



LA YUPANA EN LA RESOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMA CON
ESTRUCTURAS ADITIVAS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

DANILO RENATO BELALCÁZAR MONTILLA
MILENA PÉREZ SEGURA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
MANIZALES, COLOMBIA

2021

LA YUPANA EN LA RESOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMA CON
ESTRUCTURAS ADITIVAS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

Autores

DANILO RENATO BELALCÁZAR MONTILLA
MILENA PÉREZ SEGURA

Proyecto de grado para optar al título de Magister en Enseñanza de las Ciencias

Asesor: MG. JUAN PABLO MARÍN

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
MANIZALES, COLOMBIA

2021

DEDICATORIA

Del mismo modo en el que inspiras cada instante de mi vida, espero que la entrega, el compromiso y la perseverancia plasmados en este trabajo de grado, inspiren cada uno de tus proyectos, confié en que siempre vas a superar mis expectativas. Parte de este trabajo y todos mis triunfos, sé que te los debo a ti, con todo el amor del mundo a mi hijo Samuel Belalcázar.

Danilo Belalcázar.

A Danilo, quien me demostró lo sencilla que puede ser la vida si perseveras, quien ofrece lo mejor sin esperar retribución, quien envuelve con amor todo lo que hace.

Milena Pérez.

AGRADECIMIENTOS

Existen contados espacios en la vida, en los que resulta posible expresar la gratitud que las personas merecen, por ello es importante para mí, expresar mis más profundos agradecimientos a mi compañera en este trabajo y en mi vida, Milena Pérez, quien con su inmensa dedicación, paciencia y en especial con su amor, se convierte en artífice de la culminación de esta importante etapa de mi vida, su invaluable apoyo me transforma cada día en mejor ser humano, espero que nuestro trasegar juntos se extienda por el resto de nuestras vidas. Quiero también agradecer de manera especial a todos los docentes del programa de Maestría en Enseñanza de las Ciencias, de quienes aprendimos que el ser maestro es más que una profesión, es la vocación que nos permite cambiar nuestras propias realidades y la herramienta para transformar y mejorar la sociedad. Finalmente quiero agradecer a toda mi familia, a mi madre, mi padre, mis hermanos, tías, tíos, abuelos y primos, quienes me rodearon de amor e inculcaron en mí, los cimientos de la persona que soy.

Danilo Renato Belalcázar Montilla.

A mi hijo Miguel y mis padres Carlos y Myriam por su amor incondicional, que junto a mi familia me brindaron su apoyo siempre.

Al Mg. Danilo Belalcázar Montilla, el docente más íntegro de la Institución Educativa Nuestra Señora de las Mercedes, quién con su perseverancia y compromiso, sacó adelante la creación de la herramienta digital “*La Yupana*” y esta propuesta investigativa.

Al asesor Mg. Juan Pablo Marín, por su asesoramiento admirable al presente trabajo y el tiempo dedicado, y a los docentes, tutores, evaluadores y jurados de la maestría en Enseñanza de las Ciencias de la Universidad Autónoma de Manizales, por su grandiosa orientación en el transcurso de toda la maestría.

Milena Pérez Segura.

RESUMEN

La investigación pretende caracterizar los niveles de desempeño y las estrategias para la resolución de problemas con estructuras aditivas de los números naturales, para ello se establecieron características que pueden desarrollarse de manera más profunda a partir de una investigación de tipo cualitativo con alcance descriptivo, debido a que no busca establecer parámetros cuantificables sobre los desempeños de los estudiantes, sino indagar por aquellas que potencializan su aprendizaje. Se implementó una herramienta de recolección de información inicial para aplicar la técnica de análisis de contenidos, con la que se obtuvo evidencias que se clasificaron en dos categorías de investigación. Las características que se presentaron en las respuestas de los estudiantes para la categoría de niveles de desempeño, permitieron ubicarlos en los dos niveles de competencias de orden inferior. Por otra parte, los resultados obtenidos en la categoría de estrategias para la resolución de problemas mostraron que los estudiantes identificaron información básica de las situaciones. Se concluyó que existe una limitación de recursos semióticos en la aplicación de estrategias para la resolución de problemas, ya que las evidencias encontradas en la totalidad de los casos están enfocadas a la aplicación de estrategias de tipo operativo. Para futuras investigaciones, se propone una estrategia de intervención mediada por la utilización de la herramienta digital La Yupana (ábaco ancestral incaico), como elemento en el que confluyen los intereses legítimos de los estudiantes con los propósitos académicos del aula.

Palabras clave: Matemáticas, resolución de problemas, enseñanza de las matemáticas, conocimientos aritméticos, desarrollo de habilidades.

ABSTRACT

The objective of the research aims to characterize the performance levels and the strategies for solving problems with additive structures of the natural numbers, for this characteristics were established that can be developed in a deeper way from a qualitative research with descriptive scope, because it does not seek to establish quantifiable parameters on the performance of students, but to inquire about those that enhance their learning. An initial information collection tool was implemented to apply the content analysis technique, with which evidence was obtained that was classified into two research categories. The characteristics that were presented in the responses of the students for the category of performance levels, allowed them to be placed in the two levels of lower-order competencies. On the other hand, the results obtained in the category of strategies for solving problems showed that the students identified basic information of the situations. It was concluded that there is a limitation of semiotic resources in the application of strategies for solving problems, since the evidence found in all the cases is focused on the application of operational strategies. For future research, an intervention strategy mediated by the use of the digital tool La Yupana (Inca ancestral abacus) is proposed, as an element in which the legitimate interests of the students converge with the academic purposes of the classroom.

Keywords. Mathematics, problem solving, teaching mathematics, numeracy, skill development.

CONTENIDO

1	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	13
1.1	DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	13
1.2	JUSTIFICACIÓN.....	19
1.3	OBJETIVOS.....	21
1.3.1	Objetivo General.....	21
1.3.2	Objetivos Específicos.....	21
2	MARCO CONCEPTUAL.....	22
2.1	RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	22
2.2	ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS ESTRUCTURAS ADITIVAS.....	25
2.3	TAXONOMÍA SOLO DE BIGGS.....	29
2.4	ETNOMATEMÁTICAS.....	31
2.5	YUPANA.....	32
3	METODOLOGÍA.....	35
3.1	ENFOQUE Y ALCANCE.....	35
3.2	POBLACIÓN Y CONTEXTO.....	36
3.3	UNIDAD DE TRABAJO.....	37
3.4	CONSIDERACIONES ÉTICAS.....	37
3.5	UNIDADES DE ANÁLISIS.....	38
3.6	TÉCNICAS Y FUENTES DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN.....	39
3.6.1	Entrevista No Estructurada.....	39
3.6.2	Cuestionario Abierto.....	40
3.7	UNIDAD DIDÁCTICA.....	41
3.8	DISEÑO METODOLÓGICO.....	42
3.8.1	Fase de Exploración.....	42
3.8.2	Fase de Intervención.....	43
3.8.3	Fase de Evaluación.....	44
3.9	PLAN DE ANÁLISIS.....	45
3.9.1	Fase de Exploración.....	45

3.9.2	Fase de Intervención.....	49
3.9.3	Fase de Análisis.....	49
4	ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS	54
4.1	ANÁLISIS DE INFORMACIÓN INICIAL POR CATEGORÍAS	54
4.1.1	Análisis de Niveles de Desempeño	54
4.1.2	Análisis de estrategias para la resolución de problemas.....	62
4.2	ANÁLISIS DE INFORMACIÓN ENTRE CATEGORÍAS.....	69
5	CONCLUSIONES.....	73
6	SUGERENCIAS.....	75
7	REFERENCIAS	76
8	ANEXOS	79

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Notación de elementos presentes en estructuras aditivas.	26
Tabla 2. Estructuras aditivas con respecto a la posición de incógnita.....	28
Tabla 3. Codificación de estudiantes de la unidad de trabajo.	37
Tabla 4. Categorías y subcategorías de la investigación.	38
Tabla 5. Criterios para la clasificación de los Niveles de Desempeño.....	45
Tabla 6. Características en cada nivel de desempeño.....	46
Tabla 7. Análisis de niveles de desempeño.	47
Tabla 8. Criterios para la clasificación de estrategias de resolución de problemas.....	47
Tabla 9. Características para estrategias para la Resolución de Problemas.	48
Tabla 10. Análisis de estrategias para la resolución de problemas.	49
Tabla 11. Análisis de progreso o fortalecimiento de los niveles de desempeño.	51
Tabla 12. Análisis de progreso o fortalecimiento de estrategias.	52
Tabla 13. Análisis grupal de la información inicial Niveles de Desempeño.....	54
Tabla 14. Análisis grupal de las estrategias para la resolución de problemas.....	62

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Resultados pruebas Saber grado Tercero de la Institución Educativa Nuestra Señora de las Mercedes.	13
Figura 2. Jerarquía y fases de taxonomía SOLO.	30
Figura 3. Ilustración de un «quipucamayoc». En la parte inferior izquierda se observa una Yupana. Gvaman Poma De Ayala, P. (1615). El primer nueva corónica i buen gobierno. .	33
Figura 4. Diagrama de flujo de análisis de datos por fases.	53
Figura 5. Análisis Grupal Apropiación Niveles de Desempeño.	56
Figura 6. Porcentaje de evidencias grupales por niveles de desempeño.	57
Figura 7. Comportamiento de los niveles de desempeño con relación a las evidencias del grupo.	58
Figura 8. Herramienta de recolección de información para la situación 4, aplicada al estudiante E1M9.	60
Figura 9. Herramienta de recolección de información situación problema 1.	61
Figura 10. Herramienta de recolección de información aplicada al estudiante E1F9.	61
Figura 11. Herramienta de recolección de información aplicada al estudiante E1M8.	62
Figura 12. Análisis grupal apropiación estrategias para la resolución de problemas.	64
Figura 13. Porcentaje de evidencias grupales de aplicación de estrategias para la resolución de problemas.	65
Figura 14. Comportamiento de aplicación de estrategias para la resolución de problemas con relación a las evidencias del grupo.	66
Figura 15. Herramienta de recolección de información para la situación 3 y 4, aplicada al estudiante E1F8.	67
Figura 16. Herramienta de recolección de información situación problema 1 del estudiante E1M8.	69

Figura 17. Comportamiento de niveles de desempeño con relación a las evidencias del estudiante E1F8.	70
Figura 18. Comportamiento de niveles de desempeño con relación a las evidencias del estudiante E1F9.	71
Figura 19. Comportamiento de las estrategias para la resolución de problemas con relación a las evidencias del estudiante E1F8.	72
Figura 20. Comportamiento de las estrategias para la resolución de problemas con relación a las evidencias del estudiante E1F9.	72

LISTA DE ANEXOS

Anexo 1. Carta de Consentimiento Informado para Proyectos de Investigación Educativa.	79
Anexo 2. Operacionalización de las Categorías y Subcategorías de la Investigación.	81
Anexo 3. Unidad Didáctica.	86

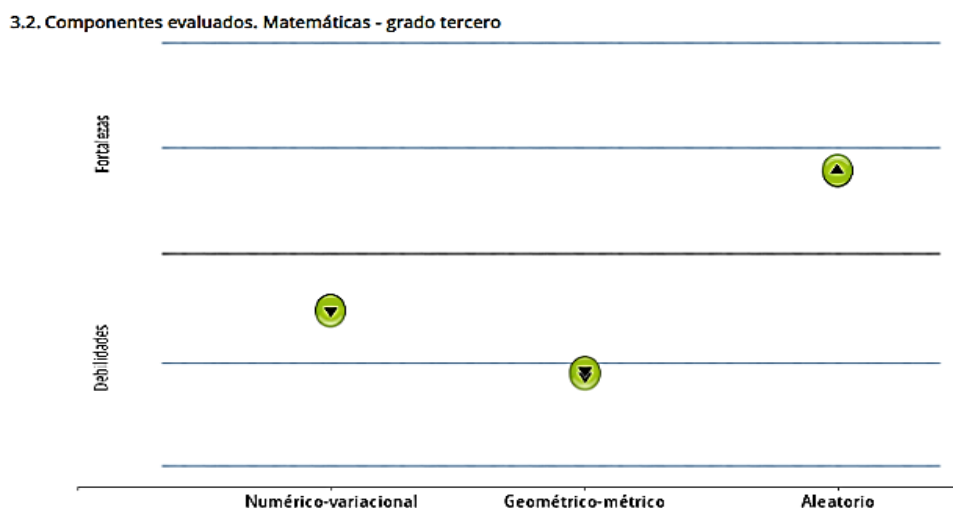
LA YUPANA EN LA RESOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMA CON ESTRUCTURAS ADITIVAS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Los resultados de las últimas pruebas SABER aplicadas en la Institución Educativa Nuestra Señora de las Mercedes evidencian que el 60% de los estudiantes de grado tercero obtuvieron desempeños insuficientes en los componentes numérico variacional y geométrico-métrico (figura 1).

Figura 1. Resultados pruebas Saber grado Tercero de la Institución Educativa Nuestra Señora de las Mercedes.



Lectura de resultados

En comparación con los establecimientos que presentan un puntaje promedio similar al suyo en el área y grado evaluado, su establecimiento es:

- Débil en el componente Numérico-variacional
- Muy débil en el componente Geométrico-métrico
- Fuerte en el componente Aleatorio

Fuente: ICFES (2017).

Por otro lado, algunos resultados obtenidos en valoraciones internas en el área de matemáticas evidencian que los estudiantes no tienen claridad en la contextualización de estructuras aditivas de los números naturales y en el desarrollo de situaciones problema que las requiere. Los estudiantes no identifican criterios o conceptos aplicables en la resolución de problemas con estructuras aditivas como combinación, cambio, comparación o doble cambio, ya que se limitan a buscar solo la resolución del algoritmo.

Para Bruno (2015), existieron algunos factores que influyeron como dificultades en la resolución de problemas de estructuras aditivas para números naturales, que se manifestaron en aspectos asociados con la forma en que se redactan los problemas, debido a que se solía aplicar de forma textual las frases utilizadas, sin tener en cuenta el contexto lingüístico en el que se plantea el problema; por otra parte, la escasa utilización de representaciones semióticas que facilitaban la comprensión de la situación problema generó dificultades, el estudiante mejoraba notablemente sus desempeños si hacía uso de una representación esquemática. El orden de las proposiciones que integraban el problema representa a menudo una gran dificultad, en especial cuando el estudiante no estaba familiarizado con recursos escritos, particularmente, en situaciones de estructuras aditivas.

Además, el autor indica que la posición de los valores desconocidos o incógnitas del problema, presentaban una mayor dificultad al ubicarse en la posición de los términos que cuando se ubicaba como un resultado; finalmente las características de los números representaban una dificultad, específicamente, cuando las cantidades que representaban los datos del problema son mayores, puesto que involucraban procesos operativos más complejos.

Los resultados obtenidos en las prácticas de aula y en los resultados institucionales demuestran la necesidad de implementar alternativas pedagógicas y didácticas que permitan mejorar en los estudiantes el desarrollo de competencias relacionadas con este tipo de pensamiento, estrategias que salgan de lo tradicional, que acerquen la tecnología al aula de clase y fortalezca el interés en el aprendizaje de estos conceptos.

Es evidente la necesidad de implementar una estrategia que permita reducir las notables dificultades en las estructuras aditivas de los números naturales, por medio de la Yupana (ábaco ancestral de origen incaico) como estrategia para transformar el aula de clase en un laboratorio de prácticas significativas y de fundamentación matemáticas y así lograr mejores desempeños.

Algunos antecedentes que dan cuenta de la necesidad y pertinencia de realizar un estudio frente a la problemática anteriormente señaladas y la pertinencia de la Yupana como principal herramienta son las siguientes:

Uno de los aspectos de gran importancia en la propuesta, se relaciona con la utilización de herramientas ancestrales, en ese campo Rojas y Stepanova (2015), publicaron un artículo en la Revista Latinoamericana de Etnomatemática, en el que se evidencia la importancia de la utilización de la Yupana como herramienta para el desarrollo de competencias matemáticas. Los autores describieron una hipótesis para el sistema de numeración Inca en la Yupana y en el Quipu y, su respectiva equivalencia algebraica usando las teorías de sumatorias, matrices y vectores, por otra parte, presentaron una aplicación de la Yupana Inca para Tablet, teléfonos celulares y PC, como estrategia pedagógica digital.

Resulta evidente la relación que existe entre la presente propuesta investigativa y el trabajo de Rojas y Stepanova (2015), toda vez que permite rescatar algunas interpretaciones de operatividad básica mediante la utilización de la Yupana, que además, ofrece alternativas digitales como herramienta de mediación didáctica en el aula de clase, estableciendo algunos parámetros comparativos sobre las posibles situaciones que se presenten en la aplicación de actividades en el aula, que involucren el manejo de herramientas ancestrales.

Por su parte, Pardo (2018) presentó una propuesta para optar el grado académico de Magíster Scientiae en Lingüística Andina y Educación, en la Universidad Nacional del Altiplano de Puno, Perú, trabajo en el que se buscaba aplicar la Yupana como estrategia etnomatemática en la construcción del concepto de número en los niños del primer y

segundo grado de la Institución Educativa No. 54163 del distrito de San Jerónimo. Según Pardo (2018)

En el ámbito de la matemática, nos enfrentamos al reto de desarrollar las competencias y capacidades matemáticas en su relación con la vida cotidiana, es decir, como un medio para comprender, analizar, describir, interpretar, explicar, tomar decisiones y dar respuesta a situaciones concretas, haciendo uso de conceptos, procedimientos y herramientas matemáticas. (p.34)

El trabajo de Pardo (2018) aporta fuertes referentes para la construcción del marco teórico de la presente propuesta, en lo relacionado con la herramienta ancestral de la Yupana, especialmente en la utilización de la herramienta basada en el algoritmo de representación de William Burns (1998). El propósito de la investigación se orientó hacia la implementación de la Yupana como estrategia didáctica en la identificación del concepto de número, para lo cual la operatividad resultaba poco relevante; a diferencia de la presente propuesta en la que se utiliza la herramienta como elemento que potencializa las destrezas en la resolución de problemas que involucran estructuras aditivas, se hace indispensable identificar algoritmos de operatividad adecuados para su aplicación. Finalmente, los alcances de la investigación de Pardo (2018), permitieron identificar el carácter transformador de la herramienta en el aula de clases, toda vez que los contextos culturales de los estudiantes, se vieron representados en la utilización de la Yupana.

Otro aspecto abordado en la presente investigación, se relaciona con las estructuras aditivas, campo en el que Oviedo y Matiz (2018), presentaron un trabajo de grado para optar el título de Magister en Enseñanza de las Ciencias, de la Universidad Autónoma de Manizales, en el que se realizó un análisis cualitativo en torno a las implicaciones que tiene la resolución de problemas con estructuras aditivas de números naturales, en estudiantes de grado segundo de la Institución Educativa Corazón Inmaculado de María del departamento de Caquetá. El trabajo permitió identificar algunas dificultades que se presentan en la resolución de problemas aditivos con estructuras de transformación, combinación, comparación e igualación. Los autores se apoyaron en una unidad didáctica, que tiene como

propósito indagar los procesos de regulación que emplearon los estudiantes, basados en la clasificación de Carpenter y Moser (1982), Ryley y otros (1983), que distan de los referentes de clasificación de estructuras aditivas para la presente propuesta, basada en Bruno (2000). En la investigación se destacó el impacto positivo que tiene la planeación de estrategias y monitoreo de las mismas, en el desarrollo de problemas matemáticos con estructuras aditivas. Así mismo, la implementación de la unidad didáctica permitió que los estudiantes fueran más críticos y reflexivos, mejorando su motivación para enfrentarse a nuevas situaciones.

Otro antecedente relacionado con estructuras aditivas se planteó por Colorado, Cisneros y Orozco (2018), en el trabajo para optar el título de Magister en Enseñanza de las Ciencias de la Universidad Autónoma de Manizales, para estudiantes de grado Primero de la Institución Educativa Corazón Inmaculado de María sede Olímpica. La investigación tuvo como objetivo describir el proceso de resolución de problemas que involucraban estructuras aditivas de cambio y comparación en números naturales, a partir de la implementación de una unidad didáctica que permitió aplicar, analizar, diseñar y planificar las estrategias que conllevaron a la resolución de un problema, lo que favoreció el desarrollo de habilidades cognitivas y metacognitivas en los estudiantes.

En la propuesta investigativa se evidenció que los estudiantes aprendieron a resolver problemas, basados en las estrategias descritas por Vergnaud (1991), para identificar, comprender y abordar situaciones que involucraban estructuras aditivas de cambio y comparación. De igual forma, los procesos mentales para planear, monitorear y resolver una situación problema se basaron en los pasos que propone Schoenfeld (1985). Además, la unidad didáctica planteada tuvo buena aceptación y participación por parte de los estudiantes, influyendo en la formación de sujetos reflexivos y emprendedores.

Castillo, Paz y Marmolejo (2017), también realizaron una propuesta de investigación en la Universidad de Nariño, para la enseñanza de estructuras aditivas de composición y transformación de números naturales, en estudiantes de grado Tercero de básica primaria. Esta investigación consideró una secuencia didáctica que favoreció la idoneidad

interaccional y afectiva, la primera idoneidad permitió identificar y resolver conflictos de manera efectiva, mejorar la autonomía en el aprendizaje, la inclusión de los estudiantes y el desarrollo de competencias comunicativas para dialogar entre sus pares y docentes; la segunda idoneidad se relacionó con el grado de interés y motivación en el proceso de asimilación de problemas aditivos, asumiendo la responsabilidad de su aprendizaje. Por ello, se propusieron situaciones que conllevaron a valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y crear espacios en los que los docentes pudieran reflexionar sobre su labor.

Frente a la necesidad de reestructurar las estrategias pedagógicas y didácticas que contribuyan a identificar los factores que intervienen en el proceso de enseñanza y aprendizaje del pensamiento numérico, la resolución de problemas surge como una iniciativa para potenciar habilidades y destrezas en el dominio progresivo de procesos y algoritmos, que se puedan aplicar a diferentes situaciones del contexto, facilitando escenarios para la autorrealización personal, ciudadana y profesional. Fuentes, Páez y Prieto (2019), en su tesis de maestría en Dificultades de Aprendizaje de la Universidad Cooperativa de Colombia, analizaron los diferentes factores que intervinieron en la dificultad para resolver problemas matemáticos de estructura aditiva simple, en estudiantes de grado quinto del Colegio Floresta Sur Localidad de Kennedy.

En la propuesta, se identificó la necesidad de generar ambientes de aprendizaje flexibles, estableciendo los ritmos y estilos de aprendizaje de cada estudiante, con el fin de generar estrategias que propiciaran la resolución efectiva de problemas. Los autores encontraron que los estudiantes que presentaban mayor habilidad para resolver problemas del aula y de la cotidianidad, son aquellos que tuvieron experiencias significativas en su vida.

Así mismo, Ortiz y Torres (2018), en su trabajo de tesis para optar el título de Magister en la Universidad Industrial de Santander, ratificaron la importancia de implementar estrategias que desarrollen el pensamiento matemático a través de la resolución de situaciones problemáticas. En la investigación, se propició espacios permanentes de actividades lúdicas, que permitieran el desarrollo de habilidades y destrezas en estudiantes

de grado segundo de Barrancabermeja, siguiendo una serie de pasos planteados por Polya “Entender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan y examinar la solución obtenida. De esta forma, el estudiante asimila con facilidad la situación problemática y llega a resolverla”. (p. 131)

En las dos propuestas anteriores, se diseñó una prueba diagnóstica estructurada según la taxonomía SOLO de John Biggs como instrumentos de recolección de información, que permitiera identificar y categorizar los niveles de desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas con estructuras aditivas, antes y después de la investigación, lo que conllevó a visualizar el impacto de las estrategias implementadas. Estos trabajos mostraron una alta relación con algunos aspectos del presente trabajo de investigación, puesto que se orientan a potencializar los niveles de desempeño de los estudiantes por medio de secuencias didácticas enfocadas en espacios en los que confluyen los intereses y aficiones de los estudiantes. Al mismo tiempo, las investigaciones consiguieron evidenciar su progreso en el desarrollo de competencias, basados en las estructuras de clasificación de la taxonomía SOLO de John Biggs.

Para ello, es necesario replantear la transposición del docente, incorporando y desarrollando estrategias que potencien el desarrollo de problemas legítimos, problemas que generen respuestas justificadas con razones de validez, en el que permita comprender su realidad y transformarla. Así se plantea la siguiente pregunta de investigación:

¿Cuáles son los niveles de desempeño y las estrategias para la resolución de problemas presentes en los estudiantes de grado tercero al abordar situaciones de estructuras aditivas en los números naturales y cómo se podría eventualmente implementar el uso de la Yupana para fortalecer dichas categorías?

1.2 JUSTIFICACIÓN

El trabajo de investigación pretende caracterizar los niveles de desempeño y las estrategias para la resolución de problemas con estructuras aditivas de los números naturales, con miras a proponer una intervención a través de una unidad didáctica que

contemple el uso de La Yupana, de tal manera que se apliquen una serie de algoritmos basados en representaciones visuales que aborden niveles de abstracción más altos, es decir, razonamientos más complejos donde el estudiante tenga la oportunidad de discernir sobre un problema y pueda establecer juicios de valor de acuerdo a la situación que se encuentre trabajando.

Cabe señalar que a partir de la caracterización se podrán establecer alternativas que potencialicen algunos aspectos del trabajo matemático, ofreciendo a los estudiantes herramientas que permitan identificar con claridad las estructuras aditivas presentes en los problemas de enunciados verbales para números naturales, por medio de la aplicación de una serie de recursos semióticos visuales que permitan solucionar situaciones reales o simuladas.

