



HABILIDADES DEL PENSAMIENTO CRÍTICO (ANÁLISIS E
INTERPRETACIÓN) EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA EL
APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES LINEALES

Dina Luz Galarcio Corrales

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
MANIZALES

2023

HABILIDADES DEL PENSAMIENTO CRÍTICO (ANÁLISIS E
INTERPRETACIÓN) EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA EL
APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES LINEALES

Autora

DINA LUZ GALARCIO CORRALES

Proyecto de grado para optar por el título de “Magister” en Enseñanza de las
Ciencias Sociales

Asesora De Investigación

SANDRA MARÍA QUINTERO CORREA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES.

FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

MANIZALES

2023

DEDICATORIA

A Dios, por darme la vida, además de la oportunidad de emprender una nueva etapa en la que me brindó fortalezas y sabiduría, rodeándome de personas que fueron importantes con su apoyo en este paso tan importante para mí crecimiento personal.

A mis dos madres y mi hija, por el apoyo incondicional, durante todo este proceso, han contribuido de manera especial en el logro de mis objetivos y que me permite compartir este éxito con ellos.

AGRADECIMIENTOS

Doy gracias a Dios por la sabiduría y fortaleza, lo que hizo posible culminar con éxito este ciclo de mi vida.

A mis madres, por su amor, confianza, comprensión y apoyo incondicional en cada instante de este camino, por lo que les refrendo mi inmenso amor y gratitud.

A mi hija., por ser la fuente de inspiración y fortaleza que me permitieron cumplir este sueño hecho realidad.

A mis familiares y amigos por la confianza, el apoyo y palabras de aliento que me ayudaron en los momentos difíciles, lo que me obligó a cumplir mi meta.

A los estudiantes del grado octavo dos de la Institución Educativa Manuel Ruíz Álvarez, por su apoyo y compromiso al desarrollar las actividades.

A mi tutora y profesora Sandra María Quintero Correa, por su dedicación y apoyo incondicional en momentos en que creía que no llegaría al final del proceso. Su aporte intelectual y acompañamiento fue de gran valor.

RESUMEN

El trabajo de investigación tuvo como propósito fortalecer habilidades del pensamiento crítico (Análisis e interpretación) en la resolución de problemas para el aprendizaje de las ecuaciones lineales en los estudiantes de grado octavo de la I.E. Manuel Ruíz Álvarez de la ciudad de Montería. La investigación se llevó a cabo mediante un enfoque cualitativo, de tipo descriptivo, teniendo en cuenta una unidad didáctica que se aplicó en diez (10) estudiantes del grado 8°, observando para el respectivo análisis las evidencias registradas en esta, así como la información obtenida a través del diario de campo que se construyó en el avance de la unidad. Para efectos del acopio de información, se utilizó la prueba diagnóstica a fin de establecer la forma en que los estudiantes resuelven situaciones problemas que involucran ecuaciones lineales, posterior a ello, se aplicó la unidad didáctica, con la cual se implementaron actividades y estrategias para que los estudiantes resolvieran situaciones problemas con ecuaciones lineales haciendo uso de la heurística de Miguel De Guzmán y de las habilidades de pensamiento crítico (análisis e interpretación). En tal sentido, se implementó una prueba final con el fin de tener certeza sobre las actividades llevadas a cabo en la unidad didáctica, para corroborar de esta manera el impacto positivo de su aplicación, resaltando que el análisis se estructuró en tres fases teniendo en cuenta los objetivos propuestos. Se pudo concluir que los estudiantes presentaban deficiencias marcadas cuando tenían que analizar e interpretar situaciones problema con ecuaciones lineales, puesto que carecían de claridad sobre los datos necesarios para plantear una posible solución. Finalmente puede concluirse que implementar unidades didácticas dirigidas a fortalecer el pensamiento crítico (análisis e interpretación) respecto a la solución de problemas con ecuaciones lineales, generó en los estudiantes espacios de reflexión que les permitió, avanzar más segura y acertadamente en la toma de decisiones.

Palabras clave: Pensamiento crítico, análisis, interpretación, resolución de problemas, ecuaciones lineales.

ABSTRACT

The purpose of the research work was to strengthen critical thinking skills (analysis and interpretation) in problem solving for the learning of linear equations on eighth grade students at I.E. Manuel Ruíz Álvarez in the city of Monteria. The research was carried out through a descriptive qualitative approach, taking into account a didactic unit that was applied to ten (10) students of the 8th grade, for the analysis, the evidences registered as observed, as well as the information obtained through the field diary that was constructed in the progress of the unit. For the purpose of collecting information, the diagnostic test was used to establish the way in which students solve problem situations involving linear equation. After that, the didactic unit was applied, in which activities and strategies were implemented for students to solve problem situations with linear equations using Miguel De Guzmán's heuristics and critical thinking skills (analysis and interpretation). In this sense, a final test was implemented in order to be certain of the activities carried out in the didactic unit, to corroborate in this way the positive impact of its application, highlighting that the analysis was structured in three phases taking into account the proposed objectives. It was possible to conclude that the students presented marked deficiencies when they had to analyze and interpret problem situations with linear equations, since they lacked clarity about the data necessary to propose a possible solution. Finally, it can be concluded that implementing didactic units aimed at strengthening critical thinking (analysis and interpretation); regarding to the solution of problems with linear equations, it generated spaces for reflection on students that allowed them to advance more safely and accurately in decision making.

Keywords: Critical thinking, analysis, interpretation, problem solving, linear equations.

CONTENIDO

1	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	13
1.1	DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	13
2	JUSTIFICACIÓN.....	24
3	OBJETIVOS.....	28
3.1	OBJETIVO GENERAL.....	28
3.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	28
3.3	REFERENTE CONCEPTUAL	29
3.4	RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	30
3.5	EL PENSAMIENTO CRÍTICO	36
3.5.1	Análisis E Interpretación En El Pensamiento Crítico	40
3.6	APRENDIZAJE DE ECUACIONES LINEALES	43
4	METODOLOGÍA	49
4.1	ENFOQUE.....	49
4.2	TIPO DE ESTUDIO	50
4.3	CONTEXTO Y POBLACIÓN	50
4.4	UNIDAD DE TRABAJO	51

4.5	CONSIDERACIONES ÉTICAS	52
4.6	UNIDAD DE ANÁLISIS	53
4.7	INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN	55
4.7.1	Prueba Diagnóstica	55
4.7.2	Prueba Final	56
4.7.3	Diario De Campo	56
4.7.4	Plan De Análisis.....	57
4.8	UNIDAD DIDÁCTICA.....	58
5	ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS	63
5.1	MOMENTO DE UBICACIÓN	63
5.2	MOMENTO DE DESUBICACIÓN.....	71
5.3	MOMENTO DE REENFOQUE.....	80
6	CONCLUSIONES	89
7	RECOMENDACIONES	90
8	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	91
9	ANEXOS.....	95

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Esquema de la resolución de problemas	59
Figura 2 Respuestas E2 – E5 – E8.....	69
Figura 3 Respuestas E1 – E3	73
Figura 4 Respuestas E3 – E4 – E1 – E7	74
Figura 5 Respuesta E6	76
Figura 6 Respuesta E9	78
Figura 7 Respuestas E8 – E9	80
Figura 8 Respuestas E8 – E9	81
Figura 9 Respuestas E5 – E7	84
Figura 10 Respuestas E5- E7.....	85
Figura 11. Ejemplo de ecuación	102
Figura 12. Ejemplo de ecuación lineal	103
Figura 13. Ecuación lineal paso 1.....	104
Figura 14. Ecuación lineal paso 1.....	104
Figura 15. Ecuación lineal paso 1.....	104
Figura 16. Ecuación lineal paso 2.....	105
Figura 17. Ecuación lineal paso 3.....	105
Figura 18. Ecuación lineal paso 4.....	106
Figura 19. Ecuación lineal paso 5.....	106
Figura 20. Ley de los signos.....	107
Figura 21. Método de resolución de ecuaciones.....	107

LISTA DE ANEXOS

Anexo A Consentimiento Informado	95
Anexo B Consentimiento informado al rector.....	97
Anexo C Unidad didáctica.....	98
Anexo D Actividad 1	144
Anexo E Actividad 2	148
Anexo F Actividad realizada por estudiantes en el momento de reenfoque	154

INTRODUCCIÓN

Es importante destacar que mejorar las habilidades del pensamiento crítico mediante el aprendizaje de las ecuaciones lineales, se convierte en un aporte pedagógico importante que fortalece el proceso matemático deductivo en los estudiantes de grado octavo de la I.E. Manuel Ruíz Álvarez de la ciudad de Montería, resaltando que además de favorecer el aprendizaje de este tipo de ecuaciones, se estimula el desarrollo de nuevas habilidades para el desempeño del estudiante en su cotidianidad social, ya que se promueven capacidades creativas, de comunicación y razonamiento. Por esta razón resulta pertinente la investigación, por su impacto en el área del conocimiento matemático, considerando la importancia que tiene el compromiso por parte del docente, el soporte de la institución educativa y la actitud de los estudiantes en el desarrollo de las actividades que permitieron la asimilación de nuevos paradigmas inherentes a esta área, lo que les brinda la posibilidad de responder apropiadamente a las necesidades que demanda la educación actual.

El trabajo investigativo se centró en el campo de las habilidades del pensamiento crítico en la resolución de problemas para el aprendizaje de las ecuaciones lineales, teniendo en cuenta para ello las diversas concepciones teóricas y metodológicas, por lo que la investigación se desarrolló en cuatro capítulos, iniciando con el Capítulo I, en el que se hace una descripción de problema, planteándose igualmente la pregunta problematizadora. Así mismo, se presenta la respectiva justificación de la investigación resaltando la pertinencia de la misma, finalizando el capítulo con la construcción de los objetivos, general y específicos que marcan el norte a seguir para alcanzar los resultados. Haciendo referencia al Capítulo 2, en él se define cada uno de los aspectos conceptuales que rigen la investigación profundizando el análisis en algunos de ellos. De la misma manera, se fundamenta la investigación a través de las bases teóricas que tienen su génesis en los aportes de teóricos reconocidos por su experiencia y conocimiento del tema objeto de investigación, lo que permitió razonar, entender y comprobar la eficacia de las actividades programadas.

De igual manera, en el Capítulo 3, se hace alusión a los aspectos metodológicos que se tendrán en cuenta para el normal desarrollo de la investigación, en donde se define: el enfoque, tipo de estudio, el contexto y la población, estableciendo a su vez las unidades de trabajo. Igualmente se describen las consideraciones éticas, las unidades de análisis y se construye la tabla de Categoría, Subcategorías e Indicadores. Así mismo se establecen los instrumentos de investigación que se aplicaran a la población a fin de recabar la información necesaria que permite el desarrollo de los objetivos de la investigación, para finalmente, planear y diseñar la unidad didáctica. Por último, en el Capítulo 4, se lleva a cabo el análisis y discusión de los resultados, considerando tres momentos específicos para ello: momento de ubicación, momento de desubicación y momento de reenfoque. Es válido mencionar que, durante el momento de ubicación, se presentaron algunos inconvenientes que se fueron superando en la medida en que se desarrolló la unidad didáctica, por lo que, en el último momento, o reenfoque, se evidenciaron espacios de confianza y seguridad permanentes en las actividades llevadas a cabo.

Posteriormente se describen algunas de las conclusiones más importantes como el hecho de que al momento de aplicar la unidad didáctica se evidencio en los estudiantes algunas dificultades al momento de analizar e interpretar problemas de ecuaciones lineales, desconociendo la sucesión de pasos para resolverlos. Es concluyente que al verse inmersos en un proceso de habilidad de pensamiento, donde podían aprende a analizar e interpretar, lo que les permitió realizar diversas acciones buscando comprender el problema y a la vez plantear estrategias para resolverlo, resaltando que pudieron articular el lenguaje natural con otras formas de representación algebraica, resultando determinante la implementación de Unidades Didácticas que favorecieron en los estudiantes nuevos espacios de formación y reflexión. Así mismo, se hacen una serie de recomendaciones dirigidas a los futuros investigadores en el tema, e igualmente, sobre la manera como se debe orientar la enseñanza de las operaciones con números y letras. En la parte final, se hace el registro en orden alfabético de todas y cada una de las fuentes que fueron utilizadas para sustentar el presente trabajo de investigación, y se procede a relacionar los anexos respectivos que soportan el trabajo investigativo.

1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El aprendizaje de las matemáticas en las Instituciones Educativas está mediado por un conjunto de elementos que fomentan un conocimiento en profundidad de esta área del saber, entre los cuales, se posiciona el pensamiento algebraico como un contenido obligatorio en el marco de los lineamientos curriculares de la educación básica en Colombia (Ministerio de Educación Nacional, 1996). No obstante, el aprendizaje del lenguaje algebraico se sitúa con notorios inconvenientes para un gran porcentaje de los estudiantes, en la medida que la construcción de este lenguaje se enfrenta a un conjunto de problemáticas, dado que está asociado a la utilización de elementos como variables, constantes, parámetros, fórmulas, signos, operaciones, funciones y ecuaciones entre otros; que permite en una situación problema leer, escribir, comunicar, discutir argumentos y plantear de manera formal posibles soluciones. El poco dominio e interpretación adecuada de este lenguaje, dificulta el proceso de comunicación en el área de matemáticas, lo que afectaría el avance en la apropiación de conocimientos algebraicos los cuales generan en el estudiante actitud de rechazo y desinterés hacia la misma.

Una de las principales dificultades que se ha evidenciado en los estudiantes de grado octavo de la I.E. Manuel Ruíz Álvarez de la ciudad de Montería, es que cuando se enfrentan a situaciones problema que involucran expresiones algebraicas, no realizan un análisis e interpretación adecuado de dicha situación, muchas veces, desde el punto de vista semántico los estudiantes no comprenden o no dan significado a la información y datos suministrados en las situaciones planteadas, faltan procesos de reflexión para identificar las relaciones de inferencia entre los enunciados y preguntas, conceptos, formas de representación, entre otras. Desde el punto de vista sintáctico, confunden los términos cuando se les pide convertir enunciados del lenguaje natural al lenguaje algebraico entre ellos el uso de ecuaciones lineales, por ejemplo, el cuadrado de un número, lo expresan de la forma $2x$, confunden operaciones de suma, resta, multiplicación, división y potenciación

donde intervienen números y letras; se les dificulta asociar símbolos con expresiones determinadas; que incluso en algunos casos, estas falencias se derivan de procesos aritméticos a los que vienen acostumbrados.

De la misma manera, desde el punto de vista pragmático, en algunos casos dan soluciones a situaciones problema de manera insegura, sin encontrar la utilidad y dudan del trabajo realizado, creen que no son capaces de operar con variables y solicitan que sean expresadas con cantidades numéricas y no por letras, deciden no continuar con el ejercicio planteado manifestando la falta de entendimiento de situaciones problema que se resuelven con expresiones algebraicas. Lo anterior pone en evidencia que sus capacidades para comprender un lenguaje abstracto son limitadas y que carecen de habilidades para reducir un problema a símbolos, por lo que se deduce que no están en capacidad para abordar un problema y trasladarlo a abstracciones o simbolismos (Zona y Giraldo, 2017).

Partiendo de esta problemática, los antecedentes que se presentan a continuación son coherentes con el desarrollo de la presente investigación, sobre todo en el aspecto relacionado con la resolución de problemas en cuanto a cómo fortalecer la toma de decisiones mediante la ejecución de un plan; igualmente, cómo mejorar las habilidades del pensamiento crítico (análisis e interpretación); y finalmente, como lograr el aprendizaje de ecuaciones lineales.

En relación con la categoría de Resolución de Problemas, se encontró la investigación titulada: “La metodología resolución de problemas matemáticos como estrategia para el desarrollo del pensamiento crítico en los estudiantes de grado 11 de la Institución Educativa Departamental Silvia Cotes de Biswell” del Banco, Magdalena, cuyo enfoque estuvo centrado en la resolución de problemas matemáticos para contribuir al aprendizaje autónomo del álgebra con 58 estudiantes (con un grupo control y un grupo experimental) de último año de educación media, llevada a cabo por Rojas y Tamara (2018). Los autores realizaron una intervención planeada a partir de situaciones de trabajo descritos por el ICFES en el 2014 con la intención de implementar una ruta organizada de trabajo. Dichas guías de trabajo se estructuraron en 4 momentos: a) exploración de saberes

previos para verificar qué ideas alrededor del tema se desarrollan en el aula, b) Una estructuración de actividades para construir los aprendizajes discutidos, c) la solución de situaciones problema a partir de lo discutido y d) un espacio de contextualización donde el estudiante relacione lo aprendido con situaciones cotidianas.

