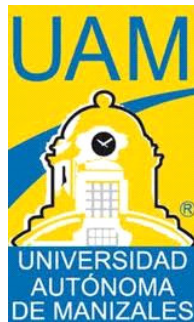


UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MANIZALES

FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES

MAESTRIA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS



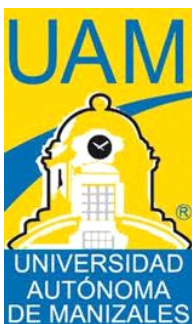
OBSTACULOS REPRESENTACIONALES EN EL APRENDIZAJE DE LOS  
NUMEROS RACIONALES

José Ángel Rodríguez Mancilla

Bajo la dirección

Mgr. Andrés Fernando Serrano Sánchez

**Manizales, 2017**



UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MANIZALES

FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES

MAESTRIA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

OBSTACULOS REPRESENTACIONALES EN EL APRENDIZAJE DE LOS NUMEROS  
RACIONALES

TESIS DE MAESTRIA

DIRECTOR:

MGR, ANDRES FERNANDO SERRANO SANCHEZ

JOSE ANGEL RODRIGUEZ MANCILLA

MANIZALES, 2017

## TABLA DE CONTENIDO.

Página.

Agradecimientos.-----	4.
Introducción. -----	5.
Resumen.-----	6.
• Planteamiento del problema.-----	7.
Pregunta de investigación.	
Descripción del problema.	
• Justificación.-----	9.
• Objetivos.-----	13.
General.	
Específicos.	
• Marco teórico.-----	14.
4.1 Semiosis y pensamiento.-----	15.
4.1.2 Obstáculos representacionales.-----	16.
• Procesos metodológico.-----	21.
• Población y muestra.-----	22.
5.1.2 Tipo de investigación.-----	23.
5.1.3 Diseño metodológico.-----	24.
(instrumentos de recolección de datos)	
• Análisis de resultados-----	32.
• Conclusiones.-----	40.
• Recomendaciones.-----	41.

• Referencias bibliográficas-----	42
ANEXOS.-----	43

## **AGRADECIMIENTOS.**

Por gozar de un privilegio como es el de poder acceder a conocer otras dimensiones del conocimiento expreso de manera muy sincera a todo el personal docente del programa de maestría en ciencias y en particular al magister y compañero Andrés Fernando Serrano por su acertada y desinteresada colaboración en la asesoría de este trabajo. También hago extensivos estos agradecimientos a los docentes de la Institución Educativa Técnica Occidente y a mi familia.

## **INTRODUCCIÓN.**

Esta investigación se desarrolló en la Institución Educativa Técnica de Occidente en el grado 7-3 en el área de matemáticas con la temática curricular: “El aprendizaje de los números fraccionarios”, desde una perspectiva didáctica y metodológica en la injerencia de la teoría del doctor Raymond Duval, (1994) la cual se centra en lo que son Registros semióticos, considerando de manera particular la identificación de los obstáculos representacionales en los estudiantes de este grado.

Planteando como objetivo central el reconocimiento de los obstáculos representacionales y bajo una metodología de la investigación de tipo descriptiva-cualitativa se aplicaron tres instrumentos en calidad de diagnóstico que permitieron establecer con la mayor objetividad posible el estado de los estudiantes en las diferentes formas de manejar los números racionales y de esta forma establecer un análisis en coherencia con la teoría del doctor Raymond Duval de acuerdo a los principios fundamentales en lo relacionado al significado en procesos de aprendizaje a partir de obstáculos semióticos que se den a representaciones matemáticas.

## **RESUMEN.**

Se presenta en esta investigación un trabajo con estudiantes de grado séptimo de la Institución educativa Técnica de Occidente donde se identificaron los obstáculos representacionales en los registros de representaciones semióticas dados en el proceso de aprendizaje del conjunto de los números racionales. Se aplicó una metodología de investigación descriptiva cualitativa centrando los análisis en los elementos más comunes dentro de la muestra seleccionada que colocaron en evidencia las principales dificultades de aprendizaje por parte de los estudiantes.

## **1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.**

### **PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN.**

¿Cuáles son los obstáculos representacionales que se evidencian durante el aprendizaje de los números racionales, en los procesos de conversión y tratamiento de representaciones semióticas?

### **DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.**

En la lectura de esquemas, construcción y aplicación de conceptos dentro de los procesos de aprendizaje del conjunto de los números racionales se presentan multiplicidad de interpretaciones por parte de los estudiantes que influyen de manera directa en la intención lógica matemática que en un momento dado busca el docente de acuerdo al medio didáctico que se considere en el proceso de enseñanza. En los procesos de aprendizaje de las

matemáticas interactúa de manera permanente los registros y/o representaciones semióticas que hacen factible su aprehensión por lo que deben ser tenidos en cuenta ya que es una variable directa que determina un nivel positivo en la construcción de “ $x$ ” o “ $y$ ” concepto. En la situación de los números fraccionarios en la escuela primaria se manejan estereotipos muy definidos para su representación como la barra, los círculos o rectángulos y en ocasiones terminan siendo modelos que definen un concepto o aprendizaje, desde luego, este tipo de experiencias generan en los estudiantes un estado de lectura e interpretación que a lo largo del tiempo y por las variadas experiencias de los niños van a tener alteraciones estructurales para acceder a una representación coherente entre el objeto de enseñanza y la conceptualización mental evidenciada en una imagen, en esa estructuración se dan una serie de obstáculos en el registro que pueden obedecer a la percepción que se construya en los procesos de transición entre el aprendizaje y la construcción conceptual que es el icono matemático al cual debe llegar el estudiante en la validación de saberes, ejemplo: en la interpretación de signos en forma individual, captación de un contenido por inadecuada comprensión del mensaje semántico, asignación de roles diferentes a los números en determinado texto como puede ser el significante asignado a la función de un numerador y confundirlo con el rol del denominador o dar lecturas diferentes a esquemas que presentados de forma distinta tengan una misma lectura o mensaje.

Desde estas consideraciones el trabajo de construcción conceptual de los estudiantes a partir de identificar los obstáculos representacionales para el aprendizaje del conjunto de los números racionales debe ser manejado e identificado por el docente para poder encontrar en los esquemas construidos e interpretados los obstáculos más significativos e impacto en los procesos que se vayan dando en el salón de clase por parte de los

estudiantes, ya que su identificación va a permitir reconsiderar situaciones en el proceso de aprendizaje y plantear formas didácticas que conlleven a la cualificación del aprendizaje. (Los estudiantes asimilan de alguna forma los nuevos aprendizajes que pueden ser de forma correcta o con un “x” o “y” grado de dificultad en su interpretación y aplicación, por lo cual el docente debe en su manejo didáctico ubicar mecanismos para retroalimentar el mejoramiento matemático conceptual.

## **2. JUSTIFICACIÓN.**

Las producciones realizadas por parte de los estudiantes dentro de los principios de la pedagogía contemporánea deben ser ampliamente valoradas y utilizadas para la construcción y estructuración del conocimiento por parte del docente. Por lo cual, es fundamental en áreas como la matemática partir de ubicar y conocer por los docentes la producción de los estudiantes en cualquier nivel y forma; (se entiende por nivel el tipo de complejidad que requiere el concepto como desarrollo algorítmico en solución de operaciones con racionales independientemente de la aplicación en la solución de problemas, o, la identificación de las operaciones que se deben aplicar pero con inadecuada solución algorítmica como también la total y adecuada estructuración en la solución de un problema.). Ese conocimiento llamado en ocasiones previo debe ser explorado en sus argumentos y juicios por parte de los docentes; no para darle necesariamente una valoración matemática o científica, sino, para generar al interior del aula un recurso didáctico y dialógico que puede establecer un punto de partida para centrar o descentrar

significados en la intención que se persigue desde la enseñanza, es decir a partir de las experiencias vividas dentro del salón de clase se dan diversas situaciones que son y dependiendo del manejo didáctico por parte del maestro lo que va a generar plena construcción de saberes.

Particularmente en el caso de las matemáticas una de las formas y maneras más comunes de producción de los estudiantes son los registros semióticos particulares que requieren de lecturas específicas pero que no necesariamente están caracterizadas por el error.

Dentro de esa infinita gama de complejidad que gira en torno a la carga semiótica, hay que entender que todo signo y/o grafía está relacionada con una idea originada en el pensamiento del ser y dependiendo de la riqueza conceptual se comunica una acertada o falsa idea.

Es así que desde lo que se ha comprendido en las investigaciones de doctor Raymond Duval “la representación transmite de manera explícita e incluso implícita una conceptualización, un razonamiento, se evidencia una interpretación, una comprensión de texto, de idea de mensaje donde confluyen variadas concepciones que deben servir de recurso didáctico para movilizar aprendizajes, en otras palabras es poder explorar toda esa significación semiótica de los esquemas representacionales para ahondar en la construcción de nuevos y cualificados saberes”(Duval, 1995, p. 77). Es complejo para los estudiantes en ocasiones transmitir lo entendido mentalmente a través de lo icónico, pero como recurso y posibilidad pedagógica debe trabajarse, valorarse y utilizarse como medio de impacto en la comunicación de conceptos y formación estructural de los conocimientos a los cuales deben llegar los estudiantes.