Es de anotar que a través de la Yupana se podrán generar procesos de inclusión desde la vinculación de conocimientos matemáticos y referentes culturales de la región, debido a que la principal herramienta de interacción en la propuesta (Yupana), es un ábaco ancestral de la región andina, estrechamente relacionado con la cultura Inca, que comparte aspectos de su cosmogonía, raíces lingüísticas, usos y costumbres con las comunidades indígenas. De esta forma, dicha propuesta estará sujeta a las exigencias del entorno, la comunidad y los requerimientos del Estado en cuanto a educación inclusiva, con el ánimo de establecer canales y medios de interacción entre los conceptos académicos y las necesidades educativas específicas de la región.

Finalmente, se espera potencializar los intereses legítimos en cada estudiante a partir de una estrategia que permita abordar, en particular, elementos matemáticos aplicables a una realidad próxima, de tal modo que estos conocimientos no se aprendan de forma fría y superficial, sino como parte de su crecimiento personal e inherente a su conciencia crítica, que lo caracterice como transformador de su realidad.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo General.

Caracterizar los niveles de desempeño y las estrategias de resolución de problemas presentes en los estudiantes de grado tercero, al abordar situaciones de estructuras aditivas en los números naturales en miras a proponer una herramienta de intervención a través de la Yupana.

1.3.2 Objetivos Específicos.

- Describir los niveles de desempeño de los estudiantes de grado tercero en la resolución de estructuras aditivas de los números naturales.
- Identificar las estrategias utilizadas por los estudiantes de grado tercero en la resolución de situaciones problemas con estructuras aditivas en los números naturales.
- Diseñar una unidad didáctica en donde se plantee el uso de la Yupana como herramienta para fortalecer niveles de desempeño y la utilización de estrategias para la resolución de problemas en situaciones aditivas de los números naturales.

2 MARCO CONCEPTUAL

2.1 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Frente a la urgente necesidad por reestructurar los procesos de enseñanza y aprendizaje en el área de matemáticas, la resolución de problemas surge como una estrategia que involucra, no sólo el desarrollo de habilidades en el estudiante, sino también la transformación de la realidad escolar, desde la comprensión de los constructos sociales, culturales e históricos.

Según Blanco (1996), las operaciones mentales útiles para resolver un problema, se denominan estrategias heurísticas y, aquellas pautas o indicaciones que intervienen en el proceso de resolución de problemas se denominan sugerencias heurísticas. Sin embargo, existen doctrinas que clasifican y analizan estas sugerencias heurísticas y reflexionan sobre los diferentes factores que intervienen, de orden cognoscitivo, social, epistemológico, cultural, científico, etc., para lo cual se denomina modelo de resolución de problemas.

Es así como toma relevancia el trabajo propuesto por Polya y Zugazagoitia (1989), para quienes los problemas no se encasillaban solamente en resolver algoritmos y ejercicios repetitivos de la práctica tradicional; lo realmente importante radicaba en la búsqueda de una serie de estrategias o sugerencias heurísticas, que permitían al estudiante asimilar las técnicas de resolución, que se han demostrado efectivas, hasta convertirse en un buen resolutor de problemas. Para ello, el estudiante debía conocer cuatro pasos básicos:

Primero, tenemos que comprender el problema, es decir, ver claramente lo que pide. Segundo, tenemos que captar las relaciones que existen entre los diversos elementos, ver lo que liga a la incógnita con los datos a fin de encontrar la idea de la solución y poder trazar un plan. Tercero, poner en ejecución el plan. Cuarto, volver atrás una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla. (p. 28)

Para Polya y Zugazagoitia (1989), el proceso iniciaba interpretando el enunciado del problema, estableciendo una visión global de todos los aspectos, familiarizándose con la intención que el enunciado trataba de transmitir y recogiendo la mayor cantidad de información. Posteriormente, se realizaba una lectura más detallada de los pormenores del problema, acercándose a los aspectos particulares hasta el punto de poder separarlos para clasificar la información más importante, de este modo se logró establecer hipótesis y conclusiones, datos relevantes, incógnitas y condiciones que afectaran el problema, estableciendo relaciones, que a pesar de no ser implícitas, pudieron estar presentes entre las diferentes partes del problema, esto permitió un profundo manejo de los pormenores del problema, conocimiento que eventualmente fue utilizado. A continuación, se hizo necesario destacar los aspectos más importantes desde varios puntos de vista y examinar posibles relaciones en busca de un nuevo significado a cada detalle, para ello, fue útil conectarlos con conocimientos que previamente hayan servido en la resolución de una situación similar, esto pudo generar ideas incompletas con las que se debió evaluar hasta qué punto pudieran desarrollarse. Estas acciones permitieron resolver una problemática de manera adecuada y examinar si la solución obtenida fue la correcta.

De la estructura de Polya (1989), subyacen varios modelos presentados posteriormente, es así como la resolución de problemas constituyó un importante campo de investigación dentro de la enseñanza de las matemáticas, ya que involucró procesos cognitivos y metacognitivos en la aprehensión de nuevos conocimientos. Mason, Burton & Stacey (1989), Schoenfeld (1985), De Guzmán (2007) propusieron modelos más complejos para la búsqueda y desarrollo de estrategias heurísticas, que involucraron un seguimiento constante y riguroso de los distintos factores que intervinieron en la situación de estudio, obteniendo un doble conocimiento: las técnicas de resolución y las características del modo en que el estudiante enfrenta los problemas. El modelamiento del docente resultó indispensable para formar aprendices autorregulados, pero implicó un cambio profundo en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ya que se abordaban aspectos culturales, emocionales, sociales.

Schoenfeld (1985), propuso un modelo mucho más amplio, respaldado por experiencias que lo validaban, en los que detectaba conductas grupales homogéneas relacionadas con la globalidad del proceso. Así mismo, estableció que el proceso no necesariamente era consecutivo o lineal, puesto que se proponían estructuras que consideraban marcha atrás, hacia adelante o en otras direcciones. Por otra parte, estableció la idea de un monitor que desarrollara el papel de vigilancia al interior de cada sujeto, organizara la ejecución de los procesos ajustados a las características personales y a las concepciones técnicas necesarias para la resolución de problemas, además de desarrollar un análisis donde se evaluaba las técnicas aplicadas.

Por su parte, la propuesta de De Guzmán (2007) recogió los aspectos de mayor relevancia de los trabajos de Polya y Schoenfeld, pero tuvo en cuenta los aspectos personales y sociales inherentes a cada sujeto, es decir, que para convertirse en buenos resolutores de problemas debía conocer los factores que afectaban los procesos de los estudiantes. Para enfrentarse a una situación problema, el resolutor ha debido evidenciar confianza, tranquilidad, etc., ya que si el primer encuentro con la situación presentaba actitudes iniciales negativas, resultaba muy probable un bloqueo al abordar la situación.

A pesar de que los bloqueos fueron una parte importante del proceso, su acumulación generaba desánimo y grandes dificultades para la resolución del problema, entre estos se tenía: bloqueos de tipo inercial, bloqueos de origen afectivo, bloqueos de tipo cognoscitivos, bloqueos de tipo cultural y ambiental. Resultó importante la caracterización de estos bloqueos para establecer su detección e implementar una estrategia que permitía minimizar la afectación que genere.

La propuesta de De Guzmán (2007) se basaba en aspectos como la actividad del autor, el intercambio con sus compañeros, el reconocimiento de la forma en que piensa los estudiantes y el estudio de las propuestas que lo anteceden, para ello se estableció cuatro fases que debieron tenerse en cuenta para la resolución de situaciones problema:

- Familiarización con el problema:

Hace relación a las actividades concernientes con la comprensión precisa de la situación problema que se pretende solucionar (datos, variable, relación entre ellos).

- **Búsqueda de las estrategias:**
En esta fase, el estudiante debe seleccionar las estrategias heurísticas más afines a las características de la situación problema.
- **Desarrollo de la estrategia:**
Se pone en práctica las estrategias establecidas en la fase anterior, teniendo en cuenta la pertinencia que cada estrategia brinde al desarrollo de la situación problema, evaluando su validez y efectividad.
- **Revisión del proceso:**
Una vez se obtiene la solución del problema, se hace necesario retomar todos los aspectos y procesos adoptados para realizar una revisión general, en busca de la depuración del proceso, para establecer su validez y optimizar cada elemento.

2.2 ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS ESTRUCTURAS ADITIVAS

Desde edades tempranas se realizaban operaciones con estructuras aditivas de manera intuitiva como respuesta a algunos requerimientos de su cotidianidad. Al formalizar su estudio, se utilizaron procesos de resolución estructurados denominados algoritmos, que facilitaron el desarrollo de estructuras aditivas, las cuales modelaron situaciones en contexto e implicaban la resolución de Problemas Aditivos de Enunciado Verbal (PAEV).

Existen diferentes enfoques relacionados con la resolución de PAEV, el presente trabajo destaca la revisión y categorización según Castro, Rico y Gil (1992), para quienes resultaba importante establecer las diferencias entre cuatro enfoques:

Enfoque lingüístico: en este enfoque se busca establecer la importancia del lenguaje y sus características (habilidad lectora, accesibilidad de textos, factores lingüísticos), en los procesos de resolución de PAEV.

Enfoque de variables estructurales: Para Castro, Rico y Gil (1992) este enfoque identifica la importancia de determinar características específicas de un enunciado, que puede tomar un valor determinado de un conjunto de características discretas, denominadas variables estructurales, que se pueden analizar de forma global o parcial.

Enfoque de sentencias abiertas: En este enfoque se realiza una clasificación de las características en los PAEV, teniendo en cuenta la presencia de sentencias abiertas de adición y sustracción.

Enfoque semántico: Este modelo identifica la relevancia que tiene el significado del texto, presente en los PAEV, para identificar el rol que cada elemento textual juega en el enunciado y cómo influye en su resolución.

En el presente trabajo, se toma como referencia la clasificación del enfoque de estructuras semánticas, como insumo que permita determinar la importancia de su manejo en la resolución de PAEV, para ello se tiene en cuenta la notación empleada por Bruno y Martín (1997a), para la cual se utilizan las siguientes definiciones:

Tabla 1. *Notación de elementos presentes en estructuras aditivas.*

Elemento	Definición	Ejemplo
Estado (e)	comprendido como la función que asigna una magnitud con una unidad de medida a un sujeto determinado.	Carlos tiene 5 canicas.
Comparaciones (c)	comprendidas como la diferencia entre dos estados que se refieren a una misma magnitud.	Juan tiene 2 canicas más que Carlos.

Variaciones (v)	comprendidas como la comparación de dos estados de una misma función estado, para dos instantes diferentes.	Carlos tiene 1 canica más que ayer.
--------------------	---	-------------------------------------

Fuente: Diseño propio de los autores.

Para Bruno y Martín (1997b), resultó determinante la identificación de la estructura como la ubicación de la variable para identificar la dificultad de los problemas que presentan los estudiantes, el comprender las diferentes estructuras y sus características se convirtió en el requisito fundamental para mejorar la resolución de problemas, habitualmente la posición de la variable es el factor que genera mayor dificultad en la comprensión del problema.

Teniendo en cuenta lo anterior, para Bruno (2000), la clasificación funcional y semántica de los PAEV establece las siguientes estructuras:

Todo junto, en esta estructura se combinan diferentes estados de una misma magnitud, por ejemplo, Carlos tiene 3 canicas y Juan tiene 2 canicas, en total tienen 5 canicas.

$$e_1 + e_2 = e_t \quad (\text{estado parcial 1} + \text{estado parcial 2} = \text{estado total}).$$

Algo ocurre, en esta estructura se presenta un cambio o variación del estado inicial, por ejemplo, Carlos tiene 3 canica y compra 4 canicas más, finalmente tendrá 7 canicas.

$$e_1 + v = e_f \quad (\text{estado inicial} + \text{variación} = \text{estado final}).$$

Compara, en este estado se presenta una comparación del estado que hace referencia a una misma unidad, por ejemplo, Carlos tiene 3 canicas y Alex tiene 5 canicas más que Carlos, Alex tiene 8 canicas.

$$e + c = f \quad (\text{estado menor} + \text{comparación} = \text{estado mayor})$$

Dos cambios, en esta estructura se presenta la combinación de variaciones, por ejemplo, de las 3 canicas que tenía Carlos, en la mañana compro 2 y en la tarde 4 al final, Carlos tiene 6 canicas más que las que tenía.

$$v_1 + v_2 = v_t \quad (\text{variación estado parcial 1} + \text{variación parcial 2} = \text{variación total}).$$

Por otra parte, de manera general, cada estructura se puede representar mediante tres variables, de la forma $x + y = z$, así se presentan tres posibles posiciones de valores por determinar (incógnitas), como se observa en la siguiente tabla:

Tabla 2. *Estructuras aditivas con respecto a la posición de incógnita.*

Estructura	Posición “x”	Posición “y”	Posición “z”
Todo junto $e_1 + e_2 = e_t$	$i? + e_2 = e_t$	$e_1 + i? = e_t$	$e_1 + e_2 = i?$
Algo ocurre $e_1 + v = e_f$	$i? + v = e_f$	$e_1 + i? = e_f$	$e_1 + v = i?$
Compara $e + c = f$	$i? + c = f$	$e + i? = f$	$e + c = i?$
Dos cambios $v_1 + v_2 = v_t$	$i? + v_2 = v_t$	$v_1 + i? = v_t$	$v_1 + v_2 = i?$

Fuente: Adaptación de Bruno (2000).

Para Bruno (2000), cuando se les solicita a los estudiantes escribir situaciones problema, a pesar de ser novedoso, muchas de las situaciones no guardan relación con los objetivos que pretendían los profesores, en ocasiones, los redactaron sin saber el final de los mismos, se escribían problemas más complicados y a menudo, no podían ser clasificados en ninguna de las estructuras. En algunas situaciones, los datos aparecieron en el mismo orden de la estructura, es decir, la estructura define el orden de aparición de los datos.

Con respecto a la identificación de las estructuras, se encontró un problema en la clasificación, generalmente si el problema incluía la expresión “en total”, los estudiantes lo asociaban a la estructura “todo junto”, sin importar el contexto de la situación. En algunas de las situaciones, los estudiantes cometieron errores al momento de olvidar datos

importantes. En general, la estructura que generó mayor dificultad en su resolución es la de “dos cambios”, para Bruno y Martín (1997b) hubo estudiantes que necesitaban tener específicamente el estado inicial y el estado final, por lo que una estructura con doble variación no logró ser comprendida con claridad.

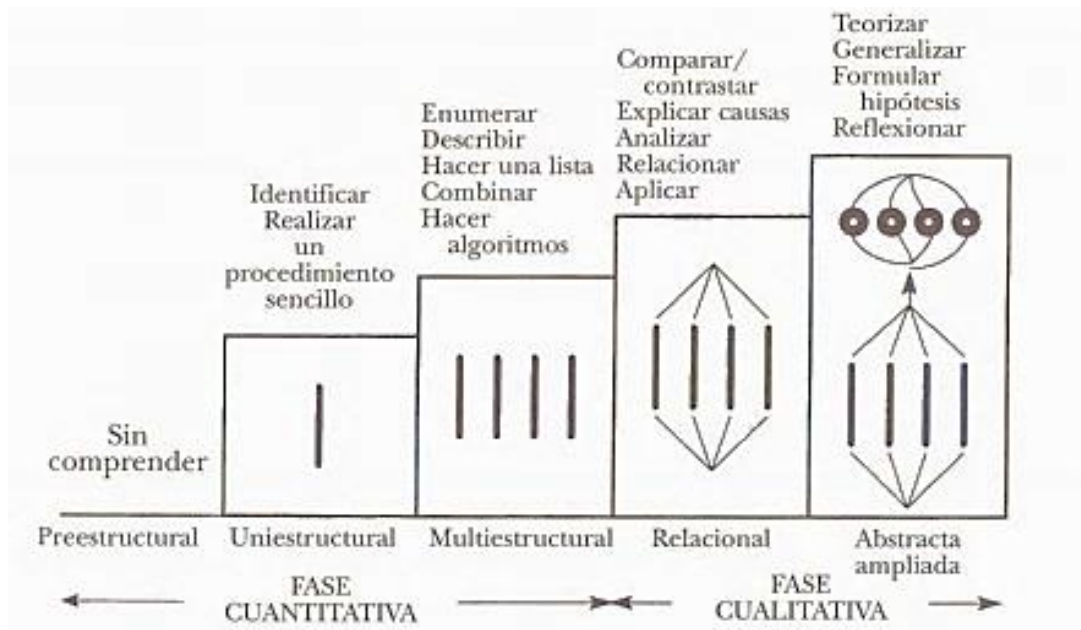
Por otra parte, las mayores dificultades se evidenciaron en la resolución de problemas, una ventaja se presentó cuando se redactaron situaciones sus propias palabras ya que se consiguió que la mayoría de estudiantes entendieran perfectamente la situación, la dificultad radicaba en que al realizarse con cantidades pequeñas, los estudiantes obviaron la escritura de la operación y es posible que no se detuvieran a razonar el proceso, es posible que se resolviera la situación de manera correcta, utilizando operaciones o procesos incorrectos.

Con respecto a la posición de las incógnitas, se resolvieron con mayor facilidad las estructuras con posición de la variable en “z”. Se hizo necesario establecer estas relaciones entre la estructura y posición de la incógnita puesta que según Bruno y Martín (1997b), los PAEV, que mostraron mayor dificultad en su resolución fueron aquellos en los que la incógnita se ubicó en la posición “x” o en la posición “y”.

2.3 TAXONOMÍA SOLO DE BIGGS

Biggs y Manzano (2005) establecieron una clasificación jerarquizada del proceso de enseñanza y aprendizaje, que permitió identificar horizontalmente cada una de las cinco fases del desarrollo de las competencias en el estudiante, asociadas a una serie de verbos que las caracterizan (figura 2).

Figura 2. Jerarquía y fases de taxonomía SOLO.



Fuente: Biggs, J., Manzano, P. (2005). Calidad del aprendizaje universitario (Vol. 7). Madrid: Narcea.

En el eje horizontal de la gráfica de Jerarquía y fases de taxonomía SOLO, se propuso la evolución desde una fase pre-estructural hasta una fase abstracta ampliada, y en el eje vertical el incremento en el nivel de competencia. Según la estructura de Biggs y Manzano (2005), las primeras tres fases presentan características cuantitativas: en la fase preestructural, el estudiante aporta respuestas equivocadas, aisladas, ambiguas o erróneas, que posiblemente no evidencien el desarrollo de competencias o habilidades. En la fase uniestructural, el estudiante muestra aprendizajes poco profundos, identifica o reconoce someramente un solo aspecto, sin dar importancia a las características más relevantes del objeto de aprendizaje, las respuestas son poco elaboradas y uniestructurales, relacionadas más con la evocación o simple definición de un concepto. En la fase multiestructural, se identifican conceptos aislados que no encuentran relación alguna entre sí, definiciones memorísticas que aparentan la comprensión de un concepto, pero que realmente resultan superficiales y algunas veces se repiten de memoria, sin vincularse a un significado apropiado por el estudiante.

Las fases siguientes, de características cualitativas se establecen como de nivel superior, en la fase relacional, los estudiantes identifican las estructuras que enmarcan los conceptos aislados de la fase anterior, estableciendo la interacción entre estos conceptos y construyendo un nuevo conocimiento. En la fase de abstracción ampliada, el estudiante desarrolla los conceptos del mismo modo que la fase anterior, sin embargo, el estudiante es capaz de transferir los nuevos conocimientos a otros contextos, de modo que desarrolla la capacidad de emitir juicios de valor y establecer hipótesis. Esta taxonomía, definida por Biggs y Manzano (2005) como Estructura del resultado observado del aprendizaje, SOLO por sus siglas en inglés, es un instrumento muy útil para determinar en qué medida ha sido eficaz el aprendizaje de contenidos concretos en el estudiante y qué tan precisos han sido los objetivos curriculares con respecto a la evaluación.

2.4 ETNOMATEMÁTICAS

El desarrollo social y económico de las diversas culturas que existieron a lo largo de la historia, se fundamentó en su sistema de conteo basado en técnicas y algoritmos similares a los sistemas de numeración utilizados actualmente. A pesar de ello, la antropología y las matemáticas, por sí solas, resultan ineficientes al momento de explicar fenómenos sociales relacionados con la matemática. Según Blanco (2006):

las matemáticas con su metodología de investigación no logran capturar los aspectos socioculturales que circundan el desarrollo matemático de las personas. Por otro lado, la antropología, aunque es una disciplina estudiosa de la cultura, su falta de formación matemática le impide “ver” los conceptos matemáticos que circulan en la cotidianidad de las comunidades. (p. 1)

Así, las etnomatemáticas implican procesos de indagación y asimilación de las diversas convenciones matemáticas provenientes de grupos sociales asociados a estas culturas, profundizando en el reconocimiento, recuperación y fortalecimiento de los conocimientos y saberes propios.

Esta nueva área del conocimiento se enriqueció a través de diversos aspectos: el histórico, epistemológico, geográfico y antropológico, orientados a contextualizar los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática, estableciendo relaciones entre la cultura y el área. Bajo esta perspectiva, las matemáticas dejan de ser una ciencia teórica y aislada del mundo exterior para convertirse en un laboratorio dinámico y acorde a su contexto histórico-cultural, donde los estudiantes asumen un papel protagónico de interacción con los diferentes elementos de esta ciencia.

2.5 YUPANA

Desde el punto de vista histórico, la Yupana es un tipo de ábaco ancestral, que evolucionó a partir de la Taptana. Guamán Poma De Ayala (1615, citado por Rojas, 2015) describió estos instrumentos como:

La Yupana y/o Taptana, se trata de tableros con escaques o casilleros encontrados en todo el Tawantinsuyo. Según el uso que se le da, toma las denominaciones de Yupana o Taptana; si se usa para hacer cálculos aritméticos a manera de ábaco, se le llama Yupana y si se utiliza como tablero de juego, se denomina Taptana. Hay tableros de hueso, barro (arcilla), madera, y piedra, entre ellos con casilleros en altos y bajo relieve muy pronunciados a los cuales se les llaman Tableros Arqueológicos, también existe otro, de forma plana, en el cual se dibujaron los casilleros, conocido como el Tablero de Guamán Poma de Ayala. (p. 47)

Según Pareja (1986), el término Yupana provino del vocablo quechua “yupay” que significa contar. En la figura 3 se observa el diseño genérico de la Yupana, presentado por Guamán Poma De Ayala en tiempo de la conquista:

Figura 3. Ilustración de un «quipucamayoc». En la parte inferior izquierda se observa una Yupana. Gvaman Poma De Ayala, P. (1615). El primer nveva corónica i bven gobierno.



Recuperado de: <http://www.kb.dk/permalink/2006/poma/362/en/text>.

Uno de los primeros cronistas que plasmó el funcionamiento del sistema de conteo de los Incas fue Guamán Poma de Ayala, quien dibujó un contador Inca con una tabla a sus pies, la tabla contenía cinco filas y cuatro columnas. En 1615, Poma de Ayala (citado por Moscovich, 2006) narró:

Cuentan en tablas, numeran de cien mil y de diez mil y de ciento y de diez hasta llegar a una. De todo lo que pasan en este reino lo asienta, y fiestas y domingos y meses y años. Y en cada ciudad y villa y pueblos de indios había estos dichos contadores y tesoreros en este reino. (p. 106)

La Yupana fue utilizada por los contadores (quipucamayos) en el imperio de los Incas, quienes preferían calcular con piedras u otros materiales parecidos, en especial granos de maíz o frijoles, y anudar luego los resultados obtenidos en los hilos del quipu. De acuerdo con la mayoría de los cronistas, el cálculo con piedras y granos era ejecutado con gran precisión.

Por otra parte, cabe destacar el hecho de que existe diversos referentes teóricos relacionados con hipótesis sobre la posible utilización de esta herramienta, para efectos didácticos el planteamiento de Burns (2007) mostraba un sistema de representación de cantidades con base decimal en el que se ubican de derecha a izquierda las unidades, decenas, centenas, miles, decenas de millares, de manera similar a la representación decimal actual; en cuanto a los círculos de color negro, se interpretaron como lugares ocupados y los círculos blancos, como lugares vacíos que podían ser ocupados por elementos visuales como piedras, semillas, etc.

Con respecto a la representación de una cantidad, Burns (2007) sostuvo que antes de pasar a enfocar el procedimiento para efectuar operaciones, se debe establecer los puntos de vista que hay que tener presente en este estudio:

- Colocación de la Yupana en posición de trabajo.
- El valor de cada círculo es “uno” adquiriendo otros valores de acuerdo con la columna que indica el orden numérico.
- El sistema de numeración es el sistema decimal.
- Los círculos de la primera fila de la Yupana representan la memoria, las otras filas, con casilleros de 2, 3, 5 son posiciones para ubicar las ayudas artificiales.
- La progresión 1, 2, 3, 5 en la tabla de apoyo sirve para la función del método que llamamos *Calculación por Partes*. (p. 73)

En cuanto a los procesos operativos, la estructura posicional de representación decimal, permitió establecer algunas semejanzas con respecto a los procesos operativos contemporáneos, lo que facilitó la utilización de la herramienta en contextos escolares de básica primaria, teniendo en cuenta algunas adaptaciones.

3 METODOLOGÍA

3.1 ENFOQUE Y ALCANCE

Los aspectos que el presente trabajo de investigación pretendió abordar, mostraron una serie de características que pueden desarrollarse de manera más profunda a partir de una investigación de tipo cualitativo con alcance interpretativo, debido a que no buscó establecer parámetros cuantificables sobre los desempeños de los estudiantes, sino indagar por las características que potencializan su aprendizaje.

Por otra parte, en el contexto particular del presente trabajo, la investigación cualitativa no precisó de una hipótesis sobre la apropiación de los conocimientos en los estudiantes, sino dirigida a encontrar evidencias que involucraran metodologías flexibles y abiertas, en las que predomine la interacción y la constante comunicación entre el investigador y la población de estudio. Resultó importante recabar la mayor cantidad de información con la que sea posible establecer las características del contexto, con el objeto de dar respuesta a la pregunta de investigación.