En cuanto a la metodología implementada inherente a la resolución de problemas cabe destacar que fue una propuesta basada en un cronograma de actividades con un desarrollo tanto individual como colectivo, mediante talleres aplicados de manera creativa e interactiva en el aula. Como resultado, se encontró que el grupo experimental, con un puntaje de 4,48, tuvo un crecimiento significativo (del 61,73%) en el desarrollo de pensamiento crítico aplicado en contextos problemáticos a diferencia del grupo control que arrojó un resultado de 2,77. En este sentido, se demostró que las metodologías basadas en la resolución de problemas estimularon la capacidad de los estudiantes en el desarrollo de ejecución de planes, y por ende, en las habilidades para analizar y decidir cuál es el mejor rumbo a trazar en contextos problemáticos.

De otra parte, bajo una adaptación de la metodología acceso, permanencia y rendimiento académico (APRA) aplicada en 14 alumnos del 3° grado la escuela telesecundaria Valeria Gómez Herrera del municipio de Coatzintla en el estado de Veracruz (México), realizada por Manzano (2019); se buscó mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje en virtud de que los alumnos desarrollen estratégicamente un pensamiento activo en problemas reales. Para ello, el autor había llevado a cabo, un año antes, un proceso de detección de necesidades en estos alumnos a través de guías de observación y test de estilos de aprendizaje que evidenciaron dificultades de carácter cognitivo en relación a capacidades de abstracción e interpretación simbólica; percibiéndose igualmente sentimientos de temor y apatía al álgebra como consecuencia de la enseñanza tradicional y la rígida tendencia a la memorización; por lo que el autor identificó en un primer momento que, para estos estudiantes, las matemáticas tienen poco sentido en la vida cotidiana y como consecuencia de ello no existen niveles de reflexión en su apropiación.

La investigación utilizó la metodología del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) como camino principal para que el aprendizaje de los estudiantes no solamente fortaleciera habilidades en el área de matemáticas; sino que, además, pudiera construir argumentos críticos. En tal sentido, para determinar en qué medida se requería una intervención de tipo ABP, se recurrió a instrumentos para recuperar información tales como guía de entrevista, guía de observación de clase, cuestionario de hábitos de estudio, Test de estilos de aprendizaje de Honey y Mumford y Test de estilos de aprendizaje VAK.

Adicionalmente, se recurrió a instrumentos de diagnóstico áulico, a saber, al examen bimestral del bloque 3 y al programa de estudio de secundaria del año 2011 y un cuestionario estructurado de 10 preguntas. Finalmente, se aplicaron diferentes instrumentos de evaluación: bitácora de grupo, bitácora COL, escala estimativa, rúbrica analítica, lista de cotejo, retroalimentación de foros y congresos. Por otro lado, las actividades realizadas en la investigación estuvieron orientadas didácticamente a la simbolización e interpretación algebraica como forma de estimular el pensamiento creativo y crítico de los estudiantes a través de dinámicas y materiales de trabajo específicos. Cabe resaltar que la mayoría de alumnos lograron una excelente exposición. A pesar de que algunos clasificaron como “aún no competente”, pudo afirmarse que desarrollaron una habilidad argumentativa en la construcción del conocimiento y habilidades en el uso del lenguaje algebraico a través de ecuaciones lineales para expresar con destrezas ante el grupo las operaciones matemáticas.

En este sentido, se puede afirmar que un aporte significativo de las investigaciones de Rojas y Tamara (2018) y Manzano (2019) es que, si se analizan estos resultados bajo el marco de resolución de problemas, se entiende la necesidad de promover: además de procesos direccionados a fortalecer capacidades como la creatividad, la lógica o la intuición, otras estrategias metodológicas que permitan el desarrollo del pensamiento crítico, en las que se incentive el análisis e interpretación de situaciones problema, lo que finalmente permite al estudiante ver y percibir las cosas de diversas maneras.

Por otro lado, también es promover las formas de aprender, en aras de captar la atención de los estudiantes y ayudarles a comprender las diferentes perspectivas y usos del

álgebra, especialmente de ecuaciones lineales, para que puedan comprender su importancia, lo cual lleva implícito el hecho de que las situaciones didácticas deben orientarse a establecer rutas de aprendizaje y resolución de problemas, todo ello con el propósito de desarrollar y potenciar el pensamiento crítico en los estudiantes

En relación con la categoría de pensamiento crítico, desde el desarrollo de habilidades cognitivas relacionadas con el uso del lenguaje algebraico, especialmente ecuaciones lineales, se tuvo acceso a la investigación de Lara (2017); donde en 18 estudiantes del grado tercero de secundaria del Colegio Internacional Puebla S.C, en México, se encontraron dificultades al respecto, tales como: realizar operaciones con cantidades desconocidas y la comprensión de la relación existente entre los datos y las incógnitas. Para su intervención, el autor optó por un enfoque metacognitivo a través de modelos clínicos del aprendizaje haciendo una evaluación exhaustiva con la prueba de razonamiento lógico (TOLT); dos cuestionarios de auto informe sobre estrategias metacognitivas (MAI); el cuestionario de estrategias de motivación y aprendizaje (MSLQ); y una prueba de álgebra utilizada como pre-test y post-test. Desde la aplicación del pre-test, se constató que la mayoría de estudiantes no comprendían los elementos conceptuales, reglamentarios o procedimentales de los símbolos que rigen el álgebra, y, por lo tanto, no lograban situarla en espacios verbales donde se pudiera hacer uso de del lenguaje algebraico para su problematización.

De esta manera, el autor desarrolló una intervención didáctica comprendida en 10 actividades de aula orientadas a la potencialización del conocimiento metacognitivo, el razonamiento lógico y el aprendizaje autorregulado. Por estas razones, la mirada metacognitiva de la intervención hizo énfasis en talleres grupales donde se discutieron y apropiaron los beneficios de conocer y aplicar estrategias metacognitivas para el aprendizaje, y aún más, en qué consistió cada una de dichas estrategias. Este contexto interactivo fue precisamente lo que dio lugar a que los participantes se mostraran prestos a participar, opinar, compartir y discutir los procesos ejercidos de la traducción del lenguaje

natural al lenguaje algebraico y en algunos casos el uso de ecuaciones lineales a partir de problemas verbales.

En los resultados arrojados por el MAI encontraron niveles altos de cognición correspondientes al conocimiento declarativo ($r= 0.42$), el conocimiento condicional ($r= 0.32$) y el conocimiento procedimental ($r= 0.30$), los cuales, describen que los estudiantes desarrollaron formas conscientes de memorizar y evocar conceptos e ideas relacionadas con el lenguaje algebraico, mientras se constata el modo de operar dichos conceptos para ser aplicados con eficiencia y propiedad (Lara, 2017). En este estudio se encontró que, al potencializar el control metacognitivo, el cual se ocupa no solamente de planificar y ejecutar, sino, además, de reflexionar lo aprendido (autorreflexión), se obtuvo que los estudiantes cuentan con una mayor autonomía en situaciones que implican la traducción del lenguaje natural al lenguaje algebraico en problemas verbales; esto es un aspecto relevante frente a la forma en que funciona el pensamiento crítico y sus diversas habilidades.

De manera similar, con la intención de promover un aprendizaje de expresiones algebraicas o ecuaciones mediante una metodología didáctica para reforzar la capacidad del pensamiento variacional se observó el estudio de Popayán (2016), en el que Luego de evidenciar los resultados en las Pruebas Saber de los años 2013, 2014 y 2015, los estudiantes de grado noveno de la IE Isaías Gamboa (Santiago de Cali, Colombia), presentaron niveles insuficientes en el desempeño de matemáticas. Las preocupantes cifras lo llevaron a verificar la existencia de ciertas incompetencias en los procesos de representación y comunicación matemática en estos estudiantes para determinar su forma de aprendizaje, de tal modo que, para solventar estos obstáculos, el autor planteó una intervención pedagógica con 64 estudiantes del grado 9-1 (Grupo control) y 9-2 (Grupo experimental) de dicha institución en la sede Aguacatal, jornada de la mañana, que se fundamentó en situaciones didácticas como metodología propicia. Se tuvo en cuenta un diseño cualitativo-cuasi-experimental de acuerdo a la facilidad para manipular los grupos de trabajo con enfoque de intervención en el aula.

Es oportuno mencionar que antes de iniciar la intervención, el autor decidió realizar una evaluación diagnóstica en los 32 estudiantes para identificar dificultades y errores más comunes en el desarrollo de operaciones básicas de la aritmética; se pudo evidenciar que los estudiantes tenían pocas habilidades para comprender, traducir, reproducir y expresar en términos de expresiones algebraicas, los enunciados verbales; dificultades para expresar en lenguaje verbal las expresiones algebraicas, y además, fueron notorias las deficiencias para comprender y reproducir expresiones algebraicas en la resolución de problemas. El autor implementó herramientas y estrategias didácticas de trabajo individual y grupal, a partir de, el uso de ejercicios de lecturas e implementación de material audiovisual que sirvieron de elementos para que los estudiantes representaran situaciones de un lenguaje natural a un lenguaje algebraico y viceversa; explicaran con sus propias palabras conceptos básicos de las operaciones matemáticas y plantearan situacionalmente operaciones con expresiones algebraicas asimilando la codificación y decodificación necesaria en la problemática.

Es de anotar que el aporte de su investigación se basó en trabajar el pensamiento variacional que se enfoca en procesos de representación y comunicación de sistemas matemáticos, entre estos la identificación de patrones, fenómenos, cambios, y predicciones susceptibles de cuantificación; y que adicionalmente, incluye procesos de análisis e interpretación de expresiones aritméticas y algebraicas. Por último, es válido manifestar que las investigaciones de Lara (2017) y Popayán (2016) permiten entender el aprendizaje de las matemáticas a través de intervenciones estratégicas que estimulan el desarrollo del pensamiento crítico.

En tal sentido, con regularidad los estudiantes deben resolver situaciones en las que se hace necesario traducir un lenguaje natural a ecuaciones lineales o viceversa para comprender y dar solución a dicha situación; por ello, se hace necesario implementar la resolución de problemas y facilitar de esta manera el aprendizaje de ecuaciones lineales como estrategia para favorecer el desarrollo del pensamiento crítico (análisis e interpretación). Es perceptible que no deben imponerse la estricta memorización de magnitudes, fórmulas, ecuaciones y relaciones, sino más bien, incentivarse la interpretación

de situaciones problema mediante el uso de herramientas matemáticas, tales como la representación simbólica, abstracción y manipulación simbólica (Schoenfeld, 2016). Por lo anterior, se realizó una búsqueda de fuentes bibliográficas que muestran la importancia que tiene la resolución de problemas en el fortalecimiento de habilidades del pensamiento crítico, pues es por medio de métodos de enseñanza y formas de aprendizaje que los estudiantes logran comprender de manera analítica e interpretativa, que no se trata de memorizar procedimientos y formulas, sino de buscar soluciones, de comprender patrones y de realizar conjeturas.

Con frecuencia los estudiantes en matemáticas deben enfrentarse a diferentes situaciones donde se hace necesario la utilización de un lenguaje específico del área, siendo este es uno de los mayores obstáculos que se presenta especialmente en tránsito de la aritmética al álgebra, en donde los estudiantes deben pasar de una situación particular a una generalización de la misma, lo que le origina cierto tipo de dificultades, inseguridades y reacciones adversas en el proceso de aprendizaje. Por tal motivo, es preciso fundamentar el aprendizaje de ecuaciones lineales a partir de situaciones y experiencias ya estudiadas, en las que deban reforzar lo aprendido con anterioridad, para que así interioricen sus propias formas de aprendizaje, y a su vez, se promueva el pensamiento crítico pues, al reflexionar, cuestionar y profundizar sobre lo que conoce, el estudiante genera una postura interpretativa y analítica respecto a los conocimientos y sus propios saberes. En este sentido, se hizo una revisión bibliográfica en la que se encontraron algunas intervenciones didácticas que tienen como eje principal el aprendizaje de ecuaciones lineales.

En el mismo sentido, se encontró una investigación que llevó a cabo el diseño de una estrategia didáctica para mejorar la interpretación, modelación y manejo de expresiones algebraicas en estudiantes del grado octavo de la IE Ana Elisa Cuenca Lara del municipio de Yaguara, Huila, realizada por Osorio (2016), utilizando para ello una metodología de cohorte cualitativa, con una población total de 62 estudiantes de grado octavo, en donde, se aplicó un cuestionario evaluativo antes y después de la intervención, el cual, mostró que tanto en el grupo experimental como el de control, eran evidentes ciertas expectativas de

aprendizaje, encontrándose en este proceso, la presencia de obstáculos relacionados con la incompreensión de los conceptos algebraicos que sustentan la comunicacón e interpretacón del lenguaje simbólico, y en consecuencia, inconvenientes para la resoluci3n de problemas. Frente a esta problemática, el autor se propuso abordar a los estudiantes a partir de una propuesta didáctica direccionada a fortalecer los elementos implícitos en el desarrollo del pensamiento crítico a través de diez actividades matemáticas comprimidas en un conjunto de juegos didácticos de manera que los estudiantes se motivaran a participar, pensar e interactuar de forma individual y colectiva, y así facilitar la intervenci3n y post-evaluaci3n para los resultados.

Al culminar la totalidad del proceso, el autor encontró hallazgos interesantes, por ejemplo, la totalidad de los estudiantes ahora están más familiarizados al álgebra, en tanto que hubo un avance significativo en la comprensi3n de los conceptos para determinar con propiedad el rumbo a trazar en la resoluci3n de problemas, sin embargo, el grupo experimental se apropió de los conceptos de proporcionalidad y raz3n, mostrando un mayor avance en este aspecto. Lo cierto es que, ambos grupos lograron representar problemas simbólicamente a través de ecuaciones lineales; por lo cual, a comparaci3n con lo encontrado en el pre-test, los hallazgos de este autor demuestran que la aplicaci3n adecuada de estrategias didácticas para la enseñaanza del álgebra proporciona el desarrollo de habilidades de resoluci3n a problemas planteados y la comprensi3n correcta de conceptos relacionados a esta materia.

De forma similar, se llevó a cabo una investigaci3n en la Instituci3n Educativa José María Vargas Vila de Bogotá cuyo objetivo fue describir el uso de estrategias específicas para hacer más ameno el lenguaje algebraico que conlleva a una mejor apropiaci3n de las matemáticas, y, además, un aumento en el rendimiento académico de 25 estudiantes del grado octavo de dicha instituci3n; investigaci3n desarrollada por Benavides (2018). En esta investigaci3n, la autora cuestionó que la planificaci3n de los currículos convencionales posee pocos recursos creativos para la enseñaanza del lenguaje algebraico, generando de esta manera espacios de confusi3n y rechazo en los estudiantes. Por tal raz3n, se llevó a cabo el

diseño de una unidad didáctica que promoviera el uso de metodologías basadas en estrategias metacognitivas para facilitar la transformación de un lenguaje natural a un lenguaje algebraico.

Tras la implementación de la unidad didáctica los estudiantes lograron formular ecuaciones de la forma " $ax + b = c$ ", identificando variables y creando un contexto de expresión algebraica. Solo 3 de los 25 alumnos, lograron pasar de un contexto problemático a un lenguaje algebraico donde se expusieron procedimientos aritméticos específicos para la resolución correspondiente. Aun así, la intervención realizada consiguió que la totalidad de la muestra lograra concebir niveles de razonamiento apropiados para las operaciones algebraicas, lo cual indica que, la implementación de estrategias metacognitivas puede lograr que el estudiante alcance un nivel esperado de algebrización.

