



CONVERSIÓN ENTRE LOS DIVERSOS REGISTROS DE REPRESENTACIÓN
SEMIÓTICA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON ESTRUCTURA
MULTIPLICATIVA.

SONIA ROCÍO SUÁREZ CÁLIZ

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA VIRTUAL EN LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
MANIZALES

2020

CONVERSIÓN ENTRE LOS DIVERSOS REGISTROS DE REPRESENTACIÓN
SEMIÓTICA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON ESTRUCTURA
MULTIPLICATIVA.

Autor

SONIA ROCÍO SUÁREZ CÁLIZ

Trabajo de grado para optar al título de Magister en La Enseñanza de las Ciencias

Tutor

ANA MILENA LÓPEZ RÚA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA VIRTUAL EN LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
MANIZALES

2020

RESUMEN

Exponemos en este documento los resultados de una investigación cualitativa que tuvo como objetivo caracterizar los diversos registros de representación semiótica y su influencia al realizar conversiones entre ellos, desde el planteamiento y solución de situaciones problemas con estructura multiplicativa. El estudio surge para atender una problemática identificada en estudiantes de tercer grado en una escuela rural bajo la metodología de escuela nueva, quienes evidencian un bajo rendimientos en actividades de clase que involucran estas conversiones y en las pruebas estandarizadas nacionales en la competencia resolución, específicamente en el aprendizaje “resolver y formular problemas multiplicativos rutinarios de adición repetitiva”. El instrumento principal para la recolección de datos se basó en una prueba de indagación de ideas previas, aplicada a 2 estudiantes de la sede Gambita Viejo del Colegio Luis A. Calvo de Gámbita; De la calidad de los datos se identificaron las fortalezas, los obstáculos y las oportunidades de mejora en los casos de estudio, con los cuales se pudo dar resultados del proceso de investigación. El estudio evidenció que la mayor dificultad en los estudiantes al realizar este tipo de conversiones es al pasar del registro simbólico al del lenguaje natural, debido a que es una estrategia poco implementada en el proceso de enseñanza por parte de los docentes. Finalmente, incorporar nuevas estrategias en nuestras prácticas como docentes fortalecen ambos procesos, tanto el proceso de enseñanza como el proceso de aprendizaje. Además, genera un hábito de autoformación y crecimiento profesional, permitiendo la adquisición de nuevos conocimientos y el desarrollo de habilidades que se han ido dejando perder.

Palabras clave: Conversión, registros de representación semiótica, resolución de problemas, estructura multiplicativa.

SUMMARY

We present in this paper the results of a qualitative research study that aimed to characterize the various registers of semiotic representation and their influence when carrying out conversations among them, from the approach and solution of problematic situations with a multiplicative structure. The study emerges to address an issue identified in third grade students in a rural primary school under the new school methodology. Students show low performance in class activities involving these conversations as well as in the national standardized tests results. It was evident in the resolution competence, especially in the following learning “to solve and formulate routine multiplicative problems of repetitive addition”. The main data collection instrument was based on a previous ideas research test, applied to two students from the rural headquarter Gámbita Viejo of the Luis A. Calvo school in Gámbita Santander. From the quality of data, the strengths, obstacles and opportunities for improvement in the case studies, were identified; with which the results of the research process could be given. The study shows that the greatest difficulty for students when carrying out this type of conversation is when going from the symbolic register to natural language, due to the fact that it is a poorly implemented strategy in the teaching process by teachers. Finally, incorporating new strategies in our practices as teachers strengthens the learning and teaching processes. In addition, it creates a self-education habit and professional growth; allowing new knowledge acquisition and development of skills that have been lost.

Key words: Conversion, semiotic representation registers, problem solving, multiplicative structure.

Tabla de Contenido

1	Introducción	14
2	Planteamiento del problema	16
3	Justificación.....	21
4	Objetivos	23
4.1	Objetivo general.....	23
4.2	Objetivos específicos	23
5	Referentes conceptuales	24
5.1	Antecedentes	24
5.2	Marco teórico	32
5.3	Análisis de representación semiótica	32
5.3.1	Estructuras Multiplicativas	40
5.3.2	Resolución De Problemas	41
6	Aspectos metodológicos	45
6.1	Población.....	46
6.1.1	Casos De Estudio	46
6.2	Aspectos logísticos.....	47
6.3	Etapas del proceso de investigación	47
6.3.1	Etapa Preparatoria.....	47
6.3.2	Diseño Del Plan De Intervención Y De Las Actividades Que Comprende La Experiencia	48
6.3.3	Desarrollo De Un Plan De Intervención	48
6.3.4	Sistematización De Datos	48

6.3.5	Análisis De La Información.....	48
6.3.6	Elaboración Del Reporte De Investigación.....	48
6.3.7	Descripción del plan de intervención.....	49
6.4	Instrumento para indagar ideas previas.....	49
7	Narrativa didáctica sobre EL PROCESO de enseñanza y aprendizaje	60
7.1	Narrativa personal.....	60
7.2	Narrativa sobre la enseñanza	65
7.3	Narrativa sobre el aprendizaje	66
8	Conclusiones	79
9	Referencias bibliográficas	81

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Resultados en los aprendizajes de la competencia resolución, saber 3°	20
Figura 2. Representación figural icónico situación enunciada	34
Figura 3. Etapas del proceso metodológico de la investigación.	47
Figura 4. Hoja 1 de la prueba diagnóstica inicial.....	50
Figura 5. Hoja 2 de la prueba diagnóstica inicial.....	51
Figura 6. Hoja3 de la prueba diagnóstica inicial.....	52
Figura 7. Representación semiótica 1 del registro semiótico lenguaje pictórico para el ítem 1 ...	53
Figura 8. Representación semiótica 2 del registro semiótico lenguaje pictórico para el ítem 1 ...	53
Figura 9. Representación semiótica 3 del registro semiótico lenguaje pictórico para el ítem 1 ...	54
Figura 10 Posible respuesta al ítem 3 de la prueba diagnóstica inicial.....	56
Figura 11 Representación semiótica para el registro semiótico lenguaje pictórico para el ítem 5	58
Figura 12 Representación semiótica del registro semiótico lenguaje numérico para ell ítem 5 ...	59
Figura 13. Respuesta de Danna para el ítem 1	68
Figura 14. Respuesta de Lucianna para el ítem 1	69
Figura 15. Respuesta de Danna para el ítem 2.....	70
Figura 16. Respuesta de Lucianna para el ítem 2	70
Figura 17. Respuesta de Danna para el ítem 3.....	72
Figura 18. Respuesta de Lucianna para el ítem 3	73
Figura 19. Imagen propuesta para el ítem 4.....	74
Figura 20. Respuesta de Danna para el ítem 4.....	74
Figura 21. Respuesta de Lucianna oara el ítem 4	74
Figura 22. Respuesta de Danna para el ítem 5.....	76
Figura 23. Respuesta de Lucianna para el ítem 5	78

1 INTRODUCCIÓN

Cuando se estudia la enseñanza de las matemáticas se evidencia que la resolución de problemas próximos a la realidad hace que verdaderamente se desarrollen habilidades en los estudiantes. Por tal motivo se hace necesario que el maestro se aleje de las rudimentarias clases en el que solo imparte nociones o conceptos y se deja de lado el sentido crítico de sus estudiantes.

Asimismo, dentro de la complejidad del estudio de esta área, se hace necesario emplear diversas representaciones para asimilar los conceptos; para la total comprensión de estas nociones es fundamental emplear y coordinar sistemas de representación; por consiguiente, la semiótica se ha constituido como elemento importante para el estudio en el área de la educación en matemática. En esta medida hay que señalar que el desconocimiento o poco interés que se le permita a la diversidad de representaciones que subyacen en los contenidos matemáticos hacen que el proceso educativo sea poco eficiente, pues impide que el aprendiz explore las diversas alternativas que ofrece esta área del conocimiento.

Además de esto, se debe decir que el aprendizaje de las matemáticas lleva a los estudiantes por un mundo en el que se emplea un lenguaje totalmente nuevo, la representación que se emplea en esta materia se convertirá en todo un obstáculo para quien no entienda cómo debe interpretar los sistemas, códigos, símbolos, enunciados. En este sentido sería ilógico esperar excelentes resultados en un estudiante que ni siquiera reconoce o no logra desenvolverse bien con el sistema de representaciones que se emplea en la matemática, por esta razón, es fundamental dedicar especial esfuerzo al estudio del reconocimiento de estas representaciones en el área para, posteriormente, evitar conflictos en el desarrollo de la resolución de problemas, atendiendo las necesidades de cada estudiante, y tener como resultado ciudadanos matemáticamente competentes.

En esta investigación se presenta una propuesta que pretende como su nombre lo dice caracterizar por medio de una narrativa las conversiones entre los diversos registros de representación semiótica en la solución de situaciones problemas con estructura multiplicativa con estudiantes de tercer grado, para la cual se han estructurado 7

capítulos, con la finalidad de establecer una perspectiva general del objeto a tratar. En el capítulo 2 se aborda de manera general planteamiento del problema, los factores, las causas y la justificación del interés investigativo y se dan a conocer algunos aportes literarios relacionados con el problema planteado.

El capítulo 3 comprende los referentes conceptuales, donde se aborda inicialmente algunos antecedentes de investigación relacionados con las representaciones semióticas, la competencia matemáticas, estructura multiplicativa y la resolución de problemas; posteriormente se organiza un marco teórico sobre el cual se caracteriza nuestro objeto de estudio desde los registros de representación semiótica especialmente el registro del lenguaje natural, el registro icónico-figural y el registro numérico. Asimismo, se presentan los elementos que plantea Polya (1975) para resolución de problemas particularmente en situaciones de estructura multiplicativa.

En el capítulo 4 se da a conocer el camino recorrido en el proceso metodológico, se hace una descripción de la población, los casos de estudio y las etapas en las que se desarrolló la investigación. A su vez, en el capítulo 5 se hace una descripción de la prueba diagnóstica diseñada y aplicada en los casos de estudio.

Seguidamente en el capítulo 6 se expone el análisis de los resultados a través de una narrativa didáctica del proceso enseñanza y aprendizaje, partiendo por una narrativa personal por parte del autor, seguido por un apartado narrativo sobre la enseñanza y finalizando con una narrativa sobre el aprendizaje, allí se exponen las fortalezas, obstáculos y oportunidades de mejora de los casos de estudio en cuanto al objeto de estudio. Por último, en el capítulo 7 se exponen las conclusiones de la investigación.

2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los profesores de todas las áreas de enseñanza coinciden en la importancia de posibilitar el desarrollo de las competencias en sus estudiantes. En particular, en área de matemáticas se apunta al fortalecimiento de los cinco procesos generales de la actividad matemática: formular y resolver problemas, modelar procesos y fenómenos de la realidad, comunicar, razonar y formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos, ya que se hace uso del lenguaje propio para la caracterización de los objetos en estudio. Especialmente, la resolución de problemas con contenido matemático señala la relevancia de estas competencias, pues son el vehículo a través del cual el estudiante manifiesta los razonamientos y procesos realizados para alcanzar el objetivo de la actividad matemática que el profesor le propone; incluso, el lenguaje matemático es, en sí mismo, un vehículo de comunicación de ideas que caracteriza por la exactitud de sus términos y por su carácter sintético, simbólico y abstracto.

En apoyo a lo anterior, el Ministerio de Educación viene liderando la implementación de políticas específicas en pro de la calidad de la educación, una de estas acciones lleva a trabajar sobre la educación matemática y las acciones necesarias para mejorar los aprendizajes de los estudiantes en esta área. En el foro nacional de educación realizado en el 2014 basado en el lema “formación de ciudadanos matemáticamente competentes” se expresa la preocupación ante los resultados que obtienen los estudiantes colombianos al enfrentarse a pruebas estandarizadas tanto nacionales como internacionales. Cabe señalar que el mismo MEN (2006) expresa que un individuo competente en matemáticas será “capaz de dominar con fluidez distintos recursos y registros del lenguaje cotidiano y de los distintos lenguajes matemáticos, de argumentar, de dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz” (p.51).

Con respecto a las pruebas Saber, en donde se pasó de evaluar el “logro cognitivo” al de “competencias”, utilizando el enfoque de resolución de problemas como estrategia de evaluación, históricamente los resultados de los alumnos en estas pruebas

muestran que no logran niveles de desempeño alto y que permanecen las desigualdades tanto entre el sector rural con el urbano y las instituciones públicas con las privadas, al igual que las desigualdades por regiones geográficas, grupos étnicos y condición de vulnerabilidad socioeconómica. Recientemente se reconoce las diferencias entre los grupos de estudiantes en condición de diversidad sensorial y física.

De igual forma, a nivel internacional Colombia ha participado en diferentes procesos de evaluación, uno de ellos, quizás el más representativo por su popularidad, es el proyecto Pisa. Recientemente se han conocido los resultados obtenidos por nuestros estudiantes en dichas pruebas, el informe de la OCDE señala que los jóvenes latinoamericanos, y por supuesto los colombianos, no muestran capacidades para resolver problemas con algún grado de complejidad y solamente pueden responder problemas simples utilizando en muchas ocasiones el ensayo y el error para elegir la respuesta. Estos resultados, son motivo de preocupación tanto de la sociedad como del Ministerio de Educación y las comunidades educativas.

En cuanto a la experiencia como docente en el área y en la revisión de la literatura alrededor de trabajos relacionados con el mismo objeto de estudio a esta investigación, son evidentes las dificultades que los estudiantes presentan al realizar conversiones entre los diversos registros de representación semiótica independientemente del objeto matemático que esté en estudio, dichos registros son usados por separado sin que los estudiantes encuentren la relación existente entre ellos. Como lo expresa Duval (2004, p. 28) quien sostiene que se ha probado que cambiar la forma de una representación es, para muchos alumnos de los diferentes niveles de enseñanza, una operación difícil e incluso en ocasiones imposible.

Por otra parte, la práctica pedagógica permite estar al tanto de los problemas que se presentan en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y los objetos de estudio que requieren de mayor atención por sus bajos rendimientos. Para este estudio se toma en consideración el manejo de operaciones con estructura multiplicativa, especialmente

cuando se enfrenta a la resolución de problemas de este tipo. Para la gran mayoría de los estudiantes tener que enfrentarse y buscar la solución de un problema es realmente un problema que supera la situación como tal. Se considera que la estructura de la multiplicación representa dificultades serias para los estudiantes, pues la comprensión de una “suma abreviada” supone un conflicto cognitivo que es difícil de superar. Por esto, los estudiantes presentan bajo rendimiento académico, aumentando los niveles de insatisfacción personal y académica, lo que puede desencadenar en deserción escolar o aversión por las matemáticas.

En consecuencia, los antecedentes nos indican que las representaciones semióticas en la multiplicación sufren diferentes transformaciones y conversiones; no obstante, conservan el significado del objeto mismo, tal y como lo establece D’Amore (2006), tanto el objeto como las transformaciones semióticas son el resultado de prácticas compartidas, lo que enriquece la articulación de las múltiples representaciones de un objeto con las comprensiones que se obtienen del mismo. El objeto matemático entonces, se presenta como estructuras mentales, que los sujetos construimos con nuestros cerebros con el pasar de las experiencias. Por su parte, el aporte de Duval (2004) conduce a que esta estructuración no es fácil de asimilar por los estudiantes, lo que dificulta el sentido de la enseñanza de la multiplicación en la escuela. De esta manera, este autor indica que en los procesos matemáticos generalmente se hace empleo de los tratamientos y conversiones entre los registros de representación utilizados al momento de representar unos objetos matemáticos, lo que hace necesario el reconocimiento y empleo adecuado de las reglas operatorias de cada registro semiótico junto con la coordinación y empleo de varios registros para un mismo objeto, pasando fácilmente de un registro de representación a otro sin desconocer las características del objeto representado. La accesibilidad al concepto es permitida a través de sus representaciones, las cuales se deben diferenciar del objeto matemático por parte del estudiante, lo cual permite reconocer que se ha hecho una conceptualización; tal como lo plantea textualmente Duval (1999) “no confundir jamás los objetos matemáticos, es decir, los números, las funciones, las rectas, etc.; con sus representaciones”. Por lo tanto, los

aportes de Ramírez y Lorenzo (2012) establecen que aplicar unidades didácticas fomentan la construcción de este tipo de representaciones en el aula, Navas et al. (2014) señalan que esta formación también contribuye a la formación de los profesores de matemáticas, pues reconstruyen sus estructuras mentales sobre las representaciones matemáticas enseñadas en el proceso de alfabetización. El aporte de Lozzada y Ruíz (2011) se enfatiza en la pedagogía crítica, pues supone un impulso para la formación de nuevas representaciones que estructuren una enseñanza de la multiplicación real y contextual, por tanto, se busca que los estudiantes reflexionen sobre su propia capacidad interpretativa y constructiva, basado en la corrección de lo que está mal.