Una de las características destacables dentro de las investigaciones de tipo cualitativo está dada por su alcance descriptivo. Para el caso particular de la presente propuesta, la información recolectada a través de estos procesos interactivos resultó necesaria para interpretar las características del contexto, en busca de una alternativa de intervención didáctica, para lo cual se esperaba obtener un panorama general a partir de la observación de casos específicos y particulares, buscando la credibilidad de sus modelos interpretativos por medio de la utilización de una narrativa detallada.

Teniendo en cuenta que el grupo de estudiantes resultó bastante disminuido, es preciso establecer que la presente investigación se desarrolló a partir de un estudio de caso propio de la investigación cualitativa. Para Tamayo (1999), este tipo de estudios resultan bastante apropiados cuando se pretende estudiar a profundidad algunas características, situaciones o interacciones para grupos reducidos de individuos, a su vez este tipo de investigación

presenta elementos que permiten un estudio profundo de una unidad de observación, de acuerdo a características y procesos específicos o el comportamiento total de dicha unidad, en un ciclo de vida o un segmento de ella. Debido a esto, se utilizó el estudio de caso para comprender con un alto grado de profundidad el contexto social y educativo para la temática propuesta en la investigación.

3.2 POBLACIÓN Y CONTEXTO

La Institución Educativa Nuestra Señora de las Mercedes se ubica en la cabecera municipal del Tablón de Gómez, departamento de Nariño, a dos horas y media de la capital. Se caracteriza por ofrecer la modalidad de bachillerato académico a 509 estudiantes del municipio, cuenta con dos sedes principales y 9 centros educativos asociados. Es de anotar que la Institución cuenta con recursos tecnológicos para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Del total de los estudiantes matriculados en la Institución, cerca del 65% habita en el sector rural, en veredas o corregimientos; un 29% en la cabecera municipal y cerca del 6% en el Resguardo Indígena Inga de Aponte. La población atendida por la Institución consta de jóvenes en edades escolares que van desde los 5 hasta los 19 años, en el caso específico del grado Tercero se trabaja con 5 niñas y 6 niños en edades que van desde los 7 hasta los 10 años, que en su totalidad pertenecen a la zona urbana del municipio, con núcleos familiares de marcada tendencia disfuncional y población flotante.

La ubicación geográfica de la cabecera municipal y su zona de influencia, es estratégica y favorable para el desarrollo del sector agropecuario, sin embargo, las difíciles circunstancias socioeconómicas a las que se ven abocadas estas familias generan en nuestros estudiantes deficientes hábitos de estudio, pérdida de la motivación y el interés hacia los procesos de formación académica.

3.3 UNIDAD DE TRABAJO

Para el desarrollo del presente trabajo de investigación, se contó con la participación de 5 estudiantes del grado tercero de la Institución Educativa, 3 niños y 2 niñas, quienes habitan en la zona urbana del Municipio. La unidad de trabajo se codificó de la siguiente manera: rol, número de orden, género y edad; esto quiere decir que, si por ejemplo se menciona al estudiante E1M8, hace referencia a estudiante 1 de género masculino con 8 años de edad.

Tabla 3. *Codificación de estudiantes de la unidad de trabajo.*

Estudiante	Género	Edad (años)	Código
1	Masculino	8	E1M8
2	Masculino	8	E2M8
3	Masculino	9	E1M9
4	Femenino	8	E1F8
5	Femenino	9	E1F9

Fuente: Diseño propio de los autores.

3.4 CONSIDERACIONES ÉTICAS

La labor docente reviste una gran responsabilidad, toda vez que se orienta a la formación del ser humano, resulta estrictamente necesario establecer una serie de consideraciones éticas que garanticen el pleno desarrollo de las individualidades de los estudiantes, para el caso particular del presente trabajo de investigación, el proceso se realizó con estudiantes menores de edad, los compromisos y garantías éticas protegen su identidad, así como la información recolectada.

Además, se presenta el Anexo 2 Formato de Consentimiento Informado, que garantiza la protección de los menores y la autorización por parte de los acudientes para el manejo de la información obtenida durante la investigación (información escrita, oral, videos, fotografías, etc.), con fines estrictamente pedagógicos.

3.5 UNIDADES DE ANÁLISIS

Como unidades de análisis se tuvieron en cuenta las siguientes categorías:

Tabla 4. *Categorías y subcategorías de la investigación.*

Categoría	Subcategorías	Indicadores
Resolución de problemas con estructuras aditivas de números naturales (De Guzmán, 2007)	Familiarización con el problema	Comprende de qué trata el problema
		Reconoce los datos y variables del problema
	Búsqueda de estrategias	Representa de múltiples formas el problema
		Simplifica el problema para poder abordarlo
		Propone múltiples estrategias para resolver el problema
	Desarrollo de la estrategia	Elige la mejor estrategia con la que puede resolver el problema
		Regresa a la fase anterior y selecciona otra estrategia
		Considera nuevas estrategias que no tuvo en cuenta antes
	Revisión del proceso	Explica cómo llegó a la solución
		Reflexiona sobre el éxito del ejercicio
Analiza qué otros posibles resultados tienen el problema.		
Niveles de desempeño para la resolución de problemas con	Preestructural	Reconoce sin comprensión algunos elementos
	Uniestructural	Identifica algún tipo de información
		Realiza procesos sencillos
	Multiestructural	Elabora un listado, enumerar y describir información relevante.
		Aplica algoritmos
Relacional	Compara y contrasta información.	

estructuras		Analiza y aplica correctamente algoritmos
aditivas de		Generaliza procesos
números	Abstracta	Formula hipótesis
naturales	Ampliada	Emite juicios de valor
(Biggs y Manzano, 2005).		

Fuente: Diseño propio de los autores.

Para la presente propuesta de investigación, se hizo necesario analizar la influencia de la aplicación de las estrategias para la resolución de problemas en los niveles de desempeño. La operacionalización asociada a las categorías de análisis se presentó en el anexo 2.

3.6 TÉCNICAS Y FUENTES DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

Los elementos que permitieron la recolección de la información sobre las unidades de análisis planteadas son la entrevista no estructurada y el cuestionario abierto, los cuales se caracterizan por proveer una mayor cantidad de recursos y se planean de manera que puede adaptarse a las características de los sujetos y a las condiciones del contexto, lo que asegura una mayor adaptación a las necesidades de la investigación cualitativa.

3.6.1 Entrevista No Estructurada

Constituye una técnica informal, flexible y abierta de recopilación de información, a través de preguntas y respuestas entre el entrevistador y el entrevistado, donde se realiza una comunicación y construcción conjunta de significados respecto a un tema. Para el caso particular de la investigación, la entrevista estuvo orientada a entender un poco más la perspectiva del estudiante y expresar de forma libre sus preferencias, opiniones o actitudes, por su parte, el docente tuvo la flexibilidad para manejar la situación, por ello, es importante formular preguntas que reflejen el tema objeto de estudio con claridad y sencillez.

La propuesta requirió el análisis de gran cantidad de datos, para ello se diseñaron una serie de protocolos consistentes con los fines y propósitos de la investigación. Para Fontana

y Frey (2005, citado por Vargas), son necesarios ciertos aspectos para realizar una entrevista de manera asertiva, tales como “comprender el lenguaje y la cultura de los entrevistados, decidir cómo se va a llevar a cabo la presentación del entrevistado, localizar al informante, obtener confianza, establecer relación y recolectar información empírica” (p. 129).

3.6.2 Cuestionario Abierto

Esta técnica de recolección de datos, se basa en la realización de preguntas abiertas para indagar por contenidos y temáticas de campos específicos, los cuales deben ser congruentes con el planteamiento del problema. Para Hernández, Fernández y Batista (2014), la elección del tipo de preguntas depende “del grado en que se puedan anticipar las posibles respuestas, los tiempos de que se disponga para codificar y si se quiere una respuesta más precisa o profundizar en alguna cuestión” (p. 221). Para ello, hubo la necesidad de analizar cada una de las variables propuestas en el proyecto de investigación y verificar cuáles preguntas pueden ser más confiables y válidas para medir esa variable. Igualmente, se estudió detenidamente el planteamiento de las preguntas, para garantizar una correcta comprensión de las situaciones con la utilización de un lenguaje apropiado que proporcione claridad, sencillez y comprensión.

Así mismo, se utilizaron instrucciones precisas y explícitas sobre la forma en que se debe contestar las preguntas, mediante un lenguaje que se adapte a las características de los estudiantes, teniendo en cuenta su nivel educativo y socioeconómico. No obstante, los cuestionarios se aplicaron a un número reducido de personas ya que el número de categorías de respuesta es muy elevado, por lo que obligó al equipo de investigación a realizar un análisis detallado para poder clasificar y codificar los posibles matices de las respuestas.

Como apoyo en el proceso investigativo, se planteó la utilización de un registro personal de anotaciones, tanto para el estudiante como para el docente, que evidencie las impresiones iniciales y finales de las experiencias obtenidas en la metodología implementada. Según Hernández Sampieri, Fernández y Batista (2004), un diario de campo

debe contener los siguientes elementos: descripciones del entorno en el que se desarrolla la investigación (lugares, personas, relaciones, fechas); esquemas, gráficos o diagramas que indiquen la secuencia cronológica de los sucesos (organigrama, línea de tiempo); listado de objetos que contribuyeron a la recolección de los datos (fotografías, videos, grabaciones) y los aspectos del desarrollo de la investigación (etapas pendientes por desarrollar).

Como resultado del conjunto de todos estos elementos, se identificaron los datos más significativos a recolectar y para ello, se utilizaron instrumentos como guías de observación o guías de campo, la inmersión del docente fue importante para entender el entorno de análisis y tomar buenas decisiones.

3.7 UNIDAD DIDÁCTICA

Una vez realizada la caracterización e identificados los niveles de desempeño y las estrategias para la resolución de problemas presentes en los estudiantes de grado tercero, se propuso desarrollar la unidad didáctica (Anexo 3), la cual contiene una serie de actividades, relacionadas el uso de la Yupana. Para ello, el trabajo se dividió en:

Fase de Ubicación, en la que se establecieron los insumos necesarios para la formulación de la propuesta de unidad didáctica. Para ello, se realizó una breve inducción con padres de familia y estudiantes para socializar aspectos relacionados con la propuesta.

Fase de Desubicación, en la que se establecieron conceptos relacionados con la utilización de la Yupana y las dos categorías de investigación, a través de una propuesta que se estructuró con base a tres guías de actividades con las respectivas orientaciones, sugerencias y recomendaciones que faciliten una posible implementación.

Fase de Reenfoque, en la que se propuso una herramienta de seguimiento en la que se resuelvan situaciones contextualizadas aplicando los conocimientos obtenidos, por medio de la utilización de la versión digital de la herramienta de cálculo o ábaco ancestral La Yupana.

3.8 DISEÑO METODOLÓGICO

El proyecto se estructuró con base a una fase procedimental, en la cual se establecieron una serie de actividades programadas para alcanzar los objetivos previstos. Esta etapa caracterizó aspectos específicos de la investigación y permitió estructurar los roles de quienes participan.

3.8.1 Fase de Exploración

Para esta etapa se realizó un sondeo a través de una herramienta de recolección de información inicial, sobre los conocimientos presentes en los estudiantes, que guardaran alguna relación con la resolución de problemas e involucraban estructuras aditivas de enunciado verbal de números naturales y arrojaban evidencias sobre sus niveles de desempeño, esto permitió establecer una línea de base sobre la cual se estructuraron alternativas de intervención para el desarrollo de una propuesta de unidad didáctica, que además arrojó una estimación de los intereses, afinidades y gustos de cada estudiante.

Uno de los aspectos determinantes para el desarrollo de esta fase estuvo enfocado al proceso de caracterización de las categorías de investigación, haciendo uso de una herramienta de recolección de información, que suministró datos relacionados con cada una de las estructuras aditivas (combinación, variación, comparación y doble variación), enmarcadas en los referentes teóricos del proyecto de investigación. Cada estructura se relacionó con una situación problema (contexto), al que subyacen nueve ítems: cinco que proporcionen evidencias sobre las subcategorías de los niveles de desempeño y cuatro sobre las subcategorías de las estrategias para la resolución de problemas.

Por otra parte, resultó indispensable establecer los niveles de desempeño en los que se encontraban los estudiantes, de acuerdo a la clasificación taxonómica SOLO de Biggs, para identificar las fortalezas que debían potencializarse en el grupo y establecer las posibles rutas que permitan desarrollar cambios conceptuales, transformando los conocimientos desde una fase cuantitativa, ya sea preestructurales, uniestructurales y multiestructurales,

hasta alcanzar niveles de desarrollo conceptual, clasificado en una de las fases cualitativas, ya sea relacional o abstracta ampliada.

Es decir, se pretendió indagar sobre las posibles dificultades para la aplicación de estrategias de resolución de problemas con estructuras aditivas para números naturales, con el propósito de establecer prioridades para el desarrollo de la utilización de dichas estrategias y proveer herramientas que permitan una interacción más eficiente con los PAEV.

Posteriormente en esta fase, se desarrolló el proceso de clasificación de la información recolectada, con el propósito de aplicar de una manera más eficiente las herramientas diseñadas para el análisis, que se realizó teniendo en cuenta aspectos grupales con los que se pueda establecer características de la población y un estudio individual en el que se caractericen situaciones relevantes de algunos estudiantes, para finalmente formular una propuesta de intervención basada en los resultados obtenidos, plasmada en una unidad didáctica que utilice la Yupana como herramienta que permita orquestrar diferentes recursos semióticos, en vista de que su utilización involucra una representación visual de cantidades y operaciones, como complemento de un material escrito que consta de tres guías de actividades, orientadas mediante un lenguaje oral producto de las sugerencias del presente proyecto.

Cabe anotar que debido a la situación de emergencia actual el proyecto se autorizó para presentar solo los resultados de la caracterización. Sin embargo, se presentó una propuesta de intervención que se describe en las siguientes fases:

3.8.2 Fase de Intervención.

Para esta fase se propuso la implementación de una unidad didáctica, con la información de la caracterización relacionada con las dos categorías de análisis: niveles de desempeño y estrategias para la resolución de problemas. La unidad propuesta aborda temáticas relacionadas con estructuras aditivas de números naturales, mediante la utilización de la

Yupana (ábaco ancestral de origen incaico) como recurso tecnológico. Para ello, se propuso trabajar las siguientes actividades:

La fundamentación en el manejo de la herramienta ancestral La Yupana, como instrumento de cálculo para operaciones aditivas de números naturales, en aspectos como: representación de cantidades (numéricas y visuales), valor posicional, equivalencias, algoritmos y operatividad.

Proporcionar herramientas para la identificación de estructuras aditivas, orientadas a que los estudiantes reconozcan los elementos y características propias de cada una de las clasificaciones, de tal manera que establezcan la influencia que cada elemento tiene al interior de las estructuras y determine posibles dificultades.

Finalmente, se sugirió utilizar como insumos, los conocimientos obtenidos en las dos actividades previas, para que el estudiante adquiera destrezas en la resolución de situaciones problemas, garantizando una transformación conceptual que le permita evolucionar conocimientos, que en la primera fase se identifiquen en etapas preestructurales, uniestructurales y multiestructurales, dando paso a procesos de apropiación del conocimiento, en niveles de desempeño más elevados.

3.8.3 Fase de Evaluación

En esta fase se propuso que una vez se aplique la unidad didáctica se aplique una prueba de seguimiento que permita contrastar los datos obtenidos antes de la aplicación de la unidad didáctica con los resultados obtenidos después de la intervención; con lo que se espera sea posible clasificar la información de acuerdo a las categorías de investigación, para establecer los aspectos de mayor relevancia, conclusiones y recomendaciones, que permitan realizar un análisis profundo sobre los avances.

Además, se propuso una matriz para la comparación de resultados antes y después de la intervención, en la que podría clasificarse como progresos, los casos en que el estudiante

avance de un nivel de desempeño de menor jerarquía a uno de mayor, de manera similar los casos de utilización de estrategias para la resolución de problemas. La matriz permite, además, establecer la apropiación en cada una de las categorías, en los casos en que los estudiantes demuestren evidencias con un mayor grado de relación con los criterios, en comparación con los resultados obtenidos antes del proceso de intervención.

3.9 PLAN DE ANÁLISIS

3.9.1 Fase de Exploración

Como modelo de análisis de los datos e información obtenida, se planteó la técnica de análisis de contenido, develando significados, por medio de las siguientes etapas:

- Se aplicó una herramienta de recolección de información inicial, de manera escrita.
- Se realizó la transcripción de la información verbal o escrita recolectada con el instrumento inicial.
- Se develaron significados en las respuestas escritas obtenidas, destacando palabras claves relacionadas con los niveles de desempeño y las estrategias para la resolución de problemas.
- Se clasificó la información obtenida por estudiante, en cada una de las preguntas de contextualización de acuerdo a las dos categorías de análisis:

Para los niveles de desempeño, se utilizaron los criterios para su clasificación y las características relacionadas, para realizar el correspondiente análisis con ayuda de la tabla 7.

Tabla 5. *Criterios para la clasificación de los Niveles de Desempeño.*

Criterio	Apropiación del nivel
Las evidencias que se identifican en el estudiante no muestran una relación importante con las características del nivel de desempeño.	Baja

Las evidencias que se identifican en el estudiante muestran alguna relación con las características del nivel de desempeño.	Acceptable
Las evidencias que se identifican en el estudiante muestran una fuerte relación con las características del nivel de desempeño.	Destacable

Fuente: Diseño propio de los autores.

Tabla 6. *Características en cada nivel de desempeño.*

Nivel de desempeño	Característica
ND1: Preestructural	El estudiante reconoce alguna información, sin comprensión de contenidos, aporta respuestas sin relación con los contextos, aisladas, ambiguas o erróneas, que posiblemente no evidencien el desarrollo de competencias o habilidades.
ND2: Uniestructural	El estudiante reconoce algún tipo de información, en ocasiones poco relevante, relacionada más con la evocación, que, con el desarrollo de alguna habilidad, es capaz de identificar algunas características de los elementos, sin encontrar una relación entre ellas, es capaz de realizar procesos sencillos.
ND3: Multiestructural	El estudiante cuenta con algunas características del nivel anterior, pero es capaz de enumerar, describir, hacer listados de información, desarrollando algunos algoritmos sencillos, sin encontrar un resultado significativo, no encuentra relaciones entre los procesos y los elementos que reconoce, desarrolla procesos basados en recursos memorísticos.
ND4: Relacional	El estudiante puede comparar y contrastar información, explica causas, relaciona conceptos y es capaz de asociarlos a un proceso u operación, analiza y aplica algoritmos.

ND5: Abstracto ampliado	El estudiante encuentra la relación entre conceptos para dar origen a un aprendizaje nuevo, es capaz de formular hipótesis, generalizar procesos, establecer modelos a partir de los conocimientos relacionados con procesos operativos, predecir comportamientos, teorizar y reflexionar, para poder emitir juicios de valor sobre una situación y tomar decisiones con base en ellos
-------------------------------	--

Fuente: Diseño propio de los autores.

Tabla 7. *Análisis de niveles de desempeño.*

Análisis de niveles de desempeño						
Pregunta de contextualización:						
Estructura aditiva:						
Estudiante	Niveles de desempeño					Evidencia
	ND 1	ND 2	ND 3	ND 4	ND 5	
E1M8						
E2M8						
E1M9						
E1F8						
E1F9						
Frecuencia						

Fuente: Diseño propio de los autores.

Para las estrategias de resolución de problemas, se utilizaron los criterios para su clasificación y las características relacionadas, para realizar el correspondiente análisis con ayuda de la tabla 10.

Tabla 8. *Criterios para la clasificación de estrategias de resolución de problemas.*

Criterio	Apropiación de la estrategia
----------	------------------------------

Las evidencias que se identifican en el estudiante no muestran una relación importante con las características de la estrategia para la resolución de problemas.	Baja
Las evidencias que se identifican en el estudiante muestran alguna relación con las características de la estrategia para la resolución de problemas.	Aceptable
Las evidencias que se identifican en el estudiante muestran una fuerte relación con las características de la estrategia para la resolución de problemas.	Destacable

Fuente: Diseño propio de los autores.

Tabla 9. Características para estrategias para la Resolución de Problemas.

Resolución de Problemas	Característica
RP 1: Familiarización con el problema.	El estudiante debe entender que es lo que requiere el problema, identificar los datos, la relación existente entre ellos, las generalidades y más adelante los por menores de problema
RP 2: Búsqueda de las estrategias	El estudiante debe establecer un procedimiento secuencial que le permita encontrar una respuesta, establecer un objetivos o metas para cada paso del procedimiento e identificar de qué modo la planeación aporta en la consecución de una respuesta.
RP 3: Desarrollo de la estrategia.	El estudiante debe aplicar los procedimientos planteados en el paso anterior con el fin de encontrar una solución, identificar el resultado obtenido y presentar la solución.
RP 4: Revisión del proceso	El estudiante debe comprobar que la respuesta encontrada satisface el problema, debe establecer criterios para validar su solución y contrastarla con otras posibles soluciones, finalmente debe ser capaz de replantear el proceso con el propósito de garantizar una optimización del mismo.

Fuente: Diseño propio de los autores.

Tabla 10. *Análisis de estrategias para la resolución de problemas.*

Estrategias para la resolución de problemas					
Pregunta de contextualización:					
Estructura aditiva:					
Estudiante	Estrategia para solución de problemas				Evidencia
	RP 1	RP 2	RP 3	RP 4	
E1M8					
E2M8					
E1M9					
E1F8					
E1F9					
Frecuencia					

Fuente: Diseño propio de los autores.

3.9.2 Fase de Intervención

Para el desarrollo de una eventual fase de intervención, se propuso el uso de un diario de campo en donde el docente tome nota de los avances y dificultades de los estudiantes frente al desarrollo de la una unidad didáctica, con el fin de hacer los ajustes pertinentes y organizar las actividades de implementación, en miras al fortalecimiento de los niveles de desempeño y las estrategias para la resolución de problemas.

3.9.3 Fase de Análisis

Para el análisis de la información obtenida en la primera fase, se planteó un proceso de clasificación de información y selección de unidades de registro, mediante los cuales se caracterizó aspectos relacionados con los niveles de desempeño y las estrategias para la resolución de problemas. Esta información se organizó mediante tablas (tabla 7 y 10) para una posterior triangulación con los referentes conceptuales.

Para la aplicación de un posible proceso de evaluación, se propuso aplicar la misma herramienta de recolección de información utilizada en el presente trabajo, que se complementa con la propuesta de la herramienta de seguimiento, que se diseñaron con características similares y la posible realización de un proceso similar al análisis de información de la fase de exploración. Posteriormente, se planteó la posibilidad de una clasificación de los resultados de dichas pruebas, utilizando las tablas de comparación (tabla 11 y tabla 12), teniendo en cuenta los siguientes aspectos:

- Propuesta de factores de análisis para niveles de desempeño:

Progresos (P) en los niveles de desempeño, es decir, determinar si existe evolución de un nivel de desempeño obtenido en la prueba inicial a uno de orden superior obtenido en la prueba de seguimiento, por ejemplo, de un nivel de desempeño uniestructural (ND2) en la prueba inicial a un nivel de desempeño multiestructural (ND3) en la prueba de seguimiento.

Fortalecimiento (F) de un nivel de desempeño, es decir, cuando un nivel de desempeño no muestra progreso, se establece su grado de apropiación de acuerdo a la pertinencia que muestran las evidencias encontradas, por ejemplo, el fortalecimiento de un mismo nivel de desempeño, al pasar de una apropiación ND aceptable a un ND destacable.

- Propuesta de factores de análisis para resolución de problemas:

Progresos (P) en la utilización de estrategias para la resolución de problemas, es decir, se establece las estrategias empleadas por el estudiante en relación con los resultados obtenidos en la prueba inicial, por ejemplo, cuando un estudiante utiliza como única estrategia, familiarización con el problema (RP1) para la resolución de una situación en la prueba inicial, y pasa a implementar, además, búsqueda de estrategias (RP2) en la prueba de seguimiento.

Fortalecimiento (F) en la utilización de estrategias para la resolución de problemas, es decir, cuando no se presenta progreso y las estrategias empleadas son las mismas en las dos pruebas, se establece el fortalecimiento teniendo en cuenta el grado de apropiación de

acuerdo a la pertinencia que muestran las evidencias encontradas, por ejemplo, el fortalecimiento de una misma estrategia de resolución de problemas, al pasar de una apropiación RP aceptable a un RP destacable.

- Propuesta de factores de análisis para la correlación entre ND y RP:

Correlación con respecto al progreso entre los niveles de desempeño alcanzado y la utilización de estrategias para la solución de problemas, para ello se identifica si existe algún tipo de relación de correspondencia directa entre el progreso (P) de los niveles de desempeño y el progreso (P) de las estrategias para resolución de problemas, por ejemplo, se determina si en todos los casos de progreso en ND existe también un progreso en RP.

Estos factores de análisis se implementan como criterios establecidos por los autores, se constituyen como herramientas que garantizan un tratamiento de la información más preciso.

Tabla 11. *Análisis de progreso o fortalecimiento de los niveles de desempeño.*

Análisis de Niveles de Desempeño												
Pregunta de contextualización:												
Estructura aditiva:												
	Niveles de desempeño										P	F
	ND 1		ND 2		ND 3		ND 4		ND 5			
Estudiante	Inicial	Final	Inicial	Final	Inicial	Final	Inicial	Final	Inicial	Final		
E1M8												
E2M8												
E1M9												
E1F8												
E1F9												
General												

Fuente: Diseño propio de los autores.

