



**REGULACIÓN METACOGNITIVA Y SUS INTERACCIONES CON LA  
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS CON NÚMEROS  
ENTEROS**

**LINCOLN EDUARDO RUIZ RUA**

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MANIZALES  
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES  
MAESTRIA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS  
MANIZALES**

**2021**

**REGULACIÓN METACOGNITIVA Y SUS INTERACCIONES CON LA  
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS CON NÚMEROS  
ENTEROS**

**Autor**

**LINCOLN EDUARDO RUIZ RUA**

**Proyecto de grado para optar al título de Magister en Enseñanza de las  
Ciencias**

**Tutora**

**MG. ANA MILENA LÓPEZ RÚA**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES  
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES  
MAESTRÍA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS  
MANIZALES**

**2021**

## **DEDICATORIA**

Dedicar a Dios por permitirme culminar con éxito mi tan anhelada maestría, darme salud y fortaleza en todo momento.

A mis padres, Lincoln Ruiz y Carmen Rua, aunque estén en los reinos de los cielos, me siguen bendiciendo y, sobre todo, protegiendo en cada camino que inicia a un nuevo reto. Uds. me forjaron como la persona que soy en la actualidad; muchos de los logros se los debo a ustedes, en los que incluyo este. Me formaron con reglas y ciertas libertades, pero al final de cuentas, me motivaron con constancia para alcanzar mis anhelos.

A mi esposa, Jennifer Torres Eguis, tu ayuda fue fundamental porque estuviste conmigo aun en los momentos más complicados. Este proceso no fue nada sencillo, pero estuviste motivándome, ayudándome y sobre todo recordándome de lo que yo era capaz de hacer.

## **AGRADECIMIENTOS**

A mi asesora la Mg. Ana Milena López Rúa. Sin usted y sus virtudes, su paciencia y constancia este trabajo no lo hubiese logrado. Sus consejos fueron siempre útiles cuando no salían de mi pensamiento las ideas para escribir lo que hoy he logrado. Usted formó parte importante de esta historia con sus aportes profesionales que la caracterizan. Muchas gracias por sus múltiples palabras de aliento, cuando más las necesité ; por estar allí cuando mis horas de trabajo se hacían confusas. Gracias por sus orientaciones.

A los docentes de la Universidad Autónoma de Manizales, sus conocimientos rigurosos y precisos, a ustedes mis profesores, les debo mis conocimientos. Donde quiera que vaya, los llevaré conmigo en mí transitar profesional. Su semilla de conocimientos, germinó en el alma y el espíritu. Gracias por su paciencia, por compartir sus conocimientos de manera profesional e invaluable, por su dedicación perseverancia y tolerancia.

## RESUMEN

La categoría de resolución de problemas ha sido objeto de estudios dentro de las enseñanzas de las matemáticas, la razón fundamental es que permite a los estudiantes aplicar lo que aprenden en esta área en diversas situaciones de su vida diaria. Por esta razón, este trabajo de investigación tiene como objetivo principal es caracterizar cómo interactúan la regulación metacognitiva y la resolución de problemas multiplicativos con números enteros en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, implementando una metodología con enfoque cualitativo y con un alcance descriptivo-explicativo en el cual se analizan estudiantes de 8°. Después de haber realizado la intervención de la unidad didáctica a la unidad de trabajo, los resultados obtenidos permitieron evidenciar que los estudiantes implementan cada una de los procesos de regulación metacognitivas y tienen control de su proceso de aprendizaje.

**Palabras clave:** Regulación metacognitiva; resolución de problemas; enseñanza de las matemáticas; aprendizaje

## ABSTRACT

The category of problem solving has been studied within the teaching of mathematics; the main reason is that it allows students to apply what they learn in diverse situations of their daily life. For this reason, this research work has as its main objective to characterize how meta-cognitive regulation and the resolution of multiplicative problems with whole numbers interact in the students' learning process, implementing a methodology with a qualitative approach and a descriptive-explanatory scope in which the 8th grade students are analyzed. After having carried out the intervention of the didactic unit to the work unit, the results obtained allowed to show that students implement each of the meta-cognitive regulation processes and have control of their learning process.

**Keywords:** meta-cognitive regulation, problem solving, mathematics teaching, learning.

## CONTENIDO

<b>1</b>	<b>PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....</b>	<b>12</b>
1.1	<b>DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA .....</b>	<b>12</b>
<b>2</b>	<b>OBJETIVOS .....</b>	<b>19</b>
2.1	<b>OBJETIVO GENERAL .....</b>	<b>19</b>
2.2	<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....</b>	<b>19</b>
<b>3</b>	<b>JUSTIFICACIÓN.....</b>	<b>20</b>
<b>4</b>	<b>REFERENTE CONCEPTUAL.....</b>	<b>22</b>
4.1	<b>METACOGNICIÓN .....</b>	<b>22</b>
4.2	<b>REGULACIÓN METACOGNITIVA .....</b>	<b>25</b>
4.2.1	Planeación .....	26
4.2.2	Monitoreo.....	27
4.2.3	Evaluación.....	27
4.3	<b>RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....</b>	<b>28</b>
4.3.1	Modelo de Pólya .....	30
4.3.2	Modelo de Schoenfeld .....	31
4.4	<b>ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA MULTIPLICACIÓN.....</b>	<b>35</b>
<b>5</b>	<b>METODOLOGÍA.....</b>	<b>39</b>
5.1	<b>ENFOQUE Y ALCANCE .....</b>	<b>39</b>
5.2	<b>POBLACIÓN Y CONTEXTO .....</b>	<b>40</b>
5.3	<b>UNIDAD DE TRABAJO .....</b>	<b>40</b>
5.4	<b>CONSIDERACIONES ÉTICAS .....</b>	<b>41</b>
5.5	<b>UNIDAD DE ANÁLISIS .....</b>	<b>41</b>
5.6	<b>TÉCNICAS Y FUENTES PARA RECOGER LA INFORMACIÓN.....</b>	<b>47</b>
5.6.1	Instrumentos de Lápiz y Papel .....	47
5.6.2	Entrevista Semiestructurada.....	47
5.7	<b>UNIDAD DIDÁCTICA .....</b>	<b>48</b>
5.8	<b>DISEÑO METODOLÓGICO .....</b>	<b>49</b>
5.9	<b>PLAN DE ANÁLISIS .....</b>	<b>50</b>
<b>6</b>	<b>ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS .....</b>	<b>51</b>
6.1	<b>ANÁLISIS INICIAL.....</b>	<b>51</b>
6.1.1	Resolución de problemas .....	51
6.1.2	Regulación metacognitiva.....	56

<b>6.2</b>	<b>ANÁLISIS FINAL .....</b>	<b>60</b>
	6.2.1 Resolución de problemas .....	60
	6.2.2 Regulación metacognitiva.....	64
<b>6.3</b>	<b>ANÁLISIS DEL IMPACTO DE LA INTERVENCIÓN DIDÁCTICA .....</b>	<b>68</b>
<b>6.4</b>	<b>¿CÓMO INTERACTÚAN LA REGULACIÓN METACOGNITIVA Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS CON NÚMEROS ENTEROS? 73</b>	
<b>7</b>	<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>76</b>
<b>8</b>	<b>RECOMENDACIONES .....</b>	<b>79</b>
<b>9</b>	<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>81</b>

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Principales componentes de la metacognición .....	24
Tabla 2 Operacionalización de las categorías de análisis .....	43
Tabla 3 Análisis de la entrevista semiestructurada.....	69
Tabla 4 Avances en el proceso de resolución de problemas.....	74

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Diseño metodológico.....	49
-----------------------------------	----

## LISTA DE ANEXOS

ANEXO 1 CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA LA PARTICIPACIÓN EN INVESTIGACIONES .....	87
ANEXO 2 CONSENTIMIENTO DEL RECTOR PARA EL DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN.....	88
ANEXO 3 UNIDAD DIDÁCTICA.....	89
ANEXO 4 ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA .....	109

# 1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

## 1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Este trabajo, tiene como propósito central caracterizar las posibles interacciones existentes entre la regulación metacognitiva y la resolución de problemas multiplicativos con números enteros. Para ello, fundamentamos el problema desde dos aspectos: el primero referido a la experiencia docente que ha permitido identificar obstáculos en el aprendizaje de las estructuras multiplicativas con números enteros, así como su aplicación en situaciones contextualizadas. El segundo, relacionado con los antecedentes de investigación que permiten sustentar la existencia de un problema con relación a las categorías de estudio.

En el campo de las matemáticas, parece ser que han primado los procesos de enseñanza y aprendizaje tradicionales, pues en general se emplea la memorización y el entendimiento de reglas o procedimientos, lo que causa poca comprensión a la hora de transferir el conocimiento a situaciones cotidianas. Sumado a esto, las clases se han tornado monótonas a pesar de muchos esfuerzos por parte de los maestros, lo que sin duda, causa desmotivación frente al desarrollo de las diferentes actividades que se les propone a los estudiantes. Socas (1997), establece que las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas se deben a situaciones de planeación curricular y a la naturaleza misma de la matemática.

Lo anterior parece ser que trae como consecuencia bajos niveles de desarrollo del razonamiento lógico-matemático por parte de los estudiantes, ante las diferentes situaciones que se les plantea en clase. Por tal razón, existe la necesidad de implementar estrategias o recursos didácticos que estén direccionados a potenciar el pensamiento matemático y a encontrar maneras distintas de aportar a la construcción de conocimientos matemáticos, en este caso particular, acerca de la multiplicación con números enteros.

Ahora bien, en los casi 12 años de experiencia como docente de matemáticas se han podido identificar obstáculos relacionados con la estructura multiplicativa; entre ellos, encontramos que a la hora de abordar este objeto matemático los estudiantes sienten presión emocional debido a que deben tener las tablas de multiplicar aprendidas. Esto, es un indicador de como la memorización es una de las tradiciones más arraigadas en el aprendizaje de las matemáticas e implica que si el estudiante no memoriza las tablas, encontrará retrasos en el dominio de diferentes formas de operatividad.

Otro aspecto que se evidencia es que desconocen el significado de los términos involucrados en esta operación. Estos términos son las cantidades que resultan al considerar la multiplicación como la suma de varios números iguales, tales como la cantidad de elementos que tiene un grupo, el número de veces que se toma, cantidad total resultante, etc. Así pues, al resolver problemas de la manera antes señalada, a los estudiantes se les dificulta expresar claramente las unidades del resultado, aun cuando hayan encontrado fácilmente el número multiplicado.

Además de lo anterior, parece existir una tendencia relacionada con que los estudiantes realicen de manera automática la operación cuando el enunciado del problema muestra dos números; es decir, al observar dos valores en el problema asocian que deben hallar un producto, aun cuando lo que solicita el ejercicio es escribir un número que está explícito en el problema, sin necesidad de calcular un producto.

Todo lo anterior ha repercutido en la forma de resolver problemas, una habilidad necesaria, no solo en matemáticas, sino para la vida. Los estudiantes entonces tienen dificultades para entender el problema, buscar distintas soluciones, planear estrategias para resolverlo y realizar las operaciones de forma adecuada, en tanto que se quedan con la idea que deben solo acudir a la memoria sin entender el enunciado.

Sumado con lo anterior, se ve reflejada la ausencia de reflexiones metacognitivas en el aula, no solo por parte de estudiantes, sino también por parte de profesores, seguramente por desconocimiento de esta categoría y su importancia en los procesos de enseñanza y

aprendizaje. Esta baja reflexión metacognitiva, no permite que los maestros diseñen problemas contextualizados en los cuales los estudiantes además de conocimientos y procesos deban poner en juego planes, posibles soluciones, monitoreo de los planes y evaluación en términos de la estrategia seleccionada, lo cual nos lleva de regreso a la dificultad de abordar situaciones problemas sin necesidad de acudir a la memoria

Ahora bien, para sustentar el problema se realizó una búsqueda de antecedentes relacionados con la resolución de problemas, la regulación metacognitiva y los obstáculos en el aprendizaje de estructuras multiplicativas de los números enteros, los cuales citamos a continuación.

Respecto a la resolución de problemas y sus posibles relaciones con la regulación metacognitiva, podemos encontrar diversidad de trabajos en el campo de las matemáticas, en temas relacionados con la adición, la sustracción, los números enteros y los fraccionarios principalmente. Estos trabajos, coinciden en que inicialmente los estudiantes presentan obstáculos para resolver problemas, acudiendo en especial a la memorización y el uso de algoritmos (Córdoba, 2018). Asimismo, estos trabajos enfatizan en que la implementación de estrategias y habilidades de regulación metacognitiva han permitido mejorar la resolución de problemas matemáticos (Avendaño y Vilorio, 2018, Fernández, 2018).

Mejía (2019) presentó un trabajo cualitativo descriptivo que vinculaba la resolución de problemas y la metacognición. En los resultados destaca la necesidad de transformar la enseñanza, en especial la referida a la resolución de problemas, dentro de la cual se debe incorporar la regulación metacognitiva.

Manteniendo la relación entre las categorías de metacognición y resolución de problemas, encontramos el trabajo desarrollado por Hoyos (2019), sobre la regulación metacognitiva en la resolución de problemas con números naturales. La investigación se centró en el análisis de los modelos empleados por los estudiantes para resolver problemas; en los que encuentra que los estudiantes no planifican a la hora de abordar una situación dada.

Ahora bien, Arias (2019) desarrolló una investigación cualitativa descriptiva, basada en la articulación entre procesos de regulación metacognitiva con el modelo de resolución de problemas de De Guzmán. La autora refiere en sus resultados que después de la intervención didáctica, los estudiantes mejoraron de forma significativa procesos de planeación, monitoreo y evaluación; lo cual, a su vez, permitió mejor toma de conciencia en los procesos, pues ellos mismos lograron identificar sus fortalezas y sus dificultades a la hora de resolver problemas matemáticos.

Por su parte, Avendaño y Vilorio (2018), exponen en su trabajo, que los estudiantes inicialmente resolvían problemas inicialmente de forma algorítmica, presentando muchas dificultades en la interpretación y comprensión de los problemas y sus propósitos. Para vencer estos obstáculos, implementaron una unidad didáctica basada en la regulación metacognitiva, con la cual lograron mejores dominios de lenguaje matemático y mayor comprensión de heurísticos para resolver el problema. Estos resultados coinciden con los de Fernández (2018), quien refiere que los estudiantes presentan muchas dificultades para resolver problemas con números enteros; no obstante, luego de la implementación de estrategias de regulación metacognitiva evidenció un progreso en los procesos de aprendizaje.

Por otra parte, Córdoba (2018), explicita que la regulación metacognitiva ayuda a minimizar los obstáculos en el aprendizaje de las matemáticas, en especial, la habilidad de monitoreo, que apreció ser, después de la implementación de la unidad didáctica, la que permitió mejores desempeños académicos por parte de los estudiantes.

La relación existente de las anteriores investigaciones con el proyecto de investigación es que, así como los autores brindaron estrategias metodológicas para abordar el aprendizaje del concepto de un objeto matemático, de la misma forma en este estudio se utilizará una unidad didáctica, basada en la resolución de problemas y la regulación metacognitiva, como elemento mediador en el proceso de aprendizaje de la multiplicación con números enteros. Asimismo, es importante precisar, que en estos trabajos se evidencia una tendencia por abordar el modelo de Miguel De Guzmán, aspecto en el cual diferimos,

pues encontramos en los trabajos de Schoenfeld, un acercamiento mayor entre la resolución de problemas y la regulación metacognitiva, aspecto que abordaremos más adelante en el marco conceptual.

Ahora bien, desde el objeto matemático, es necesario mencionar en primera instancia que desde la historia de las matemáticas se ha reflexionado sobre las dificultades latentes en torno a la enseñanza y el aprendizaje de los números enteros, especialmente a lo relacionado a los números negativos (Aponte y Rivera, 2017). Asimismo, la suma es la operación que, inicialmente y mientras no se introduzca la multiplicación (Aponte y Rivera, 2017), presenta menos dificultades; lo cual, evidencia que la multiplicación con números enteros es un tema de difícil comprensión por parte de los estudiantes, esto aunado a que si se enseña de forma descontextualizada no tiene significado para ellos (Abrate, Pochulu, y Vargas 2006). Estos mismos autores, destacan que gran parte de los errores con números naturales que cometen los estudiantes, es el resultado de obstáculos epistemológicos que los mismos matemáticos a lo largo de la historia han tenido que enfrentar y superar y, por ello, se debe reflexionar acerca de las dificultades que conllevan para nuestros estudiantes.

Además de lo anterior, Como es sabido, las estructuras aditivas son la base de las estructuras multiplicativas, debido a que los primeros pasos de los estudiantes en el razonamiento multiplicativo se derivan directamente de sus experiencias en el razonamiento aditivo (Jacob y Willis, 2003). No obstante, solo el desarrollo del pensamiento aditivo basta para que los niños progresen matemáticamente (Arias, 2021).

Pasando a la multiplicación y, tomado como referencia la implementación de la regulación metacognitiva a la hora de resolver problemas, exponemos el trabajo Díaz (2013) que se centra en ofrecer una propuesta para los estudiantes de séptimo grado, cuyo objetivo fue suministrar un significado coherente del producto de números enteros. Esta investigación muestra referentes históricos, epistemológicos y conceptuales que orientan el diseño de una propuesta con enfoque didáctico.

La propuesta muestra diversos elementos al proceso de enseñanza y aprendizaje desde los números enteros, donde la explicación de las leyes de los signos y el significado del objeto matemático producto de números enteros sean abordados desde las necesidades o dificultades que se hayan detectado desde un diagnóstico empleado. Las estrategias que se utilizaron se basan en los Estándares Básicos de Competencias del MEN y se aproximan desde modelos aritméticos, geométricos y algebraicos. También el autor realiza un análisis de la prueba de entrada y de la implementación de la propuesta didáctica.

Otro trabajo centrado en las estructuras multiplicativas lo realizó Fernández e Ivars (2016) en la ciudad de México. Este trabajo se centró en caracterizar y describir la evolución que mostraron estudiantes entre 6 y 12 años, a la hora de implementar estrategias cuando resolvían problemas de estructuras multiplicativas. Los autores expresan que la mayoría de niños empleaban estrategias de modelización y conteo, pero niños de mayor edad empleaban el algoritmo. Sin embargo, el uso del algoritmo no implicó una disminución de las dificultades y vino ligado a la aparición de una estrategia poco correcta: el uso del algoritmo inverso. Estos datos sugieren que la introducción del algoritmo en la resolución de problemas multiplicativos conlleva a la disminución del uso de otras estrategias que implican una comprensión adecuada de la situación, pero no conllevan una mejora en la comprensión de dichas situaciones.

Expuestas las dificultades y presentados los antecedentes que soportan cada una de las categorías que se van a trabajar, consideramos necesario la implementación de una estrategia enfocada al desarrollo de situaciones problémicas que involucren la multiplicación de los números enteros para que los estudiantes reflexionen sobre su propio proceso de aprendizaje y dejen de lado los algoritmos tradicionales. A esto, Iriarte (2011), agrega que las estrategias didácticas con enfoque metacognitivo resultan ser una alternativa útil e innovadora, las cuales ayudarán a los estudiantes a planificar, regular y evaluar sus aprendizajes, concretamente en el área de matemáticas y en la competencia resolución de problemas.

Teniendo en cuenta las problemáticas anteriormente descritas, se propone la siguiente pregunta de investigación:

*¿Cómo interactúan la regulación metacognitiva y la resolución de problemas multiplicativos con números enteros?*

## **2 OBJETIVOS**

### **2.1 OBJETIVO GENERAL**

Caracterizar cómo interactúan la regulación metacognitiva y la resolución de problemas multiplicativos con números enteros en el proceso de aprendizaje de los estudiantes del grado 8 de la Institución Educativa San José de Sitionuevo.

### **2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Identificar los procesos de regulación metacognitiva y de resolución de problemas multiplicativos con números enteros iniciales llevados a cabo por los estudiantes de la Institución Educativa San José.

- Describir los cambios en los procesos de regulación metacognitiva y de resolución de problemas multiplicativos con números enteros llevados a cabo por los estudiantes de la Institución Educativa San José, una vez implementada la intervención didáctica.