Es oportuno resaltar que las investigaciones de Osorio (2016) y Benavides (2018) aportaron elementos importantes para este estudio, en la medida que el apropiamiento de símbolos matemáticos para la resolución de problemas hizo parte de las estrategias metacognitivas, que aplicadas al aprendizaje del algebra permitieron un avance significativo en la comprensión, análisis e interpretación de expresiones algebraicas, así como de los ejercicios relacionados con resolución de problemas con ecuaciones lineales.

De las investigaciones referenciadas, se destacan ciertas deficiencias en los procesos de enseñanza-aprendizaje relacionados con el álgebra, dado que el desarrollo del pensamiento crítico y la resolución de problemas en esta área han sido poco estimulados debido a que prima el uso de una metodología tradicionalista en los ambientes académicos. Son precisamente estas situaciones las que denotan la necesidad de diseñar y aplicar estrategias desde la metodología de resolución de problemas para el fortalecimiento de las habilidades del pensamiento crítico (análisis e interpretación) en el aprendizaje de ecuaciones lineales en los estudiantes del grado octavo. Teniendo en cuenta las evidencias anteriores, se propone la siguiente pregunta de investigación:

¿De qué forma se pueden desarrollar habilidades de pensamiento crítico (análisis e interpretación) a través de la resolución de problemas que vinculen ecuaciones lineales en estudiantes del grado octavo de la I.E. Manuel Ruiz Álvarez de la ciudad de Montería, Córdoba?

2 JUSTIFICACIÓN

Las matemáticas, además de favorecer la capacidad de pensamiento analítico y el razonamiento, proporcionan elementos necesarios para desarrollar competencias en los estudiantes, entre ellos, la resolución de problemas y el hecho de enfrentar de manera asertiva las diferentes situaciones que se presentan en su cotidianidad; esto quiere decir que, a mediano plazo, el fortalecimiento de dicha capacidad implica que los estudiantes puedan aplicar las matemáticas en algunas situaciones fuera del aula. Teniendo en cuenta que en la vida se enfrentaran a situaciones problémicas, que en algunos casos se presentan de manera simbólica, es pertinente aprender a transformar el lenguaje natural en un lenguaje algebraico para el uso de ecuaciones lineales, lo que permita a los estudiantes sintetizar, reducir y simplificar dichas situaciones como una alternativa para hallar su solución. Estas formas de abordarlas de forma reducida y sintetizada, entre otras, puede lograrse mediante el uso de ecuaciones lineales, lo que trae como consecuencia una abstracción de los elementos implícitos en una situación determinada.

Cabe resaltar que, al entrenar esta capacidad de abstracción, al estudiante se le facilitan diversos procesos aparte de los matemáticos, lo que le permite, a su vez, analizar e interpretar su propio entorno. Todo ello, teniendo en cuenta que el lenguaje matemático no representa el único modo de abordar una situación problema, pero es una forma que, por un lado, provee herramientas facilitadoras, por el otro, logra reducciones que facilitan el abordaje y, aunado a ello, potencializa los procesos cognitivos gracias a la abstracción que requiere; sin embargo, es evidente que ello puede implicar una mejora en las formas de abordar un problema a corto plazo, al menos en el aula o específicamente en lo referente a las matemáticas. En otras palabras, las circunstancias de un mundo complejo y cambiante, comprometen a las instituciones a buscar la formación de estudiantes en conocimientos sólidos que puedan contribuir tanto a su propio desarrollo como a los desafíos que presentan actualmente las sociedades globalizadas, tal y cómo lo plantean las pruebas PISA “En el uso de las herramientas matemáticas en contextos cotidianos se manifiesta la competencia matemática de los escolares”.

Ahora bien, en referencia específica al ámbito de las matemáticas, una de las problemáticas más comunes que se evidencian en el nivel de secundaria, es la transición de la aritmética al álgebra y la forma como los estudiantes abordan las situaciones problemas en este nivel; por ello, se hace necesario el fortalecimiento de las habilidades del pensamiento crítico relacionadas con el análisis e interpretación de información mediante la resolución de problemas, elementos fundamentales en los procesos de enseñanza y aprendizaje para que los estudiantes puedan alcanzar altos niveles de abstracción matemática a través de la comprensión de ecuaciones lineales, lo cual implica que los resultados puedan evidenciarse a largo plazo y los prepare para futuros retos académicos. No obstante, en la práctica del ejercicio docente en la I.E. Manuel Ruiz Álvarez, se ha observado que los estudiantes de grado octavo presentan cada vez mayor dificultad para resolver problemas matemáticos, donde se hace necesario convertir una expresión del lenguaje natural a ecuaciones lineales o viceversa, lo cual genera frustración en la adquisición ideal del conocimiento, dificultando el desenvolvimiento en situaciones que implican destreza tanto en la vida académica como en la vida cotidiana.

El rendimiento académico y las puntuaciones estandarizadas de las Pruebas Saber 11 de 2019 de la Institución Educativa hacen visible esta problemática; es decir, los bajos niveles de desempeño que obtuvieron los estudiantes, evidenció falencias en el desarrollo del pensamiento matemático. Uno de los factores de esta problemática es la dificultad en la interpretación del lenguaje algebraico y su traducción al lenguaje natural (y viceversa), debilidades tanto en la planificación de actividades que contemplan la creatividad y la curiosidad de los estudiantes, que impulsen nuevas formas de apropiarse del lenguaje algebraico implícito en las ecuaciones lineales, entre otras. Por ello es importante que aprendan ecuaciones lineales con situaciones problema de la cotidianidad, teniendo en cuenta que, colateralmente, incentiva, permite y cimienta las bases que facilitan el pensamiento crítico; ya que, para desarrollar la habilidad de resolución de problemas, intrínsecamente se fortalecen las habilidades de interpretación y análisis, las cuales son la base de pensamiento crítico. De allí la importancia de hacer converger ambas facultades en conjunto.

Bajo este panorama, el desarrollo de la presente investigación busca contribuir al fortalecimiento de habilidades relacionadas con el aprendizaje de las ecuaciones lineales y a partir de estas, fortalecer las capacidades analíticas e interpretativas, debido a que gracias a ellas es posible llegar a proponer nuevas formas de abordar una situación problema o eventualidad que requiera una resolución de tipo simplificada. Ello lleva a un segundo aspecto, relacionado con el hecho de que, al ejercitar estas formas de abordar situaciones problemas, simultáneamente se fortalecen los procesos cognitivos de los estudiantes. En conjunto, también es posible decir que los estudiantes generan sus propios criterios respecto a su entorno, su cotidianidad, sus capacidades, etc., lo cual lleva a concebir el álgebra como instrumento de reflexión y crítica. Esto puede concebirse, como un medio para comprender el mundo, tal como lo establecen los estudios en el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA).

De hecho, las pruebas PISA, como una importante medida de evaluación internacional del rendimiento académico en los alumnos alrededor del mundo, consideran que la alfabetización matemática, rige la capacidad para implicarse en los entramados culturales, sociales y naturales y valorar los recursos personales para resolver problemas de la vida real. De esta manera, cuando el sujeto se enfrenta a circunstancias cotidianas, entran en juego los recursos disponibles para identificar, clarificar, formular y resolver desde la compra de un tiquete de avión, hasta la formulación de políticas públicas para el desarrollo de las sociedades.

De allí que sea un aspecto del aprendizaje indispensable para la vida, pues no solo el estudiante se beneficia personalmente; ello podría tener implicaciones sociales, teniendo en cuenta que el pensamiento crítico es fundamental para la estructuración social y para la formulación de soluciones que sean benéficas para la misma. En esencia, estas son las razones por las que la implementación de una propuesta didáctica puede fortalecer las habilidades del pensamiento crítico (análisis e interpretación) utilizando la metodología de resolución de problemas para el aprendizaje de ecuaciones lineales en los estudiantes del grado octavo. De allí la necesidad de llevar a cabo la actual investigación en pro de que los

estudiantes desarrollen habilidades en la resolución de problemas mediante el uso de ecuaciones lineales.

3 OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Describir la forma en que se desarrollan habilidades de pensamiento crítico (análisis e interpretación) a través de la resolución de problemas que vinculen ecuaciones lineales en estudiantes del grado octavo de la I.E. Manuel Ruiz Álvarez de la ciudad de Montería.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar las dificultades presentes en la resolución de problemas con ecuaciones lineales.
- Establecer las habilidades del pensamiento crítico (análisis e interpretación) y su relación con la resolución de problemas que involucran ecuaciones lineales.
- Valorar la resolución de problemas como metodología para el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico (análisis e interpretación) en el aprendizaje de ecuaciones lineales.

CAPÍTULO 2

3.3 REFERENTE CONCEPTUAL

La recolección teórica que se presentará a continuación pretende establecer un marco apropiado para abordar la temática de la incidencia que tiene la resolución de problemas en el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico (análisis e interpretación), con lo cual, se podrá comprender la relevancia de la intervención pedagógica en el desarrollo del pensamiento crítico como modo sustancial de aprender e interpretar las ecuaciones lineales. Por esta razón, el propósito del siguiente apartado es construir una estructura conceptual que soporte el análisis y la orientación que definen los constructos para esta investigación.

De esta manera, se inicia fundamentando la Resolución de Problemas, que se presenta como una categoría, definiendo la capacidad para identificar, tomar medidas, supervisar, evaluar e implementar una solución lógica a problemas concretos. En congruencia, se resalta la importancia de la implementación de esta metodología, puesto que, permite una intervención didáctica apropiada a la hora de estimular la efectividad en el proceso de aprendizaje. Seguidamente, se expondrá el Pensamiento Crítico, no solamente como el conjunto de elementos que dan lugar a la reflexión del conocimiento, sino también, como el camino instruido hacia el establecimiento de criterios analíticos y evaluativos conformados para el propio desarrollo.

Este aspecto es importante para dinamizar las habilidades de análisis e interpretación en áreas del conocimiento tan importantes como las matemáticas, más específicamente en el aprendizaje del álgebra. Finalmente, respecto al aprendizaje de ecuaciones lineales se define su importancia en la expresión y relación matemática integrada, para así, obtener aprendizajes profundos y útiles para la vida escolar y extraescolar. Todos estos aspectos son fundamentales en la medida que son indispensables para la identificación de posibles vacíos en el aula y así proponer procesos renovadores de pedagogías tradicionalistas.

3.4 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

En el prefacio a la primera edición de su libro *Cómo plantear y resolver problemas*, Polya (1986) escribe: “Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, Pero en la solución de todo problema, hay un cierto descubrimiento” (p, 5). El autor entiende los problemas como la base fundamental para creación de conceptos, puesto que un problema genera una necesidad de resolución y para ello se requiere el desencadenamiento de nuevas formas de expresarlo y abordarlo, considerándolo igualmente como el detonador de la actividad cognitiva. Adicionalmente, con relación a lo anterior, para abordar un problema, se requiere la comprensión de conceptos relacionados con el mismo, para que así sea accesible al entendimiento.

Puede manifestarse en suma que, un problema no se limita a ser un asunto por resolver llanamente un obstáculo; es la concatenación de circunstancias que en apariencia representan una dificultad, pero de la cual pueden generarse nuevas perspectivas, lenguajes, paradigmas y novedosas maneras tanto de abordarlo como de solucionarlo. En ese sentido, el ejercicio que lleva a la resolución de un problema provoca diversas dinámicas cognitivas (pues se realiza un esfuerzo mental), sociales (en ocasiones se requiere el trabajo colaborativo) y benéficas (cuando se resuelve, se suple una necesidad) (Schoenfeld, 2016). En este orden de ideas, a continuación, se exponen y analizan los diversos aspectos relacionados con la resolución de problemas. Para ello, se retoma a Greeno y Polya, entre otros; sin embargo, en la presente investigación se adoptará el enfoque de De Guzmán (2006) para el análisis de la categoría resolución de problemas.

La teoría acerca de la solución de problemas indica que el sujeto se enfrenta a un problema cuando ha aceptado determinada tarea, pero no tiene certeza de cómo resolverla, y, por lo tanto, un problema puede ser desde el más altamente estructurado, hasta los que se encuentran en la vida cotidiana. Al respecto Greeno (1980) planteó 4 sistemas de resolución de problemas, a saber:

- **Procesamiento de la información:** Hacen referencia a sistemas que contienen información previa que pueden auxiliar al sujeto.

- **La estructura de la tarea:** En donde se plantean las conductas necesarias para la resolución del problema.

- **Los espacios del problema:** Donde se presenta una representación gráfica o mental de lo que se debe ejecutar.

- **La información presente en los espacios del problema:** En donde cada tarea resuelta es un nudo que representa el paso a paso que el sujeto evalúa y decide si le es conveniente usarlo, por lo cual, estos pasos suponen un progreso.

En la actualidad, los procesos de enseñanza y aprendizaje requieren suscitar la reflexión que conduzca a la construcción del conocimiento a través del análisis de casos u otros métodos que permita a los estudiantes abrir nuevas maneras de percibir la realidad, establecer conexiones y vincular el aprendizaje a problemas de la vida real. En este lineamiento, Polya (1986) estipuló una serie de fases para la búsqueda de la solución a un problema, clasificada en: Entender el problema; trazar un plan; ejecutar el plan y, revisar; sin embargo, deja claro que la resolución de problemas se convierte no sólo en una metodología sino en una escuela donde el estudiante aprende a perseverar incluso bajo los fracasos.

Este es apenas un clásico modelo donde se hace explícita la necesidad de cuadrar cierta mirada hacia la resolución de un problema. Sin embargo, complementa los postulados teóricos mencionados por De Guzmán (2006) quien ve la resolución de problemas como una actividad que promueve la función creativa de generar estrategias de solución ante el abordaje de procesos no siempre convencionales estructurando vías posibles de solución. No obstante, para esto, harán falta dos procesos complejos: tanto la comprensión del problema, que genera un espacio de apropiación, como la solución de la misma, que da rienda suelta a las posibilidades para intervenirlo.

De hecho, la resolución de problemas no requiere de un talento específico, se trata de desarrollar un pensamiento capaz de aclarar ideas y las acciones necesarias para determinar cuál es el mejor camino para resolverlo (De Guzmán, 1993), puesto que, en primera instancia, resolver problemas exige la acción de pensar y activar los recursos intelectuales implicados como razonar, comprender, interpretar, analizar e identificar de manera consciente para lograr las metas deseadas.

En esos aspectos, De Guzmán (1993) y Santos (2008) concuerdan, en la medida que ambos autores contemplan la resolución de problemas como una herramienta que permite superar dificultades en diferentes ámbitos fortaleciendo procesos cognitivos y las formas de pensar. A ello habría que sumare el hecho que Santos (2008) considera que “la comprensión o el desarrollo de las ideas matemáticas conllevan un proceso de reflexión donde el estudiante constantemente refina o transforma sus ideas y formas de pensar como resultado de participar activamente en una comunidad de práctica o aprendizaje” (p. 3). Esto implica la resolución de problemas mediante la capacidad del desarrollo del pensamiento matemático provee elementos propicios para afrontar otros problemas diferentes a los matemáticos, lo cual significa que se requiere la estructuración de estrategias o didácticas que permitan concebir diferentes modos de abordar un problema.

En ese sentido, De Guzmán (1993) planteó acertadamente una estructura para la resolución de problemas llevando a cabo los siguientes pasos: Familiarización con el problema, Búsqueda de estrategias, Llevar adelante la estrategia, Revisar el proceso y sacar consecuencias de él, las cuales se explican a continuación:

- **Familiarización con el problema:** Un primer acercamiento a tener en cuenta al momento de resolver el problema, implica leer detenidamente, observar y comprender los enunciados de manera clara, determinar los datos presentes en la situación y establecer el tipo de relación que hay entre ellos, sin dejar de lado el hecho de identificar cuál es la incógnita o pregunta a la que se le debe dar respuesta, ya que, de esto depende en gran parte dar una solución acertada.

• ***Búsqueda de estrategias:*** Cuando los estudiantes se enfrentan a una situación problema, casi de inmediato empiezan a imaginarse cómo se resolverá, lo que implica para el estudiante que surjan diversas ideas para dar solución a la situación planteada, en este paso, es esencial la creatividad para la búsqueda y obtención de estrategias y seleccionar la más adecuadas.