En el modelo pedagógico de la I.E.T.O (Institución Educativa Técnica Occidente) de la ciudad de Tuluá, a pesar de tener una didáctica muy dinámica en la participación del docente para hacer eficaz el proceso aprendizaje en los estudiantes, hasta el momento no se habían considerado los principios de Duval (2012) como una opción didáctica para identificar y valorar lo que es la representación semiótica en el trabajo de los estudiantes en el área de matemáticas. Ahora el Modelo Pedagógico institucional es el instrumento teórico-práctico construido en forma colectiva por toda la comunidad educativa el cual marca las diferentes rutas de la institución y uno de sus aparte de mayor valor es el componente pedagógico donde se definen los criterios y modelos de enseñanza que se deben tener en cuenta en las diferentes áreas del currículo. Tiene como ventaja la apertura a poder ser modificado en cualquier momento siempre y cuando se ajusten a necesidades específicas que surjan dentro del proceso enseñanza aprendizaje y que deben ser debidamente sustentados por el docente. Por lo tanto aunque la producción de los estudiantes no pasa por un análisis de lo que se entiende por representación semiótica y las elaboraciones a este nivel en el momento solo se consideran desde los paradigmas tradicionales como lo que se transmite a nivel de información en las clases o lo que se da en consultas rutinarias de textos escolares, de tal manera que la incorporación de lo relacionado a registros semióticos está en un avanzado proceso para su incorporación al plan de área de acuerdo a los resultados de esta experiencia.

Es importante acotar que dentro del comité de área de la institución hay gran preocupación por los bajos niveles de comprensión que tienen los estudiantes en el área de matemáticas y aprovechando esta situación se permite aplicar en el grado (7.3) el trabajo de las

investigaciones de Raymond Duval buscando una alternativa para formar y fortalecer la metodología y la didáctica al interior de esta área siempre y cuando se visualice una proyección a mejorar niveles de rendimiento y comprensión en el aprendizaje del conjunto de los números racionales.

En primera instancia se parte de plantear el objetivo general a partir de reconocer y analizar los obstáculos representacionales durante la etapa del aprendizaje de los números racionales, realizando un análisis de interpretación de las representaciones semióticas mediante acciones controladas que perfilen un proceso de enseñanza aprendizaje pertinente a las necesidades de los estudiantes dentro de las dificultades u obstáculos representacionales.

Dentro de este marco interactúa el docente, el saber del estudiante y el recurso a partir de las consideraciones e interpretaciones del papel que desempeñan las distintas representaciones semióticas como gráficos, representaciones en la recta, en el plano, el espacio y en si todos los esquemas que como lenguajes icónicos permitan la construcción de saberes Duval (2009). De esta forma surgen muchos interrogantes como la forma didáctica de trabajar y utilizar la producción de esquemas, las maneras de enfrentar las dificultades, la optimización de recursos, etc.

Siendo la temática específica la identificación de obstáculos representacionales en la enseñanza del conjunto de los números racionales se deben tener otras consideraciones que hagan del proceso una acción interdisciplinaria en aspectos de verbalización, interpretación,

aplicación y producción todo dentro del desarrollo sistemático de los estudiantes, tratando de no entrar en una fragmentación del saber y el conocimiento en general.

Importante precisar que el abordaje de la representación semiótica bajo los principios teóricos de Raymond Duval, (2012) no lleva a la institución a tener que realizar un corte abrupto en sus procesos pedagógicos, pero teniendo en cuenta las bondades de la teoría sobre representaciones semióticas se considera necesario fortalecer la didáctica de las matemáticas en todos los grados y alimentar los recursos en la enseñanza por parte de los docentes, como conocer la capacidad de razonamiento que puedan expresar los estudiantes al momento de justificar, leer e interpretar contenidos a partir de esquemas, ahondar en nuevos lenguajes esquemáticos en el manejo de nuevas tecnologías.

### **3. OBJETIVOS.**

#### **OBJETIVO GENERAL.**

Reconocer y analizar los obstáculos representacionales que se evidencian en el proceso de aprendizaje de los números racionales, a partir del significado dado a los registros semióticos de los estudiantes.

#### **OBJETIVOS ESPECIFICOS.**

Identificar los registros semióticos que utiliza el estudiante para representar números racionales.

Analizar los obstáculos representacionales en el proceso de tratamiento semiótico por el docente y el manejo de ellos por el estudiante, que se dan en la enseñanza y en el aprendizaje de los números racionales

#### **4. MARCO TEORICO**

El fundamento de los aprendizajes en la escuela dentro de las corrientes contemporáneas busca como primer elemento el desarrollo cognitivo de los estudiantes, es decir, lograr a partir de las experiencias en el proceso de enseñanza, posibilitar la estructuración del pensamiento lógico por lo cual el aprendizaje de las matemáticas se puede visualizar como un proceso de vital importancia que haga posible el estímulo de la dimensión cognitiva del ser. Esta consideración se basa en la amplia gama de opciones que tienen las estructuras matemáticas para la representación e interpretación de sus principios como ciencia. Para

una mejor ubicación del significado y comprensión del aprendizaje matemático y que tiene una validez conceptual en Duval (2005), importante recordar el siguiente planteamiento: "...se define como un cambio en la capacidad o disposición humana, relativamente duradero y además no puede ser explicado por procesos de maduración. Este cambio es conductual, lo que permite inferir que se logra sólo a través del aprendizaje. Encontramos también alteraciones de disposición, que tienen implicancias con respecto de los cambios conductuales, pero de manera diferente. Estas alteraciones se denominan "actitud", "interés" o "valor". Las informaciones del ambiente entran a través de los receptores (SNC). Luego pasan al registro sensorial (estructura hipotética). De aquí la información se va a la memoria de corto alcance, en donde se lleva a cabo una codificación conceptual. Para el paso a la memoria de largo alcance, puede ayudar un ensayo o repetición interna. Si la información se relaciona con alguna preexistente, puede ser codificada y llevada inmediatamente a la memoria de largo alcance. También puede suceder que exista una fuertísima motivación externa que permita el paso inmediato a la memoria de largo alcance. Otra posibilidad es que no se produzca una codificación adecuada de la información, incurriendo en su desaparición. Gagné plantea la existencia de una sola memoria, en la cual las de corto y largo alcance sean quizás parte de un continuo llamado "memoria". (Gagné, 2000, p.40).

Para llegar a ese desarrollo del pensamiento se requiere durante la enseñanza la ubicación de un sistema de comunicación dialógico e integral a partir de representaciones que generen y faciliten una interpretación matemática de situaciones reales y asociadas que permita la movilización conceptual de los aprendices. Se entiende por movilización conceptual la

capacidad de diferenciar entre la comprensión de un objeto y su representación, es decir que el estudiante llegue a un nivel de poder tener un aprendizaje del objeto matemático diferenciando el objeto mismo de la representación de él; en el caso de los números racionales poder aplicar los fundamentos teóricos en una acción plena durante una o varias experiencias de su vida; que exista en ello la relación lógica de significado y significante, en este aspecto es que se ubica la fuerza epistemológica de los estudios realizados por Raymond Duval (1990) independientemente de la temática o contenidos trabajados en el salón de clase.

#### **4.1 Semiosis y pensamiento humano**

Los obstáculos representacionales en el aprendizaje de los números racionales se trabajó en función de la investigación de Raymond Duval, (1995) la cual se centra en la observación de clases experimentales donde tanto el trabajo de docentes y estudiantes permitieron la construcción de una hipótesis que define como “no hay noesis sin semiosis” situación la cual debe darse como principio de un verdadero aprendizaje en función de la representación, la conceptualización, el razonamiento, la interpretación de figuras, la comprensión de textos y la resolución de problemas. La noesis se entiende como los procesos del pensamiento (lo que se entiende en primera instancia) que permiten posteriormente la estructuración de significados que dan abordaje a la representación semiótica es decir plasmar lo pensado a través de un lenguaje icónico.

El sentido de abordar un análisis y estudio de los principios de Raymond Duval, (1995) estriba en buscar mecanismos didácticos que permita a los estudiantes a través de los docentes lograr un aprendizaje estructurado y cimentado en la comprensión, es decir que el educando pueda dar razones válidas de lo aprendido, que mentalmente se dé en él un giro conceptual racional donde se relacione de forma tangencial lo exterior a partir de juicios representados en un registro simbólico que es lo que, finalmente se construye en las matemáticas como ciencia. Es necesario al abordar los estudios de registros sobre representaciones semióticas tener un conocimiento sólido acerca de lo que es la psicología cognitiva, el significado de lo que implica aprender, considerando desde luego lo que en la actualidad se conoce como una competencia dentro del ser y el hacer. "Duval arguye que el análisis de las producciones matemáticas exige herramientas de análisis semiótico complejas y adaptadas a los procesos cognitivos movilizados en toda actividad matemática..." (Duval, 2008, p.14).

#### **4.1.2 Obstáculos representacionales y el desarrollo de la cognición.**

La psicología cognitiva tiene gran auge a partir de las dos últimas décadas del siglo XX y uno de sus mayores impactos fue el constructivismo, que tiene como generalidad dentro de la pedagogía, que el conocimiento se construye a partir de las experiencias propias del sujeto y que la escuela es un agente mediador en el proceso.