### 3 JUSTIFICACIÓN

Este trabajo investigativo se da a razón de las dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, regularmente para llevar a cabo este proceso se da como prioritario la implementación de la memorización de procedimientos, secuencias o algoritmos para desarrollar una actividad y se estandariza un modelo de solución causando que a los estudiantes se les dificulta planificar unas estrategias para resolver un problema. Por lo anterior gesta la necesidad de implementar líneas didácticas donde el estudiante tome control de su proceso de aprendizaje, tome conciencia del proceso que implementa y conozcan un modelo de solución que al momento de abordar un problema la realización sea con estructuras secuenciales y comprensibles. Para que esto se lleve a cabo, el saber específico del área por parte del docente no es suficiente para optimizar este proceso, se debe sumar a esta habilidad una planificación de estrategias para que su práctica de aula conlleve a la implementación de diversos escenarios, con la intención que los estudiantes desarrollen la habilidad de resolver problemas y su vez crear una regulación del proceso que los estudiantes emplean.

Descrito lo anterior se resalta que una de las principales causas para implementar este trabajo de investigación es lograr evidenciar como los procesos de regulación metacognitiva cobran importancia a la hora de resolver un problema y especialmente mostrar como la toma de conciencia y conocimiento del proceso cognitivo en los estudiantes permiten consolidar una visión de general de su propio proceso de aprendizaje. Teniendo en cuenta que el objetivo de este trabajo es caracterizar cómo interactúan la resolución de problemas multiplicativos con números enteros y la regulación metacognitiva en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, se implementara el modelo de resolución de problema de Schoenfeld puesto que basados en los análisis conceptuales de los diversos autores es considerado el más completo y acorde a las necesidades de los educandos, ya que en sus fases involucra estrategias metacognitivas y hace explícito en el monitoreo de estrategias, características que otros modelos omiten, lo que hace que este proyecto de investigación pueda consolidarse en una estrategia innovadora en los procesos de transformación de aula

Expresado lo anterior, la intervención didáctica que aportará este trabajo implicará que los estudiantes minimicen las dificultades a la hora de resolver un problema matemático contextualizado y lleven la línea conceptual del objeto de multiplicación de números enteros. Esta intervención, dará como consecuencia que los estudiantes adquieran confianza en los diferentes escenarios que se propongan en el área de las matemáticas mejorando su desempeño en el área. A lo anterior se le agrega que este trabajo también será una herramienta que orientará al ejercicio docente dentro de aula, identificando y solventando los obstáculos que se encuentren en el proceso ya sean conceptuales, epistemológicos e incluso motivacionales.

Como se expresaba anteriormente, la intención no solo es abordar del como aprenden los estudiantes y como deben regular sus procesos, este trabajo apunta a brindar una línea didáctica que pueda ser utilizada por los docentes a razón que los indicadores de la problemática apuntan a las estrategias que se utilizan. La unidad didáctica que se va emplear será un recurso institucional, para los docentes del área de matemáticas y de otras ciencias que centren sus líneas de trabajo para desarrollar la competencia de resolución de problemas. También para abordar de una manera diferente las estrategias que se lleven a cabo en el aula de clase para generar cambios significativos a la hora de implementar las líneas de trabajo en las diferentes áreas institucionales.

Con lo mencionado, el trabajo investigativo desarrollará e implementará una unidad didáctica basado en las líneas propuestas por Schoenfeld construida a partir de tres momentos (ubicación, enfoque y reenfoque) donde inicialmente se analizará la forma que tienen los estudiantes para resolver un problema donde intervenga el objeto matemático multiplicación de números enteros, posterior a esto se implementara la aplicación de los proceso de regulación metacognitiva en la resolución de problemas y para terminar se observará y se hará la respectiva descripción de los cambios causados por la implementación de la unidad didáctica.

## **4 REFERENTE CONCEPTUAL**

Para llevar a cabo esta propuesta investigativa, se deben definir conceptualmente cada una de las categorías que tomaremos como referencia para llevar a cabo la intervención, teniendo en cuenta las dificultades que los estudiantes de octavo grado presenten a la hora de resolver situaciones problemáticas de multiplicación de números enteros. Se tomarán los aportes de los autores más representativos en las categorías de estudio de la presente investigación.

### **4.1 METACOGNICIÓN**

De manera general, hay un acuerdo entre la comunidad académica en didáctica de las ciencias y la psicología del aprendizaje, sobre la importancia de la metacognición en la educación (Tamayo, Zona y Loaiza, 2016). Es por ello, que hoy se considera como uno de los tópicos centrales en el estudio de los aprendizajes profundos y como constituyente del pensamiento crítico. No obstante, se considera a la vez un concepto difuso (Zohar & Dori, 2012) y por ello sigue suscitando el interés de muchos investigadores.

Los primeros estudios referidos a la metacognición, Tulving y Madigan (1970, citados por Tamayo et al., 2016) se enfocaron en la metamemoria, un aspecto poco explorado y fundamental para el aprendizaje. De allí, Flavell tomó la metamemoria como punto de partida y desarrolló trabajos que con el tiempo se constituyeron en el conocimiento metacognitivo (Flavell, 1987).

Flavell (1987) define la metacognición como cualquier conocimiento sobre el conocimiento. A partir de allí, esta categoría ha sido objeto de innumerables investigaciones y discusiones sobre su definición y alcances en la enseñanza y el aprendizaje y, en consecuencia, se considera un constructo teórico con gran potencialidad para la enseñanza de las ciencias (Gustone y Mitchell, 1998; Martí, 1995, Tamayo, 2006, Tamayo et al., 2016).

Por su parte, Brown, (1987) la define como el conocimiento de nuestras cogniciones. Gravini, (2007) cita a Chadwick,(1985) para definir a la metacognición como la conciencia que tiene una persona de sus procesos y estados mentales. Podemos ver así la convergencia que existe entre estas definiciones pero también la diversidad conceptual que plantean y por ello, su importancia como eje articulador de procesos de pensamiento complejo, habilidades cognitivas y como estrategia didáctica. Cabe destacar además, que los estudios de (Arslan y Akin, 2014), demostraron que los estudiantes que desde edades tempranas usan habilidades metacognitivas, aprenden y recuerdan más, resuelven problemas y descubren mejores estrategias para afianzar sus conocimientos; es por ello, que centramos nuestra atención en el desarrollo de habilidades metacognitivas en este trabajo, pues de acuerdo a la cita anterior, favorecer esta habilidad puede afianzar la resolución de problemas.

Finalmente, la metacognición se refiere a un alto nivel de pensamiento que implica el conocimiento y control activo sobre los procesos cognitivos involucrados en el aprendizaje (Chatzipanteli, Grammatikopoulos y Gregoriadis, 2014).

De toda esta gamma de significados, nos acogemos al referido a la Metacognición como el conocimiento que se tiene de los propios procesos cognitivos a la hora de realizar una tarea específica, así como a la necesidad de conocimientos autorregulados, que le permitan a los sujetos monitorear y supervisar sus propios recursos cognitivos (Tamayo, 2006, Tamayo et al., 2016).

Por su parte, los trabajos de Gustone y Mitchell (1998), lograron mostrar tres aspectos generales: conocimiento, conciencia y regulación sobre los propios procesos de pensamiento. No obstante, (Veenman, 2012; Winne y Azevedo, 2014, citados por Tamayo, Cadavid y Montoya, 2019), consideran que el aprendizaje solo implica el conocimiento metacognitivo y el desarrollo de la metacognición, del cual destacamos en la tabla 1 los aportes de Huertas, Vesga y Galindo (2014):

**Tabla 1 Principales componentes de la metacognición**

<b>Componente general</b>	<b>Subprocesos</b>	<b>Definición</b>
<b>Conocimiento de la cognición</b>	Conocimiento declarativo	Conocimiento que tiene un sujeto de su aprendizaje, sus habilidades y el uso de sus capacidades cognitivas.
	Conocimiento procedimental	Conocimiento que tiene un sujeto sobre el empleo de sus estrategias de aprendizaje.
	Conocimiento condicional	Conocimiento que tiene un sujeto acerca de cuándo y por qué utilizar las estrategias de aprendizaje.
<b>Regulación de la cognición</b>	Planificación	Planeación, por parte del sujeto, de los tiempos de estudio, fijación de metas de aprendizaje y selección de recursos.
	Organización	Proceso realizado por el sujeto que le permite organizar las actividades en torno al aprendizaje.
	Monitoreo	Supervisión que ejerce el sujeto del proceso de aprendizaje durante el desarrollo de tareas.
	Depuración	Proceso realizado por el sujeto y que le permite identificar debilidades en el aprendizaje y ajustar las estrategias para mejorar su desempeño.
	Evaluación	Análisis, por parte del sujeto, de la efectividad de las estrategias implementadas.

*Fuente:* Huertas, Vesga y Galindo (2014)

De lo presentado en líneas anteriores, consideremos que hay suficiente evidencia que devela que la metacognición es una categoría central en el entendimiento de mejores procesos de aprendizaje y que a pesar, de ser muy estudiada en el ámbito nacional e internacional, su investigación no se agota y se precisa la necesidad de seguir profundizando en su estudio, especialmente en dominios específicos del conocimiento.

Debido a que en nuestro trabajo, una de las categorías centrales es la regulación metacognitiva, focalizamos, en las siguientes líneas, nuestra atención en profundizar aspectos referidos a ella y a las dimensiones que consideramos centrales para su estudio.

## **4.2 REGULACIÓN METACOGNITIVA**

Según Tamayo et al., (2016), la regulación metacognitiva hace referencia al conjunto de actividades que ayudan al estudiante a controlar su aprendizaje; es decir, se relaciona con las decisiones que los aprendices toman antes, durante y después de realizar una tarea. Brown (1987) menciona que las actividades metacognitivas se desarrollan bajo tres acciones, estas son: planificación, monitoreo y evaluación.

Tamayo et al., (2018) manifiestan que la regulación metacognitiva contempla los mecanismos de control de la actividad cognitiva, para diferentes investigadores, este hace referencia a las distintas habilidades metacognitivas que ayudan a controlar el pensamiento o el aprendizaje. La regulación se ha considerado la más operativa entre las habilidades metacognitivas, que están en juego durante el desempeño en la tarea (Tsalas, Sodian, & Paulus, 2017, Tamayo, Cadavid y Montoya, 2019), pues se constituye de alguna manera en el uso de heurísticos o pasos para supervisar sus procesos cognitivos y resolver un problema.

De lo anterior, asumimos entonces que la regulación metacognitiva es necesaria para desarrollar autonomía y pensamiento autorregulado en los estudiantes; esto, porque le permite desarrollar estrategias, ponerla en acción y determinar su eficacia. De alguna

forma, esto nos lleva a pensar que debe estar imbricada con la resolución de problemas, en donde también es importante planificar, rediseñar estrategias, resolver el problema y evaluar la eficacia de estas en la solución.

Schraw (1998) considera que la regulación y la cognición se relacionan mutuamente y Martí (1995) expresa que es probable que el conocimiento que una persona tenga sobre su cognición, repercute en la regulación metacognitiva. Esto, nos lleva a pesar entonces que el conocimiento es fundamental a la hora de llevar a cabo procesos de regulación y, a su vez para lograr autonomía en el desarrollo de las tareas propuestas.

Por otro lado, Brown (1987); Schraw y Moshaman, (1995) y Tamayo et al., (2014), refieren que en la literatura se describen varias habilidades de regulación metacognitiva, como las presentadas en la figura 1; no obstante, ellos reconocen que las esenciales son la planificación, el monitoreo y la evaluación, los cuales describimos a continuación.

#### **4.2.1 Planeación**

Muñoz, Beltrán y López, (2009) establecen que hace referencia a la capacidad que se tiene para escoger la estrategia que se va implementar después se que se conoce la situación se va a abordar, esta puede ser una estrategia conocida o no habitual en su implementación. Se debe considerar la información relevante, después hacer una indagación sobre los posibles caminos o metodologías que se pueden utilizar, antes de hacer el procedimiento, dentro de ello se debe tratar de simplificar o hacer lo más fácil posible la obtención de la respuesta, lo viable a la hora de escoger una estrategia es irse por aquellas que ya se han utilizado y su funcionamiento ha sido correcto. En palabras de Brown (1987) implica la selección de las estrategias apropiadas y la localización de factores que afectan el rendimiento tales como la predicción, las estrategias, el uso del tiempo y la atención selectiva antes de realizar la tarea.

Todo lo anterior consiste entonces en anticipar las actividades, prever resultados, enumerar pasos y fijar metas.

### **4.2.2 Monitoreo**

El proceso de solución debe estar en una constante supervisión, esto inicia desde la ejecución del plan que se diseña, también se enfoca en un orden lógico de la secuencia que se desarrolla, después que se ejecuta el plan debe haber una valoración de la utilidad de la estrategia, si al implementar lo anterior no se llega al resultado se procede a hacer ajustes en la planificación e inclusive se puede presentar el caso de cambiar todo lo que se implementó, también en la marcha del plan se pueden hacer cambios para mejorar la estrategia y así implica la obtención de un resultado desde sus procedimientos (Muñoz et al., 2009).

Ahora bien, White, Frederiksen y Collins, (2009) afirman hay una relación estrecha entre la planeación y el monitoreo, pues los aprendices necesitan determinar todos los pasos que deben completarse. Esto, lo lleva entonces no solo a planificar anticipar resultados, sino también a proponer preguntas sobre su proceso: a) lo que estamos tratando de hacer; b) ¿por qué estamos tratando de hacer eso? y c) ¿estamos haciendo progresos? (p. 177).

### **4.2.3 Evaluación**

Muñoz et al., (2009) refieren que al utilizar las estrategias esta deben someterse a un juicio y también ver que tan efectiva fueron, para ello, después de haber encontrado la solución se debe verificar el que tenga sentido con el problema planteado, que el procedimiento se haya ejecutado correctamente, verificar que los objetivos planteados desde la planificación se hayan alcanzado y ver si a este resultado se puede llegar utilizando otros métodos. De lo anterior se obtiene una información sobre las estrategias que se utilizaron, determinar si se pueden seguir utilizando o si deben ser sustituidas.

Por su parte, Brown (1987) y Tamayo et al., (2016), consideran que la evaluación realizada siempre al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas (no al resultado obtenido); es decir, el aprendiz evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia.

Podemos ver que la regulación metacognitiva se da cuando los estudiantes utilizan las actividades anteriormente definidas para dirigir sus ideas, conocimientos sobre las estrategias que se utilizaran, tener claro el porqué, el cuándo, el cómo se utilizan; esto implicaría que mejorara el uso de sus recursos cognitivos.

Dado lo anterior podemos resaltar la importancia que tiene la regulación metacognitiva a la hora de resolver una situación problémica, independientemente cual sea el objeto matemático a tratar, se analiza como este proceso desde la implementación de las actividades metacognitivas que define Brown (1987): planeación, monitoreo y evaluación aporta a que los estudiantes tengan un mejor manejo de sus estrategias a la hora de resolver una situación problémica.

Por lo anteriormente expuesto, este trabajo investigativo tiene como línea de trabajo identificar si los estudiantes implementan habilidades de regulación metacognitivas al momento de resolver una situación problema, describir estas acciones e intervenir en ellas para que los estudiantes desarrollen habilidades a la hora de dar solución a una problema contextualizado, en este caso, aquellos referidos a la multiplicación con números enteros. A lo anterior se le agrega que los procesos metacognitivos generan autonomía en los estudiantes, crean capacidad de evaluar cada a una de las estrategias que intenten implementar, realizar los respectivos seguimiento y adecuaciones necesarias al proceso, explorar los diferentes camino que se pueden tomar, hacer una autoevaluación sobre lo que se acaba de implementar y ver la necesidad de hacer cambios o tomarlo como ejemplo cuando se vayan a solucionar otros problemas similares.

### **4.3 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

Al igual que la metacognición, esta es una categoría ampliamente explorada por investigadores en el campo de la didáctica de las ciencias, especialmente, Tamayo et al., (2016) consideran esta dimensión, de especial relevancia para la formación del pensamiento crítico.

Las investigaciones sobre el proceso de resolución de problemas se remontan a la década de los 50, en la cual se diseñaron estrategias para mejorar la capacidad para resolver problemas. A partir de allí, el estudio de la resolución se ha dado desde distintos enfoques, algunos centrados en el entrenamiento de los alumnos en el manejo de heurísticos (García, 2003); otros se han enfocado en contrastar mecanismos entre expertos y novatos (Salvat 1990) y otros trabajos enfocados a las investigaciones hacia la creatividad como aspecto fundamental para resolver los problemas (Garret 1988, citado por García, 2003 Todos, enfoques que sin duda han buscado mejorar los procesos de aprendizaje.

Ahora bien, en la didáctica de las ciencias, es posible encontrar distintas perspectivas acerca de la resolución de problemas. Simon (1984, citado por Tamayo et al., 2016) por su parte, expresa que enfrentarse a resolver problemas es la mejor forma de manifestar las capacidades cognitivas de los sujetos.

Por su parte, Orton (1996) la define como el inicio de un proceso que estimula a la combinación de elementos cognitivos, conceptos, procedimientos, reglas, ideas previas para abordar y dar solución a una situación planteada. Podemos ver que resolución de problemas es la génesis de un proceso mental donde intervienen habilidades, competencias y conocimientos ya sean procedimentales o actitudinales.

Por otra parte, Delgado (1999), afirma que es una habilidad matemática que permite buscar las diferentes maneras, diversas vías de análisis y/o, planificación de estrategias que nos permitan dar solución a un problema independientemente cual sea el objeto de estudio. Hay concepciones por parte de otros autores que la definen como como una capacidad o competencia que se desarrolla en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Para este trabajo investigativo asumimos la resolución de problema como una competencia y la definimos como un proceso que genera la implementación de una secuencia de acciones con la intención de dar solución a una dificultad planteada. En esta secuencia el estudiante podrá aplicar unas series habilidades cognitivas e incluso afectivas,

en la búsqueda de soluciones eficaces. En este proceso se deben aplicar una serie de etapas que se deben desarrollar de manera integral para buscar la solución requerida.

De lo anterior, también es importante hacernos la pregunta acerca de la distinción entre hacer un ejercicio y resolver un problema. Pues bien, García (2003) expresa que los docentes y los estudiantes confunden los ejercicios con los problemas, esto los lleva a asignar la categoría de problemas a los ejercicios, usan únicamente para que los estudiantes apliquen las formalizaciones a partir de los conceptos y principios enseñados. La resolución de problemas, por su parte, incluye procesos de conducta y pensamiento dirigido a la ejecución de una tarea intelectualmente exigente (García, 2003).

Ahora bien, en la didáctica de las matemáticas, se presentan diversas perspectivas frente a la resolución de problemas, entre las cuales destacamos los trabajos de George Polya y Alan Schoenfeld, los cuales describimos a continuación.

#### **4.3.1 Modelo de Pólya**

Polya (1957) plantea cuatro pasos para resolver un problema:

- Paso 1: entender el problema: en esta fase se implementa lo que es el cuestionamiento, la identificación de datos o informaciones relevantes que nos muestra la situación y determinar cuál es la incógnita. Polya expresa que debemos apropiarnos del problema, entenderlo, tratar de sintetizarlo o reformularlo de manera que podamos comprenderlo pero sin modificar la idea principal.

En este paso, Tamayo et al., (2016, p. 185), establece que son fundamentales preguntas como ¿entiendes todo lo que dice?, ¿puedes replantear el problema en tus palabras?, ¿distingues los datos?, ¿sabes a qué quieres llegar?, ¿hay suficiente información? Esta tipología de preguntas, consideramos presentan distinciones importantes entre ejercicios y problemas contextualizados.

- Paso 2: Configurar un plan: hace relación a realizar una lista para resolver el problema. El docente juega un papel importante porque le da ideas de posibles alternativas, pero no debe imponerlo. En esta fase se pueden hacer preguntas como: ¿has desarrollado un problema semejante?, ¿podríamos utilizar este modelo para solucionarlo?, ¿estás consiente que estas son las nociones necesarias para abordar el problema? O se podría mostrar un problema ya resuelto donde el estudiante haga las respectivas comparaciones y ver si hay ligeros cambios en el nuevo problema.