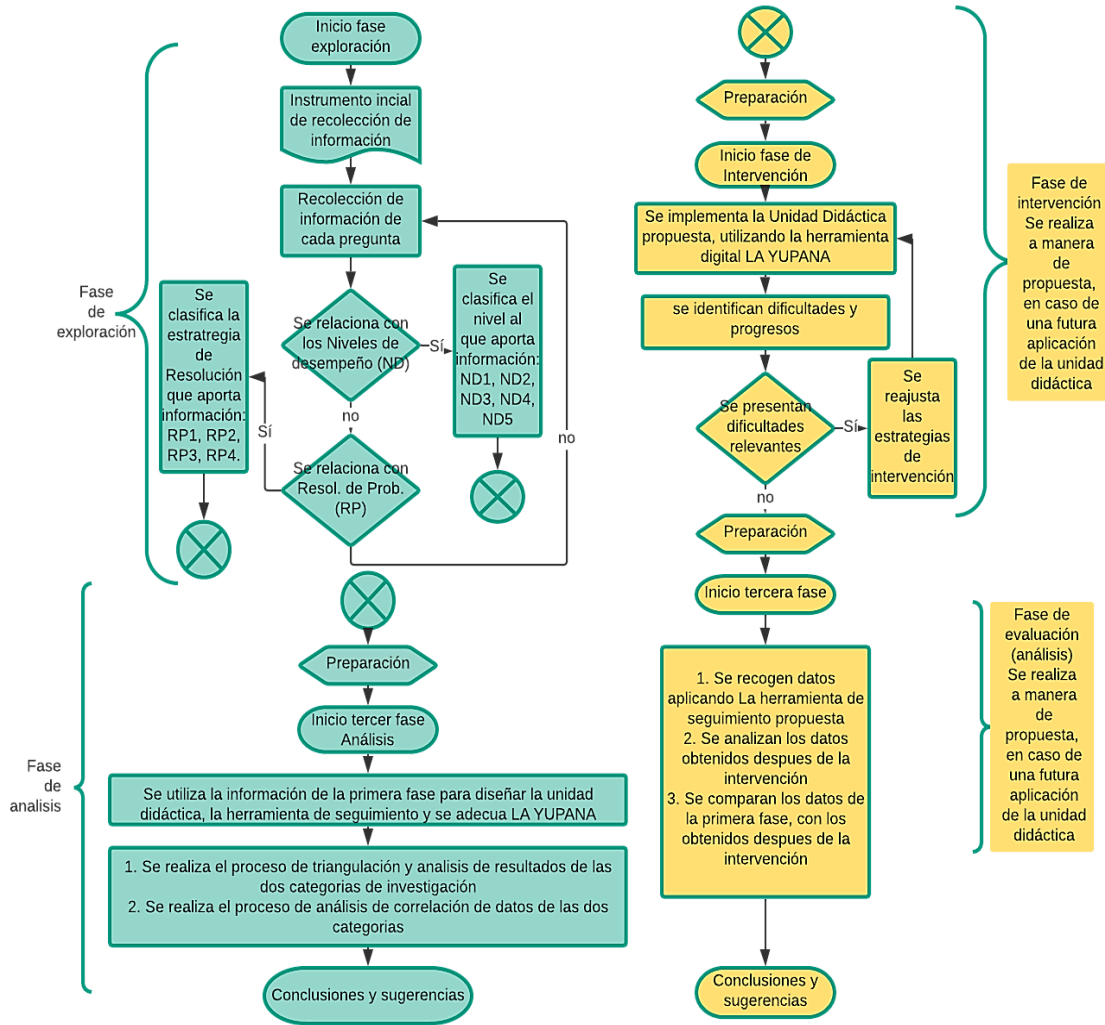
Tabla 12. *Análisis de progreso o fortalecimiento de estrategias.*

Análisis estrategias para la Resolución de Problemas										
Pregunta de contextualización:										
Estructura aditiva:										
Estrategia para resolución de problemas									P	F
	RP 1		RP 2		RP 3		RP 4			
Estudiante	Inicial	Final	Inicial	Final	Inicial	Final	Inicial	Final		
E1M8										
E2M8										
E1M9										
E1F8										
E1F9										
General										

Fuente: Diseño propio de los autores.

A continuación, se presenta un esquema que resume el plan de análisis (diseño propio de los autores):

Figura 4. Diagrama de flujo de análisis de datos por fases.



Fuente: Diseño propio de los autores.

4 ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

4.1 ANÁLISIS DE INFORMACIÓN INICIAL POR CATEGORÍAS

Para realizar el análisis de la información recolectada mediante la aplicación de la herramienta inicial, se procedió a clasificar las evidencias obtenidas teniendo en cuenta las dos categorías de investigación: niveles de desempeño y estrategias de resolución de problemas.

4.1.1 Análisis de Niveles de Desempeño

Una vez clasificadas las evidencias obtenidas con la herramienta de recolección de información inicial, se seleccionó aquellas relacionadas con características de los niveles de desempeño: preestructural (ND1), uniestructural (ND2), multiestructural (ND3), relacional (ND4) y abstracto ampliado (ND5). Se elaboró una tabla general de análisis que permitió clasificar la cantidad de evidencias de cada uno de los niveles para cada estudiante que participaron en la investigación, se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 13. *Análisis grupal de la información inicial Niveles de Desempeño.*

		Niveles de desempeño														
		ND 1			ND 2			ND 3			ND 4			ND 5		
Nivel Apropriación		B	A	D	B	A	D	B	A	D	B	A	D	B	A	D
Estudiante	E1F8	2	2	0	0	2	6	1	0	0	0	0	0	0	0	0
		4			8			1			0			0		
					Destacable											
	E1F9	0	0	8	0	2	10	2	0	0	1	0	0	0	0	0
		8			12			2			1			0		
					Destacable											
E1M8	0	0	8	0	4	6	1	3	0	1	0	0	0	0	0	

		8			10			4			1			0		
					Destacable											
	E2M8	0	0	8	0	0	10	3	2	0	0	0	0	0	0	0
		8			10			5			0			0		
					Destacable											
	E1M9	0	4	4	0	6	4	3	0	0	0	0	0	0	0	0
		8			10			3			0			0		
					Aceptable											
	Frecuencia	2	6	28	0	14	36	10	5	0	2	0	0	0	0	0
		36			50			15			2			0		
					Destacable											

Fuente: Diseño propio de los autores.

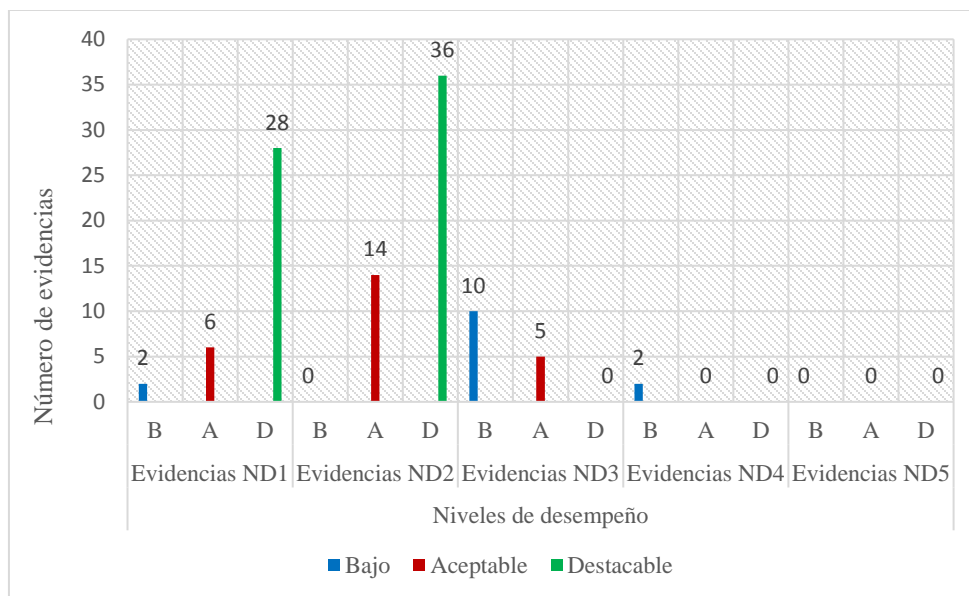
Según la taxonomía de Biggs SOLO (2005) se encontraron elementos que evidencian una clara relación entre las características de las respuestas presentadas por los estudiantes y los niveles de desempeño establecidos, se concuerda en el hecho de que los niveles resultan esencialmente jerárquicos, puesto que las evidencias de un nivel de orden superior implican la presencia de evidencias en los niveles inferiores. La tabla 13 permitió realizar la clasificación de los niveles de desempeño alcanzados por cada estudiante, teniendo en cuenta la cantidad de evidencias que muestra en un determinado nivel, así el estudiante E1F8 se clasificó en el nivel de desempeño uniestructural (ND2) por presentar 8 evidencias, que a pesar de ubicarse en este nivel de desempeño dan cuenta de elementos del nivel jerárquico anterior, desempeño preestructural (ND1) en el que mostró 4 evidencias. Para el nivel de desempeño multiestructural (ND3) presentó 1 evidencia y ninguna en el nivel relacional (ND4) y abstracto ampliado (ND5).

Por otra parte, la tabla permitió determinar la apropiación de cada nivel de desempeño, de acuerdo a tres características: bajo, aceptable o destacable, de este modo el estudiante E1F8 clasificado en un nivel de desempeño uniestructural (ND2) con 8 evidencias presentó 6 características destacables y 2 aceptables, lo que finalmente permitió establecer que el

estudiante alcanzó un nivel de desempeño uniestructural con un grado de apropiación destacable.

De manera homóloga, se clasificó la anterior información en niveles de desempeño y grado de apropiación para cada estudiante, además, la tabla permitió obtener datos de frecuencia del total de estudiantes para realizar una clasificación a nivel grupal.

Figura 5. Análisis Grupal Apropiación Niveles de Desempeño.



Fuente: Diseño propio de los autores.

La gráfica 5 muestra que el grupo de estudiante se ubica en un nivel de desempeño uniestructural (ND2), con un total de 50 evidencias, de las cuales 36 indican un grado de apropiación destacable. Sin embargo, se observa que en el nivel de desempeño preestructural (ND1) se presenta un importante número de evidencias: 28 de 36 indican un grado de apropiación destacable, mientras que en el nivel de desempeño multiestructural (ND3) se cuenta con 15 evidencias y el nivel de desempeño relacional (ND4) y abstracto ampliado (ND5) no muestran evidencias significativas.

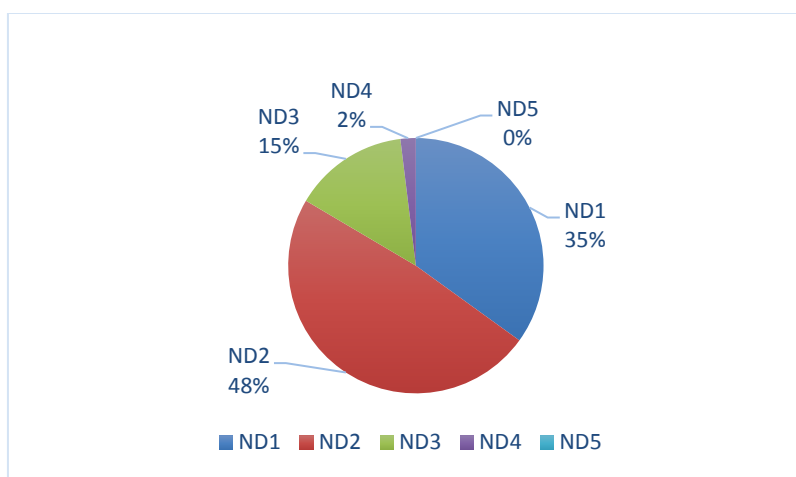
Algunas características destacables obtenidas por los estudiantes indican que no se aportan respuestas relacionadas con los contextos de las situaciones problema planteadas o presentan algún tipo de vínculo de manera aislada o ambigua, que no aportan al desarrollo

de una habilidad. Además, los estudiantes reconocen información que puede resultar irrelevante, producto de la transcripción literal de la información suministrada por la situación problema o el ítem; en ocasiones, se evidencia la aplicación de algunos procesos operativos simples. Esta serie de características contrastadas con los referentes teóricos del presente proyecto permiten establecer que se han desarrollado los niveles de competencia preestructural y uniestructural.

Por otra parte, las evidencias encontradas en los niveles de desempeño de orden superior resultan circunstanciales o muchas veces producto de la intuición en las respuestas de los estudiantes. De este modo, es posible afirmar que la formación en la resolución de problemas no presenta una estructura clara y secuencial, que desarrolle el pensamiento matemático, ya que los procesos evidenciados están ligados al reconocimiento e identificación de algunos elementos, muchas veces producto de la evocación; por lo tanto no es posible afirmar que las evidencias encontradas impliquen el desarrollo de competencias, en el que el estudiante relacione el conocimiento con la formulación de juicios y la creación de nuevas estructuras de pensamiento.

Se elaboró un diagrama de torta que permitió identificar el porcentaje de evidencias grupales en cada uno de los niveles de desempeño.

Figura 6. Porcentaje de evidencias grupales por niveles de desempeño.

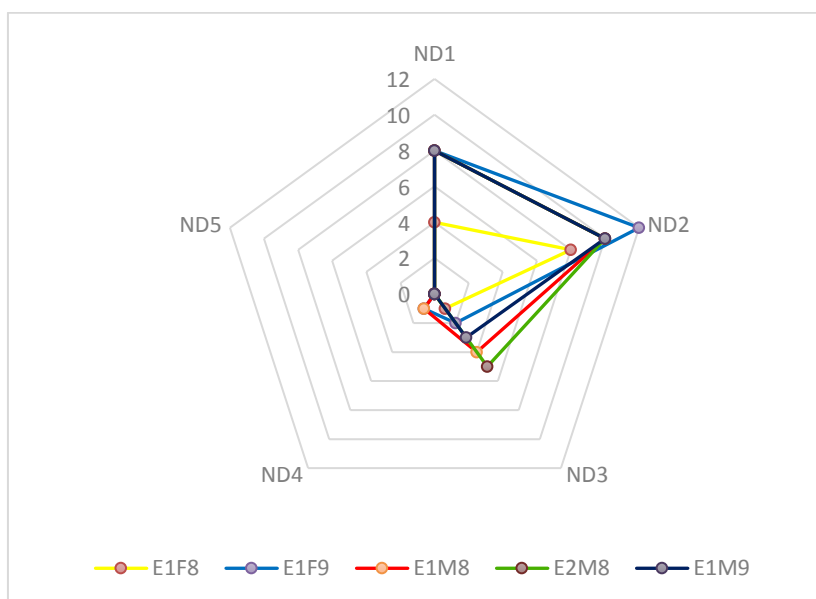


Fuente: Diseño propio de los autores.

Se observa en la figura 6 que, del total de evidencias obtenidas en la aplicación de la herramienta inicial de recolección de información, el mayor porcentaje de evidencias se encuentran en los niveles de desempeño relacionado con la fase preestructural (ND1) en un 35% y en el nivel de desempeño de la fase uniestructural (ND2) con un 48% del total de evidencias. Los niveles de desempeño relacionado con la fase multiestructural (ND3) y la fase relacional (ND4) representan menos del 20% del total de evidencias y el nivel de desempeño 5 relacionado con la fase abstracta ampliada (ND5) muestra un 0% del total de evidencias. Según las estructuras taxonómicas de Biggs SOLO (2005), establecidas como referente teórico para el análisis de las evidencias obtenidas, se esperaría que un proceso formativo ideal arroje un mayor porcentaje de evidencias concentradas en las fases cualitativas, es decir, relacional y abstracta ampliada; sin embargo, el análisis de las evidencias muestra que el 98% de ellas se encuentran en las fases de carácter cuantitativo (preestructural, uniestructural, multiestructural).

Finalmente, se presenta un gráfico poligonal para el análisis del comportamiento que muestra los niveles de desempeño con relación a las evidencias del grupo.

Figura 7. Comportamiento de los niveles de desempeño con relación a las evidencias del grupo.




Fuente: Diseño propio de los autores.

El gráfico representa el comportamiento de los niveles de desempeño en relación con las evidencias obtenidas de las herramientas de recolección de información, aplicadas a cada estudiante. Los radios de la figura permiten establecer la cantidad de evidencias en cada nivel de desempeño y los alcances de cada estudiante se identifican con un color diferente, en este punto resulta claro establecer que solo dos de los estudiantes obtuvieron una sola evidencia en el nivel de desempeño relacional (ND4), mientras el radio del nivel de desempeño abstracto ampliado (ND5) no muestra actividad. La tendencia de todas las gráficas poligonales se concentra entre los radios que corresponden a los niveles de desempeño 1, 2 y 3, congruente con el análisis establecido en el diagrama de tortas, esto indica que la mayoría de los estudiantes involucran en sus respuestas competencias relacionadas con la identificación y el reconocimiento de algunos elementos, sin evidencias relevantes que reflejen el desarrollo de niveles cualitativos.

Resulta importante analizar el caso del estudiante E1M9 ya que a pesar de que se encuentra en el mismo nivel de desempeño que los otros estudiantes, mostró un nivel de apropiación aceptable, mientras los demás resultados mostraron apropiaciones destacables. En la figura 8 se observa que las evidencias recolectadas en el nivel de desempeño 1 indican una escasa comprensión del desarrollo del ítem, el cual indagó por una explicación sobre lo que debía encontrar en la situación problema, a lo que el estudiante respondió con una propuesta de desarrollo operativo. A continuación, se presenta una de las evidencias obtenidas en el nivel de desempeño 2:

Figura 8. Herramienta de recolección de información para la situación 4, aplicada al estudiante E1M9.

Para la misión en busca del tesoro, se prepararon 59 refrescos en todo el día, se conoce que en la tarde se prepararon 37 refrescos. Un explorador indica que, según los datos, por la mañana debieron prepararse 96 refrescos, porque al sumar $59 + 37$ se obtiene 96. Al escuchar esto, el jefe de la misión comenta que el explorador está equivocado. ¿Cuál crees que fue el error que cometió el explorador?



ND1, RP1. Escribe con tus propias palabras que debemos resolver en el problema.
debemos de resolver *cuántos refrescos se hicieron en la mañana*

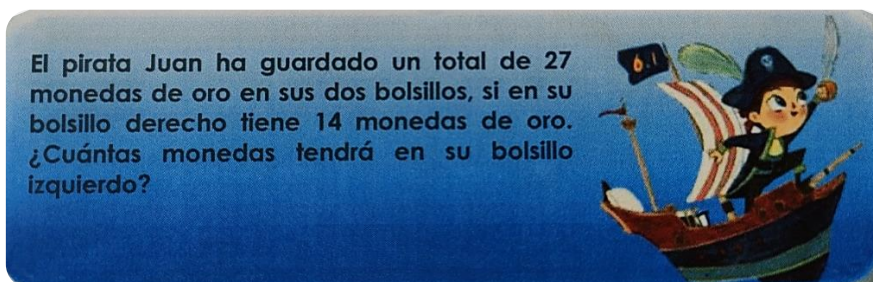
ND2. Escribe cuáles son los valores y de que se tratan el problema.
los valores son el 59 y el 37 y el problema se trata de *cuántos refrescos toma cada uno*

Fuente: Diseño propio de los autores.

En la figura 8, con relación al nivel de desempeño 2, el estudiante identificó algunos valores sin asociarlos a la estructura aditiva de la situación problema y además, no estableció el propósito de la situación problema, ya que el ítem indagó por encontrar el error en un procedimiento, mientras el estudiante propuso como respuesta un desarrollo operacional con el que no es posible encontrar una respuesta acertada.

Por otra parte, se destaca la obtención de una evidencia en el nivel de desempeño 4 cuando los estudiantes E1F9 y E1M8 respondieron a la situación problema 1 (figura 9).

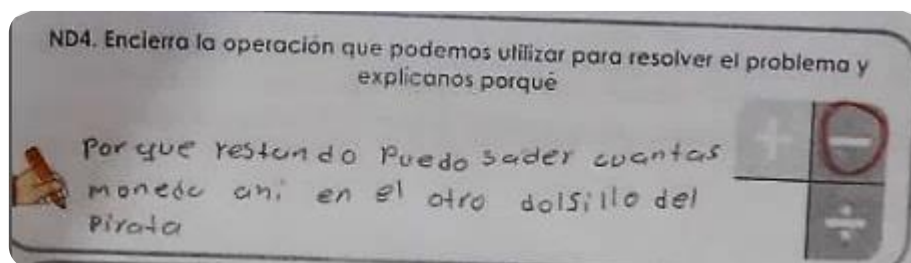
Figura 9. Herramienta de recolección de información situación problema 1.



Fuente: Diseño propio de los autores.

En el caso del estudiante E1F9, la herramienta de recolección de información (figura 10), muestra que identifica la operación adecuada para establecer la respuesta que requiere el ítem, además, relaciona un procedimiento con la respuesta que se espera obtener, argumentando intuitivamente, es probable que la evidencia sea producto de la espontaneidad del estudiante, sin que corresponda al desarrollo de competencias y características propias de los niveles de desempeño cualitativo (relacional ND4 y abstracto ampliado ND5), lo anterior se debe a que se obtiene una evidencia en una sola de las situaciones problema pero para las situaciones problema 2, 3 y 4, el mismo ítem no indican relación con dichas características.

Figura 10. Herramienta de recolección de información aplicada al estudiante E1F9.

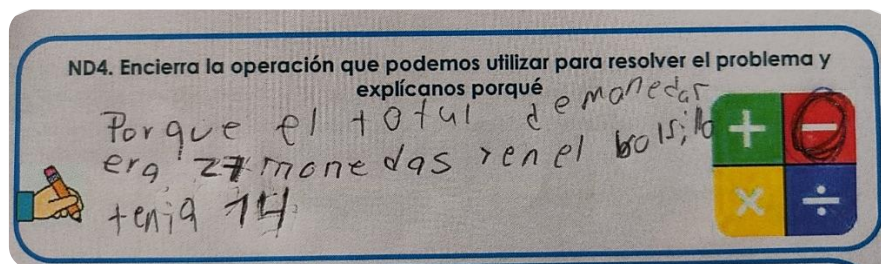


Fuente: Diseño propio de los autores.

Con respecto a las evidencias obtenidas con la herramienta de recolección aplicadas al estudiante E1M8 (figura 11), se puede observar que estableció la operación adecuada para obtener una respuesta al requerimiento del ítem, relacionó un procedimiento con la respuesta que se esperaba obtener, pero su argumentación resulta algo inconclusa.

Relacionando este hecho con los recursos teóricos, es posible determinar que la falta de herramientas que consoliden la respuesta del estudiante indica que la característica obedece a un factor aislado presente en el estudiante que no refleja el desarrollo de competencias de orden superior.

Figura 11. Herramienta de recolección de información aplicada al estudiante E1M8.



Fuente: Diseño propio de los autores.

4.1.2 Análisis de estrategias para la resolución de problemas

Se clasificaron las evidencias obtenidas con la herramienta de recolección de información inicial, seleccionando aquellas relacionadas con características de las estrategias para la resolución de problemas, de acuerdo al modelo teórico de De Guzmán (2007): familiarización con el problema (RP1), búsquedas de estrategias (RP2), desarrollo de la estrategia (RP3) y revisión del problema (RP4). Para el análisis, se elaboró una tabla general que permitió clasificar la cantidad de evidencias en cada uno de los niveles para cada estudiante que participó en la investigación. Se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 14. Análisis grupal de las estrategias para la resolución de problemas.

		Estrategias para la Resolución de Problemas											
		RP 1			RP 2			RP 3			RP 4		
Nivel Apropiación		B	A	D	B	A	D	B	A	D	B	A	D
Estudiante	E1F8	1	0	4	0	0	4	0	0	4	4	0	0
		5			4			4			4		

	Destacable											
E1F9	4	0	12	0	0	4	0	0	4	4	0	0
	16			4			4			4		
	Destacable											
E1M8	3	0	11	0	0	4	0	0	4	8	0	0
	14			4			4			8		
	Destacable											
E2M8	2	1	11	1	0	4	0	0	4	4	0	0
	14			5			4			4		
	Destacable											
E1M9	3	0	11	0	0	4	0	0	4	5	0	0
	14			4			4			5		
	Destacable											
Frecuencia	13	1	49	1	0	20	0	0	20	25	0	0
	63			21			20			25		
	Destacable											

Fuente: Diseño propio de los autores.

Esta tabla permite realizar la clasificación de las evidencias relacionadas con las estrategias para la resolución de problemas alcanzados por cada estudiante, teniendo en cuenta la cantidad de evidencias que se presentaron en un determinado nivel, así el estudiante E1M9 se clasificó en aplicación de la estrategia “familiarización con el problema” (RP1) por presentar 14 evidencias, mientras en “búsqueda de estrategias” (RP2) mostró 4 evidencias, en “desarrollo de la estrategia” (RP3) 4 evidencias y 5 en “revisión del proceso” (RP4).

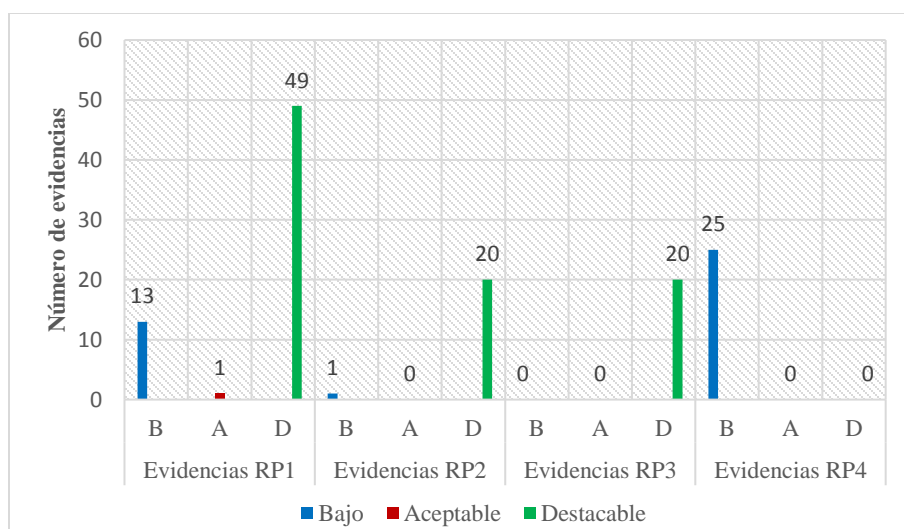
Por otra parte, la tabla permite determinar la apropiación de cada nivel de desempeño, de acuerdo a tres características: bajo, aceptable o destacable, de este modo el estudiante E1M9 que se clasificó en aplicación de la estrategia “familiarización con el problema” (RP1) con 14 evidencias, de las cuales 11 se ubicaron en el nivel de apropiación destacable

y 3 en el nivel de apropiación bajo, lo que finalmente permitió establecer que el estudiante aplicó de manera prioritaria la estrategia de “familiarización con el problema” (RP1) con un grado de apropiación destacable.

