para el caso particular de ausencia de pérdidas angulares. Al comparar estas dos cantidades puede obtenerse las pérdidas angulares anuales $L_{angular}$ [32] [3].

$$L_{angular} = 1 - \frac{G'_{da}(\beta, \alpha)}{G_{da}(\beta, \alpha)} \quad (9)$$

6.1.6 Pérdidas Por Diferencias Con La Potencia Nominal

La potencia fotovoltaica real instalada difiere alrededor de la potencia emitida por el fabricante, en condiciones STC debido a que cada módulo posee una tolerancia de fabricación $\frac{\Delta P}{P_{nom}}$. Esta tolerancia se define como la diferencia porcentual entre la potencia real P_{real} y la potencia nominal P_{nom} . Alrededor de estas pérdidas han sido medidos valores desde 3% hasta 26% en módulos funcionando, indicando dispersiones de gran magnitud. Algunas investigaciones realizadas en diferentes países entorno a estas pérdidas se indican en la siguiente (**Tabla 3**):

Tabla 3. Diferencias porcentuales absolutas entre la potencia emitida por el fabricante y la potencia real de operación de los módulos fotovoltaicos.

País	$[\Delta P/P_{nom}]_{min}$	$[\Delta P/P_{nom}]_{max}$
España	9%	11%
Alemania	5%	26%
Canadá	6.5%	23%
Estados unidos	0%	19.7%
Australia	0.7%	25.1%

Fuente: Desarrollo de herramientas para el dimensionamiento y simulación de sistemas fotovoltaicos en Colombia. Aplicación a la ciudad de Manizales, Caldas (2014)

Los altos porcentajes citados podrían llegar a evidenciarse en una disminución significativa en el rendimiento del sistema fotovoltaico [37]. Ante esta problemática los fabricantes han tomado responsabilidad, lo cual se ha visto reflejado en diversas investigaciones como la realizada por la Solar América for codes and Standards (Solar ABCs) [38].

Para un generador que se encuentra compuesto por una cantidad de módulos iguales n de potencia nominal P_{nom} . Las pérdidas por diferencias con la potencia nominal L_{rating} serán determinadas mediante [3]:

$$L_{rating} = 1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{P_{real\ i}}{P_{nom}} \quad (10)$$

Donde $P_{real\ i}$ representa la potencia real del módulo i ésimo.

Dada una selección adecuada de los módulos fotovoltaicos, las pérdidas por diferencias con la potencia nominal se pueden estimar como máximo iguales a 5% [7].

6.1.7 Pérdidas Por Mismatch

Las Pérdidas por mismatch surgen a razón de que al realizar una conexión ya sea en serie o paralelo de módulos fotovoltaicos, la potencia total de un sistema, no es equivalente a la suma de las potencias individuales. Esto es debido a que el punto de máxima potencia global no es el mismo para todos en función del sombreado parcial [39] [40], así como a la dispersión de las propiedades eléctricas [8].

Las características eléctricas de cada unidad del generador pueden variar ya sea por procesos de degradación o tolerancias del fabricante. Entre estos procesos se encuentra la degradación de la capa antirrefleтора, decoloración del material de encapsulamiento, degradación inducida por la luz, puntos calientes y la fractura mecánica de la estructura de las celdas [37].

Alrededor de las pérdidas por mismatch no existe una expresión simple que permita calcularlas, debido generalmente a la cantidad de factores que intervienen en este tópico. Sin embargo, se han realizado investigaciones en torno a esta área registrándose que las pérdidas por mismatch se encuentran entre 5% y 11% de las pérdidas totales de energía [41].

6.1.8 Pérdidas Por Temperatura

Para módulos de silicio mono cristalino, la potencia de salida disminuye alrededor del 4% por cada 10°C de aumento de temperatura [5]. Esto se debe principalmente al efecto del calentamiento sobre el voltaje en circuito abierto de las celdas fotovoltaicas [3].

La máxima potencia que puede ser entregada por cada módulo fotovoltaico puede ser calculada mediante la formulación de Osterwald [9], debido a que es una expresión matemática manejable y tiene precisión aceptable [7]. Este modelo tiene ventajas como usar variables que son relativamente fáciles de medir, toma como referencia condiciones STC [42], y puede expresarse mediante:

$$P_{max} = P_{max,STC} \frac{G'(\beta, \alpha)}{G_{STC}} [1 + \gamma(T_c - 25)] \quad (11)$$

Donde P_{max} es la potencia máxima [W], $G'(\beta, \alpha)$ es la irradiancia incidente sobre la superficie $\left[\frac{W}{m^2}\right]$, $P_{max,STC}$ es la potencia máxima a condiciones estándar de medida STC [W], γ es el coeficiente de variación del punto de máxima potencia con la temperatura, $G_{STC} = 1000 \left[\frac{W}{m^2}\right]$ y T_c es la temperatura instantánea de las celdas fotovoltaicas. Esta temperatura puede determinarse mediante una formulación matemática:

$$T_c = T_a + G'(\beta, \alpha) \frac{TONC - 20}{800} \quad (12)$$

Donde T_a es la temperatura ambiente [°C], $TONC$ es la temperatura de operación nominal de la célula o la temperatura alcanzada en condiciones de incidencia normal bajo una irradiancia igual a $800 \left[\frac{W}{m^2}\right]$ y temperatura ambiente de 20 °C.

A partir de lo anterior, las pérdidas por temperatura instantánea estarían basadas en una diferencia entre la potencia real P_{max} y la potencia hipotética producida si las células trabajaran a 25 °C, resultando:

$$L_{temperatura,ins} = -\gamma(T_c - 25) \quad (13)$$

Mediante la expresión anterior pueden determinarse que las pérdidas dependen de la temperatura de las celdas, por tal motivo dependen de la temperatura ambiente y la irradiancia sobre el plano generador. Para un periodo de tiempo, estas pérdidas estarían determinadas mediante [43]:

$$L_{temperatura} = -\gamma(TOE - 25) \quad (14)$$

Donde TOE es la temperatura de operación equivalente del generador en el periodo considerado, ponderada por la irradiancia incidente:

$$TOE = \frac{\int_{\tau} T_c * G'(\beta, \alpha) * dt}{\int_{\tau} G'(\beta, \alpha) * dt} \quad (15)$$

Debido a la dependencia de los ángulos de orientación e inclinación del generador, la irradiancia incidente sobre el plano generador y la temperatura del lugar, la expresión anterior no es simple de calcular, lo cual no facilita la evaluación de estas pérdidas. Sin embargo se han reportado valores según investigaciones para las pérdidas por temperatura que se encuentran entre el 5% y 15% [7], como afirmaciones en las que se establecen que una célula fotovoltaica convierte aproximadamente menos del 20% de la irradiación en energía eléctrica, mientras que el resto se convierte en calor corriendo el riesgo de sobrecalentamiento [44].

6.1.9 Pérdidas Por Errores De Seguimiento Del Punto De Máxima Potencia (PMP)

En el proceso de conversión de energía solar en energía eléctrica, debe tenerse en cuenta que el generador entrega corriente continua, por lo que para inyectarla a la red debe convertirse a corriente alterna. Este proceso es realizado por un inversor, el cual, cuando no ubica el punto óptimo de trabajo del generador en la curva corriente-voltaje ocurren pérdidas por una generación menor a la esperada. Estas pérdidas dependen de factores internos y externos al inversor como [44] [10]:

- El mecanismo de seguimiento del PMP
- Las características eléctricas del generador
- La irradiancia incidente y sus irregularidades
- La temperatura ambiente

Han sido realizadas investigaciones alrededor de este tópico, donde se concluye que la cantidad de pérdidas debidas a los inversores depende del tipo que sea utilizado, así como la presencia o no de transformadores [44]. Igualmente en construcciones en un proyecto de 100 instalaciones fotovoltaicas residenciales en Japón por el programa de monitoreo japonés, concluye que las pérdidas promedio por errores de seguimiento del punto de máxima potencia L_{SPMP} son del orden del 6% [45]. Concordando con los datos reportados por el centro de investigaciones energéticas medioambientales y tecnológicas de España (CIEMAT), respecto a que los valores típicos oscilan entre 4% y 6% para días despejados y días parcialmente nublados [37].

6.1.10 Pérdidas En El Inversor Por Conversión DC-AC

La eficiencia de conversión DC-AC en un inversor es dependiente de la potencia de entrada aunque también en menor grado el valor de la tensión de entrada y la temperatura de trabajo. El modelo matemático usado con el fin de calcular la eficiencia en el inversor es el propuesto por Schmidt, el cual relaciona:

$$\eta_{inverter} = \frac{P_{output}}{P_{input}} = \frac{P_{out}}{P_{out} + k_0 + k_1 * P_{out} + k_2 * P_{out}^2} \quad (16)$$

Donde:

$$P_{out} = \frac{P_{output}}{P_{nominal}} \quad (17)$$

P_{input} es la potencia instantánea a la entrada del inversor [W], P_{output} es la potencia instantánea a la salida del inversor [W], $P_{nominal}$ es la potencia nominal a la salida del inversor [W], k_0 es el coeficiente de pérdidas de autoconsumo, k_1 es el coeficiente de

pérdidas proporcionales a la potencia y k_2 es el coeficiente de pérdidas proporcionales al cuadrado de la potencia. Estos parámetros pueden ser obtenidos de la curva de eficiencia del inversor, la cual es dada por el fabricante.

Si se requiere una expresión en función de la potencia de entrada:

$$\eta_{inverter} = \frac{P_{output}}{P_{input}} = \frac{P_{in} - (b_0 + b_1 * P_{in} + b_2 * P_{in}^2)}{P_{in}} \quad (18)$$

Donde:

$$P_{out} = \frac{P_{output}}{P_{nominal}} \quad (19)$$

Los valores de los coeficientes utilizados en la expresión anterior normalmente equivalen $b_0 = 0.02$, $b_1 = 0.02$, $b_2 = 0.07$; y son característicos del tipo de inversor. Estos valores corresponden con coeficientes del modelo de Schmidt $k_0 = 0.02$, $k_1 = 0.025$, $k_2 = 0.08$; y fueron calculados mediante una muestra seleccionada de los inversores existentes en el mercado [11].

Las expresiones planteadas anteriormente permiten calcular las pérdidas en el inversor en un periodo de tiempo τ :

$$L_{inverter} = 1 - \frac{E_{AC}}{E_{DC}} = 1 - \frac{\int_{\tau} \eta_{inverter} * P_{max} * dt}{\int_{\tau} P_{max} * dt} \quad (20)$$

Donde E_{AC} es la energía generada a la salida del inversor, E_{DC} es la energía generada por el generador fotovoltaico, P_{max} esta dada mediante el modelo de osterwald mencionado anteriormente [37].

Como se evidencia en la expresión de las pérdidas en el inversor tiene una formulación similar al modelo planteado por pérdidas de temperatura debido a la dependencia de los ángulos de orientación e inclinación del generador, la irradiancia

incidente sobre el plano generador, la temperatura del lugar y el tipo de inversor. La expresión anterior no es simple de calcular, lo cual no facilita la evaluación de estas pérdidas, ya que son muy característicos de la instalación. Sin embargo las pérdidas por conversión han tenido un registro en un amplio rango, entre algunos casos particulares se dan pérdidas de alrededor de 87% [46], 9.6% a 17.5% [47]. Aunque para inversores que son de calidad pueden tomarse alrededor de 5% [5] [32].

6.1.11 Pérdidas Óhmicas En El Cableado

Mediante las conexiones de los diversos elementos antes del inversor (Corriente DC) como después del mismo (Corriente AC), a través del cable surgen caídas de tensión debido al paso de la corriente. Este inminente fenómeno conlleva a pérdidas de potencia por calentamiento, conocidas como pérdidas óhmicas. Estas pérdidas pueden ser calculadas para un periodo de tiempo τ de forma aproximada, mediante [32]:

$$L_{ohmic} = \frac{\sum_{i=1}^n \int_{\tau} I_i * R_i^2 * dt}{\int_{\tau} P_{max} * dt} \quad (21)$$

Donde n es el número de cables, I_i es la corriente que circula en el i ésimo cable de resistencia eléctrica R_i , P_{max} esta dada por el modelo de osterwald [9].

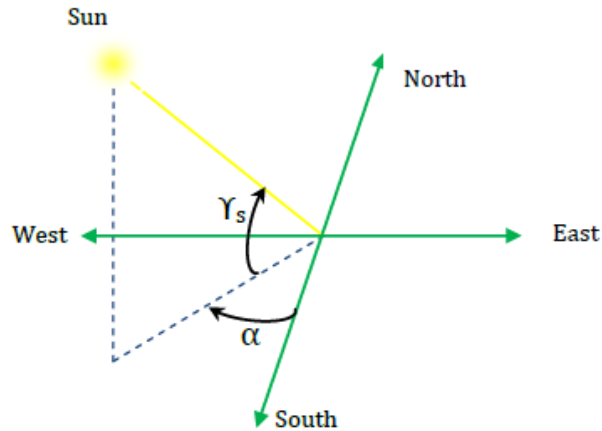
Alrededor de las pérdidas óhmicas se ha encontrado que varían entre 0.5% y 1.5% [7] [47], por lo que algunos investigadores se adecuan a su media aritmética 1% [32]. Es recomendable reducir estas pérdidas con el fin de mantenerlas por debajo del 2% para todo el sistema, ya que la causa de algunas de las pérdidas que se producen en los cables es por corrosión y sobrecalentamiento [48].

6.1.12 Pérdidas Por Sombreado

La posición del sol en cierta hora del día puede ser determinada en función de dos ángulos: La altura solar (γ_s), y el azimut u orientación respecto al sur (α) (**Figura 2**). En las primeras horas de la mañana α es negativo, debido a que el sol inicia su recorrido por la bóveda celeste desde el oriente. En función de este recorrido, γ_s aumenta hasta ser máxima

al medio día. Posterior a esta parte del día α cambia su signo, indicando que el sol se acerca al final de recorrido, el occidente.

Figura 2. Representación de las coordenadas solares.

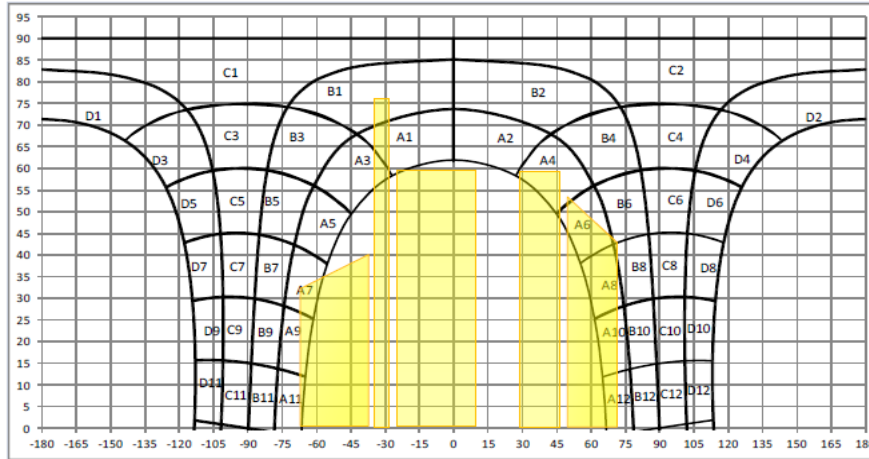


Fuente: Desarrollo de herramientas para el dimensionamiento y simulación de sistemas fotovoltaicos en Colombia. Aplicación a la ciudad de Manizales, Caldas (2014)

Al graficar la altura solar en función del azimut alrededor del año, puede obtenerse el denominado diagrama de trayectorias solares. Si sobre este se superpone el diagrama de coordenadas correspondiente a los obstáculos que rodean al panel solar, pueden calcularse las pérdidas de captación de la luz solar debido al sombreado. Mediante el siguiente gráfico se toma como caso particular la ciudad de Bogotá D.C. En amarillo se indican el diagrama de obstáculos en el horizonte (Figura 3) [32].

Cada una de las regiones del gráfico (**Figura 3**) A1, A2, etc; representan una porción de la irradiación solar anual proveniente del sol e incidente sobre el sistema fotovoltaico. Mediante la **Tabla 4**, llamada tabla de referencia, se muestra la cantidad porcentual de contribución de cada una de las regiones. Esta tabla corresponde a un módulo inclinado $\beta = 30^\circ$ respecto a la horizontal y orientado al sur $\alpha = 0$ [32].

Figura 3. Diagrama de trayectorias solares empleado para calcular pérdidas por sombreado, para la ciudad de Bogotá D.C. A este se superpone el diagrama de obstáculos en color amarillo.



Fuente: Desarrollo de herramientas para el dimensionamiento y simulación de sistemas fotovoltaicos en Colombia. Aplicación a la ciudad de Manizales, Caldas (2014)

Tabla 4. Referencia para superficie fotovoltaica con $\beta = 30^\circ$ y $\alpha = 0$.

Región	A	B	D	E
1	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0.49	0.15	0.09	0.05
3	1.18	0.44	0.35	0.51
4	2.04	0.82	0.70	1.17
5	2.89	1.20	1.05	1.85
6	3.56	1.51	1.34	2.39
7	3.91	1.67	1.49	2.68
8	3.86	1.65	1.47	2.64
9	3.42	1.45	1.28	2.28
10	2.69	1.11	0.97	1.68
11	1.82	0.72	0.61	1.00

12	0.99	0.36	0.27	0.36
13	0.31	0.09	0.04	0.01
14	0.00	0.00	0.00	0.00

Fuente: Desarrollo de herramientas para el dimensionamiento y simulación de sistemas fotovoltaicos en Colombia. Aplicación a la ciudad de Manizales, Caldas (2014)

Al realizar el producto de la fracción de área cubierta por el obstáculo f_i , con el porcentaje de irradiación de la región R_i , se obtienen las pérdidas por sombreado sobre esa porción del grafico [32]. Por lo tanto, al sumar las contribuciones afectadas por los obstáculos, se obtienen las pérdidas anuales totales por sombreado en el sistema. Matemáticamente puede expresarse:

$$L_{shading} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^n f_i * R_i \quad (22)$$

Las pérdidas por sombreado pueden ser calculadas a través de diversos métodos, ya sean analíticos o fotográficos. Un modelo analítico planteado tiene como parámetros de entrada el número de celdas (sean parcial o totalmente sombreadas), la interconexión de los paneles y factores geométricos [49]. Así mismo mediante el uso de tecnología el método fotográfico ha sido una opción de cálculo [12] para este tipo de pérdidas, este método fue mejorado [50].

Se han elaborado trabajos de medición de pérdidas por sombreado en edificaciones. Por ejemplo, en Colombia mediante la aplicación de una metodología se encontraron pérdidas por sombreado alrededor del 16%. Este valor puede variar debido al tipo de arquitectura e ingeniería implementada en el proyecto específico [2]. Otras fuentes han encontrado que las pérdidas por sombreado en sistemas fotovoltaicos residenciales se encuentran alrededor del 7% [45][51].

6.1.13 Modelo Matemático Basado En Funciones Gaussianas

Las funciones gaussianas son ampliamente usadas en el mundo científico, debido a que gran cantidad de comportamientos de la naturaleza son reflejados mediante esta “curva acampanada”, como la denominó el matemático Karl Friedrich Gauss (1777-1855) para predecir la localización de los cuerpos celestes [52]. Su formulación matemática se basa en una exponencial como se muestra en la ecuación (23).

$$f(x) = Ae^{\left[-\left(\frac{x-B}{C}\right)^2\right]} \quad (23)$$

Donde:

A = Alargamiento o compresion vertical de la función gaussiana

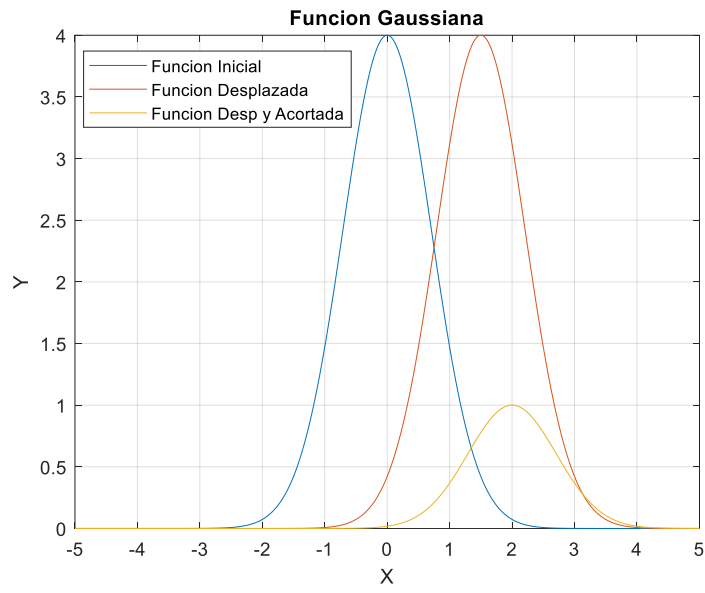
B = Desplazamiento horizontal de la función gaussiana

C = Alargamiento o compresion horizontal de la función gaussiana

En la **Figura 4** se muestran los diversos parámetros, la función inicial es una referencia para entender lo que ocasiona cada parámetro en la gráfica, esta se encuentra centrada en $B = 0$ y con una amplitud $A = 4$. La función desplazada corresponde a la línea roja para la cual $B = 1.5$. Igualmente, se presenta otra función desplazada con $B = 2$ y corresponde a la línea amarilla que tiene un achatamiento en el eje y ya que $A = 1$.

Para el caso específico del Performance Ratio (PR), en este trabajo se propone una aproximación por medio de la suma de funciones gaussianas (23), por tal motivo es adecuado determinar los rangos en los cuales varían los parámetros A , B y C .

Figura 4. Grafica de una función Gaussiana.



Fuente: Los Autores

7 METODOLOGÍA

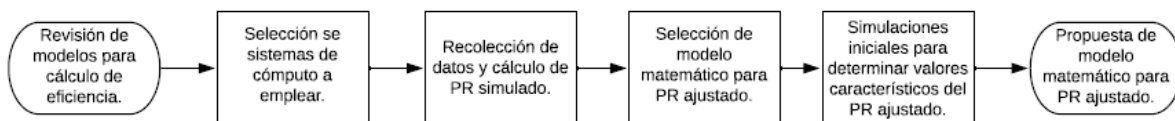
7.1 CLASE, ENFOQUE, ALCANCE Y DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

La presente investigación es aplicada fundamental y de enfoque cuantitativo dado que en la ejecución del proyecto se comparan diversas variables cuantitativas empleando modelos matemáticos y programas de simulación para calcular la eficiencia energética y como se ve afectada por diversos parámetros. El alcance es correlacional ya que se espera hallar una correlación matemática entre diversos parámetros y la eficiencia energética de un SSFV en países de América a altas latitudes. El diseño de la investigación es no experimental y de tipo transversal ya que se realizó una toma de datos ya existentes y en un instante de tiempo determinado. Mediante su ejecución se recolectan datos de variables que no pueden ser controladas y servirán para calcular la eficiencia del sistema. Esta eficiencia se comparó con el valor hallado mediante los modelos matemáticos definidos previamente y las simulaciones realizadas, lo cual permitió tener una caracterización matemática de los sistemas.

7.2 PLAN DE ACCIÓN SEGUIDO EN EL DESARROLLO DEL TRABAJO

Con el fin de dar cumplimiento a los objetivos propuestos se plantean los pasos mostrados en el diagrama de flujo que se muestra en la **Figura 5**. A continuación, se describen cada una de las actividades en forma particular.

Figura 5. Diagrama de flujo Metodología desarrollada en este trabajo.

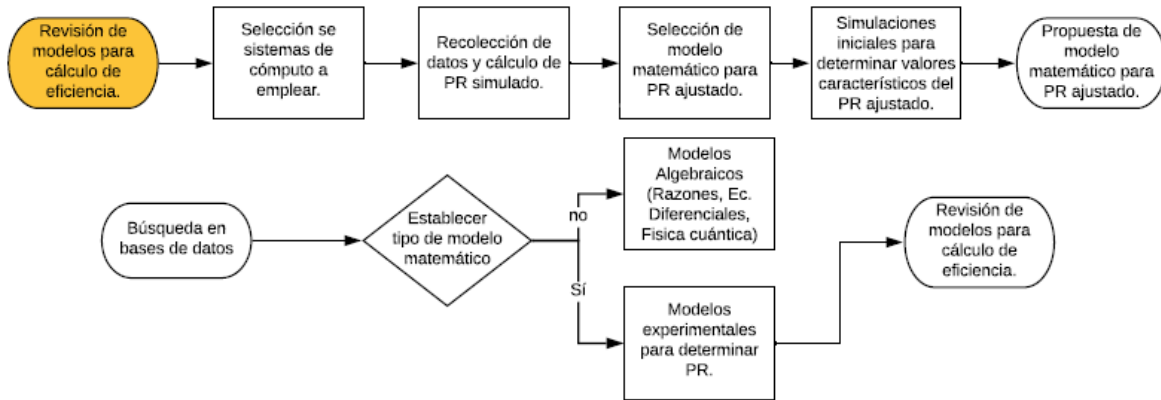


Fuente: Los Autores

1. Revisión de modelos matemáticos para los cálculos de la eficiencia

Este es el primer paso del diagrama de flujo planteado en la **Figura 5**, el cual se desarrolla mediante las actividades que se proponen el diagrama de flujo de la **Figura 6**, que se describen a continuación.