En síntesis, a partir de las representaciones semióticas se puede acceder a los objetos matemáticos en cuestión, de esta manera se ve que éstas juegan un papel fundamental en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, puesto que los objetos matemáticos no pueden ser encontrados de forma natural, por tanto, se hace necesario emplear las representaciones para acceder a los constructos matemáticos.

Además, según las observaciones a las diferentes actividades aplicadas en el aula de clase, los resultados que se obtienen en las evaluaciones internas y los resultados de las pruebas saber de los años 2014, 2015, 2016 y 2017, se refleja un bajo rendimiento académico de los estudiantes de tercer grado del Colegio Luis A. Calvo de Gámbita en el área de matemáticas. Resultados que se exponen en la figura 1 que se presenta a continuación, extraídos del informe por colegio del cuatrenio, en cuanto a los aprendizajes de la competencia resolución en la prueba saber 3°

Figura 1. Resultados en los aprendizajes de la competencia resolución, saber 3°

Aprendizajes	Porcentaje de respuestas incorrectas			
	2014	2015	2016	2017
Resolver y formular problemas multiplicativos rutinarios de adición repetida. (Numérico Variacional)		71.4		72.7
Resolver situaciones que requieren estimar grados de posibilidad de ocurrencia de eventos. (Aleatorio)	53.1	71.4	69.2	71.2
Resolver problemas aditivos rutinarios de composición y transformación e interpretar condiciones necesarias para su solución. (Numérico Variacional)	6.3	40.5	34.6	68.1
Resolver problemas a partir del análisis de datos recolectados. (Aleatorio)	21.9	35.7	39.7	59.0
Desarrollar procesos de medición usando patrones e instrumentos estandarizados. (Espacial Métrico)		42.9	19.2	65.4
Estimar medidas con patrones arbitrarios. (Espacial Métrico)	15.6	64.3	34.6	56.7
Usar propiedades geométricas para solucionar problemas relativos a diseño y construcción de figuras planas. (Espacial Métrico)	9.4	19.1	35.9	53.6
Resolver y formular problemas sencillos de proporcionalidad directa. (Numérico Variacional)	21.9	28.6	53.9	60.0

Fuente: Cuatrienio resultados prueba saber 3° año 2018

Son evidentes las dificultades que presentan los estudiantes del grado tercero en cuanto al aprendizaje “resolver y formular problemas multiplicativos rutinarios de adición repetitiva”, puesto que en las pruebas aplicadas en los últimos 4 años es el aprendizaje con mayor porcentaje de respuestas incorrectas.

Por lo anterior, a través de este trabajo de investigación se pretende responder a la pregunta ¿Cómo los estudiantes realizan conversión entre los diversos registros de representación semiótica al plantear y solucionar situaciones problemas con estructura multiplicativa?

3 JUSTIFICACIÓN

Las National Council of Teachers of Mathematics - NCTM propuso para la década de los ochenta la resolución de problemas como eslogan educativo de la matemática escolar: *En la enseñanza de las matemáticas escolares se debe poner como enfoque la resolución de problemas*. Por tal motivo en el presente trabajo de investigación se diseñará un instrumento para la indagación de ideas previas, con la intención de caracterizar la transición entre los diversos registros de representación semiótica del objeto matemático en la resolución de problemas como estrategia para la formación de ciudadanos matemáticamente competentes; investigación que adquiere importancia a diferentes niveles:

- A nivel institucional: esta investigación contribuirá a solucionar en parte el problema existente en la sede rural Gámbita Viejo del Colegio Luis A. Calvo de Gámbita, relacionado con el porcentaje de pérdida que presentan los estudiantes en cuanto a la materia. Además, fortalecerá el proceso que se está implementando al enseñar las matemáticas por medio de situaciones problémicas, al aportar nuevas estrategias para abordar las situaciones en clase.

- A nivel profesional: Los docentes de matemáticas y todas las personas interesadas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, podrán encontrar en esta propuesta una referencia acerca del proceso que se puede llevar en cuanto a la resolución de problemas con estructura multiplicativa haciendo hincapié en la importancia que tiene realizar la transición entre los diversos registros semióticos (lenguaje natural, numérico y figural-ícono) del objeto matemático.

Establecida la importancia de la propuesta de investigación, es importante resaltar que en su cotidianidad desde temprana edad el ser humano está expuesto a problemas que, de una u otra manera, involucran a las matemáticas, tal es el caso de las situaciones en donde se presentan problemas de carácter multiplicativo. Dentro del aula

de clase se pueden evidenciar obstáculos cuando se estudia la multiplicación, el desarrollo del algoritmo y el poder aplicarlo en resolución de problemas concretos.

Así mismo, para Duval la transformación de registros y la capacidad de pasar de un registro de representación a otro ocupa un lugar importante y determinante en el aprendizaje de las matemáticas. Lo fundamental en la enseñanza de las matemáticas es que el estudiante logre relacionar diversas formas de representar los contenidos que aprende en esta materia, y que además de esto se valga de las herramientas adecuadas para superar los obstáculos que se presenten en su formación para, de esta manera, fortalecer sus conocimientos.

Por lo anterior, el empleo de las representaciones semióticas fortalece en el estudiante el desarrollo y la construcción de objetos matemáticos, además que incentiva en los docentes la oportunidad de ser creativos al generar estrategias que permitan en los estudiantes adquirir la capacidad de realizar diversas representaciones mentales del objeto en estudio o de los contenidos tratados. Estas representaciones son de gran importancia en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas puesto que en esta área se requieren de un lenguaje propio, lo que hace necesaria la búsqueda de herramientas que faciliten la comprensión que los conceptos que allí se trabajan.

4 OBJETIVOS

4.1 OBJETIVO GENERAL

Caracterizar cómo los estudiantes realizan conversión entre los diversos registros de representación semiótica al plantear y solucionar situaciones problemas con estructura multiplicativa.

4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar los registros de representación semiótica iniciales que utilizan los estudiantes cuando resuelven problemas con estructura multiplicativa.
- Desarrollar una narrativa didáctica sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje con relación a los registros de representación semiótica que emplean los estudiantes cuando resuelven problemas con estructura multiplicativa

5 REFERENTES CONCEPTUALES

5.1 ANTECEDENTES

Reportes de investigación realizados en los últimos años sobre los procesos en la conversión de registros de representación semiótica, competencia matemática, resolución de problemas y estructura multiplicativa dan cuenta de la problemática anteriormente expuesta.

Con el proyecto “Tratamiento y conversión de representaciones semióticas presentes en la resolución de problemas sobre las progresiones aritméticas y geométricas propuestos por los libros escolares”, Cotacio Horta (2018) decidió analizar las actividades cognitivas de tratamiento y conversión “que demanda la resolución de problemas en algunos libros de textos, que han sido formulados para el proceso de enseñanza y aprendizaje de las progresiones aritméticas y geométricas”.

El autor consideró que la mera comprensión de los objetos matemáticos “no se da por la simple práctica y uso repetitivo de las operaciones algorítmicas, es un hecho su trascendencia hacia la modelación de situaciones y representación de la realidad”.

Entonces es necesario, de acuerdo con el análisis de Cotacio, ahondar sobre la idoneidad de los libros de texto usados en el aula. Los resultados de los tres instrumentos aplicados por Cotacio Horta (2018) arrojaron que en la mayoría de los problemas modelos y los problemas por resolver en los libros de texto escolares examinados, “no admiten el paso instantáneo de una representación semiótica a otra, acarreado al lector la imposibilidad de llevar a cabalidad la coordinación de registros en la resolución de situaciones problemáticas”.

Otra de las conclusiones a las que llega el autor luego del análisis y la implementación de la propuesta es que, aunque la totalidad de los libros de textos tienden a favorecer el uso y manipulación con más de dos registros de representación para la comprensión de las progresiones, “se puede decir que es escaso e insuficiente con respecto a las posibilidades que existen y admite dicho objeto matemático”.

En tal sentido, el estudio de Cotacio Horta (2018) indica que las técnicas y los procesos de instrucción y aprendizaje de las progresiones no se pueden limitar a la “memorización y apropiación de determinados tratamientos algorítmicos”, sino que

tienen que llegar hasta el afianzamiento de actividades que el autor llama cognitivas indispensables para el aprendizaje de las matemáticas (razonamiento, visualización y conversión entre registros semióticos).

Sobre las representaciones propias de cada registro semiótico, Ospina García (2012) expone que se hacen presentes en la vida del estudiante, ya que es el único medio de acceso que posee para reconocer los objetos matemáticos. En palabras de Duval (1999) la conversión de registros de representación “constituye una variable que se revela fundamental en didáctica porque facilita considerablemente el aprendizaje ya que ofrece procedimientos de interpretación”.

En la investigación de Ospina García (2012), “Las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto función lineal”, se concluyó que el contexto del escenario interviene en los registros de representación y en las transformaciones que utilizan los alumnos para solucionarlas.

“El estudiante identifica en la situación las unidades significantes y las pone en correspondencia en los otros registros, sin embargo el registro privilegiado para esta conversión es el registro gráfico, por las numerosas unidades significantes que posee y la correspondencia de estas con el registro verbal, entre ellas las magnitudes, los valores que toma cada una de las variables, las escalas, la pendiente de covariación, la continuidad de la función, además es una representación claramente reconocida para este objeto matemático”, ahonda la autora.

Con la implementación de su proyecto, Ospina García (2012) logró confirmar la teoría de Duval (2004), en la que plantea que entre más representaciones semióticas se involucren en el aprendizaje de un concepto matemático y se faciliten condiciones de congruencia, “se alcanza una mejor comprensión”. De esta manera, el aprendiz establecerá la diferencia entre la representación semiótica del concepto matemático y el objeto matemático representado.

Además, como también lo expone la autora, el estudiante logra “discriminar sus unidades significantes y ponerlas en correspondencia en otros registros, ya que el

reconocimiento de la invarianza entre estas unidades significantes es la que permite la aprehensión del concepto matemático”.

En cuanto a la competencia matemática en el aula Iñiguez (2015) propone estrategias para el desarrollo de esta en las clases de ciencias. En donde analiza qué es la competencia matemática y las habilidades que deben desarrollarse en un plan de estudios basado en competencias, a diferencia del modelo tradicional de enseñanza de las matemáticas.

Los referentes conceptuales que fundamentan el estudio se apoyaron en la definición que hace Niss (2003) sobre competencia matemática, quien la define como “la habilidad para comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos intra y extra-matemáticos”. Además, el proyecto PISA propone tres ejes alrededor de la evaluación de la competencia matemática (OCDE, 2006): los conocimientos propiamente matemáticos, los procesos, y la presentación de situaciones de contexto próximas al alumnado.

La propuesta didáctica que expone Iñiguez se concreta en favorecer el desarrollo de la competencia matemática en las clases de ciencias a través de tres tipos de acciones frecuentemente utilizadas en este ámbito curricular: las representaciones gráficas, las medidas y la realización de cálculos. Así mismo propone que el profesorado de ciencias experimentales contemple el desarrollo de la competencia científica en asociación al desarrollo de la competencia matemática, diseñando estrategias y actividades de procesos de enseñanza y procesos de aprendizaje en las que se potencien capacidades matemáticas.

Dentro de las conclusiones a las que llega el autor después de la implementación de la propuesta expone que el desarrollo de la competencia matemática es fundamental para formar ciudadanos con capacidad crítica y que les permita entender las informaciones de índole matemática en su vida cotidiana. La competencia matemática cobra sentido cuando el estudiante se enfrenta a situaciones contextualizadas cercanas donde es necesario aplicar los elementos y razonamientos matemáticos. No cabe duda de

que esta competencia tiene conexiones con todas las otras competencias básicas y puede ser desarrollada desde diferentes ámbitos curriculares, entre ellos las clases de ciencias.

Los aportes de Iñiguez al planteamiento del proyecto se focalizan en el establecimiento de competencias matemáticas que están enlazadas con la enseñanza de la multiplicación en la secundaria. Este concepto es clave, para que los estudiantes logren establecer representaciones que les permita entender procesos multiplicativos en la escuela. Así mismo, busca la reflexión en los profesores de matemáticas sobre los métodos que se pueden emplear para el fortalecimiento de las representaciones semióticas en los estudiantes.

Por su parte, Ramírez y Lorenzo (2012) realizaron el trabajo “Desarrollo de la competencia matemática en educación primaria a través de la resolución de tareas” que tuvo como objetivo mostrar el proceso seguido para movilizar la competencia matemática de un grupo de alumnos de cuarto de educación primaria a través del trabajo por tareas, tras implementar tres unidades didácticas diseñadas para seguir una metodología basada en grupos de nivel curricular en el área de matemáticas.

La metodología seguida en esta investigación se consideró empírico-analítica y el diseño de investigación que se desarrolló fue de tipo cuasiexperimental. Dentro de las posibilidades de investigación que ofrece este diseño se empleó el modelo pretest-postest. Tras la aplicación del programa de entrenamiento en competencia matemática a través de las diferentes unidades didácticas, los principales resultados obtenidos, mostraron un avance significativo en el nivel de competencia curricular en ambos grupos; sin embargo, ha sido el alumnado del grupo experimental quien ha presentado un avance superior al alumnado del grupo de control como consecuencia de su participación en las actividades planteadas diferentes a las sesiones ordinarias de aula.

Los aportes de Ramírez y Lorenzo (2012) se centralizan en la consolidación del marco metodológico, pues el establecimiento de una metodología cuasiexperimental permite el contraste entre métodos, y supone un referente cuantitativo relevante en el uso de este procedimiento en estudiantes. Es posible medir los avances de un grupo de estudiantes respecto a otro al aplicar una estrategia didáctica; no obstante, debe reflejarse

también un ejercicio de reflexión imperativo propio de la formación del profesor de matemáticas.

En cuanto a la formación de ciudadanos matemáticamente competentes, El MEN (1998), propone organizaciones curriculares en la dirección de lograr que las matemáticas sean vistas y experimentadas como una herramienta útil, accesible, necesaria e interesante para todos los estudiantes y para ello, se definen tres prioridades:

- La necesidad de una educación matemática básica de calidad para todos
- La importancia de considerar la formación matemática como un valor social
- El papel de la formación matemática en la consolidación de los valores democráticos.

De igual forma, el MEN (2006) propone que para ser matemáticamente competente un estudiante debe poder:

- Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, del mundo de las ciencias y del mundo de las matemáticas mismas.
- Dominar el lenguaje matemático y su relación con el lenguaje cotidiano; así como usar diferentes representaciones
- Razonar y usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, como medios de validar y rechazar conjeturas, y avanzar en el camino hacia la demostración.
- Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz.

Ambos referentes del MEN (1998, 2006), resaltan la importancia de las matemáticas y de la formación en matemáticas en la escuela, mediante el establecimiento de una relación entre el lenguaje matemático y el lenguaje cotidiano, lo que permite la configuración de posibles representaciones semióticas en la enseñanza de la multiplicación en los estudiantes de básica primaria, reforzando la argumentación, el testeo y la capacidad crítica de establecer y demostrar procedimentalmente lo correcto o incorrecto en una operación multiplicativa.

Además de esto, como modelo de estudio se puede tomar el trabajo de investigación realizado por las venezolanas Lozzada y Ruíz (2011), el cual parte de un diseño descriptivo de campo que se desarrolla en cuatro fases: fase diagnóstica, fase de diseño de recursos, fase de aplicación y fase de evaluación, dicho proyecto tiene como objetivo diseñar estrategias didácticas para la enseñanza-aprendizaje de la multiplicación y división en alumnos de primer año de secundaria.

En ese proyecto investigativo se tiene como punto de partida diversos referentes, dentro de los cuales cabe mencionar la perspectiva de la pedagogía crítica, en donde el docente debe encontrar y establecer las estrategias para que sus alumnos cuestionen lo que se les enseña y sean autocríticos de su proceso de formación.