- Paso 3: Ejecutar el plan: En esta fase es importante que se verifiquen cada uno de los pasos que se ejecutan, analizar si cada una de las piezas son fundamentales y encajan en el proceso y, sobre todo, verificar la veracidad del razonamiento que se haga. Si el estudiante no tiene éxito, es necesario que solicite ayuda a su profesor y que no tenga miedo a iniciar de nuevo (Tamayo et al., 2016).

- Paso 4: Mirar hacia atrás: la última fase es la visión retrospectiva, aquí se considera el procedimiento aplicado y la solución encontrada; en esta fase se consolida el conocimiento y desarrolla aptitudes para dar solución a cualquier problema. Polya (1957) plantea que preguntas como ¿es tu solución correcta? o ¿tu respuesta satisface el problema? Permiten de forma gradual la resolución de problemas matemáticos.

#### **4.3.2 Modelo de Schoenfeld**

Frente a la perspectiva de trabajo de Polya, Schoenfeld (1985), en su libro *Mathematical Problem Solving*, estableció que las estrategias planteadas por Polya eran insuficientes, así que propone que va más allá de una simple heurística y que involucra elementos emotivo-afectivos, psicológicos, cognitivos y sociales.

Ahora bien, considerando la postura de Schoenfeld, es necesario enfatizar en la necesidad de dar pautas claras a los estudiantes para hallar la solución a un problema. Schoenfeld (1985), considera que a cualquier persona le sucede que resolviendo un problema tiene la seguridad que se soluciona usando el método que eligió y aunque no

encuentra el resultado, sigue intentando bajo el mismo método. Finalmente, se da cuenta en algún momento que no es la estrategia adecuada y debe buscar otro camino distinto. Es por ello, que Schoenfeld (1985) destaca la importancia que el estudiante monitoree y evalúe su proceso; asunto en el cual enfatizamos, pues encontramos una relación con la regulación metacognitiva que deseamos abordar en esta investigación.

Así pues, Schoenfeld (1985) señala que para resolver un problema, el estudiante debe saber qué es capaz de hacer y con qué cuenta, lo que nos lleva de vuelta a relaciones explícitas con la metacognición, pues es conocimiento de los propios procesos cognitivos permitirá la identificación de fortalezas y obstáculos durante la solución de un problema.

Schoenfeld (1985) propone la existencia de cuatro aspectos que intervienen en la resolución de problemas:

- *Recursos*: son los conocimientos previos que posee el individuo; es decir, conceptos, fórmulas, algoritmos, y, en general, todas las nociones que se considere necesarias para enfrentarse a un determinado problema (Barrantes, 2006). Aquí es necesario aclarar que los maestros deben tener claro con qué recursos o herramientas cuentan los estudiantes, pues de no ser así, se corre el riesgo que a la hora de resolver un problema el aprendiz no posea las herramientas para encontrar la solución.

- *Heurísticas*: entendidas estas como estrategias cognitivas (Tamayo et al., 2016), de las cuales Schoenfeld (1985) considera que el estudiante debe conocerlas, saber cómo usarlas, y tener la habilidad para hacerlo. No es como lo manifestaba Polya que a cada tipo de problema le correspondía una heurística específica; esto no es así, porque según Schoenfeld, mientras el estudiante aprende un cúmulo de heurísticas particulares, ya podría haber aprendido mucho sobre otros conceptos (Barrantes, 2006).

- *Control*: se refiere a cómo un estudiante controla su trabajo (Barrantes, 2006) o como lo refiere Tamayo et al., (2016) a las estrategias metacognitivas. En este caso Schoenfeld (1985) expresa que ante un problema pueden existir distintos caminos posibles

para su solución y que, el estudiante debe ser capaz de darse cuenta si la estrategia seleccionada está funcionando o no y por tanto, debe ser capaz de retroceder y buscar otra vía.

De este aspecto, destacamos la imbricación existente entre la resolución de problemas con la metacognición, en particular con la regulación metacognitiva y, en específico con el monitoreo, pues es aquí, donde el estudiante debe ser capaz de supervisar la estrategia propuesta y si está funcionando; es decir, en términos de Schoenfeld de hacer control.

En coherencia con lo anterior, algunas acciones que involucran el control son según Barrantes (2006):

1. Entendimiento: tener claridad acerca de lo que trata un problema antes de empezar a resolverlo.
2. Consideración de varias formas posibles de solución y seleccionar una específica.
3. Monitorear el proceso y decidir cuándo abandonar un camino no exitoso y tomar uno nuevo.
4. Llevar a cabo ese diseño que hizo, estar dispuesto a cambiarlo en un momento oportuno.
5. Revisar el proceso de resolución.

- *Sistema de creencias*: Schoenfeld (1985) establece que las creencias en matemáticas inciden en la forma de resolver problemas, tanto por parte de profesores como por parte de estudiantes. Por ejemplo, determinan en el estudiante cuándo considera que debe enfocarse en conocimientos formales y cuándo no. Barrantes (2006) expresa que el sistema de creencias también determina la forma de aprender matemáticas y su disposición para aprender. Al respecto Schoenfeld (1985) establece tres sistemas de creencias:

*1. Creencias de los estudiantes*: están determinadas en gran medida por los procesos de enseñanza; es decir, la enseñanza tradicional por ejemplo, ha llevado a los estudiantes a

tener en su cabeza la idea que las matemáticas son solo memorizar y seguir reglas. Algunos sistemas de creencias citados por Schoenfeld (1985) y Barrantes (2006):

- Los problemas tienen una sola respuesta correcta.
- Existe una única forma de resolver los problemas.
- Los estudiantes corrientes no logran entender la matemática, solo memorizarla.
- Los estudiantes que entienden matemáticas pueden resolver problemas en cinco minutos o menos.
- Las matemáticas no tienen relación con la vida real.

Estas creencias de los estudiantes, son las que determinan en cierta medida la actitud que ellos toman en su proceso de aprendizaje en matemáticas, sus motivaciones y el logro de las metas propuestas.

2. *Creencias de los profesores*: los profesores tienden a enseñar como a ellos les enseñaron, pues es la forma que mejor conocen para aprender.

3. *Creencias sociales*: estas creencias están permeadas en general por la cultura y, están relacionadas con las creencias que padres, maestros y jóvenes tienen acerca de la naturaleza del aprendizaje de la Matemática (Barrantes, 2006):

- Lo que es posible aprender en distintas edades.
- Lo que lo deben aprender según sus edades.
- Cuál es el mejor método para enseñar matemáticas.

Dado los dos modelos podemos concluir dos aspectos: primero, el modelo propuesto por Polya marca unas líneas generales, los estudiantes no siempre pueden llevar a cabo unos procesos estandarizados porque las estrategias que propongan pueden estar fundamentadas en diversos tipos de conocimientos o ideas a la hora de representarlas, ejemplo, Polya propone como medida las representaciones gráficas, existen estudiantes que

no saben dibujar, por lo tanto, esta fase en la solución se complejizaría para aquellos que no tengan esta habilidad.

Segundo, el modelo de solución de Schoenfeld muestra un término metacognitivo para dar lugar a los procesos de reflexión, que están asociados a las acciones mentales del monitoreo y control que actúan mientras se da solución a un problema; es una habilidad que se desarrolla paso a paso la cual ayuda a identificar obstáculos que se presentan en el camino de solución. Es una habilidad que se desarrolla paulatinamente y ayuda a identificar obstáculos y/o contradicciones que se cometen en el camino de solución.

Después de haber mostrado los diferentes modelos de resolución de problemas se debe manifestar las implicaciones que tiene el objeto matemático multiplicación de números enteros en el trabajo que se está desarrollando. A continuación se dan a conocer los aportes conceptuales que se emplean a la hora de enseñar y aprender esta operación.

#### **4.4 ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA MULTIPLICACIÓN**

Este tema ha sido de gran discusión por diversos investigadores que se han centrado en la enseñanza de este objeto matemático, pero sus propuestas convergen a que en los procesos de intervención en el aula los docentes guíen a sus estudiantes a una mejor comprensión conceptual de objeto matemático en cuestión. Es importante aclarar que en lo consultado hasta el momento los obstáculos sobre el objeto matemático enfatizan principalmente en la confusión entre multiplicación y suma repetidas y, no se han encontrado detalladamente otro tipo de obstáculos.

Bryant, Nunes y Tzekaki (2009) afirman que los primeros pasos de los niños en el razonamiento multiplicativo siguen directamente de sus experiencias en la adición; sin embargo, la continuidad entre la multiplicación y la adición lleva a que los estudiantes cometan errores en la solución de tareas matemáticas. Es por ello, que si los profesores en el proceso de enseñanza, no precisan las distinciones entre ambos procesos, es poco probable que los estudiantes avancen de un tipo de pensamiento a otro. Cuando los niños

inician el aprendizaje de la multiplicación piensan en ella de manera aditiva: en sumas repetidas y saltos iguales de dos en dos o más, para lo cual los estudiantes deben reorganizar sus conocimientos previos, pensar en grupos de grupos y dejar de pensar solo en el 1 como unidad (Isoda y Olfos, 2009). Los autores añaden que una dificultad latente es que los niños piensen en el número de elementos de los grupos como la unidad, puesto que esto contradice su idea acerca que el 1 es la unidad (conflicto cognitivo).

Starepravo (2010) expone que para los docentes la enseñanza de esta operación se da desde la aplicación del dominio del algoritmo convencional y luego se procede a resolver problemas. De esta manera, se pretende que los estudiantes manejen a la perfección las tablas de multiplicar y es la base fundamental para considerarlo un prerrequisito para la utilización de un algoritmo ya determinado en la multiplicación.

Asimismo, Torres y Obando (2013) expresan que la multiplicación en la escuela, en la mayoría de los casos, ha sido tratada como una suma de sumandos iguales, lo cual se convierte en un obstáculo en el tratamiento de situaciones multiplicativas, al igual que los objetos de conocimientos que se encuentran asociados a la multiplicación: razón, proporción, análisis relacional, análisis escalar, proporcionalidad.

Nuevamente Starepravo (2010), menciona que los principales obstáculos en el aprendizaje de la multiplicación radican en el proceso de enseñanza, puesto que los profesores asumen que los niños saben mutiplicar porque se saben las tablas de memoria y resuleven los ejercicios de tipo algorítmico; sin embargo el autor expresa que no es posible un verdadero aprendizaje si el estudiante no comprende las relaciones involucradas en esa operación. Añadido a esto, los estudiantes ya están adaptados recibir la “receta” y se sienten muy cómodos empleando los algoritmos (Vasco y Quintero, 2013). Al respecto, es importante aclarar que la memorización es importante, en el sentido que las tablas se deben memorizar; sin embargo, si esto no va acompañado de una aplicación en contexto y de una explicación de la relación entre las variables, el aprendizaje de la multiplicación es superficial.

Por otra parte, Torres (2013), también menciona que si el profesor sólo nombra un algoritmo (generalmente el canónico) al estudiante para resolver una multiplicación, éste se ve obligado a seguir dicho esquema y a no pensar en otras alternativas que hagan posible una solución, por lo cual, es importante mejorar las herramientas o estrategias de enseñanza para no instalar obstáculos epistemológicos y ontológicos en nuestros estudiantes.

Ahora bien, García, Vázquez y Zarzosa, (2013) describen que las estrategias que los niños emplean en la resolución de problemas multiplicativos los niveles de éxito respecto a su solución han puesto en evidencia la dificultad que tienen los estudiantes para comprender las diferentes situaciones multiplicativas.

Se reconoce que las escuelas no han trascendido de ir más allá del modelo de enseñar como una suma repetitiva, se asume que el estudiante ya maneja la operación porque aplica el algoritmo, tal como lo comenta Torres (2013). Es evidente que en la enseñanza de esta operación se ha omitido la relación que tiene con otros objetos como lo son la razón y la proporcionalidad.

Expuesto lo anterior, se puede evidenciar en las aulas se hace la práctica de la verbalización o memoria de las tablas que de la comprensión conceptual del objeto, esto implica que la falta de esta base conceptual puede impactar en las dificultades que tienen los estudiantes para resolver problemas matemáticos con estas estructuras.

Finalmente, Vergnaud (1995), ubica los problemas multiplicativos en el campo conceptual de la estructura multiplicativa. Para lo cual el autor ha abordado las relaciones y operaciones y otros conceptos, creando la noción de campo conceptual: “un conjunto de problemas y situaciones para cuyo tratamiento resulta necesario utilizar conceptos procedimientos y representaciones de diferente tipo estrechamente interconectados.” (Vergnaud, 1995, p 127). Esto implica que para tratar los problemas de las estructuras multiplicativas, se propone abarcar la multiplicación desde el contexto de la resolución de

problemas; por ello, la presente investigación cobra sentido porque ubica los procesos multiplicativos en la resolución de problemas.

## 5 METODOLOGÍA

### 5.1 ENFOQUE Y ALCANCE

Este proyecto de investigación se realizará desde el enfoque cualitativo y con un alcance descriptivo-explicativo, pues tiene el interés de caracterizar las interacciones entre la regulación metacognitiva y la resolución de problemas multiplicativos con números enteros. El trabajo es de naturaleza cualitativa pues nos interesa entender el problema desde la realidad del aula, así como aportar posibles soluciones a las situaciones expuestas en el planteamiento del problema. Además de esto, no se realizará medición numérica ni análisis estadístico y, porque la recolección consiste en obtener las perspectivas y puntos de vista de los participantes (sus emociones, prioridades, experiencias, significados y otros aspectos más bien subjetivos) (Hernández, Fernández y Baptista, 2016). Entre otras características que hacen que esta investigación sea cualitativa se encuentran:

- Se basa en la experiencia del investigador y la literatura.
- Se emplean instrumentos de recolección de la información como entrevistas, lápiz y papel y no instrumentos cerrados.
- No se pretenden generalizar de manera probabilística los resultados a poblaciones más amplias ni obtener necesariamente muestras representativas (Hernández, et al., 2016).
- No se prueba una hipótesis.
- Se analizan los datos y se interpretan a la luz de la teoría.

Ahora bien, el trabajo es descriptivo-explicativo porque parte de los datos para realizar interpretaciones sobre las posibles interacciones entre las categorías de trabajo del proyecto; además, los análisis realizados serán soportados en los autores empleados tanto en los antecedentes como en el marco conceptual. Estos datos y sus análisis serán

descriptivos, dado que su alcance es caracterizar los procesos de regulación metacognitiva llevados a cabo por los estudiantes mientras resuelven problemas multiplicativos con números enteros sin llegar a comprensiones profundas sobre el fenómeno; es explicativo, porque una vez caracterizados, intentaremos develar de qué forma interactúan ambas categorías en función del logro de aprendizajes en el campo de las matemáticas.

## **5.2 POBLACIÓN Y CONTEXTO**

Este trabajo investigativo se desarrollará en la sede No 11 de la Institución Educativa Departamental San José, es una sede ubicada en el corregimiento de Nueva Venecia en Ciénaga Grande del departamento del Magdalena. Este corregimiento se caracteriza por ser palafita, allí las casas están apoyadas en estacas y tienen las calles "pavimentadas" de agua.

Este corregimiento tiene 2000 habitantes aproximadamente, es una población donde no existe una estratificación socioeconómica, la mayoría de estas familias muestran distintas problemáticas sociales como la disfuncionalidad, falta de recursos económicos, exposición al consumo de drogas y esto es a razón por el gran número de habitantes sin escolaridad, escasas oportunidades laborales y desplazamiento a otras ciudades o corregimientos. En cuanto a lo socio-económico es una población que depende de la pesca y las construcciones de embarcaciones de madera o fibra.

Esta sede cuenta con 735 estudiantes, donde el 18 % pertenecen a un corregimiento llamado Buenavista quien cuenta con las mismas características palafita, el otro 82 % se encuentran en Nueva Venecia.

## **5.3 UNIDAD DE TRABAJO**

La investigación se desarrolló con estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa San José sede No11. El grupo a intervenir es de 29 estudiantes (15 de género femenino y 14 del género masculino) con edades que oscilan entre los 14 y 19 años. Para el

análisis de la información se seleccionaron 3 estudiantes, quienes fueron los únicos que cumplieron con los siguientes criterios:

- La disposición de trabajo
- La participación activa
- El consentimiento de los padres de familia
- Acceso permanente a Internet (debido a la pandemia)

#### **5.4 CONSIDERACIONES ÉTICAS**

Todo proceso investigativo debe contemplar principios éticos especialmente cuando se trabaja con seres humanos. Siguiendo entonces estos principios, se plantearon tres instrumentos de protocolo para proteger los derechos de los estudiantes teniendo en cuenta que ellos son menores de edad:

*Consentimiento informado para la participación en investigaciones:* Este instrumento certifica que los estudiantes y sus acudientes conocen los propósitos de la investigación, decidieron participar libre y voluntariamente en el proceso y que los resultados reposarán en los archivos de la Universidad Autónoma de Manizales (ver anexo 1).

*Consentimiento del Rector para el desarrollo de la investigación :* Se certifica que el investigador solicitó autorización del Rector de la Institución Educativa para el desarrollo y ejecución de la propuesta. (ver anexo 2).

#### **5.5 UNIDAD DE ANÁLISIS**

- La unidad de análisis de este trabajo investigativo la constituye la interacción entre la regulación metacognitiva y la resolución de problemas multiplicativos con números enteros. Para su estudio, presentamos en la

tabla 2 cada una de las categorías de análisis, con sus respectivas subcategorías, dimensiones e indicadores:

- .

**Tabla 2 Operacionalización de las categorías de análisis**

<b>Categorías</b>	<b>Subcategorías</b>	<b>Dimensiones</b>	<b>Indicadores</b>
Resolución de problemas. multiplicativos con números enteros (Schoenfeld, 1985)	Recursos	Conocimientos previos sobre la multiplicación	- El estudiante identifica el enfoque del problema desde el concepto de multiplicación de números enteros.  - Reconoce el proceso que se debe llevar a cabo para resolver el problema.
		Reconocimiento de las operaciones involucradas para resolver el problema	- Tiene claro que le pide el problema.  - Identifica los métodos a través de los cuales se puede resolver el problema en torno a la multiplicación de números enteros.
		Experiencias relacionadas con problemas multiplicativos con números enteros	- Identifica las similitudes y diferencias a otros problemas entorno a concepto de números enteros.  - Emplea procedimientos usado antes para resolver problemas multiplicativos con números enteros.
	Heurísticas	Estrategias cognitivas empleadas por los estudiantes para resolver problemas multiplicativos con números enteros	- Organiza los datos para establecer el orden a seguir en el abordaje del problema.  - Representa el problema gráficamente.  - Estructura pasos posibles para resolver el problema.
	Control	Entendimiento del problema	- Tiene claridad acerca de lo que trata un problema antes de empezar a resolverlo.