• ***Llevar adelante la estrategia:*** Después de analizar y revisar las diferentes ideas de estrategias planteadas en el paso anterior, se seleccionará una y se pondrá en práctica dicha estrategia con los elementos necesarios para llegar a la solución del problema; en caso de no funcionar la estrategia seleccionada se debe volver al paso anterior y buscar la estrategia más adecuada.

• ***Revisar el proceso y sacar consecuencias de él:*** Una vez dada la solución al problema es necesario explorar a fondo de qué manera funcionó la estrategia aplicada, que se puedan determinar situaciones que ayuden a la solución de problemas posteriores y además de visualizar otras formas de dar solución al problema, incluso más sencillas. Aquí, el estudiante aprecia el progreso y la idea de obtener resultados lo cual impulsa sus esfuerzos y concentración como evidencia de su motivación.

Este tipo de acotaciones impulsa a una visión creativa en donde el sujeto desarrolla formas de identificar el problema según su característica para definir, luego, la exploración de diferentes estrategias, las habilidades correspondientes y la formulación de un plan preciso para poner en marcha una respuesta (De Guzmán, 2006). Este autor menciona un aspecto importante de la creatividad a la hora de resolver un problema: el contexto en el que se desenvuelve el sujeto brinda los elementos necesarios para hacer un mapeo de la realidad, colocando en tela de juicio lo que podría determinar realmente el problema, y así, trascender de los conocimientos básicos con los que se cuenta, hacia una representación problemática enmarcada en criterios que den luz sobre las posibles formas de solución, incluso cuando aún no se hubiese previsto.

Por consiguiente, el pensamiento matemático según De Guzmán (2006) logra inspeccionar y remodelar la estructura cognitiva del solucionar problemas, además de obtener hábitos de un lenguaje matemático al apropiarse de la situación problema y considerar las posibles soluciones. Este mismo autor identifica el déficit de las estrategias que usan los docentes dentro del aprendizaje, como es, la metodología del aprendizaje, para detectar las debilidades cognitivas previamente y promover estrategias al conocer los elementos anteriores.

En tal sentido, De Guzmán (2006) señala que la resolución de problemas debe ser vista durante el proceso de los estudiantes para rectificar o lograr los alcances adecuados dentro del aula de clase, pues el fracaso que se puede generar va enfocado en reconsiderar que el dominio conceptual que tiene el docente no basta en el proceso enseñanza-aprendizaje, dado que las herramientas, técnicas o recursos pueden desarrollar mejoras en el rendimiento conceptual del estudiante, donde sus calificaciones en la asignatura de matemáticas son las verificaciones de los resultados.

Por otro lado, siguiendo con la exploración del objeto de estudio por parte De Guzmán, (2006) señala que la metodología es una variante del proceso de aprendizaje en la resolución de problemas, por ejemplo, si el estudiante no puede hacer un proceso metacognitivo, se debe a que posee miedo, frustración o fracaso, que son las variantes que evoca el autor para identificar las actitudes negativas que puede enfrentar el estudiante en el proceso de enseñanza. No obstante, no le permitirá hacer una relación de su contexto con el conocimiento adquirido, porque la necesidad es reproducir los conocimientos por medio de dar un resultado impuesto por el docente y no observar la unidad del proceso, es decir, el conductismo centra el aprendizaje en un solo foco que no le permite hacer una epistemología del aprendizaje, al no dar un proceso del pensamiento para identificar las variantes o posibles soluciones.

En consecuencia, la resolución de problemas en las matemáticas puede tener varias dificultades de aprendizaje por el método pedagógico que algunos docentes del área instauran en su cátedra, entre ellos, el conductismo, el cual no abre un camino a los

estándares de resolución de problemas como son: primero, que los estudiantes creen o construyen un nuevo pensamiento por medio de la resolución de problemas; segundo, que los elementos adquiridos en este pensamiento le permitan ser transversales en otras asignaturas desde una preceptiva analítica; tercero, que el estudiante puede lograr identificar, resolver y diseñar estrategias para alcanzar la solución, y por último, reflexionar sobre el proceso de resolución de problemas no solo en el contexto del enunciado sino hacer una asociación con su entorno más cercano (De Guzmán, 2006).

Asimismo, De Guzmán (2006) contempla la necesidad de crear estrategias diversas de aprendizaje, una es considerar que el problema a resolver debe tener elementos fáciles de identificar, con el fin de permitir que el solucionador pueda lograr entender la problemática y abordar la solución correspondiente, lo segundo la experimentación de las propiedades del problema logra identificar una comprensión o una aproximación al crear la posible solución, pues, si el estudiante interpreta el anuncio puede visualizar la respuesta al estar familiarizado, lo tercero, es colocar un problema similar para que los estudiantes puedan comparar e identificar las falencia u oportunidad de mejora, el cuarto, la inducción en la matemática es un ejercicio constante en las operaciones, y que permite promover un pensamiento analítico que identifique con mayor precisión la solución de problemas, y por último la imaginación es una característica clave para el desarrollo del problema, porque al tener aspectos mentales puede permitir generar un camino que poco a poco da lucidez de la respuesta al encontrar una parte de la solución.

Para lograr los beneficios mencionados anteriormente, se considera necesario recurrir a una metodología de enseñanza basada en la resolución de problemas que incluya el análisis contextual y la aplicación del algebra en situaciones de la vida cotidiana. Para ello la actual propuesta de investigación construye una implementación en la cual sea posible estructurar herramientas y métodos que le permita a los estudiantes identificar con mayor precisión dificultades y, a su vez, mejorar su desempeño, mediante el fortalecimiento de habilidades metacognitivas (análisis e interpretación) en la resolución de

problemas y así cambiar la antigua connotación de las matemáticas como un área del conocimiento difícil y compleja.

3.5 EL PENSAMIENTO CRÍTICO

La formulación y claridad de un concepto tiene diversos matices que convergen en confusiones o interpretaciones tan variadas que el sentido originario se dilata hasta perder su noción primaria. Este es el caso del Pensamiento Crítico, el cual se ha usado para diferentes y variados ámbitos, lo que puede provocar confusión a la hora de emplear de manera rigurosa el concepto. Esta es una de las problemáticas que plantea Facione (2007), al mencionar que la comprensión del concepto es abstracta y los pensadores que han intentado dar respuesta a este cuestionamiento brindan diferentes versiones que dificultan concretar el término en un solo esquema o definición, no obstante, algunos coinciden en una idea fundamental relacionada con el hecho de que son habilidades cognitivas y disposiciones, por lo que es el autor cuyo enfoque se tendrá en cuenta para el análisis de la categoría pensamiento crítico (análisis e interpretación).

Antes que nada, hay que detenerse un momento y reflexionar sobre qué es el “pensamiento”. El pensamiento ha sido considerado como una capacidad para dirigir y planear de forma secreta una posterior conducta, lo que sería similar a prevenir errores o fallas en las futuras acciones (Facione, 1990). Por esta misma razón se considera que en el pensamiento se dan dimensiones diferentes a la objetiva; en otras palabras, la dimensión en la que se desarrolla un pensamiento no se rige por las mismas nociones de la objetividad o por lo menos la materialización del pensamiento no es la misma de los objetos, por ello se le confunde con la imaginación. Si el pensamiento es una función formalmente mental, habría que determinar cómo se podría clasificar para su comprensión.

Por otro lado, el término “crítico” es aún más expandido y puede ser aplicado a diversos contextos. Tradicionalmente se le consideró como la función de juzgar, es decir, regirse por lo que dicen los jueces sin cuestionamientos; sin embargo, la palabra fue adquiriendo un sentido contrario al determinarse a partir de la contraposición, es decir, a

partir de lo debatible y refutable (Facione, 2007). No obstante, eso no quiere decir que la crítica deba implicar una postura contraria, ni se limita a atacar, por el contrario, consiste en observar falencias que no se tuvieron en cuenta a la hora de formular una teoría, premisa, hipótesis, entre otras, por tanto, la crítica no es algo delirante y que nace solo como oposición, sino que es una función objetiva que permite abordar otras perspectivas (Facione, 2007).

De ahí que, el pensamiento cumple funciones similares a las imaginativas, pero es un ejercicio mental o con funciones cognitivas que, sin embargo, no está en la dimensión del mundo objetivo (Facione, 1990). Por el contrario, la crítica debe estar en función de lo objetivo y debe ser concisa y concreta, pues su pretensión está supeditada a la profundización de una situación, idea, evento, problema, etc. (Facione, 2007), por lo que se deduce que cuestiona e interroga sobre todos los aspectos implicados en fenómeno (ya sea físico, científico, social, cultural, etc.). Lo anterior indica que el pensamiento crítico cumple una función específica en la que se realiza el ejercicio imaginativo pero enfocado hacia lo objetivo. Ahora bien, en el ámbito educativo, el Pensamiento Crítico influye en la constitución de un rasgo del pensamiento que mejora y precisa el control en la construcción del conocimiento en tanto que, el estudiante, en el ejercicio del aprendizaje, logra identificar argumentos y supuestos para luego relacionarlos a través de inferencias sólidas que le dan la posibilidad de evaluar y concluir lo que para él resulta “correcto”.

La funcionalidad del pensamiento crítico se basa en la actividad reflexiva, dado que, tanto se interesa por lo fundamentado a través de la propia reflexión, como también, le otorga valor a la reflexión ajena. Para Lipman (1997) las discusiones alrededor del pensamiento crítico podrían no tener fin, y aún más, se debe considerar que no existe una única definición de este concepto dado que hacerlo sería limitar el pensamiento mismo; sin embargo, entre sus proposiciones, existen dos aspectos importantes: primero, pensamiento crítico no es pensar por pensar, pero si es pensar como conducta de auto-mejoramiento; y segundo, dicho mejoramiento proviene de la habilidad de usar ciertos estándares, a través de los cuales, una persona evalúa su propio pensamiento.

En este sentido, el pensamiento crítico es auto-correctivo, sensible al contexto, orientado por criterios y hacia el juicio (Tamayo, Loaiza y Ruíz, 2020). Por su parte, Lipman (1997) recalca que el pensamiento crítico, a pesar de que incluye invariablemente habilidades metacognitivas, se sustenta por el razonamiento y el juicio, siendo el primero de estos, un pensamiento que se determina a través de las reglas que el sujeto aprueba mediante el juicio, al tiempo que, toda actividad de juzgar emerge de las conclusiones o los acuerdos desprendidos del proceso (ya sea de una lectura, de un diálogo, una cátedra, un seminario, etc.). Teniendo en cuenta lo anterior, puede decirse que, los juicios y razonamientos desprendidos están íntimamente influenciados por el contexto del que surgieron.

De esta manera, Lipman (1997) menciona diversos aspectos del pensamiento crítico, sin embargo, para la presente investigación se trae a colación el hecho que este tipo de pensamiento se basa en criterios, es decir, todo criterio debe ser entendido como elemento o principio que se usa a la hora de formar juicios, por lo que significa que dichos elementos deben poseer cierto carácter de aceptabilidad. De allí que los pensadores críticos casi siempre se basan en criterios que se pueden evidenciar, validar y constatar a través de distintas modalidades, entre ellas: leyes, normatividades, investigaciones, parámetros, credenciales, hallazgos experimentales, observaciones, programas, medidas, entre otras.

Lipman (1997) también hace referencia al hecho que el pensamiento crítico es auto correctivo. En ese sentido, se trata de un pensamiento introspectivo no precisamente como un proceso metacognitivo que administra los criterios, sino, más bien, es un pensamiento auto-crítico. El autor sugiere que cuando los miembros de una comunidad se corrigen entre sí, da lugar a una facilitación para que el sujeto logre corregirse a sí mismo con mayor detenimiento. Esta dinámica de autocriticarse y así realizar una autocorrección está relacionada con lo que se denomina reflexión, es decir, con el hecho de mirarse a sí mismo para comprender las propias falencias y tratar de corregirlas.

El pensamiento crítico genera en el pensante una mejora de su pensamiento al contrastarlo con otros estándares. Por ello, el ejercicio de retroalimentación es clave pues se

evalúan los pensamientos para buscar eficacia y calidad con relación a los estándares intelectuales; es por esto que el pensamiento crítico siempre busca responder una pregunta a otro o a sí mismo (Tamayo et al., 2020). En este orden de ideas, es necesaria la dinamización del sector educativo de manera que, en las didácticas pedagógicas, los dominios específicos del conocimiento pongan de relieve el pensamiento crítico como un componente esencial de las prácticas de enseñanza y de aprendizaje. Respecto a lo anterior, vale resaltar un componente que mencionan los autores, a saber, solución de problemas y toma de decisiones, el cual hace referencia al aspecto didáctico que comprende la resolución de problemas en el aula, potenciando la habilidad de reconocer y asumir problemas auténticos, resaltando que esto es un indicador que evidencia la necesidad de implementar didácticas en el aula, las cuales deben tener como componente principal el pensamiento crítico y su relación con el entorno del estudiante.

Todas las perspectivas anteriormente expuestas son indispensables para comprender la importancia del pensamiento crítico en la educación, Sin embargo, es Facione (2007) quien brinda un concepto propicio para esta investigación, ya que su visión tiene diferentes matices gracias a que recurre al método Delphi, es decir, a la opinión de diversos expertos sobre un tema específico, lo cual permite una perspectiva más amplia y plural, como en este caso, en el que se recoge y evalúa la clasificación referente al término Pensamiento Crítico.

Facione (2007) intenta abarcar el concepto recurriendo a las perspectivas de expertos, quienes, en su mayoría coinciden en clasificar el pensamiento crítico como habilidades cognitivas y disposiciones de las cuales se basa una persona para dar un criterio con fundamentos. Específicamente, para este autor, es un juicio intencionado y autorregulador basado en la interpretación, el análisis y la evaluación e inferencia, e igualmente representa una fuerza liberadora para la educación y un recurso poderoso para la vida personal y cívica.

Estas perspectivas dan a entender lo problemático que puede llegar a ser la definición del concepto. Sin embargo, se resumen en un fortalecimiento de las habilidades cognitivas y de aprendizaje, cuya función también es motivadora de investigación (Facione,

2007). Esto significa que el pensamiento crítico no solo es un ejercicio mental sino una forma de vida en la que una persona (o específicamente un estudiante), logra establecer una postura frente a la vida académica y personal. Es decir, tener la actitud del pensamiento crítico es la habilidad de abordar los problemas, situaciones, información, etc., tanto académicas como cotidianas, de una manera crítica en la que se cuestiona sobre lo que está dado en la historia, la política, religión, cultura o incluso en el entorno, para formular un criterio propio. En últimas, es analizar un problema para así generar una interpretación del mismo (Facione, 1990).

En ese sentido, la pretensión del presente proyecto consiste en fomentar el pensamiento crítico en los estudiantes respecto a la problemática que presentan en el aprendizaje del álgebra, mediante la enseñanza de ecuaciones lineales de forma que puedan ver reflejados los contenidos aprendidos a la cotidianidad. Esto implica que los estudiantes encuentren un reflejo de la realidad en el lenguaje algebraico con el fin de estimular el fortalecimiento de capacidades de abstracción de las situaciones que se les presenta a diario y en otras asignaturas y así conciben la posibilidad de abordar un problema de lenguaje, ciencias sociales, biología, etc., desde las matemáticas a tal punto de lograr reducir y sistematizar otros temas desde el álgebra y, específicamente, usando las ecuaciones lineales. Ello llevaría a la posibilidad de incentivar una interdisciplinariedad tanto en el aula como fuera de ella.

3.5.1 Análisis E Interpretación En El Pensamiento Crítico

El pensamiento crítico requiere de un proceso de análisis para posteriormente generar una interpretación. Esto implica un ejercicio cognitivo en el que el estudiante debe enfocarse en comprender los diferentes elementos implícitos en un problema para así poder abordarlo desde diferentes perspectivas y posteriormente lograr una interpretación de dicho problema (Facione, 1990). Para abordar estas categorías del pensamiento crítico, es necesario primero conocer otras nociones, tales como lo lógico y racional, y así mismo otras perspectivas; por ello, a continuación, se recurre a pensadores como Paul y Elder (2006) y a Tamayo et al., (2020), no obstante, el autor central será Facione (2007).

