



LA REGULACIÓN METACOGNITIVA EN LA RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS MATEMÁTICOS

WAGNER AKERMAN CONTRERAS OBONAGA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZAS DE LAS CIENCIAS
MANIZALES

2018

LA REGULACIÓN METACOGNITIVA EN LA RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS MATEMÁTICOS

WAGNER AKERMAN CONTRERAS OBONAGA

Proyecto de grado para optar al título de Magister en Enseñanza de las Ciencias

Tutor

ANDRÉS FERNANDO SERRANO SÁNCHEZ

Magister en Enseñanza de las Ciencias

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES

FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES

MAESTRÍA EN ENSEÑANZAS DE LAS CIENCIAS

MANIZALES

2018

DEDICATORIA

A mi padre, quien me acompañó durante mis jornadas de estudio y estuvo en todo momento pendiente de mí. Por siempre le estaré agradecido. Sé que ahora desde un mejor lugar me mira en compañía de mi madre con ojos de orgullo.

RESUMEN

Las estrategias metacognitivas le permiten al ser humano reflexionar sobre su propio pensamiento y razonamiento a la hora de buscar la solución a un problema determinado. Sin embargo, no siempre las personas desarrollan la capacidad de reconocer dichas estrategias y aplicarlas con la intención de planificar cualquier acción que conduzca a una solución determinada. Es el caso de los adolescentes durante el desarrollo de los contenidos de las matemáticas escolares, ya que muchos de ellos desconocen la manera en la que pueden ejecutar de manera organizada su razonamiento, sino que bajo las exigencias evaluativas del sistema escolar se apresuran a llegar a una respuesta, sea esta correcta o no. Este trabajo se desarrolló entonces bajo una metodología cualitativa, de alcance descriptivo a través de tres instrumentos de recolección: encuesta de escala Likert, diarios de campo, y una entrevista semiestructurada aplicada a una muestra de estudiantes de grado décimo en una institución pública rural del municipio de Trujillo en el Valle del Cauca para analizar las estrategias metacognitivas que utilizan para el desarrollo de los problemas matemáticos y la aplicación de los conceptos que aprenden en clase.

Palabras clave. Resolución de problemas, regulación metacognitiva, planificación, monitoreo, evaluación.

ABSTRACT

Metacognitive strategies allow the human being to reflect on their own thinking and reasoning when looking for a solution to a specific problem. However, people do not always develop the capacity to recognize these strategies and apply them with the intention of planning any action that leads to a certain solution. This is the case of adolescents during the development of the contents of school mathematics, since many of them do not know how they can execute their reasoning in an organized manner, but rather under the evaluative demands of the school system they rush to reach an answer, whether it is correct or not. This work was then developed under a qualitative methodology, of descriptive scope through three collection instruments: Likert scale survey, field diaries, and a semi-structured interview applied to a sample of tenth grade students of the Rural Public

Institution of Trujillo, from the municipality of Trujillo in Valle del Cauca to analyze the metacognitive strategies they use for the development of mathematical problems and the application of the concepts they learn in class.

Key words. Problem solving, metacognitive regulation, planning, monitoring, evaluation.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	11
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	15
1.1. Descripción del problema	15
1.2. Pregunta de investigación	17
2. JUSTIFICACIÓN	18
3. REFERENTE TEÓRICO	22
3.1. Antecedentes	22
3.2. Marco Teórico.....	29
3.2.1. Resolución de Problemas Matemáticos	30
3.2.2. Metacognición	36
3.2.3. Aprendizaje Basado en problemas.....	42
4. Objetivos.....	47
4.1. Objetivo general.....	47
4.2. Objetivos específicos	47
5. METODOLOGÍA.....	48
5.1. Tipo de investigación.....	48
5.2. Unidad de trabajo	51
5.3. Alcances y limitaciones	52
5.3.1. Alcances	52

5.3.2. Limitaciones	52
5.4. Unidad didáctica	52
5.5. Técnicas e instrumentos	54
5.6 Recolección de la información	55
5.6.1. Diario de Campo	55
5.6.2. Entrevista semi-estructurada	56
5.7. Categorización	57
5.8. Análisis de la información	61
6. RESULTADOS	62
6.1. Estudio basado en la escala Likert	62
6.2. Planteamiento de problemas	64
6.3. Diarios de campo	70
6.4. Entrevista semi-estructurada	75
7. DISCUSIÓN DE RESULTADOS	79
8. CONCLUSIONES	87
9. RECOMENDACIONES	90
10. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	92
11. ANEXOS	101

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. <i>Cuadro de categorías conceptuales</i>	58
Tabla 2. <i>Porcentajes de respuesta por ítem</i>	62
Tabla 3. <i>Prueba de entrada</i>	64
Tabla 4. <i>Situación problema 1</i>	65
Tabla 5. <i>Situación problema 2</i>	67
Tabla 6. <i>Situación problema 3</i>	68
Tabla 7. <i>Diario de Campo 1 – Estudiante 1</i>	70
Tabla 8. <i>Diario de Campo 2 – Estudiante 1</i>	71
Tabla 9. <i>Diario de Campo 1 – Estudiante 2</i>	72
Tabla 10. <i>Diario de Campo 1 – Estudiante 3</i>	72
Tabla 11. <i>Diario de Campo 2 – Estudiante 3</i>	73
Tabla 12. <i>Diario de campo 1 – Estudiante 4</i>	74
Tabla 13. <i>Entrevista semi-estructurada – respuestas de los 4 estudiantes</i>	76

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. <i>Resultados prueba Tipo Saber, grados tercero, quinto y noveno. Comparación 2015-2016</i>	19
Figura 2. <i>Modelo de Flavell</i>	38
Figura 3. <i>Desarrollo del proceso del ABP</i>	45
Figura 4. <i>Aplicación de instrumentos</i>	51
Figura 5. <i>Plantilla Diario de Campo</i>	56
Figura 6. <i>Fases para la recolección de información</i>	57
Figura 7. <i>Matriz de análisis de la información</i>	61

LISTA DE ANEXOS

Anexo A. Encuesta	101
Anexo B. Diarios de Campo	102
Anexo C. Prueba de entrada	103
Anexo D. Situación problema 1	104
Anexo E. Situación problema 2	105
Anexo F. Situación problema 3	107
Anexo G. Entrevista	108

INTRODUCCIÓN

La metacognición es definida como el ejercicio de reflexión que se hace sobre los propios procesos de pensamiento (Curotto, 2010). Es decir, los procesos de planificación, supervisión y regulación que se llevan a cabo durante el proceso mismo de aprendizaje (Beltrán, 1993). Este ejercicio de autorreflexión es particularmente relevante dentro de la pedagogía del aula, pues permite entender la manera en la que los estudiantes desarrollan la capacidad de aplicar los conocimientos adquiridos a una situación problemática. Cada estudiante realiza un ejercicio de razonamiento diferente, aunque se llegue a una misma respuesta y el interés no será el de validar o no la respuesta correcta, sino el proceso mental que ejecutó el estudiante para llegar a ella, esto es la Regulación Metacognitiva. Así, desde la pedagogía se ha mostrado especialmente atención a estas actividades que ayudan a controlar el aprendizaje y que se llevan a cabo de manera individual en las personas, con la intención de validar las prácticas educativas que consideren las diferencias en el razonamiento de los alumnos (Carrillo, 1998).

Ahora bien, la Regulación Metacognitiva es una perspectiva que permite no solo entender la manera en la que las personas pueden variar su manera de resolver una situación problemática, sino que además es importante considerarla en el caso de la enseñanza de áreas del conocimiento que son más complejas para las personas (Pifarré y Sanuy, 2001). Es el caso de las matemáticas, un área que requiere que un estudiante desarrolle su pensamiento lógico de manera que pueda aplicar los conceptos necesarios para resolver problemas, por lo tanto, se requiere un abordaje distinto desde la pedagogía en el aula, en la que se contemplen las necesidades de cada estudiante (Pifarré y Sanuy, 2001). Para el entendimiento de las matemáticas, los estudiantes controlan su propio proceso de aprendizaje, en la medida en la que recurren a una ayuda externa, sea virtual o presencial para aclarar las dudas y los problemas que surgen durante el desarrollo de esa materia.

Hay que mencionar que, aunque no se puede asegurar que existe un solo método de pensamiento ante la solución de ejercicios matemáticos, dentro de la metacognición si se considera un patrón de ejecución de tareas que permite hallar soluciones. Así, lo primero que los estudiantes hacen es una planificación que parte del entendimiento del enunciado problema y termina por la selección de las estrategias más convenientes para hallar una solución. La regulación, que es el ejercicio que le sigue a la planificación, y como parte de la metacognición, permite que el estudiante reflexione sobre los posibles métodos y herramientas para llevar a cabo la solución planteada. Así, se debe pensar en estos dos procesos como parte (Contreras y Carrillo, 1997).

A pesar de que esa estructura de pensamiento es organizada y ayuda a que un problema sea resuelto de la mejor manera, lo cierto es que como lo explican Hernández, Delgado y Fernández (2000). Dentro de los espacios académicos en el aula los estudiantes no ejecutan este proceso o no tienen la oportunidad, pues su motivación no es hallar una solución acertada a través de un razonamiento adecuado, sino responder de la manera más rápida posible para cumplir con los estándares de evaluación que haya establecido el docente. Esta situación persiste en la medida en la que en el aula de clase sigue existiendo la presión por una nota o puntaje académico como finalidad de la enseñanza (Hernández *et al*, 2000).

Por tal motivo, las situaciones en las que un estudiante debe resolver un problema matemático se dan en un contexto en el que debe responder en un examen o evaluación para conseguir una nota académica. Esto lleva a pensar que no se llevan a cabo los procesos de metacognición necesarios para que el estudiante pueda entender de una manera clara y significativa y lo que es más, para que traslade dicho procesamiento lógico a otras situaciones de la vida cotidiana, lo que significaría un entendimiento más claro de los recursos matemáticos. De esta manera, es necesario replantearse la manera en la que los procesos de enseñanza y aprendizaje se están llevando a cabo dentro del aula (Ciucci, Nassif, Larcher y Monzón, 2013).

De acuerdo con lo interior, lo importante dentro del aprendizaje de las matemáticas no es la capacidad de encontrar una solución correcta, sino el proceso a través del cual se llega a esta. Se habla entonces que la clave del entendimiento real de los problemas matemático: su aplicación en la vida cotidiana (Delgado, 1998). En ese sentido también vale la pena resaltar el hecho de que el pensamiento lógico permite entender y analizar un problema dado como parte de un ejercicio de clase, así como aquellos que se presentan en un contexto natural.

De esta manera, se busca que el proceso de formación de los alumnos comprenda una dimensión que vaya más allá del sistema de evaluación que de manera poco productiva le impone a los estudiantes hallar la respuesta correcta, sin cuestionar los métodos que se utilicen para llegar a ella, y más bien los lleve a darle mayor importancia al proceso de reflexión y toma de decisiones frente a un enunciado problema. Dicho de otra manera, los conocimientos matemáticos deben ser enseñados de tal manera que puedan aplicarse en cualquier situación de la vida real, esta capacidad va a estar mediada por la metacognición y la Regulación Metacognitiva.

De acuerdo con Flavell (1996), existen varios procesos que se deben llevar a cabo y que hacen parte de la Regulación Metacognitiva en la resolución de problemas, y que además deben ser considerados por los profesores en las actividades de clase. El primero de ellos es conocer las limitaciones del estudiante, es decir, tanto sus debilidades como fortalezas y así poder abordar una explicación más acorde con su cognición. Esta idea parte de la consideración de que cada persona tiene una manera diferente para apropiarse de los términos. Segundo, identificar y entender con plenitud el planteamiento de un problema. Tercero, planificar las herramientas y métodos que se tienen a disposición y que van a permitir plantear una solución. Cuarto, diseñar un plan para llevar a cabo la solución, y quinto, evaluar la efectividad real del planteamiento que se hizo con anterioridad, es decir, reflexionar sobre el proceso de razonamiento mismo.

Es necesario entender que la consideración de este tipo de procesos de aprendizaje supone sin lugar a dudas un cambio de paradigma de la enseñanza tradicional, en la que la

figura del docente es la protagonista bajo un modelo catedrática en la que no se incentiva al estudiante a ir más allá de la teoría. Para hablar entonces de un modelo que le permita a los estudiantes intervenir de manera activa en su propio proceso de aprendizaje (Iriarte, 2011).

Este cambio se debe dar específicamente en las matemáticas escolares, si se considera que muchos estudiantes manifiestan tener dificultades de entendimiento y aplicabilidad de los conocimientos adquiridos (Iriarte, 2011). Se debe entender entonces que el aprendizaje de las matemáticas no solo tiene una relevancia y una aplicación dentro del contexto académico, sino que gracias a su estudio se pueden adquirir competencias que contribuyen al desarrollo del pensamiento lógico del alumno. En ese sentido, la pedagogía tiene la tarea de proponer alternativas de manejo de los contenidos programados en el plan de estudios.

Este trabajo tuvo la intención de diagnosticar las estrategias de regulación metacognitiva que emplean los estudiantes de grado décimo en la resolución de problemas matemáticos, para de esta manera plantear una reflexión acerca de las estrategias a los que ellos recurren para apropiarse de su propio proceso de aprendizaje (Mateos, 2001). Esta reflexión se hizo a través del planteamiento de una metodología proyectiva y a la aplicación de una encuesta bajo la escala Likert, una entrevista estructurada, diarios de campo y la aplicabilidad de una unidad didáctica basada en la solución de problemas matemáticos.

Con el desarrollo de esta investigación se encontró que los estudiantes de grado décimo de la institución pública rural, del municipio de Trujillo en el Valle del Cauca presentan dificultades para emplear estrategias de entendimiento lógico de los problemas matemáticos, lo que conduce a concluir que no entienden o aplican los procesos que se proponen desde la Regulación Metacognitiva y que por lo tanto, es necesario que se piense en propuestas de transformación de la manera en la que se está enseñando las matemáticas escolares para promover una participación más activa y consciente de parte de los estudiantes.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Descripción del problema

La enseñanza de las matemáticas en el ámbito escolar ha estado mediada históricamente por una serie de imaginarios culturales que construyen una idea centrada en la dificultad y falta de aplicabilidad de las fórmulas y algoritmos en la vida cotidiana. En este contexto, las matemáticas no son funcionales en tanto se repita sistemáticamente una serie de ejercicios que, en detrimento de esta disciplina, no dialogan con las experiencias diarias que tienen los estudiantes en su realidad; la comprensión y resolución de problemas matemáticos no es meramente un asunto que atañe a la vida escolar, sino que abarca los escenarios donde los sujetos se desarrollan por fuera de ella. Es necesario pensar cómo los estudiantes abstraen y manejan sus procesos de pensamiento matemático en aras de resolver los diferentes problemas que se plantean en diversos espacios de la sociedad (Ciucci *et al*, 2013).

Una de las grandes preocupaciones dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, tiene que ver con la idea preconcebida que se tiene sobre esta área del conocimiento en particular. Tanto para docentes como para estudiantes, resulta conflictivo encontrar dinámicas adecuadas dentro del aula, que faciliten el intercambio de conocimiento. De acuerdo con Guzmán (2007), citado en Santaolalla (2009), las matemáticas suelen considerar aburridas, difíciles e incluso inútiles. De ahí que, para los estudiantes, las matemáticas no tienen una aplicación real en la vida diaria. Todo esto produce que exista una falta de motivación o interés por adquirir un pensamiento matemático, más allá de la memorización de fórmulas y números. Sin embargo, no solo se trata del desinterés de los estudiantes, sino también, en algunos casos, de un método de enseñanza obsoleto, catedrático, que no proyecta la verdadera utilidad de las matemáticas. Para Flores (2001) en Santaolalla (2009), incluso muchas veces los métodos de enseñanza no tienen el efecto deseado en los estudiantes pues cada uno tiene características personales que los hacen únicos dentro del aula de clase. Hay ciertas características que predisponen a los estudiantes ante el conocimiento nuevo: la primera de ellas es la curiosidad, la

confianza, la capacidad de comunicarse entre otras. De modo que pensar en un proceso de enseñanza y aprendizaje tiene muchas implicaciones que comprometen tanto el papel de los docentes como de los alumnos.

Como proceso del trabajo se realizará una unidad didáctica desde la metodología del Aprendizaje Basado en Problemas, en donde se suministrarán herramientas secuenciales para trabajar la resolución de problemas matemáticos para grado décimo desde la regulación metacognitiva. Este enfoque didáctico permite que “los estudiantes aprendan a aprender de forma independiente y sean capaces de adoptar de forma autónoma la actitud crítica que les permita orientarse en un mundo cambiante” (Vizcarro y Juárez, 2008). Por lo tanto, los problemas tratados desde la metodología del Aprendizaje Basado en Problemas radican en una descripción, utilizando lenguaje comprensible en situaciones o fenómenos observables que plantean un reto o una cuestión, es decir, requieren una explicación guiada por el docente o tutor. En esta medida, “La tarea del grupo de estudiantes es discutir estos problemas y producir explicaciones tentativas para los fenómenos, describiéndolos en términos fundados de procesos, principios o mecanismos relevantes” (Norman y Schmidt, 1992).

En el marco de la Resolución de Problemas Matemáticos, uno de los problemas constantes que presentan es que se concibe la resolución de problemas matemáticos como un proceso centrado principalmente en el dominio cognitivo (el aprendizaje de conceptos y su aplicación), es decir, una tecnificación de las estrategias y las prácticas realizadas por parte de los estudiantes al querer encontrar la solución de un problema, asunto que termina convirtiéndose en un obstáculo para el aprendizaje de las matemáticas (Socas y Paralea, 1994). Como bien lo advertían desde los años noventa (Socas y Paralea, 1994) un conocimiento que ha sido generalmente satisfactorio para resolver ciertos problemas se fija en la mente de los estudiantes, pero posteriormente se muestra inadecuado y difícil de adaptar.

En Colombia en los últimos años, el manejo de los problemas matemáticos dentro del aula a través de estrategias pedagógicas más activas ha sido de gran despliegue por el

Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006). Esto se ha manifestado en propuestas centradas en la competencia de resolución de problemas matemáticos en contextos, no meramente escolares y en la preocupación por el aprendizaje de herramientas y habilidades para la vida diaria.

Las dificultades de aprendizaje de esta área incluso pueden generar un bajo rendimiento académico, frustración y en algunos casos la exclusión social y del sistema escolar (Rivas, 2005). Todavía vale la pena mencionar que la dimensión afectiva hace parte de la proyección social del aprendizaje de las matemáticas. En ese sentido, se habla del dominio afectivo como una serie de sentimientos y estados de ánimos que no hacen parte de la cognición, pero que sí influyen en ella. Por lo tanto, se puede considerar el dominio afectivo como aquellas circunstancias ajenas al proceso de pensamiento, que disponen a cualquier persona ante cierta información. Si un estudiante se siente indispuesto en un aula de clase, inseguro o incómodo, su proceso de asimilación no va a llevarse a cabo de la mejor manera y por lo tanto no va a haber un aprendizaje significativo. Herrera, Montenegro y Poveda (2011) consideran que las emociones tienen una relación especial con los estímulos que reciben los alumnos en un contexto de aprendizaje de las matemáticas. Como se ha mencionado anteriormente, dependiendo de la actitud de los alumnos, estos estímulos pueden ser positivos o negativos. Desafortunadamente, estos suelen ser negativos, pues como se mencionó anteriormente, las matemáticas pueden generar rechazo.

1.2. Pregunta de investigación

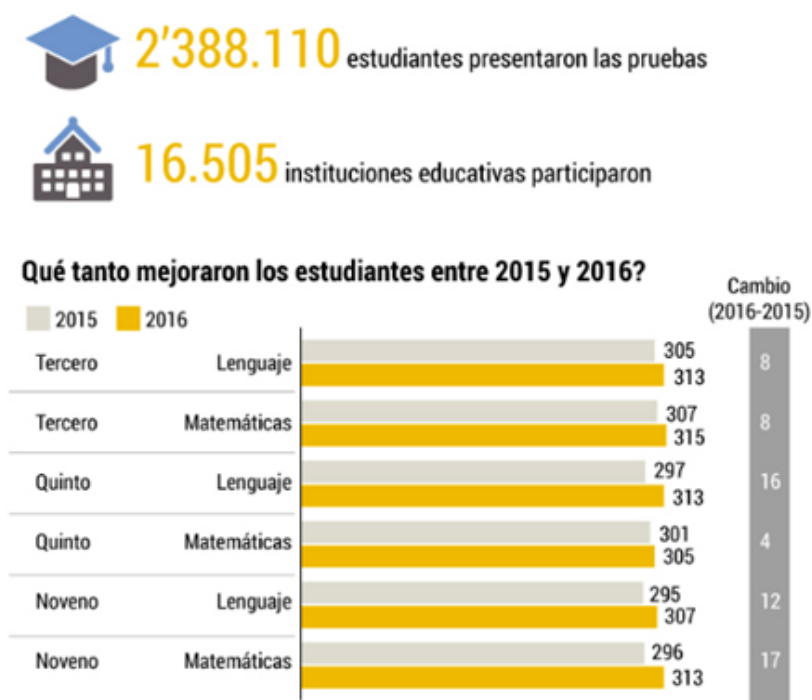
Del anterior planteamiento emerge la siguiente pregunta que orientará el trabajo de investigación: ¿Cuáles son las estrategias de regulación metacognitiva que emplean los estudiantes de grado décimo en una institución pública rural del municipio Trujillo en la resolución de problemas matemáticos?

2. JUSTIFICACIÓN

Con frecuencia los estudiantes de secundaria se cuestionan sobre la importancia de las temáticas y contenidos vistos en diferentes áreas del conocimiento, pues no hallan con facilidad la relación entre lo visto en clase y su aplicación en un contexto real. No encuentran la utilidad ni la practicidad de los saberes, y consideran a menudo que los contenidos escolares no interpelan la vida cotidiana. Por esto, para el Ministerio de Educación Nacional la resolución de problemas se ha convertido en un reglón importante, con el fin no solo de preparar a los estudiantes del país en las pruebas nacionales (pruebas SABER) e internacionales (pruebas PISA, TIMMS y SERCE), sino también para producir aprendizajes en los estudiantes donde se trabajen las competencias comunicativas, la resolución de problemas y el razonamiento lógico-matemático; esto pensado desde tres componentes: el numérico-variacional, el geométrico-métrico y el aleatorio.

