



Narrativa Pedagógica del proceso de identificación y análisis de las estrategias para la resolución de problemas en estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes de la Ciudad de Buenaventura a través del aprendizaje de las figuras geométricas

CARLOS JULIO VÁSQUEZ RAMÍREZ

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES

FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

MANIZALES

2019

**Narrativa Pedagógica del proceso de identificación y análisis de las estrategias para la
resolución de problemas en estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa
Teófilo Roberto Potes de la Ciudad de Buenaventura a través del aprendizaje de las
figuras geométricas**

CARLOS JULIO VÁSQUEZ RAMÍREZ

Trabajo de grado para optar el título de Magister en Enseñanza de las Ciencias

Tutor

Mg. ANA MILENA LÓPEZ RÚA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES

FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

MANIZALES

2019

DEDICATORIA

A mi familia, por estar presente en cada momento de este proceso de formación.

AGRADECIMIENTOS

A todos los profesores de la MEC-virtual por compartir su conocimiento.

A la profesora Ana Milena por su dedicación y apoyo para la culminación de este trabajo.

A la IE Teófilo Roberto Potes de la Ciudad de Buenaventura, por abrir los espacios para la realización de este trabajo de grado.

A los estudiantes que de una manera disciplinada y comprometida, se convirtieron en punto fundamental de esta investigación.

A todas aquellas personas que contribuyeron de una u otra forma a la culminación de este proceso de formación.

RESUMEN

Este es un informe de la investigación sobre la identificación de ideas previas sobre las figuras geométricas y las estrategias para la resolución de problemas que caracterizan a los estudiantes del grado decimo de la institución educativa Teófilo Roberto Potes de la Ciudad de Buenaventura. El instrumento diseñado, con bases en el proceso de visualización y el modelo de Polya, se aplicó a 33 estudiantes, de ambos sexos y con edades entre los 15 y 17 años. Los resultados se presentaron en forma de una narrativa pedagógica, como forma de sistematizar la experiencia de aula. Los resultados en relación con las ideas previas muestran que los estudiantes identifican correctamente las figuras bidimensionales, como son: el triángulo, el rectángulo, el círculo y el cuadrado. Estos mismos estudiantes identifican las figuras tridimensionales, tales como: el prisma, el paralelepípedo, el cilindro y el cubo. La mayor dificultad encontrada en los otros estudiantes fue en identificar el prisma, la diferenciación entre el paralelepípedo regular y el paralelepípedo rectangular. Al igual que correlacionar las figuras bidimensionales con las tridimensionales. Los estudiantes se ubican el nivel 0 de aprendizaje de la geometría, denominado visualización según Van Heile. En relación con la resolución de problemas se encontró que los estudiantes no consideraran necesario replantearse el problema como una forma de asegurar que se entiende el mismo, no usan gráficos para plantearse el problema, no identifican los datos antes de embarcarse en la resolución de problema, no plantean claramente un plan para abordar el problema, no relacionan el problema con las fórmulas que tienen a su disposición, mientras que si usan operaciones matemáticas pero sin correlacionarlas explícitamente con los datos, las incógnitas y el plan, al igual la verificación de las soluciones no se hace en relación al plan.

Palabras Clave: ideas previas, resolución de problemas, geometría, figuras geométricas.

ABSTRACT

This is a report of the research on the identification of previous ideas about the geometric figures and strategies for problem solving that characterize the tenth grade students of the Teófilo Roberto Potes educational institution of the City of Buenaventura. The instrument designed, with bases in the visualization process and the Polya model, was applied to 33 students, of both sexes and with ages between 15 and 17 years. The results were presented in the form of a pedagogical narrative, as a way to systematize the classroom experience. The results in relation to the previous ideas show that the students correctly identify the two-dimensional figures, such as: the triangle, the rectangle, the circle and the square. These same students identify the three-dimensional figures, such as: the prism, the parallelepiped, the cylinder and the cube. The greatest difficulty found in the other students was in identifying the prism, the differentiation between the regular parallelepiped and the rectangular parallelepiped. As well as correlating the two-dimensional figures with the three-dimensional ones. The students are located level 0 learning geometry, called visualization according to Van Heile. In relation to problem solving, it was found that students did not consider it necessary to rethink the problem as a way to ensure that it is understood, do not use graphics to pose the problem, do not identify the data before embarking on problem solving, they do not clearly state a plan to address the problem, they do not relate the problem to the formulas they have at their disposal, while they use mathematical operations but do not explicitly correlate them with the data, the unknowns and the plan, as well as the verification of the solutions it is not done in relation to the plan.

Keywords: previous ideas, problem solving, geometry, geometric figures.

CONTENIDO

1.	INTRODUCCIÓN	11
2.	ÁREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN.....	12
2.1	PLANTEAMIENTO DE PROBLEMA.....	12
2.2	PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN	13
3.	JUSTIFICACIÓN	14
4.	OBJETIVOS	16
4.1	OBJETIVO GENERAL:.....	16
4.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS:.....	16
5.	REFERENTE TEÓRICO	17
5.1	ANTECEDENTES.....	17
5.2	RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	20
5.3	DE LAS IDEAS PREVIAS	27
5.4	DE LAS NARRATIVAS	29
5.5	DE LA GEOMETRÍA.....	32
6.	METODOLOGÍA.....	40
6.1	METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	40
6.2	CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN	40
6.3	UNIDAD DE TRABAJO.....	41
6.4	DISEÑO METODOLÓGICO.....	41
6.5	DESCRIPCIÓN DE LAS CATEGORÍAS DE ANÁLISIS.....	43
6.6	INSTRUMENTOS.....	44
7.	RESULTADOS	45
7.1	NARRATIVA PEDAGÓGICA:	45
8.	CONCLUSIONES.....	57
9.	RECOMENDACIONES.....	59
10.	REFERENCIAS.....	60
11.	ANEXOS	63

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1. <i>Fases o etapas de la resolución de problemas, según varios modelos</i>	23
Tabla 2. <i>Niveles para el aprendizaje de la geometría propuestos por Van Heile</i>	36
Tabla 3. <i>Figuras geométricas de acuerdo a sus dimensiones</i>	38
Tabla 4. <i>Categoría resolución de problemas</i>	43
Tabla 5. <i>Categoría ideas previas sobre figuras geométricas</i>	44

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1. <i>Diseño metodológico</i>	42
Figura 2. <i>Ciudad con figuras geométricas</i>	47

Lista de Anexos

	Pág.
Anexo A. Instrumento de Diagnóstico	63

CAPITULO 1

1. INTRODUCCIÓN

Geometría como rama de las matemáticas se ocupa de las propiedades del espacio, en su forma más elemental, se preocupa de problemas métricos como el cálculo del área y diámetro de figuras planas y de la superficie y volumen de cuerpos sólidos; hace parte de los programas académicos de las instituciones educativas colombianas, a través de directrices del MEN.

Por otro lado, la resolución de problemas, como uno de los componentes del pensamiento crítico, es la base de muchas de las evaluaciones externas como las pruebas SABER y PISA, en las cuales los estudiantes de la IE Teófilo Roberto Potes de la Ciudad de Buenaventura, han mostrado bajos desempeños que son equiparables con las pruebas internas de desempeño y rendimiento académico. Al respecto Polya (1945) en su libro ¿Cómo resolverlo? (How To Solve It), identifica o plantean cuatro principios básicos de resolución de problemas matemáticos, que han sido la base para otros modelos de resolución de problemas, que han sido aplicado a otros campos de las ciencias.

Atendiendo a estos aspectos mencionados, se propone este trabajo de investigación para caracterizar las estrategias para la resolución de problemas de los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes de la Ciudad de Buenaventura.

Este trabajo se encuentra estructurado por capítulos, así: en el capítulo 2 se hace una presentación del problema a investigar y termina con la formulación de la pregunta que orientó todo el proceso investigativo. El capítulo 3 contiene aspectos importantes que justifican este trabajo. Los objetivos que se plantearon para el desarrollo del trabajo de investigación se presentan en el capítulo 4. El capítulo 5, denominado referente teórico, contiene antecedentes y los referentes teóricos que se toman para el desarrollo de esta investigación. Los aspectos metodológicos se encuentran en el capítulo 6. Los resultados obtenidos se presentan en el capítulo 7. Para finalizar las conclusiones y recomendaciones se encuentran en los capítulos 8 y 9, respectivamente.

CAPÍTULO 2

2. ÁREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

2.1 PLANTEAMIENTO DE PROBLEMA

Al igual que en muchas de las instituciones del país en la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes de la Ciudad de Buenaventura los resultados de las pruebas saber son poco alentadores, es decir un gran porcentaje de los estudiantes están en el nivel de desempeño bajo. Al realizar un análisis de los resultados se puede evidenciar que la mayor dificultad que presentan los estudiantes es en el área de matemáticas y lenguaje, y específicamente en la habilidad de resolver problemas, entendidos como situaciones contextualizadas donde el estudiante debe hacer uso no solo de los conocimientos adquiridos, sino de que debe tener claro estrategias para la solucionarlos o para proponer soluciones alternativas. Al respecto Rico (2009) nos muestra como las pruebas PISA centran la evaluación en la resolución de problemas.

A lo anterior se le suman algunos hallazgos, como parte del análisis causal de los bajos desempeños en matemáticas, sobre ejes temáticos en los cuales se basan muchas de preguntas de la prueba externa, es así que de forma particular se encontró que temas relacionados con la geometría hacen parte de las temáticas usadas para evaluar las competencias en el área de matemáticas, las cuales no siempre son consideradas en los planes de área, pues se llega a considerar más importante el desarrollo del pensamiento lógico matemático que el pensamiento geométrico..

Por otro lado, la geometría tradicionalmente, y particularmente en este institución, se ha enseñado como una parte de las matemáticas a la que se le asigna una intensidad horaria semanal muy baja (1 hora/semanal), y en muchos casos no se le da la importancia y la aplicación en la vida cotidiana de los estudiantes, y además de un constante uso de la memoria para el aprendizaje, en el cual se limita a identificación de figuras geométricas y el uso de fórmulas matemáticas para describir las características de las mismas. Al respecto Tamayo, Zona y Loaiza, (2015), plantean que:

(...) Tradicionalmente la educación, y en particular la enseñanza de las ciencias, ha priorizado la dimensión conceptual, es decir, nuestro sistema educativo ha enfatizado en la importancia del aprendizaje de conceptos, principios y teorías en los diferentes campos disciplinares. (pág. 122)

En contraste con lo anterior, algunas prácticas de aula, aisladas, que son exitosas y que trascienden la dimensión conceptual, no son sistematizadas, registradas ni socializadas, y solo quedan en el recuerdo de los docentes en lugar de trascender al resto de comunidad educativa, de tal manera que se convierta en punto focal o de referencia para cualificar los procesos de enseñanza y aprendizaje, a través de memorias sobre aciertos, errores y hallazgos durante estos procesos.

2.2 PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

La presente investigación pretende documentar, por medio de una narrativa pedagógica, el proceso de identificación y análisis de las estrategias para la resolución de problemas en estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes de la Ciudad de Buenaventura a través del aprendizaje de las figuras geométricas. Es así como este trabajo pretende dar respuesta a la siguiente pregunta:

¿Cuáles son las estrategias para la resolución de problemas, que caracterizan a los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes de la Ciudad de Buenaventura?