		Consideraciones de varias formas posibles de solución	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Considera distintas formas posibles de resolver el problema.</li> <li>- Traza un diseño para resolver el problema.</li> </ul>
		Monitoreo	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realiza seguimientos a los métodos elegidos para resolver el problema.</li> <li>- Hace consideraciones sobre mantener o cambiar la estrategias escogidas.</li> <li>- Diseña nuevas estrategias que no había considerado antes.</li> </ul>
		Llevar a cabo la estrategia	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ejecuta el método específico y que considera más adecuado para resolver el problema.</li> <li>- Está dispuesto a cambiarlo en el momento oportuno.</li> </ul>
		Revisar el proceso	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica si con la estrategia empleada llegó al resultado “correcto”.</li> <li>- Revisa nuevamente el proceso y trata de identificar posibles errores.</li> </ul>
	Sistema de creencias	Motivaciones y creencias de los estudiantes sobre la resolución de problemas de multiplicación con números enteros	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Creencia acerca que los problemas tienen una sola respuesta correcta.</li> <li>- Tendencia a creer que existe una sola forma de resolver problemas.</li> <li>- Memorizan pasos o algoritmos para resolver el problema.</li> <li>- Considera que el problema resuelto no tiene relación con la vida cotidiana.</li> <li>- Expresa emociones y motivaciones frente a la resolución de problemas de multiplicacion con números enteros.</li> </ul>

<p>Regulación metacognitiva (Tamayo, 2010, Huertas, Vesga y Galindo, 2014)</p>	<p>Planeación</p>	<p>Planeación de los tiempos de estudio, fijación de metas de aprendizaje y selección de estrategias</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realiza lectura detallada del problema y elabora preguntas.</li> <li>- Se plantea objetivos antes de empezar a resolver un problema.</li> <li>- Establece un tiempo para ejecutar o resolver la situación.</li> <li>- Piensa en diferentes estrategias para resolver el problema.</li> <li>- Establece claramente los pasos para resolver el problema.</li> <li>- Prevé posibles resultados.</li> </ul>
	<p>Monitoreo</p>	<p>Supervisión del proceso de aprendizaje durante el desarrollo de tareas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Revisa frecuentemente su trabajo.</li> <li>- Identifica debilidades en el aprendizaje y ajusta las estrategias para mejorar su desempeño.</li> <li>- Identifica los errores y plantea posibles soluciones.</li> <li>- Revisa la eficiencia de las estrategias aplicadas.</li> <li>- Propone pasos que no había considerado antes.</li> <li>- Propone un nuevo plan que le permita lograr sus metas.</li> </ul>

	Evaluación	Análisis de la efectividad de las estrategias implementadas	<ul style="list-style-type: none"><li>- Verifica la coherencia del resultado con el contexto y datos del problema.</li><li>- Revisa los tiempos y efectividad de su estrategia.</li><li>- Realiza la evaluación sobre los resultados.</li></ul>
--	------------	---	---

*Fuente:* Elaboración propia.

## **5.6 TÉCNICAS Y FUENTES PARA RECOGER LA INFORMACIÓN**

Para la recolección de la información se propusieron 3 instrumentos: lápiz y papel, entrevista semiestructurada y análisis de video, los cuales fueron previamente validados por juicio de expertos (2 profesores, ambos con Doctorado y uno experto en el campo de la matemática) y pruebas piloto.

### **5.6.1 Instrumentos de Lápiz y Papel**

En esta tipología de instrumentos se propusieron problemas contextualizados tomando como referencia el objeto matemático multiplicación de números enteros. El estudiante debía resolver un sinnúmero de preguntas antes de hallar la solución del problema y aquellas referidas a la regulación metacognitiva.

El instrumento fue aplicado al inicio para identificar los procesos de resolución de problemas iniciales y la forma cómo regulan su proceso; a partir de los resultados se diseñó la unidad didáctica, durante la cual también fueron implementados instrumentos de lápiz y papel para el desarrollo de las habilidades. El mismo instrumento aplicado al inicio se aplicó al finalizar la intervención, con el propósito de describir el cambio en la resolución de problemas y la regulación metacognitiva.

### **5.6.2 Entrevista Semiestructurada**

Se propuso con el fin de identificar aspectos relacionados con la planeación, el monitoreo y la evaluación antes y después de la intervención didáctica. El investigador realizó algunas preguntas para profundizar en el proceso de regulación metacognitiva llevado a cabo por los estudiantes antes y después de la intervención didáctica (ver anexo 4).

En la entrevista se presentó una serie de preguntas abiertas y, el investigador tuvo la oportunidad de ir anexando otras que consideró necesarias para precisar información relevante.

## 5.7 UNIDAD DIDÁCTICA

La unidad didáctica (ver anexo 3) se diseñó con base en la estructura curricular de la maestría en enseñanza de las ciencias:

*Momento de ubicación:* Este es el momento diagnóstico, en el cual se aplicaron los instrumentos para dar cuenta del primer objetivo específico planteado en el proyecto. Los resultados de este momento fueron fundamentales para el diseño del siguiente momento, el cual se estructuró a partir de las dificultades y obstáculos identificados.

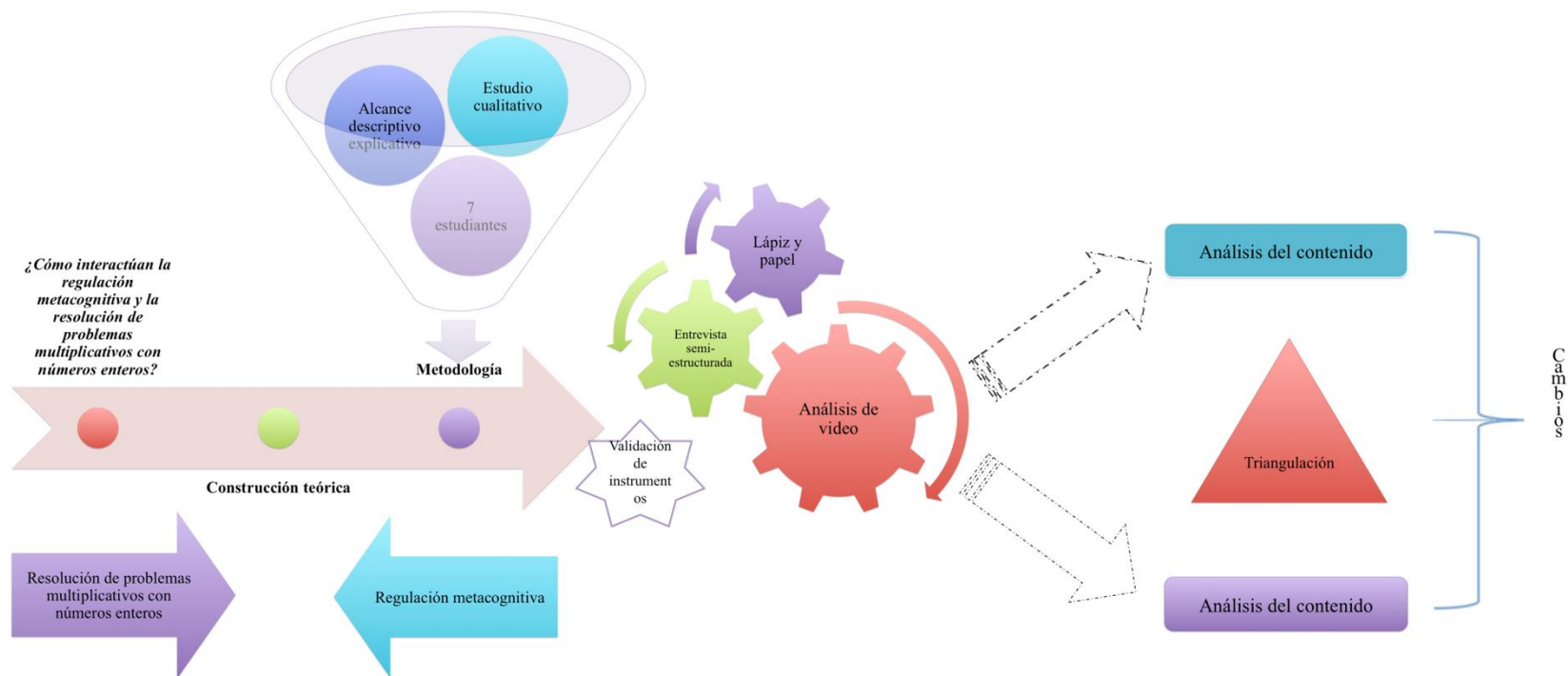
*Momento de desubicación:* En este momento, el docente enseñó a los estudiantes a resolver problemas multiplicativos con números enteros, a través de la instrucción guiada, las sesiones sincrónicas y la comunicación por redes. Esto se hizo, teniendo en cuenta el modelo de Schoenfeld y empleando la regulación metacognitiva como parte de la regulación de su proceso de aprendizaje. Las actividades de enseñanza se diseñaron de acuerdo a los obstáculos identificados en el momento inicial. Asimismo, los videos empleados fueron diseñados por el investigador y se compartieron a través de las redes sociales.

*Momento de reenfoque:* Se aplicaron nuevamente los instrumentos empleados en el momento de ubicación con el propósito de dar cumplimiento al objetivo específico dos del proyecto. Adicionalmente, se analizó la entrevista semiestructurada que permitió evaluar el impacto de la intervención de aula.

## 5.8 DISEÑO METODOLÓGICO

A continuación, se muestra el proceso llevado a cabo en la investigación, desde el planteamiento del problema hasta los resultados.

**Figura 1 Diseño metodológico**



Fuente: Elaboración propia

## 5.9 PLAN DE ANÁLISIS

Una vez recogida y transcrita la información, esta se procesó en matrices de análisis la cual permitió emplear el método de análisis del contenido, el cual consistió en identificar, a la luz de las categorías, los marcadores discursivos empleados por los estudiantes en sus declaraciones escritas acerca de los procesos de resolución de problemas multiplicativos con números enteros y los proceso de regulación metacognitiva.

Para la entrevista semiestructurada, se empleó como técnica el análisis del discurso, a través del cual se intentó develar el significado de las declaraciones orales presentadas por los estudiantes.

Para el ejercicio de triangulación se realizó en primera instancia, un cruce de los datos obtenidos antes y después de la intervención didáctica para las dos categorías de análisis; de allí, se realizaron inferencias e interpretaciones y, posteriormente se empleó la triangulación teórica, a través de la cual los autores de referencias usados en antecedentes y marco conceptual sirvieron como apoyo a la interpretación de datos, lo que se constituye en un aspecto fundamental de confiabilidad y validez del análisis..

## **6 ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS**

Teniendo en cuenta el objetivo de esta investigación que es caracterizar las interacciones entre las categorías de resolución de problemas y los procesos de regulación metacognitiva en problemas con enfoque multiplicativos, fue necesario la implementación de matrices donde se relacionaron las respuestas de cada uno de los estudiantes y a partir de estas y tomando como referencia los indicadores, se presentan las respectivas descripciones de cada categoría. Para ello, se analizaron los instrumentos iniciales y finales, realizando así un ejercicio de triangulación metodológica para reconocer el avance en las habilidades metacognitivas a la hora de resolver problemas con enfoques multiplicativos. Asimismo, se contrastan los resultados con los autores de referencia para validar los análisis a partir de la triangulación teórica.

Para realizar el análisis a los estudiantes se asignó una codificación: E1 (una niña), E2 (un niño) y E3 (un niño) y con letra P y un número, se representa la respuesta a la pregunta referenciada en los instrumentos.

En primera instancia se presentan el análisis y discusión de resultados del momento inicial para cada una de las categorías propuestas. En el segundo momento (final) se presenta nuevamente el análisis de la información suministrada por los estudiantes contrastando los resultados del momento inicial, para dar cuenta del progreso de los estudiantes. Asimismo, al final del capítulo y a partir de los análisis anteriormente mencionados, se procede a dar respuesta a la pregunta de investigación.

### **6.1 ANÁLISIS INICIAL**

#### **6.1.1 Resolución de problemas**

En las respuestas de E1 y E2 al instrumento de ubicación se evidencia que los estudiantes presentan dificultades en la comprensión de conceptos de la multiplicación de números enteros y en la identificación del enfoque del problema. Los estudiantes tienen

claro lo que pide el problema pero no reconocen el proceso que se debe llevar a cabo. Remitiéndonos a las respuestas específicas de los estudiantes podemos ver en la respuesta de E1P2 cuando se le pregunta sobre la variable a trabajar la identifica correctamente: *“si se lo que me están pidiendo. Cuantos metros ah recorrido cada chalupa”* que no hace reconocimiento de las operaciones involucradas para resolver el problema, por ejemplo, la respuesta de E1P2 *“si identifico devo aplicar una suma”*. Igual sucede en el caso E2P1: *“porque preguntan las distancias”* pero a la hora de especificar la operación E2P1: *“una división”*. De lo anterior podemos inferir, que los estudiantes no han trabajado problemas que conlleven a la implementación de unos recursos que puedan relacionar experiencias que promuevan la identificación de similitudes y diferencias en torno al objeto matemático que estamos tomando como referencia para resolver problemas, mucho menos que han involucrado una serie de procesos que les permita reflexionar al respecto. Esto se basa a respuestas puntuales como la de E1P1: *“no. Nunca eh presentado un problema igual”* y la de E2P1: *“no primera vez que veo un problema como este”*.

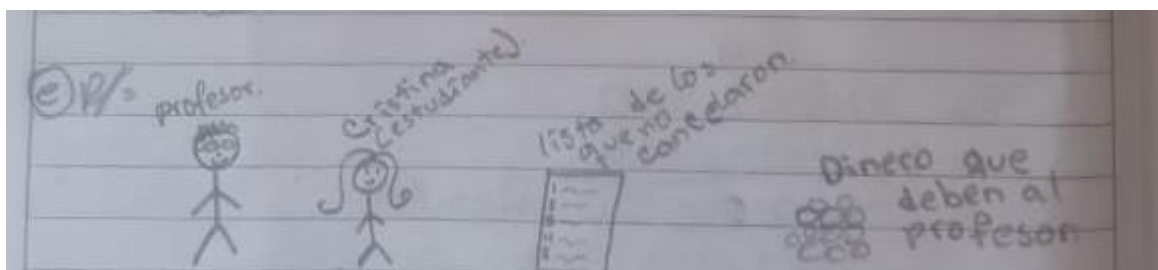
Descrito lo anterior, para resolver problemas se deben tener en cuenta los recursos cognitivos como formulas, procesos algorítmicos, concepciones en general, nociones básicas para enfrentarse a un problema (Schoenfeld, 1985). Por esta razón, al evidenciar que los estudiantes no tienen estos recursos, se corre el riesgo que a la hora de resolver un problema los estudiantes no sean capaces relacionar o poseer herramientas para encontrar la solución. Agregado a esto, cabe resaltar que la implementación de diferentes ambientes de aprendizajes desde los contextos y realidades de los estudiantes son significativas en el proceso de resolución. Freudenthal (1991) expresa que la vinculación de la realidad o contextos de los estudiantes con los conocimientos ya sean declarativos o procedimentales, son fundamentales para que ellos logren mejor manejo de la competencia de resolución de problemas y alcancen un aprendizaje, dado que los estudiantes encontrarán sentido a los conceptos que trabajan en clases.

Por otro lado, Schoenfeld (1985) pmenciona que uno de los aspectos que se debe emplear para poder resolver problemas es la diversidad de estrategias que puedan optar desde las experiencias que han tenido los estudiantes. Desde este aspecto nos remitimos a

algunas respuestas de los estudiantes para mostrar las limitaciones o desconocimientos que tienen la hora de identificar o desarrollar algunas estrategias de resolución. En el caso de desconocimientos de alguna heurística como las gráficas que pueda representar la situación problemática podemos remitirnos a la respuesta de E1P2: "no se representarlo gráficamente" o en el caso del mismo E1 a la P3 donde no presenta gráfica, infiriendo que no tuvo ideas para poder hacer la modelación. Manteniendo el indicador, los estudiantes hacen representaciones gráficas que no cumplen con la modelación requerida de la situación problemática, por ejemplo, la respuesta dada por E2P3



Y la respuesta de E3P1



Estas se limitan a que los estudiantes realicen predicciones de posibles resultados, hacer verificaciones de la coherencia con las condiciones iniciales, a la identificación de variables y como se relacionan entre sí, o determinar los procedimientos numérico que podemos emplear. Esta idea se basa a lo estipulado en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas

*“Un buen modelo mental o gráfico permite al estudiante buscar distintos caminos de solución, estimar una solución aproximada o darse cuenta de si una aparente solución encontrada a través de cálculos numéricos o algebraicos sí es plausible y significativa, o si es imposible o no tiene sentido”*(pág. 53).

Ahora bien, sobre la subcategoría de la heurística, nos basamos en los indicadores organización de los datos para establecer el orden a seguir en el abordaje del problema y plantear una estructura de pasos posibles para resolver el problema. Para hacer el respectivo análisis nos remitimos a las respuestas E3P1:

1. *“Leer bien el texto y saber lo que están pidiendo.*
2. *Sacar los datos.*
3. *Con los datos ya sabemos que operación debemos hacer*
4. *Hacer la operación que sería la multiplicación o suma*
5. *El resultado”*

Analizando estas respuestas podemos visualizar que plantean una serie de pasos pero sus líneas de ejecución son netamente procedimentales manteniendo un enfoque tradicional a la hora de resolver un problema matemático. Para dar otro ejemplo de los parámetros tradicionales marcando estructuras numéricas y operacionales, no optando por otras alternativas de representaciones que pueden plantear los estudiantes nos remitimos a la respuesta de E3P1 *“si porque hice la operación bien y mire otras operaciones como la suma y me da el mismo resultado”*. Rivas, Godino, y Castro (2012); *“(…) menciona que la escuela enseña reglas que permiten, de manera mecánica, resolver la mayoría de los tipos de tareas que comúnmente se presentan (...)*” (P. 562). Desde esta premisa y al tipo de respuestas dada por los estudiantes, el proceso de enseñanza va al plano de la mecanización y se aleja de un razonamiento apropiado, que le permita considerar diversas alternativas de solución.

Por otra parte, uno de los aspectos a tener en cuenta a la hora de resolver un problema es que el estudiante sea capaz de hacer una supervisión de las estrategia que está

empleando, controlar el trabajo y determinar si en algún momento de la resolución se debe optar por el cambio o modificación de la herramienta necesaria; es decir, en términos de Schoenfeld de hacer control. Remitiéndonos a las respuesta de E1P2 *“no se por qué me estoy confundiendo”* cuando se le pregunta *¿Consideras que el plan está siendo efectivo para resolver el problema? Explica*, parece ser que el estudiante no presenta claridad sobre que trata el problema; por lo tanto, implica que los estudiantes no hayan desarrollado una diversidad de heurísticas que den muestra en relacionar conocimientos previos en base a sus experiencias, dando como consecuencia que mantengan el diseño o forma de resolverlo.

Dado esto, parece ser que los estudiantes no comprendieron en qué consistía el problema, lo que implica no considerar distintas formas posibles de resolverlo; por lo tanto, no se haría control efectivo sobre lo que se está implementando. Schoenfeld (1985) explica que la persona que se plantea diversas estrategias de resolución para luego escoger alguna en particular posee en sí mismo, un control sobre el problema a resolver, puesto que luego de plantearse variables de solución tienen la posibilidad de elegir la heurística que más le convenga en la situación. Extendiendo esta idea, Barrantes (2006) expresa que para hacer efectiva una resolución de problema el estudiante debe comprenderlo en toda su magnitud, lo cual implica un conocimiento previo y un control total sobre las posibles variables de la resolución.

Tomando algunos sistemas de creencias citados por Schoenfeld (1985) y Barrantes (2006), tales como: los problemas tienen una sola respuesta correcta, existe una única forma de resolver los problemas y los estudiantes corrientes no logran entender la matemática, solo memorizarla, podemos identificar que los estudiantes consideran que los problemas propuestos no tienen diversas formas de poder resolverlos, manteniendo las tendencias tradicionales de resolver un problema, donde prevalece la implementación de teorías y reglas del objeto matemático que se esté tomando como referencia para resolver el problema. Para esto nos remitimos a las respuestas de E3P3 *“No, hay dos métodos solamente la suma y la multiplicación”* y de E1P1 *“no creo que aya otro se aplica la suma”*.

Por otra parte, las creencias de los estudiantes, son las que determinan en cierta medida la actitud que ellos toman en su proceso de aprendizaje en matemáticas, sus motivaciones y el logro de las metas propuestas, facilitando la resolución de problemas, por ejemplo, la respuesta dada por E3P2: *“aprende mucho sobre el tem porque los mayores científicos físicos y filósofos personas inteligentes sabían matemáticas o eran profesores de matemáticas”* da muestra que las matemáticas son importantes para su vida, que desde ella puede adquirir unas habilidades propias del área.

Así pues, Schoenfeld (1985) afirma que la cognición de las personas está modelada por su sistema de creencias, por lo que desempeñan un papel preponderante en el desarrollo de actividades cognitivas (aunque no necesariamente de forma consiente), por lo que, podemos concluir que en los estudiantes la creencia sobre ver una única forma posible de resolver un problema, les guía en el desarrollo de la tarea y les impide ver otros posibles caminos.