Figura 6. Diagrama de flujo Metodología Paso 1



Fuente: Los Autores

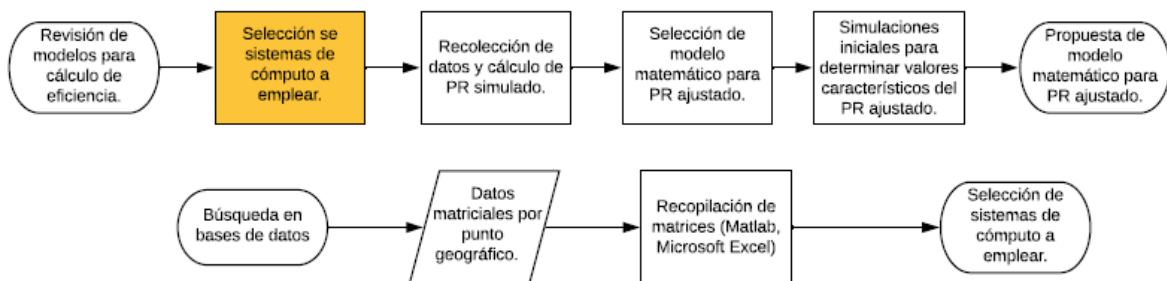
En la selección de los modelos matemáticos se inicia por la revisión de literatura, con el fin de establecer que modelos se han venido empleando para los diferentes parámetros que inciden sobre la eficiencia de los SSFV. Se encontraron modelos algebraicos en los que por medio de ecuaciones diferenciales permiten maximizar la potencia de salida en una célula solar a través del voltaje, la irradiación y la temperatura [53]. Para el rendimiento anual se han encontrado formulaciones matemáticas que se modelan alrededor de una razón entre la potencia de salida y la potencia de entrada. La potencia de salida depende de la serie de parámetros estudiados a lo largo del marco teórico [54], [55], [56]. Así mismo se han encontrado predicciones en el campo cuántico como lo es la eficiencia de conversión de energía (PCE), la cual va ligada a los materiales que son utilizados en las celdas solares y depende de variables como la densidad de corriente en corto circuito (J_{SC}), el voltaje de circuito abierto (V_{OC}), el factor de llenado FF (definido como la potencia máxima dividida por el producto de (J_{SC}) y (V_{OC})) y P_{in} que es la intensidad de la luz incidente [57].

De otra parte, se ha realizado una indagación para determinar que otras propuestas se encuentran sobre los modelos matemáticos para ajustar el PR experimental determinado desde variables como la latitud (φ), la orientación (α), la inclinación (β) y la temperatura de la ciudad, y solo se ha encontrado el trabajo de Mulcue et al. [3]. En el presente trabajo se propone una continuación del trabajo propuesto por Mulcue et al [3], los cuales proponen un modelo matemático para hacer esta estimación para ciudades de bajas latitudes. El modelo propuesto por Mulcue et al. consiste en una expresión matemática simple y confiable que permite hallar el Performance Ratio (PR) o rendimiento anual del sistema sin necesidad de calcular las pérdidas individuales sobre el sistema. Un tópico importante de estudio es que los autores proponen como posibilidad que su formulación puede ser extendida a varias regiones a nivel mundial, claro está si se toma como referencia la aproximación de los diversos parámetros de ajuste.

2. Selección de los sistemas de cómputo a emplear

El diagrama de flujo mostrado en la **Figura 7**, muestra los pasos que son importantes en el desarrollo de este tópico. Así mismo, los procedimientos desarrollados se explican a continuación.

Figura 7. Diagrama de flujo Metodología Paso 2.



Fuente: Los Autores

Para iniciar las simulaciones de la eficiencia energética de los SSFV en estos países es necesario seleccionar el sistema de cómputo adecuado para simular el fenómeno y realizar la escritura adecuada de programas en ese software. En este sentido se decidió

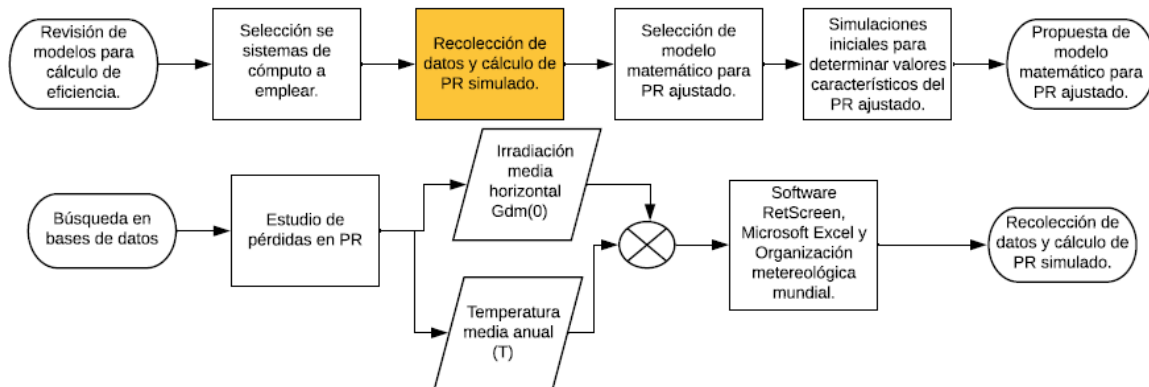
emplear Matlab para realizar los ajustes correspondientes y Excel como herramienta de recopilación, organización y presentación de la información.

Se selecciona el Software Matlab para trabajar los datos lanzados por Excel, ya que la universidad cuenta con licencia por lo tanto puede ser usado para fin investigativo y además opera matricialmente y específicamente es lo que se requiere. Se inicia explorando sus comandos y herramientas, entre las cuales se decide utilizar una herramienta específica que se denomina Curve fitting tool (CFTOOL), ya que permite ajuste de curvas y superficies a datos mediante las funciones que en su defecto puedan ser ingresadas.

3. Toma de datos y cálculo del PR simulado de los SSFV para cada latitud

Mediante el diagrama de flujo de la **Figura 8** se mencionan diversos procesos con el fin de abarcar el tópico mencionado y se seguidamente se explican.

Figura 8. Diagrama de flujo Metodología Paso 3.



Fuente: Los Autores

Para obtener el PR simulado se estudiaron previamente las pérdidas que influyen en el rendimiento energético. Se hace necesario buscar bases de datos que incluyan el valor de parámetros como la irradiación diaria media horizontal $G_{dm}(0)$ y la temperatura media anual del punto geográfico (T).

Mediante el software RetScreen Expert diseñado por el gobierno canadiense y de licencia libre, se pueden encontrar, entre muchas variables, la irradiación diaria media horizontal $G_{dm}(0)$ cuyas unidades son $KWh/m^2/dia$, teniendo como variable de entrada

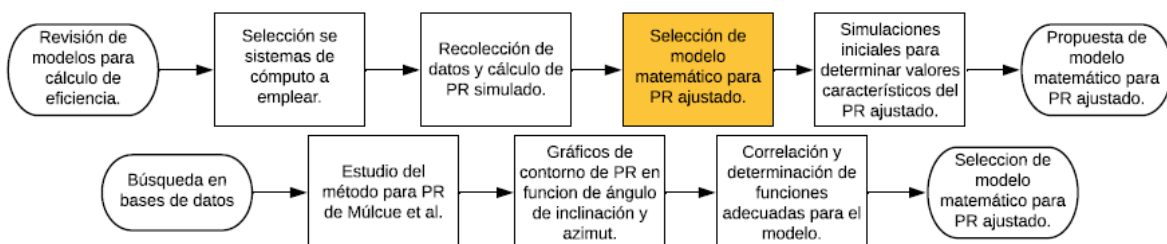
la latitud del punto que se quiere registrar [15]. Para la temperatura media anual, al indagar con RetScreen, se encuentra que este sistema da a conocer la temperatura media anual del viento en cierto punto geográfico y no la temperatura media anual ambiente. Por lo tanto, se busca otra base de datos que permita conocer dicha variable. Mediante la organización meteorológica mundial (OMM) puede ser encontrada la temperatura máxima y mínima mensual en cierta latitud por lo tanto dicha temperatura pueden ser calculada [58] (**Ver Anexo 1**).

A partir de estos datos de entrada y mediante el uso del software Excel se calcularon cada una de las pérdidas el rendimiento anual (PR) para los 46 puntos geográficos que se estudian en este trabajo. Como metodología de análisis se sigue la misma reportada en el estudio de Mulcúe et al.[3], se realiza el proceso de calcular la cantidad de irradiación media anual que recibe una superficie en función de la inclinación del panel solar y su azimut. Luego se calculan las pérdidas angulares y las pérdidas por suciedad. Igualmente, con la irradiancia y la temperatura ambiente se determinan las pérdidas por temperatura. Así mismo, se calculan las pérdidas en el inversor tomando como referencia su curva de rendimiento, y las pérdidas restantes se tomaron como valores nominales encontrados en estudios previos.

4. Selección del modelo matemático para obtener el PR ajustado

Con el objetivo de seleccionar un modelo matemático se realizaron las actividades planteadas en el diagrama de flujo de la **Figura 9** seguidamente se da a conocer con mayor detenimiento cada proceso.

Figura 9. Diagrama de flujo Metodología Paso 4.



Fuente: Los Autores

En el trabajo de Mulcue et al.[3], el modelo matemático para determinar el PR ajustado es determinado a partir de los gráficos de contorno del PR simulado estudiados cuidadosamente en función de la inclinación y el azimut para las 16 ciudades de Colombia que se incluyeron en el estudio. El ajuste está basado en la suma de dos funciones gaussianas, a las que se suman constantes que dependen de variables propias del sistema y su ubicación, tales como temperatura ambiente media (T_a), latitud (φ), azimut (α) e inclinación del panel solar (β), como se muestra en el grupo de ecuaciones (24)- (29).

$$PR = 0.0011 \left(A_1 e^{\left[-2 \left(\frac{\alpha - \alpha_0}{W} \right)^2 \right]} + A_2 e^{\left[-2 \left(\frac{\alpha + 90}{W} \right)^2 \right]} - \beta - 50 \right) + 1.117 PR_c \quad (24)$$

$$A_1 = -1.1|\varphi| + 60 \quad (25)$$

$$A_2 = -0.1|\varphi| + 6 \quad (26)$$

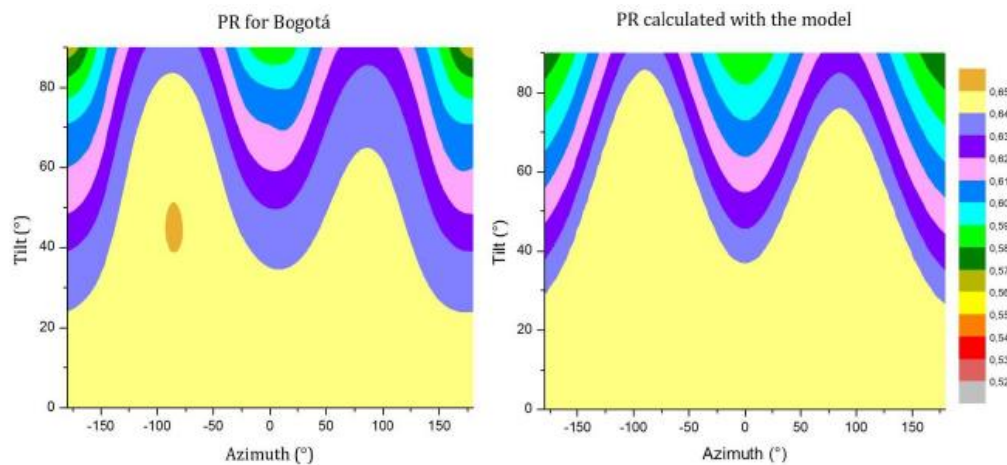
$$W = -1.1\varphi + 92 \quad (27)$$

$$\alpha_0 = -1.4\varphi + 92 \quad (28)$$

$$PR_c = PR_{max} + 0.0006T_a - 0.017 \quad (29)$$

Este modelo fue probado para ciudades hasta una latitud de $\varphi = 14.1^\circ$ que corresponde específicamente a Tegucigalpa-Guatemala, para las que se hallaron errores máximos del 3%, mientras para las ciudades de Colombia el error fue menor del 1% (**Figura 10**).

Figura 10. Contornos del PR para Bogotá D.C (Colombia), mediante simulación (Izquierda) y mediante la formulación matemática propuesta (Derecha)



Fuente: Un nuevo modelo para predecir la energía generada por un sistema fotovoltaico conectado a la red en países de bajas latitudes (2016)

Teniendo en cuenta el excelente ajuste de este modelo se toma la decisión de buscar un modelo similar basado en funciones gaussianas que permita predecir el PR para ciudades de altas latitudes. El modelo anterior es la base de este trabajo, pero ya que no permite correlacionar adecuadamente las variables para latitudes mayores a $14,1^\circ$ requiere ser complementado. Como puede observarse para el modelo presentado en las ecuaciones (24) - (29), A_1 y A_2 varían linealmente con la latitud, pero a medida que ésta aumenta la correlación empieza a disminuir. Por tanto, este modelo es un punto de partida del presente trabajo, sin embargo se espera que las funciones para ajustar las A_i ya no será lineal sino más complejo para ciudades a latitudes mayores. También puede observarse que el modelo contiene un término por fuera de las gaussianas que se relacionan a lo sumo con la temperatura.

Para la presente investigación se propone, de igual forma, una función para el PR a partir de funciones gaussianas. Para cada una de las ciudades estudiadas, se obtuvieron matrices en las que se relaciona el azimut (α), la inclinación del panel solar (β) y el

rendimiento anual (PR). Por esta razón es de importancia representar y observar cada una de estas superficies para iniciar los ajustes matemáticos.

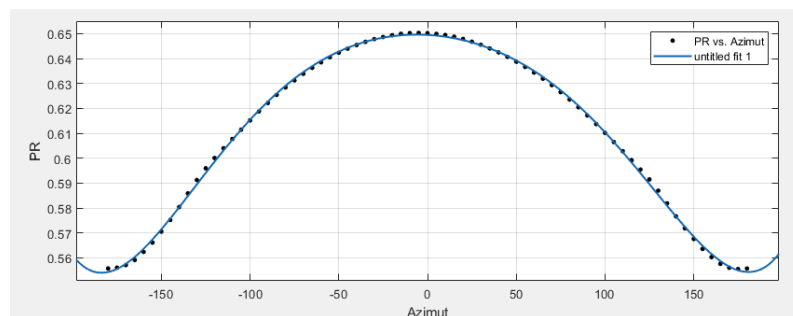
Se inicia la indagación sumando dos, tres y cuatro gaussianas, y se encuentra que con cuatro gaussianas el coeficiente de correlación (R^2) es adecuado y muy cercano a 1, pero el modelo, se torna muy robusto ya que cada gaussiana contiene tres términos como se observa en la ecuación (30) del marco teórico y se requeriría el ajuste de doce términos. Se encontró que con solo dos o tres gaussianas (dependiendo de la latitud) el modelo sigue siendo adecuado y sería similar al planteado por Mulcue et al. [3], dando continuidad al trabajo. Para el modelo con dos gaussianas a medida que se ascendía en latitud sus coeficientes de correlación eran cada vez más bajos, por esta razón este modelo requería tres funciones gaussianas en regiones superiores de latitud.

Para la ciudad de Anchorage ($\varphi = 61.22^\circ$), por ejemplo, la función general estaría dada:

$$PR(\alpha) = \sum_{i=1}^{n=3} a_i e^{-\left(\frac{\alpha - B_i}{C_i}\right)^2} \quad (30)$$

En la **Figura 11** se presentan los datos experimentales y su respectivo ajuste a una inclinación del panel solar a ($\beta = 30^\circ$):

Figura 11. Aproximación mediante funciones Gaussianas Anchorage para un ángulo de inclinación de 30°

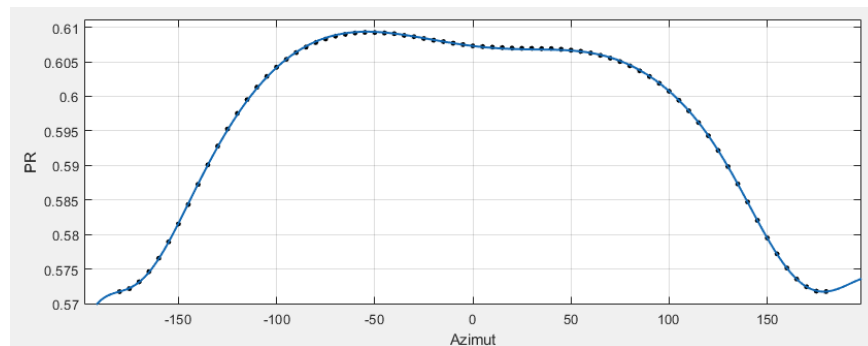


Fuente: Los Autores

En la **Figura 12** se presentan los datos experimentales y su respectivo ajuste a una inclinación del panel solar a ($\beta = 30^\circ$):

En términos de latitud puede trabajarse en términos de tres gaussianas en el intervalo $14.64^\circ \leq \varphi < 29.97^\circ$ y en términos de dos gaussianas en el intervalo $29.97^\circ \leq \varphi \leq 61.22^\circ$. Así mismo, gráficamente puede observarse que en la **Figura 11** no se requiere un término constante, pero en la **Figura 12** si, por tanto se decide incluir este término para todo el modelo y realizar un estudio de su comportamiento.

Figura 12. Aproximación mediante funciones Gaussianas Miami para un ángulo de inclinación de 30°

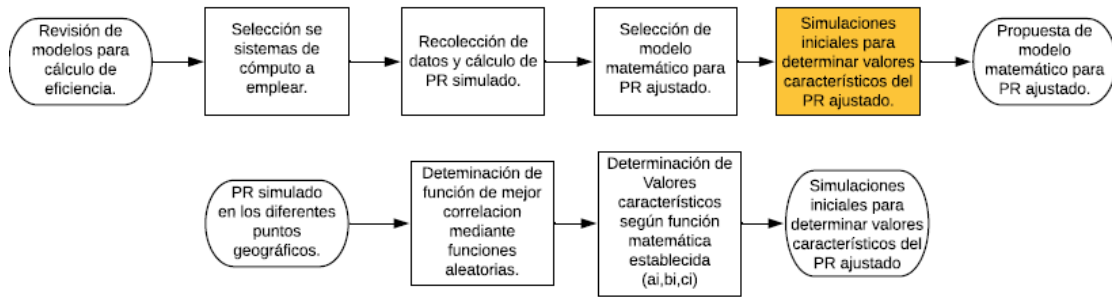


Fuente: Los Autores

5. Simulaciones iniciales para determinar valores de los parámetros de entrada de las gaussianas para el PR ajustado

Mediante el diagrama de flujo mostrado en la **Figura 13** se indican los pasos que son importantes en el desarrollo de este tópico. Así mismo, los procesos realizados se desarrollan a continuación.

Figura 13. Diagrama de flujo Metodología Paso 5.



Fuente: Los Autores

Como se observa en el modelo de dos o tres gaussianas se requieren constantes (a_n, b_n, c_n) que se deben correlacionar ya sea con la latitud, el ángulo de inclinación o la temperatura media ambiente. Por tanto, se procedió a realizar ajustes de estos parámetros con las siguientes indicaciones:

1. En primera instancia se decide ajustar $(a_n(\beta), b_n(\beta), c_n(\beta))$ con 5 funciones sinusoidales en términos del ángulo de inclinación así:

$$a_n(\beta) = b_n(\beta) = c_n(\beta) = \sum_{i=1}^3 d_i \sin(e_i\beta + f_i) \quad (31)$$

Como se puede observar se tiene una cantidad de constantes (d_i, e_i, f_i) , que además deben correlacionarse con la latitud o la temperatura anual media ambiente, las cuales se trabajaron con polinomios hasta de grado tres. No obstante, no fue posible obtener una buena aproximación, además, se hace muy difícil de explicar físicamente lo que está pasando.

2. En un segundo intento se proponen polinomios para ajustar las constantes, por lo que se conforman matrices de tamaño (18×4) por función gaussiana (**Tabla 5**).

Tabla 5. Matriz de Coeficientes para una Gaussiana en ciudad la Habana

Aproximación mediante funciones Gaussianas La Habana a Inclinación Constante				
Inclinación	a_1	b_1	c_1	Coeficiente R^2
0	Polinomio	0,5995	Constante	
5	0,6015	-43,27	1318	0,756
10	0,6021	-28,14	1257	0,9923
15	0,6033	-39,92	907,5	0,9917
20	0,604	-52,88	687,4	0,9928
25	0,6051	-56,44	573,1	0,9936
30	0,6057	-61,02	485,9	0,994
35	0,6059	-65,51	423,4	0,9935
40	0,6056	-68,5	384	0,9915
45	0,6067	-65,79	370,5	0,9887
50	0,6065	-68,2	343,4	0,99
55	0,6064	-70,45	316,1	0,9917
60	0,6048	-76,5	281,5	0,9944
65	0,6038	-80,1	256,1	0,995
70	0,6039	-81,2	238,7	0,9954
75	0,6028	-82,77	225,1	0,9961
80	0,6021	-81,76	223,1	0,9958
85	0,6001	-80,81	226,8	0,9959
90	0,5961	-80,85	233,8	0,9915

Fuente: Los Autores

Pero como son tres funciones gaussianas y cada una genera tres constantes, se tiene un total de nueve constantes a aproximar ($a_n, b_n, c_n \forall n = 1,2,3$). Por lo tanto, el valor de este número de constantes varía debido a la inclinación del panel (β) que aumenta en 5° hasta 90° y a la latitud ($61.22^\circ \leq \varphi \leq 14.64^\circ$) que es en 1° de incremento. Por tal motivo se conforman matrices por ciudad de tamaño (18X10) de m filas por n columnas ($m \times n$) (**Tabla 6**).

Cada una de estas matrices que contiene las constantes (a_n, b_n, c_n) se aproxima mediante este nuevo intento polinomial, sin embargo establecer inicialmente un grado similar entre los diversos polinomios de una misma constante (a_n, b_n, c_n) entre ciudades no fue posible debido a la variación de su grado entre 4 y 6, aun cuando en los ensayos sucesivos para las 46 ciudades se encuentran valores de coeficientes de correlación (R^2) entre 0.8710 y 0.9993 lo cual es adecuado.

Tabla 6. Matriz de Coeficientes para tres Gaussianas en ciudad la Habana

Aproximación mediante funciones Gaussianas La Habana a Inclinación Constante										
Inclinación	a_1	b_1	c_1	a_2	b_2	c_2	a_3	b_3	c_3	Coefficiente R^2
0	Polinomio			0,5995						Constante
5	0,6015	-43,27	1318	0,0106	182,3	35,25	0,005529	121,4	52,45	0,756
10	0,6021	-28,14	1257	7,71E-03	198,8	38,03	0,003456	136,8	74,11	0,9923
15	0,6033	-39,92	907,5	0,02764	218,6	54,46	1,03E-02	121,7	72,21	0,9917
20	0,604	-52,88	687,4	4,11E-02	216,4	51,85	2,79E-02	137,1	90,11	0,9928
25	0,6051	-56,44	573,1	1,11E-01	252,9	77,52	0,03783	124,4	84,05	0,9936
30	0,6057	-61,02	485,9	0,4469	363,7	136,9	4,66E-02	117,1	84,92	0,994
35	0,6059	-65,51	423,4	0,453	317,2	100,5	8,32E-02	132,5	95,45	0,9935
40	0,6056	-68,5	384	0,2694	263,7	68,99	1,16E-01	143,4	103,3	0,9915
45	0,6067	-65,79	370,5	4,417	465	146,3	1,00E-01	125,7	91,01	0,9887
50	0,6065	-68,2	343,4	15,51	615,9	198,4	1,08E-01	120,9	90,17	0,99
55	0,6064	-70,45	316,1	0,1323	120,5	90,71	1,57E+00	404,8	143,8	0,9917
60	0,6048	-76,5	281,5	0,1786	121,5	95,68	5,45E-01	308,9	113,1	0,9944
65	0,6038	-80,1	256,1	0,163	109,1	9,22E+01	4,71E-01	312,3	151,1	0,995
70	0,6039	-81,2	238,7	0,145	93,62	84,55	3,10E-01	218,5	116,5	0,9954
75	0,6028	-82,77	225,1	0,08382	76,37	71,2	3,36E-01	183,1	118,3	0,9961
80	0,6021	-81,76	223,1	0,07782	71,22	63,08	3,39E-01	174,4	110,9	0,9958
85	0,6001	-80,81	226,8	0,08771	71,66	60,11	0,3315	174,7	104,4	0,9959
90	0,5961	-80,85	233,8	0,1187	80,08	64,39	0,3227	189,8	102,4	0,9915

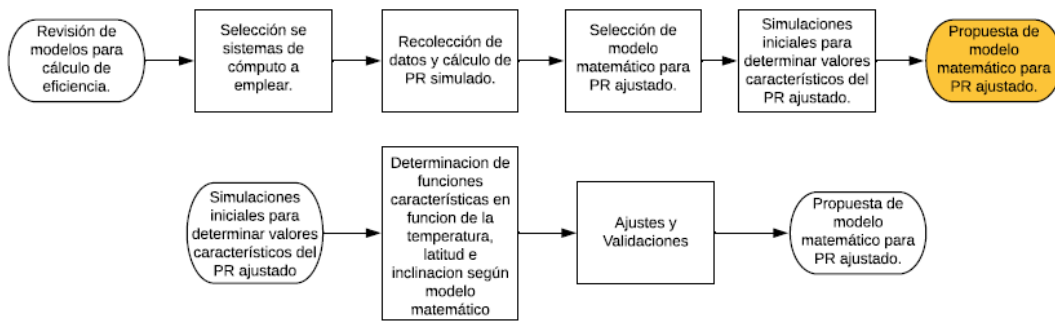
Fuente: Los Autores

Finalmente, al analizar el sentido físico de los ajustes anteriores, se decide dejar constante los parámetros de b_i y c_i y proceder a realizar ajustes polinomiales de los a_i buscando los menores grados posibles para tales polinomios. En la sección de resultados se presentarán los ajustes obtenidos con este modelo.