CAPÍTULO 3

3. JUSTIFICACIÓN

La problemática antes descrita se percibe como generalizada tanto en el discurso de los docentes, como en los informes sobre los pobres resultados de desempeño de los estudiantes, en las evaluaciones institucionales y externas del tipo Saber 11 y PISA, en relación a la resolución de problemas, como una competencia, en el área de matemáticas, cuando se usan temas de geometría

Lo anterior deja en evidencia la necesidad de realizar cambios en el proceso de enseñanza y aprendizaje, que además de contribuir a la solución de esta problemática, que impide que muchos estudiantes lleguen a la universidad, se puedan alcanzar los estándares y el desarrollo de las competencias establecidas por Ministerio de Educación Nacional desde el enfoque Ciencia-Tecnología-Sociedad-Ambiente (CTSA). Es claro que estos cambios se deben dar en todos los actores de este proceso enseñanza y aprendizaje, así que los docentes deben cualificar sus prácticas al implementar estrategias tendientes al desarrollo de competencias especialmente aquellas relacionadas con el pensamiento crítico y en este caso en particular la habilidad de la resolución de problemas, en los estudiantes, por lo cual es pertinente la realización de investigaciones que apunten al logro de estos objetivos.

Se pretende que los resultados de esta investigación den luces, a la comunidad educativa de la institución educativa Teófilo Roberto Potes de la Ciudad de Buenaventura, para repensar y cualificar sus prácticas de aula, reflexionar sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje, y de cómo el diseño de unidades didácticas, partiendo de las ideas previas y el reconocimiento de obstáculos pueden apuntar al desarrollo de competencias de toda índole, tales comunicativas-lingüísticas, y el desarrollo de pensamiento crítico por ejemplo con la resolución de problemas. También se pretende que las conclusiones de esta investigación sean trascendentales para la institución educativa permitiéndoles no solo alcanzar los estándares, establecidos por el MEN y evaluados institucional e internacionalmente, sino transformar su entorno.

De igual manera, se espera que con los resultados de esta investigación se puedan realizar recomendaciones para cualificación de las prácticas de aula y por ende el mejoramiento de los desempeños en las pruebas externas.

Para finalizar, es importante mencionar que este proyecto de investigación es viable puesto que la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes de la Ciudad de Buenaventura, está abierta a este tipo de propuestas pues convierte el aula en un escenario de investigación para el beneficio de la comunidad educativa en la medida que impacte el proceso de enseñanza y aprendizaje ya que convertir el aula en un escenario de investigación, como requisito para mejorar la práctica educativa (Duit, 2006). Al mismo tiempo que se genere un referente teórico y metodológico para el desarrollo la resolución de problemas como componente importante del pensamiento crítico que se debe generar en la escuela, usando como excusa conceptos estructurantes del área de las matemáticas y la geometría.

CAPÍTULO 4

4. OBJETIVOS

Para el desarrollo de este trabajo de investigación se plantearon los siguientes objetivos.

4.1 OBJETIVO GENERAL:

Caracterizar las estrategias para la resolución de problemas de los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes de la Ciudad de Buenaventura.

4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Identificar las ideas previas sobre figuras geométricas que tienen los del grado décimo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes de la Ciudad de Buenaventura, como punto de partida para el diseño de una unidad didáctica.
- Identificar las estrategias para la resolución de problemas que usan los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes de la Ciudad de Buenaventura.
- Sistematizar, a través de una narrativa pedagógica, la experiencia de aula sobre la identificación de las ideas previas sobre figuras geométricas y las estrategias de resolución de problemas con triángulos rectángulos con estudiantes del grado 10-6 de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes de la Ciudad de Buenaventura.

CAPÍTULO 5

5. REFERENTE TEÓRICO

Como antecedentes de esta propuesta de investigación se pueden citar inicialmente los siguientes trabajos, algunos de los cuales pueden no coincidir con los objetivos de la propuesta investigativa, pero aportan sustentos tanto teóricos como didácticos y metodológicos.

5.1 ANTECEDENTES

A continuación se muestran algunos trabajos investigativos que sirven como marco referencial en relación con la resolución de problemas, la enseñanza y aprendizaje de la geometría y el uso de narrativas. Estos trabajos pueden o no coincidir con los objetivos de esta investigación, pero aportan a estos aspectos teóricos o metodológicos.

5.1.1 Sobre La Resolución De Problemas

En la actualidad hay una gran cantidad de investigaciones en relación a la solución de problemas como constituyente del pensamiento crítico en el aula, por ejemplo:

García y Romero (2014) plantean en su tesis de maestría sobre el aprendizaje del concepto de razones y proporciones, que aprender por medio de resolución de problemas permite a los estudiantes desarrollar habilidades metacognitivas procedimentales y estratégicas que mejoran la comprensión y análisis de un enunciado, además de que los estudiantes pueden diseñar, planificar y explorar varias rutas para la solución de un problema, llegando a realizar procesos de verificación. Los autores concluyen que este componente (la resolución de problemas) se adapta al trabajo en diversos campos disciplinares específicos como la biología, la química y la física.

Aguerri y Bravo (2016), plantean que en la actualidad, los estudiantes además de conocer las principales ideas de la ciencia, también deben de saber aplicarlas en la resolución de problemas contextualizados para así poder tomar decisiones que se

fundamenten en el reconocimiento del papel del ser humano en relación con el medio ambiente. En este trabajo la población de estudio fueron 63 alumnos de cuarto grado de primaria, que fueron intervenidos didácticamente, a través de la resolución de un problema socio-científico del campo ambiental como era la posibilidad de dragar el río Ebro. Los autores en sus resultados mostraron que los estudiantes tienen la capacidad de utilizar distintos tipos de pruebas (datos) para apoyar sus argumentos, al proponer alternativas de solución a la problemática planteada, entre ellas destacan las relacionadas con los factores bióticos y con el impacto del dragado para el uso del río por el ser humano.

Figuerola y Rodriguez (2009), en su trabajo de maestría: Caracterización de la solución de problemas con estado inicial y final bien definidos, que no requieren conocimiento previo en niños de cuatro a cinco años. Centran su trabajo en determinar los atributos propios en resolución de problemas de los niños entre cuatro y cinco años, analizando y confortando los resultados de en una etapa inicial y final bien definido que no requieren conocimiento previo, igualmente describen el proceso de resolución de problemas en cuanto a: conocimiento del problema, planeación, ejecución y evaluación. Para lo cual proponen una serie de tareas pedagógicas, donde tienen en cuenta, la etapa de desarrollo y que les permitió hacer la observación del proceso de resolución que llevan a cabo los sujetos de estudio. Los autores indagan específicamente en la resolución de problemas infantil y en los aportes de autores como Lev Vygotsky, Jean Piaget y Stephanie Thorthon. Así mismo se plantea con cierto detalle el desarrollo ontogenético del niño de cuatro a cinco años, desde los planteamientos teóricos de Jean Piaget y Lev Vygotsky.

5.1.2 Sobre La Enseñanza Y Aprendizaje De La Geometría

Para comenzar es pertinente mencionar el trabajo de Gamboa y Ballester (2010) sobre la perspectiva que tienen los estudiantes de la enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria. Como resultado de su trabajo los autores sacan conclusiones que son acordes con el contexto en el que se propone este trabajo de investigación, al plantear que:

(...) las clases de geometría en la educación secundaria se han basado en un sistema tradicional de enseñanza, donde docentes presentan la teoría, desarrollan ejemplos y aportan los ejercicios que deben ser resueltos por estudiantes. Estas actividades

enfatican en la aplicación de fórmulas y aspectos memorísticos, lo que trae como consecuencia que procesos de visualización, argumentación y justificación no tengan un papel preponderante en la enseñanza de la disciplina. La geometría se presenta a las estudiantes y los estudiantes como un conjunto de definiciones, fórmulas y teoremas totalmente alejado de su realidad y donde los ejemplos y ejercicios no poseen ninguna relación con su contexto, consecuentemente, la geometría se percibe como poco importante, ya que no es aplicable a la vida cotidiana, cuando la realidad es otra. Además, el grupo estudiantil considera que para tener éxito en geometría hay que saber utilizar la calculadora para realizar cálculos, tener capacidad para memorizar definiciones, fórmulas y teoremas, poseer capacidad para entender los dibujos geométricos y realizar listas de ejercicios para desarrollar la habilidad práctica. (Gamboa y Ballester, 2010).

Torregrosa y Quesada (2007), en su trabajo Coordinación de procesos cognitivos en geometría, caracterizan los procesos cognitivos que intervienen en la resolución de problemas de geometría y generan un modelo teórico que ayuda a interpretar las interacciones de dichos procesos. Los autores principalmente se centran en la caracterización de la coordinación de los procesos de visualización y los procesos de razonamiento que han sido propuestos por Duval (1998). En este trabajo se presenta un modelo para caracterizar el comportamiento durante la resolución de problemas de geometría, que según los autores está basado en los distintos procesos de visualización y de razonamiento, con el fin de exponer los elementos de una estructura general sobre los procesos cognitivos que intervienen en la resolución de problemas de geometría. Asimismo, Torregrosa y Quesada (2007) plantean que este modelo ofrece una aproximación de la coordinación entre los procesos visuales y de razonamiento. En el estudio se concluye que:

(...) hay alumnos que logran desarrollar aceptablemente esa coordinación, lo cual parece confirmar la hipótesis de que la coordinación se puede conseguir tras el trabajo de diferenciación de los procesos durante el desarrollo curricular. Quizás ahora lo interesante sería averiguar las causas por las que no todos los estudiantes

consiguen dar este paso. Parece obvio indicar que esta línea de investigación necesita seguir desarrollándose para confirmar o reafirmar la validez del modelo presentado. (Torregrosa y Quesada, 2007)

5.1.3 Sobre El Uso De Las Narrativas

Aun cuando se podría pensar que las narrativas tienen su aplicabilidad en las ciencias sociales, estas se han convertido en una metodología investigativa de aplicabilidad en otros campos, y en particular la educación. Así mismo en el campo de las matemáticas podemos referenciar el trabajo de De Castro, González y Escorial (2009): El aprendizaje de las matemáticas a los tres años: Narración reflexiva sobre la construcción de un mercado medieval, que en palabras de los autores es una:

(...) narración de un proyecto en el que los niños, conjuntamente con sus maestros, y con la colaboración de madres y padres, construyen un mercado medieval. La actividad matemática desarrollada en este proyecto resulta muy rica y variada, aunque difícil de predecir o planificar. Esto es debido a que el trabajo por proyectos está orientado al desarrollo de procesos, más que al aprendizaje de contenidos concretos. Los maestros intervienen, dentro del proyecto, para plantear situaciones complementarias que permitan a los pequeños aprender destrezas tales como el conteo de hasta cinco objetos. (De Castro, González y Escorial, 2009)

5.2 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Se parte de la idea de que la resolución de problemas es un constituyente de pensamiento crítico, al respecto Tamayo, Zona y Loaiza (2015) plantean que:

(...) es importante destacar que el pensamiento crítico y la *resolución de problemas* presentan una estrecha relación. Al respecto, Laskey y Gibson (1987, citados por Guzmán & Sánchez, 2006) plantean que el pensamiento crítico hace referencia a un complejo conjunto de actividades cognitivas que actúan conjuntamente, tales como la *resolución de problemas*, pensamiento lógico, percepción de ideas, análisis, evaluación

y toma de decisiones. Los autores plantean la posibilidad de desarrollar el pensamiento crítico a través del planteamiento de diferentes tipos de preguntas en el aula que potencien el desarrollo de habilidades del pensamiento de alto orden tales como interpretar, aplicar, analizar, sintetizar, evaluar y *resolver problemas*. (Tamayo, Zona y Loaiza, 2015, los énfasis son del autor)

Según Tamayo, Zona y Loaiza (2015) en la actualidad existe una dispersión conceptual entre el pensamiento crítico y la resolución de problemas, dado que algunas perspectivas teóricas consideran la resolución de problemas como una habilidad y otros como una actitud. Pero en lo que si hay mucha coincidencia es en plantear que la resolución de problemas es un proceso, por ejemplo:

- Frazer (1982) considera que la resolución de problemas constituye un proceso en el cual un individuo utiliza el conocimiento que de una determinada disciplina, hace uso de las técnicas y habilidades propias de ella para acortar la distancia que existe entre un problema y su solución.
- Kempa (1986) considera la resolución de problemas como un proceso mental, por el cual se elabora la información en el cerebro del sujeto que los resuelve. Plantea que este proceso requiere tanto del ejercicio de la memoria de trabajo, como también de la memoria a corto y largo plazo, y además implica la comprensión del problema, la selección y utilización de estrategias adecuadas, para poder encontrar la solución.
- En el caso de Gagné (1971), Ashmore. Frazer y Casey (1979) plantean que la resolución de problemas puede ser considerado como el proceso mediante el cual se llega a la comprensión de una situación (incierto inicialmente), que requiere tanto la utilización y aplicación de conocimientos previos, y de ciertos procedimientos por parte del individuo que resuelve dicha situación problemática.
- Novack (1982, 1988) plantea que la resolución de un problema implica además la reorganización de la información almacenada en la estructura cognoscitiva del

individuo que resuelve el problema, lo que implica que hay un aprendizaje, y por lo tanto la estructura cognoscitiva se modifica. Y

- Por su parte Polyá (1982), considera que en el campo específico de las matemáticas, la resolución de problemas es tanto en un proceso de aprendizaje como un objetivo en sí mismo, pero además agrega que se debe considerar como una técnica básica que debe ser desarrollada en los individuos.