### **6.1.2 Regulación metacognitiva**

A continuación se presentan los principales resultados de la categoría regulación metacognitiva antes de la intervención didáctica. Para lo cual, se analizaron las respuestas con el objetivo de identificar los procesos de esta categoría llevados a cabo por los estudiantes a la hora de resolver situaciones problémicas con enfoques multiplicativos.

De acuerdo a las respuestas dadas por los estudiantes, podemos determinar que no se lleva a cabo un proceso de planeación y organización que muestre las estrategias o acciones para resolver los problemas que se planteó como podemos ver en las respuestas de E2P2 : *“leo el problema y lo resuelvo”* y de la de E1P1 *“coloco aparte y resuelvo”*. Agregado a esto, en los procesos de planeación llevados a cabo por los estudiantes no hay una propuesta que permita visualizar un objetivo o prever una respuesta a la pregunta que se está realizando. Al respecto Cadavid (2013) menciona que el proceso de planeación debe llevar a los estudiantes a tener una selección de tareas, hacer una enumeración ordinal de

pasos que les permita prever unos resultados, situación que no se evidencia en las respuestas de E1 y E2.

En la planeación E3 muestra una planeación donde identifica los datos, las variables sobre la cual hay que trabajar y como se relacionan y en las operaciones que se puede aplicar, como lo hace E3P1:

*Datos:*

*8 personas 2500 lo que deben*

$$X = 2500 \times 8$$

$$X = ;$$

Sin embargo, se evidencia qque esto no es una estrategia de planeación, sino una guía hacia la solución operacional del problema, a lo cual Jaramillo y Osses (2012) expresan que no hay planeación si no se evidencian las estrategias, las tareas y las acciones a seguir antes de desarrollar la actividad. Desde los indicadores que se toman como referencia para el análisis de esta subcategoría, estos no son visibles en las respuestas de los estudiantes, tampoco muestran un enfoque analítico claro, más bien, respuestas sueltas a preguntas que aparentemente consideran como requisito del instrumento.

Dado lo anterior, podemos concluir que los estudiantes no planean, no diseñan estrategias, ni predicen posibles resultados con relación a un objetivo claro de trabajo. Es así como Brown (1987) menciona que la selección de estrategias apropiadas afectan directamente a los factores como lo son: la predicción, las estrategias de secuenciación y la distribución del tiempo o de la atención selectiva antes de realizar la tarea; consiste en anticipar las actividades, prever resultados, enumerar pasos. En dicho proceso, aunque los estudiantes hagan una identificación de variables, estos no hacen una selección clara de las estrategias, no establecen una secuencia de pasos para abordar la situación de tal manera que les permitan cierta conciencia sobre su propio aprendizaje y acerca de las estrategias

definidas para resolver el problema, lo que posiblemente dificultará los procesos de monitoreo y evaluación.

Otro aspecto que se tuvo en cuenta para el presente análisis es el proceso de monitoreo, remitiéndonos a las respuestas de los estudiantes, evidenciamos que no consideran diferentes formas o diseños para resolver el problema. El estudiante E3P3 por ejemplo expresa *“Si porque todas las operaciones dan lo mismo”* y E1P1: *“no no creo que aya otros métodos se aplica solo la suma”* Esto implica que no hay una disposición de cambio a la estrategia escogida porque consideran que aplicar las operaciones es suficiente para garantizar la validez de su estrategia. Aunque los estudiante puedan tener claridad de lo que trata el problema y de las posibles operaciones que pueden usar, estos no hacen consideraciones de tomar otras alternativas o modificaciones en sus línea de trabajo, solo se centran en la aplicación de procedimientos algorítmicos. Como lo expresa Brown (1987) el monitoreo es la posibilidad que tiene el estudiante de comprender y modificar la ejecución de una estrategia, que para este caso no se realizó, posiblemente porque tampoco planearon una estrategia para resolver el problema.

Agregado a lo anterior, los estudiantes no optan por modificaciones o ajustes en la ejecución de las heurísticas que consideren pertinente, lo cual se debe, probablemente a que tampoco planearon, por ejemplo, la respuestas dadas E2P1: *“confundida porque me enrede en la operación”* y de E1P2 *“no se porque me estoy confundiendo”* o que no hayan podido dar con las respuestas como lo expresan E3P3 *“no se porque no lo pude ayar”* y E2P2 *“no pude calcular la división”* Los estudiantes se limitan a realizar operaciones sin un sentido lógico, manifestado que se sienten confundidos o que no pudieron resolver el problema. Podemos concluir que los estudiantes al implementar las estrategias no llegaron al resultado, por lo tanto, no procedieron a hacer ajustes en la planificación e inclusive el caso de cambiar todo lo que se implementó, también en la marcha del plan no plantearon la posibilidad hacer cambios para mejorar la estrategia y así la implicación de la obtención de un resultado desde sus procedimientos (Muñoz et al., 2009).

En los casos analizados anteriormente, podemos afirmar que en el proceso de monitoreo, los estudiantes no son conscientes de dichos procesos metacognitivos, a lo que Tamayo (2006) expresa que esto se da porque se les dificulta tomar decisiones como el ajuste de las estrategias para mejorar su desempeño, identificar los errores y plantear posibles soluciones, proponer pasos que no habían considerado antes o proponer un nuevo plan que les permita lograr sus metas. Lo anterior implica que el proceso de autorregulación como estrategia metacognitiva no fue tenido en cuenta, porque no se evidencian aspectos como: “(...) realizar auto-evaluaciones durante el aprendizaje, para verificar, rectificar y revisar las estrategias seguidas.” (Brown, 1987, Tamayo, 2006).

Ahora bien, para analizar el proceso de evaluación, nos remitimos a las declaraciones de los estudiantes que apuntan a mostrar elementos relacionados con la respuesta y no hacen alusión a la efectividad de las estrategias y decisiones que se hayan tomado en el proceso de resolución, y esto es entendible, porque las prácticas de enseñanza se “enfocan más hacia la respuesta que hacia los procesos de comprensión” (Buitrago y García, 2012). En la respuesta de E3P1: *“si porque hice la operación bien y mire otras operaciones como la suma y me da el mismo resultado”* y E2P2 *“ya lo terminé no necesito de más para saber el resultado”*. En el proceso de evaluación no detectan la ineffectividad de sus estrategias, aunque no haya resuelto el problema, por ejemplo la respuesta de E2P2 *“si porque no pude calcular el resultado”* Los estudiantes no optaron por reestructurar las acciones y hacer un juicio del proceso empleado. Así como lo expresan Brown (1987) y Tamayo et al., (2016), la evaluación realizada siempre al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas (no al resultado obtenido); es decir, el aprendiz evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia; sin embargo, los resultados muestran que pasa lo contrario.

Dado lo anterior podemos concluir que los estudiantes emplean el proceso de evaluación al resultado más no al recurso metodológico o algorítmico que hayan utilizado. Al no identificar el enfoque y las variables del problema implica que el estudiante no pueda resolver el problema, que no lo relacione con sus experiencias, causando que en su proceso no consideren las dificultades que se le presentaron, y por lo tanto, optar por otro método de

solución. Sumado a esto, las respuestas se ajustan más a conseguir un objetivo propuesto, incluso sus argumentos están alrededor del cumplimiento de la actividad, como un compromiso académico dado y no como un proceso de reflexión referido a la naturaleza de las acciones y decisiones (Tamayo, 2006) necesarias para poder resolver un problema dado.

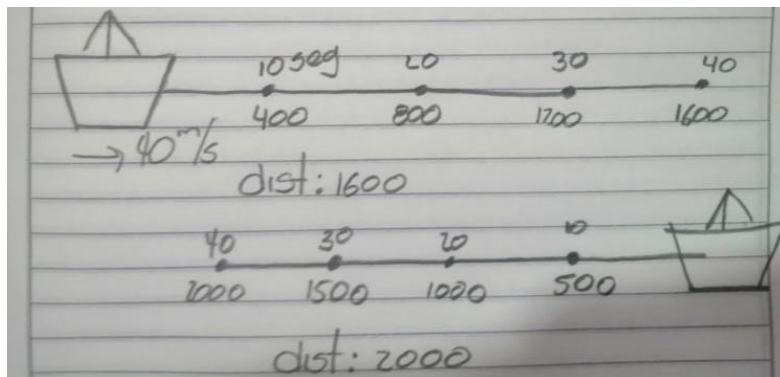
## **6.2 ANÁLISIS FINAL**

Para este análisis, es importante mencionar que en el momento de desubicación se implementaron diversas estrategias donde se priorizó la intervención del docente impactando el proceso de resolución de problemas enfocados en la multiplicación de números enteros. Esto se da teniendo en cuenta los obstáculos evidenciados en las categorías de resolución de problemas y regulación metacognitiva en el momento de ubicación. Sumado a esto, al finalizar la intervención de la unidad didáctica se implementó el instrumento de la entrevista Semiestructurada, cuyo objetivo fue analizar la efectividad de la intervención didáctica sobre las categorías de estudio. Este instrumento, también permitió identificar la superación de los obstáculos que se evidenciaron antes de la implementación de la unidad didáctica, asociados con la resolución de problemas que vinculaban la multiplicación de números enteros. A continuación se presentan los principales resultados de las categorías de estudio, después de la intervención didáctica.

### **6.2.1 Resolución de problemas**

En cuanto a las diversas alternativas en heurísticas, los estudiantes proponen representaciones que modelan correctamente las situaciones planteadas, en las que se puede percibir que hay una comprensión de los problemas, optando por planteamientos de diferentes maneras de resolución. Blum (2004), manifiesta que este recurso cognitivo facilita la interpretación de la realidad a partir de la detección de las variables participantes y de la recolección de datos que se generan para modelar tales situaciones; es decir, relacionar la vida cotidiana con la matemática. Por lo tanto, estas modelaciones le brindaron a los estudiantes un valioso recurso porque les permitió realizar predicciones de

posibles resultados, a la identificación de variables y a implementar una reflexión sobre el comportamiento de ellas. Como evidencia podemos remitirnos a las respuesta de E1P2e



En ella podemos ver como el estudiante relaciona correctamente las variables que intervienen e identifica un patrón o valor constante de aumento. En el modelo maneja una secuencia sobre que por cada 10 segundos, la chalupa aumenta su recorrido 400 m, en el caso de la primera chalupa y de 500m cada 10 segundos para la segunda. Para calcular el valor que le están preguntado en el problema, el estudiante lleva la secuencia a los tiempos requeridos.

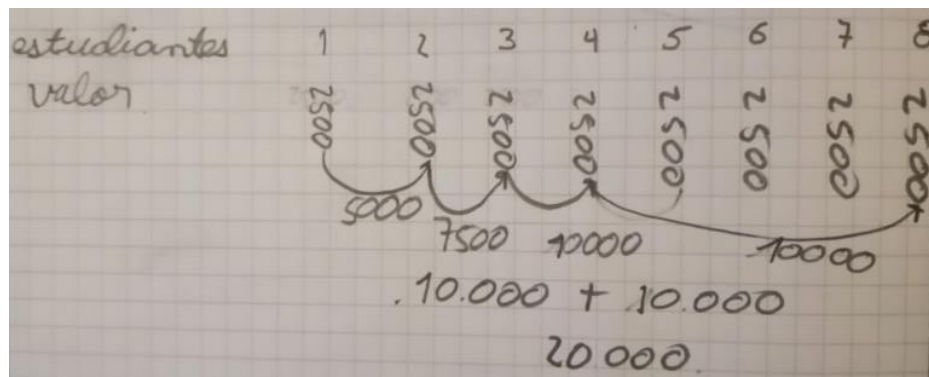
Al respecto, Medina (2017), establece que cuando a los estudiantes se les presenta situaciones cercanas a su vida cotidiana, estos logran ilustrarlas, ponerlas en contexto, interpretarlas y comprenderlas, facilitando el proceso de resolución de problemas. Dado que las chalupas son el medio de transporte de la institución y que, los estudiantes están acostumbrados a verlas, es probable que el estudiante se haya sentido muy cómodo en la solución del problema y por ello fue capaz de ir resolviendo el problema, aunque con una metodología más intuitiva.

Agregado a esto, los estudiantes expresan relaciones con problemas desarrollados en la unidad didáctica donde se emplearon representaciones o diagramas, esto porque los estudiantes al explorar los problemas, los estudiantes identificaron las similitudes y diversas alternativas de solución y, por lo tanto, emplearon procedimientos parecidos en otros problemas entorno al concepto de multiplicación de números, como se expresa en la

respuesta de E2P2d . : "si he realizado problema iguales a ese, el de un carro". Arrieta (2016, cita a Schoenfeld (1992) para manifestar que:

"Las estrategias cognitivas o heurísticas involucran formas de representar y explorar los problemas con la intención de comprender los enunciados y plantear caminos de solución. Algunos ejemplos de estas estrategias son dibujar un diagrama, buscar un problema análogo"

Por otro lado, tomando como referencia una las respuestas suministradas por E3, podemos destacar la implementación de un recurso que anteriormente no se había considerado, es el uso de tablas. Como lo podemos visualizar en las respuestas



dia	L	M	M	J	V	S	D
agua	8	8	8	8	8	8	8

8  
x 7  
—  
56

- En una semana gastan 56 litros
- Los 200 litros si alcanzan.

Esta herramienta es útil cuando se resuelven problemas que tienen que ver con relaciones numéricas, porque en ella se pueden organizar los datos, esto causó que E3 haya

reconocido patrones que encaminaron a resultados y relaciones de las variables que intervienen en el problema. Palacios y Solarte (2013) mencionan que buscar la razón del patrón en la tabla podría llevar a explorar la situación, permitiendo al alumno enfocarse en las relaciones o los cambios relativos a ese patrón. También en este sentido, la estrategia de construcción de una tabla le facilitó la implementación de operaciones basadas a la secuencia que encontraron desde las relaciones que había entre las variables.

En cuanto al control, en término de Schoenfeld (1985), los estudiantes mostraron un avance significativo a la hora de gestionar los recursos que dispusieron para abordar y resolver el problema siendo este un factor importante para cumplir con el objetivo de trabajo que se planteó. Agregado a esto, fueron explícitos a la hora de determinar si deben mantener la estrategia apropiada y los contenidos relevantes en la resolución de problemas. Lo anterior podemos evidenciarlo cuando nos remitimos a respuestas como la de E1P1d: *“Si es efectivo, porque me hace fácil hacer el problema”* y E2P2d: *“Si, porque me dio la distancia de las chalupas”*. Cuando se les pregunta por la efectividad de la estrategia que están implementando. En este proceso en particular, los estudiantes muestran la conciencia que ante un problema pueden existir distintos caminos posibles para su solución como la apreciación que hace E3P2i: *“Si es efectivo, con la tabla y la multiplicación me da lo mismo”*.

Expuesto lo anterior podemos concluir que los estudiantes comprendieron en que consistía el problema, lo cual implica un conocimiento previo y un control total sobre las posibles variables de la resolución (Barrantes, 2006). Lo anterior causó que consideraran diferentes formas para poder resolverlo, y según Schoenfeld (1985) esto implica que este proceso es efectivo sobre la estrategia que se está implementando.

Tomando como referencia los indicadores de los sistemas de creencias citados por Schoenfeld (1985) y Barrantes (2006), los estudiantes evidenciaron un cambio significativo al considerar que los problemas que se plantearon no tienen una forma estandarizada de solución, como lo era la implementación de procesos algorítmicos y la memorización de procedimientos, como lo podemos evidenciar cuando se les plantea la pregunta *¿Consideras*

que existe un solo método para resolver el problema? O ¿Habrá otro método adecuado para resolverlo? Remitiéndonos a las respuestas de los estudiantes encontramos la E2P1 “*no, hay varios los dibujos y la operacion*” y la de E1P1: “*Hay varios métodos, con el dibujo y la operación se pudo hacer*”, ellos consideraron que para abordar los problemas se pueden optar por una variedad de métodos y donde no solo prevalece la implementación de reglas y teorías propias del objeto de la multiplicación de números enteros.

Todo lo anterior evidencia que los estudiantes al saber más acerca del tema y algunos procedimientos que deben realizar, se sintieron más motivados para la solución de problemas, lo que les permitió mejorar gradualmente en este proceso así como podemos evidenciarlo en las respuesta de E2P2o: “*me siento bien porque me dio el resultado y antes no pude*” y de E3P2o: “*Me sentí bien, pude hacerlo fácilmente*”. De alguna forma, esto reivindica el algoritmo o procedimiento; es decir, que reconocemos que si bien es importante que los estudiantes comprendan el problema, también es necesario el reconocimiento de ciertos algoritmos para la solución.

## **6.2.2 Regulación metacognitiva**

Como se mencionó en el marco teórico, la regulación metacognitiva es un proceso que se relaciona con las decisiones que los aprendices toman antes, durante y después de realizar una tarea. Dicho proceso, está conformado por tres acciones, la primera de ellas la planeación, la segunda el monitoreo y por último, la evaluación, (Brown 1987). A continuación, se analizan los resultados en función de estas tres acciones mencionadas:

Frente a la acción relacionada con la planeación, los estudiantes E1, E2 y E3 optaron por implementar los pasos propuestos en cada una de las actividades desarrolladas en el momento de desubicación, adoptándolos como método ante una situación problema. Al desarrollar el instrumento final de la unidad didáctica, que consta de tres situaciones problemas, ellos propusieron los siguientes procesos en su orden,

- Identificación de la pregunta problema y sus desafíos.

- Comparación del problema actual con otros que haya realizado y que les resultaron semejantes.
- Organización de los datos y representación gráfica del problema.
- Proposición de las operaciones a realizar como camino para abordar la pregunta problema.
- Planteamiento un objetivo de trabajo.
- Revisión de la estrategia escogida y análisis de la coherencia para la obtención de los resultados.
- Revisión de los resultados y pertinencia ante la pregunta problema.
- Evaluación de la estrategia utilizada.

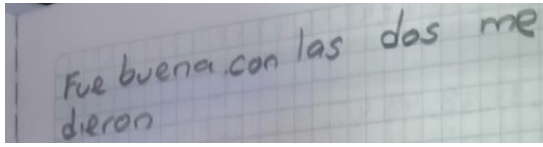
Por lo anterior se pudo evidenciar que los estudiantes, después de la implementación de la unidad didáctica, mostraron una mejor organización en el proceso de planeación. Para resolver problemas, los participantes propusieron una serie de pasos donde consideraron: la identificación de datos y variables, comparación con otros problemas ya resueltos, operaciones o alternativas de modelación, revisión y evaluación de las estrategias planeadas. Otro factor a destacar es la implementación de un objetivo de trabajo procedente de la pregunta que cada problema planteó.

Lo anterior se sustenta a través de respuestas como la de E2P2h

• distancia recorridas  
 • Este se parece al del carro  
 • Velocidad = 40  
 Velocidad = 50  
 Tiempo = 40  
 tiempo = 40  
 distancias = ?  
 • objetivo  
 calcular las distancias.  
 • operacion  
 multiplicacion

$40 \times 40 = 1600$   
 $50 \times 40 = 2000$

Los resultados estan bien porque me preguntan la distancia



Continuando con el análisis de los resultados en función de la planeación, los estudiantes E1, E2 y E3 plantearon objetivos e identificaron los aspectos más relevantes de los problemas que enfrentaron. Esto fue posible gracias a que dentro de la unidad didáctica se contemplaron formas de aprendizaje para abordar problemas desde una estrategia pertinente a la estructura del problema y sus requerimientos. Lo conseguido evidencia que el proceso de planeación favorece la regulación metacognitiva. Como parte del proceso que se describe es fundamental destacar el avance de los estudiantes en la comprensión del objeto matemático multiplicación de números enteros. Los resultados que se evidencian muestran un dominio del saber específico, los participantes además adquirieron destrezas para identificar el enfoque multiplicativo en los problemas desarrollados. Para esto nos remitimos a las respuestas de E3P2b : *"Debo aplicar una multiplicación, multiplico la velocidad por el tiempo"* y E1P1b: *"Una multiplicación, porque tengo el dinero que pago cada uno y los que pagaron"*

De lo anterior podemos concluir que, la diversidad de estrategias heurísticas es fundamental en el proceso de resolución de problemas, teniendo en cuenta que, esto no agota el proceso de planeación. Existe la necesidad de manejar el objeto matemático de referencia para culminar con éxito una situación problema, en el caso específico de esta investigación el referente es la multiplicación de números enteros. La unidad de trabajo mostró dominio de los elementos constitutivos del proceso de planeación: estrategias y saberes específicos. Lo anterior es coherente con los planteamiento de Schoenfeld (1985) quien expresa que se puede tener un cúmulo de estrategias pero estas no son suficientes, y además, no pueden remplazar el conocimiento específico sobre el objeto matemático que se necesita para establecer el paso a paso ni las formas para resolverlo (Schoenfeld, 1985).