Al observar el bajo rendimiento en el área de las matemáticas en la secundaria de su país (Venezuela), las autoras de la investigación consideran necesario buscar nuevos enfoques en esta área en donde el estudiante tenga las estrategias didácticas apropiadas y acordes a sus necesidades. Para ello es importante el compromiso del docente, que debe buscar rumbos de innovación y alejarse de métodos tradicionales que hoy día no aportan significativamente en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes, en este caso se delimita el objeto de estudio a mejorar las estrategias para la enseñanza de operaciones básicas matemáticas de multiplicación y división, en donde se espera llegar a la combinación ideal de estrategias didácticas en función del tipo de contenido para que se ajusten de forma individual y grupal a las características e intereses de sus estudiantes.

Este trabajo enriquece significativamente varios elementos en la presente tesis. El primero, es el uso de la pedagogía crítica (desde un punto de vista Freiriano) en el cual involucra directamente al docente de matemáticas, y lo obliga a reflexionar en torno a las representaciones semióticas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la multiplicación de los estudiantes de la básica primaria. Lo anterior se hace imperativo en cuanto a la búsqueda permanente de estrategias que permitan el desarrollo de esta competencia matemática en el aula. El segundo, es el papel activo del estudiante en el aprendizaje de la multiplicación, al ver como posibilidad el debate y la discusión sobre

cual es el mejor método para aprender a multiplicar, lo que permite que al estudiantado participar directamente en la consolidación de las representaciones semióticas.

En cuanto a sus bases teóricas, se tiene en cuenta los aportes de Vygotsky con el modelo filosófico constructivista, entendiendo que el ser humano no solo responde a un ambiente natural, sino que modifica los estímulos y usa sus modificaciones como instrumento de conducta, por ende, se debe entender el aprendizaje como un proceso dinámico en el que el alumno se apropia no solo del conocimiento, sino de nuevas formas de conocer la realidad que lo rodea.

De acuerdo con lo anterior, el contexto contribuye al fortalecimiento de las representaciones de los estudiantes respecto a lo que se refiere con matemáticas. Los elementos del contexto son frecuentemente utilizados para generar representaciones que se acoplen a la conducta y a las distintas formas de pensamiento. Este referente es sumamente importante, pues apoya la idea que las representaciones semióticas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de básica primaria parten de los conocimientos tomados por el contexto y transformados por los procesos mentales de cada uno de los estudiantes.

En esta medida la corriente socio crítica introduce la ideología de forma explícita y la autorreflexión crítica en los procesos del conocimiento. Su finalidad es unir teoría y práctica para buscar soluciones a los problemas reales; en el campo de la Educación Matemática, este enfoque se centra en el conjunto de fenómenos y procesos relacionados con las actividades humanas, sociales y culturales orientadas a hacer posible el desarrollo y la optimización de la personalización, construcción y creación de la cultura matemática considerada como experiencia colectiva organizada. Así pues, uno de los objetivos primordiales de la Educación Matemática es la preparación a la intervención activa del individuo en la sociedad.

Por otra parte, en términos de teóricos cognoscitivos como Ausubel, se establece que el aprendizaje implica una reestructuración activa de las percepciones, ideas, conceptos que el aprendiz posee, lo cual, para las investigadoras venezolanas, se configura como

una postura constructivista, en donde el estudiante de forma activa reconfigura sus saberes.

Asimismo, recuerdan que es importante analizar la preparación del docente para llevar a cabo esta transformación en las estrategias de aprendizaje, por ello se establece que Ausubel propone considerar la psicología educativa como elemento fundamental en la elaboración de los programas de estudio, ofreciendo aproximaciones prácticas al profesorado, para que esté dispuesto, capacitado y motivado para enseñar significativamente, así como tener los conocimientos y experiencias previas pertinentes tanto por ser especialista en su materia como por su calidad de enseñante.

Ahora bien, no lejos de estas concepciones, las autoras del trabajo investigativo “Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos” (Pérez y Ramírez, 2011) reafirman pertinentemente que con la resolución de problemas es que el conocimiento matemático tiene total validez, no obstante, aún se trabaja en las aulas de clase con problemas rutinarios que limitan el esfuerzo cognitivo de los estudiantes. Siendo la matemática una de las áreas fundamentales, aporta herramientas para aprender conocimientos de otras áreas y además brinda al estudiante habilidades para afrontar problemas que se puedan presentar en su realidad. Asimismo, se reconoce la importancia de los conocimientos previos, que constituyen un factor importante para aprender en la escuela la matemática formal.

Acorde a lo planteado por otros investigadores, se sostiene que la resolución de problemas es una estrategia de vital importancia y que se puede trabajar en todas las asignaturas, por ello, como sostienen las creadoras del texto anteriormente citado, se hace necesario que el maestro, independientemente de su área de trabajo, vea en esta estrategia de formación una manera de hacer que el conocimiento se haga verdaderamente significativo, enfrentando problemas que den al estudiante experiencias que les incentive a crear, innovar, descubrir soluciones prácticas y acertadas.

En el trabajo de Pérez y Ramírez (2011) se analiza los fundamentos teóricos y metodológicos de la resolución de problemas matemáticos y las estrategias para su

enseñanza, el estudio que realizaron es una investigación documental en donde se realizó un análisis cualitativo de la información para determinar qué aportes se han conseguido en investigaciones correspondientes a esta área; además se estudiaron las diferentes estrategias de enseñanza propuestas teniendo la resolución de problemas como punto de partida, hay que señalar que el esfuerzo realizado por las investigadoras ofrece una gran aporte para la formación y actualización de los maestros que pretenden trabajar la matemática desde la enseñanza de la resolución de problemas.

En suma, como un aporte para esta tesis, para estas investigadoras la resolución de problemas constituye el centro de la Matemática, y es fundamental para el proceso educativo que el docente procure estimular los procesos cognitivos de sus estudiantes, por tal motivo, desde este enfoque hay que reconocer realmente lo que representa un problema, sus características y cómo llevar a cabo estrategias de enseñanza- aprendizaje.

5.2 MARCO TEÓRICO

Ser considerado competente en la práctica matemática tiene mucho que ver con ser considerado competente en el contexto cultural y social donde se produce dicha práctica, y esto conlleva necesariamente compartir o simular determinados significados y valores legitimados en ese contexto (Pinxten, 1997). De acuerdo con el objetivo que se traza esta investigación se han identificado unos aspectos que permitirán avanzar en el análisis del estudio: Representaciones semióticas, estructuras multiplicativas y resolución de problemas.

5.3 ANÁLISIS DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA

Los signos y representaciones en matemáticas no tienen como función primordial la de comunicar o evocar algún objeto ausente, sino que el papel fundamental, y verdaderamente importante, lo constituyen las transformaciones de unas representaciones en otras, ya que permiten obtener nuevas informaciones, y propiedades, y extraer nuevos conocimientos de los objetos, ideas y conceptos representados (Duval 2006).

Duval remarca en su teoría de los Registros de Representación Semiótica, la existencia de múltiples y diversos sistemas semióticos que hacen referencia a un mismo concepto matemático, cada uno de los cuales tiene sus dificultades y limitaciones. Se entiende por representación semiótica:

“la producción constituida por el empleo de signos que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propias limitaciones de significado y de funcionamiento” (Duval, 1995: 175).

Puesto que cada representación es incompleta con respecto al concepto que representa, pues hace referencia a unas determinadas propiedades del objeto, y su contenido depende más del registro de representación que del objeto representado, se hace necesaria una interacción entre las diferentes representaciones del objeto matemático que se pretende adquirir:

Así, por ejemplo, para hacer referencia al objeto multiplicación se pueden utilizar los siguientes registros representación:

- Registro de la Lengua Natural (RLN): El registro de la lengua natural permite introducir definiciones, así como hacer descripciones o designaciones:

En una caballeriza hay 4 caballos en cada establo. Si hay 3 establos ¿Cuántos caballos hay en total?

- Registro Numérico (RN): Las representaciones de tipo numérico permite apreciar algunas de las características y elementos identificados de los objetos matemáticos a los que hace referencia, así como vincularlos y relacionarlos con representaciones gráficas y geométricas:

3 veces 4 es 12

4 + 4 + 4 = 12

*3 * 4 = 12*

- Registro Figural-Icónico (RFI): Engloba dibujos, esquemas, bosquejos, líneas, marcas, etc., que intentan representar el objeto de conocimiento sin dar cuenta de la cualidad de los elementos involucrados:

Figura 2. Representación figural icónico situación enunciada



Según Duval, poder movilizar y coordinar varios registros en el desarrollo de una misma tarea y en el aprendizaje de un concepto, o bien poder elegir un registro en lugar de otro, es esencial en la actividad matemática.

Duval llama semiosis a la actividad ligada a la producción de representaciones, la cual depende de los signos que forman parte del sistema utilizado para generarlas, y noesis a la actividad ligada a la aprehensión conceptual de los objetos representados, incluyendo las diferentes actividades y procesos cognitivos desarrollados por el sujeto.

Duval afirma que las representaciones semióticas están asociadas a sistemas semióticos, los cuales no necesariamente cumplen una función de comunicación, sino que pueden desempeñar funciones de tratamiento y de objetivación. A su vez sostiene que un sistema semiótico es un registro de representación semiótica si permite que se cumplan tres actividades cognitivas inherentes a toda representación: formación, tratamiento y conversión.

La formación de representaciones hace referencia a la selección de una marca o conjunto de marcas que permite expresar o evocar un objeto; debe cumplir con unas reglas de conformidad, por razones de comunicación y de transformación de representaciones. Estas reglas permiten identificar una representación como un elemento

de un sistema semiótico determinado; hacen referencia a la determinación y combinación de unidades elementales para obtener unidades de nivel superior bajo las condiciones del sistema.

Duval establece que dentro de los actos más elementales de formación son: la designación nominal de objetos, la reproducción de su contorno percibido, la codificación de relaciones o de algunas propiedades de un movimiento. Estos actos elementales son interesantes solo en la medida en que las representaciones así formadas están, implícita o explícitamente, articuladas en representaciones de orden superior. Esta articulación depende de las posibilidades de estructuración propia a cada sistema semiótico, por tanto, es importante que la formación de representaciones respete las reglas propias al sistema empleado.

Las reglas de conformidad son las que definen un sistema de representación y, en consecuencia, los tipos de unidades constitutivas de todas las representaciones posibles en un registro. Se refieren esencialmente a:

- La determinación de unidades elementales: símbolos o vocabulario.
- Las combinaciones admisibles de unidades elementales para formar unidades de nivel superior: reglas de formación de un sistema formal, gramática de las lenguas naturales...
- Las condiciones para que una representación de orden superior sea una producción pertinente y completa: reglas canónicas propias de un género literario o a un tipo de producción de registro.

Desde un punto de vista didáctico y epistemológico, igualmente se puede decir que las reglas intervienen más en el control de la aceptabilidad de una representación producida, respecto al registro en que está formada, que en su formación.

La formación de las representaciones semióticas es en efecto, más compleja que la aplicación de las reglas de conformidad.

La transformación de la representación dentro del mismo registro donde se ha formado constituye lo que se denomina tratamiento de una representación. La función que cumple dentro del sistema semiótico está asociada a la ganancia de información, por ejemplo, se realiza un tratamiento cuando se tiene una ecuación y se hace una simplificación de esta.

Duval define a un tratamiento como un cambio de la representación al interior del registro de representación o de un sistema. Se puede decir que el tratamiento de una representación semiótica corresponde a su expansión informacional. Las reglas de expansión de una representación son, reglas cuya aplicación produce una representación en el mismo registro que la representación de partida. Estas reglas son totalmente distintas de las reglas de conformidad.

La conversión es una transformación de una representación dada en un registro, en otra representación en un registro diferente, que conserva parte del significado de la representación inicial, pero al mismo tiempo da otras significaciones al objeto representado. Esta condición hace que la conversión sea una transformación externa al registro de partida. Se hace una conversión, por ejemplo, cuando al tener una ecuación construimos una gráfica a partir de ella.

La conversión es la transformación de la representación de un objeto, de una situación o de una información dada en un registro, en una representación de este mismo objeto, esta misma situación o de la misma información en otro registro. La conversión es pues una transformación externa relativa al registro de representación de partida. Sin embargo, la conversión requiere que se perciba la diferencia entre el sentido y la referencia de los símbolos o de los signos, o entre el contenido de una representación y lo que ésta representa.

Sin la percepción de esta diferencia, la actividad de conversión resulta imposible o incomprensible. Se recurre a la actividad cognitiva de conversión de las

representaciones como si fuera una actividad natural o adquirida desde los primeros años de las enseñanzas por todos los alumnos; sin embargo, la mayoría de las veces la actividad de conversión es menos inmediata y menos simple de lo que se tiene tendencia a creer. Para darse cuenta de esto es necesario analizar cómo pueden efectuarse la puesta en correspondencia, sobre la cual reposa toda la conversión de representación. La puesta en correspondencia de dos representaciones pertenecientes a registros diferentes puede establecerse localmente a través de una correspondencia asociativa entre las unidades significantes elementales constitutivas de cada uno de los registros.

Toda actividad y proceso matemático lleva consigo la capacidad y necesidad de cambiar de registro para poder obtener la comprensión. Es por ello que los objetos matemáticos no deben ser confundidos nunca con su representación.

Esto da lugar a lo que Duval denomina la paradoja de la comprensión en matemáticas, y que es donde la mayoría de los alumnos encuentran problemas. Cuando un estudiante entra en contacto con un objeto matemático, en realidad lo está haciendo con una de sus representaciones semióticas en particular, ya que no puede tener acceso directo a él, y solamente a través de tales representaciones es aprehensible un objeto matemático. Los objetos matemáticos no deben ser confundidos nunca con su representación, pero no podemos prescindir de tales representaciones pues es la única manera de acceder a los conceptos matemáticos. Para que no se produzca confusión entre el objeto y la representación se hace necesario trabajar con más de un registro semiótico.

Por este motivo, para Duval la transformación de registros y la capacidad de pasar de un registro de representación a otro ocupa un lugar importante y determinante en el aprendizaje de las matemáticas. Lo fundamental en la enseñanza de las matemáticas es que el estudiante logre relacionar diversas formas de representar los contenidos que aprende en esta materia, y que además de esto se valga de las

herramientas adecuadas para superar los obstáculos que se presenten en su formación para, de esta manera, fortalecer sus conocimientos.

Por su parte, D'Amore (2006) propone que las representaciones semióticas surgen a partir de la dificultad de que la idea de "concepto" participen muchos factores y tantas causas; para decirlo brevemente, y por tanto en modo incompleto, no parece correcto afirmar por ejemplo que el "concepto de recta" es aquel que se halla en la mente de los científicos que a este tema han dedicado su vida de estudio y reflexión; en cambio parece más correcto afirmar que existe una fuerte componente por así decirlo "antropológica" que pone en evidencia la importancia de las relaciones entre $RI(X,O)$ (relación institucional con tal objeto del saber) y $R(X,O)$ (relación personal con tal objeto del saber).

D'Amore (2006) establece que el uso de distintas representaciones y su progresiva articulación enriquecen el significado, el conocimiento, la comprensión del objeto, pero también su complejidad. El objeto matemático se presenta, en cierto sentido, como único, pero en otro sentido, como múltiple. Entonces, ¿cuál es la naturaleza del objeto matemático? No parece que haya otra respuesta que no sea la estructural, formal, gramatical (en sentido epistemológico), y al mismo tiempo la estructural, mental, global (en sentido psicológico) que los sujetos construimos en nuestros cerebros a medida que se enriquecen nuestras experiencias.

Para Tamayo (2006), las representaciones semióticas constituyen desde la perspectiva de las ciencias cognitivas, las representaciones son consideradas como cualquier noción, signo o conjunto de símbolos que significan algo del mundo exterior o de nuestro mundo interior. En consecuencia, para Tamayo las representaciones semióticas:

"hacen referencia a todas aquellas construcciones de sistemas de expresión y representación que pueden incluir diferentes sistemas de escritura, como números, notaciones simbólicas, representaciones tridimensionales, gráficas, redes, diagramas, esquemas, etc. Cumplen funciones de comunicación, expresión, objetivación y tratamiento" (Tamayo, 2006: 45).

De acuerdo con Tamayo (2006) hoy en día se considera que no es posible estudiar los fenómenos relacionados con el conocimiento sin recurrir a la noción de representación. Se admite, además, que la pluralidad de sistemas semióticos permite diversificar las representaciones de un mismo objeto, y, de esta forma, amplía las capacidades cognitivas de los sujetos y, por tanto, sus representaciones mentales. Otro aspecto importante hace referencia al cambio de las formas de representación, como consecuencia de la selección de procesos cognitivos más económicos en el tratamiento de las representaciones.