Todo lo anterior ha generado un campo de investigación en educación, donde una de las líneas es la relacionada con la investigación de modelos¹ de enseñanza-aprendizaje de las ciencias basados en la resolución de problemas, en cualquiera de sus enfoques. En la tabla 1 se resumen los pasos o fases propuestos en algunos de los modelos más relevantes en relación con la resolución de problemas.

Cabe anotar que este trabajo toma la perspectiva de Polya, puesto que la estructura del modelo propuesto por Polya, se mantiene o subyace en la mayoría de los modelos posteriores a este, y generalmente pretenden una ampliación de este modelo a otros campos, diferentes a la matemática, en que interviene la actividad de resolución, como lo plantea Blanco (1996).

¹ Según Blanco (1996) es conveniente unificar los términos problema, estrategia heurística y modelo de resolución de problemas, así: “**Problema** (desde Bransford y Stein) es un obstáculo que separa la situación actual de la meta. **Estrategia heurística**: operaciones útiles para la solución de problemas. **Sugerencias heurísticas**: preguntas, pautas o indicaciones dirigidas a centrar la atención del resolutor sobre ciertos aspectos del problema. **Modelo de resolución de problemas**: doctrina que clasifica y analiza las fases del proceso de resolución de problemas, las sugerencias y estrategias heurísticas, y los distintos aspectos de orden cognoscitivo, emocional, cultural, científico, etc. que intervienen en el proceso “

Tabla 1. *Fases o etapas de la resolución de problemas, según varios modelos*

Autor	Descripción del modelo
Dewey	1. Identificación de la situación. 2. Definición precisa del problema. 3. Análisis medios-fines. Plan de trabajo. 4. Ejecución del plan. 5. Asunción de las consecuencias. 6. Evaluación de la solución. Supervisión. Generalización.
Wallas	1. Preparación: Recolección de información e intentos preliminares de solución. 2. Incubación: Dejar el problema de lado para realizar otras actividades o descansar. 3. Iluminación: Es cuando se produce la aparición de la idea clave para la solución. 4. Verificación: Se comprueba la solución.
Polya	1. Comprender el problema. 2. Concebir un plan (determinar la relación entre los datos y la incógnita, de no encontrarse relación inmediata puede considerar problemas auxiliares, y obtener finalmente un plan de solución) 3. Ejecución del plan. 4. Examinar la solución obtenida.
Schoenfeld	1. Análisis. 2. Exploración. 3. Ejecución. 4. Comprobación
Guzmán	1. Familiarización con el problema. 2. Búsqueda de estrategias. 3. Desarrollo de la estrategia. 4. Revisión del proceso.

Fuente: Elaboración propia a partir del análisis de Blanco (1996).

5.2.1 El Modelo De Polya

Polya (1945) en su libro ¿Cómo resolverlo? (How To Solve It), identifica o plantean cuatro principios básicos de resolución de problemas. A continuación, se presenta una traducción e interpretación del modelo planteado por Polya.

5.2.1.1 El primer principio de Polya: Comprender² el problema

Aunque esto parece tan obvio para el docente, que a menudo ni siquiera se menciona, los estudiantes a menudo se ven obstaculizados en sus esfuerzos por resolver problemas simplemente porque ellos no lo comprenden completamente, o ni siquiera en parte el problema que se les plantea. Polya establece que generalmente esta etapa es una de las más difíciles de superar, puesto que muchas veces los estudiantes buscan o se embarcan en procedimientos antes de verificar si esos procedimientos pueden llevarse a cabo o si aplican a la naturaleza del problema.

Para esto, Polya propone que los maestros pueden hacer una serie de preguntas, a los estudiantes que les permita comprender el problema, es decir superar este obstáculo, tales como: ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? ¿Es posible satisfacer la condición? ¿Es suficiente la condición para resolver o conocer la incógnita? ¿La condición es insuficiente, redundante o contradictoria? ¿Puede segregarse las condiciones y es capaz de escribirlas? Además, Polya que el estudiante se puede ver ayudado si se le pide que: Haga un dibujo, que use introduzca notaciones adecuadas.

² La palabra ***understand***, del inglés, se puede traducir como entender o comprender, por lo cual es pertinente aclarar que en español existe una gran diferencia entre entender y comprender. Es posible entender una frase pero no comprenderla, por ejemplo “lo obvio es invisible”. Entender es percibir el significado de algo, aunque no se comprenda. Comprender es hacer propio lo que se entiende y actuar en consecuencia. Comprender es tomar consciencia de algo. Integrarlo en uno mismo. Descubrirlo en su sentido profundo. La comprensión es un proceso de interiorización que culmina con estado de lucidez y clarividencia que nos permite pasar a la acción e, incluso, cuestionarnos por qué no lo hicimos antes. Tomado de:

<http://menceymacro.blogspot.com/2012/07/la-diferencia-entre-entender-y.html>

Desde un lenguaje más próximo al estudiante, estas preguntas podrían reformularse, así:

- ¿Entiendes todas las palabras usadas para declarar el problema?
- ¿Qué se te pide encontrar o mostrar?
- ¿Puedes repetir el problema en tus propias palabras?
- ¿Puedes pensar en una imagen o diagrama que pueda ayudarte a entender el problema?
- ¿Hay suficiente información para permitirle encontrar una solución?

5.2.1.2 El segundo principio de Polya: Concebir o diseñar un plan

Aquí se trata de encontrar la conexión entre los datos y lo desconocido. Es posible que se esté obligado a considerar problemas auxiliares si no se puede encontrar una conexión inmediata. El estudiante debe obtener finalmente un plan para encontrar la solución.

Polya menciona que hay muchas maneras razonables de resolver un problema. También plantea que la habilidad para elegir una estrategia adecuada se aprende y que la mejor manera de hacerlo es resolviendo muchos problemas, y así encontrar o elegir una estrategia se hace cada vez más fácil. es cada vez más fácil. Para esto, Polya sugiere:

Encontrar algún problema similar al que se enfrenta. En este momento. Las preguntas o estrategias que pueden ayudar en esta fase son:

- ¿Lo has visto antes o has visto el mismo problema en una forma ligeramente diferente?
- ¿Conoces algún problema relacionado?
- ¿Conoces un teorema que podría ser útil?

Frente a lo desconocido, podría ser útil al estudiante: Tratar de pensar en un problema familiar que tenga el mismo o una incógnita similar. Hay algún un problema relacionado con el tuyo y que hay resuelto antes. ¿Podrías usarlo? ¿Podrías usar su resultado? ¿Podrías usar su método? ¿Deberías introducir algún elemento auxiliar para hacer posible su uso?

¿Podrías replantear el problema? ¿Podrías repetirlo de manera diferente? ¿Puedes usar las definiciones vistas o trabajadas?

Y si no puede resolver el problema propuesto, se debe intentar resolver primero problemas relacionados. Para esto sería útil preguntarse ¿Te imaginas un problema relacionado más accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más especial? ¿Un problema análogo? ¿Podrías resolver una parte del problema? ¿Te ayudaría mantener solo una parte de la condición, deje de lado la otra parte? ¿Hasta qué punto se puede determinar la incógnita y como puede esto cambiarse? ¿Podrías derivar algo útil de los datos? ¿Podrías pensar en otros datos apropiados para determinar la incógnita? ¿Podría cambiar la incógnita o los datos, o ambos si es necesario, para que la incógnita y los nuevos datos estén más cerca uno del otro? ¿Usaste todos los datos? ¿Usaste toda la condición? ¿Ha tomado en cuenta todas las notaciones o expresiones esenciales involucradas en el problema?

5.2.1.3 El tercer principio de Polya: Ejecución del plan.

Cuando ya se claro el plan de ataque para la solución del problema, este debe ejecutarse y observar los resultados. El tiempo de para la resolución de problema siempre será relativo, puesto que, en muchas ocasiones, se hace necesario revisar la concepción inicial y la ejecución del plan para obtener resultados en pro de la solución al problema.

Polya plantea que durante la ejecución del plan es necesario preguntarse: ¿Puedes ver claramente que el paso del plan que se está ejecutando es el correcto?, como también: ¿Puedes probar que el paso es el correcto?

Aunque este paso puede ser más fácil que el idear el plan de solución, es conveniente tener presente que en general, lo fundamental es estar consciente de que lo que necesita es cuidado y paciencia, aun cuando ya se tengan las habilidades necesarias.

Aun cuando se debe ser persistente con el plan que se ha elegido, si este continúa sin funcionar no se debe dudar descartarlo y elegir o formular otro.

5.2.1.4 El cuarto principio de Polya: Examinar la solución obtenida

En el trabajo de Polya se menciona que puede ser muy fructífero si se toma un tiempo para reflexionar y mirar (revisar) lo que se ha hecho para resolver el problema, esto incluye: ¿Qué se ha hecho? ¿Qué de lo que se ha hecho funcionó y qué no? El mirar hacia atrás (revisar) es muy importante puesto que le permitirá al resolutor predecir qué estrategia usar para resolver problemas futuros.

En palabras de Polya para examinar la solución obtenida, es pertinente responder a preguntas, tales como:

-
- ¿Puedes comprobar el resultado?
- ¿Puedes revisar el razonamiento?
- ¿Se puede encontrar la solución de manera diferente?
- ¿Puedes ver la solución de un vistazo?
- ¿Puedes usar el resultado, o el método, para algún otro problema?

5.3 DE LAS IDEAS PREVIAS

Uno de los objetivos trazados en este trabajo, es el de conocer las ideas previas de los estudiantes sobre las figuras geométricas, como punto de partida para el diseño de una unidad didáctica. Las ideas previas, al igual que la historia, la epistemología y la metacognición son elementos fundamentales en el diseño de las unidades didácticas como lo plantean Orrego, Tamayo y Ruiz (2016), porque permiten de forma intencional generar estrategias para la superación de obstáculos, relacionados con los presaberes de los estudiantes.