Una característica fundamental del pensamiento crítico es su carácter lógico y racional. La primera aparece en la humanidad como un principio básico para que el pensamiento humano cobre sentido, la segunda hace referencia acerca del modo de pensar sobre lo que se conoce; es una necesidad de establecer una estructura coherente de un determinado conocimiento, pues de lo contrario, hasta las contradicciones resultarían "verdaderas". En ese sentido, el razonar lógicamente es un procedimiento general que se utiliza para el conocimiento de la realidad (Paul y Elder, 2006). Por ejemplo, para que un niño aprenda a contar, se necesita que asimile algunos principios lógicos tales como: la naturaleza ascendente de los números, el orden consecutivo que lleva y el procedimiento para contar una cosa a la vez.

Es precisamente bajo este desarrollo del pensamiento que se construye una dinámica universal en donde el niño empieza a concluir que lo que interpreta es verdad para todos, o de lo contrario, es mentira para todos; además, empieza a utilizar esas representaciones mentales para transformarlas en lenguaje. Así, el carácter interpretativo del pensamiento crítico se convierte en una habilidad cognitiva cuya función es comprender y expresar lo que significa aquello que concebimos en forma de datos, situaciones, eventos, juicios, creencias, procedimientos o criterios, y, por lo tanto, nace la sub-habilidad de categorizar o codificar aquello que, aunque de por sí ya tenga un significado, se piensa con el objetivo de darle sentido estructurado (Facione, 2007). Es allí donde se evidencia la importancia de realizar un análisis de las situaciones para así lograr una interpretación, pues es necesario que un estudiante no se limite a absorber información, sino que, por el contrario, la cuestione y reflexiones sobre esta.

La capacidad interpretativa del sujeto impulsa el valor por la evidencia y genera que las conclusiones lógicas estén basadas en la información dada. Este es un aspecto fuertemente tratado por Tamayo et al. (2020) quienes resaltan el valor de la argumentación para el pensamiento crítico, cuya funcionalidad reclama su naturaleza dialógica y dialéctica como condición importante frente a lo que se piensa o discute. Por esta razón, la fuerza y la relevancia de los argumentos del sujeto se nutren de la discusión o el problema específico,

y se constituye un pensamiento que se emplea para el análisis con fundamentos; en este sentido, el análisis aquí aparece con la capacidad de identificar las relaciones entre inferencias reales y enunciados supuestos de preguntas, conceptos, descripciones o cualquier otra forma de representación del problema bajo el propósito de concretar con la mayor credibilidad posible el marco de criterios con los que el sujeto cuenta para hacer frente al problema (Tamayo et al., 2020).

El conjunto de estos aspectos del pensamiento crítico genera un sentido estratégico y educativo que proporciona habilidades en comunicación, argumentación, actitudes y capacidades basadas en la lógica para proponer formas de resolver un problema (Tamayo et al., 2020). En las matemáticas, estos elementos dan lugar al manejo de un lenguaje universal para la comunicación técnica y científica, y la resolución de problemas, se presenta como un método adjudicado para el desarrollo en habilidades matemáticas y en pensamiento crítico.

Por ello es necesario tener en cuenta dos elementos esenciales dentro de este tipo de pensamiento, a saber, el análisis y la interpretación, ambos pueden ser aplicados para la lectura de textos, revisión de resultados, entre otros, pero en este caso, es para relacionarlo con las matemáticas. Esto se debe a que, para abordar un problema matemático, contrario como se ha venido diciendo, se requiere primero de una interpretación del modo de resolverlo y así evaluar los componentes del problema; posteriormente, con traducción de los elementos del problema, estimar cómo se podría solucionar, es decir, cómo plantear una posible solución, para ello se hace necesario recurrir el análisis de los componentes del problema y así estructurar el modo adecuado de solucionarlo (Facione, 2007).

Como se puede evidenciar, análisis e interpretación están intrínsecamente relacionados pues el primero conlleva al segundo casi necesariamente, es decir, se da prácticamente de manera simultánea. Pero es necesario separarlas para comprenderlas mejor. De acuerdo con Facione (1990), la interpretación es una habilidad del pensamiento crítico; y está comprendida por sub-habilidades tales como la categorización, significado de codificación y aclaración del significado. Posteriormente, con el método *Delphi* determina

que la interpretación toma experiencias, datos, situaciones, creencias, entre otros, para luego, comprender y expresar su significado de manera amplia (Facione, 2007). Todo ello permite encapsular o sintetizar diversos elementos para así analizarlos.

Por otro lado, el autor propone que el análisis consta de la habilidad de identificaciones de las relaciones de inferencia entre sucesos o situaciones, preposiciones o proposiciones, cuestionamientos o certezas, entre otros (Facione, 2007). Dentro de esta habilidad, es posible hallar sub-habilidades tales como la capacidad de examinar ideas, identificar argumentos y analizarlos (Facione, 1990). Para un adecuado análisis, es necesario examinar detenidamente las ideas propias o externas, argumentos, situaciones, etc., y así separar los elementos de un problema para luego relacionarlos entre sí, permitiendo complementar, ampliar, expandir y profundizar la situación problema abordada.

Es por ello que interpretar y analizar repercute en la cognición de una persona o un estudiante, forjando y fortaleciendo los aspectos intelectuales necesarios para abordar una situación problema o una situación cotidiana. Ahora bien, en lo referente a las matemáticas, estas dos habilidades son indispensables para la resolución de situaciones problemas, en las que un enunciado necesita ser traducido al lenguaje natural a ecuaciones lineales o viceversa y posteriormente determinar las posibles soluciones.

3.6 APRENDIZAJE DE ECUACIONES LINEALES

La funcionalidad de todo lenguaje cobra sentido cuando posibilita comunicar y expresar el pensamiento en virtud al conocimiento. Algunos exponentes de la filosofía del lenguaje afirman que la adquisición del lenguaje se da por la relación tanto con el mundo físico (los objetos) como la interacción con las personas. En el lenguaje de las matemáticas, este aspecto es sumamente relevante dado que se busca representar el mundo a través de un lenguaje abstracto y formal. Es por ello que se considera indispensable una adecuada enseñanza para obtener un aprendizaje profundo referente a habilidades de abstracción que permitan la conformación de capacidades de entendimiento y

manipulación de representaciones simbólicas; esto, teniendo en cuenta que no se trata únicamente de enseñar a transformar símbolos a objetos sino a la equivalencia de lenguajes, es decir, al hecho que no consiste en igualar números con la realidad sino de algo más complejo como la capacidad de realizar saltos cognitivos en los que se convierte la representación de objetos de un sistema semiótico a otro (Duval, 2006).

Algunos autores discuten que la matemática es una ciencia fundamentada en principios y reglas muy precisas que requieren ser aprendidas, e incluso memorizadas, mezclando palabras, símbolos, números, figuras y conceptos que en ocasiones no se asemejan al lenguaje normal o cotidiano (Ferrero, 2002). Ello implica que su enseñanza deba ser didáctica y estratégica en la medida que no siga los mismos parámetros tradicionales y se formule a partir patrones, representación del mundo y la semántica de enunciados. Kieran (1992) establece que una visión tradicional del álgebra conlleva a simplificar y factorizar expresiones, pero dicha visión lo que pretende es reducir las dinámicas del área a su base esencial, es decir, a su lenguaje. No obstante, el álgebra contiene diversificación conceptual, procedimental y funcional, lo que la hace dinámica y aplicable a diversas situaciones. Por ello, la autora es enfática cuando determina que las conexiones del álgebra con la aritmética son imprescindibles puesto que el potente lenguaje simbólico cobra la necesidad de alejarse de métodos simplistas para entenderlo, tal como se representa en las ecuaciones lineales.

De allí que Kieran (1992) propuso focalizar la enseñanza de las operaciones relacionadas con números y letras (y no sólo números), y esto incluye trabajar letras que pueden ser incógnitas, variables o parámetros; aceptar las expresiones basada en las propiedades y focalizar el estudio en la reflexión de los significados, todo ello con el fin de hacer que el estudiante ejercite habilidades cognitivas y pueda representar cualquier situación en una misma fórmula, es decir, reiterar el hecho que cada incógnita es el símbolo representativo de un objeto cualquiera, lo que permite que una misma ecuación pueda ser aplicable a cualquier situación o cualquier situación pueda ser trasladada a una misma ecuación. Esta es quizá una de las dificultades que mayormente muestran los estudiantes,

pues es por ese motivo por el cual no les parece fácil el aprendizaje del área o no encuentran un sentido el aprender álgebra. Esto no solo dificulta la labor del docente, sino que frena el interés del estudiante, en otras palabras, se obstaculiza tanto la enseñanza como el aprendizaje.

En relación con lo anterior, las herramientas que se utilizan son los conceptos, las operaciones y propiedades que generan un método, una teoría, un teorema, el cual, una vez demostrados matemáticamente, se convierten en un modelo. De acuerdo con esto, el lenguaje matemático tiene entonces un lenguaje formal y abstracto cuya operatividad es universal. Es por ello que Ferrero (2002) plantea un procedimiento esencial para la enseñanza y el aprendizaje del lenguaje natural al lenguaje matemático, a saber,

- **La operación experimental manipulada con objetos tangibles:** Se busca que el niño genere la noción de suma al contar la cantidad de objetos de un conjunto.

- **Expresión verbal de la operación utilizando el lenguaje oral:** Consiste en usar el método anterior para conocer los números enteros, pero con el agravante de ahora no sólo sumar sino restar y dividir los objetos.

- **Expresión gráfica de la operación:** Se refiere a representar por medio de gráficas o dibujos las operaciones para representar el lenguaje figurativo.

- **Operación simbólica:** Donde se relaciona la operación de las gráficas con símbolos, por ejemplo, la línea horizontal que es ahora X y la vertical Y (plano cartesiano).

- **Operación abstracta:** Aquí se expresa y se opera únicamente a través de símbolos, es decir, lenguaje matemático; por ejemplo: $a + b = c$.

El progreso secuencial del lenguaje algebraico (sobre todo en el caso de las ecuaciones lineales) permite al estudiante realizar ejercicios y resolver problemas de una manera más sistemática y estructurada contribuyendo a la adquisición no solamente de un saber, sino también, de una seguridad y rigurosidad en el razonamiento propio, lo que

generaría un aprendizaje profundo. En la escuela, el desarrollo de este conjunto de habilidades da lugar a generalizar, resolver problemas y modelizar la enseñanza y el aprendizaje del lenguaje algebraico (Kieran, 1992); por lo tanto, el estudiante inicia el progreso de un nivel escolar a otro, haciendo que el educador considere la enseñanza de la incursión de un lenguaje formal de las matemáticas a un lenguaje más simbolizado cuya comprensión y análisis facilita el uso de ecuaciones lineales.

Ahora bien, la tipología del lenguaje se caracteriza por una amplia precisión en materia de expresión de los mensajes, en la medida que se conforma por símbolos como los números, letras y signos que representan diversas operaciones aritméticas (Puga, Rodríguez y Toledo 2016). Ello dificulta, en cierta medida, que los estudiantes no reflejen las ecuaciones lineales en la realidad, lo cual ha sido uno de los principales problemas o preocupaciones de la educación pues los profesores encuentran dificultades representativas para su enseñanza y, en cuanto al aprendizaje, los estudiantes consideran las ecuaciones lineales como algo alejado de la realidad. Es por ello que se debe insistir en el entrelazamiento de problemas de la vida real con lenguajes matemáticos como las ecuaciones lineales en el que las experiencias físicas puedan simbolizarse con el fin de dar sentido a las representaciones semióticas empleadas en las aulas, procurando que pensamiento, lenguaje y experiencia se constituyan en conjunto y no se limite al uso de herramientas matemáticas/lingüísticas en determinados momentos sino que se naturalice el lenguaje representativo en los procesos cognitivos (Duval, 2006).

En este sentido el aprendizaje de ecuaciones lineales se convierte en un instrumento del pensamiento algebraico que posee una utilidad indispensable en la comunicación, descripción y transmisión de ideas matemáticas, así como también, permite conjugar variantes dimensiones de la comunicación tales como la verbal, la simbólica y la gráfica (Puga et al., 2016). Así mismo, conviene subrayar que, en los procesos implicados en la comprensión y apropiación del conocimiento matemático, el lenguaje, especialmente el lenguaje usado en ecuaciones lineales, es una herramienta indispensable que posibilita al sujeto expresar sus ideas, sentimientos y emociones; además, facilita también relacionarse

con sus pares, proponer argumentos, refutar posiciones, dialogar con otros individuos y concertar ideas.

En consecuencia, la interpretación en situaciones problema que involucran ecuaciones lineales conlleva a que el receptor deba descifrar un código de comunicación integrado por un conjunto de simbolismos que conforman el mensaje y se fundamenta en la lógica y matemática, permitiendo que sea posible la reducción y conversión de un tipo de símbolos a otros (Duval, 2006). Así mismo, la interpretación de esta tipología de lenguaje garantiza al individuo el planteamiento y la resolución de problemas relacionados con ecuaciones y/o un sistema de ecuaciones simultáneas, toda vez que, representar un concepto o la relación matemática de diversas variables actúe como una estrategia de trabajo matemático. De otra parte, de acuerdo con Kieran (1992), estas competencias hacen que el alumno sólo tenga que aprender las reglas para resolver ecuaciones o las fórmulas específicas, dado que, ya de antemano, cuentan con una postura crítica y reflexiva que genera todo un clima para la resolución de problemas.

Por todo lo anterior, es vital abordar los sistemas de representación algebraicos ya que estos se presentan con tal naturalidad en los individuos a partir de una serie de reacciones cognitivas y afectivas que se encargan de desempeñar un acercamiento al sistema semiótico que integran las ecuaciones lineales. Cabe señalar, que el desarrollo de estas habilidades cognitivas relacionadas con el lenguaje usado en ecuaciones lineales contribuye a la consolidación de competencias algebraicas que desencadenan en el fortalecimiento del pensamiento algebraico (Kieran, 1992).

En similitud, se subraya que promover y estimular el desarrollo del pensamiento crítico de orden superior facilita interconectar estas habilidades con el crecimiento, el rigor intelectual y el aprendizaje en condiciones autónomas. Así, se hace un énfasis especial a la estrecha conexión que tienen los procesos de aprendizaje, el razonamiento crítico y el pensamiento creativo, siendo estos elementos los que sitúan la fundamentación en los ciclos educativos y en el desarrollo intelectual del estudiante. El dinamismo de todos estos

aspectos fortalece al aprendizaje de las diversas áreas del conocimiento, entre ellos, los relacionados con el pensamiento matemático y el álgebra.

En suma, respecto al aprendizaje de ecuaciones lineales la dificultad se basa en un problema de presentación simbólica, de reducción y conversión de un lenguaje a otro. Esto permite considerar la necesidad de fortalecer la enseñanza de las matemáticas teniendo en cuenta que la conversión de una estructura semiótica a una sintáctica requiere de un esfuerzo cognitivo mayor al que se usa en el lenguaje natural, pues se hace evidente que los estudiantes no han tenido una temprana enseñanza de lenguajes representativos ni del uso del lenguaje usado en ecuaciones lineales, por tanto, se requiere reforzar la manipulación de lenguaje simbólico e interrelacionarlo con su vida diaria.

4 METODOLOGÍA

4.1 ENFOQUE

La actual investigación se realizará bajo un enfoque cualitativo, puesto que se basa en métodos de recolección de los datos no estandarizados. No se efectúa una medición numérica, por tanto, el análisis no es estadístico. La recolección de los datos consiste en obtener las perspectivas y puntos de vista de los participantes (y) no se pretenden generalizar de manera probabilística los resultados a poblaciones más amplias. (Hernández, Fernández y Baptista, 2010, p. 20).

Cabe resaltar igualmente que según Taylor y Bogdan, el enfoque cualitativo se orienta a entender el problema desde la percepción de los sujetos, así como las creencias y motivaciones que subyacen en sus acciones, por lo que recurre a entrevistas, análisis del discurso, historias de vida, entre otros, para concebir datos que describan un fenómeno a fin de comprenderlo en su sentido más profundo (p, 67).