La creciente atención que en los últimos años ha captado la producción e interpretación de representaciones externas ha llegado al ámbito de la educación en ciencias. En la actualidad, se reconoce la importancia, para el logro de aprendizajes en profundidad, de la construcción de múltiples representaciones externas de los conceptos estudiados. Esto ha permitido, en el ámbito de la enseñanza de las ciencias, tomar cierta distancia de los procesos más convencionales, en cuanto al uso e interpretación de textos y gráficas, y pasar a darle preponderancia a los procesos de producción y transformación de las representaciones. En otras palabras, en la actualidad cobran mayor atención todos aquellos procesos encaminados a comprender en detalle los mecanismos que facilitan u obstaculizan la construcción de sistemas externos de representación, y la manera como estudiantes y profesores interactúan con ellos en los procesos de aprendizaje y de enseñanza (Tamayo, 2006).

A través de los recursos materiales y conceptuales del medio sociocultural, el sujeto puede efectuar las generalizaciones y las síntesis sobre las cuales reposa la formación de conceptos. El conocimiento, entonces, no es la consecuencia de las acciones adaptativas de un estudiante en el momento de resolver un problema, pues éstas son situadas dentro de las condiciones particulares de cada cultura y de cada forma de comprender el mundo.

El trabajo con distintos registros semióticos y diferentes representaciones es indispensable para el aprendizaje de la matemática, pero no es una tarea natural para los alumnos. Es aquí donde presentan las mayores dificultades. Habitualmente los libros de textos, en general, nos ofrecen, para el tratamiento de temas matemáticos, un predominio

del escenario algebraico con algunos indicios de enfoques numérico y geométrico. Esto trae como consecuencia que se tenga una visión parcial del tema considerado pues para comprenderlo totalmente se necesita establecer articulaciones entre los diferentes registros.

5.3.1 Estructuras Multiplicativas

Para Gerard Vergnaud, las estructuras multiplicativas, se conciben como: El conjunto de situaciones que requieren una multiplicación, una división o una combinación de tales operaciones. La primera ventaja de esta aproximación mediante las situaciones es la de permitir generar una clasificación que reposa sobre el análisis de las tareas cognitivas y en los procedimientos que pueden ser puestos en juego en cada una de ellas. (Vergnaud, 2012, p.7).

El MEN (1998) en los lineamientos curriculares, afirma que “el trabajo con las operaciones en la escuela se ha limitado a que los niños adquieran destrezas en las rutinas de cálculo con lápiz y papel, antes de saber aplicarlas en situaciones y problemas prácticos” (MEN, 1998, p.34), por lo que debe haber nuevos acercamientos, concepciones y aplicaciones de otros significados de la multiplicación, más allá de la reproducción de sumandos.

El análisis que hace Vergnaud de los problemas que conllevan operaciones propias de la estructura multiplicativa (multiplicación y división), muestra que los problemas simples se sitúan casi siempre en el marco de dos grandes Estructuras: producto de medidas y categoría de isomorfismo de medidas.

El "isomorfismo de medidas" es una estructura que engloba aquellos problemas de proporcionalidad simple directa (proporción simple de dos variables) entre dos magnitudes y pone en juego cuatro cantidades, tres de ellas son los datos del problema y la cuarta es la incógnita. Se identifican tres subtipos de problemas: multiplicación,

división-medida (búsqueda de la cantidad de unidades) y división-partitiva (búsqueda del valor unitario), según cuál sea la incógnita.

Por otra parte, el "producto de medidas" es una estructura que engloba tres magnitudes, una de las cuales es el producto cartesiano de la otras dos $M1 \times M2 = M3$. Dentro de esta estructura se pueden distinguir dos subtipos de problemas: multiplicación, que consiste en encontrar la medida del producto, conociendo las medidas que se componen y división, donde hay que encontrar una de las cantidades elementales que se componen, conociendo la otra y la cantidad compuesta.

Los problemas con "un espacio de medida" contienen expresiones del tipo "tantas veces más" o "tantas veces menos". Con relación al análisis de las estructuras multiplicativas hay una diferencia con las de carácter aditivo, lo que implica que, tanto los problemas de multiplicación como los de división requieren de la proporción simple de dos variables relacionadas entre sí. Finalmente, para lograr una mejor comprensión de la multiplicación se hace necesario que las situaciones planteadas por el profesor permitan al estudiante descubrir nuevas formas de proceder e incorporar nuevos esquemas; además, tales secuencias permitan visualizar aquellos procedimientos erróneos para llevar a cabo diferentes situaciones pertenecientes a la misma estructura, en este caso la multiplicativa.

5.3.2 Resolución De Problemas

En el proceso de resolución de problemas Polya (1945) identifica etapas fundamentales en las que el uso de los métodos heurísticos desempeña un papel importante. Estas etapas son:

Entendimiento del problema. En esta etapa se ubican las estrategias que ayudan a representar y entender las condiciones del problema. Por ejemplo, ¿cuál es la información dada por el problema (datos)?, ¿Cuál es la incógnita?, y ¿Cuáles son las condiciones que relacionan los datos en el problema?, son algunas preguntas que merecen atención en la fase del entendimiento del problema.

Otra de las heurísticas importantes es dibujar una gráfica o diagrama, e introducir una notación adecuada.

Diseño de un plan. En esta etapa se recomienda pensar en problemas conocidos que tengan una estructura análoga a la del problema que se quiere resolver y así establecer un plan de resolución. Responde a preguntas como ¿Se ha encontrado con un problema semejante?, ¿Conoce un problema relacionado con este?, ¿Podría enunciar el problema de otra forma?, ¿Ha empleado todos los datos? En la psicología, la habilidad de establecer relaciones se identifica como un indicador de la inteligencia. Es importante que, como métodos de solución, el individuo diferencie propiedades estructurales profundas de características superficiales, como la existencia de palabras comunes de los posibles métodos de solución.

Santos, (1995) propone algunas estrategias que pueden ayudar a construir un plan de solución, estas son:

- a) Pensar en un problema conocido que involucre la misma clase de incógnita, pero que sea más simple. Por ejemplo, un problema de tres dimensiones puede pensarse en el plano o en la recta. Esto además puede ayudar a visualizar el problema gráficamente.
- b) Simplificar el problema por medio de una transformación a casos especiales. Esto es muy usual, por ejemplo, en la búsqueda de patrones que incluyan números naturales. O también al resolver desigualdades de números con varias variables, a veces ayuda reducir el número de parámetros.

Ejecución del plan. Aquí se consideran aspectos que ayudan a monitorear el proceso de solución. Una idea fundamental es tratar de resolver del problema en una forma diferente y analizar o evaluar la solución obtenida. De hecho, esta etapa tiene conexión con lo que Polya (1945) denomina una visión retrospectiva del proceso de solución. También es importante establecer conexiones y extensiones del problema original en otros contextos.

Examinar la solución obtenida.

También denominada la etapa de la visión retrospectiva, en esta fase del proceso es muy importante detenerse a observar qué fue lo que se hizo; se necesita

verificar el resultado y el razonamiento seguido De preguntarse: ¿Puede verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento? ¿Puede obtener el resultado en forma diferente? ¿Puede verlo de golpe? ¿Puede emplear el resultado o el método en algún otro problema?

Estas cuestiones dan una retroalimentación muy interesante para resolver otros problemas futuros: Polya plantea que cuando se resuelve un problema se están creando habilidades posteriores para resolver cualquier tipo de problema. En otras palabras, cuando se hace la visión retrospectiva del problema que se resuelve, se puede utilizar tanto la solución que se encuentra como el método de solución; este último podrá convertirse en una nueva herramienta a la hora de enfrentar otro problema cualquiera.

De hecho, es muy válido verificar si se puede obtener el resultado de otra manera; si bien es cierto que no hay una única forma o estrategia de resolver un problema pueden haber otras alternativas. Precisamente, esta visión retrospectiva tiene por objetivo que veamos esta amplia gama de posibles caminos para resolver algún tipo de problema.

En síntesis, Schoenfeld (1985) establece la importancia de la resolución de problemas en matemáticas:

El saber hacer, en matemáticas, tiene mucho que ver con la habilidad de resolver problemas, de encontrar pruebas, de criticar argumentos, de usar el lenguaje matemático con cierta fluidez, de reconocer conceptos matemáticos en situaciones concretas, de saber aguantar una determinada dosis de ansiedad, ...pero también de estar dispuesto a disfrutar con el camino emprendido. Lo importante no es obtener la solución, sino el camino que lleva hacia ella. La habilidad para resolver problemas es una de las habilidades básicas que los estudiantes deben tener a lo largo de sus vidas, y deben usarla frecuentemente cuando dejen la escuela. Es una habilidad que se puede enseñar (Schoenfeld, 1985).

Schoenfeld dice que hay que tener en consideración distintos sectores: las creencias de los profesores, los estudiantes, y las creencias sociales con respecto a lo que es la Matemática (que incluso determinan el currículo, la forma de los libros de texto, etc.). Las creencias del profesor y el estudiante determinan lo que sucede en la clase, pero todo eso está inmerso en un marco general determinado por las creencias sociales sobre la Matemática.

Para Tamayo (2012) la resolución de problemas está configurada por niveles. En un primer nivel establece la redescrición de una experiencia, empleando datos de las instrucciones para justificar sus respuestas. En un segundo nivel, se busca la redescrición de la experiencia, utilizando las opiniones y sentimientos mediante analogías. En el tercer nivel, se identifican una o dos variables, reconociendo las variables sin realizar algún tipo de relación entre ellas. En el cuarto nivel, se resuelve el problema haciendo una relación de las variables y justificando dichas relaciones.

6 ASPECTOS METODOLÓGICOS

El estudio que se desarrollará es de tipo cualitativo con un enfoque de estudio de caso descriptivo, debido a la población que se atiende en esta comunidad estucativa. Los datos que emerjan del proceso se analizarán en dos categorías que puedan dar cuenta del desarrollo del avance de los estudiantes en el planteamiento y resolución de problemas con estructura multiplicativa y la conversión entre los diversos registros y representación semiótica.

Según Denzin y Lincoln (1994) el objetivo de la investigación cualitativa es la comprensión, centrandó la indagación en los hechos. Desde la investigación cualitativa se pretende la comprensión de las complejas interrelaciones que se dan en la realidad. Por su parte, Yin (1994) señala que el estudio de casos es una investigación empírica que estudia un fenómeno contemporáneo dentro de su contexto de la vida real, especialmente cuando los límites entre el fenómeno y su contexto no son claramente evidentes.

Para LeCompet (1995) la investigación cualitativa podría entenderse como “una categoría de diseños de investigación que extraen descripciones a partir de observaciones que adoptan la forma de entrevistas, narraciones, notas de campo, grabaciones, transcripciones de audio y vídeo cassettes, registros escritos de todo tipo, fotografías o películas y artefactos”.

Con una investigación de estudio de caso se pueden lograr diferentes objetivos: hacer una descripción, ofrecer explicaciones o interpretaciones sobre el fenómeno investigado, explorar sus características y funcionamiento o hacer una evaluación (Merriam, 1988; Yin 1994). La formulación de las soluciones provisionales y su papel cambiará en función de estos objetivos. Muchas preguntas de tipo “¿qué?” son exploratorias o descriptivas y se contestan realizando encuestas o consultando bases de datos, ya que lo que se pretende es describir la incidencia o la prevalencia de un fenómeno, o bien hacer predicciones acerca de ciertos resultados. Las preguntas “¿cómo?” y “¿por qué?” son más explicativas y son especialmente relevantes porque sus respuestas son las teorías, ya que tratan vínculos operativos cuya evolución debe

seguirse a lo largo del tiempo, y no simplemente frecuencias o incidencias (Yin, 1994; Yacuzzi, 2005).

6.1 POBLACIÓN

La actividad realizada se desarrolló con estudiantes de la escuela rural Gámbita Viejo sede del Colegio Luis A. Calvo del municipio de Gambita (Santander). Dicha escuela cuenta con la metodología de escuela nueva, por tal motivo únicamente se tiene un grupo multigrado. En los que encontramos 3 estudiantes en el grado cero, 4 en primero, 1 en segundo, 2 estudiantes en tercero y 1 en grado cuarto. En general, es un grupo que requiere de acompañamiento continuo tanto en casa como en clases pues le cuesta centrar su atención en una sola actividad, lo que afecta el desempeño académico en las asignaturas básicas. Es de resaltar que son estudiantes muy serviciales, perseverantes, con buena actitud ante las adversidades que se les presenta y que a nivel de convivencia se ha logrado establecer pautas que han permitido reestructurar e implementar hábitos de estudio. El instrumento diseñado para indagar ideas previas fue aplicado a las dos estudiantes del grado tercero a quienes llamaremos con seudónimos por Danna y Luciana

6.1.1 Casos De Estudio

Danna, 10 años, es una niña muy organizada y colaboradora, disciplinada e inteligente, se le facilita mucho escuchar y comprender las instrucciones que se le dan en el desarrollo de las actividades, maneja mucho asertividad, es bastante curiosa y le gusta indagar siempre un poco más sobre lo que está aprendiendo. Una de las dificultades que presenta en cuanto a su estudio es que cuenta con muy poco apoyo familiar, por lo cual, falta constantemente con actividades de casa, no tiene un apoyo correcto y constante para el desarrollo de actividades extraclases y trabajos, se esfuerza y lo intenta sola pero el resultado no es el mismo ya que ella también evidencia la ausencia del apoyo familiar en el proceso.

Luciana, 10 años también, es muy colaboradora pero algo voluntariosa en el desarrollo de actividades escolares, se frustra con facilidad y depende casi en la totalidad de la ayuda que le brinda la docente y su otra compañera. En cuanto al apoyo familiar, es

evidente, en casa la colaboración es constante. La estudiante tiene problemas visuales, por lo cual se mantiene con lentes todo el tiempo, se esfuerza mucho al leer o mirar al tablero, lo que se evidencia en sus escritos, debido que cambia el orden a las letras o palabras, le cuesta un poco más comprender y ejecutar las instrucciones.

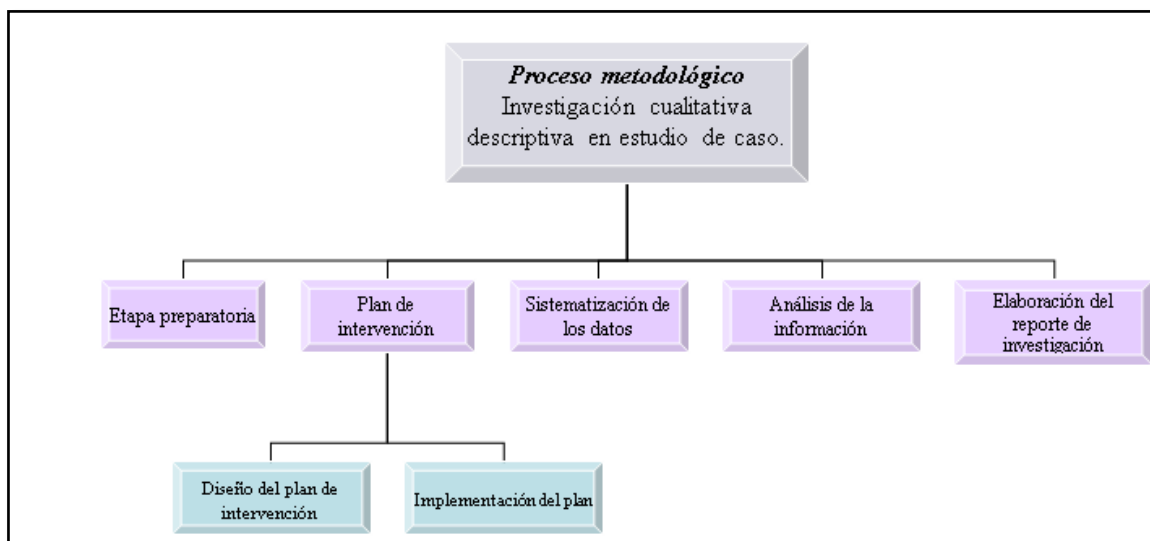
6.2 ASPECTOS LOGÍSTICOS

Se presentó la propuesta a los estudiantes y padres de familia del grado tercero en las instalaciones del colegio, y se le presentó al rector de la institución el proyecto como parte del proyecto escolar en el área de matemática, solicitando por escrito su autorización para desarrollarlo.