6. Propuesta de un modelo matemático para el obtener el PR ajustado y verificación con los datos del PR simulado

Mediante el diagrama de flujo de la **Figura 14**, se presentan los diversos procesos seguidos con el fin de abarcar el tópico mencionado.

Figura 14. Diagrama de flujo Metodología Paso 6.



Fuente: Los Autores

Se seleccionó como modelo matemático para el ajuste de los valores del PR una función resultante de la suma de tres gaussianas en función del azimut ($PR(\alpha)$) y un par de término constantes. En cada una de estas gaussianas aparecen tres términos (a, b, c), es decir, en total serian nueve términos y dos más independientes.

$$PR(\alpha) = a_1 e^{\left[-\left(\frac{\alpha+75}{70}\right)^2\right]} + a_2 e^{\left[-\left(\frac{\alpha-B_2}{70}\right)^2\right]} + a_3 e^{\left[-\left(\frac{\alpha-80}{70}\right)^2\right]} + a_4 + a_5 \quad (32)$$

Se realizaron las correlaciones para cada uno de los términos en función de parámetros como, la orientación, latitud, temperatura y se definió de que variables dependían. De estos nueve términos al correlacionarlos en función ya sea de la latitud (φ) o la temperatura anual ambiente (T), se decide que b_1 y b_3 son considerados constantes en función de la latitud y ángulo de inclinación. Así mismo, b_2 es una función definida a trozos constante en dos intervalos de latitud y finalmente los demás términos son definidos por funciones a trozos en intervalos de latitud o en función de la temperatura mediante polinomios hasta de tercer grado.

Se realizan los ajustes sucesivos para las 46 ciudades y se calculan los coeficientes de correlación (R^2). Además, se determinan los errores absolutos entre los valores del PR obtenidos de los datos experimentales y los ajustados con el modelo matemático (32).

Finalmente se logró plantear un modelo matemático adecuado para el PR en una función por tramos para la latitud.

8 RESULTADOS

En esta sección se dan a conocer algunos resultados obtenidos, tomando en cuenta los diversos pasos que se desarrollan a lo largo del trabajo. Los resultados se presentan en cuatro secciones: primero, el PR simulado en función de la inclinación y el azimut obtenido mediante el cálculo de las pérdidas a partir de los datos extraídos de las bases de datos; segundo, PR ajustado desde sus curvas de contorno; tercero, cálculo de valores característicos (a_n, b_n, c_n) y, por último, una evaluación y validación del modelo propuesto.

8.1 PR SIMULADO EN FUNCIÓN DE LA INCLINACIÓN Y EL AZIMUT

Las diferentes pérdidas se obtuvieron de acuerdo con los modelos planteados en las ecuaciones ((4)(9)(10)(14)(20)(21)(22)), después se calcula el PR para cada ciudad.

Algunos valores de PR para la ciudad Anchorage ($\varphi = 61.22^\circ$) a orientaciones de 0 a 35° se presentan en la **Tabla 7 (Ver Anexo 3 para más ciudades)**.

En las **Figura 15, Figura 16, Figura 17** se muestran estas superficies para ciudades en tres regiones de latitud diferente: Anchorage ubicada a una latitud de 61.22° (**Figura 15**) Rochester ubicada a una latitud de 43.14° (**Figura 16**) y la Habana a una latitud de 23.08° (**Figura 17**).

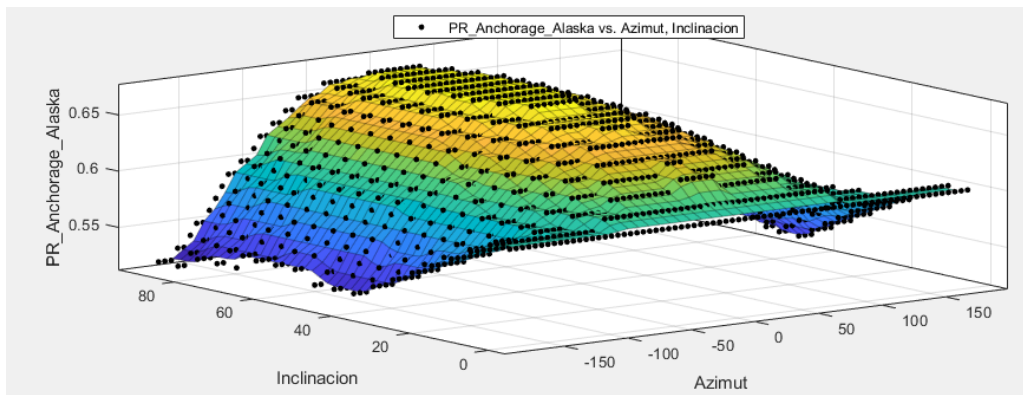
Tabla 7. Matriz de salida datos PR simulado

Aproximacion Según modelo planteado								
Azimut	0	5	10	15	20	25	30	35
-180	0,6131	0,6083	0,5906	0,5762	0,5648	0,5560	0,5496	0,5451
-175	0,6131	0,6086	0,5912	0,5771	0,5659	0,5574	0,5512	0,5471
-170	0,6131	0,6090	0,5919	0,5781	0,5672	0,5591	0,5532	0,5494
-165	0,6131	0,6093	0,5926	0,5792	0,5687	0,5609	0,5555	0,5520
-160	0,6131	0,6098	0,5935	0,5805	0,5705	0,5631	0,5580	0,5550
-155	0,6131	0,6103	0,5945	0,5820	0,5724	0,5655	0,5609	0,5584
-150	0,6131	0,6108	0,5956	0,5836	0,5746	0,5682	0,5642	0,5621
-145	0,6131	0,6115	0,5968	0,5854	0,5770	0,5712	0,5677	0,5662
-140	0,6131	0,6122	0,5981	0,5873	0,5795	0,5744	0,5715	0,5707
-135	0,6131	0,6129	0,5995	0,5894	0,5823	0,5778	0,5756	0,5755
-130	0,6131	0,6137	0,6010	0,5917	0,5852	0,5814	0,5800	0,5805
-125	0,6131	0,6145	0,6026	0,5940	0,5883	0,5852	0,5845	0,5857
-120	0,6131	0,6154	0,6043	0,5964	0,5914	0,5891	0,5891	0,5910
-115	0,6131	0,6164	0,6060	0,5988	0,5946	0,5930	0,5937	0,5964
-110	0,6131	0,6173	0,6077	0,6013	0,5978	0,5969	0,5984	0,6018
-105	0,6131	0,6183	0,6094	0,6037	0,6010	0,6008	0,6029	0,6070
-100	0,6131	0,6193	0,6111	0,6061	0,6040	0,6045	0,6073	0,6120

Fuente: Los Autores

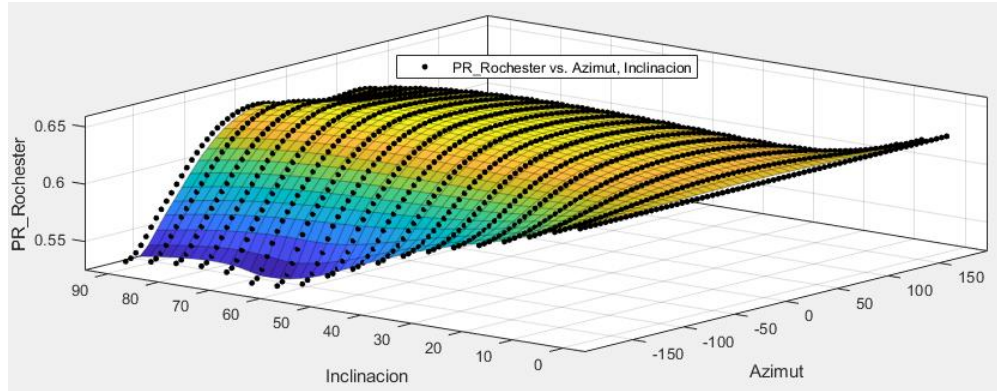
Seguidamente se realizan sus gráficas en función de la orientación y el azimut.

Figura 15. Superficie de Performance Ratio función de Inclinación y azimut. Latitud alta Anchorage



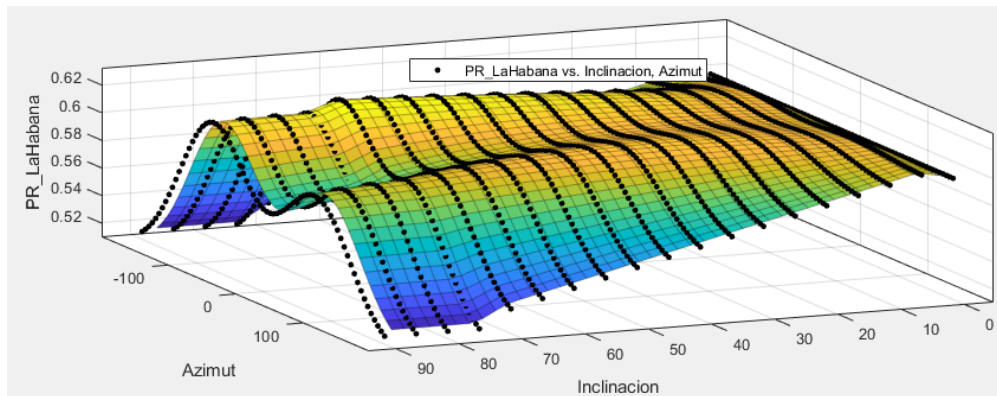
Fuente: Los Autores

Figura 16. Superficie de Performance Ratio función de Inclinación y azimut. Latitud media Rochester.



Fuente: Los Autores

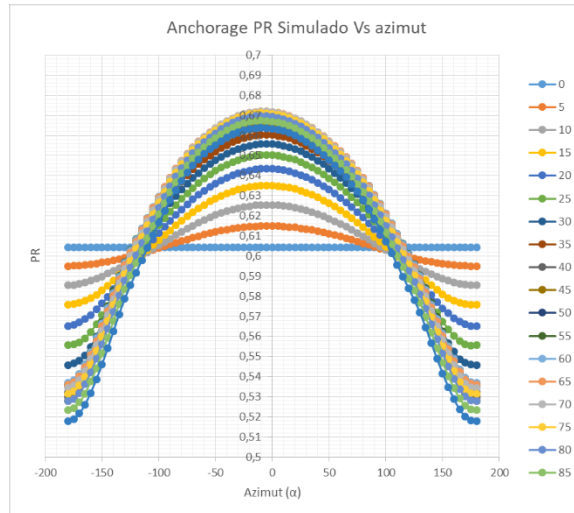
Figura 17. Superficie de Performance Ratio función de Inclinación y azimut. Latitud baja La Habana.



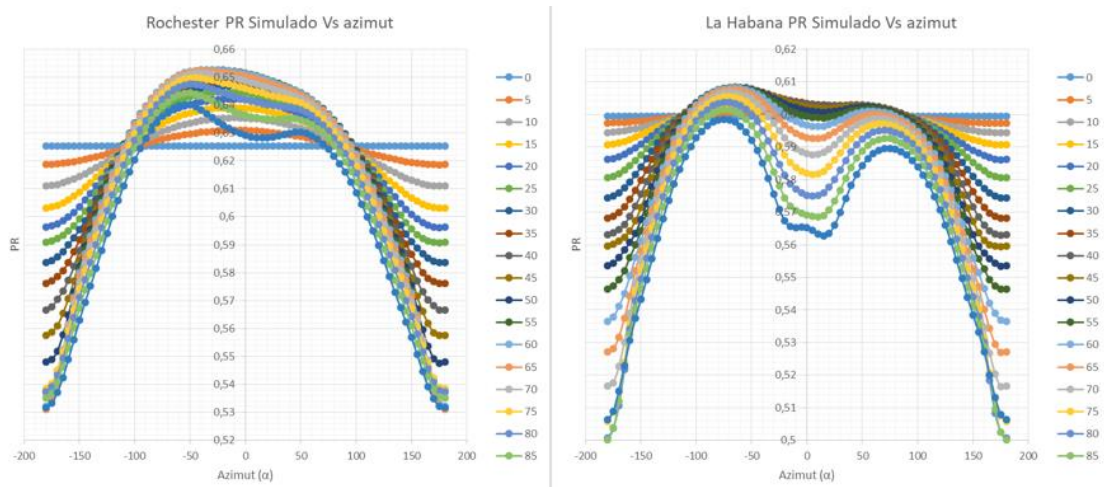
Fuente: Los Autores

Se grafican además los contornos (funciones en dos dimensiones considerando una variable constante), para un mejor entendimiento del comportamiento del PR en función de cada variable. Las curvas en dos dimensiones obtenidas para las ciudades mencionadas se presentan en las **Figura 17**, **Figura 18**, **Figura 19**.

Figura 18. Anchorage Performance Ratio Vs Azimut, Latitud alta Anchorage Parte (a), Latitud media Rochester Parte (b), Latitud baja Rochester Parte (c).



Parte (a)

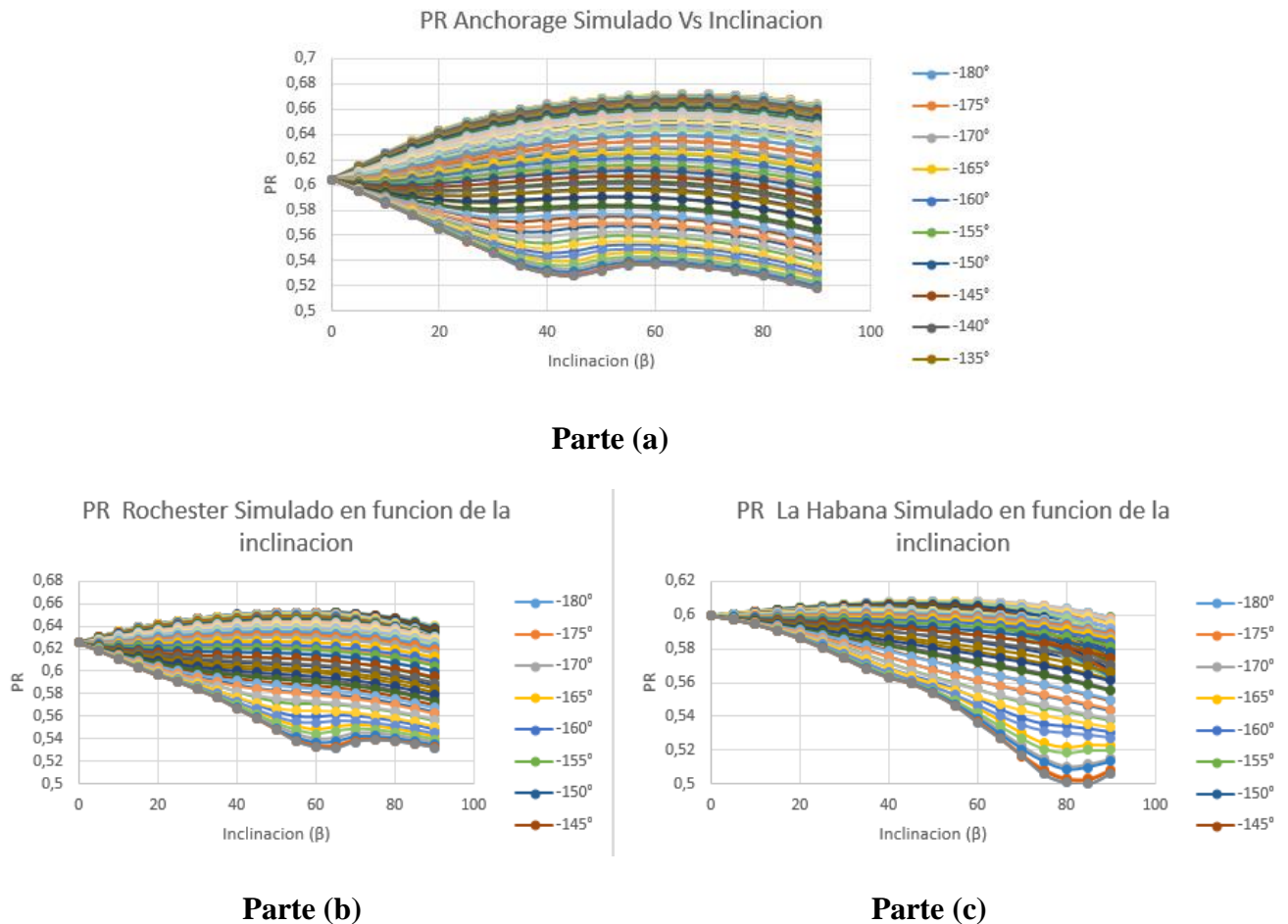


Parte (b)

Parte (c)

Fuente: Los Autores

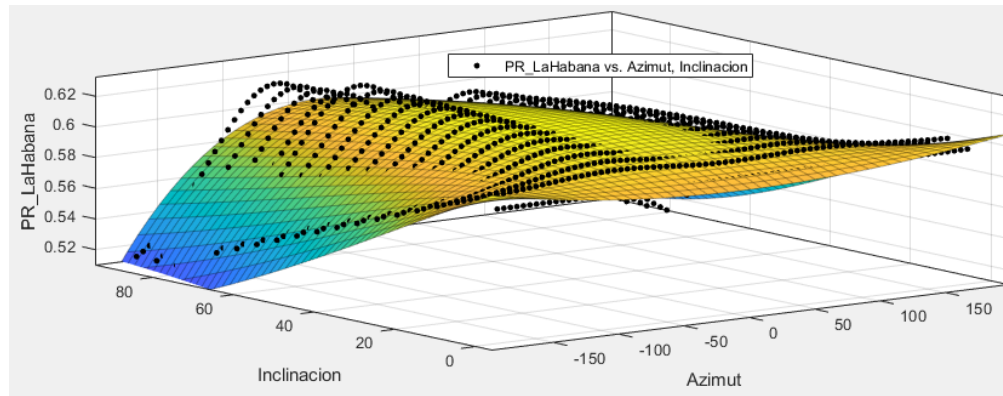
Figura 19. Anchorage Performance Ratio vs Inclinación, Latitud alta Anchorage Parte (a), Latitud media Rochester Parte (b), Latitud baja Rochester Parte (c).



Fuente: Los Autores

Si bien, Matlab por defecto aproxima la superficie respectiva mediante funciones implícitas $PR = f(\alpha, \beta)$, de tipo polinomial ya sea observándolas desde la inclinación (β) o la orientación (α) y hasta grado 5 dependiendo de la superficie, estos ajustes carecen de significado físico. Sin embargo hay que resaltar que a simple vista y como fase exploración serian adecuadas debido a que su coeficiente de correlación es cercano a 0.81 como puede observarse en la **Figura 20** para la ciudad de la habana.

Figura 20. Aproximación de superficie PR la habana en CFTOOL



Fuente: Los Autores

8.2 PR AJUSTADO DESDE SUS CURVAS DE CONTORNO

Las gráficas de contorno (**Figura 18** y **Figura 19**) son el punto de partida para la determinación del modelo matemático con el cual se realiza el ajuste. Como se explicó en la sección de metodología se toman tres gaussianas para proceder a los ajustes, si bien en algunas ciudades solo dos gaussianas serían suficientes en otras se requieren las tres, por tanto, para hacer el modelo más simple se realizan todos los ajustes con las tres gaussianas, además, se incluye el término constante que debe relacionarse con la temperatura de acuerdo con los resultados de [3].

Se realiza un análisis de los corrimientos en las curvas simuladas con respecto a la latitud y se decide dejar constantes los parámetros $b_n(\beta)$. De otra parte, los valores de $c_n(\beta)$ se dejan también fijos para las tres gaussianas de acuerdo con los valores reportados en [3]. Por lo tanto, la función que describe los ajustes estaría dada por:

$$PR(\alpha) = a_1 e^{\left[-\left(\frac{\alpha+75}{70}\right)^2\right]} + a_2 e^{\left[-\left(\frac{\alpha-B_2}{70}\right)^2\right]} + a_3 e^{\left[-\left(\frac{\alpha-80}{70}\right)^2\right]} + a_4 \quad (33)$$

Donde:

$$B_1(\varphi) = -75, B_3(\varphi) = 80, C_1(\varphi) = C_2(\varphi) = C_3(\varphi) = 70 \quad (34)$$

Para $B_2(\varphi)$, si se toma un valor constante para todas las latitudes genera disminución significativa en los valores de R^2 , por tanto, se fijan sus valores para dos tramos así:

$$B_2(\varphi) = \begin{cases} 18.71 & 14.64^\circ \leq \varphi < 38.92^\circ \\ 8.81 & 38.92^\circ \leq \varphi \leq 61.22^\circ \end{cases} \quad (35)$$

En la **Tabla 8** se presentan algunos valores de las constantes a_i obtenidas para este modelo las cuales deben ahora correlacionarse entre sí para encontrar una función que las describa.

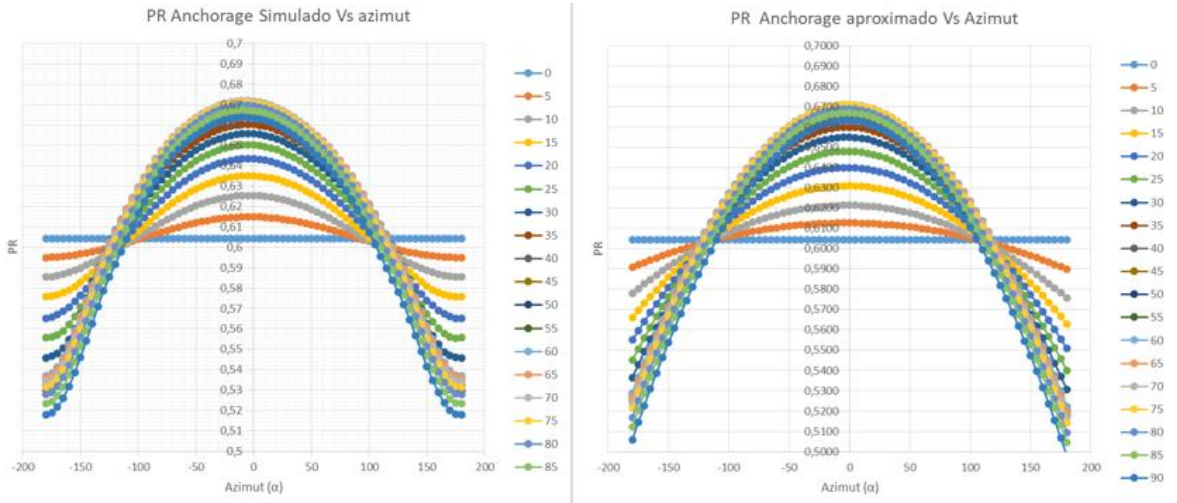
Tabla 8. Matriz conformada por coeficientes a_i

Inclinacion	Cálculo de valores característicos Anchorage (a_1, a_2, a_3, a_4)				
	a_1	a_2	a_3	a_4	R^2
5	0,6127	0,3922	0,6508	0,0000	0,9825
10	1,2200	0,6948	0,3171	-0,5986	0,9848
15	1,8230	0,0345	0,4387	-1,1920	0,9570
20	2,3890	0,7952	0,1869	-1,7490	0,9711
25	2,8960	0,6463	0,7094	-2,2480	0,9789
30	3,3340	0,6797	0,6551	-2,6790	0,9837
35	3,7010	0,4984	0,9597	-3,0410	0,9868
40	3,9260	0,2238	0,7513	-3,2610	0,987
45	4,0230	0,6991	0,8909	-3,3550	0,9876
50	3,9850	0,1386	0,1493	-3,3160	0,9875
55	3,9710	0,2543	0,8143	-3,3010	0,9858
60	4,0070	0,3500	0,1966	-3,3360	0,9848
65	4,0620	0,4733	0,3517	-3,3910	0,9841
70	4,1280	0,5497	0,9172	-3,4570	0,9835
75	4,2020	0,7537	0,3804	-3,5310	0,9832
80	4,2780	0,0540	0,5308	-3,6090	0,9828
85	4,3540	0,1299	0,5688	-3,6870	0,9826
90	4,4200	0,3371	0,1622	-3,7570	0,9824

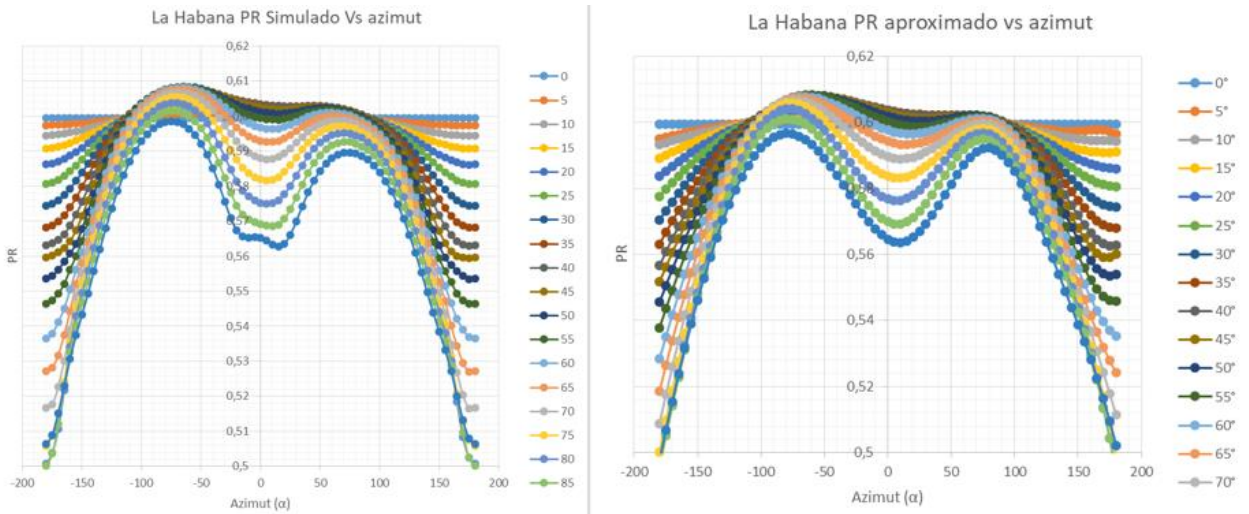
Fuente: Los Autores

La aproximación por ciudad con este modelo es acertada como puede observarse en la **Figura 21** donde se muestra el PR simulado (Izquierda) y el PR ajustado para regiones que permiten ajustes con dos y con tres gaussianas (Derecha) (**Figura 21**).