La razón de ser de la psicología cognitiva está en la investigación de cómo abordar por parte de docentes y psicólogos la complejidad del fenómeno del aprendizaje en los niños,

por ello es necesario en todo tipo de estudio tener un acercamiento a la teoría piagetiana que se debe tener como referente de partida en la relación de lo que es la construcción e interpretación de esquemas por parte de los estudiantes: "Según Piaget la función semiótica empieza precisamente cuando hay una diferenciación que provee al significado (*signifié*) con una permanencia espacio-temporal y abre la posibilidad de que un mismo significante pueda referir a varios significados. Para Piaget la función semiótica incluye la imitación diferida, el juego simbólico, la imagen mental, los gestos y el lenguaje natural (Piaget-Palmarini, 1982, p. 58)

Es mucho el tiempo que se ha dedicado a entender los fenómenos relacionados con los procesos de aprendizaje y sobre todo con las matemáticas, por lo cual se han dado diversas teorías al respecto, pero dentro de esta investigación se considera la dimensión cognitiva, ya que para poder interpretar y entender lo que es la representación semiótica en el campo de las matemáticas, es fundamental acotar lo que es la cognición. Difícilmente aparecerá en las ciencias de la educación una teoría unificadora sobre lo que abarca o es la cognición, pero si hay estudios e investigaciones con un alto grado de validez que da un acercamiento o idea al fenómeno o proceso. Neisser intenta dar una idea general: "Todos los procesos cognitivos se interpretan y se describen en términos de recepción, codificación, transformación, reducción, recuperación de información. \_En el texto de la Didáctica de las matemáticas del doctor Bruno de Amore, (2006, pág. 34)\_ se encuentra como complemento a la idea de Neisser: "Si a esto se agrega un difundido léxico que, en este campo, utiliza la tecnología informática, ilustrando los procesos de la mente humana como si se tratara de una computadora \_la ya recordada metáfora de la computadora\_ entonces

nos hallamos en el momento del nacimiento de la ciencia cognitiva. Esta requiere de estudios de diferentes disciplinas y así, alrededor de esta etiqueta, se forman ahora desde hace años grupos interdisciplinarios" (Neisser, 1967, p. 321).

Por esta y tantas más consideraciones y planteamientos se debe reconocer la complejidad de la cognición, que al no ubicarse en la investigación serie trabajar con un eslabón perdido ya que los aspectos de la representación semiótica requieren de un fuerte enlace con las funciones y capacidades cognitivas del ser humano en procesos como la representación mental de los objetos. Alrededor de esta representación mental de los objetos surgen diferentes consideraciones y se clasifican "...en conscientes y no conscientes" (Duval, 2002, p. 19). Por conscientes se entienden las representaciones que dejan algo al sujeto marcándolo con una relación de objeto o imagen que se da de manera externa, es decir queda una percepción a la persona y por no consciente las que se escapan en su totalidad a la percepción del sujeto por ende no existe relación alguna. También se dan en un rango de clasificación internas y externas; las internas son esas representaciones no visibles ni observables por lo tanto no caben dentro de una consideración semiótica; las externas son las generadas por sistemas de signos o códigos y son posibles de darse en todas las personas.

La relación que existe o se da entre una persona en este caso un estudiante de grado séptimo y una imagen son externas y se pueden considerar acertadas o conscientes siempre y cuando el estudiante este en capacidad de relacionar la imagen o esquema con un

concepto y una acción real que por lo general será de su entorno y de su capacidad de análisis de acuerdo a los procesos didácticos vividos al interior del aula o de sus propias experiencias. (Es importante tener claro que para que exista una representación externa debe darse una operación mental, que precede desde luego a la argumentación del estudiante y dentro de esa operación mental se dan otros fenómenos cognitivos como la asociación de imágenes, abstracción de ideas, relación de propiedades, etc.)

Se debe entonces conocer lo que significa un registro y su incidencia en la enseñanza de un tema matemático como el sistema de los números racionales: “Un registro está constituido por signos en el sentido más amplio de la palabra; trazos, símbolos, íconos,... y estos signos están asociados de manera interna y externa; de manera interna, según los lazos del contexto y de pertenencia a una misma red semántica; y de manera externa, según las reglas de combinación de signos en expresiones o configuraciones; estas reglas son propias de la red semántica involucrada. En consecuencia los registros son medios de expresión y de representación caracterizados precisamente por sus respectivos sistemas semióticos.” (Duval, 2009, p.83). La red semántica involucrada es todo el conjunto de iconos que configuran la representación conceptual temática y lo que posteriormente va a generar un nivel de comprensión en el estudiante, por lo cual el docente debe ser un observador continuo de lo que los esquemas o registros están significando para la aprehensión de determinado tema y sobre todo como se va dando el proceso de construcción integral del objeto matemático en la relación de elaboración mental y ejecución evidente en la aplicación y usos en el objeto matemático.

En consecuencia el rol del docente no está centrado tanto en la alimentación de conceptos dados por registros, sino por ubicar el impacto en el estudiante sobre el manejo del registro en diferentes campos y su asociación a la aplicación conceptual, en el caso de los números racionales no es identificar el icono  $\div$  como el símbolo de la división de dos números, sino entender y exteriorizar su contenido semántico en la estructura de lo que matemáticamente significa, como función en cualquier campo numérico, esta situación deja entrever una diversidad de caminos pedagógicos y relaciones entre la enseñanza de las matemáticas y sus resultados del aprendizaje, se complementa esta situación cuando con relación al aprendizaje se plantean dos interrogantes: "¿Cómo aprender a cambiar de registro? y ¿Cómo aprender a no confundir un objeto con la representación que se hace de él?" (Duval, 1999, p.69) es decir cómo se tiene solo un tratamiento conceptual que en ocasiones puede ser o no ser contextualizado. Una estrategia matemática combina generalmente tratamientos y conversiones, la diferenciación funcional de registros de representación y la coordinación entre ellos constituyen los dos puntos claves para conseguir un aprendizaje que realmente y de acuerdo a los principios de la teoría cognitiva (Gagne 1999) da en el ser contracción de estructuras lógico matemáticas debidamente comprendidas.

El traslado entre registros según Duval (2009) "la conversión" se identifica cuando "...no se efectúa espontáneamente a menos que se trate de representaciones congruentes entre el registro de partida y el de llegada, pero puede ser un obstáculo serio cuando no hay congruencia. En efecto, en el traslado entre registros se trata de la confrontación de representaciones de naturaleza diferente de un mismo objeto." (Guzman, 2010, p.43). Se deriva entonces que la asociación entre la imagen mental y la producción gráfica o

esquemática son de diferentes estructuras pero con un elemento mediador en la comprensión del objeto o concepto a representar. Importante precisar en este aspecto que la memorización de conceptos sin la mediación de argumentos comprendidos no se puede validar como un elemento de conversión. Si el sujeto que construye el concepto identifica en determinado momento situaciones analógicas entre un punto de partida y un punto de llegada donde se replantean y se identifican errores de para elaborar un concepto con mayor nivel de comprensión se afirma entonces que se dio un elemento valido a partir de la conversión.

Es necesario dentro de la investigación de obstáculos representacionales identificar el significado de lo que es la congruencia y la no congruencia, pero para llegar a esta situación es fundamental entender el término “unidad significativa” que de acuerdo a la comprendido en la teoría de Duval es conocer por parte del docente el significado que el sujeto que aprende le da a cada representación la cual puede dividirse a su vez en unidades más elementales y que tengan o puedan compararse con otros esquemas y a su vez originen representaciones donde siempre existan significantes; la comparación se hace desde luego de otra representación donde siempre se codifiquen y se decodifiquen estructuras semióticas. Para que se cumpla un fenómeno de congruencia dentro de un esquema de representación semiótica: orden y aprehensión de las unidades con correspondencia en el orden y en la semántica entre significantes construidos, se da en el caso de los números racionales cuando en una unidad se conjugan diversas formas en el proceso aprendizaje: en el lenguaje cotidiano se da de alguna manera un aprendizaje con sentido lógico matemático, desde luego con un lenguaje algebraico, el esquema representativo y el lenguaje pictórico.

### **4.1.3. Los números racionales y su relación en la construcción del aprendizaje.**

Tanto la enseñanza como el aprendizaje del conjunto de los números racionales en la escuela básica genera a través de todo el proceso diversidad de obstáculos generados desde diferentes causas como el desarrollo cognitivo de los estudiantes o las formas didácticas que se emplean por parte del docente en su función de mediador entre el conocimiento y la construcción del saber por parte del estudiante.

Como en cualquier tipo de aprendizaje matemático en el campo de los números racionales no se escapa a la exigencia social que su aprendizaje se reconoce cuando el estudiante es competente, es decir "saber hacer, saber aplicar y saber transformar" (Vasco, 2000, p. 15). Dentro de las consideraciones por parte de los estándares de competencias básicas y ciudadanas (2005) se da el siguiente planteamiento: " Los estándares básicos de la matemática que tienen relación con los números racionales expresan de forma explícita una referencia a los contextos de medida como fuentes para generar su comprensión. Esto necesariamente implica reflexiones en torno al PEI de la institución con el fin de definir los contextos apropiados dentro de los cuales los números racionales deben ser contextualizados, y sobre todo, dentro los cuales su estudio esté en relación con la comprensión de los problemas atinentes al entorno circundante a la vida escolar." (Revolución Educativa Colombia Aprende, 2005. p, 49.) A partir de esta consideración se requiere de la necesidad de redefinir el concepto de fracción para tener procesos acotados dentro del aula de clase. Obando, plantea: "Una fracción, como expresión de un número

racional es una relación cuantitativa entre dos magnitudes, y no la parte sombreada de una unidad que se ha tomado o coloreado, o incluso, el nombre de la parte de una unidad que se ha tomado o coloreado. Esto es, una fracción no es un par de números racionales (numerador-denominador) separados por una rayita, sino una nueva cantidad resultado de la comparación cuantitativa de dos magnitudes, una de ellas tomada como parte y la otra como unidad. (Revista EMA. 2003. Vol 8, p.23).