En el campo de las matemáticas, González, Introcaso, Braccialarghe y Emmanuele (2009), plantean que:

(...) No es discutible que las ideas o concepciones previas de los alumnos sobre determinados conceptos son también, a la hora de aprender el mismo, variables de fundamental importancia ya que dichas concepciones pueden evolucionar a medida que se construye el conocimiento en el aula de acuerdo a cómo el docente se posicione ante ellas para favorecer su construcción o para dificultarla. Al respecto cabe recordar la idea de Bachelard (1938) acerca de obstáculo epistemológico, como el efecto limitativo de un sistema de conceptos sobre el desarrollo del pensamiento. Un obstáculo es, entonces, una concepción que ha sido en principio eficiente para resolver algún tipo de problema pero que falla cuando se aplica a otro. Debido a su éxito previo se resiste a ser modificado o a ser rechazado: viene a ser una barrera para un aprendizaje posterior. Se revela por medio de los errores específicos que son constantes y resistentes. Para superar tales obstáculos se precisan situaciones didácticas diseñadas para hacer a los alumnos conscientes de la necesidad de cambiar sus concepciones y para ayudarlos a conseguirlo. (p. 2)

Lo anterior se ve respaldado por Ausubel, Novak y Hanesian (1983), quienes consideran de gran importancia el conocimiento y estudio de las ideas previas, al señalar que como principio de la Psicología Educativa se podría establecer que el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe, por lo cual podríamos establecer a manera de dogma en el proceso de enseñanza y aprendizaje: averigüese las ideas previas y enséñese consecuentemente con estas.

Fernández, Guerrero y Fernández (2006) resumen que la determinación y utilización de las ideas previas en el proceso de enseñanza-aprendizaje ofrece ventajas tales como:

- (...) • Favorece la selección de distintos tipos de clases y demás formas de enseñanza.
- Los datos e informaciones obtenidas durante la búsqueda expresan el grado de articulación, los que pueden ser expresados a través de mapas, esquemas y redes conceptuales.
- Permite determinar los principales obstáculos que van a interferir con los nuevos conocimientos, definiendo estrategias didácticas adecuadas.

- Conocer el esquema conceptual estructurado para una idea previa errónea o no, dentro de la estructura cognitiva del estudiante, posibilita conocer la relación que se establece con otros esquemas formados anteriormente.
- Ofrece al profesor elementos para organizar desde el primer día de clase, la atención a las diferencias individuales y colectivas de los estudiantes.
- En dependencia del estado cognoscitivo de cada estudiante, es posible definir las intenciones educativas futuras, ya sea una ligera reestructuración, un cambio radical (cambio conceptual) o ideas iniciales (erróneas o insuficientes) por ideas nuevas.
- Permite la ejercitación en el uso de mapas conceptuales, facilitadores didácticos y en otros modelos gráficos.
- Conocer el origen de los errores conceptuales con que arriban los estudiantes.
- Conocer fuentes de distorsión del pensamiento de los estudiantes que han interferido en el proceso.
- Ampliar las posibilidades de actuación del profesor al diseñar estrategias para favorecer los cambios conceptuales.
- Conocer los avances operados en el intelecto del alumno, ya sea durante el enfrentamiento o la evolución de los nuevos problemas. (p. 121)

5.4 DE LAS NARRATIVAS

En el ámbito escolar colombiano es recurrente el llamado a que los docentes sistematicen y socialicen sus experiencias significativas, que en una relación espacio temporal, le dan sentido a la práctica docente. Díaz (2007) define una experiencia escolar significativa como:

(...) “una elaboración y atribución de sentido producida por el sujeto docente sobre algún tipo de acontecimiento escolar, o situación, identificado como relevante y vital para su vida personal o profesional”. (...) Como puede verse, esta definición resalta la experiencia escolar significativa desde la realidad y situación subjetiva del maestro, como agente dispuesto a aprehenderla, a procesarla en diferentes planos (cognitivo, afectivo, social), y a evocarla a través de la memoria. (p. 58)

Ahora bien, en términos significado y sentido, la práctica docente se debe materializar. A este respecto Sarlo (2005, referenciado por Díaz, 2007) afirma que:

(...) asumiendo los conceptos de significado y sentido... aseveramos que la narrativa da forma a la experiencia al materializar en el relato maneras de significar lo vivido, a partir de una temporalidad que no es la de su acontecer inmediato. A través de la narrativa, lo acontecido se procesa significativamente al tomar formas y expresiones que emergen -al ser elaboradas por medio del lenguaje-, en el ámbito de una espacio-temporalidad diferente a la original. (Díaz, 2007, p. 56)

Navarro (s.f) define las narrativas como una alternativa metodológica, mediante la cual “se recupera parte del pensamiento de los sujetos de investigación a través de las historias que construyen y cuentan sobre sí mismos”, al mismo tiempo que “ofrece posibilidades de obtener datos que permiten una especie de ida y vuelta sobre los sucesos incluidos en esas historias y los contextos en los que tienen lugar”, brindando también la oportunidad que revalorar o reinterpretar el suceso narrado, puesto que las narrativas permitirían “distintas interpretaciones de un mismo suceso de parte del sujeto si es evocado en momentos distintos de su vida” o por otros investigadores o actores del ámbito educativo, como lo plantea Suárez (2007):

(...) A través de la indagación narrativa de sus propias prácticas docentes, de la producción de sus propios relato y de las comprensiones sociales e interpretaciones pedagógicas que hacen jugar para configurar la intriga narrativa de sus historias de enseñanza, los docentes narradores de experiencias pedagógicas están engrosando el “corpus” de materiales documentales y narrativos que, en otro momento del proceso de investigación, serán interpretados de modo etnográfico por la coordinación de la investigación y, eventualmente, por otros investigadores narrativos. (p. 25)

Para Navarro (s.f) las narrativas, como investigación educativa, aportan al campo de conocimiento fundamentalmente en el modo como los fenómenos de aula y el proceso de enseñanza y aprendizaje son estudiados, al plantear que:

- ` (...) la aportación de la narrativa a un campo de conocimiento como la investigación educativa se funda en el modo de explicar ciertos fenómenos estudiados. No obstante, esto puede encontrarse mediado en distinta manera, tanto por la naturaleza de los datos que se obtienen, como por las distintas construcciones reflexivas del investigador. En este sentido, lo recuperado en la narrativa conlleva muchas veces no solo la versión de los sujetos sobre las causas y condiciones en que se dan determinadas problemáticas, sino una especie de marco conceptual natural de explicación, en la medida en que sobre su discurso el investigador realiza operaciones de descripción, análisis e interpretación, las cuales no debe distanciar de la experiencia de los sujetos y de los términos en que es emitida por ellos. (Navarro, s.f)

Según Suárez (2007) el proceso de las narrativas se puede esquematizar, así:

- Generar y sostener condiciones institucionales y habilitaciones en los sistemas escolares y las escuelas.
- Identificar y seleccionar las prácticas pedagógicas y experiencias escolares a relatar y documentar.
- Escribir y reescribir distintos tipos de texto y versiones sucesivas de relatos de la experiencia pedagógica a documentar.
- Editar pedagógicamente el relato de experiencia o documento narrativo.
- Publicar el relato de la experiencia pedagógica.
- Hacer circular los documentos narrativos de experiencias pedagógicas en diferentes circuitos de difusión y bajo distintos formatos (electrónicos, gráficos, fílmicos, interactivos),

5.5 DE LA GEOMETRÍA

5.5.1 Definición E Historia³.

Geometría (del griego geo, 'tierra'; metrein, 'medir'), rama de las matemáticas que se ocupa de las propiedades del espacio. En su forma más elemental, la geometría se preocupa de problemas métricos como el cálculo del área y diámetro de figuras planas y de la superficie y volumen de cuerpos sólidos. Otros campos de la geometría son la geometría analítica, geometría descriptiva, topología, geometría de espacios con cuatro o más dimensiones, geometría fractal, y geometría no euclídea.

Geometría demostrativa primitiva: El origen del término geometría es una descripción precisa del trabajo de los primeros geómetras, que se interesaban en problemas como la medida del tamaño de los campos o el trazado de ángulos rectos para las esquinas de los edificios. Este tipo de geometría empírica, que floreció en el Antiguo Egipto, Sumeria y Babilonia, fue refinado y sistematizado por los griegos.

En el siglo VI a.C. el matemático Pitágoras colocó la piedra angular de la geometría científica al demostrar que las diversas leyes arbitrarias e inconexas de la geometría empírica se pueden deducir como conclusiones lógicas de un número limitado de axiomas, o postulados. Estos postulados fueron considerados por Pitágoras y sus discípulos como verdades evidentes; sin embargo, en el pensamiento matemático moderno se consideran como un conjunto de supuestos útiles pero arbitrarios.

Un ejemplo típico de los postulados desarrollados y aceptados por los matemáticos griegos es la siguiente afirmación: "una línea recta es la distancia más corta entre dos puntos". Un conjunto de teoremas sobre las propiedades de puntos, líneas, ángulos y planos se puede deducir lógicamente a partir de estos axiomas.

³ Todo el material de este apartado fue tomado de:

<http://www.profesorenlinea.cl/geometria/GeometriaHistoria.htm>

Entre estos teoremas se encuentran: "la suma de los ángulos de cualquier triángulo es igual a la suma de dos ángulos rectos", y "el cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados" (conocido como teorema de Pitágoras).

La geometría demostrativa de los griegos, que se ocupaba de polígonos y círculos y de sus correspondientes figuras tridimensionales, fue mostrada rigurosamente por el matemático griego Euclides, en su libro "Los elementos". El texto de Euclides, a pesar de sus imperfecciones, ha servido como libro de texto básico de geometría hasta casi nuestros días.

Primeros problemas geométricos: Los griegos introdujeron los problemas de construcción, en los que cierta línea o figura debe ser construida utilizando sólo una regla de borde recto y un compás. Ejemplos sencillos son la construcción de una línea recta dos veces más larga que una recta dada, o de una recta que divide un ángulo dado en dos ángulos iguales.

Tres famosos problemas de construcción que datan de la época griega se resistieron al esfuerzo de muchas generaciones de matemáticos que intentaron resolverlos: la duplicación del cubo (construir un cubo de volumen doble al de un determinado cubo), la cuadratura del círculo (construir un cuadrado con área igual a un círculo determinado) y la trisección del ángulo (dividir un ángulo dado en tres partes iguales). Ninguna de estas construcciones es posible con la regla y el compás, y la imposibilidad de la cuadratura del círculo no fue finalmente demostrada hasta 1882.

Los griegos, y en particular Apolonio de Perga, estudiaron la familia de curvas conocidas como cónicas y descubrieron muchas de sus propiedades fundamentales. Las cónicas son importantes en muchos campos de las ciencias físicas; por ejemplo, las órbitas de los planetas alrededor del Sol son fundamentalmente cónicas.

Arquímedes, uno de los grandes científicos griegos, hizo un considerable número de aportaciones a la geometría. Inventó formas de medir el área de ciertas figuras curvas así

como la superficie y el volumen de sólidos limitados por superficies curvas, como paraboloides y cilindros. También elaboró un método para calcular una aproximación del valor de π , la proporción entre el diámetro y la circunferencia de un círculo y estableció que este número estaba entre $3 \frac{10}{70}$ y $3 \frac{10}{71}$.

Geometría analítica: La geometría avanzó muy poco desde el final de la era griega hasta la edad media. El siguiente paso importante en esta ciencia lo dio el filósofo y matemático francés René Descartes, cuyo tratado "El Discurso del Método", publicado en 1637, hizo época. Este trabajo fraguó una conexión entre la geometría y el álgebra al demostrar cómo aplicar los métodos de una disciplina en la otra. Éste es un fundamento de la geometría analítica, en la que las figuras se representan mediante expresiones algebraicas, sujeto subyacente en la mayor parte de la geometría moderna. Otro desarrollo importante del siglo XVII fue la investigación de las propiedades de las figuras geométricas que no varían cuando las figuras son proyectadas de un plano a otro.