Para el año 2016 las pruebas SABER para grado noveno a nivel nacional registraron un aumento de 17 puntos en comparación del año 2015 en el área de matemáticas, los resultados para el año anterior fueron de 313 puntos sobre 500 (ver Figura 1), un avance notorio pero insuficiente si lo comparamos con los resultados a nivel continental y mundial. Esto es solo una parte del problema, pues la mayor preocupación se centra en la percepción que tienen los estudiantes frente a las matemáticas escolares con miras a su rendimiento en las evaluaciones.

Figura 1. Resultados prueba Tipo Saber, grados tercero, quinto y noveno. Comparación 2015-2016



Fuente: Ministerio de Educación Nacional. 2017.

Este trabajo tiene importancia en la medida que logra caracterizar y aportar estrategias de regulación metacognitiva en la resolución de problemas, pues, como lo explica Schoenfeld (1985), este proceso conlleva la puesta en marcha de un conjunto de conocimientos y comportamientos como una actividad generadora en donde el aprendiz combina la información conceptual propia, los procedimientos (cálculos, interpretaciones gráficas, etc.) y la actitud favorable hacia la tarea convirtiendo la resolución de problemas en una actividad que combina la cognición, la metacognición y la motivación. Sin embargo, las prácticas dentro del aula suelen desligarse de un espacio de reflexión para que los estudiantes realmente entiendan lo que están haciendo.

Para efectos de la investigación, el interés se va a centrar en el papel de la metacognición, entendida como las estrategias de aprendizaje basados en una planificación constante que aporta a la construcción de conocimiento continuo

(Tamayo, 2006). En este orden de ideas, la regulación metacognitiva mediada por los procesos de planeación, monitoreo y evaluación (Tamayo, 2006), servirán como base analítica de la caracterización del trabajo en campo y como conceptualización inicial de la unidad didáctica propuesta.

De acuerdo con Schoenfeld (2013) la persona que tiene la capacidad resolver problemas de forma efectiva y exitosa puede regular su proceso de planificación. Así, en la medida en la que ha escogido un método para llegar a una solución, también puede encontrar errores de ejecución que puede corregir y poner en marcha nuevas alternativas. En este sentido, la importancia del aspecto metacognitivo en la resolución de problemas va a determinar el éxito o el fracaso dentro del proceso de reflexión, incluso cuando exista un error dentro de la ejecución.

Para Bazan y Aparicio (2007) realizar una resolución asertiva de problemas estimula la curiosidad e imaginación del estudiante mejorando considerablemente su creatividad. Por tal motivo, los autores plantearon cinco enunciados pedagógicos que aportan al trabajo en aula, y apuntan al beneficio directo del sujeto que aprende:

- Enseñar la dependencia que hay entre los resultados en matemáticas, el uso de estrategias de aprendizaje apropiadas y la posibilidad de adquirir nuevas habilidades o perfeccionar las que ya posee.
- Enseñar directamente estrategias matemáticas para lograr un buen rendimiento y evitar el miedo y el rechazo a las matemáticas, y de esa manera tener un uso correcto según el objetivo propuesto y saber cuándo utilizarlas (conocimiento metacognitivo).
- Generar la toma de decisiones por medio de la planificación de diversas alternativas de solución de un problema matemático y estar atento de consecuencias de cada una de ellas.
- La intervención educativa en el campo de la resolución de problemas matemáticos tiene que pensar una dimensión afectiva donde se trabaje la resistencia al cambio.

- Enseñanza más próxima a situaciones cotidianas de la vida real, evitación de la ambigüedad en los enunciados de los problemas verbales y complementación del trabajo individual con el cooperativo (Echs, 1997).

3. REFERENTE TEÓRICO

El capítulo que se presenta a continuación se encuentra dividido en dos segmentos, por una parte, los antecedentes de investigación, donde se realizará un rastreo bibliográfico de la producción académica de los estudios que se han realizado sobre la resolución de problemas matemáticos y las estrategias de regulación metacognitiva en el escenario escolar, particularmente en secundaria. En el segundo segmento se dota de sustrato teórico a las categorías centrales en las que ronda este trabajo investigativo: resolución de problemas matemáticos y la regulación metacognitiva con un enfoque metodológico con base en el Aprendizaje Basado en Problemas en el cual se sustentará la intervención didáctica en el aula.

3.1. Antecedentes

La bibliografía sobre resolución de problemas matemáticos y regulación metacognitiva es bastante amplia, pero son pocos los estudios que relacionan estos dos postulados teórico-prácticos en el escenario escolar. Por una parte, desde los años 70's los estudios sobre metacognición se han dado a conocer a nivel mundial sobre todo desde la psicología, pero es en la década de los 80's cuando comienzan a tejerse algunos vínculos analíticos con disciplinas cercanas a la educación, principalmente en la obra de Flavell y Brown. Por otra parte, también en la década de los 80's la obra de Schoenfeld es fundamental para la inserción como categoría de la resolución de problemas matemáticos en la didáctica de las matemáticas. Si bien existe una amplia producción académica sobre estas dos categorías, como ya se mencionó, en la actualidad estas categorías en los escenarios educativos no se han trabajado de manera conjunta a gran escala; sin embargo, ha existido un esfuerzo en Hispanoamérica, enfocado en los niveles de posgrado en educación, para realizar proyectos de investigación en esta vía; después reseñar la revisión en América latina y España, el estado de la cuestión va a abordar la producción académica sobre este tema en el caso colombiano. A continuación se presenta dicha revisión.

Uno de los trabajos en este campo investigativo es el de Rodríguez (2006) acerca de la relación de la metacognición con la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas escolares, un trabajo publicado por la Universidad Complutense de Madrid, es producto de la investigación de esta autora para obtener el grado de doctora en educación de esta universidad. El trabajo cobra importancia para esta investigación por dos aspectos: en primer lugar, porque realiza una construcción epistemológico-teórica de amplio calado, rastrea históricamente desde Sócrates la resolución de problemas matemáticos, pasa por la Edad Media hasta llegar a la época contemporánea, en definitiva, ofrece un panorama extenso en descripción teórica sobre la enseñanza de las matemáticas.

La autora logra evidenciar que las maneras en las que se aborda la resolución de problemas matemáticos en un contexto particularmente histórico, da cuenta de cómo esas comunidades establecían relaciones sociales de producción económica, particularmente en el cálculo, y en la medición de tiempo y trayectos en el desplazamiento de la mercancía se convierta de manera fundamental en un avance de dichas comunidades. Una sociedad que logre solucionar de manera eficaz problemas matemáticos funge estructuras institucional y socialmente fuertes, ubica el caso de los turcos, y la manera en la que, por más de mil años, desde el siglo V d.C. al XV d.C. son los dueños del control comercial entre Asia, Europa y África por sus dotes con el cálculo y la matemática.

El segundo aspecto relevante del trabajo de Rodríguez (2006), es el análisis teórico de esta recopilación de información desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico, este modelo permite integrar la resolución de problemas y los aspectos metacognitivos dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje. Desde este enfoque, la resolución de problemas se concibe como el origen y la razón de ser de toda actividad matemática y por lo tanto es inseparable de la misma; de ahí que se utilice el término praxeología para referirse a teoría y práctica, como aspectos inseparables. Esto hace posible explicitar el conocimiento, de modo que se pueda llegar a hablar incluso de diferentes niveles de conocimiento metacognitivo (Rodríguez, 2006).

La obra de Rodríguez va a ser ampliamente conocida por la comunidad matemática hispanoamericana y es popularizada su crítica frente al tipo de tarea que se usa en la resolución de problemas matemáticos (Curotto, 2010), para la autora existe un exceso del proceso modélico, volviendo a retomar postulados del modelo empírico “La consideración, además, de diferentes tipos de aspectos problemáticos en una tarea permitiría determinar diferentes tipos de influencia según el tipo de instrucción. Esto cobra especial importancia en la situación actual, donde la mayoría de los trabajos sobre resolución de problemas matemáticos, a pesar de no exponerlo de manera explícita, como hemos mostrado anteriormente, reducen el carácter problemático de una tarea al hecho de que conlleve modelización.” (Rodríguez, 2006).

La otra crítica que la autora esboza a lo largo del texto, es la ausencia de una pedagogía que piense los aspectos metacognitivos en la resolución de problemas matemáticos, por tal motivo ella utiliza herramientas de la antropología para analizar y dar respuesta a sus inquietudes académicas; teniendo en cuenta esta advertencia, para este trabajo se decidió utilizar la didáctica del Aprendizaje Basado en Problemas, que si bien tiene su raíz en las ciencias de la salud, logra aportar elementos de cierre tanto de la metacognición como de la solución de problemas matemáticos.

En el año 2001 la obra “La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO: un ejemplo concreto” (Iriarte y Sierra, 2011), es de los primeros trabajos que se encargan de manera didáctica, de dar respuesta clara a la elaboración de una propuesta curricular donde se reseñan actividades a desarrollar, sirve como una guía o manual para la enseñanza desde las estrategias de regulación metacognitiva, describiendo las hojas de ruta para pensar los problemas, la función del profesor, estrategias de enseñanza utilizadas, y el análisis y discusión del proceso de resolución.

Por medio de esto, los autores proponen cuatro elementos para diseñar propuestas de enseñanza-aprendizaje que tengan como objetivo mejorar el proceso y las estrategias para resolver problemas matemáticos de los alumnos, estos son: a) contextualizar los problemas a resolver por el alumno en situaciones cotidianas de su entorno; b) utilizar

métodos de enseñanza que hagan visibles las acciones para resolver un problema, proceso poco conocido desde el punto de vista del alumno; c) diseñar diferentes tipos de materiales didácticos que guíen la selección, la organización, la gestión y el control de los diferentes procedimientos para resolver un problema; y d) crear espacios de discusión y de reflexión alrededor de este proceso como, por ejemplo, el trabajo en pequeños grupos o en parejas (Iriarte y Sierra, 2011).

Este trabajo si bien es mucho más operativo que analítico en comparación al de Quintana, abre una puerta para practicar de manera concreta la resolución de problemas matemáticos desde la regulación metacognitiva, sin ser un libro de texto escolar, plantea el paso a paso de la ejecución, con base en él se puede plantear una malla curricular que inclusive pueda ser transversal en diferentes niveles de conocimiento.

Dejando un poco de lado el trabajo de Iriarte y Sierra, en América latina en los últimos años se ha pensado la relación de la enseñanza de las matemáticas articuladas al tema de la afectividad, esta preocupación se da porque existe en la región una idea generalizada de que las matemáticas no son comprensibles y su aplicabilidad a la realidad social no es del todo clara. Por esto, La importancia de estudiar el nivel de actitud hacia la resolución de problemas matemáticos radica en que “las actitudes hacia la matemática, en sus diversas manifestaciones, pueden ser mejoradas mediante cambios en la predisposición de pensar respecto al objeto mediante sentimientos más positivos (afectividad)” (Mato y Muñoz, 2010). De esta manera, el proceso metacognitivo se va a desarrollar en ambientes de aprendizaje mucho más agradables y quitará una virtual presión al estudiante.

En el caso concreto de la educación secundaria este problema gravita con mayor visibilidad, ya que a diferencia de la primaria las herramientas y técnicas didácticas no se hallan en demasía, puede ser porque las formas de enseñanza en la educación secundaria se alejen de la utilización de técnicas didácticas o porque no existe un conocimiento frente a las herramientas que se pueden llegar a utilizar. De acuerdo con Castro (2008), citado por Primi *et al.* (2014), “El interés y la motivación declinan conforme el estudiante va creciendo, y la ansiedad matemática se piensa que se desarrolla en la educación secundaria,

coincidiendo con la creciente dificultad del plan de estudios de matemáticas”. En este orden de ideas, la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos a través de la regulación metacognitiva tiene que ser pensado desde escenarios óptimos de aprendizaje que tenga como eje la afectividad.

Siguiendo con los trabajos académicos desarrollados en la región latinoamericana, se van a reseñar algunos trabajos que han pensado esta temática concretamente en Chile, México y Costa Rica, abordando desde lugares teóricos y metodológicos comunes una descripción y análisis de la relación de las dos categorías centrales de esta investigación, los trabajos son: Principios y Métodos de la Resolución de Problemas en el Aprendizaje de las Matemáticas (Santos Trigo, 1996); Metacognición y tareas intelectualmente exigentes: el caso de la resolución de problemas matemáticos (González, 1998); Metacognición y motivación en el aula (Goti, 1998); La metacognición como herramienta didáctica (Peronard, 2005).

Estos trabajos exponen abordajes teóricos sobre las categorías centrales de esta investigación, por esta razón la ampliación de las categorías se dará concretamente en el análisis conceptual del Marco Teórico, sin embargo, es necesario reseñar las obras antes mencionadas porque son trabajos pensados en escenarios escolares, una conclusión global que se podría realizar haciendo una lectura general de estos trabajos, es que es pertinente que la didáctica de las matemáticas piense la regulación metacognitiva no como una simple herramienta del proceso de enseñanza-aprendizaje, sino estructurada en los planes de aula, mallas curriculares, matrices de evaluación y planeaciones bimestrales, semestrales y diarias. Más allá de las temáticas o contenidos impartidos según el nivel educativo, la regulación metacognitiva como proceso debe modelar la enseñanza de las matemáticas.

Por otra parte, en Colombia motivo de la revisión documental se encontraron tres textos que fueron de utilidad teórica y didáctica a la hora del planteamiento de investigación, los tres trabajos corresponden a maestrías en educación de diferentes partes del país. El primer trabajo que se va citar es el documento titulado “Estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas: Una intervención en el aula para determinar las

implicaciones de la implementación de estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas” de Troncoso. O (2013), encontrado en el repositorio de la Universidad del Tolima.

Troncoso (2013) concluye que la metacognición juega un rol muy importante en el aprendizaje de las matemáticas ya que permite a los educandos crear de manera ordenada y sistemática la resolución de un problema y realizar un proceso de reflexión tanto a la hora de seleccionar las estrategias, como al momento de identificar los aciertos y errores cometidos en su ejecución, para tenerlos en cuenta en la resolución de problemas posteriores. Para que la metacognición sea efectiva en el aprendizaje de las matemáticas, se debe conceder paulatinamente el control de la resolución de los problemas a los estudiantes, dando una guía inicial y empoderando su proceso de aprendizaje.

Este trabajo se centra en el uso de estrategias de regulación metacognitiva para estudiantes de básica primaria, utilizando sobre todo ejercicios correspondientes a la suma, resta y multiplicación. Si bien este insumo no aporta para el trabajo que se realiza en la institución educativa del municipio de Trujillo, ya que nuestro trabajo se ubica en grado décimo, si aporta una estructura clara de planificación de guías para el aprendizaje autónomo en el aula.

El segundo trabajo que es importante de reseñar es el texto es el que lleva por nombre “Educación en matemática y procesos metacognitivos en el aprendizaje” elaborado por Carlos Silva y patrocinado por la Universidad de La Salle. Este documento expone cinco conclusiones generales frente a la investigación: en primer lugar, la toma de decisiones del estudiante determina que tan eficaz es el proceso de aprendizaje; en segundo lugar, el aprendizaje no es un tarea sencilla: quien enseña debe realizar un trabajo para aprender significativamente, lo mismo que para desaprender un concepto; en tercer lugar, el aprendizaje es el producto de una acción voluntaria por parte del estudiante, esta toma de decisión está afectada por el contexto, es decir, por las percepciones e interpretaciones previamente existentes en el sujeto; en cuarto lugar, el aumento en la toma de conciencia del estudiante, sobre los procesos involucrados en el aprendizaje, permite el cambio de las

actitudes hacia elaboración de conocimiento, lo mismo que de los procedimientos utilizados en el aprendizaje; y en quinto lugar, quien aprende, no es consciente de sus debilidades, tanto en el plano conceptual como en el de las habilidades de aprendizaje.

A partir de las anteriores cinco afirmaciones el autor afirma que el aprendizaje está relacionado con la metacognición: el conocimiento, el monitoreo, el control y la evaluación del propio aprendizaje. Gracias a este proceso existen unos niveles de aprendizaje que saldrán producto de la investigación y la observación. En primer nivel, se encuentra el procesamiento de la información; en un segundo nivel, está la evaluación de este procesamiento; y en tercer nivel, se ubica la toma de decisiones con respecto al conocimiento. “El monitoreo y el control, dos aspectos de la metacognición, comprenden los resultados de los dos últimos niveles y se concentran en la aplicación consciente de las estrategias cognitivas particulares. Las estrategias cognitivas son concebidas como habilidades que permiten la exploración de muchos tipos de información, no solamente de carácter técnico ni limitadas a ciertas áreas del conocimiento” (Silva, 2006).

El tercer y último documento que se va a reseñar en los antecedentes es “Procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas matemáticos” (Buitrago y García, 2012). En este trabajo se presentan las estrategias utilizadas en la búsqueda de huellas metacognitivas en los procesos de aprendizaje y resolución de situaciones problémicas en estudiantes de último grado de educación media, en una institución pública de estrato socio-económico bajo de la ciudad de Armenia, Quindío, Colombia. De los archivos encontrados este es el más similar frente a este proyecto de investigación, por la temática, por la población, el estrato social y la región rural.

El trabajo resulta muy interesante por el cruce entre las estrategias de regulación metacognitiva y el trabajo en aula con casos concretos y contextuales, me permito citar tres conclusiones y consideraciones finales frente a este trabajo que engloban de manera descriptiva, pero a su vez analítica los resultados del proyecto:

Las redes semánticas son unas herramientas de análisis potentes a la hora de indagar procesos metacognitivos que realizan los estudiantes al resolver problemas. En adición,

permiten determinar tendencias metacognitivas de los estudiantes, al dejar en evidencia cuáles son las acciones más frecuentes en el proceso de resolución de problemas y alrededor de las cuales gira tal proceso (Buitrago y García, 2012).

La investigación relativa a los procesos metacognitivos plantea el debate acerca de la naturaleza autorreguladora y/o consciente de tales procesos, así como de los niveles de explicitación de los mismos. Ello indica que el esfuerzo pedagógico y didáctico debe centrarse en la toma de conciencia y la estimulación de la autorregulación de los procesos cognitivos. Este esfuerzo debe orientarse hacia la formación de sujetos centrados en resolver aspectos concretos de su propio aprendizaje y no sólo a resolver una tarea determinada, es decir, orientar al estudiante a que se cuestione, revise, planifique, controle y evalúe su propia acción de aprendizaje. (Buitrago y García, 2012).

Las acciones de conocimiento metacognitivo y las acciones de planeación que el estudiante emplea en el proceso de resolución de un problema, no sólo se relacionan entre ellas, sino que, además, dependen de la naturaleza y del grado de comprensión que se tenga de la situación a resolver. Es decir, si no hay una comprensión suficiente del problema, no hay posibilidad de seleccionar los conocimientos necesarios, identificarlo, representarlo ni mucho menos planear una estrategia acertada; aunque no siempre es indispensable el conocimiento ni la planificación, dado que algunos problemas poseen ciertas características que le permiten al estudiante resolverlos de manera intuitiva, sin necesidad de desarrollar una estrategia estructurada, para los cuales normalmente no logra explicar la manera como fueron resueltos ni los conocimientos que empleó para ello (Buitrago y García, 2012).

3.2. Marco Teórico

Como se introdujo al inicio de este capítulo este apartado se encargará de darle un sustrato teórico a las tres categorías esenciales en las que gira este trabajo de investigación: Resolución de Problemas Matemáticos, estrategias de regulación metacognitiva y metodología de aprendizaje basado en problemas como propuesta didáctica para el presente trabajo.

Lo primero que se debe considerar es la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, para lo cual Font (1994), explica desde el constructivismo el objetivo que debe cumplir la enseñanza de las matemáticas: modificar los esquemas de conocimiento previo de los alumnos, el proceso de asimilación de los contenidos más antiguos con los más nuevos debe generar un equilibrio. Sin embargo, este equilibrio no se logra cuando cierta situación es confusa para el estudiante, es decir, es no significativa. También puede darse el caso en el que no exista una motivación de aprender y por lo tanto ni siquiera se produzca un desequilibrio, sino que el alumno pase de la actividad simplemente. La figura del profesor es clave para ayudar a los estudiantes a crear un aprendizaje significativo y a intervenir en las situaciones en las que el estudiante no pueda por sus propios medios lograr un equilibrio con los conocimientos nuevos (Ruiz, 2008). Aquí se reafirma el hecho de que un docente debe ser no solo una figura de autoridad, sino que además debe generar en los estudiantes un sentimiento de confianza que les permita crear un canal de comunicación claro y así, perder el miedo para resolver dudas durante el proceso. El miedo a preguntar suele ser una actitud repetitiva dentro del aula y eso representa un atraso en el aprendizaje.

3.2.1. Resolución de Problemas Matemáticos

En este apartado se realizará un recorrido por los aportes teóricos que mayor relevancia tienen para el desarrollo de esta investigación, teniendo en cuenta que se quiere estimular el uso de las estrategias metacognitivas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula, a través de una serie de instrumentos de recolección dentro de los cuales se encuentra una unidad didáctica formulada bajo el enfoque de Aprendizaje por Resolución de Problemas.

Tanto en Estados Unidos como en Europa los escritos destinados sobre la Resolución de Problemas Matemáticos ha sido amplio, esta preocupación podría situarse de manera regular sobre la década de los 60 del siglo XX, en ella diferentes académicos e informes de sociedades matemáticas comienzan a ser de alta difusión, pero no será hasta la década de los 80 cuando el tema se tomará (Schoenfeld, 1985) como un punto de partida para comprender los procesos de aprendizaje en las escuelas.

El primero en este panorama es Schoenfeld, quien el año 1985 con su libro “Mathematical Problem Solving” aportó al conocimiento de las matemáticas escolares escribiendo experiencias con estudiantes y profesores en las que les proponía variados problemas a resolver; en este proceso los estudiantes ya tenían los conocimientos previos para poder afrontar su solución, y por otra parte, los profesores tenían la formación profesional para hacerlo. Según lo descrito por Schoenfeld los problemas tenían un gran grado de dificultad. Utilizaba diferentes herramientas en el aula, ponía a trabajar a los estudiantes en parejas, filmaba y anotaba apuntes frente a todo el proceso de trabajo. Después de realizar este seguimiento, Schoenfeld llegó a la conclusión, de que el trabajo con base a la resolución de problemas es una estrategia didáctica en la que no solo se debe tener en cuenta la pura heurística, de otra manera no funciona, no tanto porque las heurísticas no sirvan, sino porque hay que tomar en cuenta otros factores, como el contexto real del estudiante.