En ese sentido, los argumentos e hipótesis se van desarrollando a medida que avanza la investigación, pero debe partir de un planteamiento claro, dado que la metodología permite abrir un camino hacia el fenómeno que subyace validez y objetividad, para así generar una interpretación de las causas y efectos del fenómeno abordado; bajo esos mismos parámetros, la actual investigación se desarrolla a medida que se obtiene información sobre la unidad de trabajo en concordancia con las necesidades y las teorías recolectadas. En consecuencia, la metodología que se seleccionó promueve que la investigación tenga el alcance preciso, dado que se desea identificar, comprender y examinar el paso a paso de la relación entre la resolución de problemas en el desarrollo de habilidades del pensamiento crítico (análisis e interpretación) en el aprendizaje de ecuaciones lineales.

4.2 TIPO DE ESTUDIO

El tipo de estudio que se optó es el descriptivo. La investigación descriptiva “es aquella que busca especificar las propiedades, características y los perfiles importantes de personas, grupos, comunidades o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis” (Danhke, 1989, citado en Hernández et al., 2010, p. 117). Este tipo de investigación tiene relación con la perspectiva cualitativa, pues para los autores “La metodología cualitativa permite entender cómo los participantes de una investigación perciben los acontecimientos” (Hernández et al., 2010, p. 390) es decir, que a partir del fenómeno de estudio se puede encontrar experiencias, variables y situaciones que envuelvan, y proyecten un comportamiento sistemático, que fragmenta las relaciones o acercamientos de las características de la población. Para cumplir con la característica descriptiva, se recurre a diarios de campo, entrevistas y otras herramientas que plasmen tanto la experiencia como la perspectiva del investigador(es) Por esto, es necesario conocer los razonamientos del entorno y así tener una base de datos que valide la información consultada, para obtener las variables de la población, que en este caso sería identificar el proceso de aprendizaje de los estudiantes; de allí que la actual investigación sea de tipo descriptiva pues aborda el fenómeno de estudio mediante la interpretación de los datos obtenidos, a través de un diario de campo donde se consignan las apreciaciones del investigador.

En este sentido, investigar desde una óptica descriptiva es igualmente conocer, innovar y transformar la tradición y el rutinario quehacer hacia nuevas visiones de espacios contextualmente realistas, como lo manifiesta Bunge (1975) cuando revela que es el tipo de investigación en la que la problemática ya se encuentra establecida, además de ser conocida por el investigador, razón por la cual, se utiliza la investigación para dar respuesta a los problemas específicos que se presenten.

4.3 CONTEXTO Y POBLACIÓN

El proyecto de investigación se llevará a cabo en la Institución Educativa Manuel Ruíz Álvarez, ubicada al suroriente de la ciudad de Montería, capital del departamento de

córdoba, en el barrio Villa paz. La población estudiantil hace parte de los barrios Villa Paz, Nueva esperanza, Furatena, el Privilegio, el Recuerdo y la Gloria, todos ellos geográficamente ubicados en la comuna 04, sector catalogado como urbano-marginal en la ciudad. Desde el PEI de la I. E. se concibe el modelo pedagógico Holístico, bajo una propuesta pedagógica incluyente. Es oportuno mencionar que cuenta con una sola sede en las que ofrece los niveles de preescolar, Básica secundaria y media académica, y actualmente, dentro de la planta de personal cuenta con cuatro directivos, un orientador escolar y 52 docentes que atienden una población de 1.583 estudiantes.

Son familias de estrato socioeconómico uno, resaltando que muchas de ellas han pasado por procesos de desplazamiento y reubicación. La economía de las familias se basa en el trabajo informal como son: las ventas ambulantes, el mototaxismo, madres cabeza de hogar que se desempeñan en el servicio doméstico, labores que las obliga a permanecer gran parte del día por fuera de su hogar y reduce el tiempo de disponibilidad para el acompañamiento y orientación de los aspectos formativos de sus hijos. El grado octavo, a quienes va dirigida la presente investigación está conformada por 38 estudiantes, jóvenes cuyas edades oscilan entre los 13 y 15 años, teniendo en cuenta que la mayoría de ellos vienen de familias disgregadas que conviven con la madre, o con el padre o algún otro familiar. Finalmente es importante mencionar que el nivel escolar de sus acudientes es relativamente bajo, razón por la cual se les dificulta prestarles la colaboración adecuada en las actividades escolares, lo que generalmente incide de alguna manera en su rendimiento académico.

4.4 UNIDAD DE TRABAJO

La unidad didáctica será aplicada a estudiantes del grado octavo dos de la Institución Educativa Manuel Ruiz Álvarez. Vale aclarar que ninguno de los estudiantes que participará en la implementación de la unidad didáctica tiene dificultades o falencias motrices, cognitiva, motoras o de aprendizaje. En lo referente al autoconocimiento, tienen la capacidad de reconocer sus propias capacidades; respecto a la tarea, son capaces de clasificar problemas, identificar metas y realizar categorías dividiendo las partes esenciales

que las componen; adicionalmente, en cuanto al conocimientos de las estrategias han desarrollado la habilidad de memorizar formas de resolver problemas, lo que les permite generar más estrategias de maneras eficientes (Moreno y Daza, 2014).

Para el desarrollo del presente proyecto se hace indispensable el apoyo de las directivas de la institución, los compañeros docentes, pero principalmente, de los padres de familia y estudiantes para un mejor aprovechamiento de la unidad didáctica que será implementada. De este grupo se escogerá diez (10) estudiantes, designados por E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9 y E10, para realizar el respectivo análisis de la información que se obtenga desde la implementación de los diferentes instrumentos de investigación planteados en cada uno de los momentos: Ubicación, Desubicación y Reenfoque. Para ello se tuvo en cuenta criterios obstaculizadores o limitantes tales como el acceso a un dispositivo electrónico o a internet; este aspecto es indispensable teniendo en cuenta que con el advenimiento de la COVID-19, las clases debieron implementarse de forma virtual y bajo modelo de alternancia.

4.5 CONSIDERACIONES ÉTICAS

De acuerdo con los principios fundamentales de una investigación es necesario acotar el requisito ético para asumir una veracidad y justificación de la propuesta y los resultados adquiridos de la misma, además de tener en cuenta que el diseño y la práctica en las actividades posee una valoración profesional dentro del aula de clase, dado que los recursos de referencia son validados por instituciones gubernamentales. En consecuencia, los parámetros éticos adquiridos por los estudiantes de grado octavo que participaron en la investigación; incluían la colaboración, el respeto y la retribución cognitiva del proceso de aprendizaje. Por tanto, el fin último de la rigurosidad y la lealtad de la información suministrada es aportar a nuevas investigaciones pedagógicas que deseen encaminar a dar solución a problemas metacognitivos dentro de un ambiente de aprendizaje.

Así mismo, dentro de las consideraciones éticas propias de una investigación, se hace referencia al uso del consentimiento informado (Anexo A) que es remitido a los

padres de familia de los estudiantes objeto de la investigación, cuyo objetivo es contar con el permiso de los padres para llevar a cabo la realización del proyecto. Una vez los padres de familia autoricen la participación de los estudiantes, se lleva a cabo la aplicación de los instrumentos para la recolección de la información.

4.6 UNIDAD DE ANÁLISIS

Tal como se mencionó en la Unidad de trabajo, para lograr los objetivos de la presente investigación se trabajó con diez estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa (IE) Manuel Ruiz Álvarez, teniéndose en cuenta para el análisis, las evidencias registradas a través de las actividades realizadas en la Unidad Didáctica y la información recolectada a través del diario de campo de los estudiantes durante el desarrollo de la Unidad.

Para la consolidación e interpretación de los resultados obtenidos a través de las actividades implementadas en la Unidad Didáctica se sistematizará la información en matrices; donde se presentarán cada una de las preguntas realizadas correspondientes a los instrumentos diseñados en los diferentes momentos, con sus respectivas respuestas. Para este proyecto de investigación se considerarán como ejes de análisis tres categorías: habilidades de pensamiento crítico (análisis e interpretación), la Resolución de problemas basada en la heurística que manifiesta De Guzmán y El aprendizaje de ecuaciones lineales, cada una de ellas con sus respectivas subcategorías e indicadores, tal como se presenta en la siguiente tabla:

Tabla 1. *Categoría, Subcategorías e Indicadores.*

Categorías	Subcategorías	Indicadores
Habilidades de pensamiento	Interpretación	<ul style="list-style-type: none"> - Tiene la capacidad de categorizar un enunciado algebraico. - Identifica el significado de codificación a la hora de abordar un problema algebraico. - Tiene la capacidad de aclarar el significado de un problema algebraico con sus propias palabras. - Es capaz de examinar ideas e intentar formularas de forma coherente. - Identifica argumentos que le permiten resolver un problema,
	Análisis	<ul style="list-style-type: none"> - Está en capacidad para analizar argumentos para así comprender la totalidad de un problema y resolverlo
Resolución de Problemas	Familiarización de los problemas	<p>Comprende los enunciados matemáticos e identifica los datos necesarios para dar solución a la situación planteada.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconoce cuando un problema matemático requiere el uso de ecuaciones lineales.
	Búsqueda de estrategias	<ul style="list-style-type: none"> - Resuelve de forma creativa los problemas algebraicos que se le presentan. - Busca otras formas de resolver un problema algebraico.
	Seleccionar y llevar delante estrategias	<ul style="list-style-type: none"> - Identifica los elementos necesarios para la resolución del problema.

Aprendizaje de ecuaciones lineales	Revisión del proceso	<ul style="list-style-type: none"> - Reflexiona sobre el proceso que se ha seguido. - Identifica el lenguaje algebraico en una ecuación lineal.
	Lenguaje formal	<ul style="list-style-type: none"> - Realiza representaciones del lenguaje natural al lenguaje algebraico. - Es capaz de abordar un problema usando ecuaciones lineales. - Comprende la estructura lógica y formal del lenguaje usado en ecuaciones lineales.

Fuente: Elaboración propia.

4.7 INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN

De acuerdo con Hernández, et al., (2014), los instrumentos son las herramientas que permiten medir los datos recolectados durante el proceso establecido por el diseño de las actividades pedagógicas, de manera que de las variables o categorías de la investigación resaltante en los resultados se puedan establecer modificaciones o hallazgos pertinentes para determinar un resultado específico. Para la actual investigación se recurre a una prueba diagnóstica, a una final, a un diario de campo, y finalmente, con los datos obtenidos, se realiza un análisis de datos recolectados. A continuación, se exponen cada uno de los instrumentos.

4.7.1 Prueba Diagnóstica

La prueba diagnóstica cumple la función de determinar un parámetro de control antes de aplicar la unidad didáctica. Para la presente investigación se aplicará una prueba que permita identificar hasta qué punto los estudiantes cumplen con los lineamientos básicos de educación, donde por medio de lectura, escritura y comprensión epistemológica consiga a partir del contexto cotidiano o circunstancia cercana calcular exponentes enteros,

fraccionarios y negativos. Es así como se logrará un diagnóstico respecto al nivel competitivo de los estudiantes de la unidad de trabajo antes de aplicarse la unidad didáctica; para ello se tiene en cuenta el pensamiento crítico y algebraico y si están en capacidad de efectuar operaciones numéricas, en el que se evidencien sus habilidades de moldear situaciones, proponer y resolver problemas para alcanzar la decodificación del lenguaje natural al algebraico.

Esta prueba diagnóstica también denominada instrumento de ideas previas, se encuentra en el Anexo B, se compone de 3 situaciones y estas a su vez de una serie de preguntas a partir de la situación propuesta. Las respuestas además de tener expresiones algebraicas contienen preguntas abiertas para que el estudiante pueda argumentar su respuesta en los casos requeridos.

4.7.2 Prueba Final

Para esta fase se implementará una prueba que tendrá como finalidad determinar la efectividad de las actividades realizadas en la unidad didáctica, esta prueba final, permite corroborar el impacto (sea positivo o negativo) de la aplicación de dicha unidad. En ese sentido, dará luz sobre las mejorías en las capacidades, habilidades, conocimientos y aptitudes en relación a la resolución de problemas, pensamiento crítico y aprendizaje de ecuaciones lineales, adquiridos por los estudiantes durante el desarrollo de la unidad didáctica. Esta prueba estará supeditada a la claridad de las preguntas que se formulen y en lo cual se coloque a prueba lo aprendido.

4.7.3 Diario De Campo

El diario de campo cumple una función fundamental, a saber, permite consignar las experiencias y vivencias de la didáctica y, a su vez, brinda la posibilidad para dejar plasmada la perspectiva e interpretación del investigador. En ese sentido, es un instrumento que permite dar cuenta de cómo evoluciona una unidad de trabajo durante el desarrollo de la investigación. Por ello, el diario de campo, mediante la observación y recolección de

datos, permitirá registrar los procesos de alcances y hallazgos bajo la experiencia de los estudiantes de grado octavo durante su participación, entrega de prueba diagnóstica y final, además de la interpretación de los resultados obtenidos en el aprendizaje de ecuaciones lineales en la solución de problemas de Guzmán (2006). De modo que los descubrimientos permitirán crear estrategias de trabajo para diseñar la unidad didáctica en el área de matemáticas que tiene como objetivo modificar los índices de comprensión en la aplicabilidad de expresiones algebraicas en representaciones o enunciados.

4.7.4 Plan De Análisis

Una vez recolectados esos datos, es posible realizar el análisis. Según Hernández et al., (2014) el análisis permite dar una descripción del objeto de investigación, donde las cualidades como el proceso, los casos, la organización, los rasgos de la población, entre otras, revelan la identificación palpable del problema al asociar los datos recolectados durante las actividades. Es decir, el análisis proyecta el fenómeno por medio de los conocimientos cognitivos y metacognitivos que se desarrollaron al validar la información, dado que las fases fueron las siguientes: la prueba diagnóstica que logrará dar un panorama de las habilidades de los estudiantes en su lenguaje natural y numérico, por otro lado, la prueba final permitirá reconocer los avances y las mejoras que se alcanzaron en la competencia de aprendizaje de la solución de problemas desde la matemática, y por último el diario de campo revelará las categorías ya mencionadas dentro de la investigación y su proceso continuo desde el inicio y final de la descripción y análisis del proceso de enseñanza.

En ese sentido, el análisis consta de tres fases correspondientes a cada objetivo específico propuesto. La primera fase consiste en identificar las dificultades presentes en la resolución de problemas relacionados con el aprendizaje de ecuaciones lineales mediante una prueba diagnóstica, con el fin de estipular hasta qué punto los estudiantes tienen preconceptos, habilidades o dificultades respecto a la resolución de problemas donde intervienen ecuaciones lineales. Esto permitirá establecer que aspectos hay que reforzar, enseñar o mejorar. La segunda fase del análisis de recolección de datos consistiría en

establecer las habilidades del pensamiento crítico (análisis e interpretación) y su relación con la resolución de problemas. A partir de la implementación de una Unidad Didáctica en la cual se desarrollan varias actividades con situaciones problema que permitan en los estudiantes el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico (análisis e interpretación) para el aprendizaje de las ecuaciones lineales, teniendo en cuenta que la intención es afianzar la relación e incidencia del pensamiento crítico en ese aspecto temático.

La última fase consiste en analizar la incidencia que tiene la resolución de problemas en el desarrollo de habilidades del pensamiento crítico (análisis e interpretación) para el aprendizaje de ecuaciones lineales en los estudiantes del grado octavo. Para lograrlo se recurre al diario de campo como instrumento para recopilar información y posteriormente analizarla a la luz del conjunto de aspectos implícitos en la investigación, a saber, teorías, conceptos, modelos pedagógicos, resultados de las pruebas diagnóstica y final, el proceso de enseñanza y los factores que interfieren o potencian el aprendizaje de la unidad de trabajo. Con lo anterior se pretende establecer hasta qué punto el proceso completo de la investigación y de la enseñanza ha tenido un impacto en dicha unidad de trabajo y así realizar un análisis e interpretación de los diferentes aspectos implicados en todo el proceso.