Los resultados obtenidos mostraron que la estrategia “familiarización con el problema” (RP1) fue la más consistente debido a la cantidad de evidencias relacionadas con sus características. De acuerdo a lo establecido por De Guzmán (2007), esta estrategia de resolución de problema implica que el estudiante identifique información básica de la situación, variables, propósitos y que sea capaz de expresarlo en sus propias palabras. Es posible establecer que los estudiantes tienen un primer acercamiento con la situación problema, de modo que pueden identificar varios elementos, a pesar de ello, se evidenció una clara dificultad para expresar la situación con sus propias palabras, en muchas ocasiones existió la tendencia de copiar literalmente los enunciados de cada situación, cambiando algunos valores numéricos y datos que no son relevantes.

De manera similar, se analizó la anterior información de estrategias para la resolución de problemas y grado de apropiación para cada estudiante, por medio de la figura 12, en la que se observan datos de frecuencia del total de estudiantes para realizar una clasificación a nivel grupal.

Figura 12. Análisis grupal apropiación estrategias para la resolución de problemas.

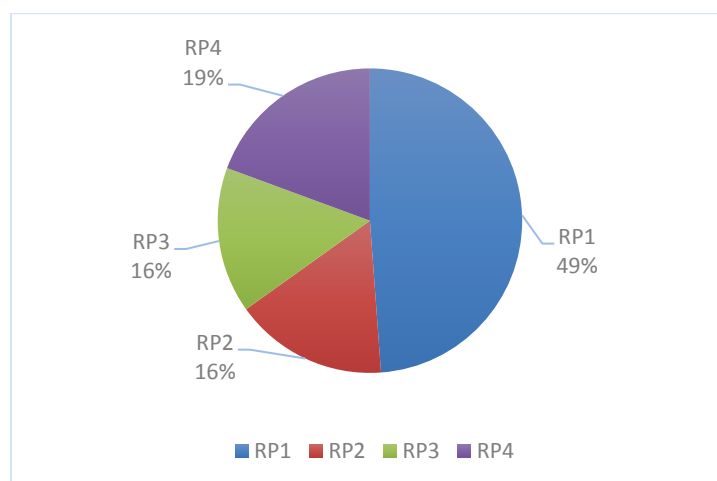


Fuente: Diseño propio de los autores.

La gráfica 12 muestra que el grupo de estudiante aplicó de manera prioritaria la estrategia de “familiarización con el problema” (RP1), con un total de 63 evidencias, de las cuales 49 indican un grado de apropiación destacable. Una característica relevante se relaciona con el hecho de que los estudiantes aplicaron todas las estrategias para la resolución de problemas, es decir, se encontraron evidencias con valores semejantes en tres de las estrategias (búsqueda de estrategias RP2, desarrollo de la estrategia RP3 y revisión del problema RP4), lo que concuerda con los referentes teóricos en lo relacionado con una clasificación no jerárquica de la utilización de las estrategias. Este modelo lineal de clasificación muestra que a pesar de existir evidencias, las estrategias deben ser producto de una secuencia lógica, la marcada diferencia en relación con la primera estrategia indica que se prioriza la observación, pero que a partir de “búsqueda de estrategias” (RP2) se presentaron debilidades, ya que es posible que los estudiantes esperen resolver la situación mediante un único proceso, desconociendo la posibilidad de crear estrategias propias, por lo que las evidencias resultaron ser bastantes similares y utilizaron un limitado número de herramientas semióticas, en muchas ocasiones que apuntan al desarrollo de operaciones.

Se elaboró un diagrama de torta que permite identificar el porcentaje de evidencias grupales en cada uno de los niveles de desempeño.

Figura 13. Porcentaje de evidencias grupales de aplicación de estrategias para la resolución de problemas.

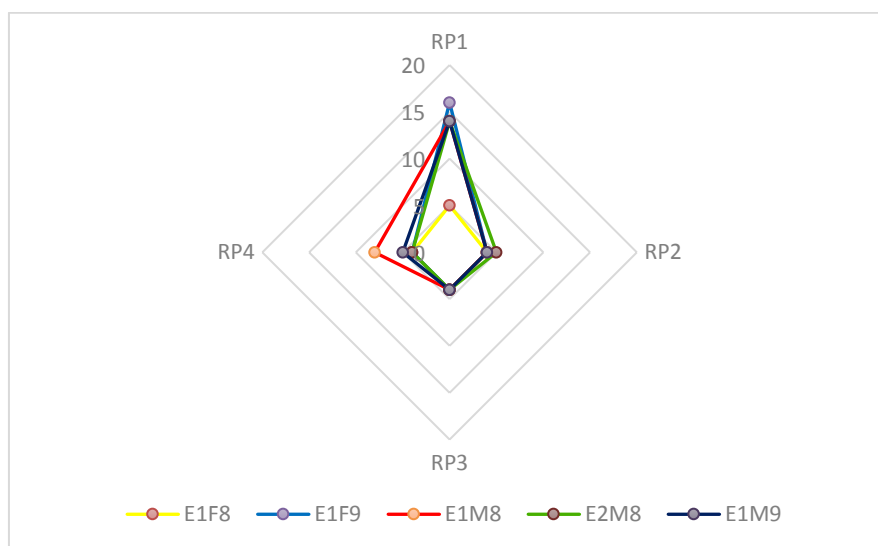


Fuente: Diseño propio de los autores.

Se observa en la figura 13 que, del total de evidencias obtenidas en la aplicación de la herramienta inicial de recolección de información, el mayor porcentaje de evidencias se encuentran en la aplicación de la estrategia “familiarización con el problema” (RP1) en un 49%, que equivale aproximadamente a la mitad de las evidencias, mientras que en conjunto búsqueda de estrategias (RP2), desarrollo de la estrategia (RP3) y revisión del problema (RP4) alcanzan un 51% que equivale a la mitad restante del total de evidencias. Para lo establecido en los referentes teóricos, De Guzmán (2007) asegura que las estrategias de resolución de problemas deben estar relacionados con procesos a priori, lo que es consistente con la cantidad de evidencias obtenidas en “familiarización con el problema” (RP1), pero carece de un procedimiento lógico que estructure la resolución de problemas, debido a esto se encontraron menor porcentaje de evidencias en búsqueda de estrategias (RP2), desarrollo de la estrategia (RP3) y revisión del problema (RP4).

Finalmente, se muestra un gráfico poligonal para el análisis del comportamiento que presenta la aplicación de estrategias para la resolución de problemas con relación a las evidencias del grupo.

Figura 14. Comportamiento de aplicación de estrategias para la resolución de problemas con relación a las evidencias del grupo.







Fuente: Diseño propio de los autores.

La figura 14 representa el comportamiento de la aplicación de las estrategias para la resolución del problema en relación con las evidencias obtenidas de la herramienta de recolección de información, aplicada a cada estudiante. Los radios de la figura permiten establecer la cantidad de evidencias en cada una de las estrategias para la resolución del problema y los alcances de cada estudiante se identifican con un color diferente. La tendencia de todas las gráficas poligonales encuentra vértices comunes en todos los radios, lo que indica igual cantidad de evidencias en cada estrategia de resolución de problemas para la mayoría de estudiantes, excepto en “familiarización con el problema” RP1.

Es posible que esto se deba a una falta de estructuración en la selección de las estrategias para la resolución de problemas y resulta recurrente encontrar estrategias basadas en la operatividad de algunos datos, la carencia de representaciones visuales por medio de dibujos, tablas o ábacos, es una constante en las respuestas de todos los estudiantes, esto indica que las estrategias empleadas son siempre las mismas, aparentemente adaptadas de los procesos guiados por el docente y no son producto de sus modelos explicativos.

Figura 15. Herramienta de recolección de información para la situación 3 y 4, aplicada al estudiante E1F8.

<p>Cuando Ana y su hermana mayor Camila van de excursión, su padre le entrega 1000 pesos a Ana y, a su hermana mayor 500 pesos más que a ella. Para saber cuánto dinero recibe Camila, ¿qué operación debemos realizar?</p> 	<p>Para la misión en busca del tesoro, se prepararon 59 refrescos en todo el día, se conoce que en la tarde se prepararon 37 refrescos. Un explorador indica que, según los datos, por la mañana debieron prepararse 96 refrescos, porque al sumar $59 + 37$ se obtiene 96. Al escuchar esto, el jefe de la misión comenta que el explorador está equivocado. ¿Cuál crees que fue el error que cometió el explorador?</p> 
<p>ND1, RP1. Escribe con tus propias palabras que debemos resolver en el problema.</p> <p><i>cuanto dinero se dan a camila.</i></p> 	<p>ND1, RP1. Escribe con tus propias palabras que debemos resolver en el problema.</p> <p><i>se debe sumar los refrescos</i></p> 

Fuente: Diseño propio de los autores.

Con respecto a las estrategias para la resolución de problemas, se destaca particularmente los resultados encontrados en el estudiante E1F8 debido a que presentó menor cantidad de evidencias en la utilización de estrategias que el promedio de sus

compañeros de grupo. Los resultados obtenidos en la aplicación de las cuatro estrategias presentaron igual cantidad de evidencias en cada una, el análisis del comportamiento en la gráfica polinomial de los resultados del estudiante, muestran semejanzas con las frecuencias generales del grupo en búsqueda de estrategias (RP2), desarrollo de la estrategia (RP3) y revisión del problema (RP4), pero se evidencia una notable disminución en los resultados obtenidos para “familiarización con el problema” (RP1).

En la figura 15 se muestra que en los ítems que recogen evidencias sobre “familiarización con el problema” (RP1), el estudiante no parece comprender lo que se pregunta. En el primer caso, el ítem indagó por la operación que debe realizarse y el estudiante lo interpretó como el resultado de una operación asociada a una cantidad; de igual manera, en el segundo ítem se indagó por determinar el error procedimental planteado en la situación problema, se evidenció la dificultad de interpretación cuando el estudiante no señala un error, sino un procedimiento operativo. El estudiante no reconoció completamente los datos relevantes para la solución de la situación, por lo tanto, es posible determinar que presenta dificultades en expresar la situación con sus propias palabras, no existe un reconocimiento claro de las condiciones necesarias para la resolución de cada ítem debido a que no logra identificar la incógnita en cada problema.

Por otra parte, se destaca los resultados obtenidos por el estudiante E1M8 que mostró mayor cantidad de evidencias en revisión del problema (RP4) que los promedios del grupo.

Figura 16. Herramienta de recolección de información situación problema 1 del estudiante E1M8.

El pirata Juan ha guardado un total de 27 monedas de oro en sus dos bolsillos, si en su bolsillo derecho tiene 14 monedas de oro. ¿Cuántas monedas tendrá en su bolsillo izquierdo?

RP3. Resuelve el problema (puedes utilizar operaciones o dibujos).

$$\begin{array}{r} 27 \\ - 14 \\ \hline 13 \end{array}$$

RP4. Cuéntame porqué consideras que la respuesta es correcta.

porque restamos y escogí números correctos

¿Será posible resolver el problema de otra manera? Si responde afirmativamente cuéntame cómo o muéstrame de manera escrita.

Si podemos resolverlos con números o representarlos con dibujos

Fuente: Diseño propio de los autores.

Como se observa en la figura 16, el estudiante fue capaz de argumentar sus respuestas, además, estableció alternativas gráficas a la resolución de la situación problema demostrando algunas evidencias que encajan con la caracterización de De Guzmán (2007) en la estrategia de “revisión del proceso” (RP4).

4.2 ANÁLISIS DE INFORMACIÓN ENTRE CATEGORÍAS.

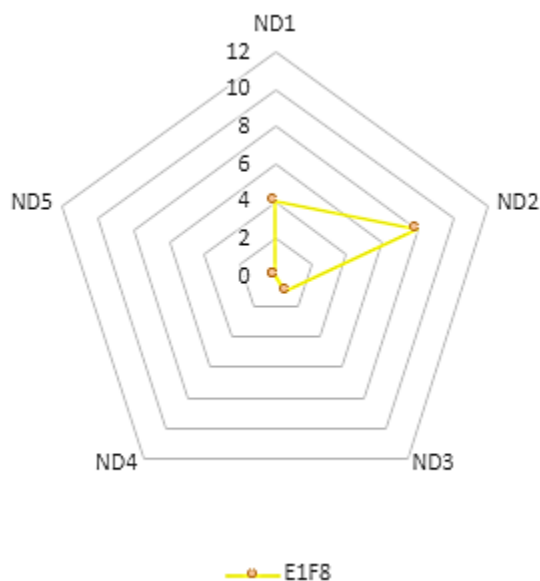
En este apartado se establece la relación existente entre la utilización de estrategias para la resolución de problemas y los niveles de desempeño alcanzados por los estudiantes, para ello se hace uso de los gráficos poligonales de la figura 7 y figura 14 donde se observa el caso particular del estudiante E1F8, en el que se muestran los resultados en un polígono de color amarillo, que evidencia un área claramente más pequeña que los promedios de las áreas de los polígonos de los demás estudiantes, esto indica que la información recolectada

por medio de la herramienta inicial aplicada al estudiante en cada categoría son significativamente menores que las obtenidas por los demás estudiantes, es decir, que a menor cantidad de estrategias empleadas para la resolución de problemas, le corresponde una menor cantidad de evidencias en los niveles de desempeño.

De manera análoga, los resultados obtenidos por el estudiante E1F9 representado en los diagramas poligonales de la figura 7 y la figura 14, evidencian áreas notablemente mayores, lo que indica que a mayor cantidad de estrategias utilizadas para la resolución de problemas, los niveles de desempeño alcanzados por el estudiante resultan significativamente mayores.

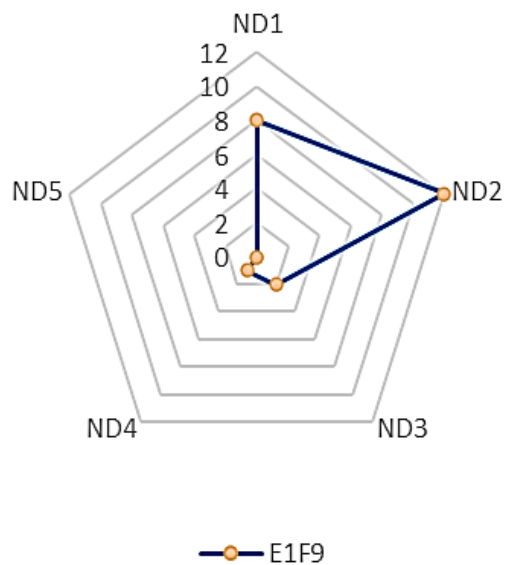
Las siguientes gráficas poligonales (figura 17 y figura 18) permiten establecer un comparativo de los resultados obtenidos por el estudiante E1F8 en relación con el estudiante E1F9 en cuanto a niveles de desempeño, la diferencia de área poligonal permite establecer diferencias importantes en los niveles alcanzados.

Figura 17. Comportamiento de niveles de desempeño con relación a las evidencias del estudiante E1F8.



Fuente: Diseño propio de los autores.

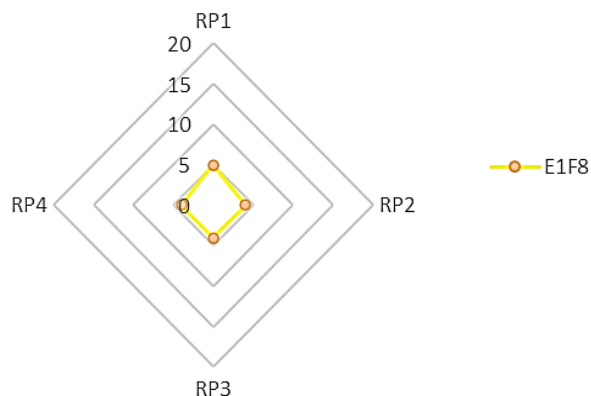
Figura 18. Comportamiento de niveles de desempeño con relación a las evidencias del estudiante E1F9.



Fuente: Diseño propio de los autores.

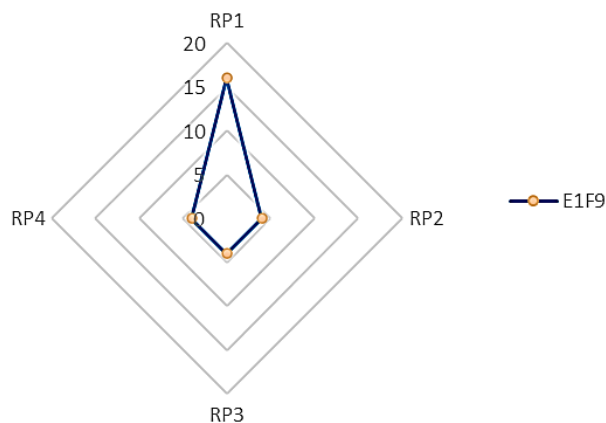
Las siguientes gráficas poligonales (figura 19 y figura 20) permiten establecer un comparativo de los resultados obtenidos por el estudiante E1F8 en relación con el estudiante E1F9 en cuanto a la utilización de estrategias para la resolución de problemas, la diferencia de área poligonal permite establecer diferencias importantes en los niveles alcanzados.

Figura 19. Comportamiento de las estrategias para la resolución de problemas con relación a las evidencias del estudiante E1F8.



Fuente: Diseño propio de los autores.

Figura 20. Comportamiento de las estrategias para la resolución de problemas con relación a las evidencias del estudiante E1F9.



Fuente: Diseño propio de los autores.

Finalmente, es posible establecer la relación entre la utilización de estrategias para la resolución de problemas y los niveles de desempeño alcanzados por los estudiantes, el comparativo de las áreas poligonales en las dos categorías, para los resultados particulares de los estudiantes E1F8 y E1F9 implican que a mayor cantidad de estrategias empleadas, le corresponden niveles de desempeño superiores.

5 CONCLUSIONES

Algunas características presentes en los resultados de la categoría niveles de desempeño indican que las respuestas no guardan relación con los enunciados de las situaciones problema planteadas, se presentan algunos vínculos de manera aislada o ambigua, que no se relacionan con el desarrollo de una competencia matemática. Por otra parte, se observa que los estudiantes identifican algún tipo de información, que puede ser irrelevante para resolver la situación, en ocasiones producto de la transcripción literal de la información suministrada por el ítem, en algunos casos se evidencia procesos operativos simples. Al momento de contrastar estas características con lo establecido por Biggs y Manzano (2005), es posible determinar que se alcanzan los niveles de competencia preestructural y uniestructural.

En cuanto a las evidencias encontradas en los niveles de desempeño de orden superior, es probable determinar que resulten circunstanciales, producto de la intuición en las respuestas de los estudiantes, debido a esto no pueden tomarse como elementos que permitan establecer el desarrollo de una competencia en la fase relacional o abstracta ampliada. Se puede afirmar que la formación en la resolución de problemas no presenta una estructura clara y secuencial que desarrolle el pensamiento matemático, ya que los procesos evidenciados en los estudiantes están ligados al reconocimiento e identificación de algunos elementos (características del nivel preestructural), por lo tanto, no es posible afirmar que las evidencias encontradas impliquen el desarrollo de competencias relacionadas con el nivel relacional y abstracto ampliado, en el que el estudiante emplee su conocimiento en la formulación de juicios y la creación de nuevas estructuras de pensamiento.

En cuanto a los resultados obtenidos por los estudiantes en la subcategoría “uniestructural”, las evidencias indican un grado de apropiación destacable debido a que la información refleja una serie de características altamente relacionadas con los indicadores y criterios de dicho nivel de desempeño.

Por otra parte, los resultados obtenidos en la categoría de estrategias para la resolución de problemas muestran que “familiarización con el problema” es la estrategia más

consistente, debido a que las evidencias presentan una alta relación con sus características, a pesar de ello, se presentan evidencias poco significativas en “búsquedas de estrategias”, “desarrollo de la estrategia” y “revisión del problema”. De acuerdo a lo establecido por De Guzmán (2007), esta estrategia implica que el estudiante identifique información básica de la situación, variables, propósitos y que sea capaz de expresarlo en sus propias palabras. Se evidencia que los estudiantes tienen un primer acercamiento con la situación problema, de modo que pueden identificar varios elementos, sin embargo, existe una clara dificultad para expresar la situación con sus propias palabras y se inclinan a copiar literalmente los enunciados de cada situación, cambiando algunos valores numéricos y datos que no son relevantes.

Se hace evidente la limitación de recursos semióticos en la aplicación de estrategias para la resolución de problemas, ya que las evidencias encontradas en la totalidad de los casos están enfocadas a la aplicación de estrategias de tipo operativo, es preciso implementar elementos didácticos como: las representaciones gráficas, representaciones mediante ábacos, tablas, mapas conceptuales, mapas mentales, entre otros, que potencialicen la multimodalidad semiótica en el aula.

Dentro del proceso de caracterización, se concluye que el nivel de apropiación de la subcategoría familiarización con el problema es “destacable”, lo cual se debe a que las características encontradas en las respuestas reflejan un alto grado de relación con los indicadores y criterios asociados a dicha subcategoría.

Finalmente, al cruzar el análisis de las dos categorías de investigación y teniendo en cuenta los resultados de casos destacables, resulta viable establecer una relación directa, ya que, a mayor cantidad de estrategias para la resolución de problemas empleadas, se obtienen mejores resultados en lo relacionado con los niveles de desempeño. De manera similar, a menor cantidad de evidencias sobre estrategias para la resolución de problemas, se encuentran menor cantidad de evidencias en los niveles de desempeño alcanzados por los estudiantes.

6 SUGERENCIAS

El proceso de análisis de las observaciones realizadas y los resultados obtenidos, sugieren la pertinencia de la utilización de la herramienta ancestral La Yupana como estrategia de mediación pedagógica, estableciendo no solo su aplicación como herramienta de cálculo, sino como elemento lúdico que acerque los intereses y preferencias de los estudiantes, a los objetivos de apropiación de conocimiento propuestos por el docente, potenciando una verdadera multimodalidad semiótica en el aula de clase.

Además, se hace necesario determinar el potencial que ofrezca dicha herramienta como elemento catalizador en el aula, para establecer a través de las opiniones de los estudiantes, el nivel de empatía que genera la utilización de la herramienta didáctica, en contraste con metodologías y algoritmos empleados habitualmente, con el fin de estimar en qué medida la aceptación del software beneficia el desarrollo de los niveles de desempeño en los estudiantes.

El investigador debe proporcionar herramientas didácticas para la resolución de problemas legítimos del estudiante, su intervención debe restringirse de manera secuencial con el propósito que el individuo adquiera mayor autonomía, además, debe facilitar espacios para el análisis y evaluación continua de los procesos de enseñanza y aprendizaje, para ello, la preparación de los docentes debe ser un elemento fundamental en el mejoramiento de las habilidades y destrezas del grupo.

Por otra parte, los contenidos de una programación curricular no deben ser la prioridad en el aula, el docente debe enfocar sus esfuerzos en abordar herramientas temáticas que pueden ser utilizadas por los estudiantes en la creación de conocimientos nuevos, susceptibles de aplicarse y que no se conviertan solamente en referentes memorísticos.

7 REFERENCIAS

- Blanco, H. (2006). La Etnomatemática en Colombia: un programa en construcción. *Boletín de Educación Matemática BOLEMA*, 19 (26), 1-19.
- Blanco, J. (1996). La resolución de problemas. Una revisión teórica. *Suma*, 21, 11-20.
- Biggs, J., Manzano, P. (2005). *Calidad del aprendizaje universitario*. Madrid, España: Narcea.
- Bruno, A. (2000). Los alumnos redactan problemas aditivos de números negativos. *Revista EMA*, 5(3), 236-251.
- Bruno, A., & Martinón, A. (1997a). Clasificación funcional y semántica de problemas aditivos. *Educación Matemática*, 9(01), 33-46.
- Bruno, A. y Martinón, A. (1997b). Procedimientos de resolución de problema aditivos de números negativos. *Enseñanza de las Ciencias*, 15 (2), 249-258.
- Bruno, A. (2015). Estructuras aditivas. Departamento de matemáticas educativas. Universidad de la laguna. Recuperado de: <http://www.matedu.cinvestav.mx/~maestriaedu/docs/asig2/confere1.pdf>.
- Castro, E., Rico, L., y Gil, F. (1992). Enfoques de investigación en problemas verbales aritméticos aditivos. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 10(3), 243-253.
- De Corte, E. & Verschaffel, L. (2003). El desarrollo de habilidades de autorregulación en la solución de problemas matemáticos. *Pensamiento Educativo*, 32(15), 286-305.
- De Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista iberoamericana de educación*, 43, 19-58.
- Fuentes, C., Páez, P., y Prieto, D. (2019). Dificultades de la resolución de problemas matemáticos de estudiantes de grado 501 Colegio Floresta Sur, sede b, jornada

- tarde, Localidad de Kennedy (Tesis de maestría). Universidad Cooperativa de Colombia, Facultad de Educación. Maestría en Dificultades del Aprendizaje. Bogotá, D.C., Colombia.
- Gaulin, C. (2001). Tendencias actuales de la resolución de problemas. *Sigma*, 19. 51 – 63.
- Hernández Sampieri, R., Fernández, C. & Baptista, P. (2014). Metodología de la Investigación. Sexta Edición. Mcgrawhill.
- ICFES (2017). Resultados pruebas saber, Institución Educativa Nuestra Señora de las Mercedes. [En línea] [fecha de consulta: 27 de julio de 2019]. Recuperado de: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jsp>
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (1989). *Pensar matemáticamente*. Madrid: Editorial Labor.
- Moreira, M. (2002). Investigación en educación en ciencias: métodos cualitativos. *Actas del PIDEA*, 4(14), 25-45.
- Moscovich, V. (2006). Yupana, tabla de contar inca. *Revista Andina*. 43 (1), 93-127.
- Pareja, D. (1986). Instrumentos prehispánicos de cálculo: el quipu y la Yupana. *Revista Integración, temas de matemáticas*. 4 (1), 37-56.
- Polya, G. & Zugazagoitia, J. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Rojas, M. y Stepanova, M. (2015). Sistema de numeración Inka en la Yupana y el Khipu. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*. 8 (3), 46-68.
- Schoenfeld, Alan (1992) Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense making in mathematics. *In Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan.