Al lograr diagnosticar este problema en las clases de matemáticas, lo primero que Schoenfeld (1989) realizó fue crear un marco de análisis para comprender y reflexionar la Resolución de Problemas Matemáticos en el aula, de esa manera dividió la tarea en dos procesos: las dimensiones de aprendizaje y el sistema de creencias. A continuación, se describirán.

En las dimensiones del aprendizaje el primer concepto que abordará será el de recursos (Barrantes, 2006). Estos son los conocimientos previos que posee el sujeto; hace referencia a los conceptos, algoritmos, fórmulas y, en general, todas las nociones que se considere necesario saber para enfrentarse a un determinado problema. Frente a estos recursos, uno de los elementos que el docente tiene que tener más presente son las herramientas necesarias que el estudiante necesita para solucionar las actividades, sino no va a funcionar, debe ser necesario planear con riguridad y prever los diferentes escenarios que se pueden dar en la clase (frente al tema de la planeación se abordara con mayor precisión en el apartado de metacognición).

El profesor debe tener un inventario de recursos (Schoenfeld, 1989), este inventario es un archivo donde el profesor conoce las formas y métodos que sus estudiantes tienen para acceder a los conocimientos, claramente, no sólo son los convencionales (texto escolar, calculadora, etc.); en la actualidad en la era de la información y la telecomunicación, un profesor debe hacer un proceso más riguroso de inventario en los términos de Schoenfeld.

Para Barrantes (2006) otro aspecto de gruesa importancia es el gran número de errores en procedimientos simples, los cuales de una manera directa hacen comprender que el aprendizaje fue erróneo. Esto tiene que ver con la forma en que el estudiante accede a la información, y a la forma en que él estructura esas ideas; es decir, pueden existir conceptos flotantes que el estudiante tenga, pero estos no son apropiados ni entendidos en un contexto real.

El segundo concepto de las dimensiones del aprendizaje es el de heurística. Schoenfeld (1994) dice que cada tipo de problema necesita de ciertas heurísticas particulares, y utiliza el ejemplo de los dibujos en un debate con Pólya, para este último la heurística sería realizar dibujos pero Schoenfeld dice que no todo problema se soluciona con dibujos o traficación, depende del problema específico para aplicar la heurística. Es necesario conocer las heurísticas, saber usarlas y adicional tener una habilidad para ello, ahora, es importante que el docente de a conocer las diferentes herramientas a sus estudiantes para que existe una mayor apropiación conceptual.

El tercer concepto es el de control. Hace referencia a la manera en la que estudiante controla su trabajo, si frente a un problema el estudiante después de una revisión logra determinar que la solución que pensó no es la acertada no puede renunciar, sino buscar las alternativas para mirar diferentes posibilidades de resolución.

Para este concepto es muy importante el anterior, ya que varias estrategias heurísticas pueden usarse para resolver determinado problema, el control del estudiante debe hacerse evidente en la manera como aplica estas heurísticas, posiblemente falle en su decisión, pero lo importante es reponerse y solucionar, a lo mejor, ninguna heurística sirva

para ese problema (Santos, 1992). Bajo este precepto, es vital formar un estudiante que logre tener una habilidad monitoreo y evaluación (características propias de las estrategias de regulación metacognitiva).

Para culminar con este último concepto existen algunas acciones que involucran y determinan el control en los estudiantes (Schoenfeld, 1985):

- Entendimiento: tener claridad a la hora de empezar un problema.
- Hacer un diseño: considerar las diferentes formas de solución del problema.
- Monitorear el proceso.
- Llevar a cabo ese diseño que se formuló.
- Revisión constante del proceso de resolución.
- Tomar videos durante el desarrollo de las actividades de resolución de problemas. El video luego se proyecta, de esa manera los estudiantes serán más conscientes de los procesos que llevaron a cabo para solucionar cualquier problema.
- El profesor debe tomar los errores como modelo: poner un problema en el tablero, darle solución, escoger una estrategia que sabe que no va a funcionar, y probar múltiples estrategias heurísticas para su resolución.

Ya se abordaron las dimensiones, a continuación, trataremos los sistemas de creencias. Los estereotipos y creencias que existen sobre las matemáticas inciden notablemente en la percepción que tienen tanto profesores como estudiantes, el ideal no es que un estudiante abandone o se frustre con alguno de estos problemas, por lo contrario, pero lo que el estudiante considere bajo ese sistema de creencias afecta el tiempo y la eficacia del sujeto que aprende.

Dice Schoenfeld (1989) que para el estudiante la argumentación matemática solo se puede usar en dos circunstancias: Para ratificar algo que es obvio y en cuyo caso la prueba parece redundante o superflua; es decir, demostrar una fórmula es obvio, y no vale la pena hacerlo; y para verificar algo que ya es cierto porque lo dice el profesor, algo que no es tan

obvio pero que el profesor dice que es cierto; en este caso simplemente se trata de resolver un ejercicio de entrenamiento.

Hasta el momento este entramado teórico se ha basado en la obra Schoenfeld el cual es el precursor de la Resolución de Problemas Matemáticos en la escuela, y el referente teórico de esa categoría en el presente trabajo, pero ahora se mirarán otras definiciones y aproximaciones conceptuales frente a la categoría.

Adicional al trabajo de Schoenfeld, los textos elaborados por Lester y Kilpatrick aportan elementos sustanciales a este campo de estudio, “la investigación en esta área comenzó por ser teórica, asistemática, interesada casi exclusivamente en problemas standard y restringida a cuantificaciones sobre el comportamiento en resolución de problemas” (Vilanova *et al*, 2001). Desde la década de los ochenta como se reseñó anteriormente la utilización del método cualitativo aumento, dotando de un proceso descriptivo y analítico mucho más amplio, incorporando una visión e interacción teórica más interesante, que situaba a la educación como eje transversal en la elaboración de conocimiento.

Un recorrido por los principales resultados de investigación de la obra de Serrano, González y Sosa, 2005), revela cuatro áreas de indagación en las cuales se han hecho importantes progresos: a) la determinación de la dificultad en los problemas; b) las distinciones entre buenos y malos resolutores de problemas; c) la instrucción en resolución de problemas y d) el estudio de la metacognición, este trabajo de investigación intenta aporta a este último.

En lo que corresponde a los desarrollos en educación los problemas han ocupado un lugar central en el currículo matemático escolar desde la antigüedad, pero la resolución de problemas, no. Sólo últimamente los que enseñan matemática han admitido la idea de que el desarrollo de la destreza para resolver problemas merece una atención especial. Junto con este énfasis en la resolución de problemas, sobrevino la confusión (Stanic y Kilpatrick, 1988). Para estos autores, el término resolución de problemas se ha transformado en un lema que acompaña las nuevas tendencias sobre la educación y particularmente lo que tiene

que ver con las matemáticas escalares. Los términos “problema” y “resolución de problemas” han sido objeto de discusión y confusión en el marco de las matemáticas escolares.

Frente a estas tendencias, la resolución de problemas matemáticos mantiene un doble lugar en los procesos de enseñanza: como esfera predilecta para el desarrollo del pensamiento, con el único fin de que los estudiantes sean buenos “resolutores de problemas”, por lo tanto, en una visión clásica “pensantes”, y como objetivo más preciso, dirigido a que los alumnos sean capaces de resolver problemas matemáticos, sin más. Aunque, cada uno de estos objetivos mantiene desiguales interpretaciones; en general, las dos hacen referencia a la transferencia de los aprendizajes, aplicándolos a situaciones novedosas para su entorno. La idea de formar estudiantes que puedan resolver problemas “en general” está sustentada en la idea de que, con independencia de su complejidad, los problemas tienen una anatomía similar, cambian las formas, pero la estructura no tiene muchas alteraciones, aunque a simple vista no parezca así (Newell y Simon, 1972).

Otra mirada de la Resolución de Problemas Matemáticos es la Gestalt. Desde este modelo psicológico se planteó que las tareas de resolución de problemas que involucraban reorganización y agrupamiento no eran estudiadas por la lógica, así sean considerados como esenciales en los procesos de pensamiento humano. Por consecuencia se diferenció entre lo que se denominó “pensamiento reproductivo”, que consiste en la aplicación de destrezas adquiridas con anterioridad, y el “pensamiento productivo”, que tiene lugar cuando es vital llevar a cabo una reorganización de la estructura que da lugar a la creación de la solución a un problema novedoso. De este modo una gran ventaja de la resolución productiva, frente al aprendizaje memorístico, radica en la potencialidad de transferencia (Quintana, 2005).

Otra visión dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas apunta al uso de una lógica dialéctica. En esta no solo interviene las habilidades y conocimientos sino las actitudes de descubrimiento, el diálogo y disputas internas que constituyen un espíritu crítico, un análisis minucioso, reflexivo y un pensamiento creativo y propositivo.

La resolución de problemas matemáticos forma carácter para discernir la manera en la que un estudiante elige correcta o incorrectamente la manera de solucionar una prueba o reto en su ámbito social, acumulando experiencias cotidianas donde la proposición y reflexión hacen parte de una secuencia lógica que interpela el mundo de real, y directamente las decisiones que toman los estudiantes en un escenario que no es el escolar (Quintana, 2005).

Para el progreso de competencias metacognitivas, en un marco lógico-matemático tan importante son los contenidos y temáticas de la matemática como la manera en que se desarrolla el proceso educativo de enseñanza-aprendizaje, la diferencia con otras visiones y esta es que acá existe una obligación con la proposición, siguiendo claramente un orden secuencial que responda a unos fines estipulados de antemano, que concatene el entendimiento sobre el mundo real, la reflexión y la acción participativa.

3.2.2. Metacognición

En los últimos años han crecido considerablemente los estudios sobre metacognición en la educación, ya que comienza como un estudio de la psicología asociado a las prácticas de memorización en los Estados Unidos, pero paulatinamente va ingresando a los estudios sobre pedagogía y didáctica principalmente en áreas como la lectoescritura, ciencias naturales y física. Esta preocupación por abordar los procesos de aprendizaje y el conocimiento desde la regulación metacognitiva busca de una manera general la participación de los estudiantes, moviéndose en ejes básicos como lo son: la autonomía, la reflexividad, y la abstracción (Botero, Alarcón, Palomino y Jiménez, 2017).

Debido a la multiplicidad de autores que manejan el tema, centraremos la revisión en las perspectivas de Flavell, Brown, y de intelectuales latinoamericanos que han trabajado el tema sobre todo desde el paradigma educativo. (Bustingorry y Mora, 2008; Hechavarría y Cordovéz, 2006; Lucia y Hocevar, 2008; Naranjo y Gallardo, 2014; Rosales, 2010).

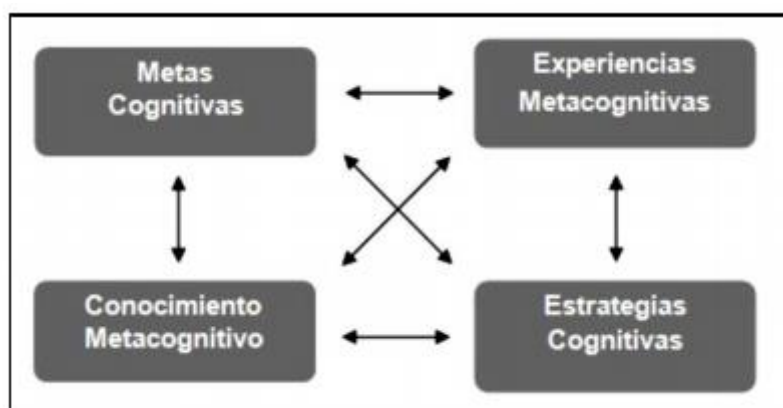
En los años 70 Jhon H. Flavell introduce el termino metacognición en el área de la psicología particularmente en los estudios sobre la memoria (Flavell, 1971; Flavell, 1979). Para el año 1985 escribe un texto titulado “El desarrollo cognitivo” en el cual afirma que la metacognición se refiere al conocimiento que uno tiene sobre los propios procesos y

productos cognitivos, o cualquier otro asunto relacionado con ellos, también se refiere, entre otras cosas a la supervisión activa y consecuente regulación y organización de estos procesos en relación con los objetivos cognitivos sobre los que actúan, normalmente al servicio de una meta u objetivo concreto. (Flavell, 1985). De esta manera la obra Flavell aporta no solo a la psicología sino a la lingüística, comprendiendo la manera en la que las ideas se encuentran inscritas en la experiencia social y particular del individuo y no por fuera de él, regulando procesos cognitivos que se van estructurando de manera paulatina.

Teniendo en cuenta este desarrollo Flavell realizará una clasificación de la metacognición en tres componentes diferentes: la planeación de la información, el monitoreo del pensamiento y la evaluación del producto final (Gonzales, 2008). Con base a esto, estos tres procesos regulan lo que se piensa, se aprende, se percibe, se comprende y lo que se recuerda; de ahí la importancia de esta categoría y la forma en la que se regula.

En la Figura 2 se expone la conexión que existe desde tres lugares importantes: las metas, la experiencia y la persona; gracias a este cruce el conocimiento metacognitivo se basa en los conocimientos sobre el proceso cognitivo, regulado y organizado en los tres lugares antes mencionados. En el concepto de persona se involucran las creencias y los conocimientos de los sujetos, para nuestro caso particular, estudiantes. En las metas, tiene mayor relevancia las demandas y las naturalezas de los objetivos que tiene el sujeto, para esto las tareas tienen que tener una ejecución y una solución concreta en el tiempo y en el espacio. Y, en tercer lugar: las estrategias; se entienden como las formas en las cuales se puede abordar el control de la ejecución de los objetivos que ya se habían trazado.

Figura 2. *Modelo de Flavell*



Fuente: Mateos, M. (2001).

Flavell posteriormente resaltar  las experiencias metacognitivas de los sujetos, pues son éstas las interpretadas como conscientemente, y las cuales acompañan la ejecución de una actividad cognitiva. El modelo de Flavell (elaborado en 1981) que se encuentra descrito en la Figura 1, diferencia claramente dos tipos de estrategias: las cognitivas y las metacognitivas. Las estrategias cognitivas se usan para hacer avanzar la actividad cognitiva hacia la meta propuesta, mientras que las metacognitivas funcionan para controlar y revisar ese progreso.

Paralelamente la obra de Flavell comenzaba a tener reconocimiento, Ann Brown siguiendo el estudio de la metacognición aportó elementos para pensar la regulación. Para esta autora la metacognición es la forma en que controlamos la propia actividad cognitiva de una forma reflexiva y consciente, afirmando que en la metacognición, la planificación, regulación de los procesos y resultados del aprendizaje, juegan el papel más importante (Brown y Campione, 1977).

La autora señala que los procesos de control se hacen obligatorios para el estudiante cada vez que él se enfrenta con tareas mucho más novedosas. En el momento es que se pueden automatizar los elementos cotidianos de las tareas los retos frente a estas tienen que

ir en aumento para que el proceso cognitivo no se estanque, sino que avance de manera progresiva.

Brown (1987), creó un modelo siguiendo los parámetros en los cuales entendía la metacognición, en tanto control deliberado y consiente de la propia actividad cognitiva; en este modelo ella hace dos clasificaciones: el primero se conocerá como conocimiento de la cognición, y hace referencia conocimiento declarativo, es decir, todo conocimiento que el sujeto expresa a otro sujeto, a un público o a sí mismo; y el segundo como regulación de la cognición, este aspecto tiene en cuenta donde aparecen las estrategias metacognitivas de planificación, control y evaluación.

En síntesis, tanto la obra de Brown y Flavell son complementarias, pero la obra de Brown adentra en la regulación metacognitiva desde una conceptualización que esta tesis ubicará como lugar central de análisis. A continuación, tomando estos dos autores como ejes centrales (no los únicos) se realizará en detalle el despliegue teórico frente a las estrategias de regulación metacognitiva.

Antes de esbozar las estrategias es necesario definirlas “el conjunto de acciones orientadas a conocer las propias operaciones y procesos mentales (qué), saber utilizarlas (cómo) y saber readaptarlas y/o cambiarlas cuando así lo requieran las metas propuestas” (Osses, 2007). Las estrategias cognitivas apuntan a aumentar y mejorar los productos de nuestra actividad cognitiva, favoreciendo la codificación y almacenamiento de información, su recuperación posterior y su utilización en la solución de problemas. Las estrategias metacognitivas, en cambio, se emplean para planificar, supervisar y evaluar la aplicación de las estrategias cognitivas. Se infiere, por tanto, que las estrategias metacognitivas constituyen un apoyo para las estrategias cognitivas (Bustingorry y Mora, 2008).

Flavell (1981), sostiene que la planeación es una estrategia vital para tener en cuenta antes de comprender y/o solucionar el ejercicio que se le plantea al sujeto que aprende, en este proceso es necesario pensar el tiempo de duración de la tarea, los recursos para su realización, los procedimientos y el lugar o espacios a desarrollar la actividad. Para la estrategia de planeación se debe determinar los medios y las metas, previo a la elaboración

de la tarea, de esta manera, el profesor puede pensar las formas de manejar todo tipo de inconvenientes previos, organizando un plan que guíe el proceso cognitivo y así regular la efectiva ejecución de la tarea.

En el mismo registro Brown (1987) dice que la planeación tiene en cuenta la clasificación y codificación de estrategias adecuadas para de antemano ser consciente de los factores que pueden alterar el adecuado desarrollo del ejercicio, por ejemplo: la atención selectiva, la distribución del tiempo, el uso de los espacios, etc., para Brown esta estrategia permite anticipar las actividades, enumerar y referir pasos y prever un resultado, que siguiendo una buena planeación va a ser óptimo.

Desmarcándonos del trabajo de Brown y Flavell, autores como Rodríguez (2004) ubican como punto inicial que la planificación supone una forma de proceder, detallando paso a paso las tareas a llevar a cabo para alcanzar las metas de aprendizaje, pero el sujeto – en este caso no interviene tanto el profesor – controla su aprendizaje, autónomamente establece objetivos claros con tiempos y espacios determinados.

Por otra parte, Soto (2011) asevera que la estrategia de planificación es la que se encarga de repartir adecuadamente tanto los esfuerzos como el tiempo con el fin de optimizar, la resolución de problemas matemáticos. La planeación como actividad docente es central partiendo de unos propósitos formativos de corto (una sesión de clase), mediano (corte mensual o bimestral) y largo plazo (anual), que se complementan con unos objetivos curriculares y temáticos acordes al grado de escolaridad y a lo que recientemente el Ministerio de Educación Nacional ha llamado principios básicos de aprendizaje.

Como una segunda estrategia de regulación metacognitiva encontramos el monitoreo. Para Brown (1987), es una posibilidad de verificar, comprender, modificar, autoevaluar, y rectificar durante la duración de la tarea o actividad lo que se está elaborando y cambiar de rumbo si es necesario. Para Hacker, Dunlosky y Graesser (1998), la metacognición no solo tiene en cuenta el conocimiento pasivo, es decir, el que no necesariamente propone soluciones a los problemas, sino que tiene en cuenta el monitoreo y control activo tanto del profesor, pero principalmente del estudiante.

Por último, ubicamos la estrategia de regulación que resta por analizar: la evaluación. Brown (1987), resuelve que ésta evalúa los resultados de las estrategias anteriores, las acciones, decisiones en términos de eficacia. Labatut (2004), afirma que la evaluación se utiliza durante el aprendizaje, no es únicamente un proceso que se mire al final, y debe darse de manera constante y en paralelo a las actividades, por lo tanto, es necesario una revisión y la verificación de los temas. De igual manera, implica la reflexión sobre las operaciones mentales que se están elaborando, examinando sus consecuencias y evaluando continuamente de cerca la meta u objetivos planeados en la primera estrategia de regulación.

De tal modo, la supervisión contribuye a que las actividades se adapten a los propósitos formativos con los cuales parte la elaboración curricular redactada a principio de año o de bimestre. Jiménez y Alvarado (2009) concluyen que cuando el sujeto se encuentra durante la realización de una actividad cognitiva, va controlando lo que está haciendo; este proceso lo llamamos supervisión, por lo tanto, la tarea del docente es lograr ejercitar y automatizar este proceso donde el estudiante puede continuar la tarea de la misma forma o tomar decisiones que le permitan replantear su proceso.

Finalmente, la estrategia de evaluación es tomada como una estrategia de control de los resultados, pero también de los procesos de aprendizaje, no únicamente ubicándose al final sino paralelo a las otras dos estrategias de regulación; es necesario hacer una evaluación de los resultados alcanzados para comprobar si los objetivos fijados se cumplieron o no. La metacognición al tener en cuenta el proceso reflexivo, permite que la resolución de problemas se haga efectiva (Davinson y Sternberg, 1998), al tener un conocimiento sobre los procesos cognitivos de manera particular acerca de la resolución de problemas matemáticos, permite que el docente solucione más fácilmente los percances, para que a tiempo se logre reconocer estratégicamente la naturaleza del problema, logrando planear una guía efectiva que aporte al aprendizaje autónomo. La dimensión metacognitiva en el proceso de aprendizaje implica, en definitiva, enseñar a los estudiantes a planificar, supervisar y evaluar su ejecución, lo cual favorece el uso espontáneo y autónomo de las estrategias y facilita su generalización a nuevos problemas, vinculándose, en esta forma, la

metacognición, a la noción de transferencia. Esto significa, en consecuencia, que si aspiramos a que los alumnos aprendan a aprender, el método didáctico ha de ser, el metacognitivo (Naranjo y Gallardo, 2014).

3.2.3. Aprendizaje Basado en problemas

En la década de los 60's y 70's un grupo de académicos de la Universidad de McMaster en Canadá vio importante cambiar la forma de enseñar y los contenidos que se impartían en la Facultad de Medicina, ya que el método tradicional ya no estaba contribuyendo a desarrollar competencias integrales, habilidades y capacidades para los retos profesionales del nuevo entorno laboral.

En este contexto, Barrows (1986) define al Aprendizaje Basado en Problemas como un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de los nuevos conocimientos. Con este método los estudiantes deben tomar la responsabilidad de su propio aprendizaje, reconociendo su proceso para tener un mejor entendimiento y manejo del problema, el profesor es un facilitador, pero sobre él no gira el proceso educativo, se hace entorno al estudiante. El rol tiene que entenderse en términos metacognitivos, el profesor plantea preguntas a los estudiantes que los cuestionen, para que ellos mismos construyan conocimientos.

Por otra parte, el aprendizaje se produce en grupos pequeños de estudiantes, como el grupo que se trabajó para este proyecto de investigación es de 10 estudiantes, se genera un ambiente propicio para un trabajo intenso y efectivo, logrando estar más cerca del proceso de enseñanza (Barrows, 1986).