4.8 UNIDAD DIDÁCTICA

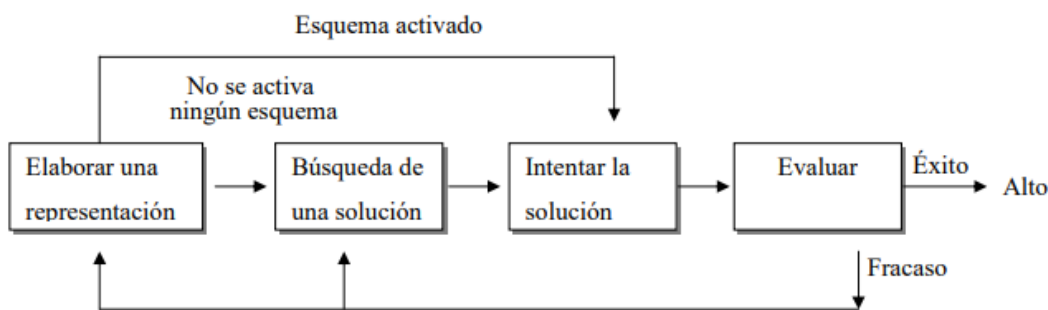
La planeación y el diseño de una unidad didáctica depende de las necesidades que se quieren suplir y de los referentes teóricos y conceptuales recolectados, pues son estos los que determinan el método adecuado de implementación y los parámetros a seguir para dicha planeación y diseño. En ese sentido, para Arias y Torres (2017), se debe realizar la organización del trabajo enfocada en varios momentos como ejemplo: los objetivos, tópico, la finalidad, las actividades, la metodología, entre otras.

De ahí que, la producción pedagógica que se presenta va encaminada a englobar ciertas descripciones de aula que debe ser suplidas o acondicionada a una verificación de enseñanza con la didáctica, que permite contextualizar y lograr los procesos de aprendizaje

en unas estrategias de enseñanza. En consecuencia, la unidad didáctica se diseñará teniendo en cuenta aspectos detectados a través de la prueba diagnóstica, con la finalidad de entrelazar los contenidos de grado de octavo con la metodología de resolución de problemas para el fortalecimiento de habilidades de pensamiento crítico, en este caso, el análisis y la interpretación.

De acuerdo con Cardona (2007) el proceso para la resolución de problemas se puede realizar mediante dos rutas como aparece en la figura 1, lo primero que se debe tener en cuenta es que para resolver un problema se debe hacer una representación de este, si se activa el esquema mental se intenta dar solución al problema planteado, de otra forma, al no activarse ningún esquema, se busca una solución, primero y luego si se intenta dar solución; cuando no se activa el esquema se desequilibran las estructuras de la mente para dar con esa solución, por lo cual, se plantea la necesidad de asimilación y acomodación de conocimientos para avanzar en el proceso cognitivo.

Figura 1 Esquema de la resolución de problemas



Fuente: Cardona (2007)

Ahora bien, vale resaltar que la unidad didáctica se dará en tres momentos: primero el reconocer el contexto de la resolución de problemas, segundo instaurar un plan de estrategias en la unidad para las fases del proceso de la resolución de problemas y tercero establecer la plantilla de la unidad didáctica que desea aplicar. A continuación, se ilustran los pasos que se debe tener en cuenta para el desarrollo de la misma.

El primer momento (Ubicación), le permite dar a conocer al estudiante un problema de ecuaciones lineales, para que determine el proceso cognitivo (figura 1) que se desea aplicar dentro del aula de clase en la asignatura de matemáticas, además de permitirle tener una observación, aclaración e identificación de las dificultades que cada uno puede percibir dentro de la solución de problema de la actividad junto con sus habilidades que en sus procesos posee.

Para lograr este primer momento, es necesario definir los periodos de tiempo en los cuales se implementará la unidad didáctica, así como las actividades sugeridas que conduzcan al logro de los objetivos de aprendizaje. Posteriormente, se debe idear una herramienta diagnóstica para determinar los conocimientos previos de los estudiantes en torno a los problemas de ecuaciones lineales; para definir lo que se espera que aprendan los alumnos y cuál es el sentido de ese aprendizaje. Adicionalmente, se deben seleccionar los recursos y métodos para la resolución de los ejercicios que se propongan.

El segundo momento (Desubicación), al tener la recolección de los datos iniciales y los procesos se pueden determinar las estrategias de la unidad para identificar los hallazgos, las mejoras y las estrategias para contribuir al desarrollo de la investigación, donde las interpretaciones y comprensiones de cada uno de los elementos encontrados de la planeación de la actividad conseguirá que cada estudiante reconozca su mejora dentro la primera etapa, para así lograr una descripción de los resultados de la propuesta de trabajo, además de aprender los cuatro momentos propuestos por De Guzmán (1993) para la resolución de problemas:

- Familiarización con el problema: El estudiante deberá observar, leer y comprender los enunciados propuestos en la resolución de problemas para el aprendizaje de ecuaciones lineales.

- Búsqueda de estrategias: Deberán activar su esquema cognitivo de tal manera, que puedan brindar una solución al problema propuesto.

- Llevar adelante la estrategia: Tras el análisis e interpretación del problema, plantearán los elementos necesarios para resolver los ejercicios, de la manera más adecuada.

- Revisar el proceso y sacar consecuencias de él: Resuelto el problema es importante que el estudiante pueda determinar si funcionó la estrategia aplicada, además, deberá plantear otras alternativas de solución al mismo problema.

Por otro lado, la elaboración de unidades didácticas integrales según Torres (1998) debe considerar ciertos elementos como: objetivos educativos, tópico, diseño metodológico, herramientas, revisión del proceso y conclusiones de lo construido, en el cual la revisión constante y la actualización permite tener un camino verídico, pues al trazar metas, tener las categorías principales de la planeación educativa, conocer la implementación, los recursos y demás evoca la reflexión del diseño de la unidad didáctica que debe identificarse no como un técnica sino un plan del proceso educativo.

En el tercer momento (Reenfoque) se identifica qué efectividad tuvo el desarrollo de las actividades en los estudiantes después de la aplicación de la unidad didáctica; en otras palabras, consiste en evaluar si las actividades que se desarrollaron en el momento de desubicación fueron efectivas para el análisis e interpretación de los objetivos buscados. Para ello se tiene en cuenta las destrezas y recursos suscitados dentro de las actividades diseñadas para la mejora de la competencia al clarificar los alcances, los conceptos, los procesos y la aplicación del docente al tomar la decisión de hacer una composición de un modelo de aprendizaje y enseñanza en la resolución de problemas con cada una de sus fases, a saber: La preparación, donde el solucionador analiza el problema dentro de una unidad o todo, la incubación, el agente soluciona el problema haciendo comprensión meta-cognitivamente, la inspiración, es donde surge la decisión de asumir un solo camino por medio de una lucidez conceptual y la verificación que es la que sustenta todo el proceso de aprendizaje por medio de una respuesta.

Para llevar a cabo esta unidad didáctica referente al tema de ecuaciones lineales se proponen seis sesiones, en las que se da inicio con una prueba diagnóstica para establecer los conocimientos y saberes de los estudiantes, sus dificultades, limitaciones y habilidades; posteriormente se implementa la unidad didáctica y por último se realiza una prueba final para determinar el impacto de la unidad didáctica. No obstante, hay que tomar en cuenta que, posiblemente, las clases se realizarán con alternancia (sesiones virtuales y presenciales), por lo que se requiere el planteamiento de estrategias que permitan la continuidad de la temática. Para ello se propone continuar con el uso de redes sociales personales (*WhatsApp* del investigador, de padres de familia y/o estudiantes) para llevar información y actividades a los estudiantes, y así mismo llevar el control de las actividades para que sea posible el análisis e interpretación de los datos recolectados.

5 ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

5.1 MOMENTO DE UBICACIÓN

En este primer momento se aplicó el instrumento inicial “Explorando para obtener respuestas” en el cual los estudiantes debían resolver dos situaciones problema que involucran el uso de las ecuaciones lineales para su solución. Durante el desarrollo de la actividad, se pudo evidenciar, la forma en que los estudiantes abordaron las situaciones y dieron respuesta a los interrogantes planteados; es así como en la situación 1, donde los estudiantes debían encontrar un número desconocido; al interrogante ¿Cuáles son los datos que necesitas saber para dar solución al problema?, se encuentran respuestas de los estudiantes como:

E1: “Los datos ya están solo hay que entenderlos”

E6: “pues los datos que se necesitan saber son por cuanto se suma se resta o si la expresión es de dividir”

E7: “Se necesita saber los datos que hay y hacer la operación”

En este interrogante se esperaba que los estudiantes realizaran un primer acercamiento con el problema planteado e identificaran los datos necesarios para dar solución al mismo. De acuerdo a la respuesta dada por el estudiantes E1, se puede evidenciar que no hubo una comprensión del problema, puesto que en su respuesta es claro que no logró identificar los datos presentes en el mismo; en el caso de los estudiantes E6 y E7 se puede observar que no se realizó una identificación de los datos, sino que se limitaron a proponer operaciones que los llevaría a resolver el problema; es decir, en las respuestas de los estudiantes se refleja la poca comprensión del problema al no poder identificar los datos, puesto que el problema hace alusión a un número desconocido.

En este sentido, las respuestas dadas por los estudiantes dejan ver que no hay una familiarización con el problema, debido a que, según De Guzmán (2006) el estudiante debe leer, observar, comprender y analizar el enunciado del problema, lo cual le permitirá

obtener una idea clara al determinar los datos que intervienen, la relación entre ellos, entender claramente que se les está preguntando y buscar la información necesaria para su solución; este proceso le permitirá al estudiante fortalecer la habilidad de interpretación, puesto que para Facione (2007) la interpretación es: comprender y expresar el significado o la relevancia de situaciones, datos, reglas, procedimientos, entre otros. De ahí la importancia de la interpretación en un problema, esto le permite al estudiante comprender y entender los significados de los datos lo cual facilita una verdadera familiarización con el problema.

Esa poca comprensión y entendimiento de los significados se sigue evidenciando en las respuestas de los estudiantes ante la pregunta: ¿Cuál crees que es la mejor forma de encontrar ese número?

E2: " la mejor forma de encontrar ese número es sumando "

E9: "Necesito hacer un ejemplo para resolver y encontrar el número correcto sumando"

E10: "La mejor forma de encontrarlo es haciendo una suma"

En esta pregunta se esperaba que los estudiantes plantearan formas diversas y creativas de resolver un problema algebraico y para ello era necesario que comprendieran e interpretaran adecuadamente el problema; lo cual, como se evidenció en el punto anterior no fue posible, puesto que los estudiantes no lograron identificar las partes del problema y reconocer el uso de una incógnita.

Lo anterior indica que los estudiantes E2, E9 y E10 si bien expresan la posibilidad de sumar, no justifican y no explican cómo se llevaría a cabo el proceso; es decir, no plantearon un esquema adecuado que relacionara los datos suministrados en la situación. En el caso de E2 y E10 optaron por un procedimiento aritmético de adición sin hacer claridad en que debían sumar; en el caso de E9 se decidió por un método de ensayo y error hasta dar con la respuesta o incluso darse por vencido después de varios intentos; puesto

que el estudiante E9, en el momento de la socialización expresó: *“Yo probé con varios números y no me dio resultado”*

Al indagar en el grupo, en el momento de socialización, acerca de sus respuestas los estudiante E5 y E8 expresaron: *“no tengo una idea clara de cómo resolver el problema”* , *” lo mismo me pasa a mi seño”* respectivamente; lo que deja en evidencia que no se plantean estrategias variadas y con una estructura que los conlleve a una solución acertada, para lo cual De Guzmán (2006) establece que, *“ una vez se ha entendido el problema pasamos a buscar estrategias que nos permitan resolverlo”*, en este caso, puede ser haciendo uso de un esquema o un lenguaje adecuado; lo ideal es que el estudiante pueda diseñar varias estrategias que conlleven a la solución del problema, pero para ello, es necesario que el estudiante pueda comprender el problema, identificar lo que el problema le está pidiendo, relacionar los datos y revisar los diferentes argumentos que tiene para resolverlo, lo que requiere de la habilidad de análisis del estudiante, ya que según Facione (2007) el análisis le permite identificar las relaciones de inferencias reales y supuestas entre enunciados, preguntas, conceptos u otras formas de representación que tienen el propósito de expresar, juicios, razones, información u opiniones de una situación determinada.

La falta de implementación de estrategias variadas para dar solución al problema planteado, también se puede evidenciar en las respuestas dadas a la pregunta: *“¿Cuál sería la expresión matemática que nos permite traducir esta situación de manera general?”*

E3: “la expresión es una suma”

E5: “la expresión matemática que nos permite sería la expresión algebraica sería una suma de un numero sumado después con si mismo y multiplicarlo entre si 3 veces”

E7: “ $1^4 + 3$ ”

Con esta pregunta se buscaba que los estudiantes comprendieran la estructura lógica y formal del lenguaje algebraico, establecieran relaciones entre los datos que suministraba

la situación e hicieran uso de las ecuaciones lineales; se puede observar en la respuesta de E3 y E7 que no consideraron en ningún momento una expresión algebraica para representar dicha situación, pues para ellos, lo realmente importante era descubrir el número mediante procesos aritméticos a los que vienen acostumbrados a trabajar y con los cuales se les facilita mucho más los procesos; en el caso de E5 hace alusión a que se debe plantear una expresión algebraica y trata de explicarla en un lenguaje natural, al indagar sobre su respuesta, E5 expresó: *“no supe cómo traducir y escribir el problema a un lenguaje algebraico”*; en este caso, el estudiante no pudo escribir la ecuación lineal que representaba la situación, lo anterior, pone en evidencia que los estudiantes no hacen un buen proceso de interpretación, ya que, no lograron identificar el significado de codificación a la hora de abordar el problema y expresarlo en un lenguaje algebraico, es decir, plantear una ecuación lineal. Al respecto Facione (2007) plantea que, en el proceso de interpretación, además, de lo expuesto anteriormente, también, se ponen en juego subhabilidades como: la categorización, decodificación del significado y aclaración del sentido; que para el caso de E5, de acuerdo a su respuesta se puede evidenciar falencias de estas subhabilidades al momento de abordar la situación.

Al abordar la situación 2, en la que los estudiantes debían determinar la cantidad de metros de malla que se necesitaban para cercar dos terrenos, se siguen observando dificultades en cuanto al análisis e interpretación de problemas relacionados con el uso de ecuaciones lineales, frente a la pregunta *“¿Crees que es posible determinar la cantidad de metros de malla que necesita tanto Mariana como Daniel? Explica tu respuesta. La respuesta de algunos estudiantes se muestra a continuación:*

E1: “ Si por la cantidad de metros que tiene cada uno ”

E6: “Si porque ambos necesitan cantidades diferentes para cubrir todo ”

E10: “ Si porque si leo bien entiendo ”

En esta pregunta se esperaba que los estudiantes tuvieran un primer acercamiento con el problema y determinaran si era posible darle solución. En las respuestas de los estudiantes E1, E6 y E10 se plantea que sí es posible determinar la cantidad de metros de malla que necesita cada uno de ellos, pero a la hora de justificar sus respuestas se observa que E1 y E6 asumen que Mariana y Daniel necesitan diferente cantidad de metros de malla para cercar sus lotes, pero en sus respuestas no dan razón de como determinar la cantidad de malla que necesita cada uno; en el caso de E10, la justificación dada, hace referencia a la forma como debe leer el problema. Teniendo en cuenta las respuestas de los estudiantes se puede decir, que no hay claridad en la comprensión del enunciado del problema, sus datos y la relación entre ellos; no se hace un proceso de reflexión que le permitan dar argumentos válidos del por qué es posible resolver la situación planteada.

Lo anterior se evidencia cuando se plantea la pregunta “¿Consideras que en ambos casos los datos suministrados son suficientes para determinar la cantidad de metros de malla que necesita cada uno de ellos? Explica tu respuesta” a lo que los estudiantes E4 y E9 respondieron:

E4: "en el de mariana si es suficiente la cantidad que se presenta en su lote triangular, y en el caso de Daniel no había los datos suficientes"

E9: " porque Daniel tiene que poner 10m de mayas y mariana tiene que poner 8m de maya"

En esta pregunta se esperaba que los estudiantes identificaran los datos suministrados en el problema y determinaran si la información dada era suficiente para darle solución. En el caso de la respuesta de E4, se puede evidenciar, que cuando se trata de un problema con datos numéricos se le facilita poder plantear una posible solución lo que no sucede en el caso donde los datos están dados con expresiones algebraicas lo que le resulta algo complejo ya que no le fue posible identificar los datos y establecer como se relacionaban para poder plantear una solución; En el caso de E9, se observa que se limitó a dar un resultado que no responde al interrogante planteado, como tampoco a la solución del

problema, al indagar sobre su respuesta E9 afirmó “*eso es lo que yo pienso que necesita cada uno*”, así mismo, en E9 se evidencia que no hubo proceso de análisis, ya que faltó examinar las ideas y analizar argumentos planteados.