Figura 21. Aproximación inicial con tres funciones gaussianas para Anchorage Parte (a) y la Habana Parte (b).



Parte (a)



Parte (b)

Fuente: Los Autores

8.3 CÁLCULO DE LOS VALORES a_1, a_2, a_3 y a_4 EN FUNCIÓN DEL AZIMUT (α), INCLINACIÓN DEL PANEL SOLAR (β), TEMPERATURA ANUAL AMBIENTE (T), LATITUD (φ).

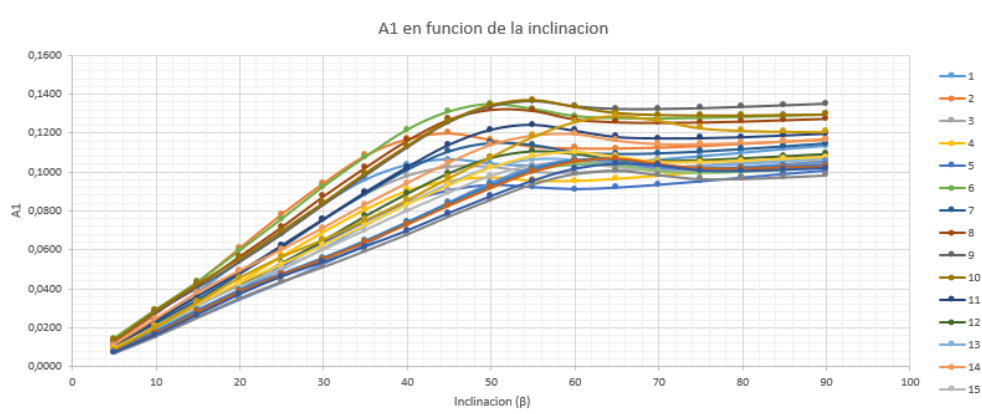
Después de obtener una función que genera un ajuste adecuado del PR, se procedió a determinar las correlaciones de los a_i en función de algunos de los parámetros de trabajo: latitud (φ), orientación (α) o temperatura (T).

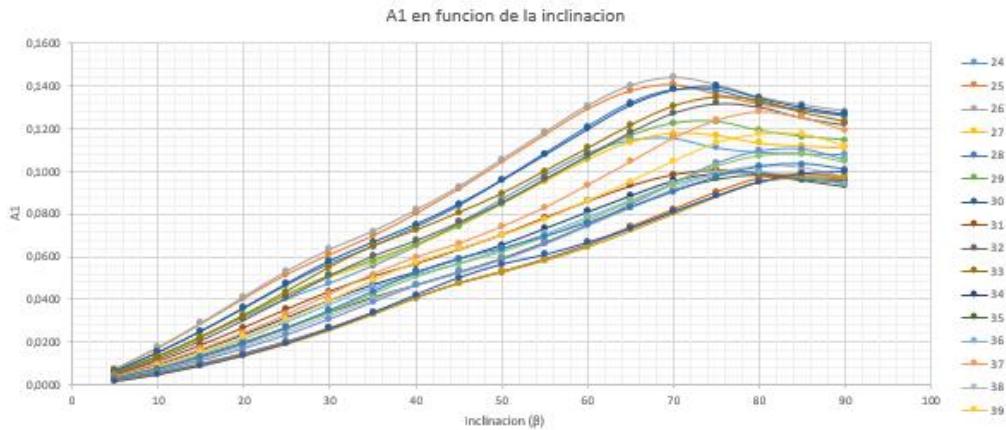
8.3.1 Ajustes de a_1 y a_3

Para determinar la correlación más sencilla y adecuada de las variables a_1, a_2, a_3, a_4 se grafican en términos del ángulo de inclinación para los puntos geográficos estudiados.

En el caso de la variable a_1 se grafica en función del ángulo de inclinación, se encuentra una particularidad, la cual consiste en un comportamiento lineal hasta cierto punto de inclinación y una función aproximadamente constante en lo restante del dominio de inclinación. Se observa además, que es posible agrupar esta tendencia en dos rangos de inclinación y que variación de la pendiente y las constantes es baja tanto como para ajustar con una sola función promediando tales valores.

Figura 22. Partición de las ciudades en dos grupos variable a_1





Fuente: Los Autores

Acorde con lo anterior, se debe seccionar esta función en términos de dos intervalos de análisis, tanto en función del ángulo de inclinación como en función de la latitud, así:

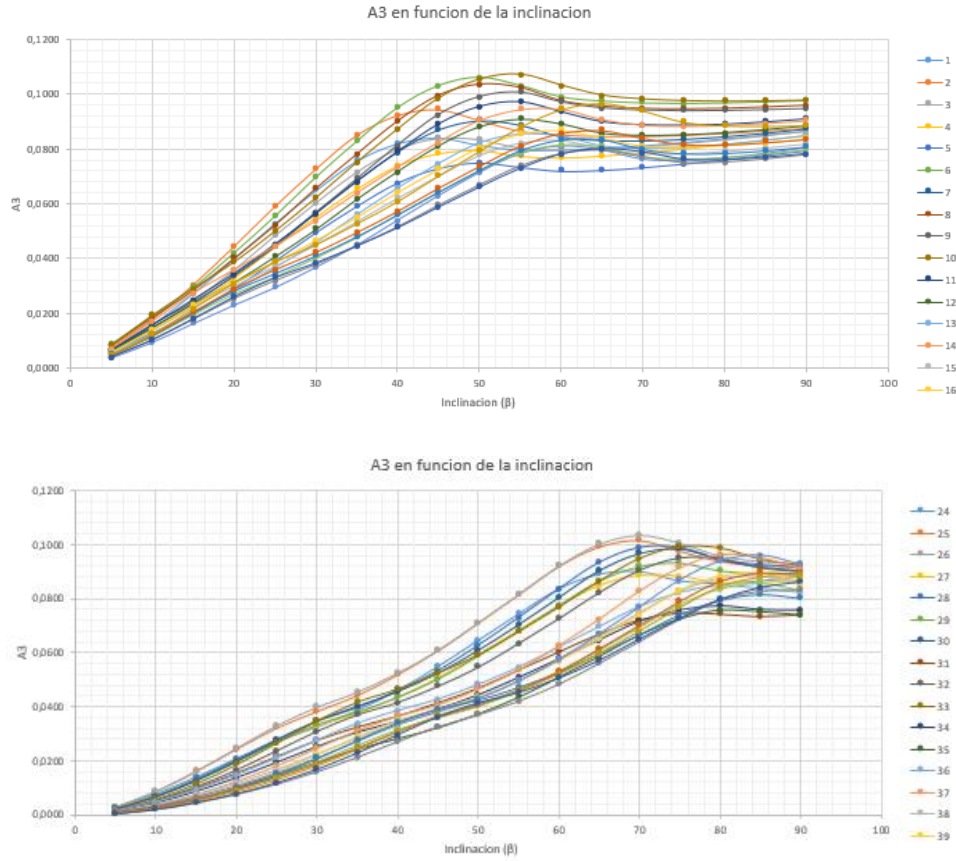
$$a_1(\beta) = \begin{cases} k_1(\varphi)\beta & 5^\circ \leq \beta \leq 50^\circ \\ k_3(\varphi) & 50^\circ > \beta \leq 90^\circ \end{cases} \begin{cases} k_1(\varphi) = 2.242 * 10^{-3} \\ k_3(\varphi) = 1.105 * 10^{-1} \end{cases} \text{ Para } 38.92^\circ \leq \varphi \leq 61.22^\circ \quad (36)$$

$$a_1(\beta) = \begin{cases} k_1(\varphi)\beta & 5^\circ \leq \beta \leq 70^\circ \\ k_3(\varphi) & 70^\circ > \beta \leq 90^\circ \end{cases} \begin{cases} k_1(\varphi) = 1.489 * 10^{-3} \\ k_3(\varphi) = 1.108 * 10^{-1} \end{cases} \text{ Para } 14.64^\circ \leq \varphi < 38.92^\circ$$

Para la variable a_1 en los intervalos de latitud mencionados, puede apreciarse que aparecen dos funciones constantes $k_1(\varphi)$ y $k_3(\varphi)$, tomadas de esta forma debido a que la variación puntual entre un valor ya sea de la zona de pendientes lineales o su zona constante y los siguientes no son significativas. Ahora bien, las funciones lineal y constante en función del ángulo de inclinación se dividen en dos intervalos de análisis en las zonas de latitud entre $38.92^\circ \leq \varphi \leq 61.22^\circ$ el punto de cambio de función es 50° y en el intervalo $14.64^\circ \leq \varphi < 38.92^\circ$ el punto de cambio de función es 70° de inclinación. Es claro que en esos ángulos pueden perderse precisión en la aproximación pero se gana simplicidad de la función sin alterar los valores de (R^2) en forma significativa.

De igual manera se analiza la constante a_3 , la cual presenta un comportamiento similar desde el punto de vista gráfico.

Figura 23. Partición de las ciudades en dos grupos variable a_3



Fuente: Los Autores

Se expresa matemáticamente la variable a_3 que tiene un comportamiento similar al a_1 , esta función cuenta en primera instancia con dos funciones constantes $k_2(\varphi)$ y $k_4(\varphi)$ en los intervalos de latitud mencionados. Así mismo, estas funciones conforman funciones en términos de la inclinación del panel solar (β), tanto lineal $k_2(\varphi)\beta$ y constante $k_4(\varphi)$ en los puntos de cambio de la función determinados en 50° y 70° .

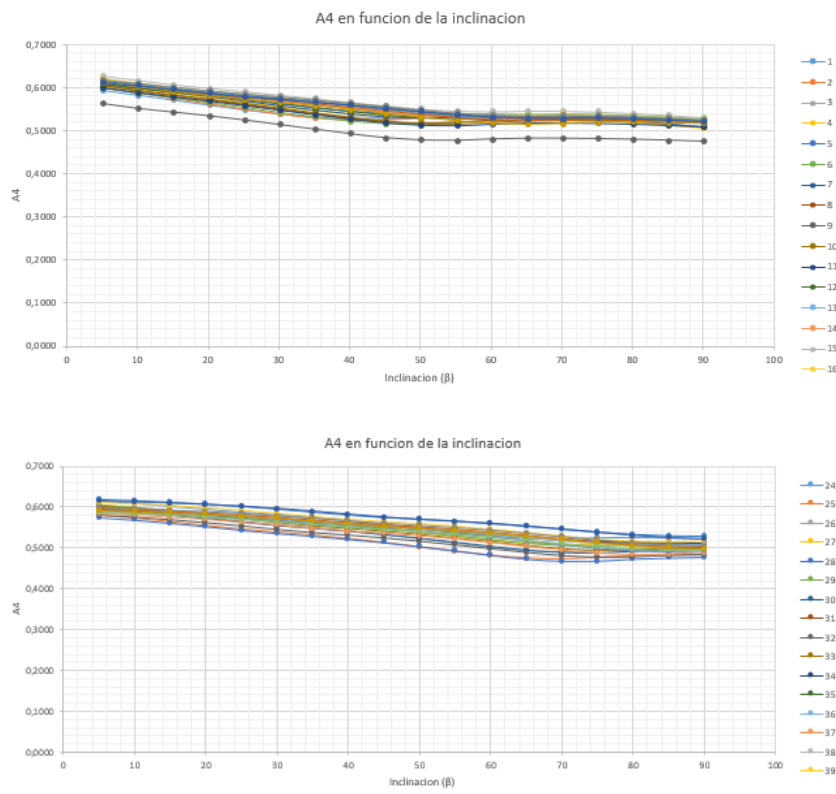
$$a_3(\beta) = \begin{cases} k_2(\varphi)\beta & 5^\circ \leq \beta \leq 50^\circ \\ k_4(\varphi) & 50^\circ > \beta \leq 90^\circ \end{cases} \begin{cases} k_2(\varphi) = 1.715 * 10^{-3} \\ k_4(\varphi) = 8.525 * 10^{-2} \end{cases} \text{ Para } 38.92^\circ \leq \varphi \leq 61.22^\circ \quad (37)$$

$$\begin{cases} k_2(\varphi)\beta & 5^\circ \leq \beta \leq 70^\circ \\ k_4(\varphi) & 70^\circ > \beta \leq 90^\circ \end{cases} \begin{cases} k_2(\varphi) = 1.044 * 10^{-3} \\ k_4(\varphi) = 8.650 * 10^{-2} \end{cases} \text{ Para } 14.64^\circ \leq \varphi < 38.92^\circ$$

8.3.2 Ajustes de a_4

Para la variable a_4 se grafica en primera instancia en términos del ángulo de inclinación para cada rango de latitudes seleccionadas, con el fin de observar funciones matemáticas conocidas. Se observa en primera instancia un cambio a los 70° de inclinación convirtiéndose este en un punto importante a tener en cuenta, sin embargo no determina qué tipo de variación se está dando. Se podría pensar que los valores cambian en forma lineal en la primera sección (hasta 70°) y se tornan aproximadamente constantes en el tramo siguiente; sin embargo, este tipo de ajustes no arroja valores de R^2 adecuados para el PR final.

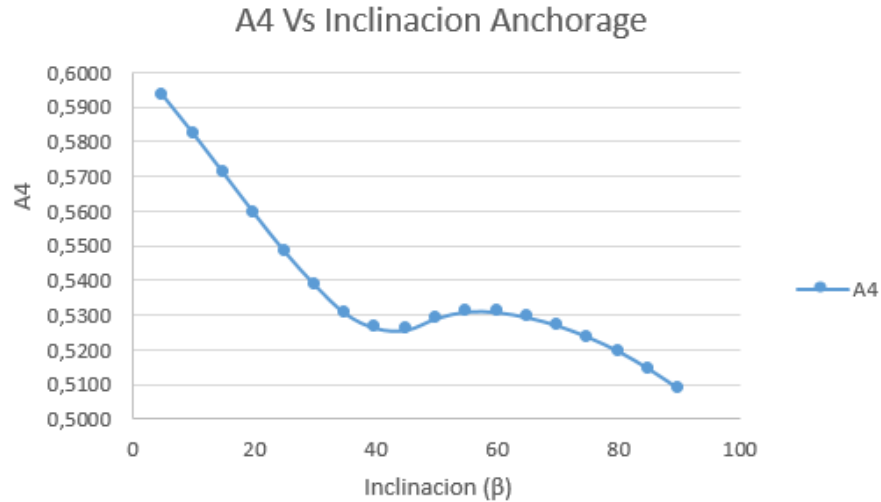
Figura 24. Partición de las ciudades en dos grupos variable a_4



Fuente: Los Autores

Un análisis individual de cada curva permite observar que su variación es más cercana a un polinomio de grado tres.

Figura 25. Función cubica propuesta variable a_4 en función del ángulo (β)



Fuente: Los Autores

Para el intervalo de latitud $38.92^\circ \leq \varphi \leq 61.22^\circ$, la variable $a_4(\beta)$ tiene un comportamiento que matemáticamente se define en un buen grado alrededor de un polinomio de grado 3. Como de este se desprenden cuatro constantes que se convierten en variables ya sea de la latitud o la temperatura media anual ambiente (k_1, k_2, k_3, k_4).

$$a_4(\beta) = \begin{cases} k_1\beta^3 + k_2\beta^2 + k_3\beta + a_5(T) \end{cases} \text{ Donde } \begin{cases} k_1(\varphi) = m_1\varphi + b_1 & 38.92^\circ \leq \varphi \leq 61.22^\circ \\ k_2(\varphi) = m_2\varphi + b_2 & 38.92^\circ \leq \varphi \leq 61.22^\circ \\ k_3(\varphi) = m_3\varphi + b_3 & 38.92^\circ \leq \varphi \leq 61.22^\circ \\ k_4(T) = a_5(T) = AT^2 + CT + D & \text{Temp media amb} \end{cases} \quad (38)$$

Para las variables (k_1, k_2, k_3) se ha determinado que se aproximan adecuadamente de forma lineal en función de la latitud ($k_1(\varphi), k_2(\varphi), k_3(\varphi)$) acorde a su coeficiente de correlación (R^2) en el intervalo mencionado.

Donde las constantes para la variable $a_4(\beta)$ estarían dadas según se muestra en la **Tabla 9**, con coeficientes de correlación (R^2) entre 0.89 y 0.98:

Tabla 9. Constantes para cálculo de variable $a_4(\beta)$

Constantes Variable ($a_4(\beta)$)	
Constante	Valor
m_1	$-2.667 * 10^{-8}$
m_2	$3.982 * 10^{-6}$
m_3	$-1.510 * 10^{-4}$
b_1	$1.206 * 10^{-6}$
b_2	$-1.652 * 10^{-4}$
b_3	$4.365 * 10^{-3}$
A	$-2.095 * 10^{-4}$
C	$1.983 * 10^{-3}$
D	$6.266 * 10^{-1}$

Fuente: Los Autores

La variable (k_4) se establece teniendo en cuenta la correlación existente ya sea con la latitud o la temperatura media anual ambiente. Para el caso particular se determina que debe ser un polinomio de grado 2 en función de la temperatura. Como se puede observar es la única de las variables en función de la temperatura ($k_4(T)$), por lo que a este término se le establece otro miembro aparte en la función del rendimiento anual (PR) denominado $a_5(T)$, del cual dependería $a_4(\beta)$.

$$a_5(T) = k_4(T) = AT^2 + CT + D \quad \forall \varphi \mid 38.92^\circ \leq \varphi \leq 61.22^\circ \quad (39)$$

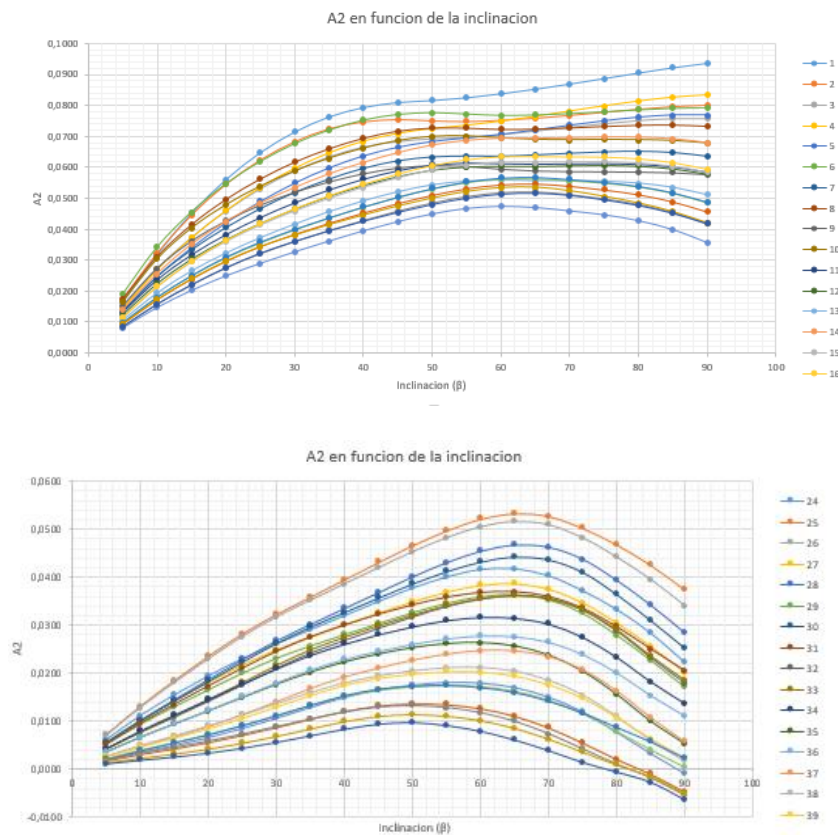
Para el intervalo de latitud comprendido entre ($14.64^\circ \leq \varphi < 38.92^\circ$), la variable $a_4(\beta)$ puede ser determinada en función de una función lineal ($k_1(\varphi)$) y funciones constantes ($k_2(\varphi), k_3(\varphi)$) que serían dependientes de la latitud, es de aclarar que estas funciones constantes y lineales son determinadas acorde a una observación de los datos y teniendo en cuenta según sea el caso el coeficiente de correlación (R^2). Por lo tanto sería:

$$a_4(\beta) = \begin{cases} k_1(\varphi)\beta + k_2(\varphi) & 5^\circ \leq \beta \leq 70^\circ \\ k_3(\varphi) & 70^\circ > \beta \leq 90^\circ \end{cases} \begin{cases} k_1(\varphi) = -2.943 * 10^{-5}\varphi - 5.924 * 10^{-4} \\ k_2(\varphi) = 6.078 * 10^{-1} \\ k_3(\varphi) = 5.044 * 10^{-1} \end{cases} \text{ Para } 14.64^\circ \leq \varphi < 38.92^\circ \quad (40)$$

8.3.3 Ajuste de a_2

Para la variable a_2 se propone graficarla en los tramos de latitud mencionados alrededor de este trabajo en función del ángulo de inclinación (β), mediante lo cual se obtienen curvas $a_2(\beta)$, así:

Figura 26. Partición de las ciudades en dos grupos variable a_2



Fuente: Los Autores

De entrada en el intervalo de latitud ($14.64^\circ \leq \varphi \leq 61.22^\circ$) se observan a simple vista polinomios de segundo grado, lo cual ofrece un buen acercamiento. Por lo tanto se

establece la siguiente expresión matemática para determinar $a_2(\beta)$ en polinomios de segundo grado.

$$a_2(\beta) = \begin{cases} k_1\beta^2 + k_2\beta + k_3 & \text{Donde } \begin{cases} k_1(T) = m_1T + b_1 \\ k_2(\varphi) = m_2\varphi + b_2 \\ k_3(\varphi) = m_3\varphi + b_3 \end{cases} \text{ Para } 38.92^\circ \leq \varphi \leq 61.22^\circ \\ k_4\beta^2 + k_5\beta + k_6 & \text{Donde } \begin{cases} k_4(\varphi) = m_4\varphi + b_4 \\ k_5(\varphi) = m_5\varphi + b_5 \\ k_6(\varphi) = -4.759 * 10^{-3} \end{cases} \text{ Para } 14.64^\circ \leq \varphi < 38.92^\circ \end{cases} \quad (41)$$

Para determinar $a_2(\beta)$, se deben calcular las diversas constantes ($k_1(T), k_2(\varphi), k_3(\varphi), k_4(\varphi), k_5(\varphi), k_6(\varphi)$) que a su vez se tornan variables, debido a su dependencia ya sea con la latitud (φ) o con la temperatura media anual ambiente (T). En la expresión anterior ($k_1(T)$), por los diversos estudios de correlación realizados se determina que esta variable presenta mayor dependencia con la temperatura y sobre las variables ($k_2(\varphi), k_3(\varphi), k_4(\varphi), k_5(\varphi), k_6(\varphi)$) se resalta la dependencia de la latitud. Por tal motivo debe conocerse en primera instancia la latitud y la temperatura media ambiente del punto geográfico. A continuación se dan a conocer las diversas constantes para calcular $a_2(\beta)$, con coeficientes de correlación (R^2) entre 0.797 y 0.943:

Tabla 10. Constantes para cálculo de variable $a_2(\beta)$

Constantes Variable ($a_2(\beta)$)	
Constante	Valor
m_1	$1.493 * 10^{-7}$
m_2	$1.788 * 10^{-5}$
m_3	$7.278 * 10^{-4}$
m_4	$-2.632 * 10^{-7}$
m_5	$4.571 * 10^{-5}$
b_1	$-1.409 * 10^{-5}$
b_2	$8.435 * 10^{-4}$
b_3	$-2.777 * 10^{-2}$

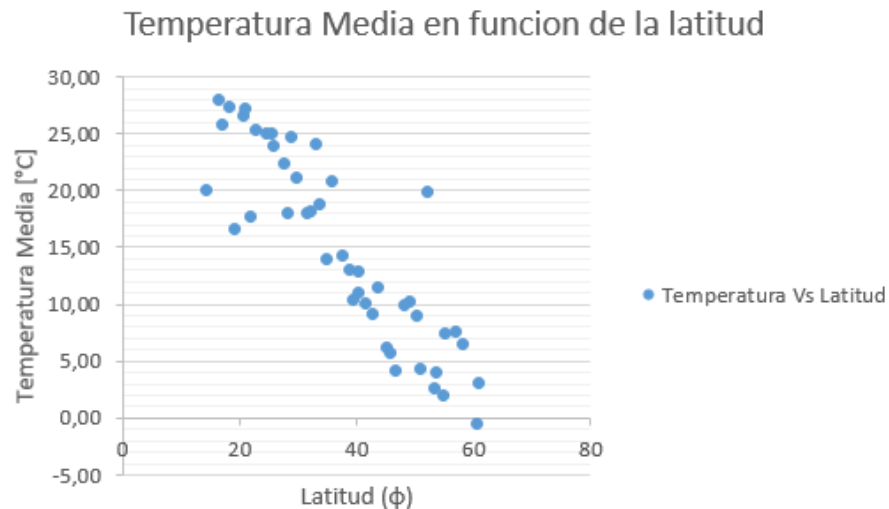
b_4	$-3.480 * 10^{-6}$
b_5	$-5.721 * 10^{-5}$

Fuente: Los Autores

8.3.4 Temperatura Media Y PR A Cero Grados

Algunas de las variables mencionadas alrededor de este trabajo dependen de la temperatura media anual ambiente (T), por lo tanto se decide hallar una correlación de la temperatura con la latitud. Por este motivo se grafica la temperatura media anual ambiente que fue determinada acorde a las bases de datos mencionadas en función de la latitud ($T(\varphi)$).