Como esta didáctica emerge en una Facultad de Medicina, la metodología consistía en plantear problemas sobre situaciones reales de los pacientes ya sea en un videotape, una simulación computarizada o en un ejercicio en aula, la clase no rondaba sobre contenidos dados por un docente al frente de un tablero, sino que el conocimiento era construido por los estudiantes, y el profesor facilitaba y guiaba el aprendizaje, con el propósito de entender el problema lo estudiantes aprenden y practican sobre la base del conocimiento.

Los aportes que nos deja esta didáctica pueden resumirse en los siguientes elementos: el aprendizaje es un proceso constructivo y no receptivo; la metacognición afecta el aprendizaje y los factores sociales y contextuales tienen una clara incidencia sobre el aprendizaje.

En torno a la idea que el aprendizaje es un proceso constructivo y no receptivo, hace 15 o 20 años la educación se basaba en el método repetitivo y memorístico, según este método entre más se almacene información se aprende más, entre mejor capacidad de codificación de lo memorizado, mejor alumno se era. Pero la psicología cognitiva demostró con el tiempo que las estructuras asociativas en el aprendizaje son más enriquecedoras y sí llevan a los estudiantes a tener un verdadero proceso de aprendizaje. El conocimiento se encuentra interrelacionado, no es aislado, se estructura en lo que se llama redes semánticas. Estas redes semánticas, por ejemplo, cuando se soluciona un problema matemático se activan las redes que contienen conocimientos pre-existentes que construyen y retienen el nuevo significado.

Sobre la segunda idea: la metacognición afecta el aprendizaje, este trabajo ha desarrollado amplios elementos, sin embargo, quiero puntualizar en herramientas prácticas para el proceso de auto-monitoreo. Es necesario que el estudiante realice estas preguntas en su proceso de regulación: ¿Qué voy a hacer? Asociado al establecimiento de metas acordes a la planeación; ¿Cómo lo estoy haciendo? Verificación y seguimiento del proceso; ¿Funciono? Evaluación con base a los objetivos planteados. Brunning (1995) propone estrategias de enseñanza como: motivar a los estudiantes a involucrarse de manera activa en las actividades, enfocarse en la comprensión y no en la memorización, ayudar a los estudiantes a plantear preguntas que ellos mismos puedan dar solución a los problemas asignados.

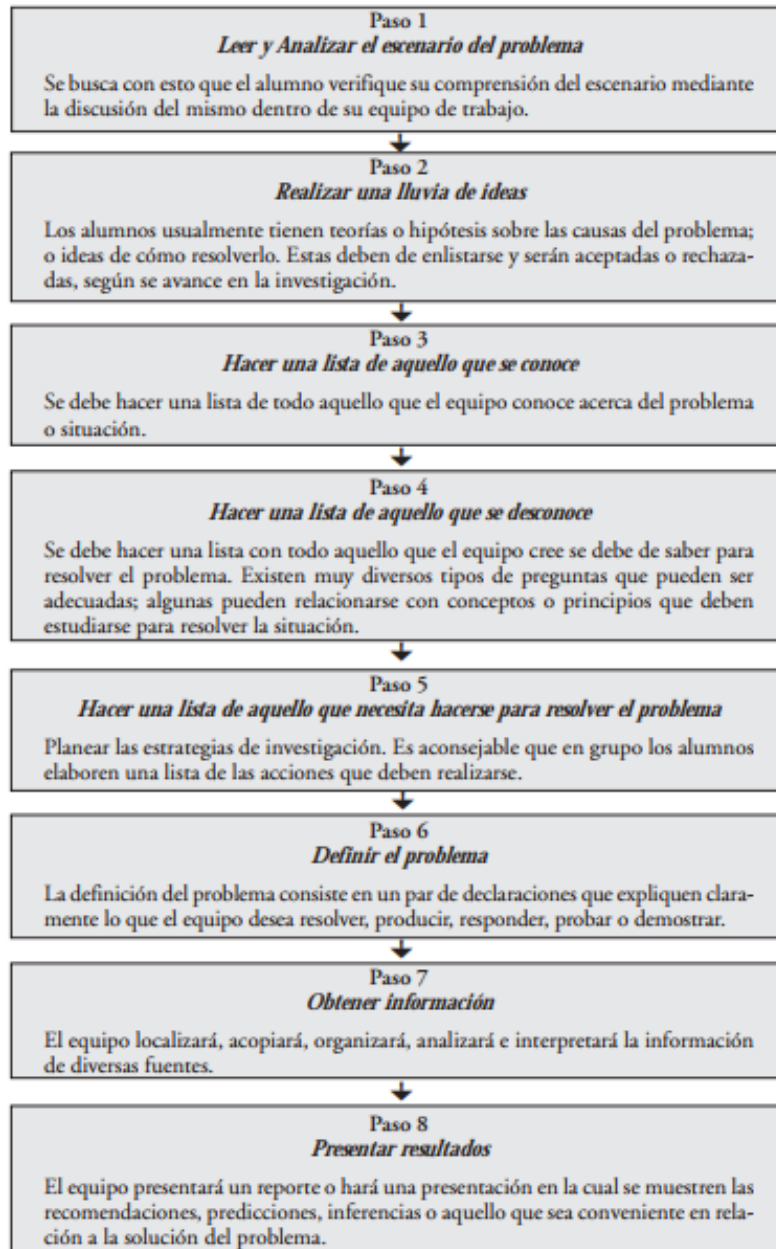
Y en el tercer lugar, los factores sociales y contextuales tienen una clara incidencia sobre el aprendizaje. Los ejercicios para trabajar en aula deben ubicarse en un contexto concreto donde se piensen situaciones problemáticas significativas y complejas esto en términos de Bransford (1988) es una instrucción anclada. El conocimiento no está por fuera

del mundo real, pero es necesario forzar los conceptos en espacios variables, es decir, se utiliza un concepto en diferentes contextos, permitiendo una utilización pragmática y útil del conocimiento, ya que éste se apropia solo cuando se confronta con nuevos problemas.

Por otra parte, los factores sociales no pueden prescindir de la observación del docente, y no solo por el contexto social inmediato donde vive el estudiante, sino por los factores sociales dados en el aula de clase. El trabajo en grupo es central para esta didáctica, el intercambio de ideas, la toma de decisión frente a las alternativas de resolución sobre un problema X o Y, la deliberación sobre la planificación y estrategia de solución y la evaluación colectiva sobre su proceso de aprendizaje son aportes concretos que ofrece el Aprendizaje Basado en Problemas para el eficaz desarrollo educativo (Bransford, 1988).

En la Figura 3, se describe un aporte paso a paso de una estrategia de planificación de clase desde el Aprendizaje Basado en Problemas, este modelo sirve para pensar la dimensión colectiva que integra las estrategias de regulación metacognitiva, ese fácil esquema elaborado por Morales y Landa (2004) aporta una herramienta útil para las matemáticas, pero de igual manera para otras disciplinas que quieren centran su práctica educativa en los problemas como afluentes de conocimiento y construcción de aprendizaje.

Figura 3. Desarrollo del proceso del ABP



Fuente: Morales y Landa (2004).

Las autoras dividen el proceso de aprendizaje en diversas fases. Con la lectura y análisis del escenario o problema se busca que los alumnos entiendan el planteamiento del

ejercicio, comprendiendo la pregunta y el contexto del enunciado, para esto es obligatorio que el 100% de los estudiantes, es decir, la totalidad los miembros del equipo comprendan el problema; con este fin el profesor tiene que estar atento a las discusiones de los grupos y, si en el recorrido algún tema o explicación particular requiere atención especial, lo más acertado es discutirlo con todos los grupos, en una plenaria de clase. Los siguientes pasos del modelo de Morales y Landa (2004) hasta la definición del problema (pasos 2, 3, 4 y 5), presuponen que los estudiantes sean conscientes de la situación a la que se enfrentan, formulando hipótesis de por qué puede ocurrir el problema, planteando posibles causas, maneras y caminos para resolverlo, etc.

El paso 3 necesita que el equipo recurra a aquellos pre-conceptos o conocimientos de los que ya disponen, en esta parte se pide que analicen y detallen la información suministrada y que puedan utilizarla para su posterior solución. En la siguiente fase (paso 4) el profesor colabora a los estudiantes a tener conciencia de aquello que no saben o desconocen y que necesitarán para dar solución efectiva al problema. Esta dinámica llevara a que por su cuenta se formulen preguntas que orienten la solución de la situación. Una vez todos los pasos se hayan llevado sistemáticamente, es hora de que los alumnos ordenen todas las acciones que como grupo tienen que llevar a cabo para resolver el problema planteado. Es necesario planear cómo van a realizar la investigación (paso 5), es recomendable elaborar una lista que recoja los aportes de los compañeros, para posteriormente poder concretar concretamente el problema que van a resolver y en el que se va a rondar la investigación (paso 6).

El paso 7 se centra en un tiempo de trabajo individual donde cada asistente del grupo lleva a cabo las tareas que se le habían asignado previamente, copiará, organizará, interpretará y analizará los datos recolectados, es decir, Obtener la información necesaria, estudiarla y comprenderla, y si existe una falta de comprensión el profesor media y ayuda si es necesario, etc. Para finalizar (paso 8) los estudiantes vuelven a su equipo y ponen en común todos los descubrimientos realizados para poder llegar a elaborar conjuntamente la solución al problema y presentar los resultados. Y, para terminar, el proceso vuelve a reiniciarse con la formulación de otro problema.

4. Objetivos

4.1. Objetivo general

- Caracterizar las estrategias de regulación metacognitiva que emplean los estudiantes de grado décimo en la resolución de problemas matemáticos.

4.2. Objetivos específicos

- Identificar las estrategias de regulación metacognitiva presentes en los estudiantes al momento de resolver problemas matemáticos.
- Describir los procesos de planeación, monitoreo y evaluación en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de grado décimo.

5. METODOLOGÍA

5.1. Tipo de investigación

Esta investigación se desarrolla como un estudio de caso de enfoque cualitativo, con un alcance descriptivo y analítico, en la medida en la que, a través de la descripción de las estrategias metacognitivas de los estudiantes de grado décimo, se propone además una unidad didáctica para el desarrollo de las habilidades cognitivas de los alumnos. En palabras de Hernández y Baptista (2010), las investigaciones realizadas bajo un enfoque cualitativo se caracterizan específicamente por conducirse en ambientes naturales, por sustraer de la información recolectada, significados susceptibles de interpretación. Además de esto, va a tener un enfoque propositivo, con lo que se espera que luego de un proceso de documentación adecuada, se pueda formular una propuesta de implementación (Castaño, 2002).

Este tipo de investigaciones de nivel perceptual implican un conocimiento externo en el cual se busca precisar elementos que van siendo notorios en el contexto escolar (Pérez, 1998). Se escoge este tipo de método porque logra definir, de manera específica, las características de las estrategias de regulación metacognitiva, analizando el qué y el cómo de las prácticas que las componen. Por otra parte, como se explicará con la elaboración del diario de campo, se logra describir las situaciones presentadas en aulas para posteriormente ser evaluadas a la luz de las categorías previamente presentadas en el planteamiento del problema. Para Pérez (1998) este modelo de investigación cualitativa implica un diseño que se articula en un conjunto de capítulos o secciones que en su totalidad deben dar cuenta de modo secuencial, coherente, cohesionado e integrador, de todo el proceso investigativo. De esta manera, el proyecto de investigación expresa la presentación de dicho proceso en términos formales.

El interés del proyecto de investigación no se encuentra en cuantificar los resultados obtenidos, ni en enfocar en variables precisas y exactas lo trabajado en el aula de clase, el interés se encuentra en caracterizar los procesos de regulación metacognitiva que se hacen

visibles a la hora de resolver problemas matemáticos evidenciando el proceso y las maneras en las cuales los estudiantes logran dar solución a lo planteado.

Este proyecto se trabaja desde el método inductivo. De modo que, de la observación continua del proceso de aprendizaje (caracterización), proporcione unas conclusiones generales sobre el estudio, lo que servirá de guía para la unidad didáctica.

Por lo tanto, se escogieron tres instrumentos para la recolección de la información: encuesta tipo Likert, observación y registro, entrevistas semi-estructuradas con el planteamiento de cuatro situaciones problemas que van a hacer atravesadas por el enfoque metacognitivo en la resolución de problemas matemáticos. Esta recolección de información nos dará como resultado la elaboración de matrices en el proceso de categorización y las pautas para realizar la unidad didáctica desde el Aprendizaje Basado en Problemas.

La observación y registro como primera etapa de la recolección de información se hace a través de diarios de campo. Esta forma de recolección va a permitir el registro permanente de las diferentes situaciones problema y ejercicios dados en clase da una pauta y evaluación constante para ir alterando o modificando cada sesión según corresponda el avance o no. Para Bonilla (2008) los diarios de campo en el escenario escolar “constituyen una herramienta efectiva en ese proceso intencional de desarrollar investigación cualitativa en el aula y promover reflexiones sistemáticas sobre la información registrada. Un diario de campo es una herramienta para comprender la práctica pedagógica vivida, describir densamente las experiencias y promover la renovación del quehacer educativo en la práctica cotidiana”.

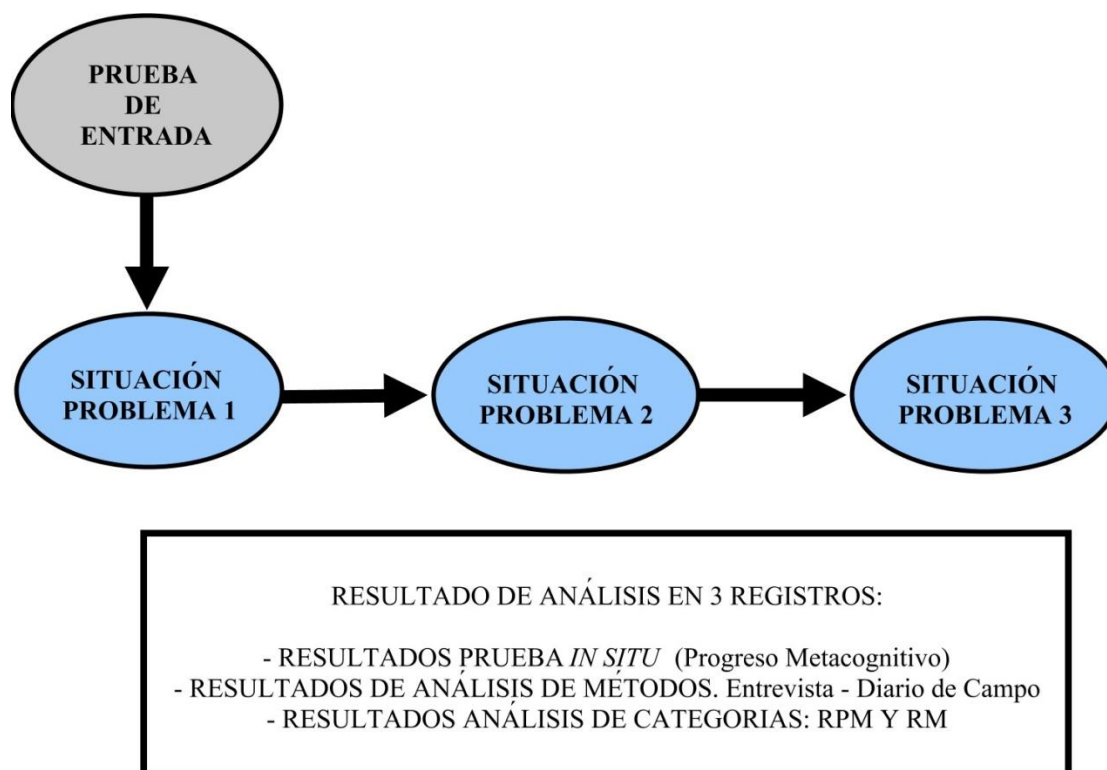
Como bien lo dice Bonilla (2008) esta técnica implica promover una práctica pedagógica vivida que renueve el quehacer y no porque este se realice de manera negativa *per se*, sino porque el diario de campo nos ofrece nuevas lecturas de los estudiantes y unas narrativas que difícilmente se hallen sin una descripción densa y minuciosa de lo acontecido en el aula. Si se piensa la resolución de problemas matemáticos también se tiene que pensar el lugar de construcción subjetiva que sucede en él y para el sujeto que aprende, y la manera de guiar ese proceso es con el registro del diario de campo.

De acuerdo con lo anterior, se hizo un registro de algunas clases que correspondían a matemáticas en la institución educativa, con una duración aproximada de dos horas. El propósito fue reconocer las actitudes de los alumnos frente a los contenidos matemáticos, y su manera de resolver los problemas propuestos en la clase. El reporte también buscaba identificar los métodos de enseñanza de los profesores para incentivar el interés de los alumnos en los contenidos programados para las clases.

Por otra parte, la entrevista semi-estructurada, como lo plantea Diaz *et al* (2013), es una técnica de gran utilidad en la investigación cualitativa para recabar datos; se define como una conversación que logra un fin específico distinto al simple hecho de dialogar. Es un instrumento técnico que adopta la forma de una conversación coloquial. De esta manera, la autora también la define como un tipo de comunicación interpersonal establecida entre el investigador y el sujeto de estudio, a fin de obtener respuestas verbales a las interrogantes planteadas sobre el problema propuesto. Para el mismo autor dicho tipo de entrevistas proporcionan cierto grado de sensibilidad y pueden generar cambios en las preguntas pre-elaboradas en la guía, la repetición de la misma entrevista, explicaciones previas al entrevistado sobre la finalidad de las preguntas y siempre tener como referente el objetivo general y la pregunta de investigación.

Para finalizar, en el planteamiento de situaciones problema se comienza con una prueba de entrada como diagnóstico para entender los procesos metacognitivos llevados a cabo por cada estudiante específicamente las acciones de planeación, control y evaluación. Posteriormente a este primer análisis, siguen seis pruebas que van a estar estudiadas desde tres diferentes registros: el primero, el resultado de la prueba *in situ* para de esa manera ir evaluando el progreso según cada situación problema; el segundo, según el resultado de los métodos aplicados, es decir, cruzar la información con las entrevistas y diarios de campo. Y en tercer y último lugar, por las categorías y la elaboración de matrices (Revisar Figura 4).

Figura 4. Aplicación de instrumentos



Fuente: *Elaboración propia. 2017.*

5.2. Unidad de trabajo

El contexto donde será desarrollado el trabajo de investigación es la Institución Educativa San Isidro, entidad que hace parte del sistema de entidades oficiales del departamento del Valle del Cauca y está ubicada en la zona rural del municipio de Trujillo, una región con vocación cafetera y ganadera principalmente dada su ubicación en la zona de media montaña de la cordillera occidental.

Los estudiantes que participaran en el proyecto cursan décimo grado (10°) modalidad media académica en jornada de la mañana, que oscilan entre los 15 y 17 años, de este grupo de estudiantes se seleccionan cuatro (uno por cada nivel de desempeño) estudiantes según su desempeño académico en el área de matemáticas (superior, alto, básico y bajo). Esta selección basada en el desempeño se fundamenta en las notas académicas obtenidas en los últimos dos períodos académicos en el área de matemáticas.

5.3. Alcances y limitaciones

5.3.1. Alcances

- El presente estudio se realizará como un tipo de investigación descriptiva donde se hará un diagnóstico de las estrategias de regulación metacognitiva de los estudiantes de grado décimo en la resolución de problemas matemáticos.
- Se propone una unidad didáctica desde Aprendizaje Basado en Problemas como modelo didáctico que aporte a la enseñanza de las matemáticas.
- El estudio se aborda desde dos categorías: la regulación metacognitiva y la resolución de problemas matemáticos.

5.3.2. Limitaciones

- No se propone realizar una nueva propuesta curricular atendiendo a los marcos institucionales, el trabajo se enfatiza en la construcción de una unidad didáctica para la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos.
- El trabajo que se presenta a continuación es de nivel perceptual-descriptivo no tiene como fin ni la exploración, ni la comparación se dedica a diagnosticar el problema antes presentado.

5.4. Unidad didáctica

Para este trabajo se adapta la estructura didáctica presentada en: El aprendizaje de estrategias de resolución de problemas con una hoja de cálculo (Pifarré y Sanuy 2000).

La unidad didáctica se desarrollara en tres fases o momentos:

Evaluación inicial – momento de desubicación.

Intervención docente – momento de ubicación.

Evaluación final– momento de reenfoque.

La prueba de evaluación inicial consiste en una prueba diagnóstica a través de una encuesta acerca de la forma en que abordan y resuelven los problemas matemáticos.

La fase de intervención consiste en una propuesta de enseñanza y aprendizaje de estrategias de regulación metacognitiva de resolución de problemas guiada por el docente, esta fase de intervención consta de dos partes. Una primera parte contiene una propuesta didáctica para la enseñanza de estrategias metacognitivas de resolución de problemas con base en el modelo Schoenfeld (1985) a través de la resolución de siete problemas (tres en forma grupal y cuatro de manera individual) diversa índole contextualizados en el marco de los Estándares básicos de competencias en matemáticas y los Derechos Básicos de Aprendizaje del programa curricular para grado 10° para favorecer la aplicación, el perfeccionamiento y el aumento de las estrategias de resolución por parte de los estudiantes.

Para conseguir que los estudiantes resuelvan con éxito estos problemas, se integran acciones para la resolución de problemas en relación con la regulación metacognitiva, como son: estrategias de planificación (predicción, secuenciación, distribución del tiempo), monitoreo (modificación, rectificación, revisión constante) y evaluación (validez de las acciones y decisiones tomadas). La propuesta contempla la resolución de problemas en torno a los siguientes elementos.

Análisis. El alumno divide el problema en componentes más básicos, examina y busca las relaciones entre los diferentes elementos. El estudiante realiza acciones como: lectura, relectura, selecciona datos, anota datos del enunciado, representa datos del enunciado.

Planificación. El estudiante organiza el proceso de resolución del problema. Se realizan acciones como: seleccionar la estrategia general de resolución del problema; tantea o explora posibles acciones para resolver el problema; explicita un conjunto de procedimientos ordenados a ejecutar; organiza los datos o las acciones que realizará para resolver el problema.

Ejecución. El estudiante realiza un conjunto de acciones y de procedimientos matemáticos para resolver el problema. El estudiante realiza acciones como: ejecuta un procedimiento matemático (correcto o incorrecto), realiza cálculos, introduce datos en el ordenador o en la calculadora, realiza acciones de formato en la hoja de trabajo.