En una mirada y análisis didáctico acerca de la interpretación de los registros y obstáculos representacionales durante el aprendizaje de los números racionales es indispensable que los campos o situaciones escogidos tengan para los estudiantes un significado evidente en el objeto que les permita la generación de trabajos gráficos diversos: la recta, círculos, esquemas y que ellos puedan dar lecturas argumentadas de lo que a través del tiempo van construyendo desde lo simple a lo complejo donde se perciban procesos de abstracción que finalmente les lleve a la aprehensión mental y correcta del sentido y significado del conjunto de los números racionales.

Como complemento a las anteriores consideraciones, es importante tener en cuenta que la elaboración del concepto de número racional se inicia desde los números naturales como forma diferente a expresar un entero positivo sin perder valor en los procesos de partición y conteo, por lo cual en el concepto de conceptualización de las fracciones no se debe centrar solo en procesos de medición. Es así como los estudiantes por lo general en actividades de participación y conteo se centran con mayor énfasis en el número natural y no en la fracción como tal. En efecto, al centrar la atención en el número de partes que representa el numerador y el número de partes que representa el denominador, y no en la relación cuantitativa entre las cantidades de magnitud de la parte y el todo, se piensa la fracción

como dos números naturales separados por una rayita y no como una relación entre el todo y la parte o viceversa.(Revista EMMA,2003, Vol. 8, N° 2, p. 27). A lo anterior y para dar una mejor visión epistemológica en la elaboración final del conjunto de los racionales es fundamental ver la forma de abordar el significado y significante de lo que es la magnitud y la unidad para poder relacionar de manera eficaz el sentido y significado de la parte y el todo, de lo contrario se estaría en un vacío conceptual con consecuencias funestas en la estructuración de la educación matemática de los estudiantes. Tanto la unidad como la magnitud son dos variables estructurales que deben ser plenamente identificadas en el planteamiento de un problema y que se deben relacionar de manera directa en la relación parte-todo. La fracción, como relación parte-todo se puede identificar como una nueva cantidad derivada de la unidad patrón donde se dan acciones de partición y conteo de manera simultánea.

## **5. PROCESO METODOLOGICO.**

### **5.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN.**

Teniendo en cuenta las características generales de la comunidad educativa Técnica Occidente en especial los estudiantes de grado séptimo , el modelo pedagógico, el contenido disciplinar del proyecto (fundamentación epistemológica); el entorno poblacional (comunidad de estudiantes, docentes, padres de familia); exigencias y normativa para la presentación de la investigación; los recursos económicos, tecnológicos y científicos y luego de un análisis pertinente entre los diferentes tipos de metodologías se asume como línea de investigación la descriptiva cualitativa que se caracteriza como método que se encamina de manera directa a través de trabajos de campo a la solución del problema que tiene como objeto encontrar soluciones con visión científica en el campo de la educación se entiende como procesos científicos en educación, "...el debido conocimiento del estado de los estudiantes en coherencia con los objetivos de la investigación y el planteamiento del problema" (Cervo y Bervian, 1989, p. 101).

Para el conocimiento de los estudiantes tanto en sus capacidades de razonamiento y aprendizaje se aplicaron instrumentos teóricos escritos donde se evidenciaron los niveles de atención y análisis previos acerca del manejo de conceptos y lecturas en diferentes formas de representar e interpretar un mensaje de contenido matemático en el conjunto de los números racionales para ubicar tanto un estado de aprendizaje antes y después de la experiencia en el aula de clase.

Se diseñaron para los estudiantes del grado 7.3 (12) dos instrumentos en calidad de diagnóstico y una tercera actividad donde se realizó una revisión a sus apuntes de matemática en las clases rutinarias; los resultados se ordenaron de acuerdo a las respuestas de mayor frecuencia, realizando a cada uno un análisis cualitativo, con los apuntes de los estudiantes, se tomaron igualmente aquellas situaciones más reiteradas y se generaron de

igual forma análisis de tipo cualitativo. Es importante precisar que los instrumentos se elaboraron de la siguiente manera, el primero de acuerdo a las exigencias curriculares del plan de área de la Institución y sus indicadores de desempeño en la enseñanza de los números racionales, de acuerdo a los resultados arrojados, se aplicó un segundo instrumento con un menor grado de dificultad y luego se analizaron los apuntes de los estudiantes.

En función de los resultados de los dos instrumentos, se extraen las conclusiones y recomendaciones identificadas en el manejo de representaciones semióticas que se consideraron obstáculos representacionales; y se propone una actividad didáctica centrada en la comprensión e interpretación de esquemas por parte de los estudiantes de grado séptimo.

#### **5.1.2 POBLACIÓN Y MUESTRA.**

Estudiantes de La Institución Educativa Técnica Occidente del municipio de Tuluá (Valle) pertenecientes al grado séptimo de educación básica de carácter mixto; están entre los 12,6 y 15 años de edad. Pertenecen a los estratos 1 y 2 de acuerdo a la estratificación que tiene oficialmente el municipio en el año 2013.

Para la selección de la muestra se tomaron solo 12 estudiantes que se eligieron de forma aleatoria entre los 42 que están matriculados en el grado 7-3, donde el 58,3% son de sexo masculino (7) y el 41,7 de sexo femenino (5).

#### **5.1.3 DISEÑO METODOLÓGICO.**

#### **5.1.4 INSTRUMENTOS PARA LA RECOLECCIÓN DE DATOS.**

**ESTUDIANTES.** Se han diseñado tres instrumentos para ser aplicados a los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Técnica Occidente de la ciudad de Tuluá Valle del Cauca. Están estructurados el primero en ocho preguntas que se deben contestar: las cuatro primeras de acuerdo a la comprensión de un texto y bajo la metodología de selección múltiple y las cuatro restantes son preguntas que se contestan de acuerdo al contenido del interrogante.

El segundo instrumento plantea cinco situaciones donde se busca conocer como los estudiantes llevan un contenido matemático concreto a una representación semiótica propia, son preguntas abiertas y también se deben resolver de manera individual. Cada uno de ellos contesta el instrumento con un tiempo límite de una hora y sus resultados no son objeto de calificación para ningunas de las áreas del currículo institucional.

Cada pregunta tendrá un análisis de tipo cualitativo de acuerdo a los parámetros de la metodología descriptiva que es la que se considera dentro de la investigación.

#### **PRIMER INSTRUMENTO.**

**INSTRUCCIÓN:** Leer muy bien el siguiente texto y de acuerdo a lo que se entienda de él, contestar las preguntas planteadas. Cada pregunta tiene cuatro opciones de respuestas marque con una equis (x) dentro del paréntesis la opción que a su juicio considere correcta.

**OBJETIVO:** Generar información sobre manejo de preconceptos de los estudiantes de grado séptimo sobre lectura y comprensión de los números racionales a partir de diferentes iconos e imágenes en su comprensión lógica matemática.

## **UN DÍA EN FAMILIA.**

El segundo día de cada mes mi padre y mi madre junto a mi hermana mayor se reúnen para organizar los gastos del mes en los siguientes aspectos: servicios públicos (agua, energía, gas, teléfono, internet y televisión), cuota mensual de la vivienda, alimentación, salud, recreación y ahorro obligatorio que es una exigencia de familia. Lo primero que se hace es definir el monto total de los ingresos por el concepto de los salarios de mi padre, mi madre y mi hermana mayor; para el mes de octubre los ingresos fueron así:

- a. Mi padre obtuvo \$1.740.000, oo.
- b. Mi madre las tres cuartas partes de lo devengado por mi padre.
- c. Mi hermana la tercera parte de lo devengado por mi padre y madre.

Los gastos de ese mes se presupuestaron de la siguiente manera:

Servicios públicos \$ 200.000, oo

Cuota mensual de la vivienda \$400.000, oo

Alimentación \$600.000, oo

Salud: \$150.000, oo

Recreación: 180.000, oo

Ahorro obligatorio la veintava parte de todos los ingresos por el mes: \$203.000, oo

Por acuerdo mutuo en familia los gastos se hacen de la siguiente manera:

Mi padre paga la cuota mensual de la vivienda y la mitad de la alimentación más la tercera parte del ahorro obligatorio.

Mi madre 2/4 partes de la alimentación y los servicios públicos más la tercera parte del ahorro obligatorio.

Mi hermana la salud y la recreación más lo que faltara para completar lo del ahorro obligatorio.


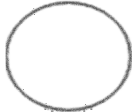
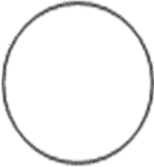
## PREGUNTAS.

1. ¿Cuál de las siguientes series de círculos representan de la manera más aproximada los ingresos de cada uno de los integrantes de la familia?


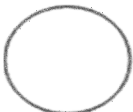
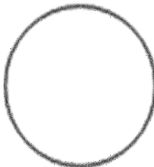
a. ( ) Padre  Madre  Hermana 



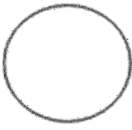
b. ( ) Padre  Madre  Hermana 

c. ( ) Padre  Madre  Hermana 




d. ( ) Padre  Madre  Hermana 

2. El ahorro obligatorio se representó gráficamente por cada uno de ellos y mi persona de la siguiente forma:

a. Padre: Padre  Madre  Hermana 

b. Madre: Padre  Madre  Hermana 

c. Hermana: Padre  Madre  Hermana 

d. Mi persona: Padre  Madre  Hermana 

La representación correcta fue la realizada por:

- a. ( ) Padre.
- b. ( ) Madre.
- c. ( ) Hermana.
- d. ( ) Por mi persona.

3. El pago de la alimentación estuvo a cargo de mi padre y mi madre, para una tarea en la institución yo represente esos pagos de la siguiente manera en cuatro carteles:

Primer cartel:

**MI PADRE PAGO MAS DINERO QUE MI MADRE.**

Segundo cartel:

**MI MADRE Y MI PADRE PAGARON LO MISMO.**

Tercer cartel.