Figura 27. Gráfica Temperatura media en función de la latitud



Fuente: Los Autores

A partir de lo anterior se determina que un ajuste lineal es adecuado para determinar esta temperatura. Por lo tanto, la temperatura media de la ciudad puede calcularse mediante:

$$T(\varphi) = B\varphi + C \quad (42)$$

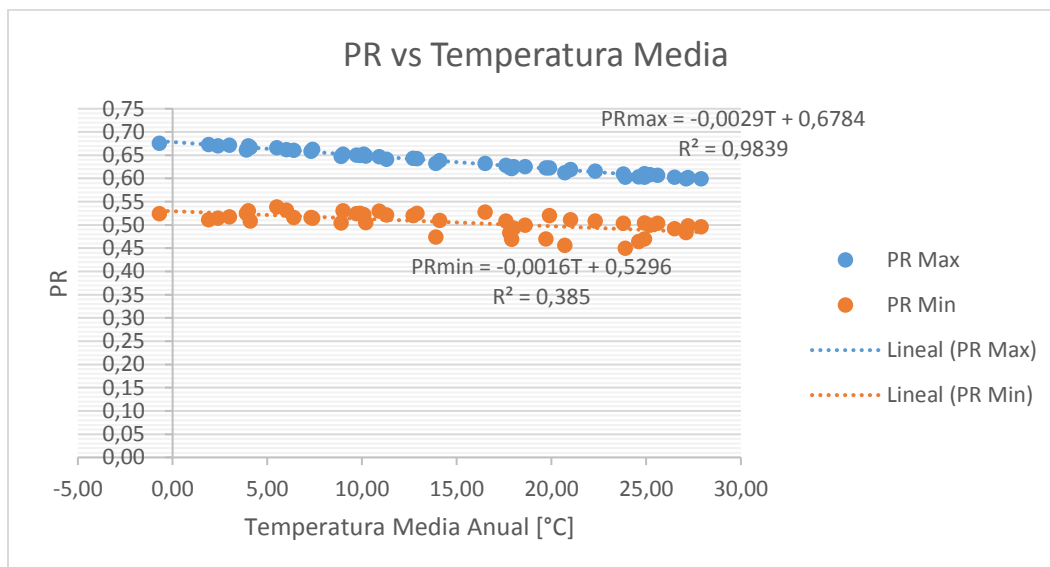
Tabla 11. Constantes para determinar la temperatura en función de la latitud.

Constantes Variable ($T(\varphi)$)	
Constante	Valor
B	-0.548
C	35.454
R^2	0.7798

Fuente: Los Autores

Se encontró una expresión que permite aproximar el PR según su latitud. A partir de esta aproximación fue posible establecer la relación entre los PR mínimos y máximos con la temperatura media ambiente (**Figura 28**), y realizar los ajustes en el intervalo de latitud establecido.

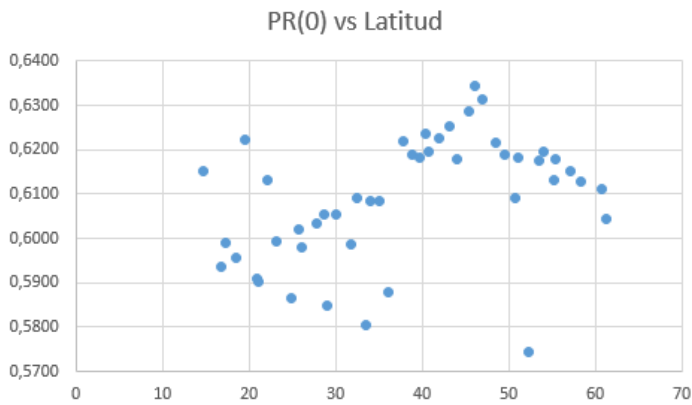
Figura 28. Comportamiento del PR máximo y mínimo en función de la temperatura media anual ambiente.



Fuente: Los Autores

Hasta el momento alrededor del modelo que se quiere proponer para calcular el PR no se ha mencionado un ángulo de inclinación igual a cero, esto se debe a que en este valor particular el rendimiento anual (PR) es constante para cada latitud. Por lo tanto debe proponerse una correlación adecuada para este conjunto de valores en función de sus latitudes respectivas. En la **Figura 29** se presenta la gráfica del $PR(0)$ en función de la latitud.

Figura 29. Performance Ratio en cero grados de inclinación Vs Latitud



Fuente: Los Autores

Realizando una regresión se propone que una aproximación adecuada para determinar el PR en este ángulo de inclinación específico es una función cuadrática (43):

$$PR(0) = A\varphi^2 + B\varphi + C \quad (43)$$

Para el cual los valores de sus constantes están dados en la **Tabla 12**:

Tabla 12. Constantes para determinar $PR(0)$

Constantes Coeficiente ($PR(0)$)	
Constante	Valor
<i>A</i>	$-3.320 * 10^{-5}$
<i>B</i>	$3.197 * 10^{-3}$
<i>C</i>	0.5418
R^2	0.8397

Fuente: Los Autores

8.4 VALIDACIÓN DEL MODELO CON TODAS LAS CIUDADES INVOLUCRADAS EN EL ESTUDIO

Con el fin de cumplir el objetivo propuesto se programan las diversas ecuaciones planteadas en el punto anterior mediante Excel. Se toma a manera de ejemplo explicativo la ciudad de Anchorage en Alaska, esta ciudad se encuentra ubicada a una latitud de 61.22° aproximadamente. Se inicia programando y calculando en Microsoft Excel la matriz inicial en donde se relacionan el PR, al azimut y el ángulo de inclinación según el modelo planteado, los datos obtenidos se presentan en la **Tabla 13**.

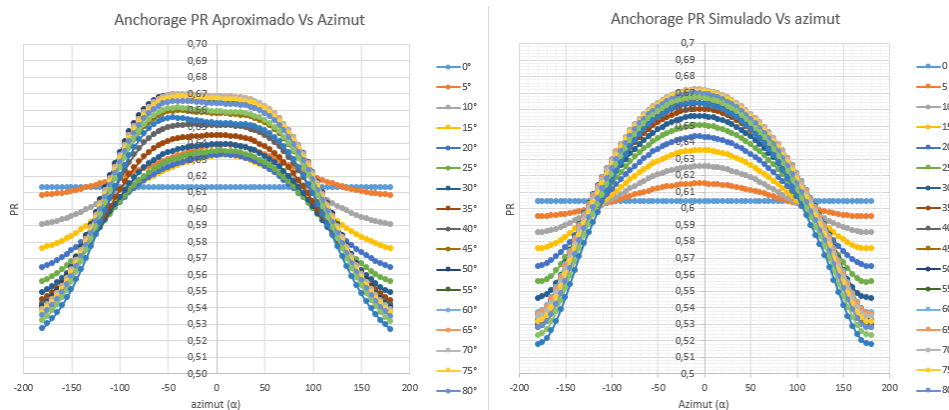
Tabla 13. Tabla de datos calculados mediante modelo propuesto.

Aproximación Según modelo planteado									
Azimut	0	5	10	15	20	25	30	35	40
-180	0,6131	0,6083	0,5906	0,5762	0,5648	0,5560	0,5496	0,5451	0,5424
-175	0,6131	0,6086	0,5912	0,5771	0,5659	0,5574	0,5512	0,5471	0,5446
-170	0,6131	0,6090	0,5919	0,5781	0,5672	0,5591	0,5532	0,5494	0,5472
-165	0,6131	0,6093	0,5926	0,5792	0,5687	0,5609	0,5555	0,5520	0,5502
-160	0,6131	0,6098	0,5935	0,5805	0,5705	0,5631	0,5580	0,5550	0,5536
-155	0,6131	0,6103	0,5945	0,5820	0,5724	0,5655	0,5609	0,5584	0,5575
-150	0,6131	0,6108	0,5956	0,5836	0,5746	0,5682	0,5642	0,5621	0,5617
-145	0,6131	0,6115	0,5968	0,5854	0,5770	0,5712	0,5677	0,5662	0,5664
-140	0,6131	0,6122	0,5981	0,5873	0,5795	0,5744	0,5715	0,5707	0,5715
-135	0,6131	0,6129	0,5995	0,5894	0,5823	0,5778	0,5756	0,5755	0,5769
-130	0,6131	0,6137	0,6010	0,5917	0,5852	0,5814	0,5800	0,5805	0,5827
-125	0,6131	0,6145	0,6026	0,5940	0,5883	0,5852	0,5845	0,5857	0,5886
-120	0,6131	0,6154	0,6043	0,5964	0,5914	0,5891	0,5891	0,5910	0,5947
-115	0,6131	0,6164	0,6060	0,5988	0,5946	0,5930	0,5937	0,5964	0,6008
-110	0,6131	0,6173	0,6077	0,6013	0,5978	0,5969	0,5984	0,6018	0,6068
-105	0,6131	0,6183	0,6094	0,6037	0,6010	0,6008	0,6029	0,6070	0,6127
-100	0,6131	0,6193	0,6111	0,6061	0,6040	0,6045	0,6073	0,6120	0,6183
-95	0,6131	0,6204	0,6128	0,6085	0,6070	0,6081	0,6115	0,6168	0,6237
-90	0,6131	0,6214	0,6145	0,6107	0,6098	0,6115	0,6154	0,6212	0,6286
-85	0,6131	0,6225	0,6161	0,6128	0,6124	0,6146	0,6189	0,6252	0,6330
-80	0,6131	0,6236	0,6176	0,6148	0,6149	0,6174	0,6221	0,6287	0,6369
-75	0,6131	0,6246	0,6191	0,6167	0,6171	0,6200	0,6250	0,6319	0,6403
-70	0,6131	0,6257	0,6205	0,6184	0,6191	0,6222	0,6275	0,6346	0,6431
-65	0,6131	0,6268	0,6219	0,6200	0,6209	0,6242	0,6296	0,6368	0,6454
-60	0,6131	0,6279	0,6232	0,6215	0,6225	0,6259	0,6314	0,6386	0,6473
-55	0,6131	0,6291	0,6245	0,6229	0,6240	0,6274	0,6329	0,6401	0,6486
-50	0,6131	0,6302	0,6257	0,6242	0,6253	0,6287	0,6341	0,6412	0,6496

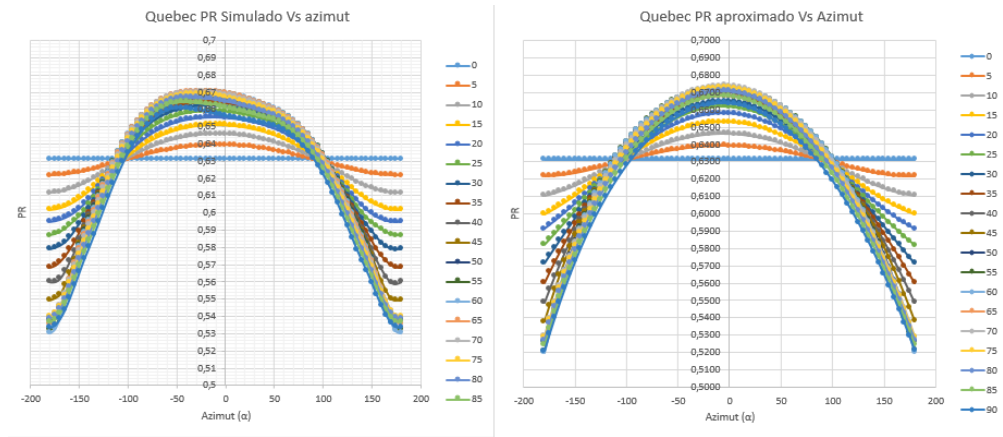
Fuente: Los Autores

A partir de los datos anteriores se grafican las curvas de PR en función del azimut, tomando como referencia el ángulo de inclinación constante, para tres ciudades y tres latitudes distintas: Anchorage, Quebec, México. En las figuras se presentan las curvas obtenidas con los valores simulados (derecha) y con los ajustados (izquierda).

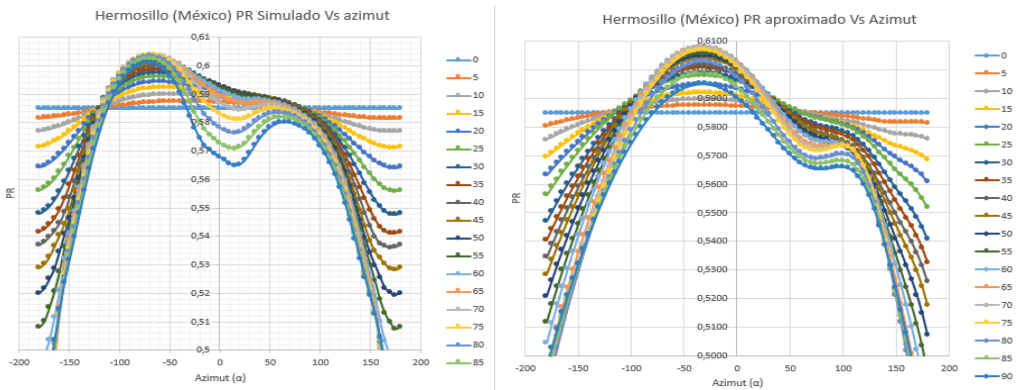
Figura 30. PR Aproximado vs PR simulado en función del azimut Anchorage (Parte (a)), Quebec (Parte (b)), Hermosillo (México) (Parte (c)).



Parte (a)



Parte (b)



Parte (c)

Fuente: Los Autores

Como se puede observar en la gráfica anterior la aproximación para las ciudades mencionadas y su simulación guarda un grado de similitud gráfica, así mismo con el fin de determinar el grado de exactitud numérica se calcula el error puntual máximo, mínimo y promedio, en la **Tabla 14** se presentan los valores obtenidos.

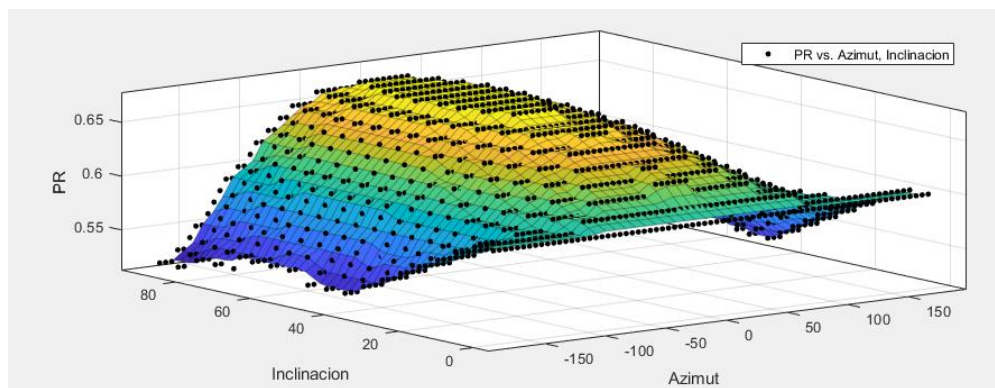
Tabla 14. Error generado en aproximación

Error Cometido (%)			
Error	Anchorage	Quebec	Hermosillo
Máximo	3,9581	3,6059	11,3631
Mínimo	0,0001	0,0008	0,0008
Promedio	1,0641	1,7804	2,8537

Fuente: Los Autores

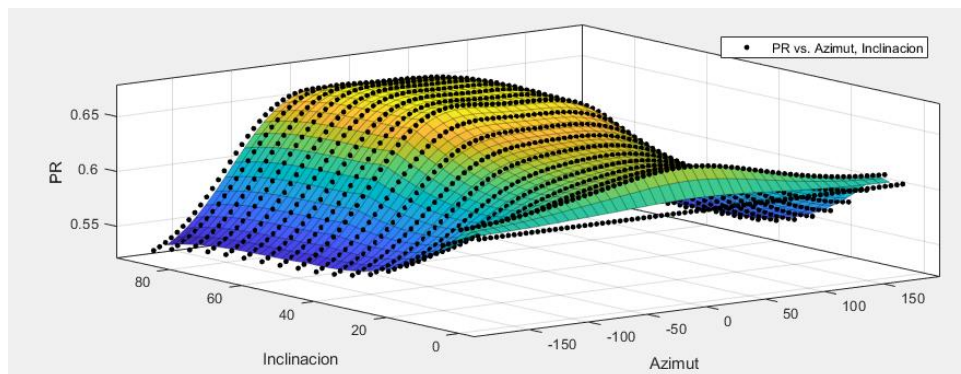
Graficando la solución simulada y su aproximación en R^3 para la ciudad de Anchorage se obtiene:

Figura 31. PR en función del azimut y la inclinación Anchorage Simulado



Fuente: Los Autores

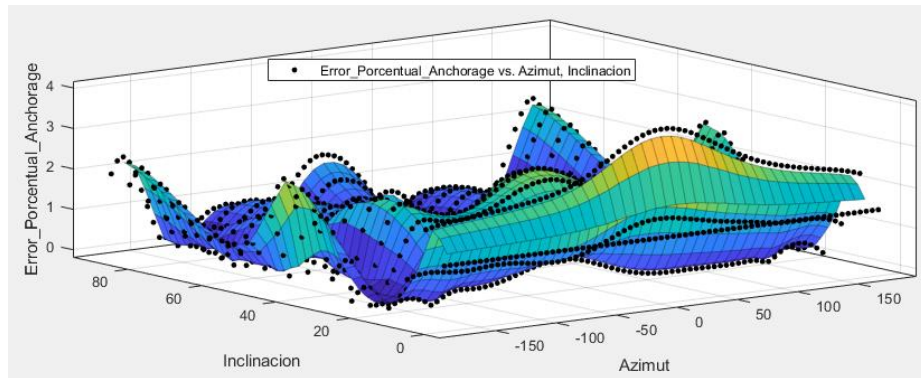
Figura 32. PR en función del azimut y la inclinación Anchorage Aproximado



Fuente: Los Autores

Como se puede observar en las gráficas anteriores la similitud en sus formas es significativa, así mismo sus errores absolutos puntuales pueden observarse mediante la superficie en función del error que se muestra en la **Figura 33**.

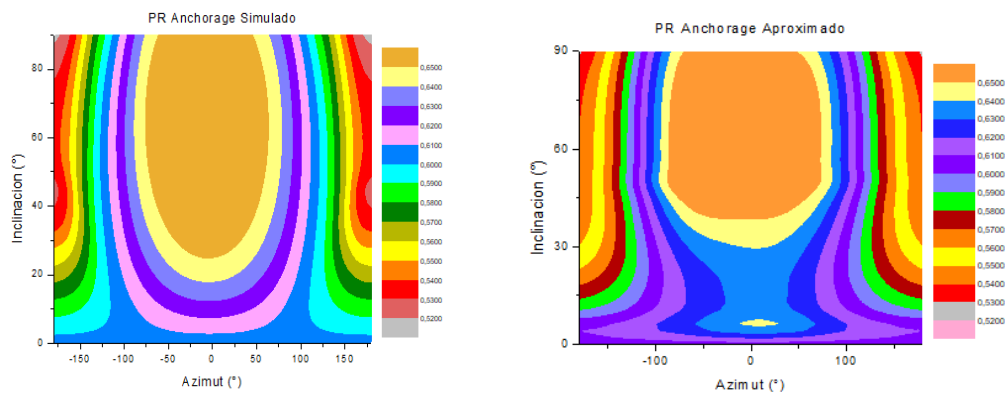
Figura 33. Error Absoluto en función del azimut y la inclinación para Anchorage

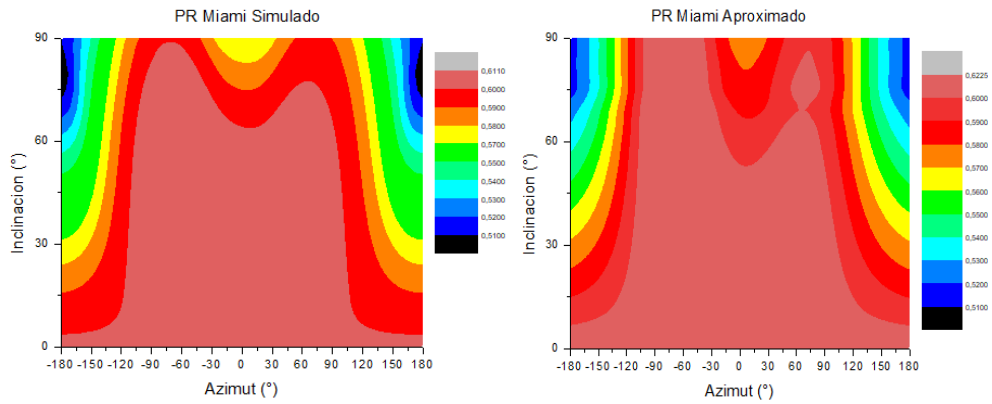


Fuente: Los Autores

El comportamiento del error es bajo, valores por debajo del 3%, por lo tanto el modelo matemático es funcional. Es adecuado observar las curvas de contornos (**Ver ¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) con el fin de determinar la similitud con las curvas para los valores simulados. Algunas curvas de contorno para otras ciudades se presentan en el **Anexo 4**.