Revisión. El estudiante realiza acciones para controlar, revisar la validez del proceso de resolución y/o de los resultados que va obteniendo y detectar posibles errores. El estudiante realiza acciones como: cuestionar la validez de algún resultado o del procedimiento de resolución; revisa de manera sistemática los datos introducidos, los procedimientos de resolución utilizados y los cálculos matemáticos realizados.

También durante el desarrollo de esta fase de intervención se plantea al estudiante la resolución de cuatro problemas (ver figura 6. Fases para la recolección de la información). Los problemas presentan situaciones problemáticas amplias, acompañadas de interrogantes (instrumento entrevista semi-estructurada) con el objetivo de favorecer la estructuración de la resolución del problema y la reflexión y discusión sobre los procedimientos que hay que utilizar antes, durante y después del proceso de resolución.

En la evaluación final, se desea efectuar una entrevista abierta para conocer un poco más acerca de las apreciaciones de los estudiantes y también para evaluar el proceso de intervención de la unidad didáctica en general.

5.5. Técnicas e instrumentos

- Se realizaron una encuesta inicial (ver anexo 1), más siete diarios de campo correspondientes a siete intervenciones didácticas guiadas por el docente.
- Se realizaron cuatro entrevistas, una por cada situación problema desarrollado más una entrevista de cierre y conclusión (ver anexos 2, 3, 4 y 5).
- Elaboración de matrices producto del proceso de categorización.

5.6 Recolección de la información

A continuación, se presentarán las plantillas, fichas y cuadros de trabajo para recolectar la información de los diferentes diarios de campo, entrevistas semi-estructuradas y las matrices de categorización.

5.6.1. Diario de Campo

El diario de campo es un instrumento meritorio para todo educador, en ocasiones esta herramienta se deja de lado, debido a las múltiples ocupaciones que tiene que cumplir un profesor dentro de un aula de clase, pero independientemente de estas exigencias notorias en los escenarios escolares. Los diarios son un instrumento que permiten recoger descripciones valiosas para la investigación cualitativa. Ante este panorama el profesor Efrén Acero (s.f.) plantea que elaborar diarios de campo favorece la reflexión sobre la praxis, facilitando la toma de decisiones acerca del proceso de evolución entre la teoría y la práctica educativa.

En esta medida, la elaboración de un buen diario de campo es la manera más clara para lograr evidenciar los avances o retrocesos de los estudiantes, pero también proporciona un insumo vital para el cruce de la información con las categorías dadas en el proyecto.

De esta manera, se presenta a continuación la plantilla de diario de campo (Figura 5) que se va a utilizar para el registro de las actividades llevadas durante el desarrollo de la unidad didáctica. No ubican ítems como evaluación o sugerencias porque ya se encuentran implícitas en el marco del análisis, la idea es que el diario de campo tenga una fácil lectura y elaboración que permita al estudiante una reflexión frente a la experiencia de aprendizaje vivida.

Figura 5. *Plantilla Diario de Campo*

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN ISIDRO

DIARIO DE CAMPO	
Diario N°	Fecha:
Nombres:	
Actividad:	
Reflexiones	Descripción
¿Cómo se llevó a cabo la actividad?	
¿Qué aprendí de esta actividad?	
¿Cómo puedo usar lo aprendido?	

Fuente: *Elaboración propia. 2017.*

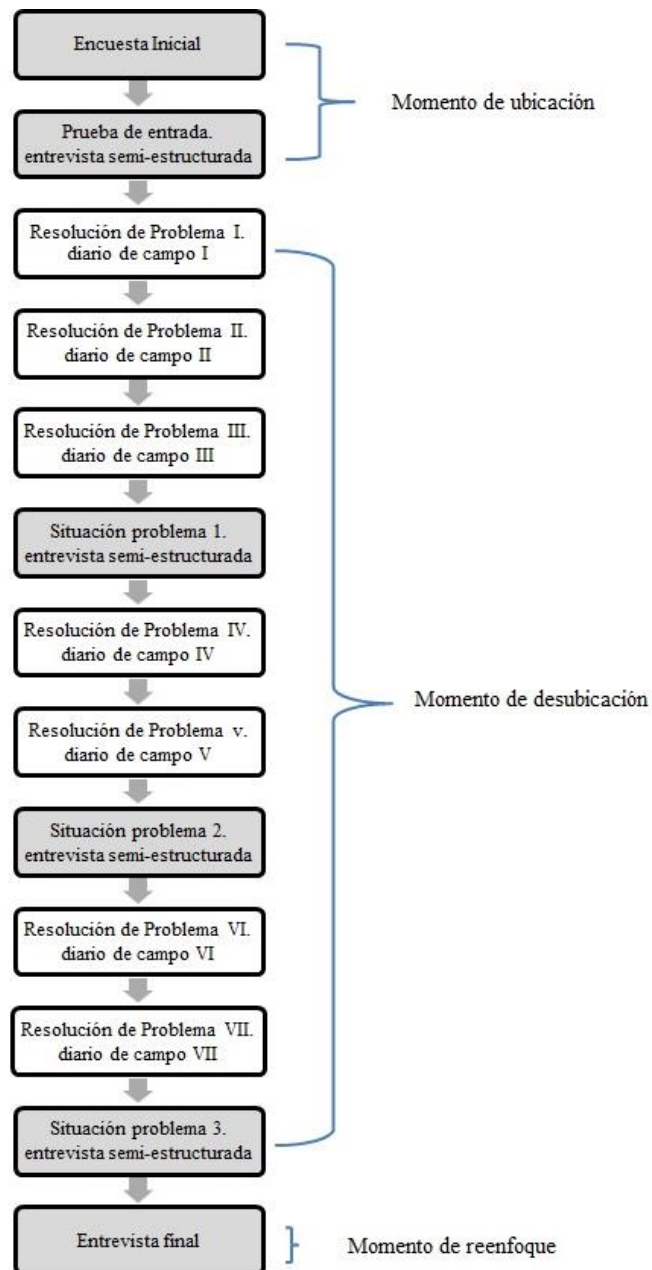
5.6.2. Entrevista semi-estructurada

Las entrevistas semi-estructuradas se realizarán en secuencialidad, siguiendo el modelo planteado por Bravo *et al* (2013), para su realización se emplearán cuatro situaciones problema acompañadas de los respectivos cuestionarios, donde se indagará a los estudiantes sobre su proceso metacognitivo. Las preguntas de la entrevista serán encontradas en el apartado de anexos.

Para el caso concreto de la entrevista final de grado décimo (ver anexo 5) si bien no se le hace una entrevista a cada estudiante en particular, se seleccionarán cuatro estudiantes para analizar la información. Principalmente lo que interesa de este método es lograr evidenciar las técnicas y las estrategias metacognitivas para posteriormente lograr caracterizarlas.

Siguiendo las etapas descritas se presenta la siguiente estructura (Figura 6) para la recolección de información en la investigación.

Figura 6. *Fases para la recolección de información*



Fuente: *Elaboración propia. 2017.*

5.7. Categorización

Como bien se expuso en el planteamiento del problema se trabajan con dos categorías de análisis: la regulación metacognitiva y la resolución de problemas

matemáticos a través del aprendizaje basado en problemas. Como bien lo muestra Galeano (2004) las categorías se entienden como ordenadores epistemológicos, campos de agrupación temática, supuestos implícitos en el problema y recursos analíticos como unidades significativas dan sentido a los datos y permiten reducirlos, compararlos y relacionarlos. Es claro que la categorización tiene como objetivo agrupar significados parecidos y lograr clasificar esa información dándole una lógica jerárquica de acuerdo a las temáticas y criterios teóricos.

De esa manera, categorizar es conceptualizar de modo claro el contenido que se le quiere dar a cada unidad temática para poder comprar, clasificar y analizar los datos recogidos en el muestreo. El siguiente paso es procesar y organizar la información en tópicos epistémicos que no dejen de ser contextuales para el problema de investigación.

Siguiendo este orden argumentativo se trabajará sobre el siguiente cuadro de categorías conceptuales determinando su jerarquización dando un orden epistémico y teórico en el marco del proyecto de investigación

Tabla 1. Cuadro de categorías conceptuales

Categoría	Concepto	Subcategorías	Concepto
Regulación metacognitiva	Conjunto de actividades que ayudan al estudiante a controlar su aprendizaje. Decisiones del estudiante antes, durante y después. (Tamayo, 2006)	Planeación	Estrategias que afectan el rendimiento (predicción, secuenciación, tiempo, anticipación. (Tamayo, 2006)

		Monitoreo	Comprender y modificar la ejecución de la tarea. (Schoenfeld, 2013; Tamayo, 2006).
		Evaluación	Eficacia de las decisiones tomadas por el estudiante. (Tamayo, 2016)
Resolución de Problemas Matemáticos (RPM)	Hinojosa y Sanmartí (2016) entienden la resolución de problemas como una actividad generadora en donde el aprendiz combina la información conceptual propia, los procedimientos (cálculos, interpretaciones gráficas, etc.) y la actitud favorable hacia la tarea convirtiendo la resolución de problemas en una	Recursos	Éstos son los conocimientos previos que posee el individuo; conceptos, fórmulas, algoritmos, y, en general, todas las nociones que se considere necesario saber para enfrentarse a un determinado problema. (Barrantes, 2006)

	actividad que combina la cognición, la metacognición y la motivación. También (Barrantes, 2006; Puig, 2008; Santos – Trigo 2008, 2011, Schoenfeld, 1985; 2013).		
		Heurísticas	El uso de estrategias para resolver problemas. (Schoenfeld, 2013)
		Control	Monitoreo individual y autorregulación metacognitiva (Schoenfeld, 2013)
		Sistema de Creencias	Actitudes y creencias sobre sí mismo, sobre las matemáticas, sobre la resolución de problemas originados en las experiencias matemáticas de los estudiantes.

			(Schoenfeld, 2013)
--	--	--	--------------------

Fuente: *Elaboración propia. 2017*

5.8. Análisis de la información

A continuación, se presenta el cuadro de análisis de la información (figura 7) con el cual se van a analizar los resultados obtenidos a través de la observación (Diarios de Campo) y entrevistas, cruzados con las sub-categorías que se desprenden de las dos grandes categorías: Planeación, monitoreo, evaluación, recursos, heurística, control y sistema de creencias. Al finalizar la tabla se encuentra un cuadro destinado únicamente al análisis de dicha información.

Figura 7. *Matriz de análisis de la información*

Método/Categoría	Planeación	Monitoreo	Evaluación	Recursos	Heurística	Control	Sistema de creencias	Análisis
Observación (Diarios de campo)								
Entrevistas								

Fuente: *Elaboración propia 2017*

6. RESULTADOS

A continuación, se presentan los resultados de la aplicación de los instrumentos de recolección de la información. Esta información se analiza a la luz de los objetivos propuestos y de las categorías de análisis establecidas. Es decir que se pretende conocer a través de estos resultados las estrategias de regulación metacognitiva de los estudiantes de grado décimo seleccionados así como describir los procesos de planeación, monitoreo y evaluación de los problemas matemáticos que tienen lugar en el aula, para así poder formular una propuesta didáctica que brinde instrumentos de resolución de problemas matemáticos que sean lo suficientemente válidos como para generar un aprendizaje profundo.

6.1. Estudio basado en la escala Likert

En un primer momento se presenta el análisis de la encuesta tipo Likert aplicada a un total de 10 estudiantes y con un total de 10 preguntas. Se escogió solo una muestra de los estudiantes para evaluar de manera general la situación problemática respecto al entendimiento de los conceptos matemáticos y no ampliar de manera innecesaria los datos recolectados. Así, los estudiantes tuvieron la tarea de puntuar cada pregunta en una escala que iba de Muy de acuerdo, Algo de acuerdo, Algo en desacuerdo, hasta Muy en desacuerdo. De esta manera, de acuerdo con la siguiente tabla, se exponen los resultados representados en porcentajes para cada pregunta.

Tabla 2. Porcentajes de respuesta por ítem

No	ITEMS	MUY DE ACUERDO %	ALGO DE ACUERDO %	ALGO EN DESACUERDO %	MUY EN DESACUERDO %
1	Comprendo rápidamente los problemas que son propuestos en clase.	30	60	0	10
2	La resolución de problemas matemáticos ayuda a resolver los problemas que se presentan en mi vida cotidiana.	10	90	0	0

3	Dedico bastante tiempo a resolver problemas matemáticos.	20	20	40	20
4	Utilizo gráficos, tablas para representar que el problema que se me ha planteado.	30	50	10	10
5	Busco semejanzas entre el problema que estoy resolviendo y problemas que haya solucionado con anterioridad.	40	50	0	10
6	Me gusta solucionar problemas en los cuales tenga que utilizar varios conceptos y resolver problemas más complejos mientras voy avanzando en mi proceso académico.	40	30	10	20
7	Analizo el problema y no comienzo a resolverlo hasta no estar seguro de que he interpretado de manera clara todos los elementos proporcionados.	50	50	0	0
8	Prefiero aprender a aplicar los problemas matemáticos únicamente para las clases y no por fuera de ellas.	0	40	50	10
9	Conozco múltiples formas de solucionar los problemas matemáticos que se me plantean.	20	70	0	10
10	Vuelvo al planteamiento del problema cuando la estrategia original no parece llevarme a una solución clara.	40	40	20	0

Fuente: *elaboración propia (2017)*

Así, estas preguntas establecidas bajo la escala de respuesta Likert, dan cuenta de las actitudes que tienen los estudiantes frente a diferentes aspectos relacionadas con los problemas matemáticos, sus métodos de abordaje de los mismos y la aplicabilidad en un contexto no académico. Como lo explica mejor Mason y Stacey (1989), los estudiantes deben lograr pensar matemáticamente desde el abordaje lógico que esto implica y no como algo aislado que solo se debe dejar para el aula de clase. En general se encontró que muchos estudiantes parecen estar motivados a aprender técnicas de resolución de problemas ya que consideran que el aprendizaje de matemáticas es muy importante para el

desarrollo de su vida académica. Este ha sido un primer acercamiento a las percepciones de los estudiantes.

6.2. Planteamiento de problemas

Para el siguiente instrumento, se formularon cuatro situaciones problemáticas en las que los 4 estudiantes escogidos para la muestra debían aplicar sus conocimientos en matemáticas para resolverlos y así conocer la manera en la que los estudiantes llevaban a cabo el procedimiento de procesamiento, entendimiento y solución del problema matemático. Después del planteamiento del problema, se les hizo una serie de preguntas sobre el procedimiento que habían llevado a cabo. A continuación, se presentan las respuestas de dichas preguntas por cada situación problemática y de acuerdo con los 4 estudiantes escogidos para la muestra.

Tabla 3. Prueba de entrada

	Estudiante 1	Estudiante 2	Estudiante 3	Estudiante 4
1. ¿Qué te pide el problema?	Hacer varias operaciones matemáticas para encontrar la respuesta a lo que nos están preguntando en este caso cuanto tenía el campesino al principio (sic).	Saber que tenía el campesino (sic)	Resolver cuánto dinero tenía el campesino al principio (sic).	Resolver para saber qué cantidad de dinero tenía el campesino al principio (sic).
2. Escribe los pasos que vas a seguir para resolver el problema.	Pues lo primero es encontrar cuanta tenía el campesino al principio ya con eso pude encontrar la respuesta. (sic)	Use la regla de tres y use un bosquejo (sic).	Leer el problema, sumar, restar. Sumar la cantidad de dinero y las veces que paso el puente (sic).	Sumar la cantidad de dinero y restar la vez que el campesino tiro dinero al rio (sic).
3. ¿Pudiste resolver el problema? Explica tu estrategia.	Si, encontrar cuanto tenía al principio luego lo multiplique y reste según lo que me decía el problema (sic).	No (sic).	Leer bien e interpretar el texto (sic).	Si leer bien e interpretar el texto (sic).

4. Si no pudiste resolver el problema, explica él porque	Pude resolverlo. (sic).	Porque me bloque por estar pensando (sic).	Pude resolverlo (sic).	Sin respuesta
---	-------------------------	--	------------------------	---------------

Fuente: Elaboración propia (2017)

En la primera pregunta acerca de qué se les estaba pidiendo en el problema, los estudiantes en general parecen entender que necesitan llevar a cabo una serie de operaciones matemáticas para resolver el problema, en ese sentido, el primer estudiante es más claro al respecto. En la segunda pregunta, se les pidió que describieran los pasos que utilizaron para resolver el problema, en este caso, el estudiante 3 y el estudiante 4 se centraron en las operaciones de suma y resta, el estudiante 2 utilizó un recurso de bosquejo del problema y planteó una regla de tres y el estudiante 1 hizo un planteamiento de los datos que necesitaba recolectar en un primer momento del procedimiento.

En la tercera pregunta, los estudiantes manifestaron que encontrar la solución fue fácil debido a que primero hicieron una interpretación del problema. Es decir, parece que un recurso importante en la resolución de problemas matemáticos es la interpretación y el tiempo de entendimiento que se le dedica al planteamiento del problema. Finalmente, a los estudiantes que no hubieran podido resolver el problema se les pidió que explicaran el porqué, el estudiante 2 fue el único que no pudo resolverlo, y explicó que fue porque se bloqueó en el proceso de pensamiento. Es decir, que se sintió desorientado y confundido en algún punto.

Tabla 4. Situación problema 1

	Estudiante 1	Estudiante 2	Estudiante 3	Estudiante 4
1. ¿Alguna de las partes del problema se podría calcular de otra manera?, ¿Cómo?	Es posible que de otra manera se pueda calcular, pero nosotros la desconocemos (sic).	No se hay que intentar (sic).	La máxima frecuencia cardiaca se puede calcular con una ecuación de igualación (sic).	No estoy segura de pronto allá otra manera de solucionar este problema (sic).

2. Revisa los cálculos realizados, ¿Has encontrado algún error?	Ninguno, todos los cálculos son exactos (sic).	No hice cálculos solo ensayar (sic).	Si (sic).	No he encontrado (sic).
3. ¿De qué tipo de error se trata?	Ninguno.	El error puede estar en que no encontré una operación matemática para hacerlo (sic).	En el cambio de una variable.	Sin respuesta
4. ¿Cómo puedes evitar en el futuro cometer este tipo de error?	Buscando una manera de agilizar el procedimiento. Para no hacer uso de prueba y error ya que tarda mucho (sic).	Tener más conocimientos de fórmulas a estudiar más (sic).	Poniendo más atención (sic).	Poniendo mucha atención (sic).

Fuente: *Elaboración propia (2017).*

Respecto a la situación problema 1, las preguntas cambiaron para conocer más aspectos de las técnicas de regulación metacognitiva. En la primera pregunta, se les cuestionó a los estudiantes si el problema podría tener varios métodos de solución, todos los estudiantes reconocieron que podían existir otras maneras de solución, pero que ellos las desconocían. En la segunda pregunta, se les pedía que revisaran si habían cometido algún error de cálculo de manera inconsciente, pero ni el estudiante 1 y 4 manifestaron no tener errores, mientras que el estudiante 3 dijo que sí y el estudiante 2 no había llevado a cabo cálculos para ese momento.

En la pregunta 3, se les pidió identificar qué tipo de error se habían llevado a cabo en la solución. El estudiante 2 no supo identificar con claridad cuál había sido la razón de su error, mientras que el estudiante 3 identificó que su error se había basado en las variables. Finalmente, en la pregunta 4 se les pidió que manifestaran qué podría ayudarlos a solventar los problemas que habían tenido resolviendo el problema. El estudiante 3 y el estudiante 4 estuvieron de acuerdo que prestar atención les permitiría tener mayores herramientas para resolver el problema. El estudiante 1 manifestó que estar seguro del

procedimiento sería lo más indicado, pues ahorraría tiempo y el estudiante 2 dijo que necesitaba conocer más fórmulas, es decir, memorizarlas mejor y prestar mayor atención a clase. Es decir que todos reconocen que sus conocimientos acerca de métodos, herramientas, fórmulas, entre otros recursos, les permitirían abordar un problema de una mejor manera.

Tabla 5. Situación problema 2

		Estudiante 1	Estudiante 2	Estudiante 3	Estudiante 4
¿Qué debo hacer?	Pregunta 1:	Pregunta 1:	Pregunta 1:	Pregunta 1:	Pregunta 1:
	Dividi 24 en 4 y haci alle el 25% de 24 km/h para hallar el resultado (sic).	Calcular el porcentaje y sumar el valor que me dio a los 24Km/h.	Calcular el valor del porcentaje y sumar el valor de la velocidad que son 30 km/h.	Calcular el porcentaje y sumarle al valor de la velocidad.	
	Pregunta 2:	Pregunta 2:	Pregunta 2:	Pregunta 2:	Pregunta 2:
	Utilice las razones trigonométricas para hallar la longitud de la cuerda (sic).	Utilizar la ley de senos.	Razones trigonométrica usando la ley de senos.	Utilizar la ley de senos, razón trigonométrica.	
¿Lo estoy haciendo bien? Explica	Pregunta 1:	Pregunta 1:	Pregunta 1:	Pregunta 1:	Pregunta 1:
	Si por que la idea era encontrar el resultado y no había una forma especifica de hacerlo (sic).	Si porque me dio la respuesta y no creo que me quedo mala (sic).	Si porque me dio el resultado de la velocidad del barco (sic).	Si creo que esta bien (sic).	
	Pregunta 2:	Pregunta 2:	Pregunta 2:	Pregunta 2:	Pregunta 2:
	Si, ya que realice bien las ecuaciones requeridas (sic).	Si porque lo hice como es en ley senos. $\text{sen}A = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$ sobre hipotenusa (sic).	Si porque use la ley de senos para allar el valor de la hipotenusa (sic).	Si, pues el el muy bueno en ese tema y nos hace entender bien (sic).	
¿Qué creo que faltó mejorar para mi	Pregunta 1:	Pregunta 1:	Pregunta 1:	Pregunta 1:	Pregunta 1:
	Nada.	Poner mas atencion en las	Si estudiando mas metodos para	Ponerle actitud y concentrarme muy	

desempeño?	clases (sic).	mejorar (sic).	bien (sic).
Pregunta 2:	Pregunta 2:	Pregunta 2:	Pregunta 2:
Nada.	Aprender a utilizar bien la calculadora.	Usando mas razones de trigonometría (sic).	No, pues no todo es perfecto dia a dia se aprende mas y se mejora (sic).