**MI MADRE PAGO MAS DINERO QUE MI PADRE.**

Cuarto cartel.

**MI MADRE PAGO EL DOBLE DE LO DE MI PADRE.**

De acuerdo a lo escrito en estos carteles se afirma por parte del profesor de matemáticas que:

- a. ( ) Todos los carteles son incorrectos.
- b. ( ) Hay dos correctos y dos incorrectos.
- C. ( ) Solo hay uno correcto.
- d. ( ) El tercero y el ultimo están incorrectos.

4. En cada uno de los siguientes letreros hay una equivalencia de lo ganado por mi hermana

a. Letrero primero:

\$1.0150.000, 00 = cuatro cuartos de lo ganado.

b. Letrero segundo:

\$1.015.000, 00 = cinco cuartos de lo ganado

c. Letrero tercero:

\$1.050.000, 00 = tres cuartos de lo ganado.

d. Letrero cuarto:

\$1.150.000, 00 = La mitad de lo ganado

De acuerdo a lo escrito en estos letreros solo es correcto:

- a. ( ) Lo escrito en el tercer cartel.
- b. ( ) Lo escrito en el segundo cartel.
- c. ( ) Lo escrito en el primero.
- d. ( ) Lo escrito en el tercero y segundo cartel.

5. Las operaciones matemáticas como considera las puedes aprender con más facilidad:

- a. ( ) Por medio de escritos en el cuaderno donde explican cómo se hacen.
- b. ( ) Con explicaciones solo numéricas en el salón por parte del docente.
- c. ( ) Con gráficas y dibujos que representen lo explicado.
- d. ( ) Mediante videos.

6. Un número fraccionario según sus conocimientos se puede:

- a. ( ) Escribir solo de una forma como  $a/b$ .
- b. ( ) Solo de manera numérica y de forma gráfica.
- c. ( ) Representar solo en rectas numéricas.
- d. ( ) De muchas formas sin alterar el valor del número.

7. Solo una de las siguientes frases es falsa, cuál es.

- a. ( ) Los números enteros todos se pueden escribir en forma de fracciones.
- b. ( ) Los números racionales se llaman fraccionarios.
- c. ( ) Los fraccionarios para representarlos gráficamente deben ser referidos solo a cantidades que representen solo frutas.
- d. ( ) La expresión  $a/b$  representa una división.

8. Se tiene la siguiente información donde se especifica el número de celulares de alta gama que tienen los niños desde primer grado hasta quinto grado. Si en cada grado hay 50 estudiantes, favor llenar la siguiente tabla que está a continuación de la información:

GRADO PRIMERO:  $\frac{1}{2}$  de los estudiantes tienen celulares de baja gama, los demás no tienen,

GRADO SEGUNDO:  $\frac{3}{5}$  de los niños tienen celular de baja gama,  $\frac{1}{5}$  tienen celular de alta gama; los demás no tienen.

GRADO TERCERO:  $\frac{3}{10}$  tienen celular de baja gama los demás no tienen celular

GRADO CUARTO:  $\frac{1}{5}$  tienen celular de baja gama,  $\frac{2}{5}$  celular de alta gama, los demás no tienen.

GRADO QUINTO:  $\frac{4}{5}$  tienen celular de alta gama los demás no tienen.

	NUMERO DE NIÑOS CON	NUMERO DE NIÑOS SIN	FRACCION DE NIÑOS
--	---------------------	---------------------	-------------------

GRADO.	CELULAR DE A.G.	CELULAR DE ALTA GAMA.	CON CELULAR.
1°			
2°			
3°			
4°			
5°			

RECOMENDACIONES: Importante que cada estudiante trabaje de manera individual y que solo conteste lo que considera sabe sin plagiar a un compañero. Los resultados de este instrumento son evaluados, solo para efectos de generar mecanismos de diagnóstico que permitan la cualificación de los procesos didácticos empleados por los docentes para la enseñanza de los números fraccionarios en el grado séptimo de la Institución Educativa Técnica Occidente. Gracias por la colaboración.

#### 4.3.2. SEGUNDO INSTRUMENTO APLICADO A ESTUDIANTES DE GRADO SEPTIMO INSTITUCION EDUCATIVA TÉCNICA OCCIDENTE.

INSTRUCCIÓN: Se plantean cinco situaciones donde se debe asociar una instrucción de tipo numérico o geométrica con un esquema o gráfico de acuerdo a la interpretación que considera ajustada a la situación.

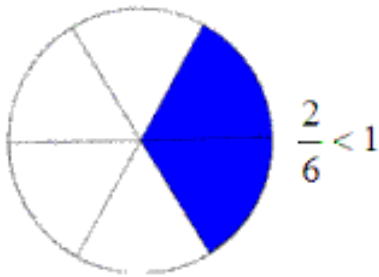
- El tiempo de reproducción de un tema musical es de 3 minutos 18 segundos que en total son 198 segundos, de acuerdo a esto una circunferencia representa el total de la duración del tema musical.

Dibuja en el siguiente espacio una circunferencia que represente lo más aproximadamente 100 segundos del tema musical.

- Un narrador deportivo expreso a sus oyentes que el estadio de Tuluá estaba lleno en las tres cuartas partes de su capacidad total.

Imagínese un gráfico a partir de una barra que se relacione con la expresión utilizada por el narrador deportivo.

- En casa se organizó una fiesta para doce niños y mi madre decidió darle a cada niño una porción de gaseosa de tal forma de que de cada botella y media de gaseosa tomaban por igual ocho niños. Elabora un gráfico que represente tal situación.
- Asigna al siguiente esquema un contenido matemático que se ajuste a esa representación:



- Se vendieron en una tienda 26 bombones de tres paquetes de bombones donde en cada paquete venían 12 bombones. Qué fracción de los bombones no se han vendido. Demuestre la respuesta a partir de un gráfico.

### **ANALISIS DE LOS RESULTADOS.**

Los estudiantes, si hubiesen sido calificados y no evaluados con los resultados obtenidos en las pruebas aplicadas tendrían unas notas demasiado bajas, así muchos de ellos resuelvan operaciones matemáticas en el campo de los números racionales como obviamente lo hacen.

El primer instrumento que tuvo un mayor grado de dificultad que el segundo lo contestaron 12 estudiantes donde se pudieron identificar diversos obstáculos representacionales al igual que los procesos de registros semióticos. Tres estudiantes (25%) no identificaron los esquemas que se propusieron (no hubo ningún tipo de relación) en las opciones de respuesta a los interrogantes planteados. Se coloca en evidencia que no se manejan diferentes sistemas para realizar una representación, que el registro de análisis se queda solo en lo que significa el texto de forma explícita, pero no se moviliza a otra forma para poder encontrar la respuesta que se pide y que está en forma implícita dentro de las opciones que se dieron para relacionar con la pregunta. Los demás estudiantes aunque identificaron esquemas no lo asociaron en un 100% con la respuesta correcta, solo un estudiante acertó en un 75% la relación de correcta de imágenes con el contenido.

En tres niños (25%) se agrega que a través de los instrumentos se plasma en que a todos se les dificulta cambiar de registro, ya que ellos presentan más posibilidades de construir una gráfica propia pero no de interpretar un esquema dado, todo esta situación define que en estos niños aun no acceden a interpretar el sentido del conjunto de los números racionales ya que sus esquemas son muy limitados y se agrega que en sus cuadernos (tercer instrumento) todos los esquemas se relacionan con gráficos de barras y no se accedido a generar un proceso de conversión.

Cuatro de los estudiantes (33%) que contestaron el segundo instrumento se limitaron a desarrollar los ejercicios de forma convencional y las representaciones las hicieron en la recta numérica pero ninguno de ellos se movilizó a realizar una representación en otro tipo de diagrama, en este instrumento como puede verse en la figura 1 siguiente, los estudiantes siempre asumen un cuadrito del cuaderno para dar el valor a cualquier fracción independientemente del significado numérico, o sea, para representar  $\frac{1}{2}$  toman dos cuadritos y somborean uno, para  $\frac{1}{3}$  toman tres cuadritos y somborean uno es decir que en la lectura del grafico se podría afirmar que  $\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ . También lo que se observa es que ellos no reconocen la relación de la parte con el todo, en el caso de los números

racionales  $1/2$  o  $1/3$  el todo es la unidad. La unidad debe ser dividida en las partes y en este caso las unidades son de diferente magnitud en las representaciones.

La situación anterior coloca en evidencia una ausencia del sentido que debe tener para los estudiantes el valor de la unidad, lo cual se vio proyectado en los otros instrumentos donde los resultados fueron desligados del concepto matemático que se requiere para poder interpretar esquemas diferentes no convencionales para los estudiantes de grado séptimo, aquí no se percibe la relación de un sistema  $x$  llevado a  $y$ , es decir que no se ha construido el sentido representacional de la unidad y la relación con cantidades derivadas.

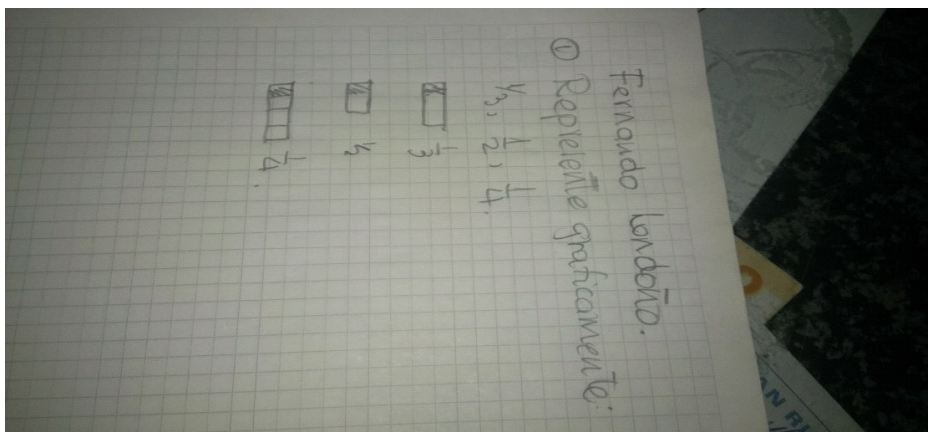


Figura 1.