6.3 ETAPAS DEL PROCESO DE INVESTIGACIÓN

La investigación se desarrolló por medio de 5 etapas que describen en los siguientes apartados y se sintetizan en el esquema que aparece en la figura 3.

Figura 3. Etapas del proceso metodológico de la investigación.



Fuente: Autor proyecto

6.3.1 Etapa Preparatoria

El cual comprende el planteamiento del problema, la consulta de antecedentes de investigación, la construcción de un marco teórico de referencia y la preparación metodológica para la aplicación y análisis de un instrumento para la indagación de ideas

previas alrededor de la resolución de problemas con estructura multiplicativa y la conversión entre los diversos registros de representación semiótica, con estudiantes de tercer grado en la Escuela rural Gambita Viejo, sede del Colegio Luis A. Calvo de Gámbita.

6.3.2 Diseño Del Plan De Intervención Y De Las Actividades Que Comprende La Experiencia

El cual constó de una prueba diagnóstica inicial, implementación de actividades alrededor de las categorías propuestas y una prueba diagnóstica final.

6.3.3 Desarrollo De Un Plan De Intervención

Tanto las pruebas diagnósticas como las actividades diseñadas estaban previstas para ser aplicadas a las dos estudiantes del grado tercero de la escuela, debido a la premura del tiempo, únicamente se llevó a cabo la aplicación del instrumento de ideas previas (prueba diagnóstica inicial).

6.3.4 Sistematización De Datos

El instrumento de recolección de datos que se utilizó para esta investigación, fue la guía de la prueba diagnóstica aplicada a los casos de estudio. Por otra parte, la organización de los datos se llevó a cabo a través de la revisión de las respuestas adquiridas de los estudiantes que participan de la experiencia.

6.3.5 Análisis De La Información

Se retomaron las respuestas proporcionadas por las estudiantes en el instrumento de ideas previas, como evidencia del proceso en la conversión entre los diversos registros de representación semiótica en la resolución de problemas con estructura multiplicativa. De la calidad de los datos se identificó las fortalezas, los obstáculos y las oportunidades de mejora en los casos de estudio, con los cuales se puede dar resultados del proceso de investigación

6.3.6 Elaboración Del Reporte De Investigación

Se hizo una evaluación de las fortalezas, obstáculos y oportunidades de mejora en las estudiantes que participaron de la experiencia. Con el fin de realizar una narrativa didáctica sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje con relación a los registros de

representación semiótica que emplean los estudiantes cuando resuelven problemas con estructura multiplicativa



6.3.7 Descripción del plan de intervención.

En este capítulo se presenta una descripción de la prueba diagnóstica inicial que se aplicó como parte del plan de intervención de dicha investigación, de este instrumento se describe tanto su diseño (se detallan cada uno de los incisos que conforman el instrumento, el objetivo y lo que se esperaba que el estudiante realizara teniendo en cuenta la solución correcta y las posibles respuestas que se podían obtener) y la manera como se implementó. La prueba se aplicó en las instalaciones de la escuela rural de Gambita Viejo, en el horario de la clase matemáticas.

6.4 INSTRUMENTO PARA INDAGAR IDEAS PREVIAS

Como actividad diagnóstica inicial se elaboró una prueba de 5 ítems (ver figuras 3, 4 y 5), en los que cada uno de estos evaluó aspectos alrededor de la resolución de problemas y la conversión entre los diferentes registros de representación semiótica (lenguaje natural, lenguaje figural-icónico) y lenguaje numérico). Para el diseño de las actividades, preguntas y ejercicios se tomaron como referencia los planteados en la cartilla para tercero “proyecto sé” del programa todos a aprender. **El objetivo de la prueba fue indagar las ideas previas y obstáculos que presentan los estudiantes al solucionar problemas con estructura multiplicativa.**

Figura 4. Hoja 1 de la prueba diagnóstica inicial

	NOMBRE:	GRADO: Tercero
	PROFESOR: Sonia Rocío Suárez Cáliz	FECHA:
	ÁREA: Matemáticas	
Objetivo. Indagar las ideas previas y obstáculos que presentan los estudiantes al solucionar problemas con estructura multiplicativa.		

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. Un barco de piratas se aproxima a un puerto para buscar provisiones. Hay 42 piratas a bordo del barco. El capitán decide que los piratas no pueden desembarcar todos al mismo tiempo. Y propone que cada día solo 6 piratas pueden desembarcar. El capitán desea planificar su estadía en el puerto. ¿cuántos días son necesarios para que todos los piratas desembarquen?

- Haz un dibujo que represente la situación y te ayude a encontrar la respuesta.

Respuesta: _____ días serán necesarios para el desembarco de los piratas.

2. Lee con atención la siguiente situación. Luego, identifica la pregunta, los datos, las palabras claves (son aquellas que indican que operación debes realizar) y subraya según la indicación.

Rojo: pregunta
 Verde: datos
 Azul: palabras claves

Mamá monstruo decidió hacer tortas pequeñas en su casa. Sus dos hijos le ayudaron a decorar las dos tortas. Los dos hijos trabajaron durante dos horas. Cada hijo decoró 6 tortas en la primera hora, luego en la segunda hora cada hijo decoró 8 tortas. ¿Cuántas tortas decoraron en total durante las dos horas?

- Marca con una x la operación que se debe realizar para resolver el problema.
 _____ Multiplicación _____ División

Fuente: Autor del proyecto

Figura 5. Hoja 2 de la prueba diagnóstica inicial

3. Observa las siguientes tarjetas. Luego, ordenalas según consideres sean los pasos a seguir para resolver una situación problémica.


Verificar el resultado y dar respuesta.	Definir la operación a realizar	Identificar la pregunta	Resolver la operación	Extraer datos del enunciado
---	---------------------------------	-------------------------	-----------------------	-----------------------------

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____

- Lee la siguiente situación. Luego, aplica las tarjetas siguiendo el orden que consideraste y resuelve el problema.

Willian tiene 18 libros. Él quiere entregar la misma cantidad de libros a cada una de sus 3 hermanas. ¿Cuántos libros escribirá cada una?

4. Observa la siguiente imagen. Luego, inventa una situación problémica que se resuelva con división.



Enunciado:

Fuente: Autor del proyecto

Figura 6. Hoja3 de la prueba diagnóstica inicial

5. Imagina que tu compañera del grado tercero no pudo asistir al colegio hoy y te la encuentras camino a casa. Al saludarla le cuentas que en clase de matemáticas resolvieron la siguiente situación.

La profesora Mónica hizo quiz de ciencias naturales. Ella hizo varias preguntas acerca del reino animal. Cada respuesta representa 4 colombinas. Marta es muy inteligente. Ella respondió perfectamente las 9 preguntas de la profesora Mónica. Sus 5 amigas no obtuvieron ninguna respuesta correcta. Entonces Marta, muy generosa, decidió compartir equitativamente sus colombinas entre ella y sus 5 amigas. ¿Cuántas colombinas recibió cada una?

- **Con tus palabras cuéntale a tu compañera en que consiste la situación trabajada en clase.**

- **Haz un dibujo que ayude a tu amiguita a comprender la situación.**

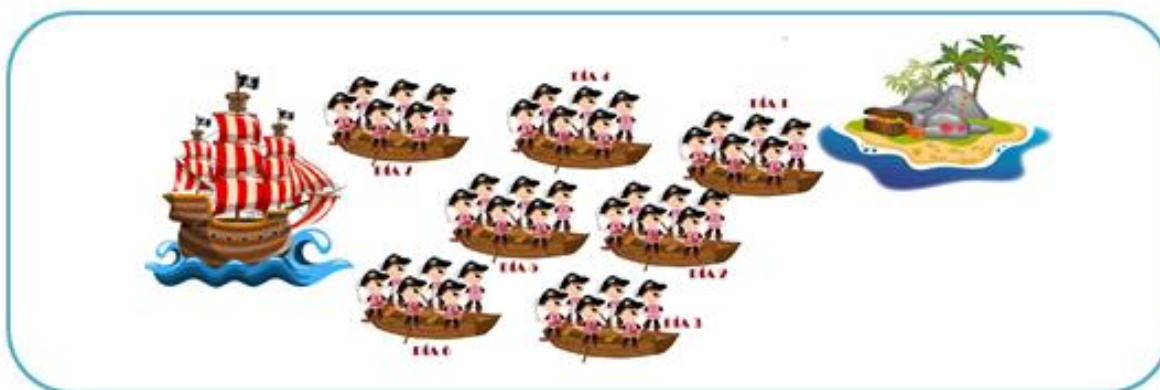
- **Ahora, muéstrale como lo resolviste y la respuesta a la que llegaste.**

Fuente: Autor del proyecto

En la primera situación (ver figura 3) se evaluaba la habilidad de realizar una transformación de registro al realizar una conversión del registro de la lengua natural a un registro figural-icónico. El estudiante debe comprender bien la situación problemática para poder realizar un esquema o dibujo que le permitiera encontrar la respuesta.

En este ítem se esperaba que los estudiantes realicen representaciones (dibujos) o esquemas como los siguientes

Figura 7. Representación semiótica 1 del registro semiótico lenguaje pictórico para el ítem 1



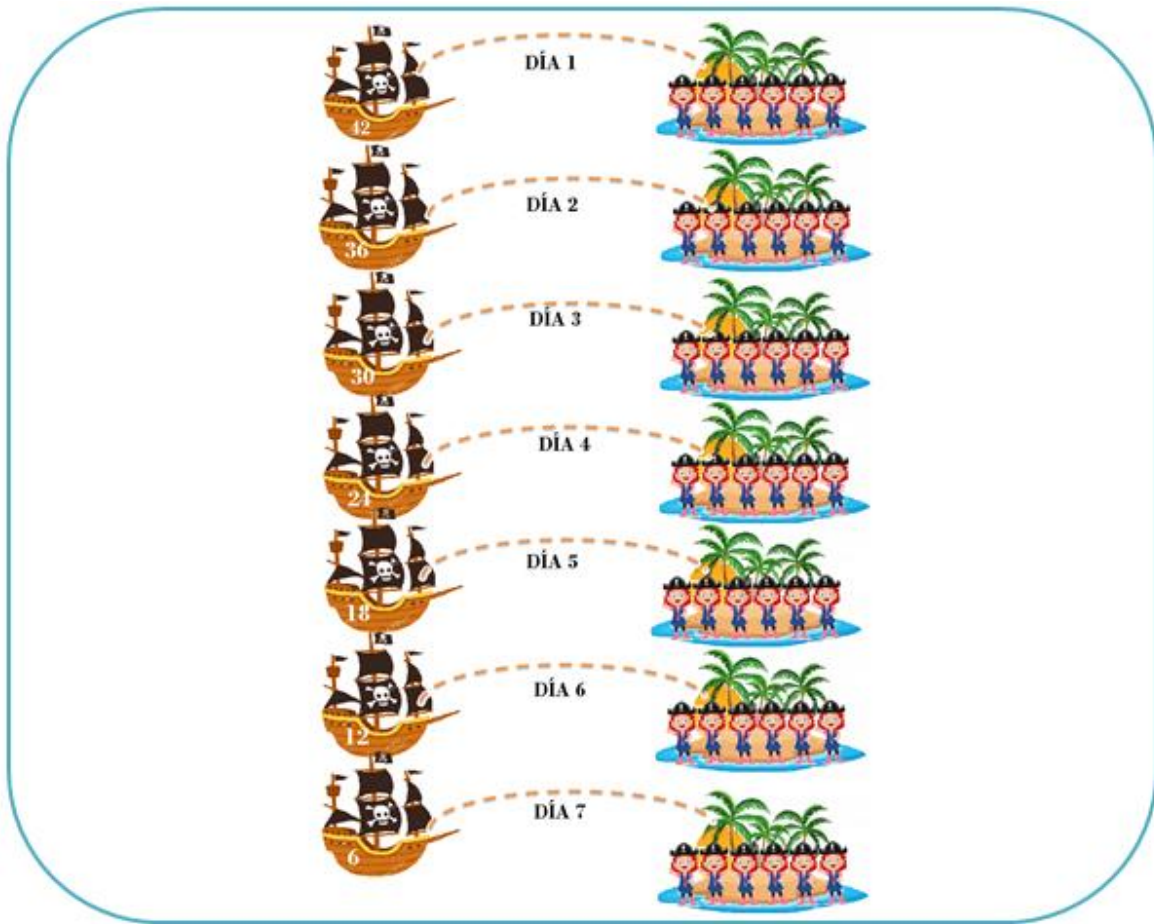
Fuente: Autor del proyecto

Figura 8. Representación semiótica 2 del registro semiótico lenguaje pictórico para el ítem 1



Fuente: Autor del proyecto

Figura 9. Representación semiótica 3 del registro semiótico lenguaje pictórico para el ítem 1



Fuente: Autor del proyecto

En el segundo ítem (ver figura 4) se evaluaba la capacidad de interpretar e identificar los elementos de la situación problémica. Allí está presente una de las etapas que propone Polya en el uso de métodos heurísticos para comprender el problema. El estudiante debe identificar los elementos indicados para poder entender el problema y establecer qué operación le permite dar solución a la incógnita que se presenta.

En esta situación se esperaba que los estudiantes subrayen en el texto de la siguiente manera. Es importante que sepan identificar cuál es la pregunta, los datos que sirven para dar solución a la pregunta y las palabras claves que permiten establecer la operación a realizar, en este caso al ser una

multiplicación las palabras claves que pueden estar presente son: repetir la misma cantidad, el doble, el triple, veces, cada.

Mamá monstruo decidió hacer tortas pequeñas en su casa. Sus dos hijos le ayudaron a decorar las tortas. Los dos hijos trabajaron durante dos horas. Cada hijo decoró 6 tortas en la primera hora, luego en la segunda hora cada hijo decoró 8 tortas. ¿Cuántas tortas decoraron en total durante las dos horas?

Marca con una x la operación que se debe realizar para resolver el problema.

 X Multiplicación


 División

En el tercer enunciado (ver figura 4) se evaluaba la habilidad para interpretar, analizar y ejecutar un plan en las diferentes etapas que emergen de las propuestas por Polya en la resolución de problemas. El estudiante debe organizar un paso a paso a consideración propia y ponerlo en practica para dar solución a una situación. Además, se evidencia en esta estructuración la transformación de registros al realizar la conversión entre los registros del lenguaje natural, figural-icónico y el registro numérico.

En este ítem se espera que los estudiantes organicen las tarjetas en el orden que se estable a continuación y a su vez sean llevado a cabo dicho paso a paso para resolver el problema de la siguiente manera.

1. Identificar la pregunta
2. Extraer datos del enunciado
3. Definir la operación a realizar
4. Resolver la operación
5. Verificar el resultado y dar respuesta.

Figura 10 Posible respuesta al ítem 3 de la prueba diagnóstica inicial

<p>Pregunta:</p> <p>¿Cuántos libros recibirá cada una?</p>	<p>Datos: 18 libros 3 hermanas</p> 
<p>Operación</p> <p>Para dar respuesta a la pregunta se debe realizar una división, puesto que en el problema se habla de entregar la misma cantidad, es decir, repartir en partes iguales.</p> $\begin{array}{r l} 18 & 3 \\ \hline 0 & 6 \end{array}$	<p>Respuesta:</p> <p>Cada hermana de Luis recibirá 6 libros.</p>

En la cuarta situación (ver figura 4) se evaluaba la habilidad para efectuar una transformación de registro al realizar una conversión del registro figural-icónico a un registro del lenguaje natural. El estudiante debe comprender bien la representación gráfica que se le presenta para poder proponer una situación problémica que se resuelva con división.

En este ítem se esperaba que los estudiantes propongan enunciados problémicos relativos a la imagen como los siguientes.

- Un payasito está vendiendo globos; en el parque hay 5 niños y quieren comprar de igual cantidad para cada uno. Si el payasito tiene 15 globos, ¿De a cuántos globos le corresponde a cada niño? (Representación semiótica 1 del registro semiótico: lenguaje natural)
- En una fiesta el payasito está repartiendo globos a los invitados. Se da cuenta que tiene 15 globos y hay 5 niños. Si desea entregarle la misma cantidad de globos a cada niño. ¿Cuántos globos recibe cada niño? (Representación semiótica 2 del registro semiótico: lenguaje natural)

En el último enunciado (ver figura 5) que se presenta en este instrumento de ideas previas, se evalúa la capacidad del estudiante para dar solución a una situación problemática pasando por algunos registros de representación semiótica, como lo son el registro de lenguaje natural, el icónico-figural y el simbólico. Iniciando desde un parafraseo como estrategia de comprensión, seguido de una representación por medio de un esquema o dibujo y finalmente al expresar la solución a través del lenguaje simbólico.