Tamayo, M. (1999). *Serie Aprender a Investigar: Modulo 2 La Investigación*. Bogotá, Colombia: ARFO EDITORES LTDA.

Vargas-Jiménez, I. (2012). La entrevista en la investigación cualitativa: nuevas tendencias y retos. the interview in the qualitative research: trends and challengers. *Revista Electrónica Calidad en la Educación Superior*, 3(1), 119-139.

8 ANEXOS

Anexo 1. Carta de Consentimiento Informado para Proyectos de Investigación Educativa.

Yo _____, acudiente del estudiante del grado: _____ y de _____ años de edad, acepto de manera voluntaria que él (ella) se incluya como sujeto de estudio en el proyecto de investigación denominado: LA YUPANA EN LA RESOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMA CON ESTRUCTURAS ADITIVAS DE LOS NÚMEROS NATURALES, luego de haber conocido y comprendido en su totalidad, la información sobre dicho proyecto, riesgos si los hubiera y beneficios directos e indirectos de su participación en el estudio, y en el entendido de que:

- La participación del alumno no repercutirá en sus actividades ni evaluaciones programadas en el curso.
- No habrá ninguna sanción para el estudiante en caso de no aceptar la invitación.
- El estudiante podrá retirarse del proyecto si lo considera conveniente, aun cuando el investigador responsable no lo solicite, informando sus razones para tal decisión. Así mismo, si así lo deseo, puedo recuperar toda la información obtenida de la participación del estudiante.
- No haré ningún gasto, ni recibiré remuneración alguna por la participación en el estudio.
- Se guardará estricta confidencialidad sobre los datos obtenidos producto de la participación, con un número de clave que ocultará la identidad del estudiante.
- Si en los resultados de la participación del alumno se hiciera evidente algún problema relacionado con el proceso de aprendizaje, se le brindará orientación al respecto.
- Puedo solicitar, en el transcurso del estudio información actualizada sobre el mismo, al investigador responsable.

Lugar y Fecha: _____

Nombre y firma del participante: _____

Firma: _____

Número de cédula: _____

Nombre y firma de quien proporcionó la información para fines de consentimiento.

TESTIGOS

Nombre: DANILO BELALCÁZAR MONTILLA * _____

Nombre: MILENA PÉREZ SEGURA * _____

Fecha: _____

Anexo 2. Operacionalización de las Categorías y Subcategorías de la Investigación.

Categoría	Subcategorías	Indicadores	Criterios
Resolución de problemas con estructuras aditivas de números naturales (De Guzmán, 2007)	Familiarización con el problema	Comprende de qué trata el problema	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identifica las estructuras aditivas de números naturales presentes en la situación problema 2. Explica con sus palabras de qué trata el problema
		Reconoce los datos y variables del problema	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identifica los datos presentes en la situación problema. 2. Identifica las variables en la situación problema. 3. Clasifica los datos relevantes para la solución del problema.
	Búsqueda de estrategias	Representa de múltiples formas el problema	<ol style="list-style-type: none"> 1. Describe en su propio lenguaje como puede resolver el problema 2. Elabora un esquema donde organiza los pasos a seguir para resolver el problema desde las estructuras aditivas de números naturales.
		Simplifica el problema para poder abordarlo	<ol style="list-style-type: none"> 1. Explica el problema de una forma más simple.
		Propone múltiples estrategias para resolver el problema	<ol style="list-style-type: none"> 1. Considera que el problema se puede resolver aplicando los conceptos de estructuras aditivas, mediante operaciones de adición o sustracción de números naturales.

			2. Establece la posibilidad de resolver el problema, aplicando los conceptos de estructuras aditivas, mediante la utilización de gráficos.
Desarrollo de la estrategia	Elige la estrategia que mejor puede resolver el problema		1. Utiliza los algoritmos convencionales de resolución. 2. Utiliza procedimientos alternativos para la resolución de problemas.
	Regresa a la fase anterior y selecciona otra estrategia		1. No encuentra la solución al problema con una de las estrategias. 2. Revisa y reflexiona nuevamente sobre las estrategias planteadas.
	Considera nuevas estrategias que no tuvo en cuenta antes		1. Recurre a la asesoría de un compañero para resolver el problema. 2. Comparte con el profesor posibles estrategias. 3. Identifica otras posibles formas de resolverlo.
Revisión del proceso	Explica cómo llegó a la solución		1. Tiene claridad en la forma cómo resolvió el problema. 2. Los pasos seguidos para la resolución son coherentes, aun cuando no llega a la respuesta correcta.

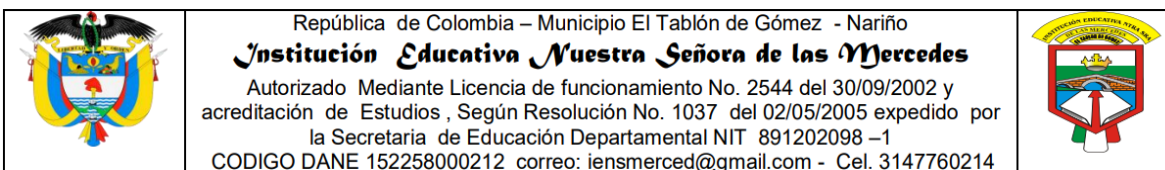
		Reflexiona sobre el éxito del ejercicio	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconoce las fortalezas o debilidades en el proceso de resolución del problema 2. Explica si debió recurrir a otras fuentes de información diferentes a las presentadas en la unidad didáctica para resolver el problema.
		Analiza qué otros posibles resultados tienen el problema.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Explica con sus palabras posibles resultados.
Niveles de desempeño para la resolución de problemas con estructuras aditivas de números naturales	Preestructural	Reconoce sin comprensión algunos elementos	<ol style="list-style-type: none"> 1. El estudiante reconoce alguna información, sin comprensión de contenidos. 2. Aporta respuestas sin relación con los contextos, aisladas, ambiguas o erróneas, que posiblemente no evidencien el desarrollo de competencias o habilidades.
	Uniestructural	Identifica algún tipo de información	<ol style="list-style-type: none"> 1. El estudiante reconoce algún tipo de información, en ocasiones poco relevante, relacionada más con la evocación, que, con el desarrollo de alguna habilidad. 2. Es capaz de identificar algunas características de los elementos,

(Biggs y Manzano, 2005)			sin encontrar una relación entre ellas.
		Realiza procesos sencillos	1. Es capaz de realizar procesos sencillos, sin relacionarlos con la solución del problema.
	Multiestructural	Elabora un listado, enumerar y describir información relevante.	1. El estudiante cuenta con algunas características del nivel anterior, pero es capaz de enumerar, describir, hacer listados de información. 2. Desarrolla procesos basados en recursos memorísticos.
		Aplica algoritmos	1. Desarrolla algunos algoritmos sencillos, sin encontrar un resultado significativo. 2. No encuentra relaciones entre los procesos y los elementos que reconoce.
	Relacional	Compara y contrasta información.	1. El estudiante puede comparar y contrastar información. 2. Explica causas, relaciona conceptos y es capaz de asociarlos a un proceso u operación.
		Analiza y aplica correctamente algoritmos	1. Analiza y aplica algoritmos.

	Abstracta Ampliada	Generaliza procesos	1.El estudiante encuentra la relación entre conceptos para dar origen a un aprendizaje nuevo.
		Formula hipótesis	1. Es capaz de formular hipótesis, generalizar procesos, establecer modelos a partir de los conocimientos relacionados con procesos operativos.
		Emite juicios de valor	1. Predice comportamientos, teoriza y reflexiona. 2. Emite juicios de valor sobre una situación y toma decisiones con base en ellos.

Fuente: Diseño propio de los autores.

Anexo 3. Unidad Didáctica.



MEJORAMIENTO DE LOS NIVELES DE DESEMPEÑO Y LAS ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON ESTRUCTURAS ADITIVAS UTILIZANDO LA YUPANA

GRADO TERCERO

Objetivo General:

Mejorar los niveles de desempeño y las estrategias de resolución de problemas presentes en los estudiantes de grado tercero, al abordar situaciones de estructuras aditivas en los números naturales en miras a proponer una herramienta de intervención a través de la Yupana.

Objetivos específicos:

- Desarrollar habilidades y destrezas en la representación y operatividad de números naturales, por medio de la Yupana.
- Solucionar problemas relacionados con estructuras aditivas de números naturales, haciendo uso de la Yupana.

Derechos básicos del aprendizaje y evidencias:

DBA 1: Interpreta, formula y resuelve problemas aditivos de composición, transformación y comparación en diferentes contextos; y multiplicativos, directos e inversos, en diferentes contextos.

Evidencias del aprendizaje para el DBA 1:

- Construye diagramas para representar las relaciones observadas entre las cantidades presentes en una situación.
- Resuelve problemas aditivos (suma o resta) y multiplicativos (multiplicación o división) de composición de medida y de conteo.
- Analiza los resultados ofrecidos por el cálculo matemático e identifica las condiciones bajo las cuales ese resultado es o no plausible.

DBA 2: Propone, desarrolla y justifica estrategias para hacer estimaciones y cálculos con operaciones básicas en la solución de problemas.

Evidencias del aprendizaje para el DBA 2:

- Utiliza las propiedades de las operaciones y del Sistema de Numeración Decimal para justificar acciones como: descomposición de números, completar hasta la decena más cercana, duplicar, cambiar la posición, multiplicar abreviadamente por múltiplos de 10, entre otros.
- Reconoce el uso de las operaciones para calcular la medida (compuesta) de diferentes objetos de su entorno.
- Argumenta cuáles atributos de los objetos pueden ser medidos mediante la comparación directa con una unidad y cuáles pueden ser calculados con algunas operaciones entre números.

DBA 3: Establece comparaciones entre cantidades y expresiones que involucran operaciones y relaciones aditivas y multiplicativas y sus representaciones numéricas.

Evidencias del aprendizaje para el DBA 3:

- Realiza mediciones de un mismo objeto con otros de diferente tamaño y establece equivalencias entre ellas.

DBA 9: Argumenta sobre situaciones numéricas, geométricas y enunciados verbales en los que aparecen datos desconocidos para definir sus posibles valores según el contexto.

Evidencias del aprendizaje para el DBA 9:

- Propone soluciones con base en los datos a pesar de no conocer el número.
- Toma decisiones sobre cantidades, aunque no conozca exactamente los valores.
- Trabaja sobre números desconocidos y con esos números para dar respuestas a los problemas.

Materiales:

- 5 computadores con la Yupana digital (versión portable).
- Formato inicial de recolección de información.
- Guía de actividades: Utilización de la Yupana, representación y operatividad de números naturales.
- Guía de actividades: Estrategias para la resolución de problemas.
- Guía de implementación de la Yupana en la resolución de problemas con estructuras aditivas para números naturales.
- Formato de seguimiento a los desempeños.
- Herramientas de conectividad (WhatsApp, Meet o Zoom para celulares, tabletas o computadores).
- Recursos humanos.

Sesiones y tiempo estimado

Actividad	Sesión	Horas por sesión	Total de horas
Ubicación			
Aplicación del formato inicial de recolección de información.	2	1	2

Desubicación			
Guía de actividades: Utilización de la Yupana, representación y operatividad de números naturales.	1	2	2
Análisis de los avances y dificultades en la intervención	1	1	1
Reformulación y fortalecimiento de algunas temáticas de la guía.	1	1	1
Guía de actividades: Estrategias para la resolución de problemas.	1	2	2
Análisis de los avances y dificultades en la intervención	1	1	1
Reformulación y fortalecimiento de algunas temáticas de la guía.	1	1	1
Guía de implementación de la Yupana en la resolución de problemas con estructuras aditivas para números naturales.	3	2	6
Análisis de los avances y dificultades en la intervención	1	1	1
Reformulación y fortalecimiento de algunas temáticas de la guía.	1	1	1
Reenfoque			
Formato de seguimiento a los desempeños.	2	1	2
Total	15		20

Introducción general

Existe la necesidad de implementar alternativas pedagógicas y didácticas en la Institución que permitan mejorar en los estudiantes el desarrollo de competencias relacionadas con este tipo de pensamiento. Estrategias que salgan de lo tradicional, que acerquen la tecnología al aula de clase y eliminen la brecha generacional que provoca el desinterés en el aprendizaje de estos conceptos.

Para ello, se propone una unidad didáctica para incentivar en los estudiantes, la aplicación de herramientas tecnológicas que permitan definir criterios y conceptos matemáticos, los cuales respondan a la adquisición de conocimientos relacionados con situaciones aditivas y ampliar una serie de algoritmos basados en representaciones visuales, como alternativa a procesos que requieren de niveles de abstracción más altos.

Esta unidad didáctica está conformada por sesiones con el fin de abordar temáticas relacionadas con:

- Utilización de la Yupana en la representación y operatividad de números naturales.
- Estrategias para la resolución de problemas.
- Problemas de enunciado verbal con estructuras aditivas.
- Implementación de la Yupana en la resolución de problemas con estructuras aditivas para números naturales.



Finalmente, se define una estrategia que permita abordar en particular, elementos matemáticos aplicables a una realidad próxima para los estudiantes, de tal modo que estos conocimientos no se aprendan de forma fría y superficial, como requerimiento de un proceso formativo ajeno a sus realidades, sino como parte de su crecimiento personal e inherente a su conciencia crítica, que lo caracterice como transformador de su realidad.

Fase de Ubicación (exploración):

Esta fase permite establecer los insumos necesarios para el desarrollo de la unidad didáctica, ya que se determina una línea de base sobre los niveles de desempeño presentes en los estudiantes de grado tercero. Por otra parte, permite identificar las concepciones previas de los estudiantes sobre la utilización de la Yupana, estructuras aditivas y resolución de problemas.

Se realiza una breve inducción, a manera de conversatorio, con padres de familia y estudiantes que participan de la intervención, en donde se abordan temas relacionados con las generalidades del proceso de intervención, se atienden inquietudes y comentarios con respecto al desarrollo de las actividades propuestas.

Para la recolección de información, se aplica el siguiente formato:

	<p>República de Colombia – Municipio El Tablón de Gómez - Nariño</p> <p>Institución Educativa Nuestra Señora de las Mercedes</p> <p>Autorizado Mediante Licencia de funcionamiento No. 2544 del 30/09/2002 y acreditación de Estudios, Según Resolución No. 1037 del 02/05/2005 expedido por la Secretaría de Educación Departamental NIT 891202098 –1 CODIGO DANE 152258000212 correo: iensmerced@gmail.com - Cel. 3147760214</p>	
---	---	---

ÁREA	MATEMÁTICAS	PERÍODO: 1
DOCENTES	Danilo Belalcázar Montilla Milena Pérez Segura	Actividad No.: 1
FECHA		CÓDIGO:

Formato de prueba diagnóstica para niveles de desempeño con base en la Taxonomía SOLO y estrategias de Resolución de Problemas para Estructuras Aditivas de números naturales.



Introducción:

Empieza una etapa diferente en nuestra exploración por el mundo de las matemáticas. Hoy trataremos de explorar al máximo que tanto conocemos y como aplicamos esos conocimientos, en cosas que pueden presentarse a diario, sean bienvenido a esta nueva etapa que nos preparará para ver las matemáticas desde otro punto de vista.

Objetivo:

Identificar tanto los niveles de desempeño (con base en taxonomía SOLO), como la apropiación de las estrategias de solución de Problemas (con base en Polya), para estructuras aditivas de números enteros no negativos (combinación, transformación, comparación y doble variación), en los estudiantes del grado tercero de La Institución Educativa Nuestra Señora de las Mercedes, del Municipio del Tablón de Gómez en el Departamento de Nariño.



LA AVENTURA DEL SABER

MATEMÁTICAS

GRADO TERCERO



Queridos aventureros, prepárense para una emocionante búsqueda del conocimiento, un gran tesoro que nos espera en cada nueva experiencia en el aula. Para encontrarlo, lee con mucha atención y contesta cada una de las preguntas:

El pirata Juan ha guardado un total de 27 monedas de oro en sus dos bolsillos, si en su bolsillo derecho tiene 14 monedas de oro. ¿Cuántas monedas tendrá en su bolsillo izquierdo?



ND1, RP1. Escribe con tus propias palabras que debemos resolver en el problema.



ND2. Escribe cuáles son los valores y de que se tratan el problema.



ND3. Pinta en el problema con un mismo color los datos que son semejantes.



El pirata Juan ha guardado un total de 27 monedas de oro en sus dos bolsillos, si en su bolsillo derecho tiene 14 monedas de oro. ¿Cuántas monedas tendrá en su bolsillo izquierdo?

¿Explica por qué son semejantes los datos pintados del mismo color?



ND4. Encierra la operación que podemos utilizar para resolver el problema y explícanos porqué



ND5.

Inventa un problema similar al del pirata Juan



RP2. Cuéntanos paso a paso como piensas resolver el problema



RP3. Resuelve el problema (puedes utilizar operaciones o dibujos).



RP4. Cuéntame porqué consideras que la respuesta es correcta.



¿Sera posible resolver el problema de otra manera? Si responde afirmativamente cuéntame cómo o muéstrame de manera escrita.





Queridos aventureros, prepárense para una emocionante búsqueda del conocimiento, un gran tesoro que nos espera en cada nueva experiencia en el aula.

Para encontrarlo, lee con mucha atención y contesta cada una de las preguntas:

Jorge organizó una reunión de exploradores, en la mañana llegaron 11 invitados y en el transcurso de la tarde llegaron 16 invitados más. ¿Cuántos invitados en total participaron de la reunión de Jorge?



ND1, RP1. Escribe con tus propias palabras que debemos resolver en el problema.



ND2. Escribe cuáles son los valores y de que se tratan el problema.



ND3. Pinta en el problema con un mismo color los datos que son semejantes.





ND4. Encierra la operación que podemos utilizar para resolver el problema y explícanos porqué



ND5.

Inventa un problema similar al de Jorge



RP2. Cuéntanos paso a paso como piensas resolver el problema



RP3. Resuelve el problema (puedes utilizar operaciones o dibujos).



RP4. Cuéntame porqué consideras que la respuesta es correcta.



¿Será posible resolver el problema de otra manera? Si responde afirmativamente cuéntame cómo o muéstrame de manera escrita.





Queridos aventureros, prepárense para una emocionante búsqueda del conocimiento, un gran tesoro que nos espera en cada nueva experiencia en el aula. Para encontrarlo, lee con mucha atención y contesta cada una de las preguntas:

Cuando Ana y su hermana mayor Camila van de excursión, su padre le entrega 1000 pesos a Ana y, a su hermana mayor 500 pesos más que a ella. Para saber cuánto dinero recibe Camila, ¿qué operación debemos realizar?



ND1, RP1. Escribe con tus propias palabras que debemos resolver en el problema.



ND2. Escribe cuáles son los valores y de que se tratan el problema.



ND3. Pinta en el problema con un mismo color los datos que son semejantes.



Cuando Ana y su hermana mayor Camila van de excursión, su padre le entrega 1000 pesos a Ana y, a su hermana mayor 500 pesos más que a ella. Para saber cuánto dinero recibe Camila, ¿qué operación debemos realizar?

¿Explica por qué son semejantes los datos pintados del mismo color?





ND4. ¿El dinero que recibe Camila es mayor o menor al que recibe Ana?
Explicanos tu respuesta.



RP2. Cuéntanos paso a paso como piensas resolver el problema



RP3. Resuelve el problema (puedes utilizar operaciones o dibujos).



RP4. Cuéntame porqué consideras que la respuesta es correcta.



¿Sera posible resolver el problema de otra manera? Si responde afirmativamente cuéntame cómo o muéstrame de manera escrita.





Queridos aventureros, prepárense para una emocionante búsqueda del conocimiento, un gran tesoro que nos espera en cada nueva experiencia en el aula. Para encontrarlo, lee con mucha atención y contesta cada una de las preguntas:

Para la misión en busca del tesoro, se prepararon 59 refrescos en todo el día, se conoce que en la tarde se prepararon 37 refrescos. Un explorador indica que, según los datos, por la mañana debieron prepararse 96 refrescos, porque al sumar $59 + 37$ se obtiene 96. Al escuchar esto, el jefe de la misión comenta que el explorador está equivocado. ¿Cuál crees que fue el error que cometió el explorador?



ND1, RP1. Escribe con tus propias palabras que debemos resolver en el problema.



ND2. Escribe cuáles son los valores y de que se tratan el problema.



ND3. Pinta en el problema con un mismo color los datos que son semejantes.



Para la misión en busca del tesoro, se prepararon 59 refrescos en todo el día, se conoce que en la tarde se prepararon 37 refrescos. Un explorador indica que, según los datos, por la mañana debieron prepararse 96 refrescos, porque al sumar $59 + 37$ se obtiene 96. Al escuchar esto, el jefe de la misión comenta que el explorador está equivocado. ¿Cuál crees que fue el error que cometió el explorador?

¿Explica por qué son semejantes los datos pintados del mismo color?





ND4. ¿Si estuvieras en el lugar del explorador, como hubieras encontrado la cantidad de refrescos preparados en la mañana?



RP2. Cuéntanos paso a paso como piensas resolver el problema



RP3. Resuelve el problema (puedes utilizar operaciones o dibujos).



RP4. Cuéntame porqué consideras que la respuesta es correcta.





¿Sera posible resolver el problema de otra manera? Si responde afirmativamente cuéntame cómo o muéstrame de manera escrita.



Fase de Desubicación (Intervención):

Se clasifica y analiza la información obtenida en el formato de prueba diagnóstica, de acuerdo a esto, se ajusta y replantea las actividades en cada una de las guías de intervención.

	<p>República de Colombia – Municipio El Tablón de Gómez - Nariño Institución Educativa Nuestra Señora de las Mercedes Autorizado Mediante Licencia de funcionamiento No. 2544 del 30/09/2002 y acreditación de Estudios, Según Resolución No. 1037 del 02/05/2005 expedido por la Secretaría de Educación Departamental NIT 891202098 –1 CODIGO DANE 152258000212 correo: iensmerced@gmail.com - Cel. 3147760214</p>	
---	--	---

ÁREA	MATEMÁTICAS	PERÍODO: 1
DOCENTES	Danilo Belalcázar Montilla Milena Pérez Segura	Guía No.: 1
FECHA		CÓDIGO:

Guía 1. Aprendamos a utilizar la Yupana



Objetivo:

Aprende a representar los números y realizar adiciones y sustracciones con la Yupana.

DBA 1: Interpreta, formula y resuelve problemas aditivos de composición, transformación y comparación en diferentes contextos; y multiplicativos, directos e inversos, en diferentes contextos.

Evidencias del aprendizaje para el DBA 1:

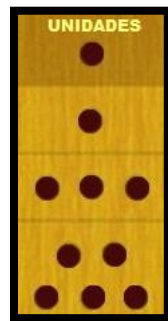
- Construye diagramas para representar las relaciones observadas entre las cantidades presentes en una situación.

- Resuelve problemas aditivos (suma o resta) y multiplicativos (multiplicación o división) de composición de medida y de conteo.
- Analiza los resultados ofrecidos por el cálculo matemático e identifica las condiciones bajo las cuales ese resultado es o no plausible.

CONTENIDO:

¿QUÉ ES LA YUPANA?

La Yupana es una herramienta utilizada por los pueblos Incas, para representar cantidades y realizar diferentes operaciones. A estos instrumentos que permiten realizar las principales operaciones numéricas, los denominamos ábacos, cada clase de ábaco está formado por diferentes elementos, en el caso de la Yupana se utiliza una tablilla dividida en recuadros, con una cantidad de perforaciones en las que podremos ubicar objetos que representen números:



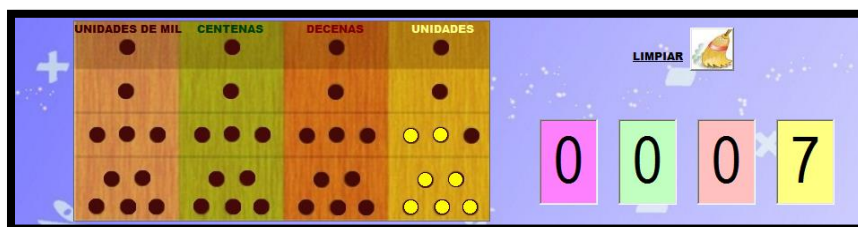
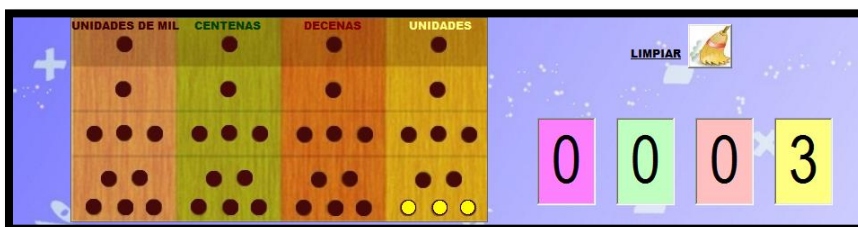
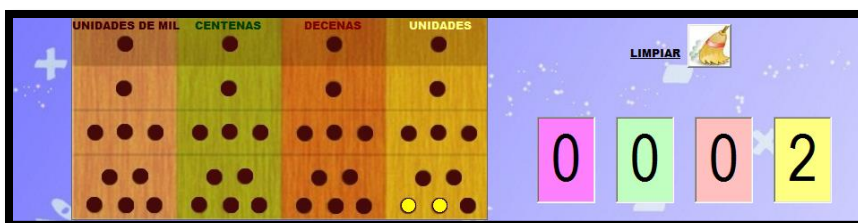
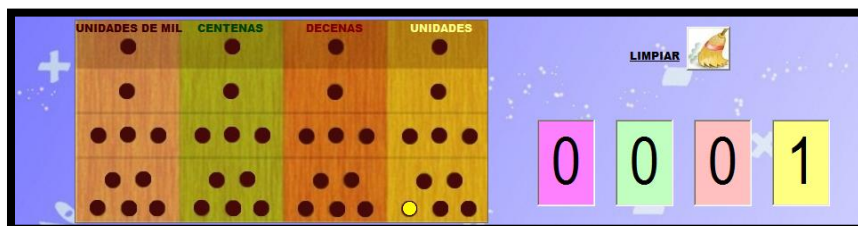
Fuente: Diseño propio de los autores.