Fuente: *Elaboración propia (2017)*

En cuanto a la situación problema 2, hubo dos preguntas para cada problema. En la primera pregunta se les preguntó a los estudiantes qué se debía hacer en el problema. En este caso, todos los estudiantes manifestaron el uso de herramientas trigonométricas y operaciones de cálculo que les podrían servir para resolver la situación problemática. En la segunda problemática, se les pidió a los estudiantes que reflexionaban si estaban haciendo bien la solución del problema, esta pregunta permite conocer qué tan seguros se sienten los estudiantes llevando a cabo su propio razonamiento. Todos los estudiantes se mostraron seguros acerca de las herramientas escogidas y el método usado para solucionar las problemáticas. Finalmente, en la última pregunta se les preguntó qué debían hacer para mejorar, y todos parecen coincidir en la idea de que prestar mayor atención en clase y conocer mejor y mayores recursos para la solución de los problemas son la clave para mejorar. De la misma manera, también se reconoce que debe existir una mayor concentración y que hay un interés de mejorar en general.

Tabla 6. Situación problema 3

	Estudiante 1	Estudiante 2	Estudiante 3	Estudiante 4
1. ¿Qué conceptos utilicé para resolver el problema?	Sin respuesta.	Utilizando soluciones matemáticas para poder hallar el resultado (sic)	Sin responder.	Encontrar el porcentaje y hacer las sumas y restas necesarias para saber el resultado.

(sic)					
2. ¿Por qué utilice esta estrategia de solución y no otra?	Sin respuesta.	Porque no conosco como desarrollar otra obcion (sic)	Sin responder.	Creo que es la mas fácil y rápida que puedo usar. (sic)	
3. ¿Cómo puedo verificar que mi respuesta es la correcta?	Sin respuesta.	Volviendo a revisar para poder verificar la respuesta (sic)	Sin responder.	Contando las mujeres con pendientes y ver cuantas hay con 1 pendiente y cuantas con 2, y despues sumarlas. (sic)	

Fuente: *Elaboración propia (2017)*

Finalmente, para la situación problema 3 se les plantearon 3 preguntas a los estudiantes. En la primera se les pedía identificar los conceptos que les habían servido para resolver el problema. El estudiante 1 no incluyó respuestas en ninguna de las preguntas, el estudiante 2 no identificó un concepto, sino que habló de “soluciones matemáticas”, el estudiante 3 tampoco respondió ninguna de las preguntas. El estudiante 4 tampoco habló de un concepto sino de los procedimientos como sumar y restar, así como el porcentaje. En la pregunta 2 se les preguntaba por qué habían escogido dicho procedimiento para la solución. El estudiante 2 manifestó que no conocía otra manera de resolver el problema, mientras que el estudiante 4 dijo que era la opción más rápida y fácil. Finalmente, se les preguntó cómo podían verificar que su respuesta fuera correcta y el Estudiante 2 dijo que revisando y verificando la respuesta, mientras que el estudiante 4 explicó que revisando de nuevo el problema.

Con estos problemas, se pudo evidenciar que los estudiantes no parecen mostrarse seguros acerca de su propio razonamiento, lo que les hace sentir inseguros durante la solución, cometiendo en algunos casos errores de cálculos. Sin embargo, todos parecen hacer un razonamiento inicial que les permita entender la situación problemática de manera

general, durante este razonamiento, ninguno de los estudiantes suele usar herramientas como esquemas, mapas conceptuales, u otros.

6.3. Diarios de campo

Respecto a los diarios de campo, se puede obtener información acerca de cómo perciben los estudiantes el desarrollo de la clase de matemáticas ante la solución de una serie de problemáticas. En la primera reflexión, se les pedía a los estudiantes explicar cómo se había llevado a cabo la actividad “Las puertas y las vacas lecheras”, el estudiante 1 manifestó que se hizo una lectura global, luego un análisis y finalmente un análisis que les permitió hallar la solución a las problemáticas. En la segunda pregunta se le pidió explicar qué aprendió del desarrollo de dicha actividad y reconoció que el ejercicio de lectura es clave para entender el planteamiento del problema y así poder abarcar cada uno de los aspectos que se están pidiendo. Finalmente, respecto a la manera en lo que lo aprendido podía ser integrado en un futuro, el estudiante manifestó que se mostrará más atento a una lectura juiciosa del texto y al uso de herramientas que le ayuden a entender el problema.

Tabla 7. Diario de Campo 1 – Estudiante 1

RESPUESTAS DEL ESTUDIANTE		E1
Diarios de campo		Las puertas y las vacas lecheras
Reflexiones		Descripción
¿Cómo se llevó a cabo la actividad?		Lectura, relectura luego el análisis, después hicimos un esquema el cual nos sirvió mucho para encontrar la solución a los problemas que nos estaban planteando (sic).
¿Qué aprendí de esta actividad?		Primero que hay que leer muy bien el texto que nos están planteando por que puede haber palabras las cuales nos pueden confundir y no resolver el problema como debe ser (sic).
¿Cómo puedo usar lo aprendido?		Pues lo podría usar a futuro para los próximos problemas que me perezcan difíciles y los cuales no los entienda bien, ya se que primero tengo que leer el texto y luego releo (sic).

Fuente: *elaboración propia (2017)*

En una segunda situación, el estudiante respondió a las mismas preguntas respecto a la actividad denominada “El cuento”. Así, el estudiante reconoció que lo primero que se llevó a cabo fue una organización de la información y el uso de esquemas como nuevas maneras para resolver el problema. Es decir, que el estudiante reconoció que hay otros recursos no necesariamente matemáticos que pueden contribuir la solución de cualquier planteamiento problemático.

Tabla 8. Diario de Campo 2 – Estudiante 1

RESPUESTAS DEL ESTUDIANTE		E1
Diarios de campo.		El cuento
Reflexiones		Descripción
¿Cómo se llevó a cabo la actividad?		Ordenando información. Probando tácticas, realizando esquemas, algunas operaciones matemáticas (sic).
¿Qué aprendí de esta actividad?		No solo realizando operaciones matemáticas se pueden resolver problemas. Nuevas formas para resolver problemas (sic).
¿Cómo puedo usar lo aprendido?		Resolviendo problemas futuros ya sea en clase o en la vida diaria (sic).

Fuente: *Elaboración propia (2017)*

En cuanto al diario de campo del Estudiante 2, referido a la actividad de “El cuento”, se hicieron reflexiones similares a las del Estudiante 1, pues reconoce que aprendió nuevas operaciones basadas en el uso de gráficos y esquemas que le permite abordar un problema de diferentes maneras.

Tabla 9. Diario de Campo 1 – Estudiante 2

RESPUESTAS DEL ESTUDIANTE	E2
Diarios de campo.	El cuento
Reflexiones	Descripción
¿Cómo se llevó a cabo la actividad?	• Haciendo unas operaciones • Gráficos • Esquemas (sic).
¿Qué aprendí de esta actividad?	A plantear mucho mejor todos los esquemas y operaciones.
¿Cómo puedo usar lo aprendido?	Que un problema tiene muchas soluciones haci sea de la vida cotidiana (sic).

Fuente: *Elaboración propia (2017)*

El estudiante 2 solo llevó a cabo un diario de campo de la actividad 2 “El cuento”.

Ahora, el estudiante 3, para la actividad “Las puertas y las vacas lecheras”, también explicó que se llevó a cabo una actividad de lectura y relectura, así como procedimientos de planeación y análisis. El apoyo de los esquemas y la lectura son las herramientas que el estudiante aprendió y reconoce que el uso de estas herramientas no solo le va a ser útil en el contexto académico, sino también en la vida cotidiana.

Tabla 10. Diario de Campo 1 – Estudiante 3

RESPUESTAS DEL ESTUDIANTE	E3
Diarios de campo.	Las puertas y las vacas lecheras
Reflexiones	Descripción

¿Cómo se llevó a cabo la actividad?	• Haciendo operaciones matemáticas • Analizando el texto • Lectura • Relectura • El plan de apoyo • Planificación y ejecución
¿Qué aprendí de esta actividad?	• A analizar bien el problema porque si no lo leo bien puede fallar todo • A proyectar un plan de esquema
¿Cómo puedo usar lo aprendido?	En nuestra vida (económica u cotidiana) En el colegio

Fuente: *Elaboración propia (2017)*

Respecto a la segunda actividad “El cuento”, el estudiante reconoció que aprendió a utilizar las gráficas, y el planteamiento de estrategias para la solución de una situación problema. Esta actividad le permitió al estudiante adquirir habilidades respecto al ordenamiento de la información y al uso de la lógica y otros recursos que le permitan a futuro entender las matemáticas como un recurso para solucionar problemas con una mirada diferente.

Tabla 11. Diario de Campo 2 – Estudiante 3

RESPUESTAS DEL ESTUDIANTE	E3
Diarios de campo.	El cuento
Reflexiones	Descripción
¿Cómo se llevó a cabo la actividad?	Con graficas Con multiplicación de fraccionarios Probando estrategias
¿Qué aprendí de esta actividad?	A ordenar información Pensar, verle la lógica y usar diferentes métodos para solucionarlos
¿Cómo puedo usar lo aprendido?	Para resolver problemas cotidianos, en el colegio y para llevar las cosas mas a fondo (sic).

Fuente: *Elaboración propia (2017)*

Finalmente, el estudiante 4 llevó a cabo el Diario de campo con la actividad “Las puertas y las vacas lecheras”, en el que llevó a cabo una serie de reflexiones en torno al aprendizaje de recursos como la lectura, la relectura, el análisis, la planificación, la revisión, entre otras. Aquí, como los otros estudiantes, reconoció que la lectura y la relectura permite analizar de una mejor manera una situación problemática y que solo de esta manera se puede administrar de mejor manera los recursos conceptuales y mentales y que esto va a contribuir a un mejor entendimiento de los problemas que se les planteen dentro y fuera del aula de clase.

Tabla 12. Diario de campo 1 – Estudiante 4

RESPUESTAS DEL ESTUDIANTE	E4
Diarios de campo.	Las puertas y las vacas lecheras
Reflexiones	Descripción
¿Cómo se llevó a cabo la actividad?	Lectura Relectura Análisis Planificación Ejecución Revisión Utilización de recursos
¿Qué aprendí de esta actividad?	• Que es importante la relectura de cualquier problema para mejorar la comprensión • Analizar mejor • Leer mejor para comprender el problema y saber como resolverlo
¿Cómo puedo usar lo aprendido?	• Para aprender a resolver las actividades o problemas que los profesores nos pongan • Nos sirve para un crecimiento personal y profesional

Fuente: *Elaboración propia (2017)*

6.4. Entrevista semi-estructurada

Finalmente, se les hizo a los estudiantes una entrevista semi-estructurada de 10 preguntas relacionadas con la aplicación de la Unidad Didáctica para solucionar problemas matemáticos. En la siguiente tabla se compararon las respuestas de los estudiantes para conocer las perspectivas de los mismos. En la primera pregunta, los estudiantes dijeron que aprendieron estrategias como la lectura y el uso de esquemas, planos cartesianos y dibujos en general, que les permitiera visualizar de una manera más clara el planteamiento del problema. Dentro de las estrategias más útiles para los estudiantes se encuentra el análisis, los esquemas y los planos cartesianos como se evidencia en la pregunta 2.

Dentro de las debilidades y fortalezas de los estudiantes de la pregunta 3, los estudiantes no parecen manifestar sus errores con mucha claridad, solo el estudiante 1 reconoce que ha recurrido a la explicación del profesor como una ayuda extra en su entendimiento. Ahora, para la pregunta 4 acerca de la aplicabilidad de los conocimientos matemáticos en la vida cotidiana, los estudiantes reconocen la utilidad de los recursos matemáticos en varias situaciones. En la pregunta 5 se les cuestionó a los estudiantes si llevaban un aprendizaje autónomo y todos los estudiantes manifestaron que cuando no entienden algo sí piden explicación al profesor, pero que una vez entienden, su razonamiento es independiente. En la pregunta 6 se les preguntó si consideraba que la manera en la que solucionan los problemas y si encuentran dificultades en ellos, a lo que todos los estudiantes manifestaron que sí, que no han tenido problemas. Unas respuestas que no parecen coincidir con las dificultades que se presentaron en otras actividades.

Para la pregunta 7 se les pidió que relacionaran los nuevos conceptos aprendidos y la manera en la que estos han aportado a su vida diaria y los estudiantes manifestaron de manera muy ambigua que la paciencia y la perseverancia, así como los planos cartesianos, conceptos que no son de todo claro y que evidencian que la pregunta no fue entendida de la mejor manera. En la pregunta 8, se les cuestionó la manera en la que planteaban la resolución de un problema, lo más común fue el hecho de recolectar datos, hacer una lectura y luego una relectura, así como el planteamiento de estrategias para encontrar la mejor solución, finalmente también el uso de bosquejos y cálculos.

En la pregunta 9, se les preguntó si era más fácil graficar o describir el procedimiento de una situación problemática, la mayoría de los estudiantes no supo responder la problemática, por lo tanto algunas respuestas fueron que los dos son recursos que no se les dificultaban, otro de ellos planteó que el uso de planos cartesianos era más fácil, y en general no parece haber una claridad respecto a alguno de los dos recursos, solo el estudiante 4 manifestó con claridad que graficar a veces es más sencillo para explicar. Finalmente, en la pregunta 10 se les pide a los estudiantes que aporten sugerencias para el desarrollo de su proceso académico, y los estudiantes manifestaron que las clases fueran más didácticas, pero en general fueron reflexiones acerca de sí mismos, en los que reconocían que debían leer más y prestar mayor atención, poner en prácticas sus conocimientos en otro tipo de situaciones cotidianas, y ser más responsables al resolver sus dudas.

Tabla 13. Entrevista semi-estructurada – respuestas de los 4 estudiantes

Preguntas	Estudiante 1	Estudiante 2	Estudiante 3	Estudiante 4
1. ¿Cuáles son las estrategias que ha aprendido esta unidad didáctica para solucionar problemas matemáticos?	Que no solo haciendo operaciones matemáticas se pueden resolver los problemas que nos plantean, una de ellas es haciendo esquemas, dibujos los cuales nos pueden orientar más. (sic).	Hacer esquema y planos cartesianos en modo de barras (sic).	A visualizar bien los problemas, saber encontrar errores que no van, con planos catersianos , y ecuaciones (sic).	Leer bien el problema y de acuerdo con lo que explique el profesor sacar los datos concluir y seguir los pasos del método para solucionarlo bien (sic).
2. ¿De las estrategias que ha aprendido cuales son las que más utiliza y por qué?	Los esquemas , porque son mas faciles menos complicados y en ocaciones agilizan el tiempo para resolver el problema (sic).	El plano cartesiano porque lo entiendo mas facilmente y algunos esquemas (sic).	Analizar el problema y las ecuaciones (sic).	Las ecuaciones y el triángulo rectángulo porque se esntiende muy bien y es muy facil sacar los datos (sic).
3. ¿Cuáles han sido sus fortalezas y debilidades en clase	Mis fortalezas: en las clases pues ha sido la mayoría pues casi no he	Mis fortalezas el plano cartesiano y mis debilidades las	Fortalezas: la comprensión y los cálculos	Nose en este año no ha ido mal pero en el pasado me enrredaba con

de matemáticas este año?	tenido debilidades, las pocas cosas que no he entendido le pido al profesor que me explique y al poco tiempo manejo muy bien el tema que no entendía (sic).	operaciones (sic).	matemáticos Debilidades: a la hora de hacerme en grupo y explicar (sic).	algunas operaciones pero este año ya mejore esas dificultades y me va bien (sic).
4. ¿Cuáles son los aportes que le ha dado la clase de matemáticas para resolver problemas particulares de su vida cotidiana?	Pues en mi casa cuando presentan problemas que tengan que ver con matemáticas he empleado el método de un esquema para solucionar el problema mas facilmente (sic).	Algunas opiniones y mi modo de pensar que es diferente (sic)	Analizar y saber los errores que se están cometiendo a la hora de realizarlos (sic).	Cuando hay que hacer operaciones rapidas para dar un resultado También para fabricar elementos y saber bien las medidas (sic).
5. ¿Ha logrado un proceso de aprendizaje autónomo, más allá de la explicación e indicación del docente usted realice su trabajo de manera individual y busque las maneras para resolver sus propias dudas?	Si pues el profesor me ha explicado muy bien y entiendo el problema, y pues si no entiendo algo o tengo duda le pregunto al profesor y el me explica (sic).	Si algunas veces pero hay en casos que pido ayuda pero entiendo y ya lo resuelvo yo solo (sic).	Si aunque en algunos problemas me tocaba pedirle una explicación breve al profe pero en otros si los hacia sola (sic).	Si, aveces intento resolver sola aveces me sale bien y enveces me equivoco por alguna parte no mas. (sic).
6. ¿Considera que soluciona de manera acertada la mayoría de problemas planteados, si no es así cuáles son sus mayores dificultades a la hora de solucionar los ejercicios dados en clase?	Pues yo considero que si, por que, siempre que acabo con algún problema lo retifico para saber si me quedo bueno o malo (sic).	No yo fallo siempre mucho en algunos problemas mis mas grandes dificultades son las operaciones y algo de la raiz cuadrada (sic).	Si porque era de hacer cálculos.	Si casi siempre los soluciono todos
7. ¿Cuáles son los nuevos conceptos aprendidos este año en la clase de	Pues he aprendido muchos conceptos, los cuales me han servido demasiado para mi vida	Un concepto muy importante es la paciencia y la perseverancia uno con perseverancia	Aprendi a guiarme por planos cartesianos y ecuaciones. Me sirve para resolver	Ha conocer medidas de algo sin necesidad de medirla o plantiar algo para el resto

matemáticas, y cómo le sirven para su vida cotidiana?	cotidiana, como resolver problemas en la casa y fuera de ella (sic).	puede lograr varios problemas de la vida cotidiana (sic).	problemas economicos si algo anda mal (sic).	de igual (sic).
8. ¿Cómo planea la resolución de problemas matemáticos?	Primero recolecto todos los datos e información que el problema me da luego releo para encontrar datos que en la primera leída no encontré, después pienso y aplico la estrategia que mas sirva para resolver el problema (sic).	Primero leo con mucha artencion y cojo los datos que hayan y hai miro que operación hago (sic).	Primero hacíamos un bosquejo despues hacíamos calculos y despues llevabamos acabo el problema (sic).	Leo, ubico cada cosa releo. Saco datos y los empiezo a acomodar cada uno en su lugar (sic).
9. ¿Le es más sencillo graficar los problemas planteados o describir el procedimiento de la resolución?	Pues la verdad ninguno de los dos se me dificulta ya que manejo muy bien todos los conceptos (sic).	Es mas sencillo graficar los problemas en planos cartesianos (sic).	Si es mas sencillo porque cada vez que sea necesario lo hacemos y es mucho mas practico si es en porcentajes o algo mas.	Si aveces es mejor graficar cuando uno no le encuentra la lógica o no sabe como explicarlo.
10. ¿Cuáles son las sugerencias que tiene para seguir mejorando su proceso académico en la resolución de problemas matemáticos?	Que las clases sean mas didácticas , pues las cuales el profesor ya ha hecho varias clases asi, y pues me parece que asi uno puede aprender mas facilmente	Leer muy detenidamente y poniendo atención en las explicaciones del profesor.	Poniendo en practica lo aprendido cada ves que pueda y hacer mas actividades diarias de problemas matematicios	Yo, poner mucho más atención si tengo dudas pregunto. Leer mucho pensar sobre el problema. Profesor, que siga asi va muy bien.

Fuente: *Elaboración propia (2017)*

7. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

A continuación, se presenta el análisis de la información recogida a través de los tres instrumentos planteados desde la metodología descriptiva: el estudio de caso que buscaba revisar de manera general a través de la escala Likert, aplicada a 10 estudiantes; la entrevista semiestructurada aplicada a 4 estudiantes y finalmente el diario de campo basado en una serie de actividades programadas para la clase de matemáticas en la institución educativa.

En el caso de la escala Likert, se seleccionaron 10 ítems o proposiciones que los estudiantes debían calificar desde Muy de acuerdo, Algo de acuerdo, Algo en desacuerdo y Muy en desacuerdo. Cada frase escogida reveló un detalle particular, así, el primer ítem tenía relación con la capacidad de comprensión de los problemas que son propuestos dentro de las actividades de clase. Frente a esto, la mayoría de los estudiantes estuvo algo de acuerdo, es decir que hay una comprensión rápida, pero no la más rápida y no la más óptima. Este aspecto se contradice con los resultados del diario de campo, en el que se evidenció que no todos entendían de manera clara los enunciados problema y que eso conducía a una respuesta errada o inconclusa.

En el segundo caso, el ítem se centró en la aplicabilidad que pueden encontrar los estudiantes de los contenidos matemáticos en un contexto real de la vida cotidiana. Aquí, la mayoría estuvo de acuerdo con que sí existe una proyección que puede ayudarlos en contextos fuera de clase. Lo que resulta una perspectiva optimista frente al interés que pueden tener los estudiantes por aprender matemáticas. Como se mencionaba en los apartados de marco teórico y planteamiento del problema, muchas veces los jóvenes no prestan atención en clase cuando algo no les llama demasiado la atención y solo cumplen con las actividades en la medida en la que estás significan una nota.

Respecto al tiempo que se le dedica al estudio de problemas matemáticos, entendiendo esta práctica como un refuerzo de los aprendizajes que se tuvieron en clase, los estudiantes respondieron en su mayoría estar algo en desacuerdo, pero de igual manera

estuvieron muy de acuerdo y algo de acuerdo. De estos resultados se puede deducir que quizá las respuestas estuvieron encaminadas a responder de manera correcta, pero no necesariamente como una práctica de verdad. Esto se puede observar de nueva cuenta en el diario de campo y el desarrollo de la unidad didáctica, donde la solución de los problemas no evidenciaba un ejercicio de repaso fuera del aula de clase.

Esto también fue evidente en el ítem acerca del uso de gráficas y tablas como estrategia de planificación del problema dado. Los estudiantes a pesar de responder que estas eran prácticas constantes para ellos, lo cierto es que al momento de presentarles un ejercicio que requería un razonamiento matemático, muchos de ellos se apresuraron a responder sin plantear antes una planificación del proceso que iban a seguir para llegar a una respuesta correcta. Lo que es más, de acuerdo con el diario de campo, incluso muchos de ellos no habían entendido con claridad el enunciado del problema.