La segunda acción que se analiza en los resultados, en el marco de la regulación metacognitiva, es el monitoreo. Este proceso, como se ha planteado, es posterior a la

planeación. Tras un avance en el proceso de planeación, se posibilitó un trabajo específico en esta nueva fase. Los participantes fueron formados en el transcurso de la unidad didáctica para hacer un seguimiento preciso de los pasos seleccionados en el proceso, de modo que durante la resolución de problemas estos fueran confirmados o replanteados. Se evidencia que durante el desarrollo de una situación planteada en el instrumento final, una vez trascendida la planeación, ellos revisaron cuidadosamente sus estrategias y procedimientos. Lo anterior se contempla en las respuestas de los casos E2P2g: *“Si me ayudan por que me ayudan ahcer fácil el porblema”* y E1P2g: *“Si es efectivo porque se me hace fácil hacer el problema”*. Se puede evidenciar que durante el proceso de monitoreo los estudiantes llevaron a cabo unas acciones como lo fueron el seguimiento de un plan y la búsqueda de otras estrategias alternativas (Tesouro, 2015). Como lo muestra la siguientes respuestas E3P1m: *“Hai varios, la mutipicacion, la suma, el dibujo”* y E1P1m: *“Hay varios métodos, con el dibujo y la operación se pudo hacer”*

Este avance en los estudiantes es de suma importancia porque ellos consolidaron su capacidad de analizar y hacer metacognición mediante el proceso de verificación de los pasos considerados previamente para resolver el problema. Así como lo expresa Tamayo (2006), estas acciones dan muestra de que el proceso de regulación metacognitiva se ha llevado a cabo porque el estudiante ha verificado y rectificado la estrategia empleada. Sin embargo, es importante aclarar, que si bien los estudiantes realizan monitores de sus estrategias, lo hacen de forma sencilla; es decir, no hay una reflexión más profunda del proceso, lo cual es entendible teniendo en cuenta que apenas han iniciado el desarrollo de la habilidad de regulación metacognitiva.

Por último, en cuanto a la evaluación como acción de la regulación metacognitiva, se pudo apreciar cómo los estudiantes validaron las estrategias utilizadas para resolver los problemas. Durante el proceso de solución, los participantes no solo se fijaron en dar una respuesta, también fue necesario para ellos evaluar si estas fueron efectivas a la hora de encontrar la solución. Este aspecto fue explícito en uno los pasos propuestos por los estudiantes a la hora de resolver el problema. La respuesta de E3P3h (Revisión de la estrategia escogida y análisis de la coherencia para la obtención de los resultados):

La respuesta de E3 evidencia que se permitió que los estudiantes reflexionaran acerca de la pertinencia de un plan elaborado en contextos específicos. Esta acción es una forma de llevarlos a la metacognición, ya que ellos mismos diseñaron y ejecutaron las acciones para encontrar soluciones a los problemas propuestos en el instrumento final. Miranda (2005) determina que la eficiencia de las diversas estrategias se evalúan considerando la forma como el estudiante las utiliza y en la comprobación de los resultados. Si se siguen las ideas de este autor, entonces se puede considerar que el proceso llevado a cabo en la unidad didáctica y su posterior evaluación significó un avance para el proceso en la enseñanza de las matemáticas. Primero porque se logró que los estudiantes estipularan la estrategia a considerar siguiendo modelos puntuales; estas fueron llevadas a cabo en el objeto matemático, la multiplicación y sus algoritmos ejecutados correctamente y segundo porque fueron capaces de autoevaluar su proceso comprobando la veracidad de sus respuestas.

Al implementar la unidad didáctica se evidencia el avance significativo que tuvieron los estudiantes en este proceso de evaluación, tienen la conciencia que se hace al final de resolver el problema y se centran en evaluar los resultados de la estrategia seguida en términos de eficiencia mas no es el resultado numérico obtenido (Brown, 1987).

### **6.3 ANÁLISIS DEL IMPACTO DE LA INTERVENCIÓN DIDÁCTICA**

Al finalizar la implementación de la unidad didáctica, se aplicó una entrevista semiestructurada a la unidad de trabajo para indagar sobre la influencia que tuvieron estas actividades enfocadas en la resolución de problemas, revisar las diferentes maneras que los estudiantes pudieron superar las dificultades que se presentaron en los problemas propuestos en el instrumento inicial y aplicación de las acciones de la regulación metacognitiva que utilizaron para resolver problemas relacionados con la multiplicación de números enteros. A continuación, se muestran las respuestas de los estudiantes después de la implementación de la unidad didáctica y su respectiva interpretación:

**Tabla 3 Análisis de la entrevista semiestructurada**

Pregunta	Respuestas	Interpretación
<p><b>Después de realizar las actividades de la unidad didáctica, ¿consideras necesario elaborar un plan de trabajo para poder resolver un problema? ¿Por qué?</b></p>	<p><b>E1:</b> “si porque organizamos lo que vamos a hacer”</p> <p><b>E2:</b> “ si porque se lo que debo hacer para resolver el problema, buscando los datos y hacer los pasos se hará el problema”</p> <p><b>E3:</b> “si, es muy importante hacer un plan de trabajo porque gracias a ese plan puedo tener una idea de cómo resolver el problema y ser más organizados”.</p>	<p>Teniendo en cuenta las respuestas suministradas por los estudiantes en la entrevista semiestructurada, podemos evidenciar que tienen conciencia de la importancia de implementar un proceso de planeación a la hora de resolver un problema. Agregado a esto, hay una apropiación y dominio de los pasos porque consideran que facilitan extraer las características relevantes del problema y mantener una organización para abordarlo. Dado esto, podemos afirmar que si un estudiante tiene la capacidad de anticipar y planificar podrá representar mentalmente las acciones que debe llevar a cabo para finalizar con éxito una tarea, Tamayo (2006).</p>
<p><b>Después de haber realizado las actividades de la unidad didáctica, ¿qué procesos realizas para hacerle seguimiento al plan de trabajo que aplicaste para resolver un problema?</b></p>	<p><b>E1:</b> “reviso si estoy haciendo bien los pasos”</p> <p><b>E2:</b>” reviso si saque todos los datos y si la operación es la correcta”</p> <p><b>E3:</b> “reviso si estoy llevando bien los pasos para resolver el problema y me regreso a ver si estoy metiendo todos los datos del problema”</p>	<p>Dadas las respuestas de los estudiantes, se evidencia que hacen revisiones a los pasos que proponen para resolver el problema, esto es para verificar si se están tomando en cuenta todas las características del problema como lo son los datos, variables y el enfoque multiplicativo, y también si esos pasos los están llevando a cabo correctamente. Esto va de la mano con lo que expresan Tamayo (2006) y Brown (1987) acerca que en el momento de realizar la tarea el estudiante se puede modificar su ejecución, esto se da cuando se realiza un proceso de autoevaluación con el objetivo de verificar, rectificar y revisar las estrategias que se haya implementado.</p>

<p><b>Después de las actividades realizadas en la unidad didáctica, ¿evalúas la eficiencia de tus estrategias que utilizaste para resolver un problema?</b></p>	<p><b>E1:</b> “Si, veo si el resultado está bueno”</p> <p><b>E2:</b> “Si, veo si la estrategia está bien si respondo la pregunta que me hace el problema”</p> <p><b>E3:</b> “Si, siempre hago varias maneras de hacer el problema, si todas me dan los mismo es porque la estrategia fue buena”</p>	<p>Las respuestas de los estudiantes dan muestras de que ellos realizan este proceso al dar por terminado o solucionado el problema, este se centra en la eficacia de las estrategia que utilizan, tomando en consideración que los resultados respondan las preguntas que se plantean y si las diversas heurísticas conllevan que se alcance el objetivo de trabajo, lo anterior se da al comprender de una mejor manera los problemas propuestos. Tamayo (2006) refiere que “esta se realiza al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz; evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia” (p. 3).</p>
<p><b>¿Cómo te pareció el proceso o los pasos que empleaste para resolver problemas?</b></p>	<p><b>E1:</b> “Buena porque aprendí a hacer los problemas de matemáticas”</p> <p><b>E2:</b> “Me gusto porque antes no podía hacer los problemas y con esto si puede hacerlos”</p> <p><b>E3:</b> “Aprendí a tener en cuenta los pasos que el profesor nos explicó, pudimos hacer varias formas de hacer los problemas”</p>	<p>Los estudiantes consideraron que el proceso y pasos que emplearon se constityen una buena metodología para resolver problemas, ellos expresan que tuvieron avances significativos porque anteriormente no podían resolver situaciones y después de esta intervención si lo hacen, también comentan que aprendieron nuevas maneras de poder modelar los problemas y que esto les facilitó la resolución de situaciones planteadas. Tamayo (2006), expresa que la regulación metacognitiva mejora el rendimiento en diferentes formas, una de ellas es la conciencia que tiene el estudiante de las dificultades en la comprensión y de las mejoras de las estrategias. Agregado a esto, podemos mencionar que hay un fortalecimiento en el proceso de aprendizaje cuando se incluye de manera consiente la regulación metacognitiva porque ayuda a</p>

		cambiar o modificar las estructuras mentales a la hora de resolver problemas.
<b>¿Consideras que las actividades desarrolladas en la unidad didáctica fueron de gran ayuda para tu proceso educativo en el área el matemáticas?</b>	<p><b>E1:</b> “si porque aplico lo que el profesor me explico cuando voy a hacer los problemas”</p> <p><b>E2:</b> “ si porque aprendí que los problemas de matemáticas se pueden hacer de varias formas”</p> <p><b>E3:</b> “ Si porque cuando hago los problemas de matemáticas hago los pasos que el profesor me explico y se me hacen fácil hacerlos”</p>	Los estudiantes comentan que esta unidad didáctica influyó positivamente en su proceso académico porque tienen una manera más amplia del como poder resolver los problemas. La implementación de un modelo en específico, el de Schoenfeld para esta investigación, ayuda a tener claridad de las diferentes heurísticas que se pueden considerar, realizar el control pertinente a las estrategias que utilizan en términos de eficacia. Buitrago y García (2012) expresa que al diseñar estrategias didácticas que promuevan a la regulación metacognitiva suscitará que los estudiantes sean capaces de enfrentar retos cognitivos. Sumado a eso, el estudiante tendrá la capacidad de explorar otros caminos que lo llevarán a cumplir con el objetivo planteado.

*Fuente:* Elaboración propia

Después de haber implementado la entrevista semiestructurada podemos evidenciar el impacto positivo que tuvieron cada una de las actividades de la unidad didáctica en los estudiantes, enfocadas en el proceso de regulación metacognitiva para la resolución de problemas encaminados al aprendizaje de la multiplicación de números enteros.

Los estudiantes consideraron la importancia que tiene la regulación metacognitiva en la resolución de problemas porque les permitió adquirir el manejo del objeto matemático, tener una mayor comprensión de los problemas y tener un mejor rendimiento académico. Parece que tienen la conciencia que dentro de un proceso de planeación se requiere la identificación de las características del problema y la identificación de posibles pasos para resolver el problema de forma más ordenada y exitosa.

En general, podemos considerar que las habilidades dentro del proceso de regulación metacognitiva en la resolución de problemas fueron llevadas de manera favorable al implementar un modelo de resolución, en nuestro caso el de Schoenfeld, esto, teniendo en cuenta el desarrollo de estas habilidades se adecuó a las dificultades que se pudieron evidenciar en el instrumento inicial, al contexto de los estudiantes y a las bases conceptuales del objeto multiplicación de números enteros.

Con lo anterior, podemos concluir que el desarrollar habilidades metacognitivas e implementarlas con el modelo de resolución de problemas de Schoenfeld contribuyó para que la unidad de trabajo planeara, monitoreara y evaluara la forma de resolver un problema sobre la multiplicación de números entero, trayendo como resultado una evolución satisfactoria en el proceso de aprendizaje.

#### **6.4 ¿CÓMO INTERACTÚAN LA REGULACIÓN METACOGNITIVA Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS CON NÚMEROS ENTEROS?**

Teniendo en cuenta el análisis realizado antes y después de la implementación de la unidad didáctica y las respuestas de los estudiantes en la entrevista Semiestructurada, podemos realizar una caracterización de la relación que existe entre la regulación metacognitiva con la resolución de problemas de multiplicación de números enteros; esto, para dar respuesta al planteamiento que guió la investigación.

En primer lugar, consideramos que la interacción entre ambas categorías, se ve reflejado en el progreso que tuvieron los estudiantes, específicamente en el nivel de conciencia alcanzado respecto a considerar otras estrategias, monitorearlas y evaluarlas. La regulación metacognitiva tiene una incidencia en la reflexión crítica y amplia de los estudiantes frente a la planificación y diseño de estrategias, el control de sus propios procesos cognitivos y la evaluación de la eficiencia de dichas estrategias y procesos. Este espacio de reflexión causa en el estudiante una reconstrucción de su proceso de aprendizaje y funcionamiento cognitivo.

Ahora bien, particularizando en cada uno de los procesos de la regulación metacognitiva podemos mencionar que en la planeación, siendo este el primer proceso para resolver un problema, permitió que los estudiantes plantearan una serie de pasos a través de los cuales resolvieron los problemas, además, plantearon estrategias, modelaciones o representaciones, y relacionaron con otras situaciones similares que permitieron dar lugar a tener variantes en cuanto a líneas de resolución. Lo anterior se daba porque había una comprensión completa del problema, identificaban las variables, datos y procedimientos que se ajustaban a las preguntas para luego aplicar las estrategias. Por lo tanto, el estudiante al tener claro la ruta de trabajo mostró una mejor organización y conciencia de los diferentes recursos heurísticos con los cuales contaba para resolver los problemas.

En cuanto al proceso de monitoreo permitió a los estudiantes hacer las respectivas consideraciones en cuanto a la rectificación o modificación de las estrategias, revisiones constantes en los procedimientos y representaciones que habían estipulados para resolver el problema. Y por último, el proceso de evaluación permitió saber si se cumplió el objetivo propuesto, identificar algunas dificultades en el proceso llevado a cabo, además se pudo evaluar la efectividad de los pasos realizados.

Agregado a lo anterior, presentamos una tabla donde se relacionan los avances que tuvieron los estudiantes en el proceso de resolución de problemas a través de la implementación de la regulación metacognitiva:

**Tabla 4 Avances en el proceso de resolución de problemas**

Subcategorías	Avances
Planeación	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificación de las variables que intervienen en el problema.</li> <li>• Identificación y organización de datos.</li> <li>• Plantear un objetivo desde la pregunta del problema.</li> <li>• Realizar representaciones y modelaciones del problema.</li> <li>• Estipular pasos para abordar el problema.</li> <li>• Relacionar con problemas similares y con experiencias propias en su contexto.</li> <li>• Tener conciencia acerca que la planeación es el primer proceso para resolver un problema.</li> </ul>
Monitoreo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Revisión de los pasos que se han establecido.</li> <li>• Revisión de los procedimientos y estrategias para detectar errores.</li> <li>• Justificar el porqué de la modificación o rectificación de estrategias.</li> <li>• Revisar si el plan responderá la pregunta del problema.</li> </ul>
Evaluación	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Revisar si el resultado responde la pregunta del problema</li> <li>• Dar un juicio en términos de efectividad a la estrategia utilizada</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Revisar si hay otras formas de resolver el problema</li> <li>• Realizar una reflexión sobre el proceso que se empleó en términos de satisfacción.</li> </ul>
--	---

*Fuente:* elaboración propia

Para finalizar, podemos concluir que los estudiantes fueron capaces de adaptar los recursos cognitivos y heurísticas a los requerimientos que demandaban cada uno los problemas propuestos en la unidad didáctica a través de los proceso de la regulación metacognitiva. Ellos ahora son conscientes y reflexivos de cada uno de los proceso de resolución, son organizados y muestran motivación y compromisos con sus procesos de aprendizaje.

Así pues, la regulación metacognitiva y la resolución de problemas multiplicativos tienen una interacción constante, al punto de establecer que, posiblemente la regulación metacognitiva es condición *sine qua non* para la resolución de problemas. De hecho Schoenfeld plantea dentro de su modelo de resolución de problemas el control, el cual en términos generales puede asociarse a la regulación metacognitiva. Esto implica que resolver un problema, exigirá por parte de los estudiante planear, monitorear y evaluar las estrategias propuestas y, se esperaría que a medida que los estudiantes se expongan más al hecho de realizar estos procesos se pueda desarrollar la habilidad de regulación requerida para resolver problemas. Asimismo, consideramos que es posible transferible esta idea a otros objetos matemáticos como la adición, la sustracción, etc. e incluso podría ser transponible a otras didácticas de dominio específico como la biología, la química, etc.

## 7 CONCLUSIONES

Teniendo en cuenta los resultados que se obtuvieron en esta investigación podemos expresar que la regulación metacognitiva es importante en el proceso de enseñanza y aprendizaje porque incide satisfactoriamente en la adquisición de conocimientos, también en tener la conciencia y comprensión de sus propios procesos cognitivos y en el progreso de su propio aprendizaje. Agregado a lo anterior, los resultados también permitieron que llegáramos a unas conclusiones relacionadas con los objetivos de investigación propuestos al inicio:

1. La regulación metacognitiva posibilitó mejores comprensiones sobre el problema y facilitó la solución de los mismos. Si bien, se reconoce que los estudiantes planean, monitorean y evalúan a un nivel básico, es posible evidenciar un progreso en sus habilidades. Esto, nos lleva a concluir que existe una interacción fuerte entre las regulación metacognitiva y la resolución de problemas, proponiendo incluso que la regulación podría ser un componente o una condición necesaria para la resolución de problemas matemáticos lo cual, estaría acorde con los planteamientos de Schoenfeld en relación al control; es decir, que podría proponerse el modelo de autor en referencia como una perspectiva posible de ser abordada en el campo de las matemáticas, dada su cercanía con los procesos de regulación metacognitiva.

Agregado a lo anterior, la interacción entre ambas categorías de trabajo es evidente, dado su grado de reciprocidad, la cual podría irse dando en niveles de complejidad; es decir, que a medida que los estudiantes desarrollan habilidades de metacognición podrán mejorar en su proceso de resolución de problemas y, a medida que los problemas se vayan complejizando, requerirán niveles superiores de regulación metacognitiva. Esta podría ser una posible hipótesis derivada del trabajo, que requeriría, obviamente, mayor profundidad en los análisis y futuras investigaciones.

2. En el momento inicial se evidenció un bajo nivel, tanto en los proceso de regulación metacognitiva como en el de resolución de problemas. Esto, se evidenció en las respuestas de los estudiantes en las que se señaló que no lograbas planear, monitorear ni evaluar, lo cual a su vez, develó la coherencia y relación estrecha entre estos 3 procesos, pues no es posible

monitorear si no se propusieron planes o estrategias y, no es posible evaluar si no se trazó un plan ni se ajustó en el camino. Esto, a su vez, dificultó la resolución de los problemas de multiplicación con números enteros, dado que hay obstáculos latentes al respecto, sobre todo en la necesidad de conocer los algoritmos para dar repuesta al problema; es decir, para los estudiantes era más importante la respuesta que el proceso.