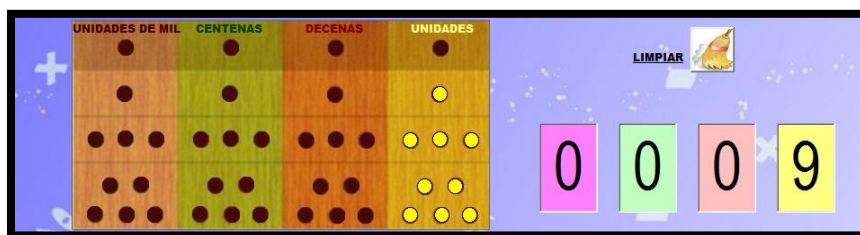
¿CÓMO SE REPRESENTAN LOS NÚMEROS EN LA YUPANA?

Los objetos que representan cantidades numéricas se ubican de izquierda a derecha y de abajo hacia arriba, se unen varias tablillas que representan las unidades, decenas, centenas y unidades de mil, como se muestra a continuación:

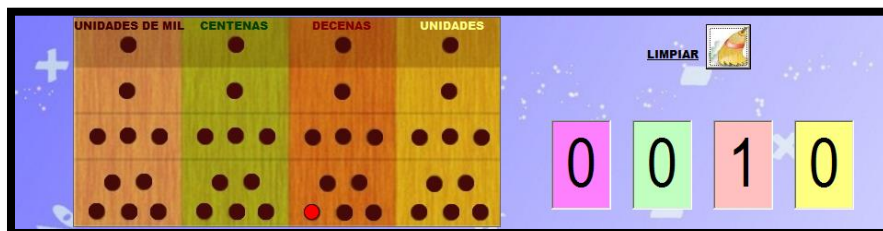
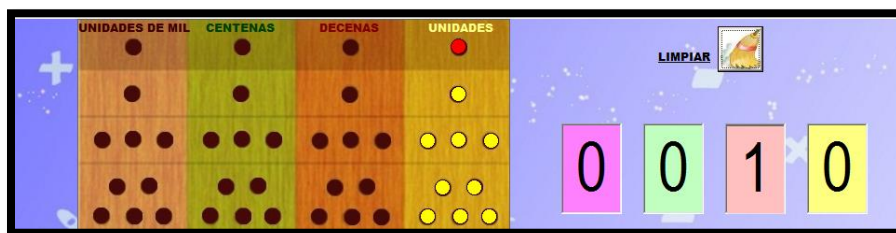


Los números 1, 2, 3, 7 y 9 se representarán como indican las siguientes figuras respectivamente:



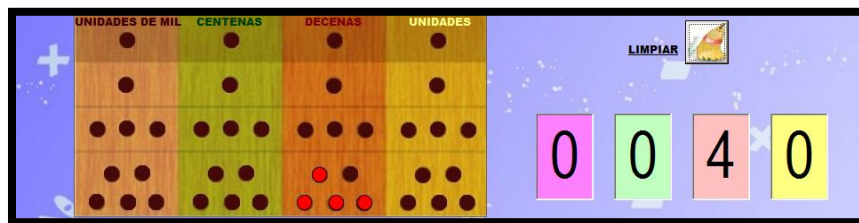


Para representar el número 10 habrá que llenar el último agujero de la tablilla de las unidades, denominado casilla de memoria porque te recuerda que se han completado las unidades y que puede representarse dicho valor en la casilla de las decenas.

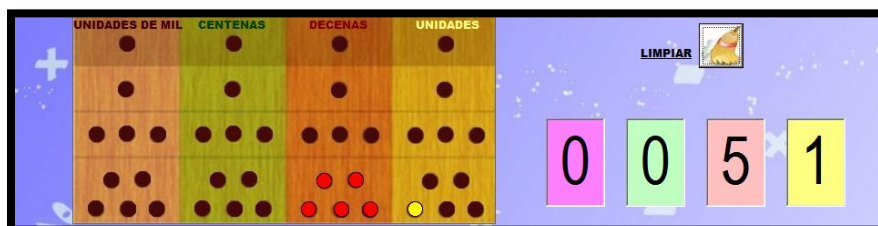


Como se observa, las tablillas tienen un color de acuerdo al orden que representa, así los marcadores de color rojo equivalen a 10 marcadores amarillos, los marcadores verdes equivalen a 10 rojos y los violetas equivalen a 10 verdes, teniendo en cuenta el sistema decimal.

Para representar el cero se hace con la ausencia de marcadores en la tablilla respectiva, como en el caso del número 40.



Para utilizar la aplicación, se hace click solamente en el agujero del número correspondiente, por ejemplo, para representar el número 51, se hace click en la tablilla de las decenas, el quinto agujero y el primer agujero en la tablilla de las unidades, sabiendo que se cuenta de izquierda a derecha y de abajo hacia arriba.



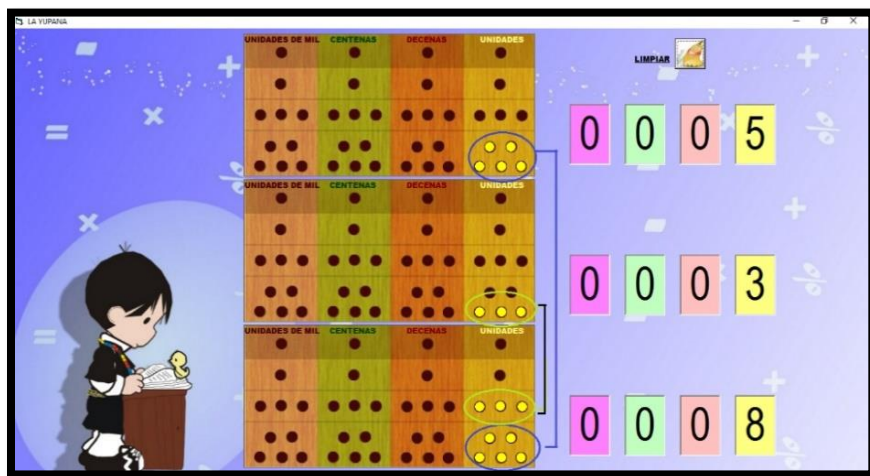
Para representar números de orden superior se utilizan las demás tablillas en forma similar, así el número 327 se representa en la Yupana como se muestra en la figura:



¿CÓMO SE REALIZAN ADICIONES EN LA YUPANA?

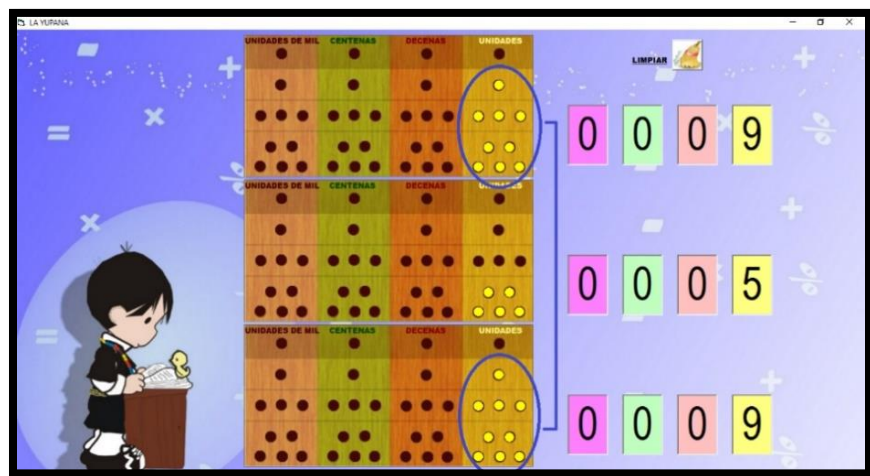
Para realizar la adición entre dos cantidades se utilizan tres conjuntos de tablillas, se ubica el primer sumando en la primera Yupana (parte superior), el segundo sumando en la segunda Yupana (centro) y el resultado se ubicará en la tercera Yupana (parte inferior). El resultado

de la adición se obtendrá ubicando los mismos marcadores de la Yupana de las unidades del primer sumando, en la Yupana del resultado y posteriormente se ubican los granos del segundo sumando, por ejemplo: $5+3 = 8$.

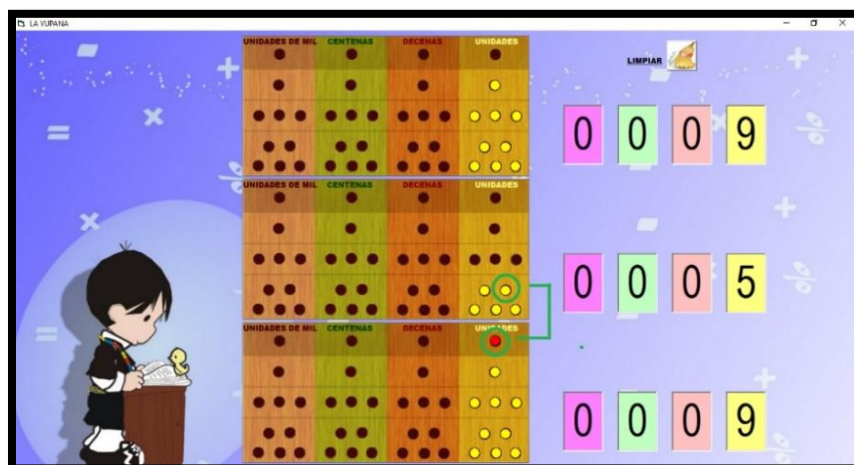


Cuando la suma supera la capacidad de las unidades, por ejemplo, $9 + 5 = 14$, se siguen los pasos dados a continuación:

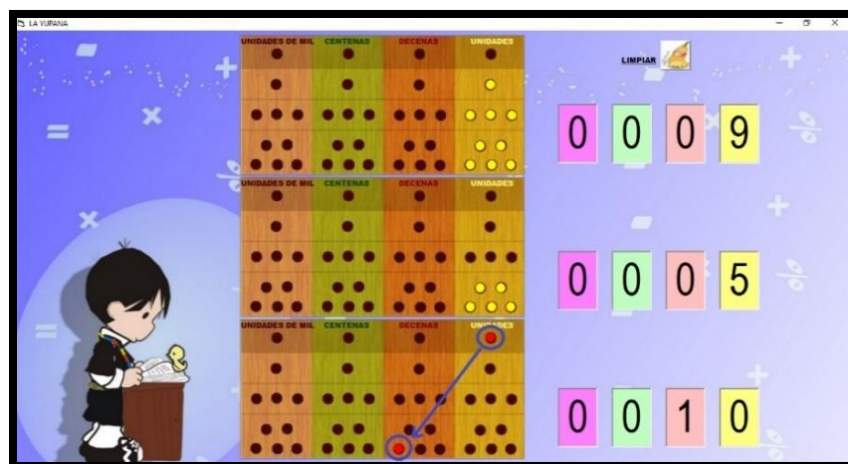
- a. Se ubica el valor del primer sumando en la Yupana inferior.



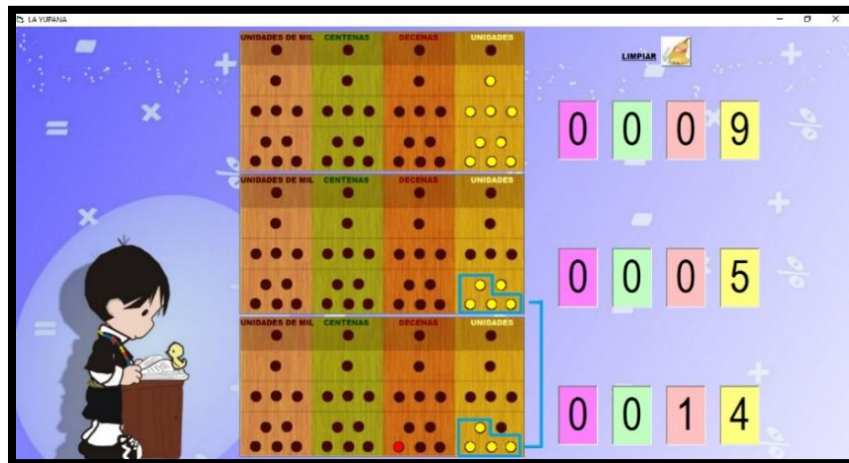
- b. Se completa la Yupana del resultado hasta la hendidura de memoria, con las cantidades del segundo sumando.



Al llenar la hendidura de memoria, los demás marcadores quedan vacíos automáticamente. Se cambia este marcador de memoria a la casilla de las decenas.



c. Los marcadores restantes del segundo sumando se ubican en la Yupana del resultado, como se muestra a continuación:



En la Yupana del resultado, se representa la suma de la operación $9 + 5 = 14$; se puede observar la presencia de un marcador rojo correspondiente a 1 decena y 4 marcadores amarillos correspondientes a 4 unidades.

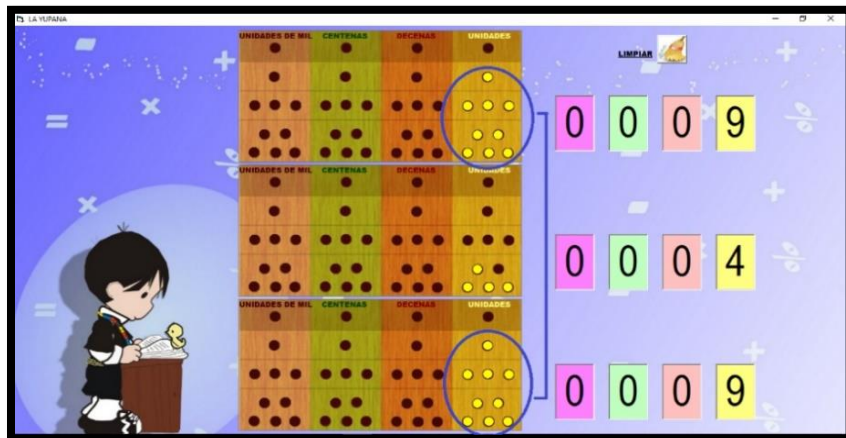
Cuando se realizan adiciones con números de más cifras, se trabaja de forma similar para unidades, decenas, centenas o unidades de mil.

¿CÓMO SE REALIZA SUSTRACCIONES EN LA YUPANA?

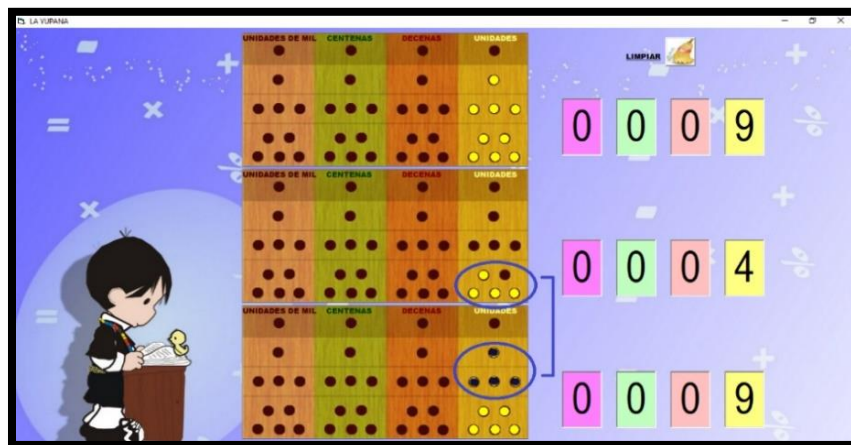
Existen dos posibilidades de sustracciones, usualmente se denominan, sustracciones prestando y sustracciones sin prestar.

Para realizar sustracciones sin prestar, se ubica el minuendo en la Yupana de la parte superior y el sustraendo en la Yupana del centro. Para obtener la resta en la Yupana de la parte inferior, primero se ubica la misma cantidad del minuendo.

En el caso de la resta $9 - 4 = 5$, se observa a continuación el proceder de la operación:

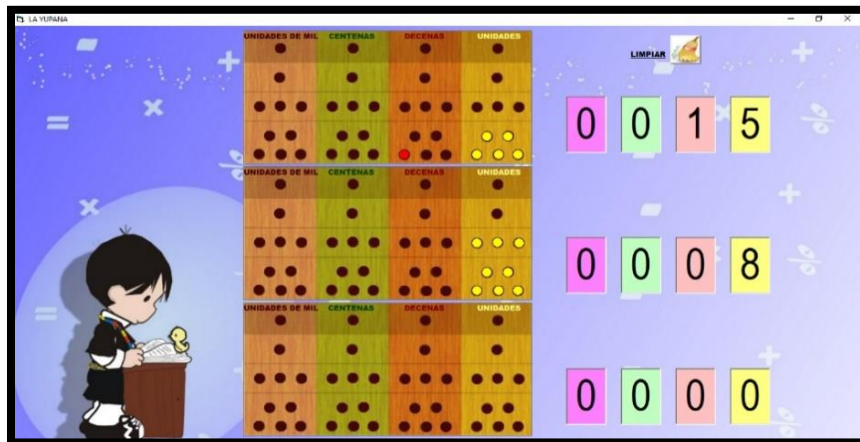


A la cantidad del minuendo se le quita la cantidad que indique el sustraendo y se obtiene el resultado.

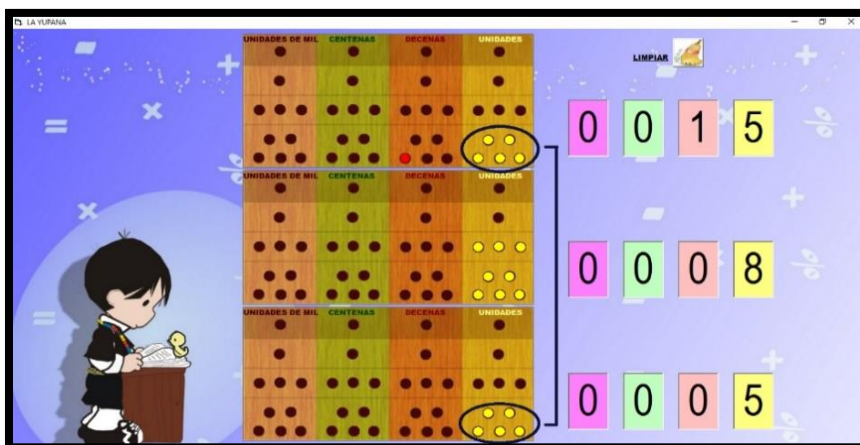


Para las sustracciones prestando, se sigue los pasos dados a continuación:

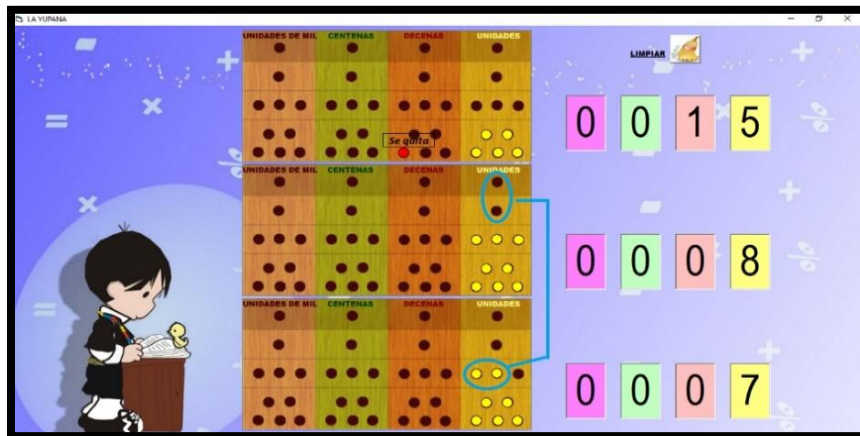
- a. Se ubica el minuendo y el sustraendo del mismo modo que en el caso anterior, ejemplo $15 - 8 = ?$



b. Se ubica la misma cantidad del minuendo en la Yupana inferior del resultado.



c. Se pone en la casilla del resultado, la cantidad que le hace falta al sustraendo para completar la Yupana; al hacer esta operación, se quita mentalmente un marcador de las decenas, en el minuendo. Finalmente se obtiene el resultado $15 - 8 = 7$ como se observa a continuación:



- d. Se opera las casillas de orden superior del mismo modo dependiendo del caso (prestando o sin prestar).



APLICA LOS CONOCIMIENTOS APRENDIDOS EN CLASE

1. Representa los siguientes números en la Yupana:
 - a. 4
 - b. 7
 - c. 87
 - d. 438
 - e. 907
 - f. 3026
 - g. 9308

2. Realice las siguientes adiciones utilizando la Yupana:
 - a. $5 + 4$
 - b. $28 + 76$
 - c. $3 + 7$
 - d. $9 + 14$
 - e. $507 + 96$
 - f. $5308 + 3873$

3. Realice las siguientes sustracciones utilizando la Yupana:
- a. $9 - 3$
 - b. $43 - 22$
 - c. $7832 - 4501$
 - d. $9756 - 7314$
 - e. $37 - 9$
 - f. $239 - 173$
 - g. $934 - 587$
 - h. $805 - 347$
4. Realiza un ejemplo para sumas con números de cuatro cifras, un ejemplo para restas de cuatro cifras sin prestar y un ejemplo para restas de cuatro cifras prestando. Analiza con tus compañeros las respuestas y las dificultades que puedan presentarse al realizar las operaciones, con ayuda de la Yupana.

Una vez terminada la guía, se revisa el desarrollo de las actividades para identificar posibles dificultades. Posteriormente, se reajustan algunos contenidos para realizar un proceso de retroalimentación, en el que se corrigen las actividades y se proponen explicaciones alternativas.

	<p>República de Colombia – Municipio El Tablón de Gómez - Nariño</p> <p>Institución Educativa Nuestra Señora de las Mercedes</p> <p>Autorizado Mediante Licencia de funcionamiento No. 2544 del 30/09/2002 y acreditación de Estudios, Según Resolución No. 1037 del 02/05/2005 expedido por la Secretaría de Educación Departamental NIT 891202098 –1 CODIGO DANE 152258000212 correo: iensmerced@gmail.com - Cel. 3147760214</p>	
---	---	---

ÁREA	MATEMÁTICAS	PERÍODO: 1
DOCENTES	Danilo Belalcázar Montilla Milena Pérez Segura	Guía No.: 2
FECHA		CÓDIGO:

Guía 2. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS



Objetivo:

Utiliza estrategias para la resolución de problemas.

DBA 2:

Propone, desarrolla y justifica estrategias para hacer estimaciones y cálculos con operaciones básicas en la solución de problemas.

Evidencias del aprendizaje para el DBA 2:

- Utiliza las propiedades de las operaciones y del Sistema de Numeración Decimal para justificar acciones como: descomposición de números, completar hasta la decena más cercana, duplicar, cambiar la posición, multiplicar abreviadamente por múltiplos de 10, entre otros.
- Reconoce el uso de las operaciones para calcular la medida (compuesta) de diferentes objetos de su entorno.

- Argumenta cuáles atributos de los objetos pueden ser medidos mediante la comparación directa con una unidad y cuáles pueden ser calculados con algunas operaciones entre números.

CONTENIDO:

Un problema es una situación que se presenta en nuestra vida diaria, algunas veces las matemáticas pueden ayudarnos a resolver esas situaciones, por ejemplo, cuando hacemos una compra en la tienda o cuando queremos conocer la cantidad de juguetes que tenemos. Para resolver esas situaciones de un modo sencillo, presentaremos a continuación una serie de estrategias:

1. Analizar y comprender el problema:

En esta primera estrategia, debemos entender de manera general lo que nos pregunta el problema, por lo general, ayuda mucho cuando nos apoyamos de dibujos que representen la situación y describimos con nuestras propias palabras lo que sucede en la situación, para esto, debemos leer varias veces la situación hasta que se comprenda.

Luego, identificamos y escribimos los datos que son útiles para resolver la situación, una característica de ellos, es que presentan la misma unidad de medida, habitualmente se conocen dos datos y queda un dato por conocer, en ese caso, lo llamaremos valor desconocido o variable, que está relacionado con la pregunta por resolver; finalmente, recuerdo si he resuelto una situación parecida.

2. Diseño una receta para resolver el problema:

Para esta estrategia, elaboro un plan o receta, con una serie de pasos que debo seguir para resolver la situación. Un paso que siempre ayuda es escoger dos datos con los que pueda plantear una adición o una sustracción.

3. Aplica tu receta:

Esta estrategia nos permite poner en marcha cada paso de nuestra receta, teniendo en cuenta que al final, se debe encontrar una respuesta a lo que nos pregunta la situación; ayuda mucho revisar si no hemos olvidado seguir algunos pasos.

4. Comprueba tu respuesta:

En esta estrategia debemos tener una respuesta, resultado del paso anterior. Para empezar, debemos verificar que la respuesta sea correcta, es posible hacerlo comparando las respuestas obtenidas con las de nuestros compañeros, es necesario conocer el proceso para explicar nuestro punto de vista.