Figura 34. Contornos PR Simulado y Aproximado Anchorage y Miami





Fuente: Los Autores

Con el fin de establecer el error en cada punto geográfico se realiza una tabla que establece los valores máximos, mínimos y promedios para al modelo propuesto. En general el error máximo sería alrededor de 5.95%, el error mínimo sería 0.09% y el promedio sería alrededor de 1.68%, que puede considerarse como una aproximación adecuada. En **la Tabla 15** se presentan los errores para todas las ciudades de estudio

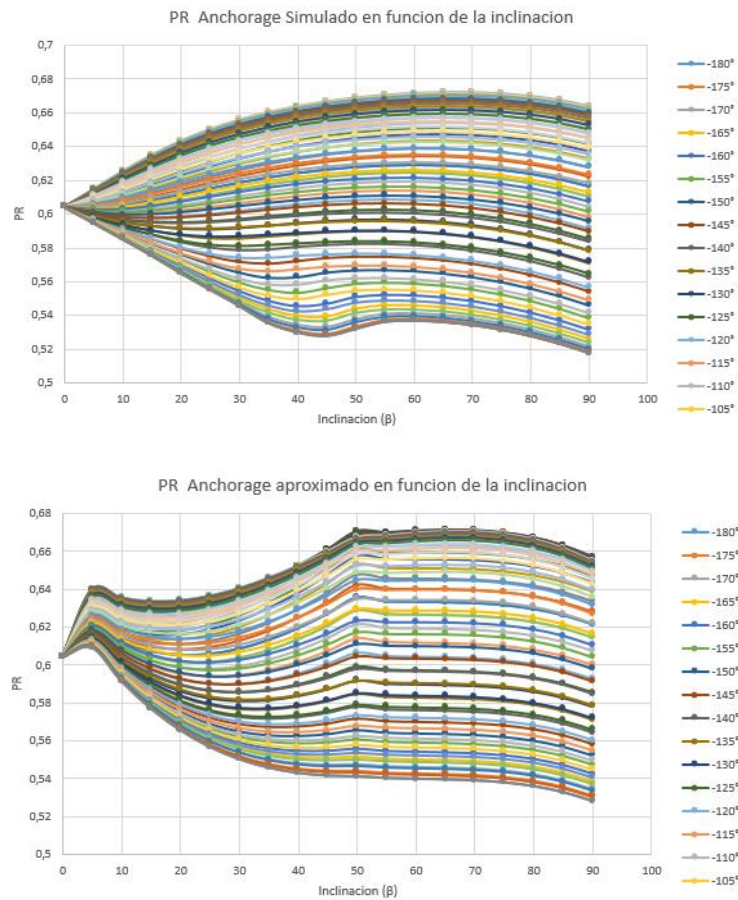
Tabla 15. Errores máximos, mínimos y promedio por puntos geográficos según modelo matemático propuesto

Errores en aproximacion por Ciudades				
Latitud (°)	Ciudad	Maximo (%)	Minimo (%)	Error Promedio (%)
61,22	Anchorage, Alaska	3,958	0,0001	1,064
60,81	Whitehorse Territorio del Yucon	3,834	0,0005	1,496
58,32	Juneau, Alaska	3,193	0,0049	1,143
57,11	Sitka, Alaska	3,721	0,0080	1,101
55,38	Ketchikan, Alaska	3,990	0,0027	1,208
55,24	Grande Prairie, Alberta	7,275	0,0004	1,370
53,94	Prince George, Columbia Británica	4,608	0,0020	0,936
53,56	Edmonton, Alberta	6,909	0,0018	1,201
52,32	Red Deer, Alberta	16,37	3,8995	7,539
51,11	Calgary, Alberta	7,637	0,0031	1,146
50,70	Kamloops, Columbia Británica	8,714	0,0220	2,022
49,50	Vancouver, Columbia Británica	4,739	0,0013	0,848
48,43	Victoria, Columbia Británica	3,698	0,0002	0,904
46,89	Quebec, Quebec	3,606	0,0008	1,780
46,14	Sydney, Nueva Escocia	3,961	0,0003	1,956
45,47	Ottawa, Ontario	3,248	0,0034	1,282
44,05	Eugene, Oregon	4,146	0,0019	1,192
43,14	Rochester, New York	3,535	0,0001	1,021
41,91	Chicago	3,298	0,0041	0,861
40,69	New York	3,372	0,0023	0,729
40,44	Pittsburgh, Pensilvania	3,873	0,0005	1,110
39,71	Denver, Colorado	5,257	0,0006	0,951
38,92	Washington DC	3,452	0,0029	0,837
37,79	San Francisco	9,807	0,2992	4,073
36,16	Las Vegas, Nevada	11,499	0,0009	2,231
35,06	Albuquerque, Nuevo Mexico	7,821	0,0032	2,136
34,08	Los Ángeles, California	6,288	0,0033	1,769
33,46	Phoenix, Arizona	14,539	0,0012	3,321
32,54	Tijuana, Mexico	5,997	0,0000	1,737
31,79	El Paso, Texas	9,975	0,0016	1,366
29,97	Houston, Texas	3,649	0,0000	0,957
29,07	Hermosillo, Sonora	11,363	0,0008	2,854
28,62	Chihuahua, Mexico	6,982	0,0009	1,088
27,78	Corpus Christi, Texas	2,891	0,0023	0,716
26,06	Reynosa, Tamaulipas	3,464	0,0013	1,006
25,78	Miami, Florida	3,179	0,0008	0,672
24,81	Culiacan, Mexico	9,890	0,0127	2,737
23,08	La Habana, Cuba	3,320	0,0001	0,908
22,19	San Luis Potosi	5,667	0,0076	1,681
21,13	Cancun, Mexico	6,624	0,0158	2,280
20,93	Merida, Mexico	4,982	0,0088	2,212
19,47	Mexico D,F	6,273	0,0040	2,867
18,46	San Juan, Puerto Rico	5,699	0,0053	1,737
17,24	Belmopan, Belice	5,198	0,0008	1,435
16,82	Acapulco, Mexico	6,616	0,0017	2,184
14,64	Guatemala, Guatemala	5,475	0,0068	1,771

Fuente: Los Autores

Es importante observar cómo se comporta el PR simulado en función de la inclinación después de todos los ajustes y simplificaciones propuestos y para diversas latitudes. En las **Figuras 35 a 37** se presentan las curvas de contorno de PR vs inclinación para Anchorage, Hermosillo y la Habana.

Figura 35. Comparación planar Anchorage PR Simulado, Aproximado en función del ángulo de inclinación.



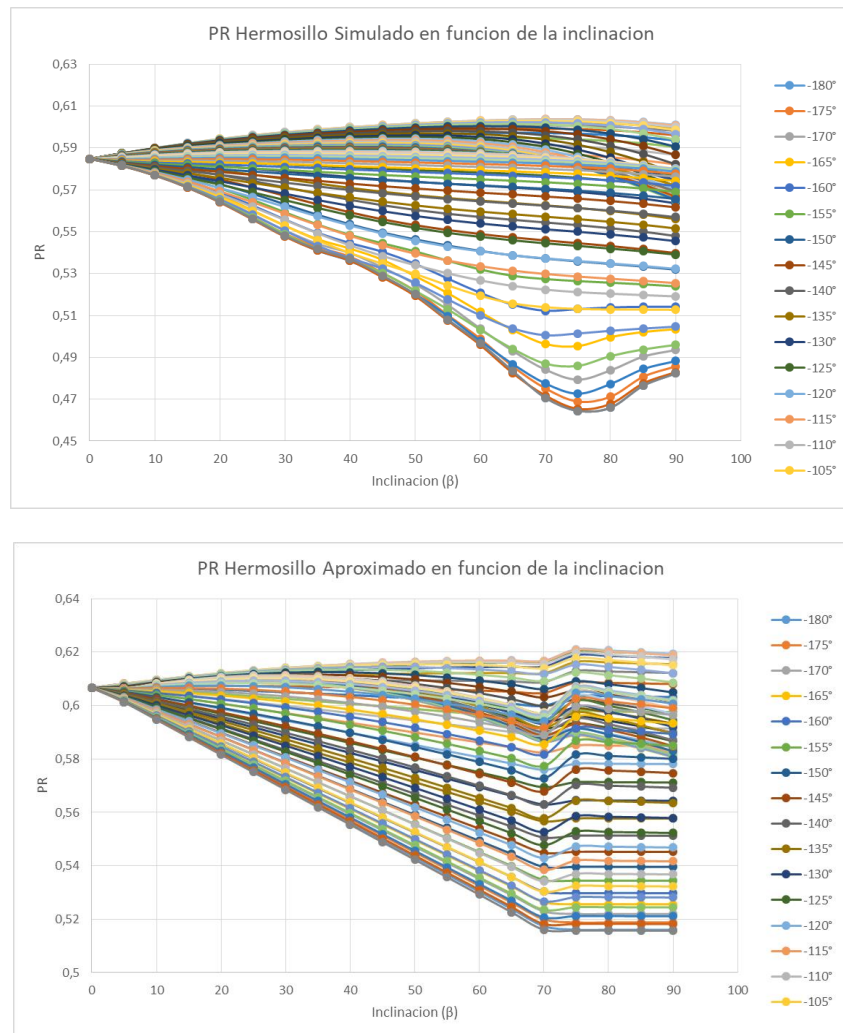
Fuente: Los Autores

Como se observa para ciudades a mayores latitudes como lo es Anchorage, el resultado del PR simulado es comparable con el del PR ajustado, el error promedio es del 1.003%. Los picos que se muestran en la inclinación a 5° y 50° se deben a los ajustes

lineales realizado en dos tramos a las constantes a_1 y a_3 del modelo, estos picos se atenúan a medida que se recorre el azimut.

Ahora, para las ciudades a valores de azimut intermedio como lo es la ciudad de Hermosillo (México), el resultado es adecuado ya que el error promedio es del 2.854%. En el rango entre 70° y 80° para la inclinación el ajuste no es tan adecuado debido a la forma lineal adoptada para las constantes a_1 y a_3 .

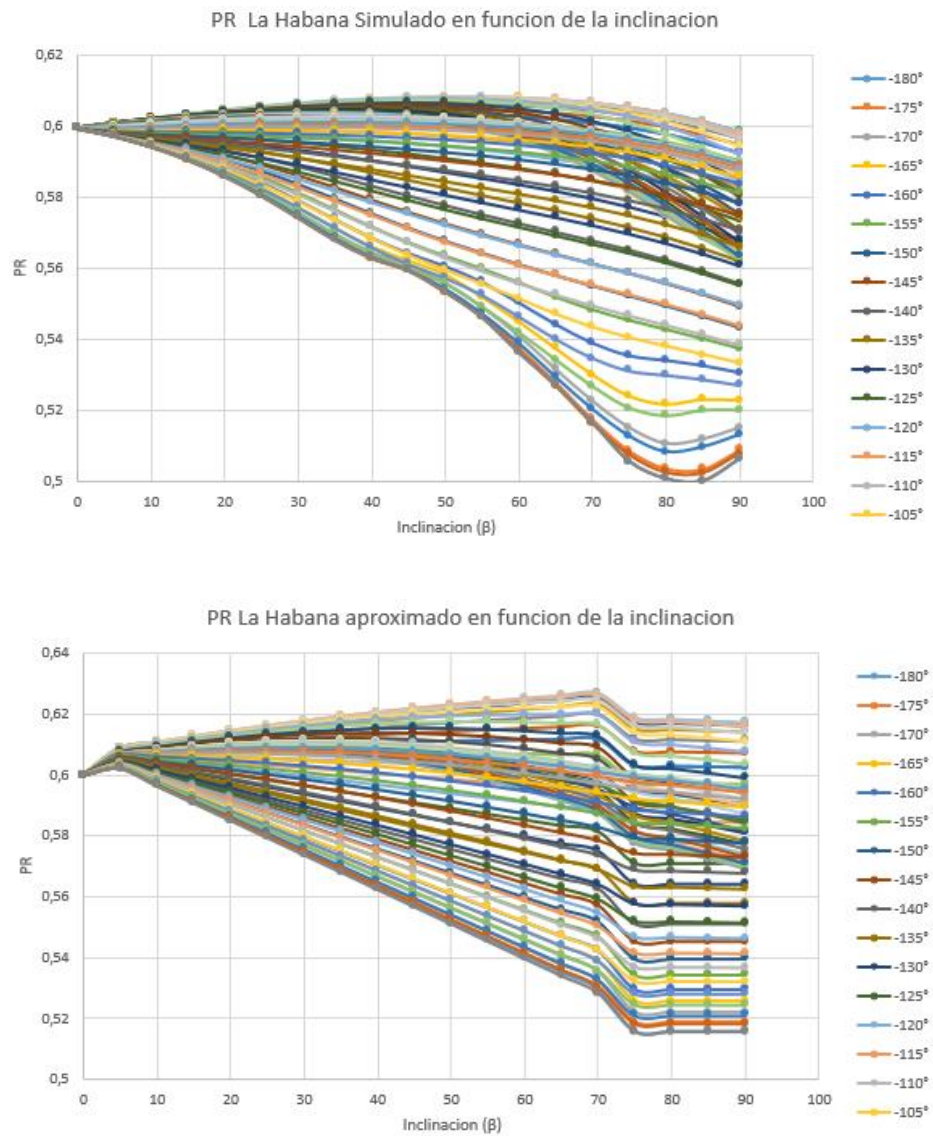
Figura 36. Comparación planar Hermosillo México PR simulado, Aproximado en función del ángulo de inclinación.



Fuente: Los Autores

Para las ciudades del sur se selecciona la ciudad de la habana Cuba y se grafica en el plano el Performance Ratio (PR) en función del ángulo de inclinación tanto del PR simulado como aproximado. Se observa un comportamiento similar con un error promedio del 0.898%. Las imprecisiones que se observan en la inclinación a 5° y 75° se atenúan a medida que se recorre en el azimut.

Figura 37. Comparación planar La Habana Cuba PR Simulado, Aproximado en función del ángulo de inclinación.



Fuente: Los Autores

9 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En el proceso de desarrollo del modelo matemático para determinar el Performance Ratio (PR) en países de altas latitudes, se tomó en cuenta la variación geográfica de la posible ubicación de los sistemas. Para ello se calculó el PR en 46 lugares diferentes. Este punto implicó, en primera instancia, determinar las variables físicas involucradas en el rendimiento global del sistema, principalmente la temperatura ambiente media mensual (T) y la irradiación solar media mensual sobre superficie horizontal $G_{dm}(0)$. Lo anterior se llevó a cabo mediante el uso de bases de datos meteorológicas, como insumo para determinar las diversas pérdidas que afectan el PR.

Dentro de las pérdidas energéticas se consideraron cuatro de ellas variables y cinco constantes. En primera instancia las pérdidas por polvo y suciedad fueron determinadas mediante un modelo matemático que involucra la razón entre las transmitancias de la luz a incidencia normal cuando la superficie se encuentra sucia, y cuando está limpia. Por lo anterior se tomó un valor fijo de 0.97 correspondiente a un tipo de suciedad medio. Este hecho se debe tener en cuenta al momento de utilizar el modelo, ya que en la práctica los sistemas fotovoltaicos presentan diversos niveles de suciedad. Esta observación se hace relevante en los climas desérticos o en situaciones extremas de contaminación atmosférica.

Las pérdidas angulares fueron determinadas por la razón entre la irradiación solar diaria mensual incidente sobre el generador y la irradiación solar diaria mensual en ausencia de pérdidas angulares. El impacto de las pérdidas anteriores en el performance ratio (PR) es el responsable de que se presenten una o más gaussianas en el momento de realizar los ajustes del PR en función del azimut, por lo cual, este tipo de pérdidas tienen una influencia considerable en el modelo desarrollado.

Las pérdidas por temperatura fueron calculadas mediante la radiación solar incidente sobre superficie inclinada y la temperatura de funcionamiento nominal del módulo. Estas pérdidas se evidencian en los términos matemáticos a_4 y a_5 , y no afectan la forma de las curvas de nivel del PR en función de la inclinación y el azimut. El efecto principal de la temperatura es que desplaza verticalmente la superficie (PR) hacia valores mayores o menores de PR, de forma contraria a la temperatura ambiente del sitio. Este hecho se

evidencia en las gráficas de la **Figura 34**, que representan los mapas de contorno de nivel para las ciudades de Anchorage y Miami, respectivamente.

Las pérdidas en el inversor por conversión DC-AC se hallaron mediante una formulación matemática dependiente de variables como la potencia de entrada al inversor y la temperatura de trabajo. Sin embargo es importante tener en cuenta que se tomaron inversores típicos y de alta eficiencia europea, por lo cual los valores del PR podrían ser un poco menores si la calidad de los equipos no correspondiera a la óptima.

Las demás pérdidas, como las ocasionadas por diferencias con la potencia nominal, las pérdidas por mismatch, las pérdidas por errores de seguimiento del punto de máxima potencia (PMP), las pérdidas óhmicas en el cableado y las pérdidas por sombreado fueron tomados iguales a los valores promedio reportados en la literatura. $L_{rating} = 0.05$ suponiendo que los módulos están bien seleccionados [3]. $L_{mismatch} = 0.03$ debido a que en primera instancia no se evidencia una formulación simple para calcular dicha pérdida, además, en algunas investigaciones se evidencia que estas pérdidas se encuentran entre 2% y 4%, por lo que es pertinente tomar su valor promedio. $L_{SPMP} = 0.06$ de acuerdo con resultados de estudios realizados en Japón a 100 viviendas residenciales en los que se concluye que estas pérdidas se encuentran en este orden del 6% [45] [3]. $L_{ohmic} = 0.01$ ya que usualmente estas pérdidas varían entre 0.5% y 1.5%, siendo así 1% un valor medio aceptable [7][47], $L_{shading} = 0.07$ que es un valor promedio reportado en literatura [45] [51], aunque pueden ser valores más altos [3]. En conclusión, las variaciones de estos tipos de pérdidas no se consideraron como significativas en el modelo.

En la formulación del modelo para el PR ajustado se tuvieron varios caminos a escoger, pero debido a la correlación entre un punto geográfico y el siguiente, se tomó la decisión de usar una suma de funciones gaussianas. Debido a esto se dio lugar a un cuestionamiento importante, y fue el establecer cuantas funciones gaussianas serian adecuadas para describir el fenómeno. Se inició por la latitud más alta creyendo a simple vista que era la zona de mayor complejidad funcional. Pero contrariamente a lo que se creía, los puntos más alejados al ecuador requirieron menor número de gaussianas, y la

suma de dos funciones fue adecuada para definir el comportamiento del PR en estos puntos geográficos.

En la latitud 29.97° correspondiente a Houston Texas, la aproximación con dos gaussianas no era suficiente, por lo que se inició nuevamente desde el punto más alto con una latitud de 61.22° una aproximación mediante la suma de tres funciones gaussianas. Así se cubrió la totalidad de puntos geográficos que se requiere analizar. Debido a esta última aproximación se observaban particularidades mediante corrimientos verticales de la función matemática del PR, por lo que se deciden agregar dos constantes (a_4, a_5). Esto teniendo en cuenta su correlación con la latitud y la temperatura ambiente media.

El modelo construido mediante la suma de tres funciones gaussianas fue acertado, y se notaban similitudes en sus curvas, pero con comportamientos de corrimiento, expansión y contracción horizontal. Por lo anterior se decidió dejar constantes los parámetros b_i y c_i por cada punto geográfico, en concordancia con el modelo propuesto por Mulcué et al. Con esta determinación se dieron cambios significativos afectando directamente los a_i de las funciones definidas.

Los términos a_i no fueron fácilmente definibles a simple vista, debido a que sus formas eran cambiantes por sectores de latitud. Por lo tanto se tomó la determinación de conformar familias de funciones. Sin embargo, para correlacionar tales familias no bastó con una sola función, por lo que se decidió particionar esta función alrededor de un punto característico. Tal partición se dió en función del ángulo de inclinación del panel por medio de funciones tipo lineal y constante. Así mismo, se introdujo una función lineal en términos de la temperatura ambiente media mensual, debido a su alta correlación.

En la validación del modelo matemático propuesto se observó que su comportamiento era adecuado en puntos geográficos seleccionados aleatoriamente, dentro de las latitudes consideradas. Sin embargo, con el fin de calcular el grado de precisión del modelo en los 46 lugares, se determinaron los errores máximos, mínimos y promedios cometidos. Se encontró que el error máximo promedio cometido por la aproximación fue de 5.95%, el error mínimo fue de 0.09% y un error promedio de 1.68%. Estas cifras indican que el grado de precisión del modelo es satisfactorio. De forma similar se evidencia

similitud en los mapas de contorno del PR simulado, y su aproximación mediante el modelo propuesto.

10 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

10.1 CONCLUSIONES

De la realización del presente trabajo se extraen las siguientes conclusiones:

Fue posible analizar detalladamente la variación del PR en función de las variables típicas temperatura ambiente, latitud de la ciudad, irradiación media anual, orientación e inclinación para sistemas fotovoltaicos instalado en para países de América de altas latitudes. El cálculo del PR anual se realizó para 46 ciudades ubicadas en Centroamérica y América del norte, a intervalos de 1° de latitud aproximadamente y se consideraron todas las inclinaciones y orientaciones posibles del plano generador.

Se encontró que el rendimiento de un “sistema promedio” en estas ciudades está dado por un PR entre 0.54 y 0.68, es decir se presentó una variación alrededor del 20% similar a la variación en cada ciudad en particular. Estos valores contradicen lo generalmente se ha establecido en la práctica, ya que usualmente se suele asignar un único valor de PR a diferentes localidades en una misma ciudad e incluso para diferentes tipos de superficies.

Se encontró que el PR máximo se da para inclinaciones entre 50° y 70° lo que se explica por ser países de altas latitudes. Este PR máximo se relaciona fuertemente con la temperatura media ambiente, de tal manera que a mayor temperatura media el PR disminuye.

Fue posible plantear una expresión matemática sencilla que permite aproximar el PR para altas latitudes mediante tres parámetros de entrada: la latitud (φ), los ángulos de inclinación (β) y la orientación (α) del plano generador. Esta expresión está constituida de sumas de funciones gaussianas para la cuales sus constantes dependen de la latitud, la orientación y la temperatura media ambiente del lugar.

Los sistemas solares fotovoltaicos ubicados en los lugares de latitud, entre 14.64° y 23.08° al norte del ecuador, presentaron un PR máximo bajo y variable, ya que pertenecen a la zona tórrida que se encuentra caracterizada por ser áreas de gran pluviosidad, no tener estaciones y presentar altas temperaturas medias ambientes, este último factor uno de los que más afecta el rendimiento. En contraste, El PR presentó valores mayores en los

sistemas ubicados en latitud entre 24.81° y 61.22° ya que se encuentran en la zona templada sobre la cual se presentan estaciones bien definidas y las temperaturas disminuyen en función de la latitud debido a la inclinación de los rayos del sol.

10.2 RECOMENDACIONES

Después de realizar este estudio, surgen algunas recomendaciones para futuros trabajos en búsqueda que haya una mejora secuencial en su desarrollo. Por lo que se recomienda:

Realizar un análisis en lugares del hemisferio sur, con el fin de obtener el PR en funciones de los parámetros analizados en este trabajo con el fin de expandir, si es posible, el modelo matemático propuesto a esta zona.

Realizar un análisis de PR en puntos geográficos que han sido estudiados anteriormente mediante esta metodología, incluyendo variaciones en las pérdidas que para este estudio se consideraron constantes con el fin de determinar si hay incidencia significativa de estos parámetros.

Realizar una búsqueda más detallada y minuciosa en los diferentes países para obtener más información de parámetros como temperatura media ambiente, temperatura del aire, velocidad del viento, precipitación, humedad entre otros, ya que en algunas regiones esta información está incompleta y se requiere para cálculos cada vez más precisos de las pérdidas energéticas.

11 REFERENCIAS

- [1] O. P. Mahela and A. G. Shaik, “Comprehensive overview of grid interfaced solar photovoltaic systems,” *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 68, no. September 2016, pp. 316–332, 2017, doi: 10.1016/j.rser.2016.09.096.
- [2] L. F. Mulcué-Nieto and L. Mora-López, “Methodology to establish the permitted maximum losses due to shading and orientation in photovoltaic applications in buildings,” *Appl. Energy*, vol. 137, pp. 37–45, 2015, doi: 10.1016/j.apenergy.2014.09.088.
- [3] L. F. Mulcué-Nieto and L. Mora-López, “A new model to predict the energy generated by a photovoltaic system connected to the grid in low latitude countries,” *Sol. Energy*, vol. 107, no. July 2016, pp. 423–442, 2014, doi: 10.1016/j.solener.2014.04.030.
- [4] J. M. Pearce, “Photovoltaics-a path to sustainable futures,” 2002. [Online]. Available: www.elsevier.com/locate/futures.
- [5] A. Luque and S. Hegedus, *Handbook of Photovoltaic Science and Engineering*. 2011.
- [6] N. Martin and J. M. Ruiz, “Calculation of the PV modules angular losses under field conditions by means of an analytical model,” *Sol. Energy Mater. Sol. Cells*, vol. 70, no. 1, pp. 25–38, 2001, doi: 10.1016/S0927-0248(00)00408-6.
- [7] F. Almonacid, C. Rus, and L. Hontoria, “Calculation of the energy provided by a PV generator . Comparative study : Conventional methods vs . arti fi cial neural networks,” *Energy*, vol. 36, no. 1, pp. 375–384, 2011, doi: 10.1016/j.energy.2010.10.028.
- [8] A. Chouder and S. Silvestre, “Analysis Model of Mismatch Power Losses in PV Systems,” *J. Sol. Energy Eng.*, vol. 131, no. 2, p. 024504, 2009, doi: 10.1115/1.3097275.
- [9] C. R. Osterwald, “Translation of device performance measurements to reference

- conditions,” *Sol. Cells*, 18,3-4, Pages 269-279, vol. 80401, pp. 269–279, 1986, doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0379-6787\(86\)90126-2](http://dx.doi.org/10.1016/0379-6787(86)90126-2).
- [10] M. Jantsch *et al.*, “Measurement of PV Maximum Power Point Tracking Performance,” *Tech. Comm. 82 Photovoltaics, Int. Electrotech. Comm.*, vol. 136, no. 1, pp. 23–42, 2007.
- [11] M. Jantsch, H. Schmidt, and J. S., “Results on the concerted action on power conditioning and control,” in *11th European photovoltaic Solar Energy Conference*, 1992, pp. 1589–1593.
- [12] M. Cellura, A. Di Gangi, and A. Orioli, “A photographic method to estimate the shading effect of obstructions,” *Sol. Energy*, vol. 86, no. 11, pp. 886–902, 2012, doi: [10.1016/j.solener.2012.07.027](https://doi.org/10.1016/j.solener.2012.07.027).
- [13] The International Electrotechnical Commission (IEC), *IEC 61724 “Photovoltaic System Performance Monitoring-Guidelines for Measurement, Data Exchange and Analysis.”* 1998.
- [14] D. A. Quansah and M. S. Adaramola, “Assessment of early degradation and performance loss in five co-located solar photovoltaic module technologies installed in Ghana using performance ratio time-series regression,” *Renew. Energy*, vol. 131, pp. 900–910, 2019, doi: [10.1016/j.renene.2018.07.117](https://doi.org/10.1016/j.renene.2018.07.117).
- [15] N.R.C. Government of Canada, “RETSscreen International,” 2016. www.retscren.net/.
- [16] P. G. Vasconcelos Sampaio and M. O. González Aguirre, “Photovoltaic solar energy: Conceptual framework,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 74, no. February, pp. 590–601, 2017, doi: [10.1016/j.rser.2017.02.081](https://doi.org/10.1016/j.rser.2017.02.081).
- [17] O. de N. U. (ONU), “(UNDP) Objetivos de Desarrollo Sostenible,” 2020, 2015. <https://www.undp.org/content/undp/es/home/sustainable-development-goals.html>.
- [18] M. Camacho, “El Trilema Energético,” *Cuadernos de Energía*, 2012. <https://www.worldenergy.org/wp-content/uploads/2012/12/Trilema-Energético->

2012-Espanol.pdf.