En este ítem se esperaba que los estudiantes propongán un texto en el que parafraseen la situación problemática, luego realicen un dibujo o esquema como los que se presentan a continuación.

- Mira Danna, en clase de ciencias naturales la profe Mónica nos hizo un Quiz, Marta respondió las 9 preguntas correctamente y sus amigas ninguna. Por cada pregunta bien, Marta recibió 4 colombinas. Como sus amigas no recibieron premio, Martha las quiere repartir entre ella y sus 5 compañeras. ¿De a cuantas colombinas le corresponde a cada una? (Representación semiótica 1 del registro semiótico: lenguaje natural)

- Mira Luciana que la profe Mónica le dio a sus estudiantes 4 colombinas por cada respuesta correcta que contestaran en el quiz de ciencias, Martha respondió 9 preguntas bien y sus amigas ninguna. Para compartir Martha decidió repartir en partes iguales sus colombinas entre ella y sus 5 amigas. ¿Cuántas colombinas recibió cada una? (Representación semiótica 2 del registro semiótico: lenguaje natural)

Figura 11 Representación semiótica para el registro semiótico lenguaje pictórico para el ítem 5

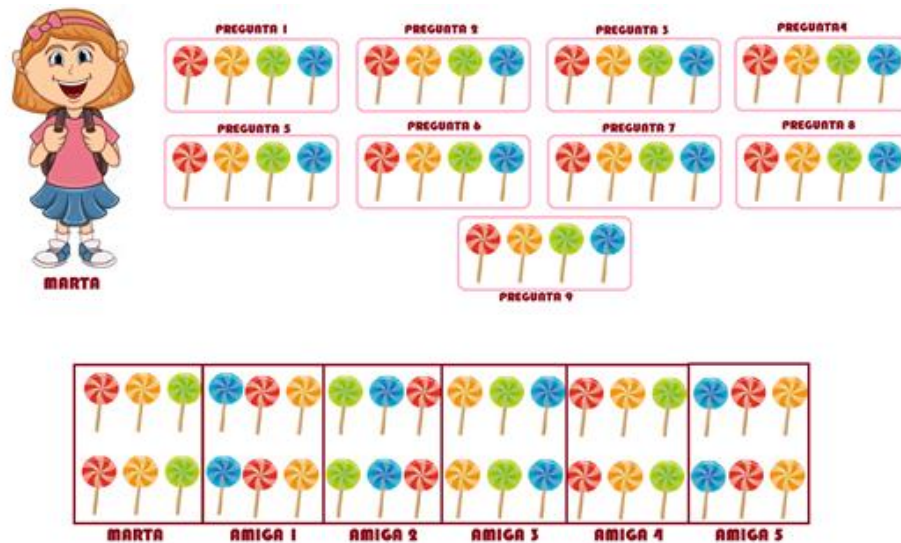


Figura 12 Representación semiótica del registro semiótico lenguaje numérico para el ítem 5

Colombinas que recibe Marta por las respuestas correctas

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 4 \\ \hline 36 \end{array}$$

Las colombinas que recibe cada niña

$$\begin{array}{r|l} 36 & 6 \\ \hline 0 & 6 \end{array}$$

Respuesta: Cada niña recibe 6 colombinas

La prueba se aplicó a dos estudiantes del grado tercero quienes se encontraban en clase de matemáticas. El trabajo realizado durante esta prueba fue de carácter individual y tuvo una duración de 2 horas.

7 NARRATIVA DIDÁCTICA SOBRE EL PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE

7.1 NARRATIVA PERSONAL

A lo largo de la vida siempre nos encontramos con personas que nos motivan y nos alientan a dar lo mejor de nosotros mismos. Mi vocación y pasión por las matemáticas empezaron desde muy pequeña, aunque a esa altura de mi vida no se me pasaba por la mente llegar a ser docente, los números siempre fueron mis favoritos. Dicho entusiasmo por el mundo de las matemáticas aumentó cuando empecé la secundaria, allí me encontré con la mejor docente que considero haya tenido en mi formación como estudiante a nivel de bachillerato.

Es una mujer apasionada y entregada a su trabajo, tierna, creativa, interesada, perseverante y lo que más me impactó de ella, preocupada porque sus estudiantes aprendan; ponía toda su creatividad y disponibilidad para crear y buscar aquellas estrategias que le permitieran llegar y quedarse en el corazón y en el conocimiento de los educandos. Egresada de una prestigiosa universidad de Santander ella llegó a innovar en sus clases, llevando cada vez que podía y sin dejar a un lado la rigurosidad de la asignatura un poco de matemática recreativa. Cada semana aparecía un nuevo juego que fortalecía nuestras habilidades lógico-matemáticas, jugábamos con el tangram, resolvíamos cuadrados mágicos, nos introducíamos en las situaciones y acertijos que nos proporciona el calendario matemático, conocimos y llegó a nuestra vida de estudiante la calculadora y graficadora Texas, ayudábamos con la organización y logística de las olimpiadas matemáticas y por consiguiente participábamos de ellas como un reto para siempre estar entre los mejores.

De sus estrategias la que más gustaba y sentía que era provechosa para nuestro proceso era una a la que ella llamaba “grupos de trabajo” en donde cada uno de los integrantes tenía un rol. De esta estrategia nacen mis intereses por la docencia, pues en los grupos de trabajo o comunidades de aprendizaje la mayoría de veces me desempeñé

como la tutora o monitora de mi grupo. En esa etapa de la vida tener un rol como el que tenía hacía que mi autoestima y seguridad aumentaran, pues pertenecía a un grupo en el que la indisciplina y el desinterés eran bastantes marcados, por lo que los estudiantes que mantenían un buen comportamiento y un buen desempeño académico eran aislados y su participación ante las decisiones del grupo eran mínimas. Ser tutora me llevó a descubrir habilidades y destrezas que a mi corta edad no sabía que tenía. Me preocupaba por repasar en casa y llegar con los talleres y actividades en su mayoría resueltas para poder tener el tiempo suficiente de orientar a mis compañeros del grupo de trabajo.

En último año de bachillerato ratifiqué mi interés por dedicarme y formarme en el ámbito de la docencia. Cuando cumplía con las horas de servicio social, durante un periodo del año escolar junto con dos compañeras estuvimos alfabetizando en una de las sedes de primaria del colegio. Fue una experiencia maravillosa en la cual tomé la decisión de hacer la docencia como la carrera a la que voy a dedicar lo que resta de mi vida.

En 2008 ingresé a estudiar Licenciatura en matemáticas en la Universidad Industrial de Santander- UIS, en ese semestre empezamos 40 estudiantes cada uno con intereses diferentes, algunos de ellos aceptaron el cupo en la licenciatura como trampolín para luego pedir un cambio de carrera y ya tener su ciclo básico adelantado, otros tantos porque en casa les exigían estar estudiando y unos cuantos porque tomamos la decisión de ser docentes. De los 40 que ingresamos únicamente 8 alcanzamos el título de Licenciados en matemáticas. Durante este proceso de formación profesional compartí con compañeros y docentes que aportaron desde su cotidianidad conocimientos y experiencias de gran importancia para mi vida.

En el camino de mi formación como docente, conté con la oportunidad de pertenecer al grupo de investigación sobre educación matemática EDUMAT-UIS, hice parte por casi 7 años del subgrupo Semillero matemático, allí se proporciona un espacio para que los niños y jóvenes se aproximen al conocimiento matemático a través de juegos, acertijos, rompecabezas, material didáctico, origami, resolución de problemas y

uso de tecnologías computacionales, está dirigido a estudiantes de 1° a 9°. A su vez, participé durante dos años en el club matemático Euler, un curso dirigido a estudiantes de 10° y 11° de colegios públicos de la ciudad de Bucaramanga y su área metropolitana.

Para obtener mi título en la licenciatura, en el transcurso de mis 3 últimos semestres de carrera, en compañía de una gran amiga y orientadas por una excelente maestra realizamos el proyecto de investigación “Experiencias didácticas con estudiantes de once grado alrededor de sus competencias comunicativas en matemáticas una alternativa de preparación para el ingreso a la universidad”, para este estudio inicialmente se realizó una indagación preliminar con estudiantes de primer ingreso a carreras físico – químicas, físico – mecánicas y ciencias básicas, es decir estudiantes que en su primer semestre cursan Calculo I. Este estudio nos arrojó como resultado que la causa principal para la cancelación y reprobación de esta asignatura, no es la complejidad de su temática sino la falta de bases con la que llegan los estudiantes a la universidad y las pocas habilidades que tienen alrededor de la competencia comunicativa.

Este resultado fue nuestra base para plantear una serie de actividades enfocadas en el fortalecimiento de las habilidades para interpretar y para explicar en un grupo de estudiantes de grado undécimo. Después de llevar a cabo este proceso llegamos a unas reflexiones finales que se sintetizan básicamente en que los estudiantes presentan dificultades para hacer interpretaciones al enfrentarse a situaciones con contenido matemático y por consiguiente al no contar con una correcta interpretación se les dificulta expresarse. Además, también logramos evidenciar que cuando los estudiantes desean pasar de una representación a otra, en su mayoría no lo logran debido a la falta de comprensión lectora que presentan.

De esta experiencia en la investigación nos quedaron grandes recuerdos, puesto que impulsadas y motivadas por nuestra orientadora decidimos tomar el riesgo y participar como ponentes en algunos eventos direccionados hacía la investigación en

matemática educativa. Entre los eventos que participamos esta la Vigésimo Séptima Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa RELME 27, realizado en la ciudad de Buenos Aires – Argentina, el 14° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa, llevado a cabo en la ciudad de Barranquilla, el VIII Simposio Nororiental de Matemáticas organizado por nuestra alma mater, y finalmente en el 15° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa que tuvo lugar en la ciudad de Bucaramanga. Compartir en estos espacios con docentes e investigadores con la misma visión es muy gratificante y alentador para continuar trabajando en pro de mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de nuestra área.

Hay circunstancias que hacen que los objetivos y metas que nos hemos trazados a lo largo de la vida empiecen a dar giros logrando que las expectativas cambien. Cuando inicié a desempeñarme como docente ya siendo profesional de la licenciatura, tuve la oportunidad de trabajar en un colegio privado de Santander. Con ellos me siento muy agradecida porque me abrieron las puertas de su institución al mes de haberme graduado y confiaron en mí con solo ver la hoja de vida. En realidad, me sentía muy asustada al enfrentarme a este nuevo empleo, pues mi experiencia como docente había estado limitada, mis practicas pedagógicas en la universidad fueron en compañía y siempre orientadas por una docente, mi participación en el semillero al igual que las practicas fue con compañía. Asumir la dirección de grupo de primer grado y orientar matemáticas a los más pequeños de la institución fue todo un reto. Me ponía en lugar de mis pequeños estudiantes y recordaba a mi docente del bachillerato, lo que aprendí en semillero, las conclusiones de mi trabajo de grado, mis ganas de ser una docente diferente e innovar en el aula y cada día que pasaba me repetía “ojalá en la universidad hubiese tenido más clases prácticas a tanta clase teórica” pero como desde ese entonces he dicho, mis mejores maestros fueron mis estudiantes. El conocimiento lo tenía, pero no sabía cómo expresarlo y hacerlo llegar a mis pequeños, ellos mismos fueron los que poco a poco me fueron dando las pautas para desempeñarme como maestra.

En el pasar de los días esas ganas de innovar, de hacer las prácticas diferentes fueron cambiando, debido a que en estas instituciones muchas veces no le dan gran importancia al proceso sino al resultado. Allí hay que cumplir con planeaciones, con un currículo y con ciertos proyectos reglamentarios; en estos lugares lo que más importa es el resultado en las pruebas de estado, lo que conlleva que se debe abarcar lo que más se pueda en los contenidos. Cada año que terminaba sentía frustración, porque en el proceso de formación siempre nos alentaron a cambiar las prácticas de enseñanza, a ser creativos, a innovar, a cambiar, a ser diferentes, pero ante las circunstancias y los obstáculos que se presentan esas ideas van quedando a un lado y todo se convierte en rutina.

Sin embargo y a pesar de la presión por cumplir con mis compromisos, hay algo que no he dejado a un lado y que lo aprendí de aquella docente que describí al iniciar este escrito y es a no rendirme, a dar lo mejor de mí para mis estudiantes, porque siempre he tenido en mente que mi misión como docente no es enseñar, sino que las personas a las que oriento aprendan. Por ende, en búsqueda de estrategias, de artículos y de cuanta información me fuese útil para crecer profesionalmente me encontré con la maestría en Enseñanza de las Ciencias ofrecida por la Universidad autónoma de Manizales. En este proceso de formación al que me estaba enfrentando nuevamente, recordé mis expectativas al salir del pregrado y tomé la decisión de empezar a cambiar.

Para iniciar este cambio, reflexioné un poco sobre aquellas experiencias diseñadas para estudiantes del grado once con el fin de fortalecer sus habilidades comunicativas y me propuse a llevar experiencias de este tipo, pero a estudiantes de niveles inferiores, puesto que allí es donde se empieza con el desarrollo de habilidades. En clases empecé a implementar pequeños cambios en los que involucraba más la participación de los estudiantes, hice cambios en la forma que les formulaba preguntas y empecé a introducir las diferentes representaciones en la solución de problemas para que los niños se familiarizaran con éstas. Ahora eran ellos los que inventaban problemas, dibujaban, y se motivaban al encontrar que en nuestra vida cotidiana están presentes las

matemáticas. El cambio no fue solo en mí sino también en ellos. Ese año sus desempeños académicos mejoraron, lo que me motivaron a querer sistematizar esa información. Pero no conté con que al siguiente año fui movida a trabajar con chicos de bachillerato, en este espacio la situación es diferente, pues ya me encontré con estudiantes apáticos a las matemáticas y con una rutina bastante marcada difícil de cambiar. Nuevamente me encontraba desmotivada y hasta ahí llegaron mis ganas de continuar con este proyecto.

Pero, la vida nos va dando nuevas oportunidades, ingresé al sector público y llegué a trabajar en una institución en donde los estudiantes no han contado con un buen proceso académico, además que la cultura de estudio en el municipio es de poca importancia, pues tienen la idea que la vida y el dinero está en el campo. Es aquí donde retomo mi investigación con dos estudiantes del grado tercero, me proyecto a trabajar con ellas, porque teniendo en cuenta los niveles como están organizados los grados, ellas están culminando un nivel y ya cuentan con ciertas habilidades requeridas para desempeñarse y dar cuenta de lo que aún no han alcanzado.

7.2 NARRATIVA SOBRE LA ENSEÑANZA

Cuando nos damos la oportunidad de cambiar a partir de las reflexiones que a diario hacemos en nuestra labor docente, crecemos tanto a nivel personal como a nivel profesional. Iniciar esta investigación y dejar la rutina a un lado como docente tradicional me ha permitido romper algunas costumbres arraigadas en el momento de enseñar. La búsqueda de estrategias, material didáctico, actividades innovadoras, y ser creativo se vuelve parte de nuestro quehacer. Aunque más que un reto de autoformación se convierte en nuestra motivación diaria, en ser aquella persona que de una u otra manera aporta un granito para que nuestros estudiantes empiecen a tener una educación con más calidad.

Nuestras prácticas pedagógicas son las más favorecidas en este proceso de investigación, puesto que este tipo de experiencias nos invitan y nos llevan a tomar el

hábito de sistematizar, pues a través de la recolección y sistematización de las actividades y los resultados que emergen de ellas se puede conocer aspectos de gran importancia para apuntar al mejoramiento y el correcto funcionamiento de las aulas y el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

Además, hacer un cambio en nuestras prácticas y conocer las fortalezas y dificultades de los protagonistas de nuestras aulas, nos permiten direccionar el conocimiento y los caminos que utilizamos para llevarlos a ellos. Ser conscientes de estos factores fortalece nuestras habilidades para entender que cada uno de los individuos que hacen parte de nuestro salón de clases es diferente y que cada uno de ellos cuenta con un estilo y ritmo de aprendizaje; lo que nos induce a incluir en nuestras planeaciones experiencias que abarquen y promuevan el desarrollo y fortalecimiento de estos aspectos. Ser un maestro investigativo, es ser un maestro innovador, un maestro creativo, un maestro incluyente, es decir ser un maestro en todo el sentido de la palabra, dispuesto a dar lo mejor de sí para llegar a ser el guía y orientador que siempre deseó tener en su proceso de formación.