Resulta útil pensar si existe una forma más fácil de obtener la respuesta, además, es necesario entender que muchas situaciones matemáticas podrán resolverse de forma similar, es decir, podremos aplicar la misma receta para varios problemas, una vez hallamos comprobado que la receta funciona.

Ejemplo:



Carlos ha guardado un total de 5 dulces en un armario con dos cajones, si en uno de los cajones hay 3 dulces, ¿cuántos dulces tendrá en el otro cajón?

1. Analizar y comprender el problema:

Datos: identificamos que parte del problema nos indica cantidades numéricas con una determinada unidad de medida, en este caso:

Primer cajón	3 dulces
Segundo cajón	¿? dulces
Total	5 dulces

Variable: la cantidad de dulces que hay en el segundo cajón, que es justamente lo que nos pregunta el problema, por lo general, la variable está relacionada con la pregunta.

Nota: existen datos que no sirven para resolver el problema, por ejemplo, el nombre del dueño de los dulces o la cantidad de cajones; de acuerdo a la pregunta, un dato puede o no utilizarse.

2. Diseño una receta para resolver el problema:

Primer paso: identifico los datos que debo operar.

Segundo paso: identifico la operación que debo realizar.

Tercer paso: realizo la operación.

Cuarto paso: compruebo si el resultado de la operación responde la pregunta.

3. Aplica tu receta:

Primer paso: Los datos que debo operar son aquellos que tienen un valor conocido, es decir, los dulces del primer cajón (3 dulces) y el total de dulces (5 dulces), para encontrar la cantidad de dulces que hay en el segundo cajón (el valor desconocido o variable), que representaremos con el símbolo: ?

Segundo paso: cuando unimos dos datos que tienen las mismas unidades, es decir, ponemos “todo junto”, obtendremos un valor total, que en este caso corresponde al total de dulces, los datos que debemos poner todo junto para obtener este total son los dulces del primer cajón más los dulces del segundo cajón, la representación matemática será:

$$\text{dulces del primer cajón} + \text{dulces del segundo cajón} = \text{total de dulces}$$

Si reemplazamos con los datos que ya conocemos, esto se convierte en:

$$3 \text{ dulces} + ? = 5 \text{ dulces}$$

Tercer paso: debemos encontrar el valor desconocido, para eso restamos 3 dulces a cada lado de la igualdad:

$$3 \text{ dulces} - 3 \text{ dulces} + ? = 5 \text{ dulces} - 3 \text{ dulces}$$

Realizando la operación, de lado izquierdo quedarán 0 dulces mas el valor desconocido y de lado derecho quedarán 2 dulces:

$$0 \text{ dulces} + ? = 2 \text{ dulces}$$

De lado izquierdo 0 dulces más el valor desconocido, será igual al valor desconocido y obtenemos la respuesta, que es:

$$? = 2 \text{ dulces}$$

Cuarto paso: la expresión matemática inicial:

$$\text{dulces del primer cajón} + \text{dulces del segundo cajón} = \text{total de dulces}$$

y reemplazamos los datos incluyendo el valor desconocido, encontrado en el paso anterior, nos queda:

$$3 \text{ dulces} + 2 \text{ dulces} = 5 \text{ dulces}$$

Se observa que, al juntar dos datos con unidades iguales, se obtiene un valor total.

4. Comprueba tu respuesta:

Para esta estrategia, socializamos nuestras respuestas con las obtenidas por nuestros compañeros y observamos que es posible realizar la receta de una forma más sencilla. Para iniciar escogemos los datos que utilizaremos (se deja igual el primer paso), identificamos la situación “**todo junto**”, ahora puede ser más fácil si al total le restamos uno de los dos datos para obtener un dato faltante, es decir:

$$\text{total de dulces} - \text{dulces del primer cajón} = \text{dulces del segundo cajón}$$

$$5 \text{ dulces} - 3 \text{ dulces} = ?$$

Se realiza la operación y obtenemos el resultado:

$$2 \text{ dulces} = ?$$

De este modo, se obtiene la respuesta a lo que pregunta el problema de manera más sencilla, una vez se hayan puesto en práctica las 4 estrategias de resolución.



APLICA LOS CONOCIMIENTOS APRENDIDOS EN CLASE

1. Don Carlos es el dueño de una serie de carnicerías, si en Pasto tiene 5 carnicerías y en El Tablón tiene 2 carnicerías.
¿Cuántas carnicerías tienen en total Don Carlos?
Si conociéramos la respuesta, ¿podríamos escribir el problema de otra forma?
2. Juan tiene un total de 8 cuadernos, si el lunes lleva a clase 5 cuadernos.
¿Cuántos cuadernos debió dejar en casa?
Si conociéramos la respuesta, ¿podríamos escribir el problema de otra forma?

Finalmente:

3. Propongamos un problema para resolverlo aplicando las estrategias de resolución, analiza con tus compañeros las respuestas y las dificultades que puedan presentarse al resolverlo.

Una vez terminada la guía, se revisa el desarrollo de las actividades para identificar posibles dificultades. Posteriormente, se reajustan algunos contenidos para realizar un proceso de retroalimentación, en el que se corrigen las actividades y se proponen explicaciones alternativas.

	<p style="text-align: center;">República de Colombia – Municipio El Tablón de Gómez - Nariño Institución Educativa Nuestra Señora de las Mercedes Autorizado Mediante Licencia de funcionamiento No. 2544 del 30/09/2002 y acreditación de Estudios, Según Resolución No. 1037 del 02/05/2005 expedido por la Secretaria de Educación Departamental NIT 891202098 –1 CODIGO DANE 152258000212 correo: iensmerced@gmail.com - Cel. 3147760214</p>	
---	--	---

ÁREA	MATEMÁTICAS	PERÍODO: 1
DOCENTES	Danilo Belalcázar Montilla Milena Pérez Segura	Guía No.: 3
FECHA		CÓDIGO:

Guía 3. ESTRUCTURAS ADITIVAS



Objetivo:

Identificar las estructuras aditivas presentes en la resolución de problemas con ayuda de la Yupana.

DBA 3: Establece comparaciones entre cantidades y expresiones que involucran operaciones y relaciones aditivas y multiplicativas y sus representaciones numéricas.

Evidencias del aprendizaje para el DBA 3:

- Realiza mediciones de un mismo objeto con otros de diferente tamaño y establece equivalencias entre ellas.

DBA 9: Argumenta sobre situaciones numéricas, geométricas y enunciados verbales en los que aparecen datos desconocidos para definir sus posibles valores según el contexto.

Evidencias del aprendizaje para el DBA 9:

- Propone soluciones con base en los datos a pesar de no conocer el número.

- Toma decisiones sobre cantidades, aunque no conozca exactamente los valores.
- Trabaja sobre números desconocidos y con esos números para dar respuestas a los problemas.

CONTENIDO:

Tenemos ahora una serie de herramientas que nos permiten resolver problemas utilizando las matemáticas, es hora de identificar las diferentes formas en las que se nos presenta los problemas de adición y sustracción más comunes, luego pondremos en práctica todos nuestros conocimientos para resolverlos, con la ayuda de una herramienta que ya conocíamos, La Yupana.

¿CÓMO SE PRESENTAN LOS PROBLEMAS DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN?

Podemos decir que la gran mayoría de problemas de adición y sustracción se presentan de cuatro formas diferentes, pero antes de conocerlas debemos identificar las partes o los datos que pueden tener. Las clases de datos son estados, variaciones y comparaciones, vamos a hablar de cada uno de ellos:

ESTADOS:

Son datos que tienen las mismas unidades y que le corresponden a una misma persona o cosas, pueden ser estados o estados totales.

Ejemplo 1:



La casa de Juan tiene tres ventanas en el frente y dos ventanas por atrás, en total tiene cinco ventanas.

En este caso, los datos son los siguientes:

Estado 1 = 3 ventanas

Estado 2 = 2 ventanas

Estado total = 5 ventanas

VARIACIONES:

Son datos que tienen las mismas unidades, corresponden a una misma persona o cosa, pero sucede en un tiempo diferente, es decir la variación aparece después de que sucede algo.

Ejemplo 2:



La casa de Pedro tiene una habitación, después de una remodelación se agregan tres habitaciones más, finalmente la casa de Pedro tiene cuatro habitaciones.

Las palabras “**después de una remodelación**” indican un suceso o tiempo diferente, entonces los datos son los siguientes:

Estado inicial = 1 habitación

Variación = 3 habitaciones

Estado final = 4 habitaciones

COMPARACIONES:

Son datos que tienen las mismas unidades pero que corresponden a personas o cosas diferentes, sirven para hacer comparaciones.

Ejemplo 3:



Carlos tiene tres canicas y Juan tiene cinco canicas más que Carlos, en total Juan tiene 8 canicas.

Las palabras “**más que**” nos permite realizar la comparación, entonces, los datos son los siguientes:

Estado menor = 3 canicas

Comparación = 5 canicas

Estado mayor = 8 canicas

TIPOS DE FORMAS DE UN PROBLEMA

Ahora que conocemos las partes (estados, variaciones y comparaciones), podemos saber las 4 diferentes formas en que se puede presentar un problema.

➤ FORMA 1: “TODO JUNTO”

En este caso, se presentan dos estados que al sumarse dan como resultado un estado total, tomemos el ejemplo 1:

La casa de Juan tiene tres ventanas en el frente y dos ventanas por atrás, en total tiene cinco ventanas.

En este caso los datos son los siguientes:

Estado 1 = 3 ventanas

Estado 2 = 2 ventanas

Estado total = 5 ventanas

La forma de plantear el problema todo junto es:

Estado 1 + Estado 2 = Estado total

Al remplazarse por los datos del problema esto será:

3 ventanas + 2 ventanas = 5 ventanas

En este problema la pregunta podría pedirnos el Estado 1, o pedirnos el Estado 2, o pedirnos el Estado total, el valor desconocido en el problema lo identificaremos con un signo de interrogación, es decir puede presentarse uno de los siguientes casos.

Primer caso:

Estado 1 + Estado 2 = ?

Para resolver este caso simplemente sumamos los dos datos de los estados.

Ejemplo: la casa de Juan tiene tres ventanas en el frente y dos ventanas por atrás, ¿cuántas ventanas tiene en total la casa de Juan?

Los datos son:

$$\text{Estado 1} = 3 \text{ ventanas}$$

$$\text{Estado 2} = 2 \text{ ventanas}$$

$$\text{Estado total} = ?$$

La forma **todo junto** es: $\text{Estado 1} + \text{Estado 2} = ?$

Ponemos los datos: $3 \text{ ventanas} + 2 \text{ ventanas} = ?$

Realizamos la operación: $5 \text{ ventanas} = ?$

Segundo caso: $\text{Estado 1} + ? = \text{Estado total}$

Para resolver este caso, como aprendimos en la guía anterior, al estado total le restamos el dato conocido.

$$\text{Estado total} - \text{Estado 1} = ?$$

Ejemplo:

La casa de Juan tiene tres ventanas en el frente, si en total tiene cinco ventanas, ¿cuántas ventanas tendrá la casa de Juan, en la parte de atrás?

Los datos son:

$$\text{Estado 1} = 3 \text{ ventanas}$$

$$\text{Estado 2} = ?$$

Estado total = 5 ventanas

La forma **todo junto** es: Estado total - Estado 1 = ?

Ponemos los datos: 5 ventanas - 3 ventanas = ?

Realizamos la operación: 2 ventanas = ?

Tercer caso: ? + Estado 2 = Estado total

Para resolver este caso, se procede igual que en el caso anterior.

Ejemplo: la casa de Juan tiene dos ventanas en la parte de atrás, si en total tiene cinco ventanas, ¿cuántas ventanas tendrá la casa de Juan, en la parte de adelante?

Los datos son:

Estado 1 = ?

Estado 2 = 2 ventanas

Estado total = 5 ventanas

La forma **todo junto** es: Estado total - Estado 2 = ?

Ponemos los datos: 5 ventanas - 2 ventanas = ?

Realizamos la operación: 3 ventanas = ?.

➤ FORMA 2: “ALGO OCURRE”

En esta forma de presentar problemas, se adiciona un estado inicial más una variación y se obtiene un estado final, tomemos el ejemplo 2: la casa de Pedro tiene una habitación, después de una remodelación se agregan dos habitaciones más, finalmente la casa de Pedro tiene tres habitaciones.

Las palabras “después de una remodelación” indican un suceso o tiempo diferente, entonces los datos son los siguientes:

Estado inicial = 1 habitación

Variación = 2 habitaciones

Estado final = 3 habitaciones

La forma de plantear “algo ocurre” es:

Estado inicial + Variación = Estado final

Al remplazarse por los datos del problema esto será:

1 habitación + 2 habitaciones = 3 habitaciones

En este problema la pregunta podría pedirnos el Estado inicial, o pedirnos Variación, o pedirnos el Estado final, el valor desconocido en el problema lo identificaremos con un signo de interrogación y las tres situaciones que pueden presentarse se resuelven del mismo modo que en la forma anterior (todo junto).

➤ FORMA 3: “COMPARA”

En esta forma de presentar problemas, se adiciona un Estado menor más un Comparación y se obtiene un Estado mayor, tomemos el ejemplo 3:

Carlos tiene tres canicas y Juan tienen cinco canicas más que Carlos, en total Juan tiene 8 canicas.

Las palabras “más que” nos permite realizar la comparación, entonces, los datos son los siguientes:

Estado menor = 3 canicas

Comparación = 5 canicas

$$\text{Estado mayor} = 8 \text{ canicas}$$

La forma de plantear “compara” es:

$$\text{Estado menor} + \text{Comparación} = \text{Estado mayor}$$

Al remplazarse por los datos del problema esto será:

$$3 \text{ canicas} + 5 \text{ canicas} = 8 \text{ canicas}$$

En este problema la pregunta podría pedirnos el **Estado menor**, o pedirnos **Comparación**, o pedirnos el **Estado mayor**, el valor desconocido en el problema lo identificaremos con un signo de interrogación y las tres situaciones que pueden presentarse se resuelven del mismo modo que en la forma anterior (todo junto).

➤ FORMA 4: “DOS CAMBIOS”

En esta forma de presentar problemas, se adiciona un **Variación 1** más una **Variación 2** y se obtiene una **Variación total**, para eso tomaremos el ejemplo 4:

Carlos tiene varias canicas, en la mañana compra 2 canicas y en la tarde compra 4 caninas más, al final del día Carlos tiene 6 canicas más de las que tenía en un inicio.

La **Variación 1** se obtiene después de que transcurre la mañana, la **Variación 2** se obtiene después de que transcurre la tarde y la **Variación total** es el resultado de la suma de las dos variaciones.

$$\text{Variación 1} = 2 \text{ canicas}$$

$$\text{Variación 2} = 4 \text{ canicas}$$

$$\text{Variación total} = 6 \text{ canicas}$$

La forma de plantear “dos cambios” es:

$$\text{Variación 1} + \text{Variación 2} = \text{Variación total}$$

Al remplazarse por los datos del problema esto será:

$$2 \text{ canicas} + 4 \text{ canicas} = 6 \text{ canicas}$$

En este problema la pregunta podría pedirnos la **Variación 1**, o pedirnos **Variación 2**, o pedirnos la **Variación total**, el valor desconocido en el problema lo identificaremos con un signo de interrogación y las tres situaciones que pueden presentarse se resuelven del mismo modo que en la forma anterior (todo junto).

APLICA LOS CONOCIMIENTOS APRENDIDOS EN CLASE

Todo Junto:

1. En un colegio hay trescientas cuarenta y tres niñas y doscientos noventa y cinco niños.
¿Cuántos niños y niñas hay en el colegio?
2. De las catorce películas que tiene Quique, nueve son de aventuras y el resto de animales.
¿Cuántas películas de animales tiene Quique?

Algo ocurre:

3. En una granja se sembraron ciento ochenta y dos semillas de tomate, si se compran doscientas cuarenta y dos nuevas semillas de tomate para sembrar. ¿Cuántas semillas de tomate en total se sembrarán?
4. Para pagar una revista se necesitan 6578 pesos, si Sara paga con un billete de 5000 pesos
¿cuánto dinero le faltaría para comprar la revista?

Compara:

5. Mi madre tiene treinta y siete años, seis más que mi padre. ¿Cuántos años tiene de mi padre?
6. A la fiesta del cumpleaños de Jaime acuden dieciséis niños, tres niños menos que niñas.
¿Cuántas niñas fueron a la fiesta?

Dos cambios:



7. En cierto país, el número de contagios por el COVID-19 aumentó en 327 personas contagiadas con relación al primer mes, si se espera que después de otro mes aumente en 1538 contagiados, ¿Cuántos contagios más habrá, con respecto al primer mes?
8. Un automóvil recorre la misma carretera durante tres días seguidos, si el segundo día recorrió 23 kilómetros más que en el primer día y que en el tercer día recorrió 49 más que en el segundo, ¿cuántos kilómetros más recorre el tercer día en relación al primer día?

Finalmente:

9. Propongamos un problema escogiendo una de las cuatro formas en que pueda presentarse (todo junto, algo ocurre, compara y dos cambios). Analiza con tus compañeros las respuestas y las dificultades que puedan presentarse al resolverlo.

Fase de Reenfoque (seguimiento y evaluación):

En esta fase de la unidad didáctica se establecen mecanismos que nos permitan realizar un seguimiento a los procesos de aprendizaje de los estudiantes, para determinar los progresos en cuanto al desarrollo de los niveles de desempeño (con base en la Taxonomía SOLO), teniendo como línea de base los resultados obtenidos en la fase de desubicación, para ello se aplica el formato de prueba de seguimiento y para realizar el respectivo análisis de resultados para establecer conclusiones y sugerencias orientadas al mejoramiento de los procesos formativos en el aula de clase.

	<p>República de Colombia – Municipio El Tablón de Gómez - Nariño Institución Educativa Nuestra Señora de las Mercedes Autorizado Mediante Licencia de funcionamiento No. 2544 del 30/09/2002 y acreditación de Estudios, Según Resolución No. 1037 del 02/05/2005 expedido por la Secretaría de Educación Departamental NIT 891202098 –1 CODIGO DANE 152258000212 correo: iensmerced@gmail.com - Cel. 3147760214</p>	
---	--	---

ÁREA	MATEMÁTICAS	PERÍODO: 1
DOCENTES	Danilo Belalcázar Montilla Milena Pérez Segura	Actividad No.: 5
FECHA		CÓDIGO:



Formato de prueba de seguimiento para niveles de desempeño con base en la Taxonomía SOLO y estrategias de Resolución de Problemas para Estructuras Aditivas de

números naturales



Introducción:

Hemos finalizado nuestro recorrido por una serie de herramientas que van a mejorar la utilización de las matemáticas en la resolución de problemas en la vida diaria, a continuación, veremos cuánto hemos aprendido y buscaremos estrategias para seguir mejorando nuestro proceso.

Objetivo:

Identificar los progresos relacionados con los niveles de desempeño (con base en taxonomía SOLO), teniendo en cuenta la línea de base trazada mediante la aplicación Formato de prueba diagnóstica para niveles de desempeño relacionado con la resolución de problemas para estructuras aditivas de números enteros no negativos (combinación, transformación, comparación y doble variación), en los estudiantes del grado tercero de La Institución Educativa Nuestra Señora de las Mercedes, del Municipio del Tablón de Gómez en el Departamento de Nariño.



LA AVENTURA CONTINÚA

MATEMÁTICAS

GRADO TERCERO



Queridos aventureros, prepárense para una emocionante búsqueda del conocimiento, un gran tesoro que nos espera en cada nueva experiencia en el aula. Para encontrar este valioso tesoro, lee con mucha atención y contesta cada una de las preguntas:

Al final de muchos años de exploración, el pirata Juan ha recolectado un total de 132 monedas de oro, una parte de estas monedas se encuentran en un cofre del tesoro que lo acompaña en todos sus viajes y la otra parte están enterradas en una isla desierta. Si en el barco tiene 79 monedas de oro, ¿cuántas monedas de oro se encuentran enterradas en la isla?



ND1, RP1. Escribe con tus propias palabras que debemos resolver en el problema.



ND2. Escribe cuáles son los valores y de que se tratan el problema.



ND3. Pinta en el problema con un mismo color los datos que son semejantes.



Al final de muchos años de exploración, el pirata Juan ha recolectado un total de 132 monedas de oro, una parte de estas monedas se encuentran en un cofre del tesoro que lo acompaña en todos sus viajes y la otra parte están enterradas en una isla desierta. Si en el barco tiene 79 monedas de oro, ¿cuántas monedas de oro se encuentran enterradas en la isla?

¿Explica por qué son semejantes los datos pintados del mismo color?





ND4. Encierra la operación que podemos utilizar para resolver el problema y explícanos porqué



ND5.

Inventa un problema similar al del pirata Juan



RP2. Cuéntanos paso a paso como piensas resolver el problema



RP3. Resuelve el problema (puedes utilizar operaciones o dibujos).



RP4. Cuéntame porqué consideras que la respuesta es correcta.



¿Sera posible resolver el problema de otra manera? Si responde afirmativamente cuéntame cómo o muéstrame de manera escrita.





Queridos aventureros, preparen sus sentidos para una emocionante búsqueda del conocimiento, un gran tesoro que nos espera en cada nueva experiencia en el aula. Para encontrar este valioso tesoro, lee con mucha atención y contesta cada una de las preguntas:

En la reunión de exploradores organizada por Jorge, se contaron 123 participantes. Si en la mañana asistieron solamente 47 participantes que se mantuvieron durante toda la reunión, ¿cuántos participantes llegaron en la tarde?



ND1, RP1. Escribe con tus propias palabras que debemos resolver en el problema.



ND2. Escribe cuáles son los valores y de que se tratan el problema.



ND3. Pinta en el problema con un mismo color los datos que son semejantes.



En la reunión de exploradores organizada por Jorge, se contaron 123 participantes. Si en la mañana asistieron solamente 47 participantes que se mantuvieron durante toda la reunión, ¿cuántos participantes llegaron en la tarde?

¿Explica por qué son semejantes los datos pintados del mismo color?





ND4. Encierra la operación que podemos utilizar para resolver el problema y explícanos porqué



ND5.

Inventa un problema similar al de Jorge



RP2. Cuéntanos paso a paso como piensas resolver el problema



RP3. Resuelve el problema (puedes utilizar operaciones o dibujos).



RP4. Cuéntame porqué consideras que la respuesta es correcta.



¿Será posible resolver el problema de otra manera? Si responde afirmativamente cuéntame cómo o muéstrame de manera escrita.





Queridos aventureros, preparen sus sentidos para una emocionante búsqueda del conocimiento, un gran tesoro que nos espera en cada nueva experiencia en el aula. Para encontrar este valioso tesoro, lee con mucha atención y contesta cada una de las preguntas:

Cuando Ana y su hermana mayor Camila van de excursión, su padre le entrega 8000 pesos a Ana y a su hermana mayor 1700 pesos más que a ella. ¿Cuánto dinero recibe Camila?



ND1, RP1. Escribe con tus propias palabras que debemos resolver en el problema.



ND2. Escribe cuáles son los valores y de que se tratan el problema.



ND3. Pinta en el problema con un mismo color los datos que son semejantes.



Cuando Ana y su hermana mayor Camila van de excursión, su padre le entrega 8000 pesos a Ana y a su hermana mayor 1700 pesos más que a ella. ¿Cuánto dinero recibe Camila?

¿Explica por qué son semejantes los datos pintados del mismo color?





ND4. ¿El dinero que recibe Camila es mayor o menor al que recibe Ana?
Explicanos tu respuesta.



ND5.

Inventa un problema similar al de Ana y Camila



RP2. Cuéntanos paso a paso como piensas resolver el problema



RP3. Resuelve el problema (puedes utilizar operaciones o dibujos).



RP4. Cuéntame porqué consideras que la respuesta es correcta.



¿Sera posible resolver el problema de otra manera? Si responde afirmativamente cuéntame cómo o muéstrame de manera escrita.





Queridos aventureros, preparen sus sentidos para una emocionante búsqueda del conocimiento, un gran tesoro que nos espera en cada nueva experiencia en el aula. Para encontrar este valioso tesoro, lee con mucha atención y contesta cada una de las preguntas:

De la última búsqueda del tesoro quedaron 27 refrescos, para la nueva búsqueda se preparan 159 refrescos en la mañana y en la tarde 78 refrescos más. Un explorador indica que, según los datos, para la nueva búsqueda se prepararon 262 refrescos porque al sumar $27 + 159 + 78$ se obtiene un total de 262 refrescos. El jefe de la misión comenta que el explorador está equivocado, ¿cuál crees que fue el error que cometió el explorador?



ND1, RP1. Escribe con tus propias palabras que debemos resolver en el problema.



ND2. Escribe cuáles son los valores y de que se tratan el problema.



ND3. Pinta en el problema con un mismo color los datos que son semejantes.



De la última búsqueda del tesoro quedaron 27 refrescos, para la nueva búsqueda se preparan 159 refrescos en la mañana y en la tarde 78 refrescos más. Un explorador indica que, según los datos, para la nueva búsqueda se prepararon 262 refrescos porque al sumar $27 + 159 + 78$ se obtiene un total de 262 refrescos. El jefe de la misión comenta que el explorador está equivocado, ¿cuál crees que fue el error que cometió el explorador?

¿Explica por qué son semejantes los datos pintados del mismo color?





ND4. ¿Si estuvieras en el lugar del explorador, como hubieras encontrado la cantidad de refrescos preparados en la mañana?



ND5.

Inventa un problema similar al de la misión



RP2. Cuéntanos paso a paso como piensas resolver el problema



RP3. Resuelve el problema (puedes utilizar operaciones o dibujos).



RP4. Cuéntame porqué consideras que la respuesta es correcta.



¿Sera posible resolver el problema de otra manera? Si responde afirmativamente cuéntame cómo o muéstrame de manera escrita.