En el primer instrumento se dio un alto valor a la interpretación del texto y se plantearon tres variables: la información general primera variable, una relación de gastos como segunda variable y como tercera una relación proporcional a partir del diseño de esquemas.

El resultado para cuatro niños (33%) más común fue la enorme dificultad para relacionar los gastos o las acciones matemáticas con los esquemas, el objeto matemático que era reconocer a partir de la identificación de un gráfico el suceso, no fue posible; en la segunda pregunta del primer instrumento se relaciona el gasto obligatorio en cuatro posibilidades de respuesta donde la cuarta era la correcta teniendo en cuenta que todos debían aportar lo mismo para esta obligación: el padre aporta la tercera parte del ahorro, la madre también

una tercera parte y la hermana lo que faltase para completar la obligación es decir una tercera parte más pero solo dos estudiantes de los doce contestaron de forma correcta. (Véase el esquema de la figura 2)

El obstáculo que entonces se aprecia es que 3 de los estudiantes no trasladan el concepto real a una generalización que se aprecia en las respuestas que se plantean en el cuestionario, no hubo lectura lógica simplemente contestaron con apreciaciones sin análisis donde se ausentó la relación texto esquema, esto se cataloga dentro de los principios de Duval, que plantea "...para lograr la conceptualización, el estudiante debe recurrir a varios registros de representación semiótica, sean gráficos, símbolos, íconos, tablas, expresiones en lenguaje natural, etc. (Duval, 2004).

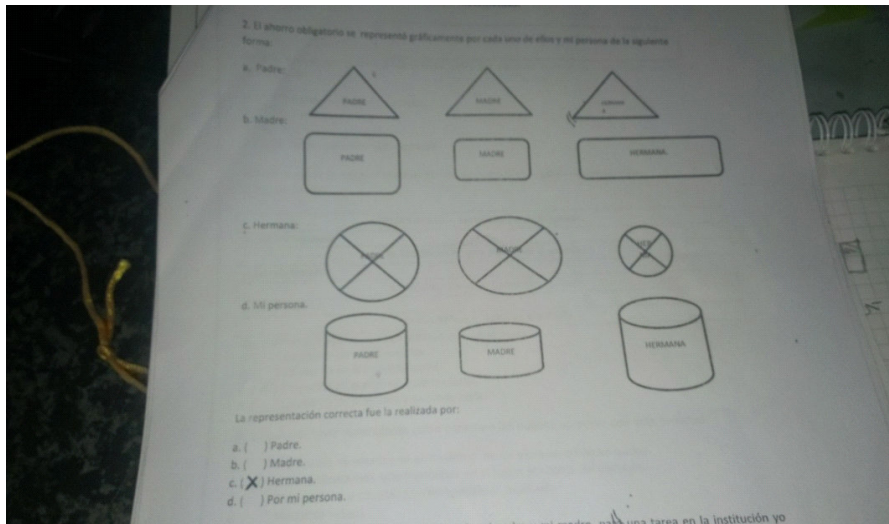


Figura 2.

Estas situaciones evidencian un elevado número de obstáculos semióticos como inadecuada interpretación de conceptos con el objeto matemático, confusión entre mensaje matemático y espacio gráfico con el tamaño, incoherencia entre cantidad y volumen del gráfico: para comprender el sentido del objeto matemático. Por lo cual para poder interiorizar un verdadero conocimiento del objeto debe existir al interior de cada estudiante una movilización conceptual de significados en diferentes expresiones que puedan definir lo mismo matemáticamente, se agrega a ello que los conceptos matemáticos no son limitados a una sola forma de entender y ver.

Teniendo en cuenta que los resultados del primer instrumento fueron muy bajos se aplicó un segundo instrumento de menor grado de dificultad para llegar con la mayor objetividad posible a la realidad que están manejando los jóvenes de este grado y poder de esa forma tener una mejor ubicación de la población frente a la intención de la investigación. En la segunda actividad se manejó menos texto y se trató de tener una posición media entre lo que se viene haciendo en los procesos de evaluación de la institución e identificando los obstáculos representacionales más comunes en el grupo.

Se planteó en una primera pregunta una situación matemática de dos variables: tiempo y espacio en una proporción matemática para ser llevada a un esquema circular donde se identifican e interpretan los registros a las preguntas planteadas. La mayor parte de los estudiantes (75%) centraron la respuesta en graficar los minutos y los segundos pero en ningún momento pudieron llegar a la representación que se debía, se conserva la dificultad de poder interpretar a través de situaciones propias de los estudiantes el objeto matemático real, por lo cual se reafirma que el obstáculo representacional más reiterativo en los estudiantes es la falta de manejar una información matemática en un esquema tanto presentado como en el caso del primer instrumento como en el segundo donde ellos debían realizar el esquema. Importante tener en cuenta que como precedente Duval, (2004) plantea: "... que la producción de una representación semiótica, y noesis, los actos cognitivos como la aprehensión conceptual de un objeto no se pueden dar sin pasar por el dominio de diferentes registros de representación semiótica.

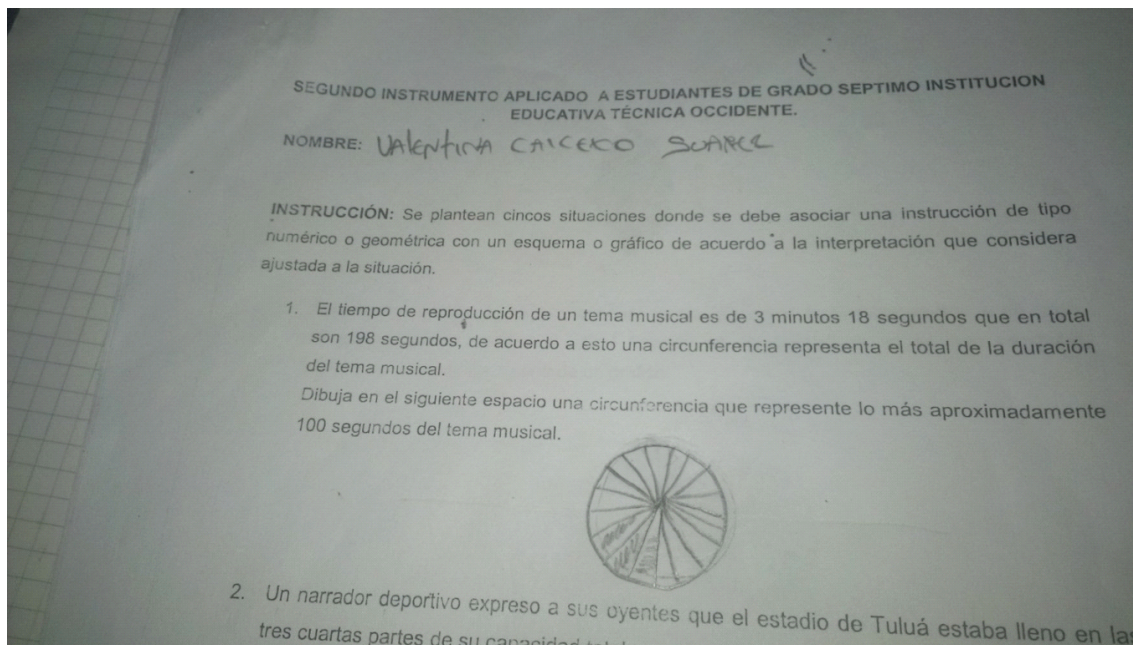


Figura 3.

Se observa que la niña V.C. dividió la circunferencia en solo 18 partes y sombrea 3; lo cual coloca en evidencia la falta de interpretación y asociación de las variables del problema con la pregunta a investigar. Esta situación fue la común en el instrumento y se reafirma la gran dificultad que tiene el grupo en representar y descentrar información diferente a la solución de algoritmos, es decir que los conceptos aprendidos solo se quedan en situaciones muy limitadas y algunos estudiantes no acceden a la generalización del concepto más allá del ejemplo manejado en clase.

En la segunda pregunta se presenta una situación donde los estudiantes deben relacionar un dato numérico expresado en fracción con una pregunta y llevarlo a una representación gráfica. Los estudiantes presentaron una gráfica en un rectángulo de igual forma y aunque el esquema expresa una representación mental lógica en el grupo se capta una rigidez conceptual, no hay movilización en el manejo a partir de otros esquemas. Aunque esto no significa falta de manejo en la información matemática, si expresa un conocimiento mecánico en manejo de esquemas restringidos a continuar con representaciones convencionales. Al buscar una relación con la teoría que se manejó en representaciones

semióticas e identificar el obstáculo representacional en esta pregunta se puede decir que hay una limitación en el dominio del lenguaje cuando este se debe exteriorizar en la representación, es decir si el estudiante debe buscar otras formas puede llegar a generar dificultades para la relación del objeto.