Los estudiantes también manifestaron que, durante la solución de los ejercicios matemáticos, recurren a aquellos que hayan solucionado con anterioridad y que tienen un planteamiento similar que necesita de un proceso similar. Esta actitud, diferente a las demás, sí suele ser algo que realizan los estudiantes en actividades como la unidad didáctica en la que el tiempo de respuesta de los problemas les permite hacer un razonamiento más pausado. Es común entonces encontrar el caso en el que se puede hacer uso de los apuntes de clase o los ejercicios desarrollados con asesoría de los profesores, para hacer una comparación en el planteamiento y las posibles soluciones. Es decir que sí es cierto que los estudiantes busquen planteamientos similares para resolver algunos problemas. Esto puede ser visto como algo positivo y negativo al mismo tiempo. Es positivo porque se hace una asimilación del enunciado del problema, de tal manera que se deduce qué es lo que se está pidiendo; por ejemplo, en dos enunciados problemáticos, aunque el planteamiento del problema sea diferente y así mismo sus variables, el proceso que se requiere es el uso de la regla de tres simple. Pero esto también es negativo, pues no se está estimulando una asimilación individualizada de cada situación.

Respecto al gusto que se le puede encontrar a la resolución de los problemas, la mayoría de los estudiantes se mostró de acuerdo con ese interés, evidenciando que sí hay una motivación por enriquecer sus propias estructuras mentales para tener la capacidad de resolver problemas cada vez más complejos. Esto tiene un análisis diferente que se relaciona con el aspecto emocional de la enseñanza, en la que los individuos encuentran su motivación en el bienestar que les produce poder resolver por sus propios medios problemas que se le presenten. De manera contraria, no llegar a una solución o utilizar un método correctamente puede producir frustración en las personas y generar una emoción negativa frente al estudio de las matemáticas.

Frente a la planificación, a los estudiantes se les preguntó si antes de empezar a resolver un problema establecían las variables y los métodos que los pueden ayudar a llegar a una respuesta correcta, la mayoría manifestó estar muy de acuerdo o algo de acuerdo con que sí hacían este procedimiento. Estas respuestas pueden resultar contradictorias con el desarrollo de la unidad didáctica, de los 4 estudiantes solo 1 parecía estar seguro del procedimiento que había empleado para llegar a la solución del problema planteado y en efecto esto le permitió encontrar una respuesta. En cambio, los demás se mostraron confusos e inseguros acerca de los procedimientos y esto derivó en errores en la respuesta y casos en los que ni siquiera se pudo concluir el problema.

En el siguiente ítem se indagó acerca de la aplicabilidad de los problemas matemáticos, ahora desde la perspectiva de los estudiantes y su interés por desarrollar el pensamiento lógico. Ante esto las respuestas estuvieron en su mayoría de acuerdo con que la motivación por aprender las matemáticas se limita al contexto estudiantil, lo que evidencia lo que se planteó en el problema, y es que siendo las matemáticas escolares una materia que requiere de la atención y capacidades de razonamiento de los individuos, muchas veces resulta de difícil aplicación para los estudiantes. De nueva cuenta, se genera una emoción negativa acerca de la resolución de los problemas.

Dentro del aula se les presenta a los estudiantes una serie de algoritmos o fórmulas para solucionar ciertos problemas, los estudiantes deben desarrollar la capacidad de

encontrar qué enunciados se pueden resolver con cierta fórmula y así enfrentarse a varias situaciones con éxito. Se les preguntó entonces si conocen las alternativas de solución y los procedimientos que se les ha enseñado en clase, para detectar si cuentan con las herramientas necesarias a la hora de abordar un problema, aunque la mayoría respondiera que sí conocían los conceptos matemáticos, en el desarrollo de la unidad didáctica y los apuntes del diario de campo se presentaron dificultades para ejecutar un procedimiento acertado para el enunciado planteado.

Por último, respecto a la capacidad de corregir los errores en el procedimiento que bien pueden conducir a una frustración y abandono del problema o al replanteamiento de los recursos utilizados y un ejercicio de ensayo/error en la medida en la que se requiera, los estudiantes respondieron que sí suelen volver a planear los procedimientos escogidos para llegar a una solución del problema. Sin embargo, esto no se hizo evidente en el desarrollo de los problemas y en el diario de campo, pues de los 4 estudiantes, tres se mostraron inseguros frente a sus procedimientos y no lograron llegar a una solución, y no intentaron hallar a pesar de que su primer intento haya resultado erróneo.

Estas respuestas se consideraron entonces como un primer acercamiento hacia la actitud de los estudiantes frente a la clase de matemáticas, sin haber aplicado aún los ejercicios en los que se pudo diagnosticar de manera más acertada las estrategias de resolución de problemas aplicadas. Frente a las situaciones problemáticas, lo primero que se ratifica es que los estudiantes respondieron acertadamente acerca de lo que se les pedía en el enunciado del problema. Por lo tanto, todos partieron de un entendimiento real de lo que se les pedía averiguar en el problema, así, todos podrían llegar a una misma respuesta.

Luego se les pidió que describieran los pasos que los llevaron a encontrar la respuesta o que se plantearon de manera general para desarrollarlo. En este punto se pudo evidenciar lo que se ha venido mencionando en el planteamiento de esta investigación, que cada persona tiene una manera particular de formular estrategias metacognitivas para encontrar soluciones a los problemas que se les plantea en el aula. De acuerdo con los resultados, unos estudiantes parecen tener más orden que otros y en esos casos les resultada

más fácil encontrar la solución. En otros casos, el estudiante se perdía en el razonamiento de cuál sería el método más adecuado para llegar a una respuesta sin encontrar finalmente ninguna solución. Esto demuestra que le presta mayor atención a que el procedimiento sea correcto para evitar que se presente un error de ejecución y tener que volver a empezar.

También se presentó el caso en el que a pesar de que los estudiantes manifestaron un ejercicio de reflexión y planificación del enunciado problema, no lograron llegar a una respuesta, sea esta correcta o no, debido a que no supieron ejecutar correctamente el método aplicado, lo que supone una confusión o desconocimiento de algunos conceptos matemáticos o incluso una falta de concentración para ejecutar el procedimiento que ellos mismos han planteado.

Siguiendo con las situaciones problemáticas que se les plantearon, se les preguntó a los estudiantes si era posible una misma solución para un solo problema, lo que se encontró es que la mayoría se mostró inseguro al respecto. Muchos de ellos dijeron que posiblemente sí, pero lo desconocían y solo uno de ellos aseguró que el problema tenía una única solución. Se les pidió además que revisaran sus procedimientos y manifestaran si encontraron algún tipo de error, aunque dos de ellos no encontraron ninguno, todos se mostraron de acuerdo en que están más interesados en encontrar una solución rápida que no les haga perder tiempo, que, en realizar un razonamiento adecuado, que les permita el ensayo/error, pues esto no es eficiente para ellos. Esto ratifica lo que se mencionó en el marco teórico, respecto a que el sistema educativo presiona a los estudiantes a resolver un problema de manera rápida, aunque esto no necesariamente signifique que se llegue a una respuesta correcta.

La solución para los estudiantes fue buscar la manera de agilizar sus procedimientos de pensamiento, tener más conocimiento de las fórmulas que se enseñan en clase y prestar más atención a las indicaciones de los profesores. Esto lleva a pensar que a la hora de querer resolver un problema los estudiantes no están seguros ni de los conocimientos que adquieren en clase, ni de su capacidad de razonamiento. Con la aplicación de la tercera situación problemática, los estudiantes vuelven a reflexionar sobre la necesidad de prestar

mayor atención a clase como la solución a sus falencias a la hora de resolver un problema matemático.

En efecto, los estudiantes confían en los contenidos y la metodología que les enseñan sus profesores, pero consideran que el problema es personal y nace de a falta de interés y atención que se presta en clase. De la misma manera se pudo observar una deficiencia en el manejo de los conceptos matemáticos, lo que resulta contrario a las preguntas que se les hizo acerca del refuerzo que realizan ellos mismo fuera del salón de clase.

Dicho lo anterior, los diarios de campo se realizaron para conocer más acerca de la manera en la que los estudiantes se apropian de las actividades que se les propone en clase y el aprendizaje que son capaces de abstraer de ellas. En todos los reportes de todas las actividades propuestas, los estudiantes mostraron una actitud positiva frente a la utilización de los recursos metacognitivos para además aplicarlos en futuras situaciones problema que se les presentara en clase.

Una de las grandes conclusiones de los estudiantes es que era necesario primero hacer una lectura global del enunciado para conocer realmente qué es lo que se les estaba pidiendo. Esta lectura supone la identificación de las variables a las que se les puede asignar o no un valor numérico y aquellas cuyo valor se deben hallar y así poder conocer la solución. La lectura global y luego detallada del texto es una estrategia metacognitiva que se puede aplicar a la lectura de cualquier tipo de texto. Otro gran beneficio que le aporta al estudio de las matemáticas es que les permite a los estudiantes reconocer qué método es el más adecuado o qué concepto matemático es aplicable en dicha situación.

Otra de las conclusiones y que se relacionan con las estrategias metacognitivas, tiene que ver con el uso de esquemas dentro de la planificación del desarrollo de un problema. Esto llevó a los estudiantes a pensar que en las matemáticas el hecho de resolver no solo implica fórmulas y números, sino también un razonamiento primordial entre lo que se conoce y lo que es necesario conocer. Los esquemas y otras herramientas como los mapas conceptuales y el árbol del problema les permiten esclarecer sus ideas y trabajar de

manera segura. Así mismo les permite organizar la información y tener mayor seguridad frente a sus propios procesos de razonamiento lógico.

Por último, en lo que respecta a la entrevista semiestructurada aplicada a los cuatro estudiantes luego de haber realizado las situaciones problema que se les presentó, se pudo reconocer las estrategias de metacognición que conocían y aquellas que aprendieron a lo largo del desarrollo de la actividad. Aunque los estudiantes no reconocen de manera consciente sus actitudes metacognitivas, a través de sus respuestas y procedimientos sí se puede obtener información acerca de la manera en la que los ejecutan a la hora de querer hallar una solución.

De las respuestas de los estudiantes se pudo deducir que el análisis es el primer momento que los estudiantes quieren llevar a cabo de manera correcta en el desarrollo de un problema. Si no existe un análisis adecuado o ágil del problema, los estudiantes pueden sentirse frustrados y no encontrar finalmente una solución. Como se mencionó anteriormente, se reconoce la falta de atención como un factor que puede afectar su desempeño en la clase de matemáticas y esto los va a llevar al desconocimiento o la confusión acerca de los conceptos matemáticos. A pesar de que existiera confusión, los estudiantes se resisten a solucionar sus dudas en el momento en el que surgen, por miedo o pena a preguntarle a su profesor, lo que termina por entorpecer aún más su proceso de aprendizaje. De hecho, muchos de ellos reconocen como una actitud positiva su capacidad de acercarse al profesor ante un término que se les dificulte entender.

De la misma manera, dentro de sus capacidades, los estudiantes reconocen que hay términos y métodos que se les dificulta uno más que otro y que por esta razón deben hacer un esfuerzo mayor para entenderlos y aplicarlos en una situación problema que se pueda dar dentro o fuera de clase. Aunque todos manifestaron hacer una planeación organizada de lectura, análisis y elección del método más adecuado, lo cierto es que en el diario de campo muchos manifestaron encontrar errores dentro de su procedimiento y no volverlo a intentar, es decir que hay una frustración generalizada cuando consideran que han ejecutado una mala planeación del enunciado.

Para concluir, se reconoce además la necesidad de plantear actividades como la unidad didáctica planeada para esta investigación, pues despiertan el interés de los estudiantes hacia el repaso de los términos matemáticos. Este tipo de actividades que les permite reflexionar acerca de su propio razonamiento les permite entender cómo pueden llevar a cabo de manera más organizada la solución de un problema matemático. Esto además los lleva a pensar la aplicabilidad que tiene las matemáticas en la vida cotidiana, es decir, el desarrollo del razonamiento lógico que no solo se puede proyectar en problemas numéricos, sino en cualquier tipo de situación que requiera, por ejemplo, la toma de decisiones. Es importante entonces concientizar a los estudiantes frente al ejercicio automático que se hace de la metacognición, pues muchas veces se pasa por alto los recursos que pueden facilitar la manera de aprender cualquier tipo de contenido escolar.

8. CONCLUSIONES

- En cuanto a la unidad didáctica:

Como experiencia de aprendizaje la unidad didáctica generó un efecto dinamizador dentro del desarrollo de las clases de matemáticas, esto se vio reflejado en los estudiantes al momento de involucrarse con la clase por medio del trabajo colaborativo. También se evidencio una mejoría en los procesos de evaluación en el aula (autoevaluación y co-evaluación).

Por tal motivo, los estudiantes se sienten más cómodos cuando la enseñanza de las matemáticas no se enfoca únicamente en la obtención de una nota académica, sino en la manera en la que se les puede ayudar desde la didáctica y la pedagogía a fortalecer sus propios procesos de razonamiento, es decir, el ejercicio de metacognición que se ha querido abordar en esta investigación. Se puede entonces concluir que es necesario que existan más propuestas como estas por parte no solo de los profesores, sino que además el sistema académico permita espacios que desarrollen todas las capacidades de los alumnos.

- Con respecto a lo metodológico:

El diligenciamiento de los diarios de campo por parte de los estudiantes fue muy lacónico, cuando las actividades fueron de carácter individual los diarios no aportaron información más amplia (los estudiantes manifestaron dificultad para diligenciar tales documentos en forma individual), aunque las actividades en la modalidad de trabajo colaborativo fueron un poco más consistentes (de los siete planeados tres fueron grupales, ver anexos).

De manera que se concluye que la metodología cualitativa es idónea a la hora de desarrollar este tipo de investigaciones que se preocupan por conocer la percepción de los individuos frente a un problema particular. Pero también se reconoce la necesidad de una metodología más enfocada en las necesidades educativas como lo es la investigación

acción, para poder proponer alternativas de solución y no solo describir y analizar un problema en particular.

- En torno a la resolución de problemas y la regulación metacognitiva:

La resolución de problemas en el ámbito escolar parece operar como un contexto aislado, independiente de la vida cotidiana. Parecieran suprimir su conocimiento acerca de números y ámbitos y, en su lugar, intentan seguir un conjunto de reglas aplicadas rígidamente para resolver problemas. Los estudiantes evidencian, en general, desconocimiento acerca de qué es lo que realmente está en juego cuando se les plantea un problema. En efecto, es muy fuerte en los estudiantes el concepto de creencia descrito por Schoenfeld. Se plantea esto, porque al comenzar el trabajo en los talleres y, ante la ansiedad de los estudiantes por conocer la solución “correcta” de los problemas propuestos, los estudiantes deseaban validar sus resultados finales con la aprobación del docente, lo que dificultó la promoción de verdaderos procesos metacognitivos.

- Respecto a los objetivos planteados

Se tiene que, en primer lugar, los estudiantes de grado décimo en una institución pública rural del municipio de Trujillo, no utilizan las técnicas de Regulación Metacognitiva para la resolución de problemas matemáticos. Se pudo evidenciar que en muchos casos los estudiantes caían en errores de cálculo o no podían resolver un problema, ya que la solución que habían pensado para el mismo no resultó como ellos querían o no conducían a una solución real, lo que los llevaba de inmediato a una situación de bloqueo.

Todos los estudiantes reconocieron que prestar mayor atención en clase, conocer mejor las herramientas y procesos que ofrece la lógica y leer y analizar de manera detallada un problema antes de dar una solución apresurada, son elementos claves para mejorar su proceso de aprendizaje. Pareciera que un trabajo de este tipo y con mayor duración aporta a las habilidades de metacognición, de acuerdo con Bara (2001) monitoreo (modificación, rectificación, revisión constante) y evaluación (validez de las acciones y decisiones tomadas).

Al proponerse una variedad de situaciones para la resolución de problemas fue posible advertir la heterogeneidad en las concepciones y puntos de partida de los estudiantes en los diferentes momentos del proceso. Así, las estrategias que tiene los estudiantes sobre su propio aprendizaje se encuentran limitadas y solo se pudo evidenciar el uso de algunas básicas como una lectura inicial de la situación problemática. Sin embargo, en general hubo alguna situación en la que el estudiante se apresuraba a llevar a cabo una solución para el problema y en el proceso, se podía encontrar con errores de cálculo o herramientas erradas.

9. RECOMENDACIONES

Teniendo en cuenta los hallazgos y las conclusiones de este estudio, se pueden formular una serie de recomendaciones no solo en el sentido de las nuevas investigaciones que intervengan sobre la misma situación problemática, sino también en la aplicabilidad y el alcance mismo que este puede tener sobre la didáctica, especialmente en el caso de la institución educativa que ha sido objeto de esta investigación. Siendo así, es innegable la necesidad de transformar los paradigmas educativos que siguen limitándose a la enseñanza tradicional, en la que solo existen recursos como la memoria y la presión por una evaluación y que bloquean en muchos casos las capacidades de los mismos estudiantes. Así como lo plantean Ferreira y Peretti (2006), es necesario diseñar y gestionar un sistema educativo auténtico, basado en las competencias de los estudiantes y de sus propias expectativas.

El pensamiento crítico y la Regulación Metacognitiva debe ser tomada más en cuenta dentro del aula de clase se deben impulsar espacios que lleven a los estudiantes a hacer un cuestionamiento de sus propios procesos de aprendizaje. En concordancia, se hace necesario fomentar dentro del aula la reflexión sobre los propios aprendizajes y promover las habilidades de comunicación que permitan a los estudiantes explicitar sus pensamientos.

Así, es innegable la incidencia positiva que tiene la aplicabilidad de estos recursos metacognitivos para generar un aprendizaje de calidad que les permita a los alumnos entender de una mejor manera el aprendizaje de las matemáticas. Así como la necesidad de cuestionar la manera como el docente está aportando y puede aportar a que el cambio de paradigma que se ha mencionado reiteradamente se dé. Sería interesante en este sentido que en una futura investigación, se analizara la manera en la que los docentes instruyen a sus alumnos sobre recursos metacognitivos y los recursos didácticos que se usan para la enseñanza de matemáticas, y entender una perspectiva diferente de la problemática, así como lo plantean Coronel y Curotto (2008), para quienes la docencia puede convertirse en

un obstáculo para el aprendizaje significativo en el área de matemáticas. Así mismo y teniendo en cuenta las dificultades que se tuvieron en la aplicación de la Unidad Didáctica, es necesario plantear un seguimiento a un tiempo más largo, de manera que se pueda entender realmente la manera en la que los estudiantes perciben el aprendizaje de matemáticas.

10. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acero, E. (s.f.). El Diario de Campo. Un medio de Investigación del Docente. Revista Actualidad Educativa. Año III. N° 13.
- Bara, P. (2001). Estrategias metacognitivas y de aprendizaje: Estudio empírico sobre el efecto de la aplicación de un programa metacognitivo, y el dominio de las estrategias de aprendizaje en estudiantes de E.S.O, B.U.P y Universidad. [Disertación Doctoral]. Universidad Complutense de Madrid, España.
- Barrantes H. (2006). Resolución de problemas. El Trabajo de Allan Schoenfeld. Centro de Investigaciones Matemáticas y Meta-Matemáticas, UCR. Escuela de Ciencias Exactas y Naturales UNED. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática Costarricense. Año 1, Número 1. En www.cimm.ucr.ac.cr/hbarrantes
- Barrows, H. S. (1986). *A taxonomy of problem-based learning methods*. Medical education, 20(6), 481-486.
- Bazán, J. L. y Aparicio, A. (2007). Las actitudes frente a la matemática dentro de un modelo de aprendizaje. Revista de Educación. PUCP 15-(28), 7-20.
- Beltrán, J. (1993). Procesos, estrategias y técnicas de aprendizaje. Madrid: Síntesis Psicología.
- Blanco, L. (2015). Resolución de problemas de matemáticas y evaluación: aspectos afectivos y cognitivos. En Blanco L., Cárdenas J., y Caballero, A. *La resolución de problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de Primaria*. (pp. 11 – 22), España: Universidad de Extremadura. Servicio de Publicaciones.
- Bonilla, Víctor H. (2008). Los Diarios de Campo: herramienta para la recolección de datos (On line). Disponible en: <http://www.fed.ac.cr/Vcongreso/Documentos/Ponencias/Ponencia-Victor.doc>
- Botero Carvajal, A., Alarcón, D. I., Palomino Angarita, D. M. y Jiménez Urrego, A. M. (2017). Pensamiento crítico, metacognición y aspectos motivacionales: una

educación de calidad. Poiésis, (33), 85-103. DOI:
<https://doi.org/10.21501/16920945.2499>.

- Bransford, J., y Stein, B. (1988). *Solución ideal de problemas: guía para mejor pensar, aprender y crear*. Labor.
- Bransford, J. y Stein, B. (1984). *The IDEAL, problema solver*. W.H. Freeman and Company (N.Y.)
- Brown (1987). Metacognition, executive control, selfregulation and other more mysterious mechanisms. En E. E. Weinert y R. H. Kluwe (Eds.), *Metacognition, motivation and understanding* (65-116). Hillsdale, N. J.: Erlbaum.
- Brown, A., y Campione, J. (1977). Training strategic study time apportionment in educable retarded children. *Intelligence*, 1(1), 94-107.
- Bruning, R. H., Schraw, G. J., y Ronning, R. R. (1999). *Cognitive psychology and instruction*. Prentice-Hall, Inc., One Lake Street, Upper Saddle River, NJ 07458.
- Buitrago, S. M., y García, L. I. (2012). Procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas matemáticos.
- Bustingorry, S. O., y Mora, S. J. (2008). Metacognición: Un Camino Para Aprender a Aprender. *Estudios Pedagógicos*, XXXIV (1), 187-197.
- Carrillo, J. (1998). La resolución de problemas en la enseñanza secundaria. Ejemplificaciones del para qué. *Épsilon*, 40, pp. 15-16.
- Castro, E. (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y B. Lorenzo (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XII* (pp. 113-140). Badajoz: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Castaño, P. (2002). En prevención, un nuevo paradigma: El enfoque propositivo en la intervención de problemáticas sociales. *Revista electrónica de Psicología Social FUNLAM*. En línea, disponible en:
<http://www.funlam.edu.co/revistas/index.php/poiesis/article/view/702/673>

- Contreras, L.C. Y Carrillo, J. (1997). La resolución de problemas en la construcción de conocimiento. Un ejemplo. Suma, 24, pp. 21-25.
- Coronel, M. y Curotto, M. (2008). La práctica docente como fuente de obstáculos de los alumnos en la resolución de problemas de matemática y de Ciencias Experimentales. 8vas Jornadas de Humanidades. Aprobado para su publicación. Facultad de Humanidades, Universidad Nacional de Catamarca.
- Cuicci, M., Nassif, Y., Larcher, L. y Monzón, L. (2013). Estrategias cognitivas para resolver problemas matemáticos en alumnos de Profesorado en Enseñanza Básica. I CEMACYC, República Dominicana, 2013. En línea, disponible en: <http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/224-495-2-DR-C.pdf>
- Curotto, M. (2010). LA METACOGNICIÓN EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA. Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología. Vol. 2, No. 2. En línea, disponible en: <http://www.exactas.unca.edu.ar/riecyt/VOL%20%20NUM%20/Archivos%20Digitales/DOC%201%20RIECyT%20V2%20N2%20Nov%202010.pdf>
- Delgado, R. (1998). La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos: dos aspectos fundamentales para lograr su eficacia: la estructuración del contenido y el desarrollo de habilidades generales matemáticas. [Tesis de Doctoral]. Universidad de La Habana, Cuba.
- Díaz, L., Torruco, U., Martínez, M., Varela, M. (2013). La entrevista, recurso flexible y dinámico Investigación en Educación Médica, vol. 2, núm. Universidad Nacional Autónoma de México Distrito Federal, México
- Domenech, M. (2004). El papel de la inteligencia y de la metacognición en la resolución de problemas. Tesis doctoral, Universidad Rovira I Virgili, Tarragona.
- Ferreira, H. y Peretti, G. (2006) Diseñar y gestionar una educación autentica. Desarrollo de Competencias en Escuelas situadas. Edit. Novedades Educativas.