La geometría sufrió un cambio radical de dirección en el siglo XIX. Los matemáticos Carl Friedrich Gauss, Nikolái Lobachevski, y János Bolyai, trabajando por separado, desarrollaron sistemas coherentes de geometría no euclídea. Estos sistemas aparecieron a partir de los trabajos sobre el llamado "postulado paralelo" de Euclides, al proponer alternativas que generan modelos extraños y no intuitivos de espacio, aunque, eso sí, coherentes.

Casi al mismo tiempo, el matemático británico Arthur Cayley desarrolló la geometría para espacios con más de tres dimensiones. Imaginemos que una línea es un espacio unidimensional. Si cada uno de los puntos de la línea se sustituye por una línea perpendicular a ella, se crea un plano, o espacio bidimensional. De la misma manera, si cada punto del plano se sustituye por una línea perpendicular a él, se genera un espacio tridimensional.

5.5.2 Pensamiento Geométrico Y Aprendizaje De La Geometría

La geometría inmersa en el mundo puede adoptar una gran variedad de formas, producto de la actividad humana. Estas formas en las cuales se basa la Geometría gobiernan el espacio físico en el que las personas se desenvuelven y actúan, por ejemplo, en los mapas, los cálculos de las distancias, de las áreas y los volúmenes. Según Martínez y Rivaya (1998) el pensamiento geométrico permite a los estudiantes estimular la capacidad de explorar, vivenciar, entrar en contacto y pensar racionalmente el espacio físico en el que se desenvuelve.

Para Castiblanco, Urquina, Camargo y Acosta (2004) el aprendizaje de la geometría implica tanto el desarrollo de habilidades visuales como de la argumentación. Plantean que para lograr aprendizajes significativos es necesario que se construyan una serie de interacciones entre estos dos componentes, de tal forma que el discurso teórico quede asociado o anclado a experiencias perceptivas que ayuden a dar sentido, es decir a contextualizar, y a su vez, las habilidades visuales deben ser guiadas por la teoría, y así ganar en precisión y potencia. Estos autores mencionan que el aprendizaje de la geometría se centra en tres aspectos:

- a) Los procesos de visualización, que son aquellos constituyen base de la actividad cognitiva en geometría donde los estudiantes “evolucionan” en la percepción de los objetos que los rodea; y el potencial heurístico en la resolución de problemas.
- b) Los procesos de justificación propios de la actividad geométrica.
- c) El papel de las construcciones geométricas en el desarrollo del conocimiento geométrico.

Es importante decir que el aprendizaje de la geometría es gradual, en relación a esto Van Hiele (en Fouz y De Donosti, 2005) propone cinco niveles que deben ser transitados por los estudiantes durante su aprendizaje geométrico, estos niveles se muestran en la tabla 2. Cabe anotar que en el desarrollo de este trabajo se pretende transitar solo por los niveles 0 y 1.

Tabla 2. Niveles para el aprendizaje de la geometría propuestos por Van Heile

Niveles	Elementos Explícitos	Elementos Implícitos
NIVEL 0: Visualización o reconocimiento	Figuras y objetos	Partes y propiedades de las figuras y objetos
NIVEL 1: Análisis	Partes y propiedades de las figuras y objetos	Implicaciones entre propiedades de figuras y objetos
NIVEL 2: Ordenación o clasificación	Implicaciones entre propiedades de figuras y objetos	Deducción formal de teoremas
NIVEL 3: Deducción formal	Deducción formal de teoremas	Relación entre los teoremas (sistemas axiomáticos)
NIVEL 4: Rigor	Relación entre los teoremas (sistemas axiomáticos)	Tratamiento de conceptos geométricos de manera abstracta.

Fuente: Elaboración propia en base a modelo de Van Heile (Fouz y De Donosti, 2005).

Por último, es pertinente mencionar que según Báez e Iglesias (2007) señalan que los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría están gobernados por seis principios didácticos fundamentales, como son:

- Principio globalizador o interdisciplinar: El cual consiste en un acercamiento consciente a la realidad, donde todos los elementos están relacionados entre sí.
- Integración del conocimiento: Hace referencia a que el conocimiento no está fragmentado, sino por el contrario a que este representa un saber integrado, lo que implica también una integración de los objetivos, contenidos, metodología y la evaluación.
- Contextualización del conocimiento: Se refiere a que los conocimientos son adaptados a las necesidades y características de los estudiantes, a partir del uso de hechos concretos en contexto.

- Principio de flexibilidad: Entendido como que la organización y administración del proceso educativo debe ser adaptable a las necesidades de los estudiantes, sin perder de vista los objetivos propuestos.
- Aprendizaje por descubrimiento: En relación a que todo proceso de enseñanza debe considerar una participación activa del estudiantado, de tal forma que se propicie la investigación, reflexión y búsqueda del conocimiento.
- Innovación de estrategias metodológicas: Por parte del grupo docente, el cual debe buscar y emplear estrategias metodológicas que incentiven la investigación, el descubrimiento y la construcción del conocimiento.

5.5.3 De Las Figuras Geométricas⁴

Las figuras geométricas son el objeto de estudio de la geometría, rama de las matemáticas que se dedica a analizar las propiedades y medidas de las figuras en el espacio o en el plano.¹ Una figura geométrica es un conjunto no vacío cuyos elementos son puntos.

Clasificación de las figuras geométricas

Para definir y clasificar las figuras geométricas, comúnmente se debe recurrir a conceptos fundamentales, tales como el de punto, recta, plano y espacio, que en sí mismas también se consideran figuras geométricas. A partir de ellas es posible obtener todas las figuras geométricas, mediante transformaciones y desplazamientos de sus componentes. (Tabla 3)

Cuerpos geométricos

Un cuerpo geométrico es una figura geométrica tridimensional, es decir, que posee largo, ancho y alto, que ocupa un lugar en el espacio y que por lo tanto posee un volumen.

⁴ El material presentado aquí es tomado de https://es.wikipedia.org/wiki/Figura_geom%C3%A9trica. Este material es solo tomado como referencia de los conceptos a trabajar. Se considera que este material es de fácil acceso para los estudiantes y tiene los elementos básicos para trabajar las figuras geométricas. Además de este material se utilizarán los textos disponibles en la biblioteca de la institución educativa.

Tabla 3. Figuras geométricas de acuerdo a sus dimensiones

Dimensiones	Figuras
Dimensión 0 (adimensional)	Punto
Dimensión 1 (lineales)	Recta
	Semirrecta
	Segmento
	Curva
Planos	
Dimensión 2 (planas)	a) Que delimitan superficies (figuras geométricas en sentido estricto): • Polígono • triángulo • cuadrilátero • Sección cónica • elipse • circunferencia • parábola • hipérbola
	b) Que describen superficies: • Superficie de revolución • Superficie reglada
Dimensión 3 (volumétricas)	a) Delimitan volúmenes (cuerpos geométricos): • Poliedro
	b) Describen volúmenes: • Sólido de revolución: cilindro, cono y la esfera
Dimensión n (n-dimensionales)	Polítopo

Fuente: tomado y rediseñado de: https://es.wikipedia.org/wiki/Figura_geom%C3%A9trica

Los cuerpos geométricos se pueden clasificar a su vez en poliedros y cuerpos geométricos redondos o no poliedros.

Poliedros: Los poliedros son cuerpos geométricos del espacio formado por polígonos, llamados caras, y unidos de tal modo que encierran una porción del espacio. Entre los más conocidos se encuentran los siguientes:

- Prismas
- Sólidos platónicos
- Sólidos arquimedianos
- Pirámides

Redondos: Los cuerpos redondos son aquellos que tienen, al menos, una de sus caras curvada. Entre los más conocidos se encuentran:

- Cilindro
- Cono
- Esfera
- Toro

CAPÍTULO 6

6. METODOLOGÍA

Este capítulo describe el proceso y diseño metodológico que se llevó a cabo; se presenta el tipo de investigación elegida, el diseño de la investigación, el contexto investigativo, las categorías de análisis, al igual que los instrumentos diseñados para la recolección de los datos.

6.1 METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación realizada se enmarcó desde una perspectiva descriptiva - comprensiva, y a través de una metodología narrativa. Puesto en la tarea como investigador es crucial e ineludible “interpretar” los significados de las acciones que se investigan, y los significados que están a las personas que las realizan (Estebaranz, 2001). Es así como desde Bruner (1997) se considera que a través de la narración se ponen en escena las interpretaciones de los sujetos, se construye una unidad narrativa que posibilita el conocimiento sobre la acción y la comprensión de la práctica.

6.2 CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN

El trabajo investigativo se llevó a cabo en la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes, ubicada en el Barrio Bellavista, de la ciudad de Buenaventura (Valle del Cauca).

Esta institución cuenta con una población estudiantil de 3500 estudiantes, de ambos sexos, y mayoritariamente son de descendencia afrocolombiana. Las familias de los estudiantes están clasificadas según el Sisben en estratos 1, 2 y 3. La I.E tiene tres jornadas (mañana, tarde y nocturna), oferta los servicios desde preescolar hasta el grado 11 de la media (Técnica-Comercial).

Los estudiantes participantes en la investigación fueron 33 estudiantes del grado decimo (grupo 10-6), los cuales están en un rango de edades de 15 a 17 años de edad.

6.3 UNIDAD DE TRABAJO

De los estudiantes participantes se tomaron como unidad de trabajo todos los estudiantes, que además de haber participado en las actividades propuestas, mostraron una buena actitud frente a la asignatura, y aportaron en sus registros datos para la identificación de las ideas previas y de las estrategias para la resolución de problemas.

6.4 DISEÑO METODOLÓGICO

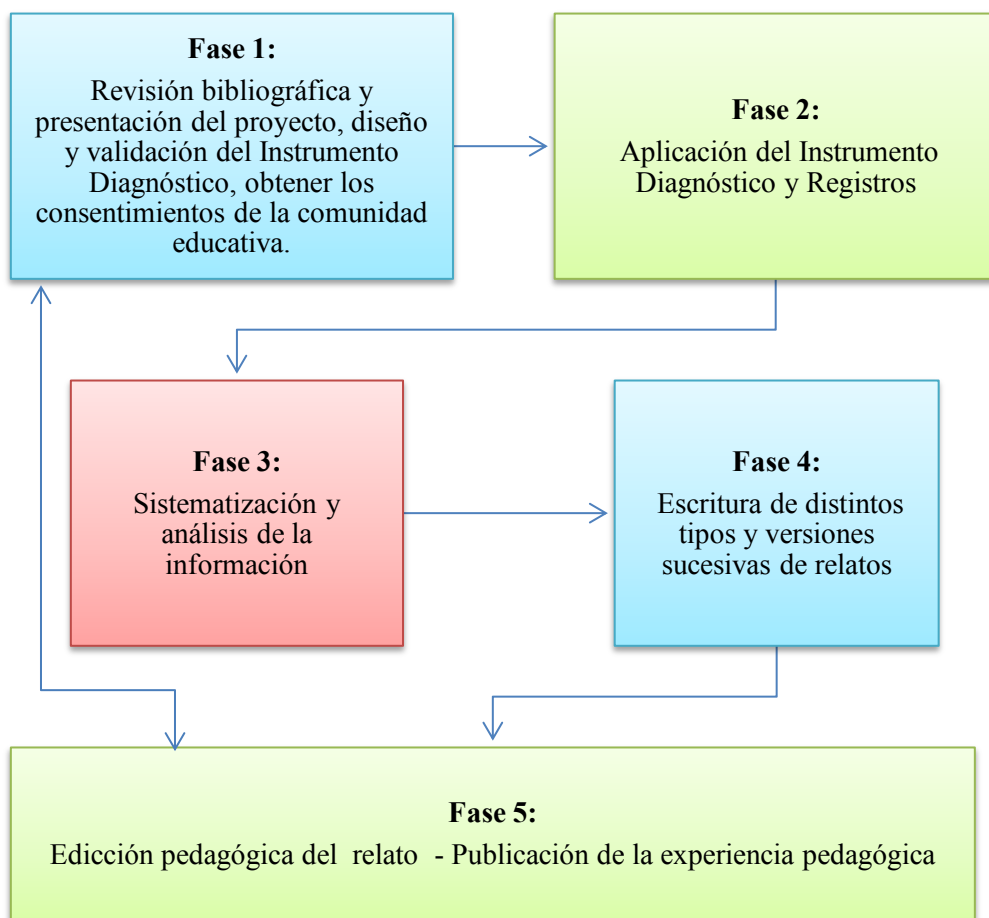
El diseño metodológico de esta investigación cualitativa se desarrolló en cinco fases a saber. (Figura 1)