En la tercera pregunta, donde también deben crear una representación donde se conserva la misma dificultad u obstáculo en la falta de dominio para la movilización conceptual, hay carencia en la fundamentación y no se observa en los registros de los estudiantes un acercamiento a la comprensión del concepto matemático y esta situación está en coherencia con lo sucedido en las dos preguntas anteriores. Por lo cual el 90% del grupo carece de dominio de esquemas para relacionarlos de manera proporcional con un contenido matemático.

Para la cuarta pregunta se presenta una imagen muy convencional para el grupo y los resultados son más acertados con relación al objeto matemático. La mayoría de los estudiantes plantearon situaciones lógicas, pero solo manejaban siempre una variable como decir la niña F.F. “mi mama partió una torta en seis pedazos y vendió dos”(Figura 3).

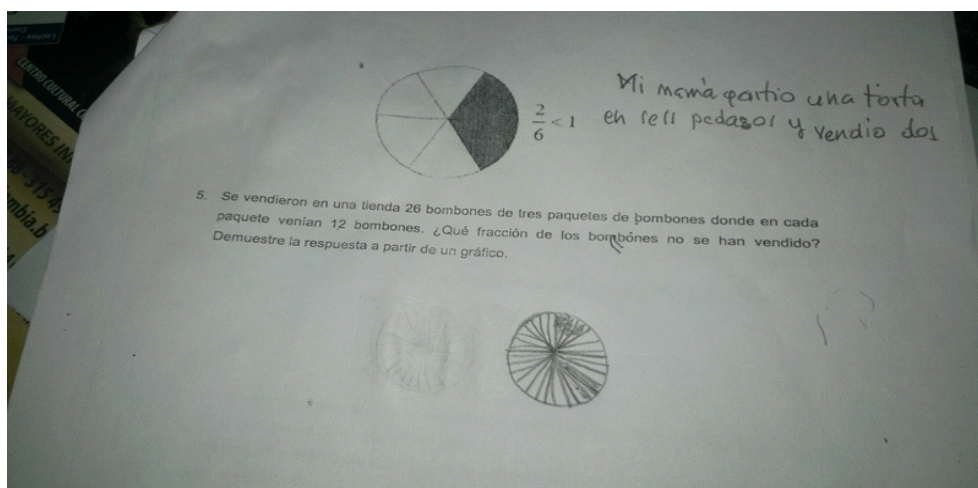


Figura 4.

En las diferentes interpretaciones que se dieron por parte de los estudiantes en el manejo de un mensaje matemático no se dio significado correcto en la relación esquema dato matemático (66,6%), solo se limitaron a lo que visualmente leyeron en la imagen.

En las respuestas del quinto punto del instrumento se da como la representación más común los gráficos donde se divide una circunferencia o una barra en 36 fracciones y sombrearon 26 pero no relacionan la fracción que se pide en la pregunta ¿Qué fracción de los bombones no se han vendido?

Los estudiantes de grado séptimo a los cuales se les aplicaron los instrumentos presentan diversas situaciones de dificultad con relación al manejo de registros semióticos debido a los diferentes obstáculos identificados en el desarrollo de los instrumentos, siendo los de mayor frecuencia:

Carencia del manejo conceptual básico para interpretar una información escrita a través de un gráfico. No se evidencia movilización en la interpretación de datos para comunicarlos de acuerdo al sentido matemático que Duval, (2004) considera que permiten reconocer un auténtico aprendizaje.

Los trabajos con uso grafico son muy limitados y no permiten el reconocimiento del concepto, manejaron solo circunferencias y en ocasiones barras rectangulares.

Para la comprensión de los números racionales es fundamental la percepción lógica del concepto unidad. Este objeto matemático es uno de los mayores obstáculos representacionales, ya que el estudiante está realizando análisis centrado solo en los mensajes de la cantidad a través de los números dados en el texto, pero no hay coherencia con el significado de unidad como elemento de partida para el desarrollo de una operación tanto algorítmica como trabajo en la representación de esquemas.

La relación entre los objetos matemáticos de los instrumentos con los objetos de contextos (institucionales, personales) no genera identidad en el aprendizaje. A pesar de que los

elementos de contexto en las situaciones redactadas en las pruebas son de un manejo común para la comunidad de estudiantes, estos no tienen un manejo conceptual lógico matemático aún. Al manejo:

“Por lo que, a la “construcción” de un “concepto” participarían tanto la parte institucional (el Saber) como la parte personal (de cualquiera que tenga acceso a tal Saber, por tanto no solo el científico). Sobre esta posición se han manifestado diferentes autores; yo aquí me limito a citar el trabajo de Godino y Batanero, (1994, pag 76)”.

Los procesos de conversión, requieren de mucho trabajo didáctico por parte del maestro a partir de las dificultades encontradas para construir un saber matemático fundamentado en representaciones semióticas, ya que el común denominador del trabajo en la ubicación de los obstáculos representacionales es la carencia de los estudiantes para poder manejar con diferentes ópticas un concepto y comprender la generalización del propio aprendizaje en el campo del conjunto de los números racionales.

- **CONCLUSIONES.**

Importante anotar dentro del diseño de los instrumentos que estos se hicieron considerando en primer lugar los estándares y el programa de área del grado sexto y séptimo donde se tuvo en cuenta los antecedentes y lo que en el momento se desarrolla en clase para este grado.

Las investigaciones y trabajos realizados sobre la teoría de la representaciones y registros semióticos a nivel institucional no son aún de un dominio común por parte de la comunidad educativa en la cual se aplicó el trabajo, lo que permitió poder construir sin ninguna prevención conceptual los instrumentos a los estudiantes e identificar las dificultades de acuerdo al referente teórico que se tuvo en cuenta para la experiencia.

Se destaca la importancia que a nivel institucional se tiene en el momento de conocer más a fondo los principios teóricos de lo que son los registros semióticos y el significado didáctico de los obstáculos representacionales para que a partir de su conocimiento se desarrollen procesos de enseñanza que conlleven a la conversión de conceptos matemáticos fundamentados a partir del variado manejo de representaciones que van desde los esquemas más sencillos a registros gráficos de mayor complejidad.

El inadecuado manejo de un obstáculo representacional por parte de los docentes puede conducir a la malformación de conceptos por parte de los estudiantes.

El sustento para conseguir tal secuencia de enseñanza se basa sobre fenómenos observados relativos al uso de representaciones semióticas en el aprendizaje de los números racionales planteando actividades que los induzca a pasar por situaciones de acción, formulación y validación, y sobre ellas se ubican los problemas asociados con la asimilación correcta de estos objetos matemáticos y cognitivos en el quehacer de los estudiantes que van a propiciar el aprendizaje del objeto matemático.

- **RECOMENDACIONES.**

Considerando que el objetivo central de la investigación es reconocer los obstáculos representacionales es necesario centrar el significado de lo que ello significa y no confundirlo con un error o dificultad de aprendizaje, por lo cual se debe tener conocimiento de causa para su manejo y diagnóstico dentro del salón de clase tratando de generar diversas situaciones.

Para comprender los objetos y contenidos estructurales del conjunto de los números fraccionarios se deben desarrollar en forma muy dinámica procesos de simbolización, abstracción, y generalización, de esta manera se puede facilitar el aprendizaje conjugando diversas situaciones que implican diferentes registros de manera permanente.

Al identificar los obstáculos representacionales de acuerdo a los criterios teóricos de Duval se deben implementar en esos niños procesos de movilización conceptual en la estructuración de su dimensión cognitiva.

• **REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.**

- DUVAL, Raymond. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. Hitt F. (Ed.), *Investigaciones en Matemática Educativa II*. México.
- DUVAL, Raymond. (2004) *Semiosis y Pensamiento humano. Registros semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Universidad del Valle. Instituto de Educación y pedagogía. Grupo de Educación Matemática. Cali. Merlín I.D.
- DUVAL, R. (2006) Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*; Vol. 9.1. Madrid, RSME.
- D'AMORE, Bruno. Didáctica de la matemática. Editorial Magisterio. Bogotá 2000.
- D'AMORE, Bruno. Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética. Barcelona España 2001.

- GAGNÉ, Robert. Las condiciones del aprendizaje. Madrid. (Ed.) Aguilar
- GADNÉ, Robert. Número especial de la Revista de Tecnología Educativa. Artículos de Gagne. Mexico 2006.(Ed.) Trillas
- GODINO, J.D. BATANERO, C. Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. (1994). Proyecto Edumac maestros.
- GUZMAN, Isminia. Comprensión del objeto matemático a través de la enseñanza. México 2002. (Ed.) RSME.
- INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA OCCIDENTE. Proyecto Educativo Institucional, plan de área matemática. 2014. Tuluá (Valle).
- NEISSER, Ulric. Psicología cognoscitiva. México (2004) (Ed.) Trillas 2004.
- NEISSER, Ulric. Procesos cognoscitivos y realidad. Madrid. (Ed.) Marova 1981
- PIAGET, Jean. La equilibración de las estructuras cognitivas. Problema central del desarrollo. Madrid 2000. (Ed.) Siglo XXI
- VASCO, Carlos E. (2006) Didáctica de las matemáticas. Bogotá Universidad Pedagógica Nacional. (Ed.) Norma S.A.
- VASCO, Carlos E. (2010) El enfoque de sistemas en la enseñanza de la matemática. Bogotá. (Ed.) Plaza y Janes.
- <http://www.monografias.com/trabajos87/registros-semioticos-duval/registros-semioticos-duval.shtml>

**ANEXOS.**

INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA OCCIDENTE.  
ACTIVIDAD DIAGNÓSTICO PARA ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO.

Valentina Caceres

AREA: Matemáticas.  
UN DÍA EN FAMILIA.