- Flavell, J. (1996). *El desarrollo cognitivo*. España: Prentice Hall.
- Flavell, J. H. (1971). First Discussant's Comments: What Is Memory Development The Development Of? *Human Development*, 14: 272-278.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive mental inquiry. *American Psychologist*, 34, 906-911.
- Flavell, J. H. (1981). Cognitive Monitoring. En W. Dickson (Ed.), *Children's Oral Communication Skills*. New York: Academic.
- Font, V. (1994). Motivación y dificultades de aprendizaje en Matemáticas. En línea, disponible en: <https://revistasuma.es/IMG/pdf/17/010-016.pdf>
- Galeano, M. Diseño de proyectos de investigación cualitativa. Medellín: Fondo editorial universidad EAFIT, 2004. p.38.
- González, F. (1998). Metacognición y tareas intelectualmente exigentes: el caso de la resolución de problemas matemáticos. *Zetetiké*, 6(9), 59-87.
- González, F. (2008). Acerca de la metacognición. Paradigma vol. XIV al XVII. Recuperado de <http://www.files.procesos.webnode.com/.../Metacognición%20artículo.pdf>
- Goti, M. C. (1998). Metacognición y motivación en el aula. *Revista de Psicodidáctica*, (6), 99-107.
- Hernández, R.; Fernández, C.; Baptista, P. (2010). Metodología de la investigación. McGRAW-HILL / INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V. ISBN: 978-607-15-0291-9 (ISBN edición anterior: 978-970-10-5753-7). En línea, disponible en: https://www.esup.edu.pe/descargas/dep_investigacion/Metodologia%20de%20la%20investigaci%C3%B3n%205ta%20Edici%C3%B3n.pdf
- Herrera, N., Montenegro, W. y Poveda, S. (2011). Revisión teórica sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En línea, disponible en: <http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/viewFile/361/676>
- Hechavarría, M. O., y Cordovéz, R. R. (2006). Algunas consideraciones teóricas sobre la Ciencia de la Metacognición. *EduSol*, 6(16), 71-81.

- Hinojosa, J., y Sanmartí, N. (2016). Promoviendo la autorregulación en la resolución de problemas de física. *Ciência y Educação*, 22(1), 7-22.
- Iriarte, A. (2011). Desarrollo de la competencia resolución de problemas desde una didáctica con enfoque metacognitivo. *Revista del Instituto de Estudios en Educación Universidad del Norte*. n° 15 julio - diciembre, 2011 issn 1657-2416 issN 2145-9444. En línea, disponible en: <http://rcientificas.uninorte.edu.co/index.php/zona/article/viewFile/1171/2355>
- Iriarte, A., y Sierra, I. (2011). Estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos. *Colombia: Montería*.
- J. Hacker, John Dunlosky, Arthur C. Graesser. Taylor y Francis. (1998) - Metacognition in educational theory.
- Jiménez V. y Alvarado, J.M. (2009). La escala Escola (Escala de Conciencia Lectora). 60,2. Madrid: España.
- Juidías, J. y Rodríguez I. (2005). Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de educación*, (ISBN 978-84-7666-210-6), (p. 257-286)
- Labatut Portilho, Evelise María. (2004). Aprendizaje universitario: un enfoque metacognitivo.
- Lucia, N. L. de D., y Hocevar, S. O. de. (2008). Cognición, metacognición y escritura. *Revista Signos*, 41(67), 231-255.
- Mateos, M. (2001). Metacognición y educación. Serie Psicología Cognitiva y Educación. Buenos Aires: Aique.
- Mato, M. D. y Muñoz, J. M. (2010). Efectos generales de las variables actitud y ansiedad sobre el rendimiento en matemáticas en alumnos de ESO. Implicaciones para la práctica educativa. *Ciencias psicológicas*, IV (1), 27-40.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006) Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Bogotá. Colombia.
- Monereo, F. (2002). Estrategias de aprendizaje. Madrid: A. Machados libros.

- Morales, P., y Landa, V. (2004). Aprendizaje basado en problemas. *Theoria*, 13(1).
- Naranjo, L. M. J., y Gallardo, V. P. S. (2014). La Metacognición Y Su Aplicación En Herramientas Virtuales Desde La Práctica Docente. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*, (16), 299-313.
- Newell, A., y Simon, H. A. (1972). *Human problem solving* (Vol. 104, No. 9). Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Norman G.R. y Schmidt, H.G. (1992). The psychological basis of problem-based learning: a review of the evidence. *Academic Medicine*.
- Obando, G., y Múnera, J. J. (2003). Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática. *Revista Educación y Pedagogía*.
- Osses, S. y Jaramillo, S. (2008). METACOGNICION: UN CAMINO PARA APRENDER A APRENDER. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 34(1), 187-197. En línea, disponible en: <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052008000100011>
- Pérez serrano, G. (1998) *Investigación cualitativa. Retos e interrogantes*. Vol. I. Métodos. Madrid: La Muralla.
- Peronard, M. (2005). La metacognición como herramienta didáctica. *Revista Signos*, 38(57), 61-74.
- Pifarré, M. y Sanuy, J. (2000). El aprendizaje de estrategias de resolución de problemas con una hoja de cálculo. *Suma: revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 2000, núm. 35 p. 35-44.
- Pifarre, M. y Sanuy, J. (2001). LA ENSEÑANZA DE ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN LA ESO: UN EJEMPLO CONCRETO. *Revista ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS*, 2001, 19 (2), 297-308 297. En línea, disponible en: <http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/21745/21579>
- Pons, J. y Piquet, J. (2015). *La base de orientación, una herramienta para ayudar al alumnado a resolver problemas*. JAEM: Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas. Cartagena. Colombia

- Prieto, D., Monserrat, H. y Barcenilla, H. (2008) Metodología ABP 4x4 aplicada a la docencia práctica en laboratorios de Ciencias Experimentales, Universidad de Alcalá de Henares. Alcala. España-
- Primi, C., Busdraghi, C., Tomasetto, C., Morsanyi, K. y Chiesi, F. (2014). Measuring math anxiety in Italian college and high school students: validity, reliability and gender invariance of the Abbreviated Math Anxiety Scale (AMAS). *Learning and Individual Differences*, 34, 51-56.
- Puig, L. (2008). Presencia y ausencia de la resolución de problemas en la investigación y el currículo.
- Rivas, P. J. (2005). La educación matemática como factor de deserción escolar y exclusión social. *Red Revista Educere* (9), 165-170.
- Rodríguez, E. (2006) Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de matemáticas una propuesta integradora desde el enfoque antropológico. En línea, disponible en: <http://eprints.ucm.es/7256/>
- Rosales, L. P. P. (2010). Las matemáticas en el desarrollo de la metacognición. *Política y Cultura*, (33), 135-151.
- Santos Trigo, L. (1996). Principios y Métodos de la Resolución de Problemas en el Aprendizaje de las Matemáticas. *México DF, México: Grupo Editorial Iberoamericano*. Recuperado a partir de <http://fractus.uson.mx/geometria/UnidadIII/Lectura9b.pdf>
- Santos, L. M. (1992). Resolución de problemas. El trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a Considerar en el Aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Educación Matemática*, 4(2).
- Santos-Trigo, L. (2011). La educación matemática, resolución de problemas, y el empleo de herramientas computacionales. Trabajo presentado en la XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. México. En Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Año 6. Número 8. (p. 35-54). Costa Rica
- Santos-Trigo, L. (2008). *La resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica*. En Investigación en

- educación matemática XII (p. 159-192). Badajoz: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Santaolalla, E. (2009). Matemáticas y estilos de aprendizaje. *Revista Estilos de Aprendizaje*, Vol. 4, No. 4. En línea, disponible en: http://www2.uned.es/revistaestilosdeaprendizaje/numero_4/Artigos/lsr_4_articulo_4.pdf
- Schoenfeld, A. (1985). Sugerencias para la enseñanza de la Resolución de Problemas Matemáticos. *Separata del libro "La enseñanza de la matemática a debate*, 13-47.
- Schoenfeld, A. (1989). La enseñanza del pensamiento matemático y la resolución de problemas. *Resnick, L. y Klopfer, L. (1989). Curriculum y Cognición. Buenos Aires: Aique.*
- Schoenfeld, A. H. (1994). *Ideas y tendencias en la resolución de problemas*. Olimpiada Matemática Argentina.
- Schoenfeld, A. H. (2013). Reflections on problem solving theory and practice. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1/2), 9.
- Silva Córdova, C. (2006). *Educación en matemática y procesos metacognitivos en el aprendizaje*. Revista del Centro de Investigación. Universidad La Salle, 7(26).
- Socas, M. y Paralea, M. (1994). Algunos obstáculos cognitivos en el aprendizaje del lenguaje algebraico. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 16, 91-98.
- Soto, E. (2011). Diccionario Ilustrado de Conceptos Matemáticos. En línea, disponible en: <http://wordpress.colegio-arcangel.com/matematicas/files/2012/10/DICM.pdf>
- Stanic, G. y Kilpatrick, J. (1989), Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In R. Charles y Silver (Eds.) *The teaching and assesing of mathematical problem solving*, pp.1-22 Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Tamayo, O. (2006). La metacognición en los modelos para la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias. Universidad autónoma de Manizales.
- Troncoso Girón, O. M. (2013). Estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas: una intervención en el aula para determinar las implicaciones de la

implementación de estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas.

En línea, disponible en:

<http://www.fisica.ru/dfmg/teacher/archivos/ESTRATEGIAS->

[METACOGNITIVAS-OSCAR-M-TRONCOSO.pdf](#)

Vilanova, S., Rocerau, M., Valdez, G., Oliver, M., Vecino, S., Medina, P., Astiz, M., Alvarez, E. (2001). La Educación Matemática. El papel de la Resolución de Problemas en el Aprendizaje, Revista Iberoamericana de Educación.

Vizcarro, C. y Juárez, E. (2008) El aprendizaje basado en problemas. Universidad de Murcia. Murcia. Colombia

11. ANEXOS

Anexo A. Encuesta

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN ISIDRO
ENCUESTA INICIAL: IDEAS PREVIAS SOBRE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
MATEMÁTICOS (RPM)

Para cada una de las afirmaciones que aparecen a continuación le pedimos que marque con una **X** la opción que refleje su opinión con mayor exactitud.

Nombre: _____ **Curso:** _____ **Fecha:** _____

No	ITEMS	MUY DE ACUERDO	ALGO DE ACUERDO	ALGO EN DESACUERDO	MUY EN DESACUERDO
1	Comprendo rápidamente los problemas que son propuestos en clase.				
2	La resolución de problemas matemáticos ayuda a resolver los problemas que se presentan en mi vida cotidiana.				
3	Dedico bastante tiempo a resolver problemas matemáticos.				
4	Utilizo gráficos, tablas para representar que el problema que se me ha planteado.				
5	Busco semejanzas entre el problema que estoy resolviendo y problemas que allá solucionado con anterioridad.				
6	Me gusta solucionar problemas en los cuales tenga que utilizar varios conceptos y resolver problemas más complejos mientras voy avanzando en mi proceso académico.				

7	Analizo el problema y no comienzo a resolverlo hasta no estar seguro de que he interpretado de manera clara todos los elementos proporcionados.				
8	Prefiero aprender a aplicar los problemas matemáticos únicamente para las clases y no por fuera de ellas.				
9	Conozco múltiples formas de solucionar los problemas matemáticos que se me plantean.				
10	Vuelvo al planteamiento del problema cuando la estrategia original no parece llevarme a una solución clara.				

Anexo B. Diarios de Campo

DIARIO DE CAMPO	
Diario N°	Fecha:
Nombres:	
Actividad:	
Reflexiones	Descripción
¿Cómo se llevó a cabo la actividad?	
¿Qué aprendí de esta actividad?	
¿Cómo puedo usar lo aprendido?	

Anexo C. Prueba de entrada

EL DIABLO Y EL CAMPESINO

Iba un campesino quejándose de lo pobre que era, dijo: daría cualquier cosa si alguien me ayudara.

De pronto se le aparece el diablo y le propuso lo siguiente: “*ves aquel puente, si lo pasas en cualquier dirección tendrás exactamente el doble del dinero que tenías antes de pasarlo*”. Pero hay una condición debes tirar al río 24 pesos por cada vez que pases el puente.

Paso el campesino el puente una vez y contó su dinero, en efecto tenía dos veces más, tiro 24 pesos al río, y paso el puente otra vez y tenía el doble que antes y tiro los 24 pesos, paso el puente por tercera vez y el dinero se duplico, pero resulto que tenía 24 pesos exactos y tuvo que tirarlos al río. Y se quedó sin un peso. ¿Cuánto tenía el campesino al principio?

A continuacion encontraras una serie de preguntas. Es muy importante que en las respuestas trates de explicar empleando todo el espacio disponible.

¿Qué te pide el problema?

Escribe los pasos que vas a seguir para resolver el problema.

¿Pudiste resolver el problema? Explica tu estrategia.

Si no pudiste resolver el problema, explica el porque.

Anexo D. Situación problema 1

LATIDOS DEL CORAZÓN¹

Por razones de salud la gente debería limitar sus esfuerzos, por ejemplo al hacer deporte, para no superar una determinada frecuencia cardiaca.

Durante años la relación entre la máxima frecuencia cardiaca recomendada para una persona y su edad se describía mediante la fórmula siguiente: Máxima frecuencia cardiaca recomendada = $220 - \text{edad}$

Investigaciones recientes han demostrado que esta fórmula debería modificarse ligeramente. La nueva fórmula es la siguiente: Máxima frecuencia cardiaca recomendada = $208 - (0,7 \times \text{edad})$

Pregunta 1.

Un artículo de periódico afirma: “El resultado de usar la nueva fórmula en lugar de la antigua es que el máximo número recomendado de latidos cardíacos por minuto disminuye ligeramente para los jóvenes y aumenta ligeramente para los mayores”.

¿A partir de qué edad aumenta la máxima frecuencia cardiaca recomendada como resultado de introducir la nueva fórmula?

Pregunta 2.

Grafica en un plano cartesiano la máxima frecuencia cardiaca en función de la edad.

A continuación encontraras una serie de preguntas. Es muy importante que en las respuestas trates de explicar empleando todo el espacio disponible.

¿Alguna de las partes del problema se podría calcular de otra manera?, ¿Cómo?

Revisa los calculos realizados, ¿Has encontrado algun error?

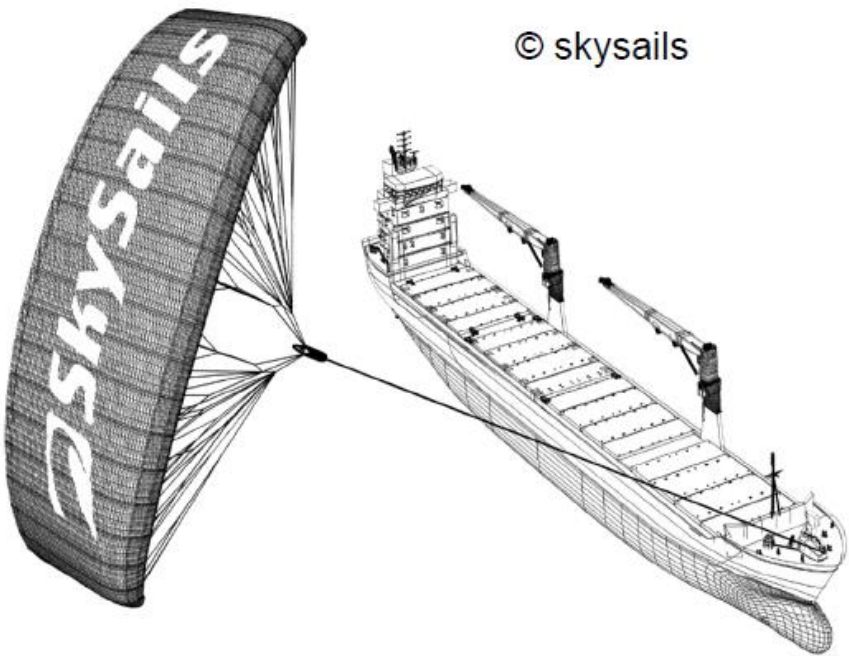
¿De qué tipo de error se trata?

¿Cómo puedes evitar en el futuro cometer este tipo de error?

¹ Pregunta liberada del proyecto PISA para la evaluación matemática.

Anexo E. Situación problema 2

BARCOS DE VELA²



© skysails

El noventa y cinco por ciento del comercio mundial se realiza por mar gracias a unos 50.000 buques cisterna, graneleros y buques portacontenedores. La mayoría de estos barcos utilizan diesel.

Los ingenieros pretenden utilizar la energía eólica para sustentar los barcos. Su propuesta consiste en enganchar velas-cometa a los barcos y utilizar el poder del viento para reducir el consumo de diesel y el impacto del combustible sobre el medio ambiente.

Pregunta 1

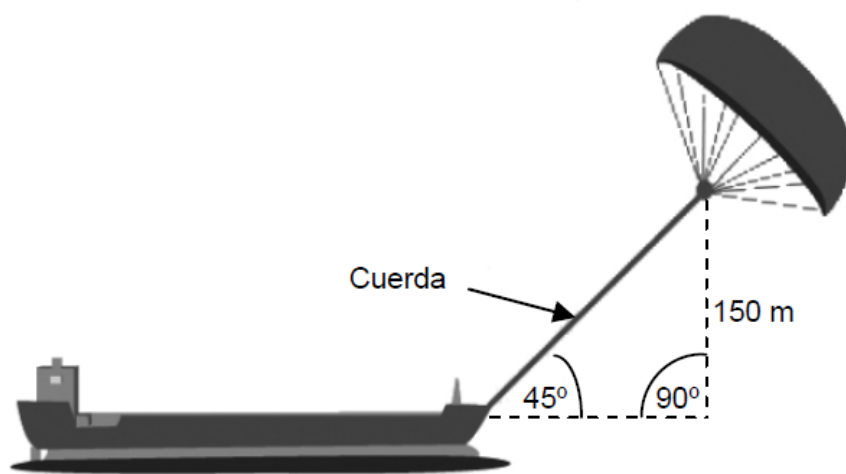
Una ventaja de utilizar una vela-cometa es que esta vuela a una altura de 150 m. Allí, la velocidad del viento es, aproximadamente, un 25% mayor que sobre la cubierta del barco.

² Pregunta liberada del proyecto PISA para la evaluación matemática.

¿A qué velocidad, aproximadamente, sopla el viento en una vela-cometa cuando sobre la cubierta de un buque portacontenedor la velocidad del viento es de 24 km/h?

Pregunta 2

Aproximadamente, ¿qué longitud debe tener la cuerda de la vela-cometa para tirar del barco en un ángulo de 45° y estar a una altura vertical de 150 m, tal y como se muestra en el dibujo de la derecha?



Nota: El dibujo no está a escala.
© skysails

Responde en cada caso.

Plantemientos Interrogantes	Pregunta 1	Pregunta 2
¿Qué debo que hacer?		
¿Lo estoy haciendo bien? explica		
¿Qué creo que faltó para mejorar mi desempeño?		

Anexo F. Situación problema 3

LOS PENDIENTES

En un remoto poblado de Nueva Guinea hay 1400 mujeres. El 14% de ellas lleva un solo pendiente. Del 86% restante, la mitad lleva dos pendientes y la otra mitad no lleva ninguno. Si los hombres no llevan pendientes, ¿cuántos pendientes hay en total en el poblado?

A continuación encontrarás una serie de preguntas. Es muy importante que en las respuestas trates de explicar empleando todo el espacio disponible.

¿Qué conceptos utilicé para resolver el problema?

¿Por qué utilice esta estrategia de solución y no otra?

¿Cómo puedo verificar que mi respuesta es la correcta?

Anexo G. Entrevista

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN ISIDRO

FORMATO DE ENTREVISTA RPM

Nombre: _____ **Curso:** _____ **Fecha:** _____

¿Cuáles son las estrategias que ha aprendido este año para solucionar problemas matemáticos?

¿De las estrategias que ha aprendido cuales son las que más utiliza y por qué?

¿Cuáles han sido sus fortalezas y debilidades en clase de matemáticas este año?

¿Cuáles son los aportes que le ha dado la clase de matemáticas para resolver problemas particulares de su vida cotidiana?

¿Ha logrado un proceso de aprendizaje autónomo, más allá de la explicación e indicación del docente usted realice su trabajo de manera individual y busque las maneras para resolver sus propias dudas?

¿Considera que soluciona de manera acertada la mayoría de problemas planteados, si no es así cuáles son sus mayores dificultades a la hora de solucionar los ejercicios dados en clase?

¿Cuáles son los nuevos conceptos aprendidos este año en la clase de matemáticas, y cómo le sirven para su vida cotidiana?

¿Cómo planea la resolución de problemas matemáticos?

¿Le es más sencillo graficar los problemas planteados o describir el procedimiento de la resolución?

¿Cuáles son las sugerencias que tiene para seguir mejorando su proceso académico en la resolución de problemas matemáticos?