- *Fase 1:* Esta etapa del proceso investigativo incluye: Revisión bibliográfica y presentación del proyecto, diseño y validación del *Instrumento Diagnóstico* para identificación de ideas previas y caracterización de las estrategias de resolución de problemas. Así como obtener los consentimientos de la comunidad educativa. Es to hace parte de lo que según Suárez (2007) denomina Generar y sostener condiciones institucionales y habilitaciones en los sistemas escolares.
- *Fase 2:* Aplicación del Instrumento Diagnóstico y registro de los eventos de resolución de problemas: Este instrumento consta de preguntas abiertas, se les entrego a los estudiantes en forma impresa con espacios específicos para que consignaran sus respuestas.
- *Fase 3:* Sistematización y análisis de la información obtenida: transcripciones, clasificación, etc. Esta fase es equivalente a la fase de identificar y seleccionar las prácticas pedagógicas y experiencias escolares a relatar y documentar (Suárez, 2007): Todos los registros se clasificaron en relación al aporte que hacen a la investigación, es así como separaron los registros que no fueron llenados por los estudiantes, se agruparon primero según el aporte a la identificación de las ideas previas sobre figuras geométricas y luego reagrupados para el análisis de las estrategias de resolución de problemas.
- *Fase 4:* Escritura de la narrativa para documentar la experiencia pedagógica, acorde con Suárez (2007). Se procedió a escribir de una forma sencilla el cómo se

desarrollaron las actividades de las clases en la que se identificaron las ideas previas sobre figuras geométricas y las estrategias de resolución de problemas.

- *Fase 5:* Editar pedagógicamente el relato de experiencia o documento narrativo: El primer escrito se revisó, en relación a que contuviera la mayor cantidad eventos o intervenciones de los estudiantes, para que la narrativa representara al grupo intervenido. Así se llegó a la narrativa final: *Ideas previas sobre figuras geométricas y estrategias para la resolución de problemas del grupo 10-6 de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes de la Ciudad de Buenaventura – Una narrativa pedagógica.*

Figura 1. Diseño metodológico



Fuente: Elaboración propia.

6.5 DESCRIPCIÓN DE LAS CATEGORÍAS DE ANÁLISIS

La narrativa da cuenta del proceso de identificación de las ideas previas de los estudiantes en relación a las figuras geométricas y de las estrategias que los estudiantes aplican durante la solución de problemas. Esto se llevó a cabo con el análisis de los registros: instrumento de diagnóstico, presentado a los estudiantes en forma de taller impreso, las observaciones hechas por el docente durante el desarrollo de las actividades.

6.5.1 Estrategias De Resolución De Problemas

Esta categoría se analizó desde la perspectiva o modelo de Polya para la resolución de problemas. Las estrategias de los estudiantes se correlacionaron con los pasos o fases propuestos por Polya como se muestra en la Tabla 4.

Tabla 4. *Categoría resolución de problemas*

Categoría	Subcategorías	Descriptorios
Resolución de problemas	Comprensión del problema.	El estudiante a través de un lenguaje propio es capaz de replantear el problema.
	Concepción de un plan	El estudiante formula un plan en el se evidencia la relación entre los datos y la incógnita, o bien considera problemas auxiliares con referente.
	Ejecución del plan.	El estudiante sigue los pasos del plan formulado y hace evaluación de este proceso.
	Examen de la solución	El estudiante revisa los resultados obtenidos y reflexiona sobre los pasos (su ejecución y eficacia).

Fuente: elaboración propia.

6.5.2 Ideas Previas Sobre Figuras Geométricas

Se organizaron todas las ideas que emergieron durante el proceso de identificación de las ideas previas de los estudiantes en relación con las figuras geométricas. Ver Tabla 5

Tabla 5. *Categoría ideas previas sobre figuras geométricas*

Categoría	Subcategorías	Descriptores
Ideas previas sobre figuras geométricas	Emergentes	Se establecerán como producto del análisis de información obtenida.

Fuente: elaboración propia

6.6 INSTRUMENTOS

Se diseñó un instrumento (ver Anexo A) con tres actividades. Así:

- Las **actividades 1 y 2** se diseñaron para identificar las ideas previas de los estudiantes sobre las figuras geométricas, a través de procesos de visualización, acorde con lo propuesto por Van Heile (nivel 0). En esta actividad se indaga por las figuras clasificadas según sus dimensiones (ver tabla 3).
- La **actividad 3**, consta de la introducción de los conceptos de área y perímetro, a través de la explicación por parte del profesor, de las figuras planas más comunes; el suministro de una tabla resumen de las partes y propiedades de las figuras planas (nivel 1, según Van Heile). Y la formulación de dos situaciones problemáticas que los estudiantes deben resolver.

CAPITULO 7

7. RESULTADOS

Los resultados de esta investigación, las ideas previas, sobre las figuras geométricas, identificadas, al igual que las características de las estrategias para resolución de problemas de los estudiantes del grado 10-6, de la IE Teófilo Roberto Potes de la Ciudad de Buenaventura, se presentan en la siguiente narrativa.

7.1 NARRATIVA PEDAGÓGICA:

Ideas previas sobre figuras geométricas y estrategias para la resolución de problemas del grupo 10-6 de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes de la Ciudad de Buenaventura – Una narrativa pedagógica.

Por: Carlos Julio Vásquez Ramírez

Soy Carlos Julio Vásquez Ramírez, docente del área de matemáticas de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes, de la ciudad de Buenaventura, me he desempeñado en esta labor por 12 años, en el sector público. Como una necesidad de mejorar mi práctica docente me embarque en este viaje que se llamado Maestría en Enseñanza de las Ciencias.

Producto de este proceso de formación, me es claro que es muy importante explorar las ideas previas de los estudiantes, como lo muestran varias investigaciones, a las cuales hacen referencia Campanario y Otero (2000), no solo para que le sirvan al docente para el desarrollo de unidades didácticas, sino como un espacio donde se puedan identificar algunos obstáculos para el proceso de aprendizaje, en este caso en particular de las matemáticas.

A continuación, se describen dos sesiones de clases, cuya intención fue establecer las ideas previas que tienen los estudiantes en relación a las figuras geométricas, e identificar las estrategias que usan los estudiantes cuando se les plantea la solución de problemas matemáticos.

Este trabajo se realizó con los estudiantes del grado 10-6 de la institución educativa en mención. El grupo 10-6 está constituido por 33 estudiantes de ambos sexos y con edades entre los 15 y 17 años.

LA PRIMERA SESIÓN – DE LAS IDEAS PREVIAS SOBRE FIGURAS GEOMÉTRICAS:

Es 31 de Octubre del 2018, como todas las tardes los alumnos inician sus actividades escolares a la 1:00 p.m. y con una oración, cabe anotar que en su totalidad los estudiantes son respetuosos con este tipo de celebraciones.

*Se realizó el llamado a lista, y para dar inicio a la **actividad No.1** del instrumento diagnóstico, se dio la instrucción de leer cada enunciado y preguntar si alguna parte de cada enunciado no era claro. La clase transcurre normalmente, en relación con el comportamiento de los estudiantes.*

Para facilitar la recolección de la información a cada estudiante se le hizo entrega de una copia con la primera actividad cuyo primer objetivo era establecer si los estudiantes a través de un proceso de visualización o reconocimiento, que corresponde nivel 0 para el aprendizaje de la geometría según Van Heile, de figuras y objetos. Al presentársele a los estudiantes la siguiente figura y pedirle que la describan, para lo cual se les orientó con dos preguntas, a saber:

Figura 2. Ciudad con figuras geométricas



Fuente: <https://sites.google.com/site/teachtecn4/propuesta-de-actividad---geometria-1>

Primero se le preguntó **¿Qué ves?**, a este interrogante 31 estudiantes la asociaron a edificios, casa, y hasta una pequeña ciudad, por ejemplo:

María: ... Una calle, unas casas, unas señales...

Sandra: ...veo parte de una calle de una ciudad o algo...

Es de resaltar que muchos estudiantes, usando un lenguaje adecuado describieron la figura con el mismo sentido ya mencionado, pero además lo asocian con palabras como dibujo, representación, y construcción, así para:

Jaider: En el dibujo se muestran unos edificios los cuales están hechos con figuras geométricas.

Wanda: Son figuras geométricas organizadas en forma de edificios o una pequeña ciudad.

Cindy: Unas figuras geométricas representando una urbanización de casas y un edificio.

Y como todo en los procesos educativos, el contexto se hace presente, por ejemplo:

Jhon: ... una ciudad o una bahía...

Nicol: Un dibujo que está representando un barco flotante, pero está hecho en base a figuras geométricas

. Algunos estudiantes no visualizan una ciudad o algo parecido, solo ven figuras geométricas, como es el caso de:

Narly: Rectángulos, cuadrados, círculos, diamantes (romboides), líneas verticales y horizontales.

Daniela: Triángulos, rectángulos, círculos y cuadrados.

Llamó la atención como un estudiante no logra separar la representación de una ciudad, con el uso de las figuras geométricas:

J. Fdo: Son unos edificios altos, pero también hay figuras geométricas.

Las respuestas anteriores dejan en claro que la geometría está inmersa en el contexto de las personas, como lo plantean Martínez y Rivaya (1998) el pensamiento geométrico permite a los estudiantes estimular la capacidad de explorar, vivenciar, entrar en contacto y pensar racionalmente el espacio físico en el que se desenvuelve.

*Luego se les preguntó a los estudiantes **¿Qué hay?**, al responder estas preguntas solo tres estudiantes (Sandra, Daniela y Narly) no nombran las figuras geométricas presentes en el dibujo, parece ser que se confundieron con la pregunta anterior... pero en ningún momento manifestaron esta confusión o solicitaron ayuda.*

La mayoría de los estudiantes identificaron fácilmente:

- Triángulos,*
- Círculos,*

- Cuadrados,
- Rectángulos.

En un número menor pudieron identificar y diferenciar correctamente:

- Rombos y Romboides
- Semicírculos y Círculos
- Cuadrados, rectángulos y cuadrilátero.

Solo dos estudiantes, nombraron:

- Líneas rectas: horizontales y verticales.

Ningún estudiante:

- Identificó el hexágono
- Contó el número de cada una de las figuras.

¿Qué elementos reconoces, dibújalos y dales un nombre?, los estudiantes realizan los dibujos de las figuras antes mencionadas, pero es pertinente mencionar que pocos estudiantes usaron las herramientas como reglas, compas, etc. para dibujar las figuras geométricas y ninguno tomó o mostró medidas.