El segundo día de cada mes mi padre y mi madre junto a mi hermana mayor se reúnen para organizar los gastos del mes en los siguientes aspectos: servicios públicos (agua, energía, gas, teléfono, internet y televisión), cuota mensual de la vivienda, alimentación, salud, recreación y ahorro obligatorio que es una exigencia de familia. Lo primero que se hace es definir el monto total de los ingresos por el concepto de los salarios de mi padre, mi madre y mi hermana mayor; para el mes de octubre los ingresos fueron así:

- a. Mi padre obtuvo \$1.740.000,00.
- b. Mi madre las tres cuartas partes de lo devengado por mi padre.
- c. Mi hermana la tercera parte de lo devengado por mi padre y madre.

Los gastos de ese mes se presupuestaron de la siguiente manera:

Servicios públicos \$ 200.000,00  
Cuota mensual de la vivienda \$400.000,00  
Alimentación \$600.000,00  
Salud: \$150.000,00  
Recreación: 180.000,00  
Ahorro obligatorio la veintea parte de todos los ingresos por el mes.

Por acuerdo mutuo en familia los gastos se hacen de la siguiente manera:

Mi padre: la cuota mensual de la vivienda, la mitad de la alimentación y la tercera parte del ahorro obligatorio.  
Mi madre: 2/4 partes de la alimentación, los servicios públicos y la tercera parte del ahorro obligatorio.  
Mi hermana: la salud, la recreación más lo que falte para el ahorro obligatorio.

PREGUNTAS.

1. ¿Cuál de las siguientes series de círculos representan proporcionalmente de la manera más aproximada los ingresos de cada uno de los integrantes de la familia?

- a. ( )  

--	--	--
- b. ( )  

--	--	--
- c.   

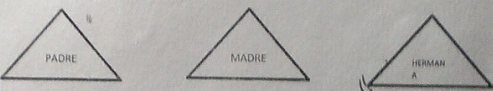
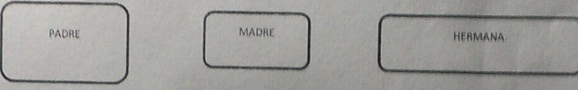
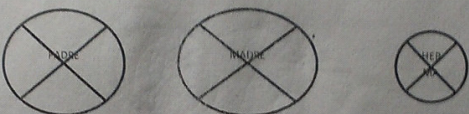
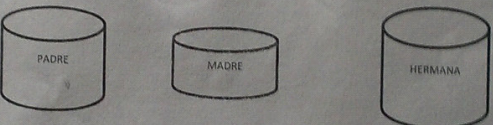
--	--	--
- d. ( )  

--	--	--

PRIMER INSTRUMENTO.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA OCCIDENTE.  
ACTIVIDAD DIAGNÓSTICO PARA ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO.  
AREA: Matemáticas.

2. El ahorro obligatorio se representó gráficamente por cada uno de ellos y mi persona de la siguiente forma:

a. Padre:    
b. Madre:    
c. Hermana:    
d. Mi persona: 

La representación correcta fue la realizada por:

- a. ( ) Padre.
- b. ( ) Madre.
- c. ( ) Hermana.
- d. () Por mi persona.

3. El pago de la alimentación estuvo a cargo de mi padre y mi madre, pagó una tarea en la institución yo represente esos pagos de la siguiente manera en cuatro carteles:

Primer cartel:

*Mi padre: paga más de la mitad de la alimentación.*

Segundo cartel:

*Mi madre pago menos que mi padre.*

Tercer cartel:

*0.50 cada uno.*

INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA OCCIDENTE.  
ACTIVIDAD DIAGNÓSTICO PARA ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO.  
AREA: Matemáticas.

Cuarto cartel.

*“Mi madre pago la mitad y mi padre la mitad.”*

De acuerdo a lo escrito en estos carteles se afirma por parte del profesor de matemáticas que solo es verdadero el:

- a.  Todos los carteles son incorrectos.
- b.  Hay solo uno correcto
- c.  Solo hay uno incorrecto.
- d.  El tercero y el último están correctos.

4. En cada uno de los siguientes letreros hay una equivalencia de lo ganado por mi hermana a. Letrero primero:

\$1.015.000,00 = cuatro cuartos de lo ganado.

b. Letrero segundo:

\$1.015.000,00 = cinco cuartos de lo ganado.

c. Letrero tercero:

\$1.015.000,00 = tres cuartos de lo ganado.

d. Letrero cuarto:

\$1.015.000,00 = 100% de lo ganado.

De acuerdo a lo escrito en estos letreros solo es correcto:

- a.  Lo escrito en el tercer cartel.
- b.  Lo escrito en el segundo cartel.
- c.  Lo escrito en el primero y último cartel.
- d.  Lo escrito en el tercero y segundo cartel.

5. Las operaciones matemáticas como considera las puedes aprender con más facilidad:

- a.  Por medio de escritos en el cuaderno donde explican cómo se hacen.
- b.  Con explicaciones solo numéricas en el salón por parte del docente.
- c.  Con gráficas y dibujos que representen lo explicado.
- d.  Mediante videos.

6. Un número fraccionario según sus conocimientos se puede:

- a.  Escribir solo de una forma como a/b.
- b.  Solo de manera numérica y de forma gráfica.
- c.  Representar solo en rectas numéricas.
- d.  De muchas formas sin alterar el valor del número.

7. Solo una de las siguientes frases es falsa, cuál es.

- a.  Los números enteros todos se pueden escribir en forma de fracciones.
- b.  Los números racionales se llaman fraccionarios.

SEGUNDO INSTRUMENTO APLICADO A ESTUDIANTES DE GRADO SEPTIMO INSTITUCION EDUCATIVA TECNICA OCCIDENTE.

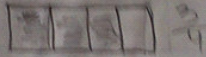
NOMBRE: VALENTINA CAICEDO SANCHEZ

INSTRUCCION: Se plantean cinco situaciones donde se debe asociar una situación de tipo numérico o geométrica con un esquema o gráfico de acuerdo a la interpretación que considere ajustada a la situación.

1. El tiempo de reproducción de un tema musical es de 3 minutos 18 segundos que en total son 198 segundos, de acuerdo a esto una circunferencia representa el total de la duración del tema musical.  
Dibuja en el siguiente espacio una circunferencia que represente lo más aproximadamente 100 segundos del tema musical.



2. Un narrador deportivo expresó a sus oyentes que el estadio de Tuluá estaba lleno en las tres cuartas partes de su capacidad total.  
Imagínese un gráfico a partir de una barra que se relacione con la expresión utilizada por el narrador deportivo.



3. En casa se organizó una fiesta para doce niños y mi madre decidió darle a cada niño una porción de gaseosa de tal forma que de cada botella y media de gaseosa tomaran por igual ocho niños. Elabora un gráfico que represente tal situación.



4. Asigna al siguiente esquema un contenido matemático que se ajuste a esa representación.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA OCCIDENTE  
 ACTIVIDAD DIAGNÓSTICO PARA ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO.

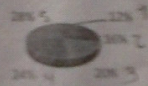
AREA: Matemáticas.

- c. ( ) Los fraccionarios para representarlos gráficamente deben ser relativos a cantidades que representen solo frutas.  
 d. ( ) La expresión  $a/b$  representa una división.

8. Se tiene la siguiente imagen donde se especifica el número de celulares de alta gama que tienen los niños desde primer grado hasta quinto grado. Si en cada grado hay 50 estudiantes, favor llenar la siguiente tabla que está a continuación de esta imagen.

Estudiantes de 1° a 5° con  
 telefonos celulares de alta  
 gama.

■ 1. Grado ■ 2. Grado ■ 3. Grado ■ 4. Grado ■ 5. Grado



GRADO	NUMERO DE NIÑOS CON CELULAR DE A. G.	NUMERO DE NIÑOS SIN CELULAR DE A. G.	FRACCION DE NIÑOS CON CELULAR DE A. G.
1°			
2°			
3°			
4°			
5°			



SEGUNDO INSTRUMENTO APLICADO A ESTUDIANTES DE GRADO SEPTIMO INSTITUCION EDUCATIVA TECNICA OCCIDENTE

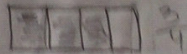
NOMBRE: Valencia Carreño Sánchez

INSTRUCCIÓN: Se plantean cinco situaciones donde se debe asociar una situación de tipo numérico o geométrica con un esquema o gráfico de acuerdo a la interpretación que considere ajustada a la situación.

1. El tiempo de reproducción de un tema musical es de 3 minutos 18 segundos que en total son 198 segundos, de acuerdo a esto una circunferencia representa el total de la duración del tema musical.  
Dibuja en el siguiente espacio una segmentación que represente lo más aproximadamente 100 segundos del tema musical.



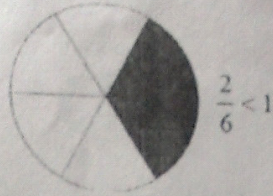
2. Un narrador deportivo expresó a sus oyentes que el estadio de Toluca estaba lleno en las tres cuartas partes de su capacidad total.  
Imagínese un gráfico a partir de una barra que se relacione con la expresión utilizada por el narrador deportivo.



3. En casa se organizó una fiesta para doce niños y mi madre decidió darle a cada niño una porción de gaseosa de tal forma que de cada botella y media de gaseosa tomaban por igual ocho niños. Elabora un gráfico que represente tal situación.



4. Asigna al siguiente esquema un contexto matemático que se ajuste a esa representación.



5. Se vendieron en una tienda 26 bombones de tres paquetes de bombones donde en cada paquete venían 12 bombones. ¿Qué fracción de los bombones no se han vendido? Demuestre la respuesta a partir de un gráfico.