Atendiendo a lo anterior, consideramos aquí el hecho que no es posible llegar a una respuesta correcta si no planea teniendo en cuenta recursos cognitivos, tiempos y objetivos del propio estudiante, lo cual, llevará subsecuentemente a abordar las demás dimensiones de la regulación.

3. Con relación a los cambios, tanto en la regulación metacognitiva como en la resolución de problemas multiplicativos con números enteros, podemos concluir que se presentó un avance significativo y directamente proporcional; es decir, que a medida que los estudiantes fueron incorporando habilidades de regulación metacognitiva, pudieron resolver mejor los problemas. Sin embargo, es importante aclarar que el nivel de desarrollo para ambas categorías de estudio es simple o básico, dado que para ello se requiere de mayores periodos de tiempo, pero se valora el hecho que los estudiantes ya consideren estrategias (1 ó 2), las revisen recursivamente y las evalúen en términos de la eficacia y no del resultado.

Otras posibles conclusiones derivadas de la investigación son:

- La contextualización de los problemas aportó elementos significativos para el desarrollo de la resolución de problemas, al implementar en la unidad didáctica diferentes ambientes de aprendizaje tomando como referencias las experiencias y contextos de los estudiantes, se generó la necesidad de crear una organización en cuanto a la planificación como en lo procedimental. Estos contextos fueron estructurados de tal forma que los estudiantes debieron utilizar herramientas matemáticas en la vida cotidiana.

- Los problemas sobre multiplicación de números enteros basados a experiencias propias de los estudiantes permitieron mejorar en cada uno de los procesos de la regulación metacognitiva, especialmente en la planeación porque les permitió a los estudiantes establecer acciones claras para poder resolver el problema. Estos planes muestran unas

estructuras amplias que incluían una variedad de heurísticas, recursos cognitivos y objetivos definidos, dando a lugar al planteamiento de pasos organizados para tener claro de lo que se iba a realizar para poder resolver el problema planteado.

- El monitoreo como proceso que se realiza durante la ejecución de las acciones, permitió que los estudiantes verificaran las estrategias que se estaban implementando. En la mayoría de los casos los estudiantes consideraron la adaptación de las estrategias o la rectificación las diferentes modelaciones que representaban los problemas, lo anterior dio como consecuencia que se mantuviera una reflexión constante durante el proceso de resolución.

- La implementación del modelo de resolución de Schoenfeld permitió articular las estrategias cognitivas, metacognitivas y los contextos, dando como resultado que el estudiante tuviera un avance significativo en cuanto al desarrollo de la resolución de problemas.

- La implementación de la unidad didáctica fue una medida valiosa porque articuló el modelo de Schoenfeld y las estrategias de regulación metacognitiva en la resolución de problemas relacionados con la multiplicación de números enteros, facilitando la construcción de conocimiento mediante la utilización de material concreto y de la tecnología, aún con las limitantes del contexto. Lo anterior incidió significativamente en los estudiantes porque se evidencia una mejor disposición de trabajo en el área de matemáticas.

## 8 RECOMENDACIONES

El principal obstáculo para el desarrollo de la investigación fue la pandemia, dado que el municipio por sus posibilidades de acceso y su posición geográfica tiene falencias en el servicio de Internet y no permitió trabajar con todos los estudiantes. Es por ello, que con este trabajo no se pueden lograr generalizaciones sobre los resultados, por lo que se sugiere para futuras investigaciones abordar las interacciones entre la regulación metacognitiva y la resolución de problemas en distintos dominios de conocimiento.

Ampliar el conocimiento sobre la metacognición y el papel en el proceso de enseñanza y aprendizaje en el área de las matemáticas. Agregado a esto, diseñar instrumentos para la indagación de procesos de regulación metacognitiva, en la que los estudiantes puedan expresar, reflexionar y discutir respecto a su propio proceso de aprendizaje.

Implementar unidades didácticas en el área de matemáticas donde sea visible una secuencia que propicie la indagación de los conocimientos previos y experiencias de los estudiantes, choques conceptuales y procedimentales a la hora de resolver problemas, claridad de un modelo de resolución y un momento donde el estudiante sea capaz de mostrar su avance en cuanto al manejo del objeto matemático y aplicación en diversos contextos. Las actividades deben propiciar a la creatividad y tener en cuenta el contexto de los estudiantes, lo anterior se logra adaptando los contenidos de acuerdo a necesidades e intereses.

Incorporar la regulación metacognitiva en los procesos de resolución de problemas en el área de matemáticas, teniendo en cuenta los beneficios que esta puede ofrecer a los estudiantes para la construcción de conocimientos desde la implementación de un objeto matemático.

Para futuras investigaciones se sugiere explorar el tipo de interacción ente ambas categorías: fuerte, débil, alto, bajo, etc., y cuáles son los factores que intervienen en dicha

interacción. Asimismo, se sugiere desarrollar el trabajo de campo en espacios más prolongados, pues otra dificultad en el estudio, fue el poco tiempo del que se dispuso para el desarrollo de cada una de las sesiones (teniendo en cuenta las posibilidades de acceso y conectividad).

## 9 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrate, S. R., Pochulu, D. M., y Vargas, M. J. (2006). Errores y dificultades en matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo. buenos aires : Universidad Nacional de Villa Maria
- Aponte, P. A. y Rivera, M.A. (2017). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje del número entero presentadas en un objeto virtual de aprendizaje. Tesis de Maestría. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Arias, M. (2019). *La regulación metacognitiva en la resolución de problemas de volumen de sólidos*. Tesis de Maestría. Universidad Autónoma de Manizales.
- Arias, A.P. (2021). *Desarrollo de pensamiento numérico en estudiantes de segundo año de educación básica, con el uso de situaciones problema de estructuras multiplicativas*. Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia.
- Arslan, S y Akin, A (2014) Metacognition: As a Predictor of One's Academic Locus of Control. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 14(1), 33-39.
- Avendaño, M. y Vilorio, J. L. (2018). *Los procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas con adición y sustracción de fracciones*. Tesis de Maestría. Universidad Autónoma de Manizales.
- Barrantes, H. (2006). Resolución de problemas el Trabajo de Allan Schoenfeld. *Cuadernos De Investigación y Formación En Educación Matemática*, 1, 1-9-
- Blum, W., Berry, J., Biehler, R., Huntley, I., Kaiser-Messmer, G. y Profke, L. (Eds.). *Applications and modeling in learning and teaching mathematics*. (Ellis Horwood Limited Publishers, 1989).

- Brown, A. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. In F. E. Weinert & R. H. Kluwe, (Eds.) *Metacognition, motivation, and understanding* (pp. 65-116). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Bryant, P., Nunes, T. y Tzekaki, M. (2009). Multiplicative reasoning and mathematics achievement 2: 217–224. *Multiplicative reasoning and mathematics achievement*. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidi (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 217- 224). Thessaloniki, Greece: PME.
- Castro, E. (1995). *Niveles De Comprensión En Problemas Verbales De Comparación Multiplicativa*. Granada (España): Editorial Comares.
- Chatzipanteli, A., Grammatikopoulos, V. y Gregoriadis, A.( 2014). Development and evaluation of metacognition early childhood education. *Early Child Development and Care*, 184(8),1223-1232.
- Córdoba, D.R. (2018). *La regulación metacognitiva en la resolución de problemas matemáticos con esquema aditivo*. Tesis de Maestría. Universidad Autónoma de Manizales.
- Fernández, C. e Ivars, P. (2016). Problemas de estructura multiplicativa: Evolución de niveles de éxito y estrategias en estudiantes de 6 a 12 años. *Educación matemática*, 28(1), 9-38. DOI 10.24844/EM2801.01
- Fernández, D.M. (2018). *Estrategias metacognitivas en la resolución de problemas para el aprendizaje de los números enteros*. Tesis de Maestría. Universidad Autónoma de Manizales.
- Flavell, J. (1987). Speculations about the nature and development of metacognition. En F. Weinert, y R. Kluwe (eds.), *Metacognition, motivation and understanding* (pp. 21-29). Hillsdale, nj: Erlbaum.

- Freudenthal, H. (1991), “*Why to Teach Mathematics so as to Be Useful*”, Educational Studies in Mathematics, pp. 3-8
- García, J.J. (2003). *Didáctica de las Ciencias: resolución de problemas y desarrollo de la creatividad*. Editorial Magisterio.
- García, A., Vázquez, J. y Zarzosa, L. (2013). “Solución estratégica a problemas matemáticos verbales de una operación. El caso de la multiplicación y la división”. *Educación Matemática*, 25(3), pp. 103-128.
- Gravini, M.L. ( 2007). *Procesos metacognitivos de estudiantes con diferentes estilos de aprendizaje*. Tesis de Maestría. Universidad del Norte.
- Gunstone, R. y Mitchell, I. (1998). Metacognition and conceptual change. En J. Mintzes, J. Wandersee y J. Novak (eds.), *Teaching Science for Understanding* (pp. 133-163). California: Academic Press
- Hoyos, Y.M. (2019). *La Regulación Metacognitiva En La Resolución De Problemas Con Números Naturales*. Tesis de Maestría. Manizales: Universidad Autónoma de Manizales.
- Huertas, A., Vesga, G. y Galindo, M. (2014). Validación del instrumento “Inventario de habilidades metacognitivas” (mai) con estudiantes colombianos. *Praxis & Saber*, 5(10), 55-74.+
- Iriarte, A.J. (2011). Desarrollo de la competencia resolución de problemas desde una didáctica con enfoque metacognitivo. *Zona próxima. Revista del Instituto de Estudios en Educación de la Universidad del Norte*, 15, 2-21.
- Isoda, M. y Olfos, R. (2009). *La enseñanza de la multiplicación: el estudio de clases y las demandas curriculares*. Ediciones Universitarias de Valparaíso: Chile.

- Jacob, L. y Willis, S. (2003). *The development of multiplicative thinking in young children*. In: *26th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group*, 6 - 10 July 2003, Deakin University, Geelong.
- Jorba, J., y Sanmartí, N. (1994). *Un dispositivo pedagógico que incorpora la regulación continua de los aprendizajes*. En J. Jorba, & N. Sanmartí, Enseñar, aprender y evaluar: Un proceso de regulación continua, Propuestas didácticas para las áreas de Ciencias de la Naturaleza y Matemáticas, pp. 33-41. Barcelona: Casa del Libro.
- Martí, E. (1995). Metacognición: entre la fascinación y el desencanto. *Infancia y Aprendizaje*, 72, 9-32.
- Medina, L. (2017). Propuesta didáctica para el aprendizaje de la estructura multiplicativa (Tesis de maestría). Tecnológico de Monterrey, México.
- Mejía, D.S. (2019). Resolución de problemas cuando se vincula la regulación metacognitiva. Tesis de Maestría. Manizales: Universidad Autónoma de Manizales.
- Palacios, A y Solarte, S (2013) Estudio de la resolución de problemas matemáticos no rutinarios de docentes de matemáticas en formación: una aproximación a las estrategias heurísticas.
- Polya, G. (1957). *How to solve*. Princenton University press. New York: Doubleday. U.S.A.
- Schraw, G. (1998). Promoting general metacognitive awareness. *Instructional Science*, 26, 113-125.
- Schraw, G. y Moshman, D. (1995). Metacognitive theories. *Educational Psychology Review*, 7, 351-371.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Academic Press.

- Schoenfeld, A. H. (1992). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics*. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Reston, VA: NCTM.
- Tamayo, A. (2006). *La metacognición en los modelos para la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias. En: Los bordes de la pedagogía: del modelo a la ruptura*. Madrid: Universidad Pedagógica Nacional.
- Tamayo, Ó.E., Cadavid, V. y Montoya, D. (2019). Análisis metacognitivo en estudiantes de básica, durante la resolución de dos situaciones experimentales en la clase de Ciencias Naturales. *Revista Colombiana de Educación*, 76, 117-141.
- Tamayo, Ó.E., Zona, R. y Loaiza, Y. (2016). *Pensamiento crítico en el aula de ciencias*. Manizales: Editorial Universidad de Caldas.
- Torres, M. C. (2013). *Formas de acción en el tratamiento de situaciones multiplicativas: una mirada del isomorfismo de medida en terminos del análisis relacional*. Tesis de Maestría. Universidad de Antioquia.
- Torres, M.C y Obando, G.J. (2013). *Formas de acción en el tratamiento de situaciones multiplicativas: una mirada del isomorfismo de medida en términos del análisis relacional*. *Revista Científica y Tecnológica*, Edición Especial.
- Tsalas, N., Sodian, B. y Paulus, M. (2017). Correlates of metacognitive control in 10-year old children and adults. *Metacognition Learning*, 12, 1-18. Doi 10.1007/s11409-016-9168-4.
- Socas, M. (1997): “Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria”, cap. 5., pp. 125-154, en RICO, L., y otros: *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Ed. Horsori, Barcelona.

- Starepravo, A.R. (2010). *A multiplicação na Escola Fundamental I: análise de uma proposta de ensino*. Tesis de Doctorado. Universidad de São Paulo.
- Vasco, S. y Quintero, L. (2013). El aprendizaje de la multiplicación a partir de tareas de proporcionalidad directa. Trabajo de grado para optar por el título de Licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas. Universidad de Antioquia.
- Vergnaud, G. (1995): *El niño, las matemáticas y la realidad, problema de las Matemáticas en escuela*. Trillas: México.
- White, B., Frederiksen, J., y Collins, A. (2009). The Interplay of Scientific Inquiry. More than a Marriage of Convenience. En D. J. Hacker, J. Dunlosky, & A. C. Graesser, *Handbook of Metacognition* (págs. 175-206). New York: Taylor & Francis e-Library.
- Zohar, A., y Dori, Y. (2012). Metacognition in science education. Trends in current research. Nueva York: Springer.

## ANEXO 1 CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA LA PARTICIPACIÓN EN INVESTIGACIONES

Yo \_\_\_\_\_, acudiente de la estudiante: \_\_\_\_\_ y de \_\_\_\_ años de edad, acepto de manera voluntaria que ella se incluya como sujeto de estudio en el proyecto de investigación denominado: **regulación metacognitiva y sus interacciones con la resolución de problemas multiplicativos con números enteros**, luego de haber conocido y comprendido en su totalidad, la información sobre dicho proyecto, riesgos si los hubiera y beneficios directos e indirectos de su participación en el estudio, y en el entendido de que:

- La participación del alumno no repercutirá en sus actividades ni evaluaciones programadas en el curso.
- No habrá ninguna sanción para el estudiante en caso de no aceptar la invitación.
- El estudiante podrá retirarse del proyecto si lo considera conveniente, aun cuando el investigador responsable no lo solicite, informando sus razones para tal decisión. Asimismo, si así lo deseo, puedo recuperar toda la información obtenida de la participación del estudiante.
- No haré ningún gasto, ni recibiré remuneración alguna por la participación en el estudio.
- Se guardará estricta confidencialidad sobre los datos obtenidos producto de la participación, con un número de clave que ocultará la identidad del estudiante.
- Si en los resultados de la participación del alumno se hiciera evidente algún problema relacionado con el proceso de aprendizaje, se le brindará orientación al respecto.
- Puedo solicitar, en el transcurso del estudio información actualizada sobre el mismo, al investigador responsable.

Nombre y firma de quien proporcionó la información para fines de consentimiento.

TESTIGOS

Nombre: Lincoln Eduardo Ruiz Rúa

Fecha: Septiembre 24 del 2020

## ANEXO 2 CONSENTIMIENTO DEL RECTOR PARA EL DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN



Sitionuevo, septiembre 21 de 2020

Señor

**Mg. Vilma Abuabara Ospino**

Rector

Institución Educativa Departamental San José

Sitionuevo-Magdalena

Cordial Saludo.

Yo Lincoln Eduardo Ruiz Rúa, como estudiante de la Maestría en Enseñanza de las Ciencias de la Universidad Autónoma de Manizales, solicito ante usted permiso para desarrollar dentro de su Institución Educativa y con los estudiantes de octavo grado, la propuesta de investigación denominada: ***regulación metacognitiva y sus interacciones con la resolución de problemas multiplicativos con números enteros.***

Para el desarrollo de la investigación, se recolectará información a través de fotografías de los trabajos, entrevistas y encuentros sincrónicos y asincrónicos usando las plataformas como Whatsapp, Facebook Messenger. Vale la pena resaltar que la información se utilizará únicamente con fines investigativos y se manejará la confidencialidad de la misma, al igual que nos comprometemos a dar a conocer los resultados a la comunidad educativa una vez concluido el proyecto.

### AUTORIZACIÓN

He leído el procedimiento descrito arriba y el investigador me ha explicado el estudio. Expreso mi consentimiento para que los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Departamental San José del municipio de Sitionuevo, participen en el estudio.

Firma: \_\_\_\_\_

### ANEXO 3 UNIDAD DIDÁCTICA

	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA DEPARTAMENTAL SAN JOSÉ DE SITIONUEVO SEDE #11</b>	
	<b>NUEVA VENECIA</b>	
	<b>INSTRUMENTO INICIAL</b> <b>“MULTIPLICACIÓN Z”</b>	

#### **MULTIPLICACIONES Z**

Esta unidad didáctica está diseñada para desarrollar la competencia de resolución de problemas con interacción de los procesos de regulación metacognitivas. Esta centrada en alcanzar los siguientes estándares:

- Justifica procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.
- Resuelve problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.

Apreciado estudiante, este instrumento tiene como propósito principal identificar las dificultades que poseen con relación a la solución de problemas multiplicativos con números enteros, a fin de proponer estrategias para el mejoramiento del proceso de enseñanza y aprendizaje.

A continuación encontrarás 3 situaciones problema. Por favor responde todas las preguntas sin temor a ver afectado su proceso académico. ¡Gracias!

### **Analicemos y resolvamos las siguientes situaciones problema**

1. El profesor Sergio realizará un taller en el área de sociales sobre la independencia de Colombia, él le solicitará a cada estudiante la suma de \$2500 que corresponde al valor de cada guía que utilizaran los estudiantes. El le solicita a Cristina recoger el dinero y ella le comenta que faltaron 8 estudiantes por cancelar la guía. ¿Cuánto dinero le deben al profesor Sergio por el concepto de las guías? ¿Con qué signo representarías esta cantidad?

Antes de resolver el problema responde con mucha atención las siguientes preguntas:



- a) ¿Sabes qué te piden resolver en el problema? , ¿Reconoces las variables? Explica
  
- b) Identifica el tipo de operaciones matemáticas que debes emplear para resolver el problema. Explica
  
- c) Describe los métodos con los que consideres se puede resolver el problema. Trata de hacerlo detalladamente.
  
- d) ¿Alguna vez te has enfrentado con problemas similares (en la vida real o en otros cursos de matemáticas)? Si la respuesta es positiva, ¿crees que se pueden resolver de la misma forma? Explica

- e) Representa el problema gráficamente
- f) Escribe los pasos que consideras necesarios para resolver el problema
- g) ¿Estás seguro que esos pasos te ayudarán a resolver el problema? Si es así continúa con el diseño de tu plan, sino, escribe un nuevo plan.
- h) Ejecuta el plan
- i) ¿Consideras que el plan está siendo efectivo para resolver el problema? Explica
- j) Escribe el resultado del problema
- k) ¿Estás seguro que el resultado es correcto? ¿Por qué?
- l) ¿Hubo errores en el proceso? Descríbelos
- m) ¿Consideras que existe un solo método para resolver el problema? O ¿Habrá otro método adecuado para resolverlo?
- n) ¿Sabes para que este tipo de ejercicios te puede ser útil en la vida cotidiana?  
Explica
- o) ¿Cómo te sentiste resolviendo el ejercicio resolviendo las preguntas anteriores?  
Explica
- p) ¿Cuáles son tus motivaciones en la clase de matemáticas?

2. En la Ciénaga hay un camino de referencia que comunica a Nueva Venecia y Buenavista. Tomemos un punto del mismo camino se encuentran dos chalupas, la flecha azul representa la chalupa que se dirige hacia la derecha y la flecha roja representa la chalupa que va hacia la izquierda.



Ahora bien, se conoce que las chalupas que va hacia la derecha desarrolla una velocidad constante de 40 m/s (esto quiere decir que en un segundo la chalupa recorre 40 metros) y la que va a la izquierda desarrolla una velocidad constante de 50 m/s.