LA PRIMERA SESIÓN (Continuación) – DE LAS ESTRATEGIAS PARA RESOLVER PROBLEMAS -GENERALIDADES:

Las siguientes preguntas, respectivamente, se plantearon para establecer en forma general y preliminar, si los estudiantes comprenden problema o situación problemática, conciben un plan, lo ejecutan y lo verifican

- Como tarea debes reproducir la figura anterior en forma de cuadro o maqueta, ¿Cómo lo vas hacer?*

- b. *Uno de tus compañeros NO asistió a clase y te llama para preguntar que hicieron en clase de geometría. SIN enviarle una foto de esta figura como le explicarías la tarea para que él la pueda realizar.*
- c. *Tu compañero te llama para decirte que ya hizo la tarea anterior y quiere saber si le quedo buena. ¿Qué harías para comprobar que si le quedo bien? ¡Recuerda no se pueden enviar fotos!*

Estudiantes como Ana, Wendy, Sebastian, Meybel, Alejandra y Mercy, tienen dificultades para a través de un lenguaje propio replantear el problema, pues no responde a la pregunta (a). En esta misma línea están Ma. Angélica, Angie, y Cindy que solo parafrasean la pregunta:

- ... En forma de maqueta para que quede mejor representada...*
- ... haría las figuras y representaría en una maqueta...*
- ... Con creatividad, con empeño y con materiales que puedan crear o formar la maqueta...*

A diferencia de otros estudiantes (19) que expresaron la forma de resolver el problema, formulando un “plan” en que claramente se establece una relación en tres los datos que tiene y lo que se le pide hacer:

Valeria: Compraría un cartón paja y con cartulina empresaria a hace las figuras geométricas, las pegaría en una base que sería el cartón paja y elaboraría la ciudad...

Nicol: Yo creería, que primero los plasmaría en un plano para saber cómo hacerlo, buscar los materiales y así hace mi maqueta...

Jaider: Lo primero que haría sería tomar otras piezas... y hacer las mismas figuras geométricas iguales a las que están en hechas.

En general, aun cuando con dificultades del lenguaje, los estudiantes elaboran un plan a desarrollar, pero la constante es la falta de detalles, en este caso todos los estudiantes omitieron la cantidad de figuras, las medidas que se requieren para resolver el problema.

Ahora bien, en relación al seguimiento del plan y la revisión de los resultados, la mayoría de los estudiantes no tomaron como base el plan formulado o de una forma muy general. A excepción de Valentina, Sandra y Nicol, quienes además de elaborar un plan, le hacen seguimiento y evalúan resultados, con base en el plan original, así:

Sandra M:

- ...haría una maqueta poniendo todos los elementos que se encuentran en la figura.*
- Le explicaría lo que hay en la imagen para que pueda hacerse una idea de lo que le estoy hablando y pueda saber lo que hicimos.*
- Le pediría que me explique qué fue lo que hice y me voy imaginando exactamente el que me quiere decir, en base a eso le podría ayudar para saber si está bien o mal.*

Nicol:

- Yo creería, que primero los plasmaría en un plano para saber cómo hacerlo, buscar los materiales y así hace mi maqueta...*
- Le diría que hicimos un barco flotante con base a figuras geométricas, lleva casa, edificio, lámparas, etc.*
- Le explicaría como quedó la mía para así hacer la comparación entre la de él y la mía y verificar que todas dos hayan quedado bien.*

Valentina:

- *Con materiales hacer las figuras con medidas y después recortarlas para armar la maqueta.*
- *Le diría que figuras tiene que realizar con sus respectivas medidas, con que material se hace con cartulina, etc. Cuantos lados debe tener la figura, si tiene que ser grande o pequeña.*
- *Que me diga como lo hizo, las medidas o cómo los doblo y lo pego, para decirle si le quedó bien.*

Actitudinalmente, pude observar los estudiantes muy atentos y silenciosos en sus puestos, se dedicaban a realizar la actividad correspondiente. Algunos estudiantes dejaron algunas preguntas sin responder, según ellos no sabían que hacer.

LA SEGUNDA SESIÓN – DE LAS FIGURAS TIDIMENSIONALES

La Actividad No. 2, se llevó acabo del día 06 de noviembre 2018 se realizó los mismos procesos de la actividad anterior, los estudiantes estuvieron muy y participativos. Durante esta sesión de clase, se pudo identificar que:

20 de los estudiantes identifica correctamente las figuras bidimensionales, como son:

- *El triángulo,*
- *Rectángulo,*
- *Círculo y*
- *Cuadrado.*

Estos mismos estudiantes identifican las figuras tridimensionales, tales como:

- *Prisma*
- *Paralelepípedo (en general)*
- *Cilindro y*
- *Cubo*

La mayor dificultad encontrada en los otros estudiantes fue en:

- *Identificar el prisma*
- *La diferenciación entre el paralelepípedo regular (cubo) y el paralelepípedo rectangular.*
- *Correlacionar las figuras bidimensionales con las tridimensionales, en relación a que unas se corresponden con las otras por traslación de lados o rotación de las figuras.*

LA TERCERA SESIÓN – DE LA SOLUCION DE PROBLEMAS SOBRE FIGURAS GEOMTRICAS:

Esta sesión se inicia con la presentación y explicación es de los conceptos área y perímetro de las figuras geométricas, lo cual corresponde al nivel 1 para el aprendizaje de la geometría según Van Heile, en el cual se hace un análisis de las partes y propiedades de las figuras y objetos geométricos, y las implicaciones entre las propiedades de las figuras y los objetos.

Para lo anterior, se presenta un cuadro resumen en el cual para cada una de las figuras geométricas planas o bidimensionales, se presenta la figura, las partes, su simbología y las fórmulas para calcular el perímetro y área.

*Posteriormente, se resolvieron **ejercicios numéricos**, donde se pedía calcular tanto el perímetro y área del triángulo equilátero, el cuadrado, el rectángulo y el círculo. Una vez los estudiantes manifestaron comprensión de las formulas y los cálculos, se procedió plantearles dos **situaciones problemáticas**, para tratar de identificar las estrategias que ellos usan para resolver problemas.*

La actitud participativa de los estudiantes cambió para esta actividad, lo que se reflejó en que 13 estudiantes ni siquiera intentaron resolver los problemas, escudándose en frases como “no entendiendo” y “¿qué es eso?” pero ni siquiera leían el texto entregado.

Esto puede ser por un lado de la constante apatía que muestran hacia las matemáticas, pero también a que los estudiantes realmente no tienen las herramientas necesarias para afrontar la resolución de problemas.

*Así, durante **la resolución de los problemas 1 y 2**, se pudo observar que:*

- *Solo Kevin y Angie son conscientes de la necesidad de **Comprender el problema**, para lo cual se proponen:*

... debo leerlo suavemente y de manera correcta.

... para resolverlo debo analizarlo bien y prestar atención

- *En relación a la comprensión del problema, Liseth manifiesta que no es capaz de explicar el problema a otra persona, porque ni ella misma lo entiende.*
- *Ninguno de los estudiantes plantea el problema en términos de los interrogantes o incógnitas por resolver.*
- *Marlon, manifiesta la necesidad de plantear el problema gráficamente, como propone Polya...! pero no lo realiza!*
- *Ma. Valentina identifica la información que le dan, la plasma en un gráfico, pero comete errores al ubicar los datos en la gráfica.*
- *John Edgar por su parte realiza un gráfico y ubica en este correctamente la información dada... ¡Pero no logra resolver correctamente el problema! Aquí el estudiante además de realizar el gráfico lo relaciona con las figuras geométricas, mas no con las propiedades de la misma (perímetro...)*

*En relación con el segundo paso propuesto por Polya, **Concebir o diseñar un plan**, se evidencio que:*

- *Siete estudiantes, entre ellos Jesús, Norly y Daniela, presentan una “solución” a los problemas sin plantear un plan para su resolución, es decir no se puede*

establecer como los estudiantes encuentran la relación entre los datos y las incógnitas – pues no lo manifestaron oral o en forma escrita.

- *Sandra, en su plan solo propone: “Haciendo las operaciones que se debe”.*
- *Wanda, Jennifer, Mercy y John L., proponen realizar sumas, pero no especifican que datos, ni porque lo harían.*
- *Maybel, Ma. Angélica Liseth y Marlosn, en su plan mencionan claramente las operaciones a realizar y que datos usarían.*
- *J. Edgar, fue el único estudiante en aplicar las fórmulas de área del círculo y del cuadrado, pero omitió las de perímetro para poder resolver el problema.*

Sobre la ejecución del plan:

- *En todos los casos fue realizar operaciones matemáticas sin ninguna explicación o justificación de las mismas, con excepción de Ma. Angélica y J. Edgar que muestran la relación entre la operación, los datos y el plan.*
- *Solo tres estudiantes plantean la evaluación de los resultados, examinando que el plan propuesto fue seguido, ellos fueron:*

Marlon: ...porque sé que planteo bien el problema y si hice los pasos correctos.

J. Edgar: ...Hice el debido procedimiento, con el ejemplo de las páginas anteriores

Liseth: ...Porque no estoy segura de la operación que realice para saber el recorrido, y si elabore bien las distancias.

En general podemos decir que los estudiantes en sus estrategias de resolución de problemas:

- *No consideraron necesario replantearse el problema como una forma de asegurar que se entiende el mismo.*
- *No usan gráficos para plantearse el problema*

- *No identifican los datos antes de embarcarse en la resolución de problema*
- *No plantean claramente un plan para abordar el problema*
- *No relacionan el problema con las fórmulas que tienen a su disposición*
- *Se usan operaciones matemáticas pero sin correlacionarlas explícitamente con los datos, las incógnitas y el plan.*
- *La solución del problema no se evalúan en relación al plan.*

Aun cuando ningún estudiante pudo resolver correctamente los problemas propuestos, a través de la aplicación del instrumento diagnóstico se cumplió con el objetivo de la identificación de ideas previas sobre figuras geométricas y las estrategias para la solución de problemas que usan los estudiantes, o más bien los obstáculos a ser superados. El siguiente paso será el diseño de una unidad didáctica que parta de estos hallazgos.

CAPÍTULO 8

8. CONCLUSIONES

1. En relación con las ideas previas de los estudiantes sobre las figuras geométricas, se pudo identificar que 20 de los estudiantes identifica correctamente las figuras bidimensionales, como son: el triángulo, el rectángulo, el círculo y el cuadrado. Estos mismos estudiantes identifican las figuras tridimensionales, tales como: el prisma, el paralelepípedo (en general), el cilindro y el cubo. La mayor dificultad encontrada en los otros estudiantes fue en identificar el prisma, la diferenciación entre el paralelepípedo regular (cubo) y el paralelepípedo rectangular. Al igual que correlacionar las figuras bidimensionales con las tridimensionales, en relación a que unas se corresponden con las otras por traslación de lados o rotación de las figuras.

Esto ubica los a estudiantes en el nivel 0 de aprendizaje de la geometría denominado por Van Heile como de visualización o reconocimiento de figuras u objetos, pues tuvieron dificultades en el análisis y aplicación de las partes y propiedades de las figuras y objetos geométricos, necesarios para alcanzan el nivel 1 de aprendizaje de la geometría llamado de nivel de análisis, según el mismo autor.

2. Una vez analizados los registros de todos los estudiantes, en relación a resolución de problemas, se encontró que, los estudiantes del grado 10-6 no consideraran necesario replantearse el problema como una forma de asegurar que se entiende el mismo. De igual manera se estableció, como una generalidad, que los alumnos de este grado no usan gráficos para replantearse el problema. Otro rasgo particular es que dentro las estrategias de los estudiantes, estos no identifican los datos antes de embarcarse en la resolución situación problemática, ni plantean claramente un plan para abordar la solución del problema. Los estudiantes tampoco relacionan el problema con las fórmulas que tienen a su disposición, o por lo menos no de forma explícita. Los alumnos usan operaciones matemáticas, pero sin correlacionarlas explícitamente con los datos, las incógnitas y el plan. Además, la solución del problema o respuesta, no se evalúa en relación al plan.