- [19] L. M. Hernández García, “Energía, Energía Fotovoltaica Y Celdas Solares De Alta Eficiencia,” *Rev. Digit. Univ. 10*, vol. 8, no. 12, p. 12, 2007.
- [20] A. Datas, “Energía Solar Termofotovoltaica,” 2008.
https://www.researchgate.net/publication/43376965_Energia_Solar_Termofotovoltaica.
- [21] M. Wiesenfarth, S. P. Philipps, A. W. Bett, K. Horowitz, and S. Kurtz, “Current Status Of Concentrator Photovoltaic (CPV) Technology Version 1.3,” 2017.
- [22] I. R. E. A. (IRENA), “Renewable Power Generation Costs in 2017,” *IRENA*, pp. 58–86, 2017.
- [23] F. Dincer and M. E. Meral, “Critical Factors that Affecting Efficiency of Solar Cells,” *Smart Grid Renew. Energy*, vol. 01, no. 01, pp. 47–50, 2010, doi: 10.4236/sgre.2010.11007.
- [24] J. Praveen and V. Vijaya Ramaraju, “Materials for Optimizing Efficiencies of Solar Photovoltaic Panels,” *Mater. Today Proc.*, vol. 4, no. 4, pp. 5233–5238, 2017, doi: 10.1016/j.matpr.2017.05.032.
- [25] E. Huerta Mascotte, R. I. Mata Chávez, J. M. Estudillo Ayala, J. M. Sierra Hernández, I. Guryev, and R. A. Lizárraga Morales, “Solar cell characteristics study for solar energy efficient use,” *Acta Univ.*, vol. 26, no. NE-1, pp. 30–34, 2016, doi: 10.15174/au.2016.868.
- [26] C. Alonso-tristán, “Clasificacion de los Paneles Híbridos (PVT),” 2015.
https://www.researchgate.net/publication/305391800_CLASIFICACION_DE_LOS_PANELES_SOLARES_HIBRIDOS_PVT.
- [27] L. Tan, A. Date, G. Fernandes, B. Singh, and S. Ganguly, “Efficiency Gains of Photovoltaic System Using Latent Heat Thermal Energy Storage,” *Energy Procedia*, vol. 110, no. December 2016, pp. 83–88, 2017, doi: 10.1016/j.egypro.2017.03.110.
- [28] A. F. Boudjabi, D. Abada, N. E. H. Benbghila, and R. Ghoul, “Experimental study of

- a ‘hybridized’ photovoltaic panel,” *Energy Procedia*, vol. 115, pp. 290–297, 2017, doi: 10.1016/j.egypro.2017.05.026.
- [29] A. Razak, Y. . Irwan, W. Z. Leow, M. Irwanto, I. Safwati, and M. Zhafarina, “Investigation of the Effect Temperature on Photovoltaic (PV) Panel Output Performance,” *Int. J. Adv. Sci. Eng. Inf. Technol.*, vol. 6, no. 5, p. 682, 2016, doi: 10.18517/ijaseit.6.5.938.
- [30] M. Majdak, “Variability of photovoltaic panels efficiency depending on the value of the angle of their inclination relative to the horizon,” in *E3S Web of Conferences*, 2017, vol. 13, pp. 1–5, doi: 10.1051/e3sconf/20171303001.
- [31] Q. Hassan, M. Jaszczur, and E. Przenzak, “Mathematical model for the power generation from arbitrarily oriented photovoltaic panel,” in *E3S Web of Conferences*, 2017, pp. 1–10.
- [32] L. F. Mulcué-Nieto, ““Desarrollo de herramientas para el dimensionamiento y simulación de sistemas fotovoltaicos en Colombia. Aplicación a la ciudad de Manizales, Caldas’, Universidad Internacional de Andalucía,” 2014. [Online]. Available: <http://hdl.handle.net/10334/3206>.
- [33] B. Decker and U. Jahn, ““Performance of 170 grid connected PV plants in Northern Germany—Analysis of yields and optimization potentials’ ,Solar Energy,” vol. 59, no. 96, pp. 127–133, 1997.
- [34] S. Ben Mabrouk, H. Oueslati, A. Ben Mabrouk, G. Zizzo, D. La Cascia, and P. Ferrão, “Simulation of photovoltaic installation connected to the grid with storage system,” *Energy Procedia*, vol. 139, pp. 609–616, 2017, doi: 10.1016/j.egypro.2017.11.261.
- [35] B. Herteleer, B. Huyck, F. Catthoor, J. Driesen, and J. Cappelle, “Normalised efficiency of photovoltaic systems: Going beyond the performance ratio,” *Sol. Energy*, vol. 157, no. September 2015, pp. 408–418, 2017, doi: 10.1016/j.solener.2017.08.037.
- [36] A. Sayyah, M. N. Horenstein, and M. K. Mazumder, “ScienceDirect Energy yield

- loss caused by dust deposition on photovoltaic panels,” *Sol. Energy*, vol. 107, pp. 576–604, 2014, doi: 10.1016/j.solener.2014.05.030.
- [37] L. F. Mulcúe, “Desarrollo de herramientas para el dimensionado y simulación de sistemas fotovoltaicos en Colombia,” pp. 1–116, 2013, [Online]. Available: <http://hdl.handle.net/10334/3206>.
- [38] G. TamizhMani, “Module Power Rating Requirements 2011.” <http://www.solarabcs.org>.
- [39] D. G. Lorente, S. Pedrazzi, G. Zini, A. Dalla Rosa, and P. Tartarini, “Mismatch losses in PV power plants,” *Sol. Energy*, vol. 100, pp. 42–49, 2014, doi: 10.1016/j.solener.2013.11.026.
- [40] T. S. Wurster and M. B. Schubert, “Mismatch loss in photovoltaic systems,” *Sol. Energy*, vol. 105, pp. 505–511, 2014, doi: 10.1016/j.solener.2014.04.014.
- [41] A. Chouder and S. Silvestre, “Automatic supervision and fault detection of PV systems based on power losses analysis,” *Energy Convers. Manag.*, vol. 51, no. 10, pp. 1929–1937, 2010, doi: 10.1016/j.enconman.2010.02.025.
- [42] J. V. Muñoz, G. Nofuentes, M. Fuentes, J. de la Casa, and J. Aguilera, “DC energy yield prediction in large monocrystalline and polycrystalline PV plants: Time-domain integration of Osterwald’s model,” *Energy*, vol. 114, pp. 951–960, 2016, doi: 10.1016/j.energy.2016.07.064.
- [43] E. Caamaño Martín, “Edificios Fotovoltaicos Conectados a la Red Eléctrica: Caracterización y Análisis”, phd, E.T.S.I. Telecomunicación (UPM),” 1998.
- [44] M. M. Fouad, L. A. Shihata, and E. S. I. Morgan, “An integrated review of factors influencing the performance of photovoltaic panels,” *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 80, no. July 2016, pp. 1499–1511, 2017, doi: 10.1016/j.rser.2017.05.141.
- [45] T. Sugiura, T. Yamada, and H. Nakamura, “Measurements , analyses and evaluation of residential PV systems by Japanese monitoring program,” vol. 75, pp. 767–779, 2003.

- [46] J. D. Mondol, Y. Yohanis, M. Smyth, and B. Norton, “Long term performance analysis of a grid connected photovoltaic system in Northern Ireland,” vol. 47, pp. 2925–2947, 2006, doi: 10.1016/j.enconman.2006.03.026.
- [47] C. W. A. Baltus, J. A. Eikelboom, and R. J. . van Zolingen, “Analytical Monitoring of Losses in PV Systems,” *14th Eur. Photovolt. Sol. Energy Conf. Barcelona.*, 1997.
- [48] S. Ekici and M. A. Kopru, “Investigation of PV System Cable Losses,” *Int. J. Renew. ENERGY Res.*, vol. Vol.7, No., 2017.
- [49] P. Rodrigo, E. F. Fernández, F. Almonacid, and P. J. Pérez-Higueras, “A simple accurate model for the calculation of shading power losses in photovoltaic generators,” *Sol. Energy*, vol. 93, pp. 322–333, 2013, doi: 10.1016/j.solener.2013.04.009.
- [50] A. Orioli and A. Di Gangi, “An improved photographic method to estimate the shading effect of obstructions,” *Sol. Energy*, vol. 86, no. 11, pp. 3470–3488, 2012, doi: 10.1016/j.solener.2012.07.027.
- [51] S. Wittkopf, S. Valliappan, L. Liu, K. S. Ang, and S. C. J. Cheng, “Analytical performance monitoring of a 142.5kWpgrid-connected rooftop BIPV system in Singapore,” *Renew. Energy*, vol. 47, no. October 2009, pp. 9–20, 2012, doi: 10.1016/j.renene.2012.03.034.
- [52] E. . Bell, *Historia de las matematicas*. España: S.L. FONDO DE CULTURA ECONOMICA DE ESPAÑA, 2010.
- [53] J. Zhang, J. Liu, and C. Liu, “An algebra method to fast track the maximum power of solar cell via voltage, irradiance and temperature,” *Optik (Stuttg.)*, vol. 174, pp. 332–338, Dec. 2018, doi: 10.1016/j.ijleo.2018.07.085.
- [54] L. C. de Lima, L. de Araújo Ferreira, and F. H. B. de Lima Morais, “Performance analysis of a grid connected photovoltaic system in northeastern Brazil,” *Energy Sustain. Dev.*, vol. 37, pp. 79–85, Apr. 2017, doi: 10.1016/j.esd.2017.01.004.
- [55] A. M. Khalid, I. Mitra, W. Warmuth, and V. Schacht, “Performance ratio – Crucial

parameter for grid connected PV plants,” *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 65, pp. 1139–1158, 2016, doi: 10.1016/j.rser.2016.07.066.

- [56] P. Ramanan, K. M. K., and A. Karthick, “Performance analysis and energy metrics of grid-connected photovoltaic systems,” *Energy Sustain. Dev.*, vol. 52, pp. 104–115, Oct. 2019, doi: 10.1016/j.esd.2019.08.001.
- [57] M. Xing, Y. Zhang, Q. Shen, and R. Wang, “Temperature dependent photovoltaic performance of TiO₂/PbS heterojunction quantum dot solar cells,” *Sol. Energy*, vol. 195, pp. 1–5, Jan. 2020, doi: 10.1016/j.solener.2019.11.010.
- [58] O. Organizacion metereologica mundial, “No Title,” 2019. <http://wwis.aemet.es/>.

12 ANEXOS

Anexo 1. Datos de irradiación media horizontal y Temperaturas máximas y mínimas para algunos lugares trabajados en este proyecto.

Tabla 16. Irradiación media horizontal Gdm(0), Temperatura máxima y mínima en diferentes lugares

MES	Washington D.C (U.S.A)			Houston, Texas		
	Gdm(0) (KWh/m ²)	Tmin (°C)	Tmax (°C)	Gdm(0) (KWh/m ²)	Tmin (°C)	Tmax (°C)
Enero	1,97	-4,5	5,8	2,66	6,2	17,2
Febrero	2,81	-3,3	8	3,42	8,1	19,1
Marzo	3,79	0,5	13,1	4,25	11,4	22,8
Abril	4,95	5,6	19,3	5,01	15,2	26,4
Mayo	5,51	10,7	23,9	5,62	19,8	30,2
Junio	5,85	16,1	28,8	6,02	22,9	33
Julio	5,74	18,6	31,1	5,95	23,9	34,3
Agosto	5,26	17,9	30,3	5,61	23,8	34,7
Septiembre	4,23	13,5	26,3	4,87	21	32,1
Octubre	3,22	6,6	20,1	4,19	16,1	27,8
Noviembre	2,19	1,8	14,2	3,07	11,2	22,5
Diciembre	1,78	-2,7	7,8	2,51	7	17,9
MES	Miami, Florida			México D.F		
	Gdm(0) (KWh/m ²)	Tmin (°C)	Tmax (°C)	Gdm(0) (KWh/m ²)	Tmin (°C)	Tmax (°C)
Enero	3,54	17,3	23,7	4,56	5,8	21,2
Febrero	4,24	18,3	24,3	5,31	7,1	22,9
Marzo	5,15	19,4	25,1	6	9,2	25,7
Abril	5,93	21,2	26,6	5,86	10,8	26,6
Mayo	5,93	23,6	28,2	5,61	11,7	26,5
Junio	5,57	25,1	30,1	5,47	12,2	24,6
Julio	5,83	26,1	31,3	5,06	11,5	23
Agosto	5,59	26,1	31,3	5	11,6	23,3
Septiembre	4,88	25,6	30,5	4,53	11,5	22,3
Octubre	4,35	24	28,7	4,61	9,8	22,2
Noviembre	3,66	21,4	26,4	4,47	7,9	21,8
Diciembre	3,31	18,8	24,4	4,22	6,6	20,8

MES	Anchorage, Alaska			Ketchikan, Alaska		
	Gdm(0) (KWh/m ²)	Tmin (°C)	Tmax (°C)	Gdm(0) (KWh/m ²)	Tmin (°C)	Tmax (°C)
Enero	0,3	-12,9	-5,1	0,55	-1,1	4,3
Febrero	0,96	-11,7	-2,6	1,11	-0,7	4,9
Marzo	2,27	-7,6	1,7	2,18	-0,1	6,5
Abril	3,64	-1,3	8	3,69	1,9	9,7
Mayo	4,56	5	14,2	4,51	5,2	13,3
Junio	4,93	9,4	18,2	4,62	8,5	16
Julio	4,62	11,9	20	4,25	10,8	17,8
Agosto	3,52	10,4	18,1	3,66	11	17,9
Septiembre	2,23	5,7	13,5	2,43	8,1	14,7
Octubre	1,11	-1,6	5,2	1,27	4,4	10,4
Noviembre	0,43	-9,2	-2,4	0,69	0,9	6,2
Diciembre	0,18	-11,6	-4,2	0,38	-0,6	4,3
MES	Quebec, Canada			Vancouver, Canada		
	Gdm(0) (KWh/m ²)	Tmin (°C)	Tmax (°C)	Gdm(0) (KWh/m ²)	Tmin (°C)	Tmax (°C)
Enero	1,62	-17,6	-7,9	1,13	0,5	6,1
Febrero	2,66	-16	-6,1	2,03	1,5	8
Marzo	4,09	-9,4	0,1	3,13	3,1	10,1
Abril	4,92	-1,3	7,8	4,53	5,3	13,1
Mayo	5,46	5,3	17,1	5,37	8,4	16,5
Junio	5,72	10,6	22,2	5,66	11,2	19,2
Julio	5,65	13,4	25	5,97	13,2	21,7
Agosto	4,83	12,4	23,4	5,18	13,4	21,9
Septiembre	3,49	7,2	17,7	3,99	10,5	18,7
Octubre	2,25	1,7	10,7	2,2	6,6	13,5
Noviembre	1,4	-4,3	2,9	1,27	3,1	9
Diciembre	1,25	-13,4	-4,8	0,92	0,8	6,2
MES	Rochester, New York			New York		
	Gdm(0) (KWh/m ²)	Tmin (°C)	Tmax (°C)	Gdm(0) (KWh/m ²)	Tmin (°C)	Tmax (°C)
Enero	1,6	-8	-0,2	1,92	-2,8	3,5
Febrero	2,38	-7,4	1,2	2,74	-1,7	5,3
Marzo	3,42	-3,4	6	3,85	1,8	9,8
Abril	4,6	2,6	13,3	4,93	7,1	16,2
Mayo	5,52	7,9	19,8	5,7	12,2	21,6
Junio	6,09	13,3	24,8	6,13	17,6	26,3
Julio	6,02	15,9	27,2	6,02	20,4	28,9
Agosto	5,15	15,3	26,2	5,38	19,9	28,1
Septiembre	3,95	11,1	22	4,34	16	24
Octubre	2,66	5,3	15,3	3,18	10	17,7
Noviembre	1,58	0,6	8,9	2,04	5,3	12,1
Diciembre	1,3	-4,7	2,5	1,62	0	6,1

Fuente: Los Autores

Anexo 2. Análisis de pérdidas angulares, temperatura, en el inversor por conversión DC-AC, ciudad de Miami Florida Meses de Enero, Junio y Diciembre.

Tabla 17. Radiación Global y Difusa diaria para la ciudad de Miami Florida

Cálculo de la Radiación Difusa y Directa diaria en Miami Florida			
Mes	día 15	ángulo diario Γ (rad)	Declinación δ (rad)
Enero	17	0,2753	-0,3649
Febrero	45	0,7570	-0,2321
Marzo	74	1,2560	-0,0428
Abril	105	1,7894	0,1651
Mayo	135	2,3055	0,3256
Junio	161	2,7529	0,4006
Julio	199	3,4067	0,3699
Agosto	230	3,9401	0,2338
septiembre	261	4,4734	0,0391
octubre	292	5,0068	-0,1682
Noviembre	322	5,5230	-0,3319
Diciembre	347	5,9531	-0,4028
Mes	IscEo(W/m2)	Angulo Ws (rad)	Rad. Extraterrestre diaria (kWh/m2)
Enero	1410,19	1,3849	6,5844
Febrero	1399,24	1,4562	7,7431
Marzo	1380,20	1,5501	9,1761
Abril	1356,42	1,6515	10,3962
Mayo	1336,15	1,7349	11,0560
Junio	1324,94	1,7772	11,2672
Julio	1323,70	1,7595	11,1381
Agosto	1336,15	1,6863	10,6154
septiembre	1357,18	1,5897	9,6046
octubre	1380,94	1,4885	8,1856
Noviembre	1400,31	1,4032	6,8460
Diciembre	1409,96	1,3631	6,2216
Mes	Rad. Global diaria prom (kWh/m2)	Indice transparencia Kd	Rad. Difusa diaria prom (kWh/m2)
Enero	3,5400	0,5376	1,3894
Febrero	4,2400	0,5476	1,6164
Marzo	5,1500	0,5612	1,8839
Abril	5,9300	0,5704	2,1078
Mayo	5,9300	0,5364	2,3359
Junio	5,5700	0,4944	2,4585
Julio	5,8300	0,5234	2,3817
Agosto	5,5900	0,5266	2,2637
septiembre	4,8800	0,5081	2,0782
octubre	4,3500	0,5314	1,7378
Noviembre	3,6600	0,5346	1,4489
Diciembre	3,3100	0,5320	1,3201
Mes	Rad. directa diaria prom (kWh/m2)		
Enero	2,1506		
Febrero	2,6236		
Marzo	3,2661		
Abril	3,8222		
Mayo	3,5941		
Junio	3,1115		
Julio	3,4483		
Agosto	3,3263		
septiembre	2,8018		
octubre	2,6122		
Noviembre	2,2111		
Diciembre	1,9899		

Fuente: Los Autores

Tabla 18. Valores de Radiación Global y Difusa horaria para la ciudad de Miami.

ENERO	Angulo horario (w)	2,880	2,618	2,356	2,094	1,833	1,571	1,309
1,389	Difusa (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0	0,019
3,540	Global (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0	0,033
ws (rad)	1,3849	a	0,5753	b	0,5029			
FEBRERO	Angulo horario (w)	2,880	2,618	2,356	2,094	1,833	1,571	1,309
1,616	Difusa (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0	0,037
4,240	Global (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0	0,071
ws (rad)	1,456170777	a	0,608560904	b	0,471245528			
MARZO	Angulo horario (w)	2,880	2,618	2,356	2,094	1,833	1,571	1,309
1,839	Difusa (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0	0,0607
5,1500	Global (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0	0,1265
ws (rad)	1,5501	a	0,6508	b	0,4311			
ABRIL	Angulo horario (w)	2,880	2,618	2,356	2,094	1,833	1,571	1,309
2,1078	Difusa (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0,0197	0,0829
5,9300	Global (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0,0385	0,1854
ws (rad)	1,6515	a	0,6941	b	0,3900			
MAYO	Angulo horario (w)	2,880	2,618	2,356	2,094	1,833	1,571	1,309
2,3359	Difusa (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0,0393	0,1016
5,9300	Global (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0,0726	0,2116
ws (rad)	1,735	a	0,727	b	0,3582			
JUNIO	Angulo horario (w)	2,880	2,618	2,356	2,094	1,833	1,571	1,309
2,458	Difusa (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0,049	0,111
5,570	Global (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0,083	0,210
ws (rad)	1,777	a	0,7436	b	0,3429			
JULIO	Angulo horario (w)	2,880	2,618	2,356	2,094	1,833	1,571	1,309
2,382	Difusa (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0,0446	0,1061
5,830	Global (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0,0804	0,2148
ws (rad)	1,7595	a	0,7369	b	0,3493			
AGOSTO	Angulo horario (w)	2,880	2,618	2,356	2,094	1,833	1,571	1,309
2,264	Difusa (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0,0287	0,0933
5,590	Global (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0,0503	0,1857
ws (rad)	1,6863	a	0,7083	b	0,3765			
SEPTIEMB	Angulo horario (w)	2,880	2,618	2,356	2,094	1,833	1,571	1,309
2,078	Difusa (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0,0050	0,0734
4,880	Global (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0,0078	0,1336
ws (rad)	1,5897	a	0,6681	b	0,4147			
OCTUBRE	Angulo horario (w)	2,880	2,618	2,356	2,094	1,833	1,571	1,309
1,738	Difusa (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0	0,0460
4,350	Global (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0	0,0853
ws (rad)	1,489	a	0,6233	b	0,4572			
NOVIEMB	Angulo horario (w)	2,880	2,618	2,356	2,094	1,833	1,571	1,309
1,449	Difusa (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0	0,0232
3,660	Global (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0	0,0418
ws (rad)	1,403	a	0,5839	b	0,4946			
DICIEMBR	Angulo horario (w)	2,880	2,618	2,356	2,094	1,833	1,571	1,309
1,320	Difusa (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0	0,0130
3,310	Global (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0	0,0228
ws (rad)	1,3631	a	0,5650	b	0,5127			

Fuente: Los Autores

Tabla 19. Análisis de pérdidas en los meses de Enero, Junio y Diciembre, Miami Florida.

Fuente: Los Autores

Cálculo de pérdidas mes de Enero para Miami Florida													
Latitud(°)	25,82	β (°)	20	α (°)	0	ar	0,21	C2	-0,049				
Latitud(rad)	0,4506	β (rad)	0,34906585	α (rad)	0	Tdirt/Tcln	0,97						
ENERO	angulo horario (w)	-3,076	-3,011	-2,945	-2,880	-2,814	-2,749	-2,683	-2,618	-2,553	-2,487	-2,422	-2,356
1,38936008	Difusa (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3,54	Global (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2,15063992	Directa (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Cos(θ zs)	-0,995	-0,989	-0,980	-0,968	-0,952	-0,932	-0,910	-0,884	-0,855	-0,823	-0,788	-0,750
	Cos(θ s)	-0,964	-0,958	-0,948	-0,934	-0,916	-0,895	-0,870	-0,841	-0,809	-0,773	-0,735	-0,693
	Bh(β , α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Dhisot(β , α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Dhanisot(β , α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Rh(β , α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Gh(β , α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Con MAI:	B'h(β , α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	D'hisot(β , α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	D'hanisot(β , α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	R'h(β , α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	G'h(β , α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17,3	Temp amb	23,497	23,360	23,189	22,986	22,755	22,498	22,218	21,918	21,601	21,272	20,933	20,590
23,7	Tcelula	23,497	23,360	23,189	22,986	22,755	22,498	22,218	21,918	21,601	21,272	20,933	20,590
	P/Ppico	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	η inv	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Pac/Ppico	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ws (rad)	1,3849	a	0,5753	b	0,5029	δ (rad)	-0,3649	IscEo	1410,19				

Tabla 20. Análisis de pérdidas en el mes de Junio, Miami Florida.

Cálculo de pérdidas mes de Junio para Miami Florida													
Latitud(°)	25,82	β (°)	20	α (°)	0	ar	0,21	C2	-0,049				
Latitud(rad)	0,4506	β (rad)	0,34906585	α (rad)	0	Tdirt/Tcln	0,97						
JUNIO	angulo horario (w)	-3,0761	-3,0107	-2,9452	-2,8798	-2,8143	-2,7489	-2,6834	-2,6180	-2,5525	-2,4871	-2,4216	-2,3562
2,4585	Difusa (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5,5700	Global (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3,1115	Directa (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Cos(θ zs)	-0,6573	-0,6520	-0,6431	-0,6308	-0,6151	-0,5960	-0,5736	-0,5480	-0,5194	-0,4878	-0,4534	-0,4163
	Cos(θ s)	-0,8746	-0,8687	-0,8589	-0,8453	-0,8279	-0,8068	-0,7821	-0,7538	-0,7222	-0,6872	-0,6492	-0,6082
	Bh(β,α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Dhisot(β,α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Dhanisot(β,α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Rh(β,α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Gh(β,α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CON MAI	B'h(β,α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	D'hisot(β,α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	D'hanisot(β,α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	R'h(β,α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	G'h(β,α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25,1	Temp amb	28,104	27,883	27,660	27,437	27,215	26,996	26,782	26,574	26,375	26,185	26,007	25,842
30,1	Tcelula	28,104	27,883	27,660	27,437	27,215	26,996	26,782	26,574	26,375	26,185	26,007	25,842
	P/Ppico	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	η inv	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Pac/Ppico	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ws (rad)	1,777	a	0,7436	b	0,3429	δ (rad)	0,4006	lscEo	1324,94				

Fuente: Los Autores

Tabla 21. Análisis de pérdidas en el mes de Diciembre, Miami Florida.