7.3 NARRATIVA SOBRE EL APRENDIZAJE

Proporcionar experiencias que presenten problemas llamativos, reales y relacionados con la vida cotidiana, potencian el protagonismo del estudiante en su proceso de aprendizaje. Involucrarlos en este proceso requiere de una concientización por parte de ellos, en donde la responsabilidad y el interés juegan parte importante en la adquisición del conocimiento, además en el desarrollo y fortalecimiento de habilidades, que les permite formarse como ciudadanos competentes en cualquier ámbito.

Polya (1945) discute el potencial de los métodos heurísticos para resolver un problema matemático, entre ellos descomponer un problema en subproblemas; para ello, es indispensable la interpretación de enunciados presentados en términos matemáticos o verbales. Con enunciados verbales nos referimos al conjunto de palabras con las que se expone o plantea un problema matemático. En términos matemáticos los enunciados

pueden ser presentados de manera pictórica (aquí se incluyen el uso de figuras, gráficas o diagramas como medio para representar el problema) o algebraica (basados en números, variables, signos de igualdad, expresiones o ecuaciones algebraicas).

Al respecto, Santos (2007) menciona que la interpretación de problemas es una etapa fundamental ya que allí se ubican las estrategias que ayudan a representar y entender sus condiciones, respondiendo a interrogantes como: ¿cuál es la información del problema? ¿Cuál es la incógnita? Y ¿cuáles son las condiciones que relacionan los datos en el problema?

Por otra parte, Duval (1999), habla acerca de las observaciones que se han podido hacer en el aprendizaje de las matemáticas, en ellas se ha probado que cambiar la forma de una representación es, para muchos alumnos en los diferentes niveles de enseñanza, una operación difícil e incluso en ocasiones imposible, a su vez, cuando se tiene éxito al realizar una conversión de un registro a otro, no conlleva a que en el sentido contrario el estudiante logre realizar la conversión. Lo que implica y hace necesario involucrar el mayor número de registros a la hora de realizar este tipo de conversiones.

Este apartado está estructurado teniendo en cuenta las fortalezas, obstáculos y oportunidades de mejora en nuestros casos de estudio al resolver problemas con estructura multiplicativa presentados tanto de manera verbal (lenguaje natural), pictórica (icónico- figural) o numérico y la conversión que realizan entre estos registros de representación. Se presenta a continuación los datos emergentes de la prueba diagnóstica.

En el inciso 1 (ver figura 3) se trabajó un problema que requería de una buena comprensión del enunciado para representarlo por medio de un esquema. Recordemos el problema.

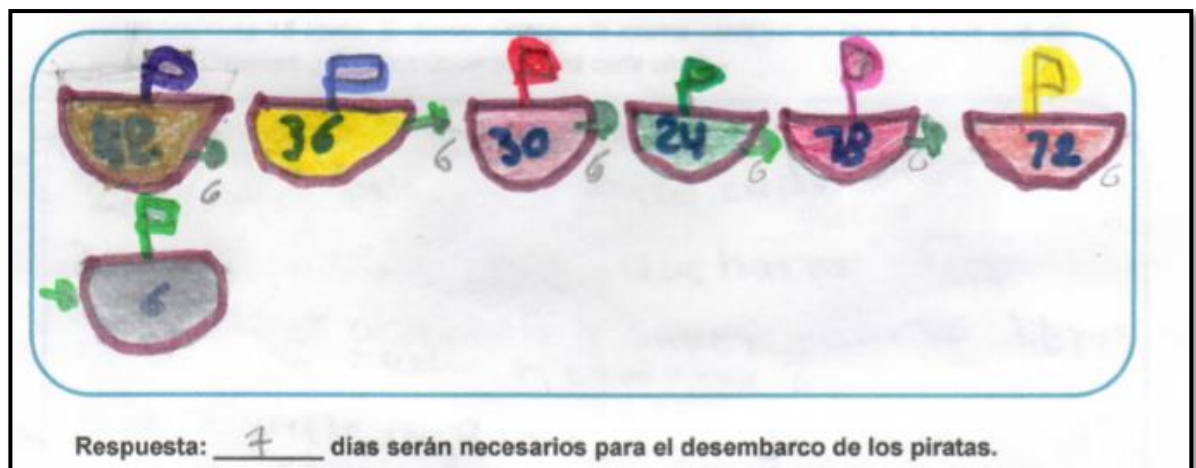
Un barco de piratas se aproxima a un puerto para buscar provisiones. Hay 42 piratas a bordo del barco. El capitán decide que los piratas no pueden

desembarcar todos al mismo tiempo. Y propone que cada día solo 6 piratas pueden desembarcar. El capitán desea planificar su estadía en el puerto. ¿cuántos días son necesarios para que todos los piratas desembarquen? Haz un dibujo que represente la situación y te ayude a encontrar la respuesta.

Gonzales y Paniagua (2011) afirman que en un esquema de resolución de problemas el individuo requiere de una interpretación o de una lectura comprensiva para poder traducir de un problema en lenguaje verbal a uno en lenguaje simbólico o matemático y poder realizar todas las operaciones necesarias para obtener la solución correcta.

Danna

Figura 13. Respuesta de Danna para el ítem 1

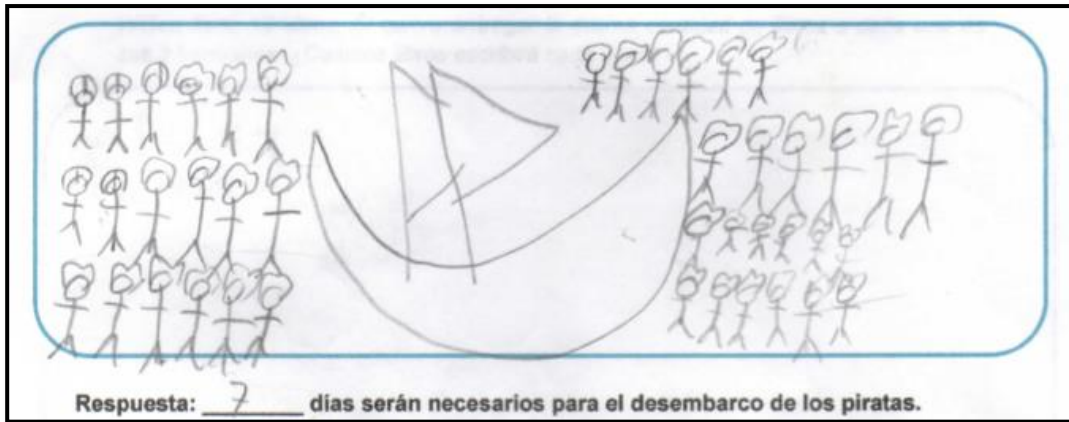


Fuente: Autor del proyecto

En la figura 12 se observa que en la conversión del enunciado (lenguaje natural) al registro que se le indica la estudiante realiza representaciones graficas donde apoyada de dicha conversión llega a la solución, amparando en parte su proceso en una representación numérica. Además, implementando en su estrategia de solución la noción de reparto. Danna al comprender el enunciado, reconoce la estructura de la situación y lo manifiesta al poder expresar el problema mediante una representación icónico-figural.

Lucianna

Figura 14. Respuesta de Lucianna para el ítem 1



En la figura 13 se evidencia el proceso realizado por Lucianna para llegar a la respuesta de la pregunta propuesta en el enunciado. Allí la estudiante inicialmente comprende el problema y lo manifiesta usando símbolos y términos matemáticos que le permiten llegar a una solución. Por otra parte, realiza una estrategia de agrupamiento identificando la estructura del problema.

En ambos casos de estudio realizar este tipo de conversión se presenta con gran facilidad. En estudiantes de este nivel de escolaridad, el material concreto y pictórico permite el afincamiento del conocimiento y el desarrollo de habilidades alrededor de la resolución de problemas.

En el segundo inciso (ver figura 3) se expuso un problema en el que se deben identificar los elementos y palabras claves de un problema, éste consiste en:

“Mamá monstruo decidió hacer tortas pequeñas en su casa. Sus dos hijos le ayudaron a decorar las dos tortas. Los dos hijos trabajaron durante dos horas. Cada hijo decoró 6 tortas en la primera hora, luego en la segunda hora cada hijo decoró 8 tortas. ¿Cuántas tortas decoraron en total durante las dos horas?”

Polya (1945) habla de la fase del entendimiento del problema donde es importante comprender la información del enunciado del problema y las posibles relaciones entre los datos. Para saber si el estudiante realmente comprende debe responder a estas preguntas: ¿distingues cuáles son los datos? ¿Sabes a qué quieres llegar? ¿Hay suficiente información? ¿Relación entre los datos y la incógnita del problema?

Danna

Figura 15. Respuesta de Danna para el ítem 2

Mamá monstruo decidió hacer tortas pequeñas en su casa. Sus dos hijos le ayudaron a decorar las dos tortas. Los dos hijos trabajaron durante dos horas. Cada hijo decoró 6 tortas en la primera hora, luego en la segunda hora cada hijo decoró 8 tortas. ¿Cuántas tortas decoraron en total durante las dos horas?

• Marca con una x la operación que se debe realizar para resolver el problema.

Multiplicación División

Fuente: Autor del proyecto

Lucianna

Figura 16. Respuesta de Lucianna para el ítem 2

Mamá monstruo decidió hacer tortas pequeñas en su casa. Sus dos hijos le ayudaron a decorar las dos tortas. Los dos hijos trabajaron durante dos horas. Cada hijo decoró 6 tortas en la primera hora, luego en la segunda hora cada hijo decoró 8 tortas. ¿Cuántas tortas decoraron en total durante las dos horas?

• Marca con una x la operación que se debe realizar para resolver el problema.

Multiplicación División

Fuente: Autor del proyecto

En la figura 14 y figura 15, se puede apreciar el proceso de interpretación y extracción de los elementos de un problema que hacen los dos casos de estudio. Ambos procesos son similares puesto que en ellos las estudiantes realizan el paso 1 que define Polya (entendimiento del problema) y proceden al paso 2 (diseño de un plan), al

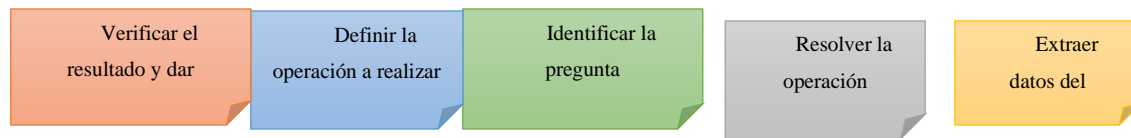
identificar la estructura del problema en este caso que se soluciona con una multiplicación. A su vez, se puede identificar que Danna no tiene la capacidad para extraer las palabras claves, pero que en su formación y entrenamiento a adquirido la habilidad para reconocer la estructura del enunciado. Por otra parte, Lucciana subraya toda una frase, siendo ésta la más importante en de la situación, pues es allí, donde se encuentran los datos a trabajar y en la que se puede identificar la estructura del problema.

Se puede afirmar que, en cuanto a la resolución de problemas, a nivel de la comprensión y entendimiento del enunciado, los casos de estudio poseen un buen proceso.

Para el tercer ítem de la prueba diagnóstica (ver figura 4) se planteó una serie de tarjetas que contenían pasos para la resolución de un problema, se debían organizar y luego poner en marcha al solucionar una situación que se presentaba.

Recordemos el inciso.

Observa las siguientes tarjetas. Luego, ordenalas según consideres sean los pasos a seguir para resolver una situación problémica.



Lee la siguiente situación. Luego, aplica las tarjetas siguiendo el orden que consideraste y resuelve el problema.

Willian tiene 18 libros. Él quiere entregar la misma cantidad de libros a cada una de sus 3 hermanas. ¿Cuántos libros escribirá cada una?

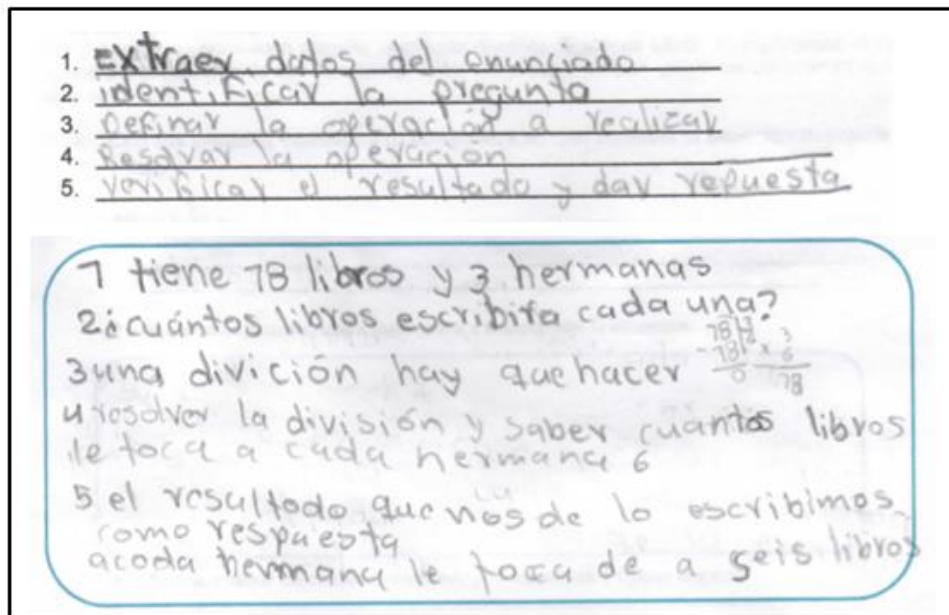
En el proceso de resolución de problema Polya (1945) identifica etapas fundamentales en las que el uso de los métodos heurísticos desempeña un papel importante. Estas etapas son:

1. *Entendimiento del problema.*
2. *Diseño de un plan.*
3. *Ejecución del plan.*
4. *Examinar la solución obtenida.*

Danna

En la figura 16, se expone la respuesta aportada por Danna en el ítem 3 de la prueba diagnóstica, de ella se puede afirmar que la estudiante identifica los pasos para abordar una situación problema. Además, reconoce la multiplicación como un conjunto de operaciones, pero en todo este proceso se le dificulta verificar la respuesta y adaptarla al contexto. A su vez se evidencia una conversión del lenguaje natural al lenguaje numérico, la estudiante identifica cada uno de los elementos de la división y los ubica de manera correcta en el algoritmo, de igual forma reconoce la multiplicación como operación inversa de la división y lo utiliza como estrategia para verificar su respuesta.

Figura 17. Respuesta de Danna para el ítem 3

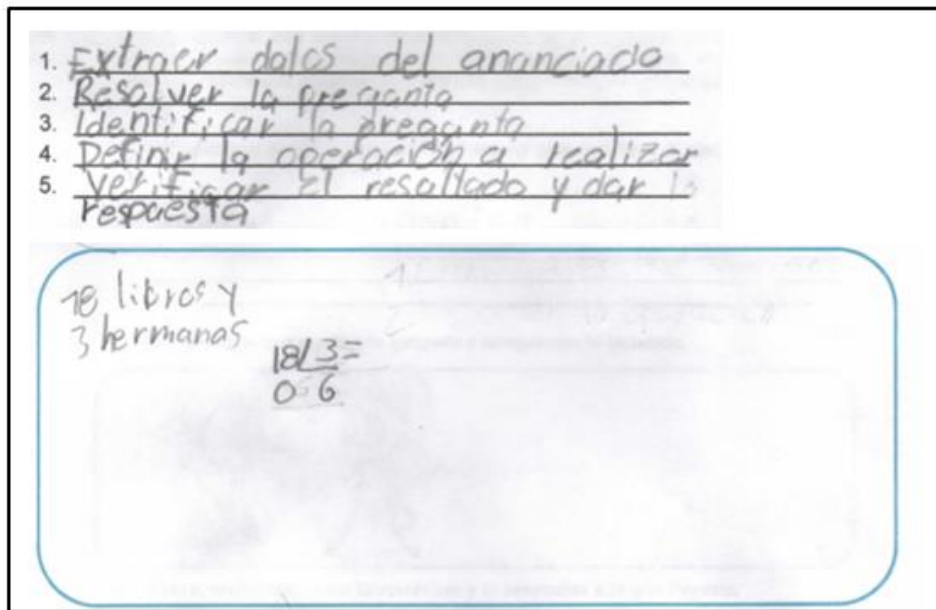


Fuente: Autor del proyecto

Lucianna

En la figura 17 se evidencia el proceso que lleva a cabo Luciana en la solución de este ítem. La estudiante presenta errores en la identificación de los pasos, que se dan tal vez por el afán o descuido. A su vez deja ver que el paso a paso para resolver el problema no elabora un plan, más sin embargo la solución que suministra es correcta, olvidando verificar y formalizar en el lenguaje natural la respuesta

Figura 18. Respuesta de Lucianna para el ítem 3

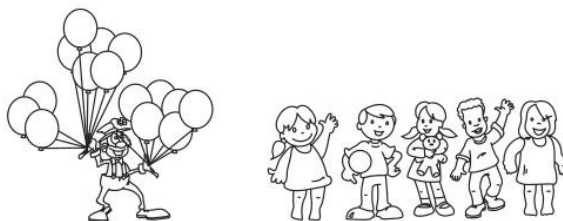


Fuente: Autor del proyecto

Para el ítem 4 (ver figura 4), en el que se presenta una imagen, las estudiantes debían proponer una situación problemática que se resolviera con división. Recordemos el enunciado pictórico.