3. La sistematización de los resultados en forma de narrativa puso en evidencia destrezas y debilidades de muchos de los estudiantes, de las cuales hasta el momento no era consciente. Lo anterior permitió reflexionar sobre el acto educativo, en relación de que si bien existen generalidades dentro del grupo, también hay individualidades, que deben ser tenidas en cuenta, en el diseño unidades didácticas y programación de actividades, que además de cualificar de mi práctica de aula, se reflejen en el aprendizaje de los estudiantes y el desarrollo de habilidades como la resolución de problemas. Y que siendo así sistematizadas las prácticas de aula pueden trascender la oralidad y convertirse en referente para otros maestros.

CAPITULO 9

9. RECOMENDACIONES

1. Reconocer e incorporar la identificación de las ideas previas de los estudiantes, como eje central y punto de partida en el diseño de las unidades didácticas.
2. Propender por el desarrollo habilidades como la resolución de problemas, para contribuir al desarrollo de pensamiento crítico de los estudiantes.
3. Sistematizar las experiencias de aula para que se conviertan en punto de referencia, para otros docentes, permitiendo no solo la cualificación de las prácticas de aula, sino para que las aulas se conviertan en escenarios de investigación educativa.
4. Para futuras investigaciones, se recomienda que incluir el registro de intervenciones orales de los estudiantes, es decir incluir actividades que obliguen al estudiante a verbalizar sus estrategias en la resolución de problemas, eliminando así algunos obstáculos de lenguaje, y permitiendo así una mejor caracterización de las mismas.
5. En el diseño de los instrumentos se debe considerar de una forma más rigurosa y estratégica los tiempos para su aplicación.

10. REFERENCIAS

- Aguerri, M., y Bravo, B. (2016). El uso de pruebas en la resolución de problemas reales en Secundaria:¿ debemos dragar el río Ebro?. Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias, 14(2).
- Ashmore. A. D., Frazer, M.J.; Casey, R.J. (1979). Problem Solving and Problem Solving Networks in Chemistry. J. Chem. Educ- Vol 56, p 377-379.
- Ausubel, D.,Novak, J. y Hanesian, H. (1983). Psicología Educativa. Un punto de vista cognitivo. México: Trillas.
- Báez, R. & Iglesias, M. (2007). Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL “El Mácaro”. Enseñanza de la Matemática, Vols. 12 al 16, Número extraordinario, 67-87.
- Bruner, E. M. (1997). Ethnography as narrative. Memory, identity, community: The idea of narrative in the human sciences, 264-280.
- Castiblanco, A., Urquina, H., Camargo, L. y Acosta, M. (2004). Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales. Colombia: Ministerio de Educación Nacional. Enlace Editores Ltda.
- De Castro, H., C., González, H., A., y Escorial, G., B. (2009). El aprendizaje de las matemáticas a los tres años: Narración reflexiva sobre la construcción de un mercado medieval. Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas.
- Díaz, M., C. (2007). Narrativas docentes y experiencias escolares significativas: relatando el sentido de ser maestro. Revista Guillermo de Ockham, 5(2).
- Duit, R. (2006). La investigación sobre enseñanza de las ciencias: Un requisito imprescindible para mejorar la práctica educativa. En: Revista Mexicana de Investigación Educativa. 11(30). 741-770.
- Estebaranz García, A. (2001). Planificación y construcción del cambio en Educación Secundaria. Sevilla. Mergablum.
- Fernández, H, J.M., Guerrero, B.M. y Fernández, G.(2006). Las ideas previas y su utilización en la enseñanza de las ciencias morfológicas en carreras afines al campo biológico. Tarbiya, (37), 117-123.
- Fouz, F. y De Donosti, B. (2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. Módulo 2: Teoría y Práctica en Geometría Objetivo N 3 Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. 91, 92.

- Frazer, M.J. (1982). Solving Chemical Problems, *Chemical Society Review*, 11(2), p. 171-190.
- Gagne, R.N. (1971). *Las condiciones del aprendizaje*. Aguilar, Madrid.
- Gamboa, A.,R., y Ballester, A., E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista electrónica educare*, 14(2).
- García, Ch. y Romero, S. (2014). *Aprendizaje en Profundidad de Razones y Proporciones Basado en la Resolución de Problemas*. Tesis de maestría. Universidad Tecnológica de Pereira.
- González, M. I., Introcaso, B., Braccialarghe, D., y Emmanuele, D. (2009). ¿Tenemos en cuenta los docentes los conocimientos e ideas previas de los alumnos? Un estudio contextualizado al Análisis Matemático de una variable. *Revista de Educación Matemática*.
- Kempa, R.F. (1986). Resolución de problemas de química y estructura cognoscitiva. *Enseñanza de las Ciencias*, 4(2), p. 99-110.
- Martínez, A. y Rivaya, J. (1998) *Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la Geometría*. Madrid: Síntesis.
- Navarro, J. C. C. La narrativa como opción metodológica en la investigación educativa. III Congreso Internacional de Investigación Educativa. Universidad de Costa Rica.
- Novack, J.D. (1982). *Teoría y práctica de la educación*. Alianza Editorial. Madrid.
- Novack, J.D. (1988). Constructivismo humano: un Consenso emergente. *Enseñanza de las Ciencias*, 6(3), p 2 13-223.
- Polya, G. 1982, *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas, México. 10ª ed.
- Rico, L. (2009). Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. Colección Digital Eudoxus, (22).
- Suárez, D. H. (2007). Docentes, narrativa e investigación educativa. La documentación narrativa de las prácticas docentes y la indagación pedagógica del mundo y las experiencias escolares. En: Sverdllick, I.(Comp.). *La investigación educativa: una herramienta de conocimiento y acción*. Buenos Aires: Novedades Educativas.
- Tamayo, O. E., Zona, R., y Loaiza, Y. E. (2015). El pensamiento crítico en la educación. Algunas categorías centrales en su estudio. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, 11(2), 111-133.

Orrego, M., Tamayo, O., Ruiz, F. (2016). Unidades didácticas para la enseñanza de las ciencias. Editorial universidad autónoma de Manizales. Manizales Colombia.

Torregrosa, G., y Quesada, H. (2007). Coordinación de procesos cognitivos en geometría. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 10(2), 275-300.

11. ANEXOS

Anexo A. Instrumento de Diagnóstico

Nombre del estudiante: _____ Grado: _____

Actividad 1.



d. Describe la Figura: Pare esto debes responder las siguientes preguntas:

- ¿Qué ves? _____

 _____.
- ¿Qué hay? _____

 _____.
- ¿Qué elementos reconoces, dibújalos y dales un nombre?

- e. Como tarea debes reproducir la figura anterior en forma de cuadro o maqueta, ¿Cómo lo vas hacer?

- f. Uno de tus compañeros NO asistió a clase y te llama para preguntar que hicieron en clase de geometría. SIN enviarle una foto de esta figura como le explicarías la tarea para que él la pueda realizar.

- g. Tu compañero te llama para decirte que ya hizo la tarea anterior y quiere saber si le quedo buena. ¿Qué harías para comprobar que si le quedo bien? ¡Recuerda no se pueden enviar fotos!

Actividad 2.

a. ¿Reconoces las figuras?

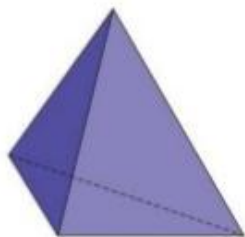
Si ____ No _____. En caso afirmativo asigna un nombre a cada una de ellas.

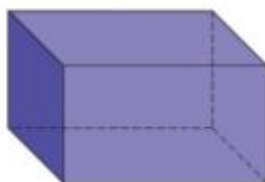




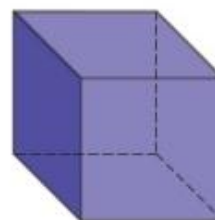








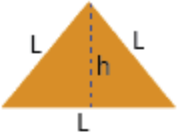
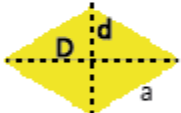
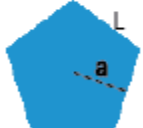
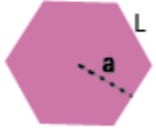
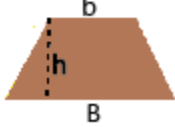
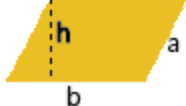




b. Se te pide que a partir de las figuras de arriba construyas las de abajo. ¿Cómo lo harías?

c. Cuál es la diferencia entre las figuras de la parte superior y las de la parte inferior?

Actividad 3: Las fórmulas son explicadas por el profesor y se realizan ejercicios individuales para cada tipo de figura geométrica.

Dibujo	Nombre	Fórmulas	
		Perímetro	Área
	Triángulo	$P = L + L + L$	$A = \frac{b \times h}{2}$
	Cuadrado	$P = 4L$	$A = L \times L$ $A = L^2$
	Rectángulo	$P = 2a + 2b$	$A = b \times a$
	Círculo	$P = D \times \pi$	$A = \pi \times r^2$
	Rombo	$P = 4a$	$A = \frac{D \times d}{2}$
	Pentágono	$P = 5L$	$A = \frac{P \times a}{2}$
	Hexágono	$P = 6L$	$A = \frac{P \times a}{2}$
	Trapecio	$P = L + L + L + L$	$A = \frac{(B \times b) \times h}{2}$
	Paralelogramo	$P = 2a + 2b$	$A = b \times h$

- a. Problema 1: La casa de Juan se encuentra en una de las esquinas del parque, en las otras esquinas están el banco, la biblioteca y el colegio. Entre la casa y el colegio hay una distancia 240 metros y entre la casa y el banco hay una distancia de 500 metros. Entre la Biblioteca y el banco hay la misma distancia que hay entre casa y el colegio, y está a 500 metros del colegio. ¿Si Juan debe ir al banco y a la biblioteca, antes de ir al colegio, cuantos metros debe recorrer? Si al salir del colegio Juan va directo a su casa, cuantos metros recorrió?

- Describe como resolverías el problema y resuélvelo.

¿Estás seguro de tu respuesta?

Si ____ No ____.

¿Por qué?

- Escribe: ¿Cómo le explicarías a tu compañero el problema?

- b. Problema 2: Dos terrenos, uno circular de radio 6 metros; y otro cuadrado de lado 10 metros, están a la venta por el mismo precio. ¿Cual se debería comprar para obtener más terreno y tener que gastar menos en el cercado?

- Describe como resolverías el problema y resuélvelo.

¿Estás seguro de tu respuesta?

Si ____ No____.

¿Por qué?

- Escribe: ¿Cómo le explicarías a tu compañero el problema?

BITACORA
FIGURAS GEOMETRICAS Y RESOLUCION DE PROBLEMAS

Fecha: _____

ESTUDIANTE	SOBRE FIGURAS	SOBRE RESOLUCION DE PROBLEMAS
Realice observaciones en relación a: La actitud y participación en cada clase y actividad. Las preguntas más recurrentes, las dificultades más evidentes. Preguntas y actitudes que se salen de lo normal, o que no se esperan de un estudiante de ese grado. Participaciones poco usuales, etc.		

Categoría resolución de problemas

Categoría	Subcategorías	Descriptores
Resolución de problemas	Comprensión del problema.	El estudiante a través de un lenguaje propio es capaz de replantear el problema.
	Concepción de un plan	El estudiante formula un plan en el se evidencia la relación entre los datos y la incógnita, o bien considera problemas auxiliares con referente.
	Ejecución del plan.	El estudiante sigue los pasos del plan formulado y hace evaluación de este proceso.
	Examen de la solución	El estudiante revisa los resultados obtenidos y reflexiona sobre los pasos (su ejecución y eficacia).