Cálculo de pérdidas mes de Diciembre para Miami Florida													
Latitud(°)	25,82	β (°)	20	α (°)	0	ar	0,21	C2	-0,049				
Latitud(rad)	0,4506	β (rad)	0,34906585	α (rad)	0	Tdirt/Tcln	0,97						
DICIEMBR	angulo horario (w)	-3,0761	-3,0107	-2,9452	-2,8798	-2,8143	-2,7489	-2,6834	-2,6180	-2,5525	-2,4871	-2,4216	-2,3562
1,3201	Difusa (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3,3100	Global (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1,9899	Directa (kWh/m2)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Cos(θ_z s)	-0,9971	-0,9918	-0,9829	-0,9706	-0,9549	-0,9358	-0,9135	-0,8879	-0,8593	-0,8277	-0,7933	-0,7563
	Cos(θ_s)	-0,9530	-0,9471	-0,9374	-0,9238	-0,9064	-0,8853	-0,8606	-0,8324	-0,8007	-0,7658	-0,7279	-0,6869
	Bh(β, α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Dhisot(β, α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Dhanisot(β, α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Rh(β, α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Gh(β, α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CON MAI	B'h(β, α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	D'hisot(β, α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	D'hanisot(β, α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	R'h(β, α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	G'h(β, α)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18,8	Temp amb	24,284	24,181	24,047	23,885	23,695	23,481	23,244	22,988	22,715	22,429	22,133	21,831
24,4	Tcelula	24,284	24,181	24,047	23,885	23,695	23,481	23,244	22,988	22,715	22,429	22,133	21,831
	P/Ppico	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	η_{inv}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Pac/Ppico	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ws (rad)	1,3631	a	0,56495	b	0,5127	δ (rad)	-0,4028	IscEo	1409,96				

Fuente: Los Autores

Anexo 3. Matriz ejemplo PR en función de Inclinación y Latitud para Miami Florida

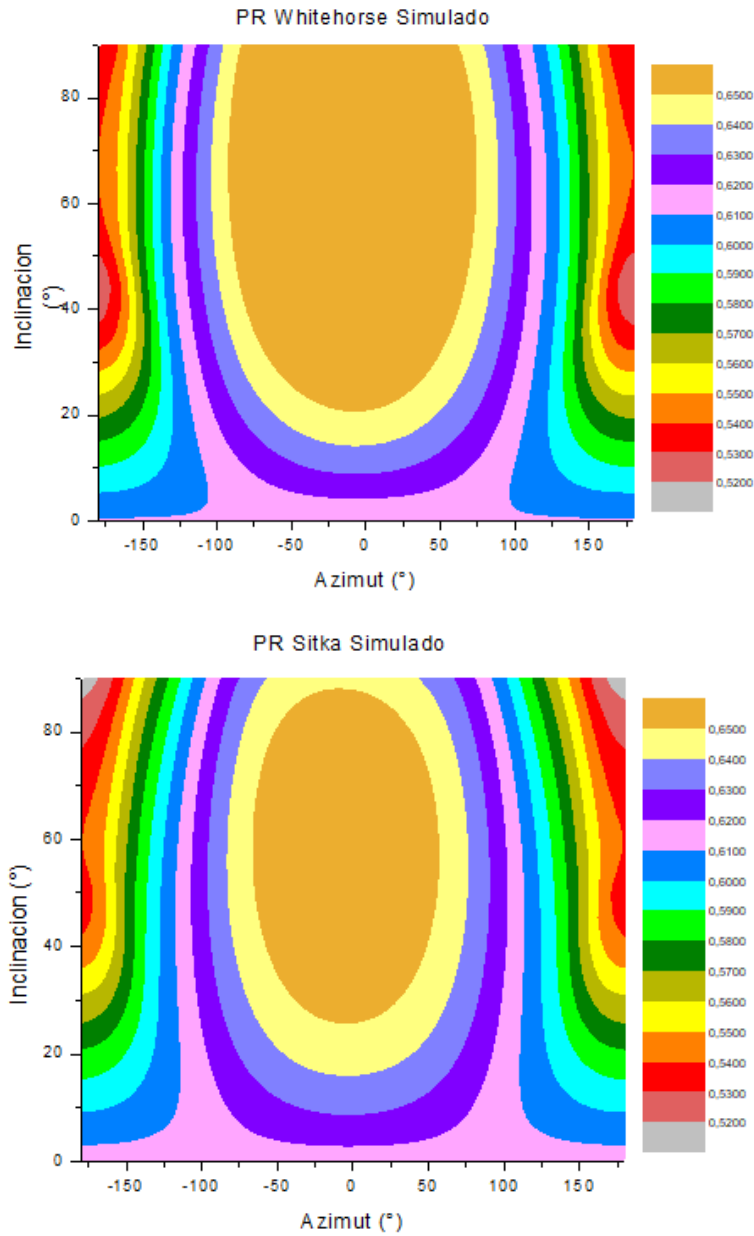
Tabla 22. Matriz PR de la ciudad de Miami azimut entre -180° a -90°

Matriz Ejemplo de PR para la Ciudad de Miami Azimut entre -180° a 90°																			
Inclinacion	-180	-175	-170	-165	-160	-155	-150	-145	-140	-135	-130	-125	-120	-115	-110	-105	-100	-95	-90
0	0,602	0,602	0,602	0,602	0,602	0,602	0,602	0,602	0,602	0,602	0,602	0,602	0,602	0,602	0,602	0,602	0,602	0,602	0,602
5	0,599	0,599	0,599	0,599	0,600	0,600	0,600	0,600	0,600	0,600	0,601	0,601	0,601	0,601	0,601	0,602	0,602	0,602	0,602
10	0,596	0,596	0,596	0,596	0,596	0,597	0,597	0,598	0,598	0,599	0,599	0,600	0,600	0,601	0,601	0,602	0,602	0,603	0,603
15	0,591	0,591	0,591	0,592	0,592	0,593	0,594	0,595	0,596	0,597	0,598	0,599	0,600	0,601	0,601	0,602	0,603	0,603	0,604
20	0,585	0,586	0,586	0,587	0,588	0,589	0,590	0,592	0,593	0,595	0,596	0,598	0,599	0,600	0,601	0,602	0,603	0,604	0,605
25	0,579	0,579	0,580	0,581	0,582	0,584	0,586	0,588	0,590	0,593	0,595	0,597	0,598	0,600	0,601	0,603	0,604	0,605	0,606
30	0,572	0,572	0,573	0,575	0,577	0,579	0,582	0,584	0,587	0,590	0,593	0,595	0,598	0,600	0,601	0,603	0,604	0,605	0,606
35	0,565	0,566	0,567	0,568	0,571	0,574	0,577	0,580	0,584	0,588	0,591	0,594	0,597	0,599	0,601	0,603	0,604	0,606	0,607
40	0,562	0,562	0,562	0,564	0,566	0,569	0,572	0,576	0,581	0,585	0,589	0,593	0,596	0,598	0,601	0,603	0,605	0,606	0,607
45	0,557	0,558	0,559	0,560	0,562	0,564	0,568	0,573	0,578	0,583	0,587	0,591	0,595	0,598	0,600	0,603	0,605	0,606	0,607
50	0,551	0,551	0,553	0,555	0,558	0,561	0,565	0,570	0,575	0,580	0,585	0,590	0,594	0,597	0,600	0,602	0,604	0,606	0,607
55	0,543	0,544	0,546	0,549	0,553	0,557	0,561	0,567	0,572	0,578	0,583	0,588	0,593	0,596	0,599	0,602	0,604	0,606	0,607
60	0,534	0,535	0,538	0,542	0,547	0,553	0,558	0,564	0,570	0,576	0,582	0,587	0,591	0,595	0,598	0,601	0,603	0,605	0,607
65	0,524	0,526	0,529	0,535	0,541	0,549	0,555	0,561	0,567	0,574	0,579	0,585	0,590	0,594	0,597	0,600	0,603	0,604	0,606
70	0,514	0,516	0,521	0,528	0,537	0,546	0,552	0,558	0,565	0,571	0,577	0,583	0,588	0,592	0,596	0,599	0,601	0,603	0,605
75	0,507	0,510	0,516	0,524	0,535	0,543	0,550	0,556	0,562	0,569	0,575	0,580	0,586	0,590	0,594	0,597	0,600	0,602	0,604
80	0,504	0,507	0,514	0,524	0,534	0,541	0,547	0,553	0,559	0,566	0,572	0,578	0,583	0,587	0,591	0,595	0,598	0,600	0,602
85	0,507	0,510	0,517	0,524	0,532	0,538	0,544	0,550	0,556	0,562	0,568	0,574	0,580	0,584	0,588	0,592	0,595	0,597	0,599
90	0,511	0,513	0,517	0,523	0,529	0,535	0,540	0,546	0,552	0,558	0,565	0,571	0,576	0,581	0,585	0,589	0,592	0,594	0,596

Fuente: Los Autores

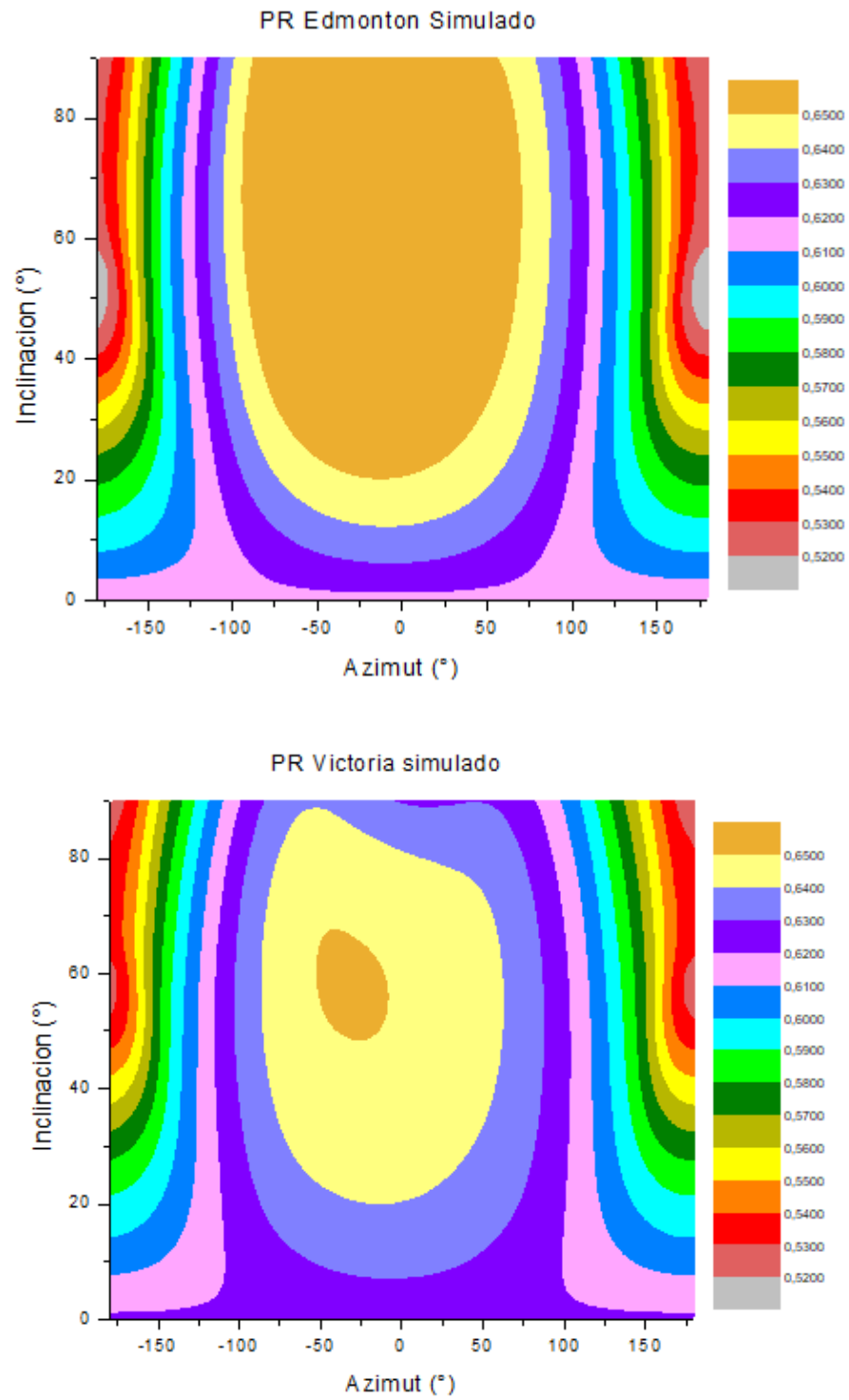
Anexo 4. Curvas de Contorno de PR Simulado en función de la inclinación y el azimut para ciudades en diferentes rangos de latitudes.

Figura 38. Curvas de Contorno de PR Simulado ciudades Whitehorse y Sitka



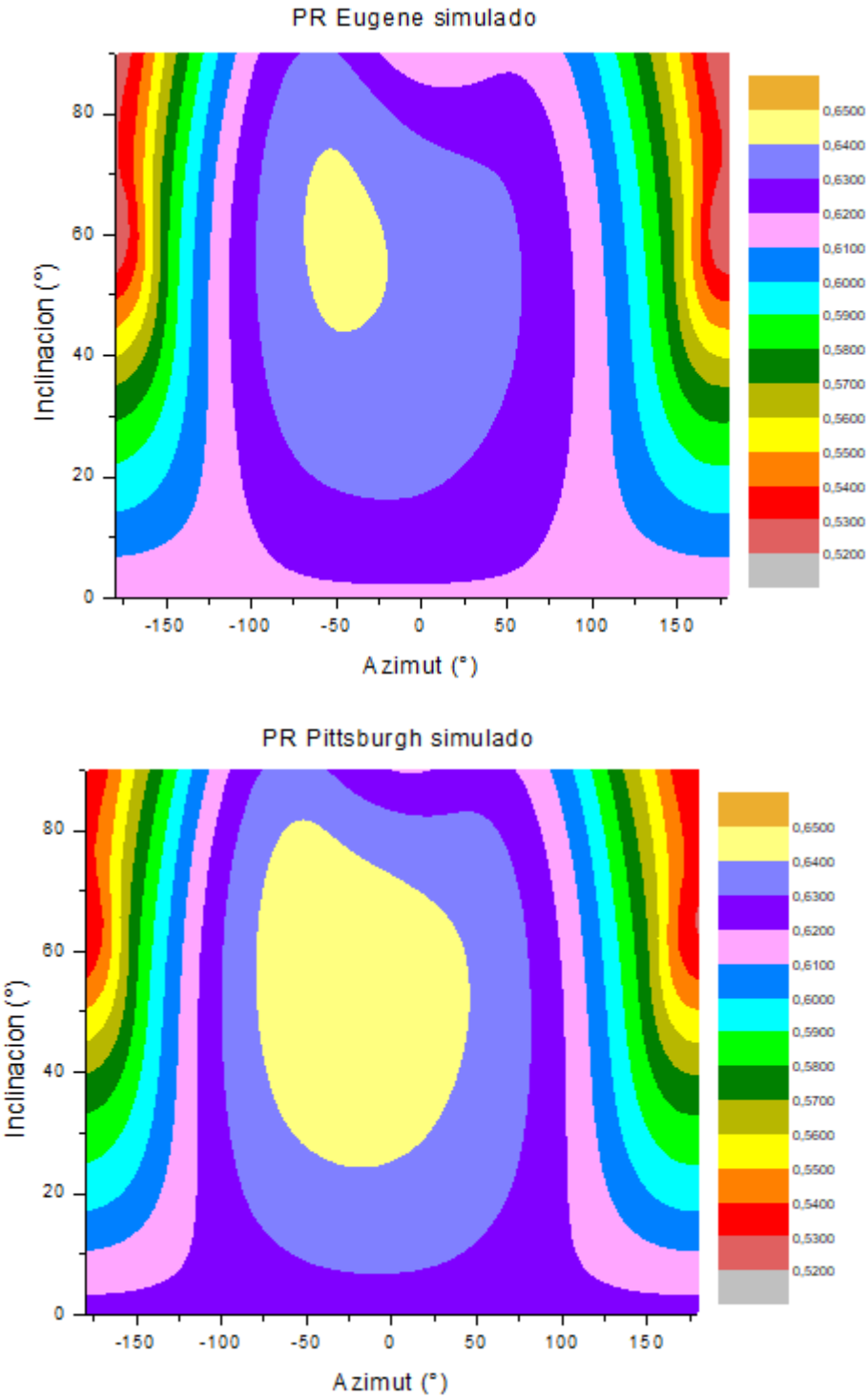
Fuente: Los Autores

Figura 39. Curvas de Contorno de PR Simulado ciudades Edmonton y Victoria



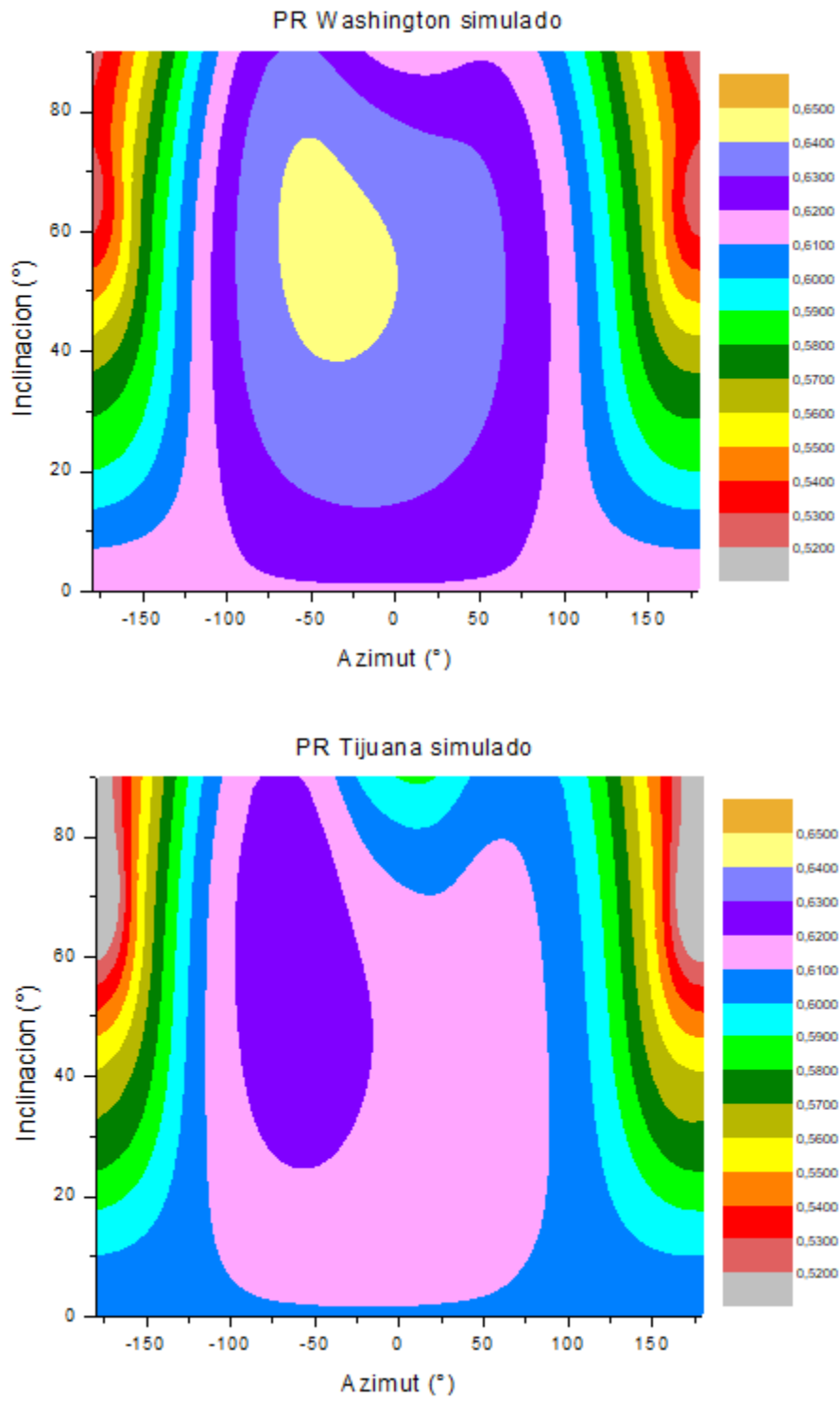
Fuente: Los Autores

Figura 40. Curvas de Contorno de PR Simulado ciudades Eugene y Pittsburgh



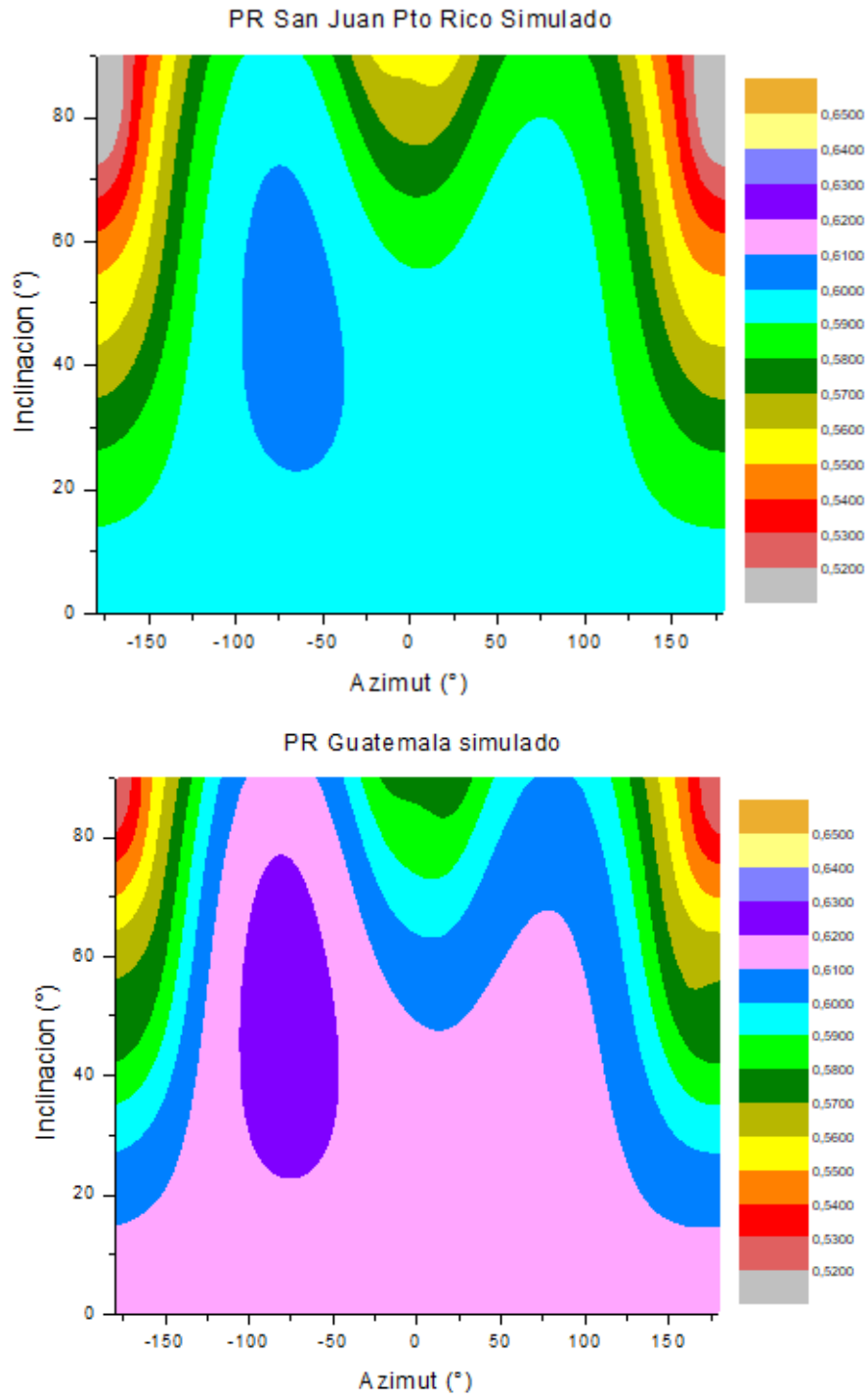
Fuente: Los Autores

Figura 41. *Curvas de Contorno de PR Simulado ciudades Washington y Tijuana*



Fuente: Los Autores

Figura 42. Curvas de Contorno de PR Simulado ciudades San Juan de Puerto Rico y Guatemala



Fuente: Los Autores