Observa la siguiente imagen. Luego, inventa una situación problemática que se resuelva con división.

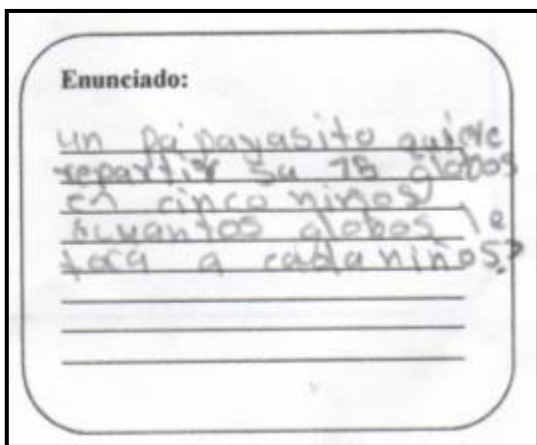
Figura 19. Imagen propuesta para el ítem 4



Duval (1992) menciona que para proceder a la interpretación global de las propiedades de las figuras se debe considerar lo siguiente: la forma de su escritura algebraica, llevar a cabo un análisis de congruencia entre dos registros de representaciones de un objeto o de una información y debe haber la asociación “variable visual de la representación-unidad significativa de la escritura algebraica”.

Danna

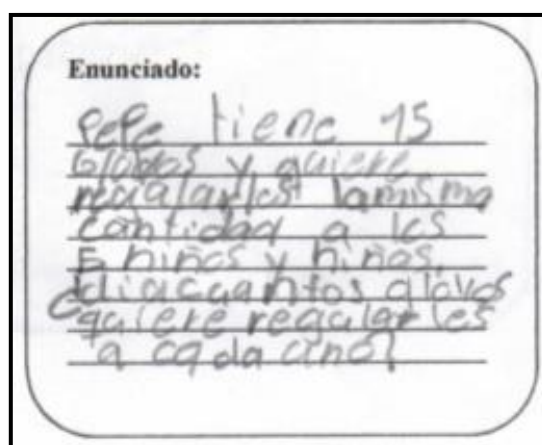
Figura 20. Respuesta de Danna para el ítem 4



Fuente Autor del proyecto

Lucianna

Figura 21. Respuesta de Lucianna para el ítem 4



Fuente: Autor del proyecto

En la figura 18 y figura 19, se exponen las respuestas aportadas por los dos casos de estudio, en ella es evidente que ambas estudiantes realizan una correcta conversión al pasar del lenguaje pictórico al lenguaje natural. A si mismo dejan entre ver que cada una realiza una representación semiótica de dicho registro semiótico presentado. En consecuencia, tanto a Danna como a Lucianna se les facilita obtener información

proveniente de una imagen. Y a su vez, demuestran habilidades para asociar las representaciones verbales con alguna operación, en este caso con la división.

Para el último inciso se hace una propuesta en la que las estudiantes partiendo de una situación problémica deben dar solución a la pregunta problema, pasando por los registros semióticos del lenguaje natural, pictórico y numérico. La situación consistía en lo siguiente.

La profesora Mónica hizo quiz de ciencias naturales. Ella hizo varias preguntas acerca del reino animal. Cada respuesta representa 4 colombinas.

Marta es muy inteligente. Ella respondió perfectamente las 9 preguntas de la profesora Mónica. Sus 5 amigas no obtuvieron ninguna respuesta correcta.

Entonces Marta, muy generosa, decidió compartir equitativamente sus colombinas entre ella y sus 5 amigas. ¿Cuántas colombinas recibió cada una?

- **Con tus palabras cuéntale a tu compañera en que consiste la situación trabajada en clase.**
- **Haz un dibujo que ayude a tu amiguita a comprender la situación.**
- **Ahora, muéstrale como lo resolviste y la respuesta a la que llegaste.**

Socas (1997) considera que el uso del lenguaje habitual en la representación verbal favorece la interpretación de los signos utilizados en el lenguaje algebraico, pero hay que considerar que el lenguaje matemático es más preciso que el lenguaje natural ya que está sometido a unas reglas exactas y es necesario interpretar de manera correcta los signos utilizados. Del mismo modo, es necesario cuidar el uso de ciertas palabras que según el contexto en el que se utilicen pueden ocasionar confusiones de conceptos. Así mismo, tener en cuenta el orden en que se enuncia una expresión algebraica pues es necesario entender si se está haciendo de manera secuencial o no.

Danna

Figura 22. Respuesta de Danna para el ítem 5

Marta va a repartir 9 colombinas en 5 amigas y había 9 preguntas y esas preguntas y las respondió las respondió todas marta y le dan a las colombinas y las repartió en sus 5 amigas

Haz un dibujo que ayude a tu amiguita a comprender la situación.

Ahora, muéstrale como lo resolviste y la respuesta a la que llegaste.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 5 \overline{) 9} \\ \underline{5} \\ 4 \end{array}$$
 a cada amigo le toca de a 2 colombinas

Fuente: Autor del proyecto

En la figura 20, Danna nos deja ver una serie de dificultades y obstáculos que presenta en la solución del problema. Inicialmente se confunde al realizar un tratamiento que consiste en pasar de una representación a otra enmarcada en el mismo registro de representación, en este caso el verbal. El parafraseo es utilizado como estrategia de comprensión, lo que es evidente falta fortalecer en la estudiante.

Posteriormente deja a un lado la propuesta de Polya y no realiza ninguno de los pasos que él propone, empezando porque se le dificulta sacar los datos he interpretarlos

y adicionalmente no elabora un plan lo que le dificulta solucionar de manera correcta el problema. De igual forma no realiza correctamente las conversiones desde la representación verbal, a la pictórica y a la numérica. Finalmente, no reconoce en su totalidad la estructura de la situación, puesto que únicamente identifica la división sin establecer la multiplicación como operación complementaria en la solución. En ella se evidencia que no puede identificar cada uno de los elementos de la operación (división) lo que es causa de una baja comprensión lectora


Lucianna

Se expone el proceso de solución aportado por Luciana en el ítem 5 de la prueba diagnóstica. Allí la estudiante nos lleva a realizarnos el siguiente interrogante ¿las dificultades de Lucianna son de falta de interpretación o de una falta de destreza en pre saberes? Se puede evidenciar que al realizar el parafraseo (tratamiento en el registro del lenguaje natural) la estudiante toma algunos datos del enunciado y los adapta a un texto sin sentido que ella propone, dejando a un lado la esencia y datos del problema inicial. A pesar que de no realizar de manera correcta esta transformación, comprende que en el enunciado se trata de compartir unas colombinas y en su presentación pictórica intenta ilustrar dicha interpretación. Al igual que Danna no comprende en su totalidad la estructura del problema, puesto que únicamente reconoce la multiplicación como la operación base para dar solución al problema, dejando a un lado la división como operación complementaria en este plan de solución. Además, la respuesta que nos ofrece nos es coherente con la pregunta que se presenta.

Figura 23. Respuesta de Lucianna para el ítem 5

la profesora Monica explico una cuantos
casa del rey leon la prote Monica tambien
hizo una jais

• Haz un dibujo que ayude a tu amiguita a comprender la situación.



• Ahora, muéstrale como lo resolviste y la respuesta a la que llegaste.

$4 \times 9 = 36$
Rta: maria recibio 36 combinas

Fuente: Autor del proyecto

8 CONCLUSIONES

Las reflexiones que se presentan a continuación son el resultado del análisis de los datos emergentes de la experiencia realizada, a través de la sistematización de estos se caracterizó la información que permite dar respuesta de la pregunta de investigación *¿Cómo los estudiantes realizan conversión entre los diversos registros de representación semiótica al plantear y solucionar situaciones problemas con estructura multiplicativa?*

Esta sección aborda las conclusiones desde dos perspectivas, la primera sobre las habilidades de los casos de estudio en la conversión entre los registros de representación semiótica alrededor de la solución de situaciones problemáticas con estructura multiplicativa, y finalmente la segunda sobre las reflexiones finales del estudio y la experiencia al realizar esta investigación.

- Usar el mayor número de registros semióticos posibilitaría su correcta conversión entre ellos, posibilita la adquisición del objeto matemático en los estudiantes facilitado su proceso de aprendizaje y el fortalecimiento de habilidades implícitas en estos procesos, habilidades como las de interpretar enunciados en cualquier registro que se presente ya sea en el lenguaje natural, icónico figural y numérico.
- Un estudiante mantiene un buen desempeño en la competencia de Resolución, cuando tiene la capacidad de identificar la estructura de un enunciado, al extraer los elementos y palabras claves que permiten dar solución y encontrar respuesta a la incógnita que allí se plantea.
- Realizar un tratamiento entre las diversas representaciones que se pueden presentar en un registro semiótico pueden generar dificultad. Un estudiante interpreta de manera correcta un enunciado verbal, cuando es capaz de realizar un parafraseo y explicar con sus palabras la esencia del enunciado, este tipo de dificultad es evidente debido a que no es una estrategia que regularmente se utilice en el desarrollo de las clases y actividades.

- Es importante que un estudiante realice conversiones pasando por más de dos registros. Debido a que se evidencia que en este nivel de escolaridad realizan con mayor facilidad y precisión conversiones del lenguaje natural al pictórico, del lenguaje natural al numérico, y del lenguaje pictórico al numérico y viceversas, y que al momento de dar solución a un enunciado pasando por los tres registros en algún momento del proceso no se alcanza el objetivo.
- La implementación y desarrollo de situaciones problémicas con estructura multiplicativa en el aula de clase constantemente, matizar habilidades en la comprensión de enunciados de este tipo, y a su vez afianzan los procedimientos mecánicos, entorpeciendo el análisis crítico, lo que implica que el estudiante no exprese ni identifique de manera explícita las palabras claves que le permiten caracterizar la estructura que tiene el enunciado.
- Presentar enunciados pictóricos con el fin de que a partir de él se realice una conversión al lenguaje natural, promueve la creatividad y la motivación en el estudiante, llevando a que se fortalezca en él la habilidad para producir textos.
- Incorporar nuevas estrategias en nuestras prácticas como docentes fortalecen ambos procesos, tanto el proceso de enseñanza como el proceso de aprendizaje. Además, genera un hábito de autoformación y crecimiento profesional, permitiendo la adquisición de nuevos conocimientos y el desarrollo de habilidades que se han ido dejando perder.
- Generar cambios en nuestras expectativas promueve la creatividad, la innovación, la inclusión y la resiliencia. Hacer partícipe a los estudiantes de su proceso siendo ellos los protagonistas de su formación, forja en ellos su carácter y personalidad en donde la responsabilidad, la participación y el respeto por la diferencia están presentes, fortaleciendo sus habilidades socioemocionales y el trabajo en equipo.

9 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Cotacio Horta, C. (2018). Tratamiento y conversión de representaciones semióticas presentes en la resolución de problemas sobre las progresiones aritméticas y geométricas propuestos por los libros escolares las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto función lineal. Maestría en Enseñanza de las Ciencias. Universidad Autónoma de Manizales. Manizales-Colombia.
- Dankhe, G. L. (1976). Investigación y comunicación, en C. Fernández-Collado y G.L., Dankhe (Eds): "La comunicación humana: ciencia social". México, D.F: McGraw Hill de México. Capítulo 13, pp. 385-454.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Science Cognitives*, 5,37-65. Traducción: Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. Hitt, E. (Ed.) *Investigaciones en Matemática Educativa II*, 173-201. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berna: Peter Lang.
- Duval, R. (1996). Quel cognitif Retenir en Didactiques des Mathématiques?. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 16(3), 349-380.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales* (M. Vega, Trad.). Cali, Colombia: Universidad del Valle. (Original publicado en 1995)
- Duval, R. (2006a). *Quelle sémiotique pour l'analyse de l'activité et des productions mathématiques*. *Relime*, Número Especial 1, 45-81.
- Duval, R. (2006b). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103- 131.
- Duval, R. (2006c). Transformations de représentations sémiotiques et démarches de pensée en mathématiques. *Actes du XXXII ème Colloque COPIRELEM*, 67-89.
- Duval, R. (2006d). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La gaceta de la RSME*, 9(1), 143–168

- Hernández, R., Fernández, C., Baptista, P.(1997). Metodología de la Investigación. Mc Graw Hill, México 1997
- Iñiguez, F (2015) El desarrollo de la competencia matemática en el aula de ciencias experimentales. Revista Iberoamericana de educación. Volumen 67, numero 2. Pp 117-130.
- LeCompte, M.D. (1995). Un matrimonio conveniente: diseño de investigación cualitativa y estándares para la evaluación de programas. RELIEVE, vol. 1, n. 1. Consultado en <http://www.uv.es/RELIEVE/v1/RELIEVEv1n1.htm> Denzin y Lincoln (1994)
- Lozzada, J., Ruíz, C. (2011). Estrategias Didácticas para la enseñanza-aprendizaje de la multiplicación y división en alumnos de 1er año. Universidad de los andes. Venezuela
- Martínez, J. (2011) Métodos de investigación cualitativa. Silogismos de investigación. N° 08 (1), 2011. JULIO – DICIEMBRE
- Ministerio de Educación Colombia (1998) Lineamientos Curriculares. Bogotá, Colombia.
- Ministerio de Educación Colombia (2006) Estándares Básicos de Competencias. Bogotá, Colombia.
- Navas, J., Rico, P., Castro, N., Gavilán, M. (2014) Mejora De La Competencia Matemática En E. Primaria Y Secundaria Obligatoria. Recuperado de: <http://thales.cica.es/xvceam/actas/pdf/com15.pdf>
- OCDE (2006). El programa PISA de la OCDE: Qué es y para qué sirve. París: OCDE. Recuperado de <http://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf>
- Ospina García, D. 2012. Las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto función lineal. Maestría en Enseñanza de las Ciencias. Universidad Autónoma de Manizales. Manizales-Colombia.
- Pérez, Y., Ramírez, R.(2011) Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos. Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Instituto Pedagógico de Caracas

- Pinxten, R. (1997). Applications in the teaching of mathematics and sciences. En A.B. Powell & M. Frankenstein (Eds.), *Challenging eurocentrism in mathematics education* (pp. 373-402). New York: SUNY.
- Polya, G. (1945). *How to solve it*, Princeton University Press. Princeton.
- Santos, (1995)
- Ramírez, A., Lorenzo, E. (2012) Desarrollo de la competencia matemática en educación primaria a través de la resolución de tareas. *Revista de Educación Mediática y TIC*.
- Tamayo A. O. (2001). Evolución conceptual desde una perspectiva multidimensional. Aplicación al concepto de respiración. Trabajo de investigación para optar al título de Doctor. Universidad Autónoma de Barcelona. *SanMartí*, N. 2000:255–256
- Tamayo et Al (2006). La clase multimodal y la formación y evolución de conceptos científicos mediante el uso de las tecnologías de información y comunicación. En: VIII Congreso de Informática Educativa, Julio 12–14, Cali–Colombia.
- Tamayo, A. O. E. (2005). Caracterización general de la didáctica de las ciencias. Módulo Maestría en Educación y Desarrollo Humano. Cinde–Universidad de Manizales
- Vergnaud, G. (2012). La Teoría de los Campos Conceptuales. Recuperado el 30 de 08 de 2015, de http://fundesuperior.org/Articulos/Pedagogia/Teoria_campos_conceptuales.pdf