¿Cuántos metros habrá recorrido cada chalupa al transcurrir 40 segundos?

Antes de resolver el problema responde con mucha atención las siguientes preguntas:

- a) ¿Sabes qué te piden resolver en el problema? , ¿Reconoces las variables? Explica
- b) Identifica el tipo de operaciones matemáticas que debes emplear para resolver el problema. Explica
- c) Describe los métodos con los que consideres se puede resolver el problema. Trata de hacerlo detalladamente.
- d) ¿Alguna vez te has enfrentado con problemas similares (en la vida real o en otros cursos de matemáticas)? Si la respuesta es positiva, ¿crees que se pueden resolver de la misma forma? Explica
- e) Representa el problema gráficamente
- f) Escribe los pasos que consideras necesarios para resolver el problema
- g) ¿Estás seguro que esos pasos te ayudarán a resolver el problema? Si es así continúa con el diseño de tu plan, sino, escribe un nuevo plan.
- h) Ejecuta el plan
- i) ¿Consideras que el plan está siendo efectivo para resolver el problema? Explica

j) Escribe el resultado del problema

k) ¿Estás seguro que el resultado es correcto? ¿Por qué?

l) ¿Hubo errores en el proceso? Descríbelos

m) ¿Consideras que existe un solo método para resolver el problema? O ¿Habrá otro método adecuado para resolverlo?

n) ¿Sabes para que este tipo de ejercicios te puede ser útil en la vida cotidiana?  
Explica

o) ¿Cómo te sentiste resolviendo el ejercicio resolviendo las preguntas anteriores?  
Explica

p) ¿Cuáles son tus motivaciones en la clase de matemáticas?

3. Se conoce que los tanques elevados que utilizan en Nueva Venecia tiene una capacidad de 200 litros, regularmente en una familia cada miembro gasta aproximadamente 2 litros cada uno en el día. Si tomamos como referencia una familia de miembros ¿Cuántos litros de agua se ha gastado al transcurrir una semana esa familia (7 días)? ¿Podemos afirmar que los 200 litros alcanzan para una familia de 4 miembros?



Antes de resolver el problema responde con mucha atención las siguientes preguntas:

- a) ¿Sabes qué te piden resolver en el problema? , ¿Reconoces las variables? Explica
- b) Identifica el tipo de operaciones matemáticas que debes emplear para resolver el problema. Explica
- c) Describe los métodos con los que consideres se puede resolver el problema. Trata de hacerlo detalladamente.
- d) ¿Alguna vez te has enfrentado con problemas similares (en la vida real o en otros cursos de matemáticas)? Si la respuesta es positiva, ¿crees que se pueden resolver de la misma forma? Explica
- e) Representa el problema gráficamente
- f) Escribe los pasos que consideras necesarios para resolver el problema
- g) ¿Estás seguro que esos pasos te ayudarán a resolver el problema? Si es así continúa con el diseño de tu plan, sino, escribe un nuevo plan
- h) Ejecuta el plan
- i) ¿Consideras que el plan está siendo efectivo para resolver el problema? Explica
- j) Escribe el resultado del problema
- k) ¿Estás seguro que el resultado es correcto? ¿Por qué?
- l) ¿Hubo errores en el proceso? Descríbelos
- m) ¿Consideras que existe un solo método para resolver el problema? O ¿Habría otro método adecuado para resolverlo?
- n) ¿Sabes para que este tipo de ejercicios te puede ser útil en la vida cotidiana? Explica

o) ¿Cómo te sentiste resolviendo el ejercicio resolviendo las preguntas anteriores?













Explica

p) ¿Cuáles son tus motivaciones en la clase de matemáticas?


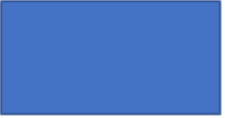


Analicemos los siguientes problemas con la ayuda de unos videos tutoriales donde se explican unos aspectos que se deben tener en cuenta para poder resolver un problema.

Después de estas explicaciones habrá unos problemas que resolverás teniendo en cuenta lo que se ha explicado.

**La tienda de Don Pedro venden unos dulces en diferentes sabores, él quiere saber cuántos dulces diferentes se pueden obtener. Debemos tener en cuenta el tipo de chicle y sabor. A continuación se muestra la relación de los sabores de chicles que hay:**

Sabores Chicles	Fresa	Menta	Canela	Uva
Laminas				
Pastillas				
Bola				

Coloca en los cuadros lo valores para saber la cantidad de chicles que vende Don

   
  
Pedro  .



**Revisa el video donde te explico unos apuntes claves para resolver este problema y respuestas a unas preguntas que debemos tener en cuenta.**

- a) ¿Sabes qué te piden resolver en el problema?, ¿Reconoces las variables? Explica
- b) Identifica el tipo de operaciones matemáticas que debes emplear para resolver el problema. Explica
- c) Describe los métodos con los que consideres se puede resolver el problema. Trata de hacerlo detalladamente.
- d) ¿Alguna vez te has enfrentado con problemas similares (en la vida real o en otros cursos de matemáticas)? Si la respuesta es positiva, ¿crees que se pueden resolver de la misma forma? Explica
- e) Representa el problema gráficamente
- f) Escribe los pasos que consideras necesarios para resolver el problema
- g) ¿Estás seguro que esos pasos te ayudarán a resolver el problema? Si es así continúa con el diseño de tu plan, sino, escribe un nuevo plan.
- h) Ejecuta el plan
- i) ¿Consideras que el plan está siendo efectivo para resolver el problema? Explica
- j) Escribe el resultado del problema
- k) ¿Estás seguro que el resultado es correcto? ¿Por qué?
- l) ¿Hubo errores en el proceso? Descríbelos

m) ¿Consideras que existe un solo método para resolver el problema? O ¿Habrá otro método adecuado para resolverlo?

n) ¿Sabes para que este tipo de ejercicios te puede ser útil en la vida cotidiana?  
Explica

o) ¿Cómo te sentiste resolviendo el ejercicio resolviendo las preguntas anteriores?  
Explica

p) ¿Cuáles son tus motivaciones en la clase de matemáticas?

**Sabemos que la profesora Luz Marina se viene todos los días en su carro desde la ciudad de Barranquilla hasta el municipio de Sabanagrande, para luego esperar con todos los profesores la chalupa que los llevara a la sede del IED San José de Nueva Venecia. La profesora Luz Marina quiere saber la distancia que hay en su trayecto Barranquilla-Sabanagrande y viceversa. Ella dice que por lo regular viene a una velocidad de 60 Km/h y el tiempo que emplea en el viaje son 2 horas.**



¿Cómo ayudarías a la profe Luz Marina para responder su pregunta?



**Revisa el video donde te explico unos apuntes claves para resolver este problema y respuestas a unas preguntas que debemos tener en cuenta.**

- a) ¿Sabes qué te piden resolver en el problema?, ¿Reconoces las variables? Explica
- b) Identifica el tipo de operaciones matemáticas que debes emplear para resolver el problema. Explica
- c) Describe los métodos con los que consideres se puede resolver el problema. Trata de hacerlo detalladamente.
- d) ¿Alguna vez te has enfrentado con problemas similares (en la vida real o en otros cursos de matemáticas)? Si la respuesta es positiva, ¿crees que se pueden resolver de la misma forma? Explica
- e) Representa el problema gráficamente
- f) Escribe los pasos que consideras necesarios para resolver el problema
- g) ¿Estás seguro que esos pasos te ayudarán a resolver el problema? Si es así continúa con el diseño de tu plan, sino, escribe un nuevo plan.
- h) Ejecuta el plan
- i) ¿Consideras que el plan está siendo efectivo para resolver el problema? Explica
- j) Escribe el resultado del problema
- k) ¿Estás seguro que el resultado es correcto? ¿Por qué?
- l) ¿Hubo errores en el proceso? Descríbelos

m) ¿Consideras que existe un solo método para resolver el problema? O ¿Habrá otro método adecuado para resolverlo?

n) ¿Sabes para que este tipo de ejercicios te puede ser útil en la vida cotidiana?  
Explica

o) ¿Cómo te sentiste resolviendo el ejercicio resolviendo las preguntas anteriores?  
Explica

p) ¿Cuáles son tus motivaciones en la clase de matemáticas?

Después de haber desarrollado los anteriores problemas, continuación se presentan 2 donde deberás resolverlo individualmente. Ten en cuenta lo que se explicó en los videos tutoriales, léelos atentamente y responde cada una de las preguntas que se presentan a cada problema.

**En una brigada de salud que se realizará en nueva Venecia se estima que se atenderán a 25 personas por día. El doctor jefe expresa que durará un mes en esta brigada de lunes a viernes. El presidente de la acción comunal expresa que se registraron 450 personas para ser atendidas en esta brigada ¿cuántos pacientes se atenderán aproximadamente durante la brigada? ¿ alcanza la brigada a atender a todas las personas registradas?**



a) ¿Sabes qué te piden resolver en el problema?, ¿Reconoces las variables? Explica

b) Identifica el tipo de operaciones matemáticas que debes emplear para resolver el problema. Explica

c) Describe los métodos con los que consideres se puede resolver el problema. Trata de hacerlo detalladamente.

d) ¿Alguna vez te has enfrentado con problemas similares (en la vida real o en otros cursos de matemáticas)? Si la respuesta es positiva, ¿crees que se pueden resolver de la misma forma? Explica

e) Representa el problema gráficamente

f) Escribe los pasos que consideras necesarios para resolver el problema

g) ¿Estás seguro que esos pasos te ayudarán a resolver el problema? Si es así continúa con el diseño de tu plan, sino, escribe un nuevo plan.

h) Ejecuta el plan

i) ¿Consideras que el plan está siendo efectivo para resolver el problema? Explica

j) Escribe el resultado del problema

k) ¿Estás seguro que el resultado es correcto? ¿Por qué?

l) ¿Hubo errores en el proceso? Descríbelos

m) ¿Consideras que existe un solo método para resolver el problema? O ¿Habría otro método adecuado para resolverlo?

n) ¿Sabes para que este tipo de ejercicios te puede ser útil en la vida cotidiana? Explica

o) ¿Cómo te sentiste resolviendo el ejercicio resolviendo las preguntas anteriores?

Explica

p) ¿Cuáles son tus motivaciones en la clase de matemáticas?

**2. La estudiante Gisell Parejo del grado séptimo quiere organizar con su grado una fiesta sorpresa para el cumpleaños de la profesora Laura Rebolledo, para esto realiza una rifa de dos números con un valor de \$500 cada uno y que juega con las últimas dos cifras de la lotería Sinuano. Gisell compra un cartón que va desde el 00 al 99 y ella le notifica a sus compañeros que se vendieron 85 números. ¿Cuánto dinero se debía haber recogido si se vendían todos los números? Con los datos del problema, ¿cuánto dinero recogió Gisell? ¿Cuánto dinero faltó por recoger si se quería vender todos los números?**



a) ¿Sabes qué te piden resolver en el problema?, ¿Reconoces las variables? Explica

b) Identifica el tipo de operaciones matemáticas que debes emplear para resolver el problema. Explica

c) Describe los métodos con los que consideres se puede resolver el problema. Trata de hacerlo detalladamente.

d) ¿Alguna vez te has enfrentado con problemas similares (en la vida real o en otros cursos de matemáticas)? Si la respuesta es positiva, ¿crees que se pueden resolver de la misma forma? Explica

- e) Representa el problema gráficamente
- f) Escribe los pasos que consideras necesarios para resolver el problema
- g) ¿Estás seguro que esos pasos te ayudarán a resolver el problema? Si es así continúa con el diseño de tu plan, sino, escribe un nuevo plan.
- h) Ejecuta el plan
- i) ¿Consideras que el plan está siendo efectivo para resolver el problema? Explica
- j) Escribe el resultado del problema
- k) ¿Estás seguro que el resultado es correcto? ¿Por qué?
- l) ¿Hubo errores en el proceso? Descríbelos
- m) ¿Consideras que existe un solo método para resolver el problema? O ¿Habrá otro método adecuado para resolverlo?
- n) ¿Sabes para que este tipo de ejercicios te puede ser útil en la vida cotidiana?  
Explica
- o) ¿Cómo te sentiste resolviendo el ejercicio resolviendo las preguntas anteriores?  
Explica
- p) ¿Cuáles son tus motivaciones en la clase de matemáticas?

	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA DEPARTAMENTAL SAN JOSÉ DE SITIONUEVO SEDE #11</b>	
	<b>NUEVA VENECIA</b>	
	<b>INSTRUMENTO FINAL “MULTIPLICACIÓN Z”</b>	

Apreciado estudiante, este instrumento tiene como propósito principal identificar los avances que obtuvieron con relación a la solución de problemas multiplicativos con números enteros, después de haber desarrollados las actividades que se propusieron en el momento de desubicación.

A continuación encontrarás 3 situaciones problema. Por favor responda todas las preguntas sin temor a ver afectado su proceso académico. ¡Gracias!

**Analícemos y resolvamos las siguientes situaciones problema**

1. El profesor Sergio realizará un taller en el área de sociales sobre la independencia de Colombia, él le solicitará a cada estudiante la suma de \$2500 que corresponde al valor de cada guía que utilizaran los estudiantes. El le solicita a Cristina recoger el dinero y ella le comenta que faltaron 8 estudiantes por cancelar la guía. ¿Cuánto dinero le deben al profesor Sergio por el concepto de las guías? ¿Con qué signo representarías esta cantidad?

Antes de resolver el problema responde con mucha atención las siguientes preguntas:



- a) ¿Sabes qué te piden resolver en el problema? , ¿Reconoces las variables? Explica
- b) Identifica el tipo de operaciones matemáticas que debes emplear para resolver el problema. Explica
- c) Describe los métodos con los que consideres se puede resolver el problema. Trata de hacerlo detalladamente.
- d) ¿Alguna vez te has enfrentado con problemas similares (en la vida real o en otros cursos de matemáticas)? Si la respuesta es positiva, ¿crees que se pueden resolver de la misma forma? Explica
- e) Representa el problema gráficamente
- f) Escribe los pasos que consideras necesarios para resolver el problema
- g) ¿Estás seguro que esos pasos te ayudarán a resolver el problema? Si es así continúa con el diseño de tu plan, sino, escribe un nuevo plan.
- h) Ejecuta el plan
- i) ¿Consideras que el plan está siendo efectivo para resolver el problema? Explica
- j) Escribe el resultado del problema
- k) ¿Estás seguro que el resultado es correcto? ¿Por qué?
- l) ¿Hubo errores en el proceso? Descríbelos
- m) ¿Consideras que existe un solo método para resolver el problema? O ¿Habría otro método adecuado para resolverlo?
- n) ¿Sabes para que este tipo de ejercicios te puede ser útil en la vida cotidiana? Explica

o) ¿Cómo te sentiste resolviendo el ejercicio resolviendo las preguntas anteriores?

Explica

p) ¿Cuáles son tus motivaciones en la clase de matemáticas?

2. En la Ciénaga hay un camino de referencia que comunica a Nueva Venecia y Buenavista. Tomemos un punto del mismo camino se encuentran dos chalupas, la flecha azul representa la chalupa que se dirige hacia la derecha y la flecha roja representa la chalupa que va hacia la izquierda.



Ahora bien, se conoce que las chalupas que va hacia la derecha desarrolla una velocidad constante de 40 m/s (esto quiere decir que en un segundo la chalupa recorre 40 metros) y la que va a la izquierda desarrolla una velocidad constante de 50 m/s.

¿Cuántos metros habrá recorrido cada chalupa al transcurrir 40 segundos?

Antes de resolver el problema responde con mucha atención las siguientes preguntas:

a) ¿Sabes qué te piden resolver en el problema? , ¿Reconoces las variables? Explica

b) Identifica el tipo de operaciones matemáticas que debes emplear para resolver el problema. Explica

c) Describe los métodos con los que consideres se puede resolver el problema. Trata de hacerlo detalladamente.

d) ¿Alguna vez te has enfrentado con problemas similares (en la vida real o en otros cursos de matemáticas)? Si la respuesta es positiva, ¿crees que se pueden resolver de la misma forma? Explica

- e) Representa el problema gráficamente
- f) Escribe los pasos que consideras necesarios para resolver el problema
- g) ¿Estás seguro que esos pasos te ayudarán a resolver el problema? Si es así continúa con el diseño de tu plan, sino, escribe un nuevo plan.
- h) Ejecuta el plan
- i) ¿Consideras que el plan está siendo efectivo para resolver el problema? Explica
- j) Escribe el resultado del problema
- k) ¿Estás seguro que el resultado es correcto? ¿Por qué?
- l) ¿Hubo errores en el proceso? Descríbelos
- m) ¿Consideras que existe un solo método para resolver el problema? O ¿Habrá otro método adecuado para resolverlo?
- n) ¿Sabes para que este tipo de ejercicios te puede ser útil en la vida cotidiana?  
Explica
- o) ¿Cómo te sentiste resolviendo el ejercicio resolviendo las preguntas anteriores?  
Explica
- p) ¿Cuáles son tus motivaciones en la clase de matemáticas?

3. Se conoce que los tanques elevados que utilizan en Nueva Venecia tiene una capacidad de 200 litros, regularmente en una familia cada miembro gasta aproximadamente 2 litros cada uno en el día. Si tomamos como referencia una familia de miembros ¿Cuántos litros de agua se ha gastado al transcurrir una semana esa familia (7 días)? ¿Podemos afirmar que los 200 litros alcanzan para una familia de 4 miembros?

Antes de resolver el problema responde con mucha atención las siguientes preguntas:



- a) ¿Sabes qué te piden resolver en el problema? , ¿Reconoces las variables? Explica
- b) Identifica el tipo de operaciones matemáticas que debes emplear para resolver el problema. Explica
- c) Describe los métodos con los que consideres se puede resolver el problema. Trata de hacerlo detalladamente.
- d) ¿Alguna vez te has enfrentado con problemas similares (en la vida real o en otros cursos de matemáticas)? Si la respuesta es positiva, ¿crees que se pueden resolver de la misma forma? Explica
- e) Representa el problema gráficamente
- f) Escribe los pasos que consideras necesarios para resolver el problema
- g) ¿Estás seguro que esos pasos te ayudarán a resolver el problema? Si es así continúa con el diseño de tu plan, sino, escribe un nuevo plan.
- h) Ejecuta el plan
- i) ¿Consideras que el plan está siendo efectivo para resolver el problema? Explica
- j) Escribe el resultado del problema

k) ¿Estás seguro que el resultado es correcto? ¿Por qué?

l) ¿Hubo errores en el proceso? Descríbelos

m) ¿Consideras que existe un solo método para resolver el problema? O ¿Habrá otro método adecuado para resolverlo?

n) ¿Sabes para que este tipo de ejercicios te puede ser útil en la vida cotidiana?

Explica

o) ¿Cómo te sentiste resolviendo el ejercicio resolviendo las preguntas anteriores?

Explica

p) ¿Cuáles son tus motivaciones en la clase de matemáticas?

## ANEXO 4 ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA

### Entrevista Semiestructurada

#### Objetivos:

- ✓ Indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la resolución de problemas vinculando las habilidades metacognitivas.
- ✓ Revisar la percepción de los estudiantes después de la implementación de la unidad didáctica centrada en la resolución de problemas vinculado las habilidades metacognitivas y el modelo de Schoenfeld.
- ✓
  - Después de realizar las actividades de la unidad didáctica, ¿consideras necesario elaborar un plan de trabajo para poder resolver un problema? ¿Por qué?
  - Después de haber realizado las actividades de la unidad didáctica, ¿qué procesos realizas para hacerle seguimiento al plan de trabajo que aplicaste para resolver un problema?
  - Después de las actividades realizadas en la unidad didáctica, ¿evalúas la eficiencia de tus estrategias que utilizaste para resolver un problema?
  - ¿Cómo te pareció el proceso o los pasos que empleaste para resolver problemas?
  - ¿Consideras que las actividades desarrolladas en la unidad didáctica fueron de gran ayuda para tu proceso educativo en el área de matemáticas?