Esa falta de análisis e interpretación se sigue evidenciando en la respuesta de los estudiantes a la pregunta “¿Qué estrategias utilizarías para resolver la situación planteada para Mariana y Daniel?” los estudiantes E1, E4 y E7 respondieron:

E1: “la estrategia que utilizaría sería medir cada metro”

E4: “Solo dar las medidas en la tienda que compraran la malla y listo la coloca y soluciona sus problemas”

E7: “resolver el problema dado”

En esta pregunta se esperaba que los estudiantes plantearan una estrategia de acuerdo al contexto del problema que los llevara a la solución del mismo; para ello, era necesario una identificación adecuada de los elementos y argumentos precisos para resolver el problema. En las respuestas de E1 y E4 se observa que en la estrategia planteada proponen una acción en la que no tuvieron en cuenta el contexto del problema y mucho menos los datos suministrados en él; en el caso de E7 no logró plantear ninguna alternativa de solución.

Lo anterior da cuenta de la poca comprensión del problema ya que no se evidencia una verificación de las ideas para tratar de formularlas de forma coherente, elementos fundamentales en el desarrollo de habilidades de análisis e interpretación según Facione (2007); lo anterior, no permitió a los estudiantes trazar un plan bien estructurado que respondiera a las condiciones dadas y mucho menos al uso del lenguaje algebraico el cual les facilita el planteamiento y la resolución de problemas con ecuaciones lineales como alternativa de estrategia de solución y que según Kieran (1992), el uso de este lenguaje algebraico utilizado en las ecuaciones lineales ayudan al desarrollo de habilidades

cognitivas, que contribuyen a la consolidación de competencias algebraicas que desencadenan en el fortalecimiento del pensamiento algebraico.

De igual forma De Guzmán (2006), plantea que a través del pensamiento matemático se puede inspeccionar y remodelar la estructura cognitiva para solucionar problemas, además, de obtener hábitos de un lenguaje matemático al apropiarse de la situación problema, lo cual, le permitirá considerar posibles formas de solución; es decir, que son capaces de proponer diferentes estrategias que conlleven a la solución del problema, reflexionar sobre la efectividad de cada una ellas y así poder decidir cuál es la opción más conveniente.

En este sentido, a la pregunta: “Escribe, ¿cuántos metros de malla necesita

a. Mariana ___ b. Daniel ___” los estudiantes dieron los siguientes resultados:

Figura 2 Respuestas E2 – E5 – E8

5. Escribe, ¿cuántos metros de malla necesita? a. Mariana <u>36m</u> b. Daniel. <u>25m</u> Respuesta E2	5. Escribe, ¿cuántos metros de malla necesita? a. Mariana <u>36 m</u> b. Daniel. <u>15x2 m</u> Respuesta E5	5. Escribe, ¿cuántos metros de malla necesita? a. Mariana <u>36 metros</u> b. Daniel. <u>410</u> Respuesta E8
--	--	--

Elaboración: Propia

En esta pregunta se esperaba que los estudiantes, después de haber planteado la estrategia y la llevaran a cabo, dieran la respuesta de cuantos metros de malla necesitaba Mariana y Daniel y de esta manera podían valorar la funcionalidad de su estrategia. En las respuestas de los estudiantes E2, E5 y E8 se observa que respondieron acertadamente a los metros de malla que necesitaba Mariana, puesto que para hallar este resultado se requiere solo de una operación aritmética.

En el caso de Daniel, los estudiantes E2, E5 y E8 no acertaron con sus respuestas, dado que se les tornó mucho más complejo debido a que las medidas del lote de Daniel estaban expresadas en función de la incógnita “ x ” y para determinar los metros de malla que necesitaba Daniel se requiere del planteamiento de una ecuación lineal y su solución.

Al momento de socializar la actividad se pudo evidenciar que los estudiantes no aplican una estructura organizada de un paso a paso o heurística para abordar y resolver problemas, ya que en las dos situaciones que trataron de dar respuestas, optaron por escoger valores arbitrarios y aplicar operaciones aritméticas según el criterio de cada uno, esto fue lo que expresaron los estudiantes E6, E9 con respecto a la situación 1:

E6: "Seño se toma un numero que yo quiera y lo multiplico varias veces y de ultimo le sumo 4, hasta que me de 32"

E9: "Profe, podemos encontrar el numero sumando varias veces un número"

Situación muy similar se evidenció en la socialización de la situación 2, puesto que, se escucharon opiniones acerca de como determinar los metros de malla que necesitaba Mariana y Daniel para cercar los lotes, como es el caso de E1 y E4.

E1: "yo mediria con un metro cada lado de los lotes"

E4: "voy a una tienda y doy las medidas de los lotes"

En el caso de E1 y E4 proponen una estrategia que para ellos sería lo más viable y están seguros que darían respuesta al problema, pero no están teniendo en cuenta el contexto y las condiciones dadas en el problema, lo que pone en evidencia la falta de análisis e interpretación de la misma. Lo anterior se sigue evidenciando al indagar acerca de las dificultades que habían tenido al momento de trabajar la actividad, se escucharon respuestas como:

E1: "creo que no entendí muy bien los problemas cuando los leí"

E3: "entendí mal algunas palabras, como por ejemplo el triple y me envolaté"

E6: "leí varias veces y no entendí muy bien, sobretodo cuando me preguntaban por la expresión matemática del problema"

De las respuestas de E1, E3 y E6, se hace evidente lo complejo que es para los estudiantes comprender situaciones problemas en las que se requieren procesos algebraicos. Por otro lado, a la pregunta "si pudieras realizar una modificación o cambio a los problemas planteados ¿qué le cambiarías? la respuesta fue casi unanime, al expresar que cambiarían los valores desconocidos por cantidades numericas, donde se puedan realizar las operaciones mas fácilmente.

E7: "eso con letras es muy dificil profe"

E2: " si profe, porque mire que a Marina si pude saber cuantos metros de malla necesitaba, pero para Daniel estaba dificil y me puse a adivinar"

Es decir, que los estudiantes presentan dificultad para pasar de un tipo de representación semiótica a otra; en este caso, de un lenguaje natural a un lenguaje formal, propio del algebra: En este sentido, Kieran (1992) propone focalizar la enseñanza de las operaciones relacionadas con números y letras (y no sólo números), y esto incluye trabajar letras que pueden ser incógnitas, variables o parámetros y focalizar el estudio en la reflexión de los significados.

5.2 MOMENTO DE DESUBICACIÓN

En este momento de desubicación se desarrollaron actividades que tenían como finalidad generar espacios de aprendizaje atendiendo a las dificultades presentadas por los estudiantes en el análisis e interpretación de problemas relacionados con las ecuaciones lineales y orientarlos hacia la heurística de Miguel De Guzmán. En un primer momento se propuso como actividad inicial que consistió en observar un video, para que los estudiantes se familiarizaran con las ecuaciones lineales, identificaran las características que debe tener

una igualdad para que sea ecuación lineal, cuales son sus elementos y a través de varios ejemplos mostrar cómo se resuelven. Finalmente responder preguntas e inquietudes que surgieron en torno a la temática y resolver algunos ejercicios planteados en el video. De la socialización de esta primera parte, se obtuvieron los siguientes resultados:

A la pregunta, “¿Qué es una incógnitas y cómo se definen?” los estudiantes E7 y E9 respondieron:

E7: "son los terminos que estan desconocidos con una letra o con una x"

E9: "son aquellos que son datos desconocidos se definen con una letra"

Con esta pregunta se buscaba verificar que los estudiantes tuvieran claridad sobre lo que es una incógnita y cómo se puede representar, ya que, al momento de resolver una ecuación lineal es fundamental identificar la incógnita, en el caso de E7 y E9 se puede evidenciar que el concepto de incognita en ambos casos es asociado a un valor desconocido, el cual se puede representar con una letra cualquiera, aunque, el estudiante E9 especifica la letra “x”

De igual forma, al socializar el video, se pudo evidenciar que los estudiantes lograron relacionar el concepto de incognita con las ecuaciones lineales, ya que, a la pregunta “¿Qué es una ecuación lineal?” los estudiantes E2 y E4 respondieron:

E2: " son operaciones con números y letras"

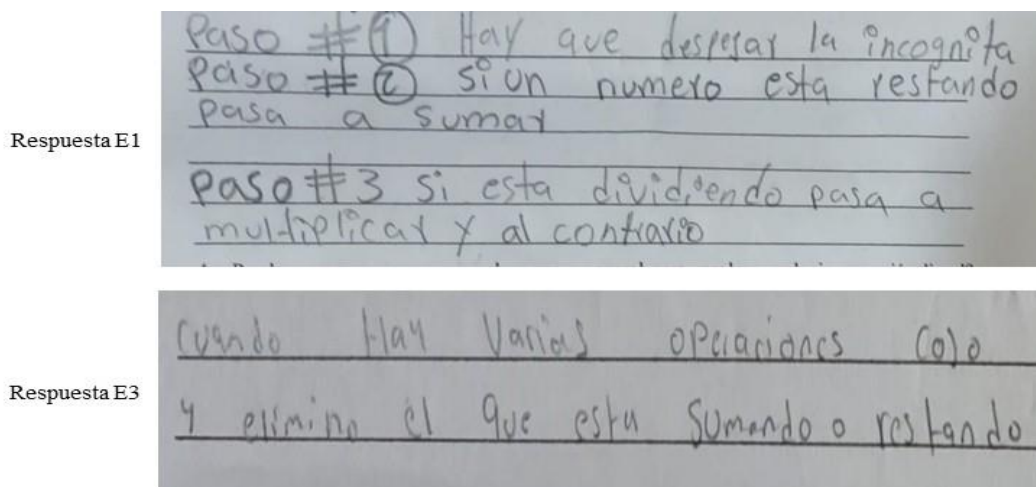
E4: "es una igualdad con un valor desconocido"

En la respuesta de E2 se puede observar que el estudiante reconoce que en una ecuación lineal intervienen esos tres elementos, pero no especifica de que manera se relacionan, mientras que en la respuesta de E4, se tiene mayor claridad acerca del concepto de ecuación lineal, ya que la define como una igualdad en donde interviene por lo menos una incognita. Al respecto Kieran (1992), propone el trabajo de la enseñanza de las

operaciones con números y letras, que pueden ser incógnitas, variables o parámetros donde los estudiantes se focalicen en la reflexión de los significados; de aquí, que el hecho de identificar las incógnitas como valores o datos desconocidos y que pueden ser representados por una letra cualquiera, les facilitará, procesos cognitivos en los cuales puedan representar cualquier situación dada en una expresión algebraica, en nuestro caso, que conlleve a una ecuación lineal.

Una vez los estudiantes tienen mayor claridad de lo que es una ecuación lineal, se indaga acerca del procedimiento observado en el video para resolver las ecuaciones lineales y a la pregunta ¿Qué pasos debes realizar para resolver una ecuación lineal? Los estudiantes E1 y E3 respondieron:

Figura 3 Respuestas E1 – E3

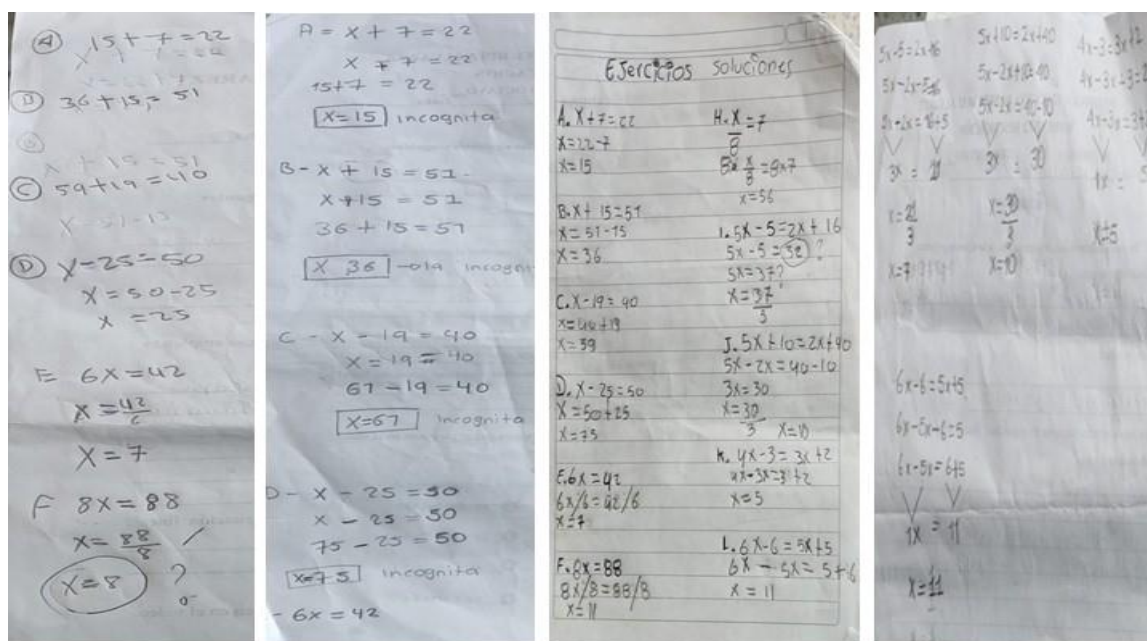


Elaboración: Propia

En esta pregunta se esperaba que los estudiantes describieran un paso a paso, de cómo resolver una ecuación lineal, teniendo en cuenta cada uno de los términos que intervienen en ellas. En el caso del estudiante E1, se puede evidenciar que propone una secuencia de pasos que lo llevarían a la solución de dicha ecuación, identificando la incógnita y estableciendo un orden en las operaciones; por otro lado, en la respuesta del

estudiante E3 se observa que tiene nociones del procedimiento que podría utilizar, pero, no se evidencia una secuencia de los pasos a seguir en el momento de resolver una ecuación lineal. Cabe resaltar, que en la medida en que los estudiantes tengan claridad de cuál es la incógnita y el procedimiento para determinar su valor, les resultará una herramienta útil para la resolución de problemas con ecuaciones lineales. Después de aclarar dudas e inquietudes de los estudiantes por parte del docente, se realizaron una serie de ejercicios propuestos en el video para afianzar y poner en practica los procesos aprendidos. A continuación se presentan algunos ejercicios resueltos por los estudiantes:

Figura 4 Respuestas E3 – E4 – E1 – E7



Respuesta E3

Respuesta E4

Respuesta E1

Respuesta E7

Elaboración: Propia

De acuerdo a lo observado en los ejercicios trabajados por los estudiantes, se evidencia en E3 que en aquellos ejercicios de la forma “ $x + b = c$ ” le resultó más fácil asignarle un valor a “ x ”, de tal forma que se cumpliera la igualdad, en los demás casos trató de llevar a cabo los pasos sugeridos en el video para resolver ecuaciones lineales; en el

caso de E4, se evidencia que no siguió los pasos sugeridos para resolver las ecuaciones, sino que optó por asignar un valor a la incógnita con el que se cumple la igualdad, método que le fue funcional para las ecuaciones lineales de la forma " $x + b = c$ ", para el resto de las ecuaciones planteadas en la actividad E4 no las resolvió y en el momento de la socialización, E4 expresó: "*necesito una nueva explicación*". En las respuestas de los estudiantes E1 y E7 se evidencia una buena apropiación de los procedimientos requeridos para resolver ecuaciones lineales teniendo en cuenta los términos y las operaciones que intervienen en ella. En este primer momento se logró que los estudiantes identificaran la incógnita, comprendieran que significado tiene resolver la ecuación y cuál es el procedimiento a seguir de acuerdo a la ecuación lineal planteada, lo cual contribuye al fortalecimiento del pensamiento algebraico.

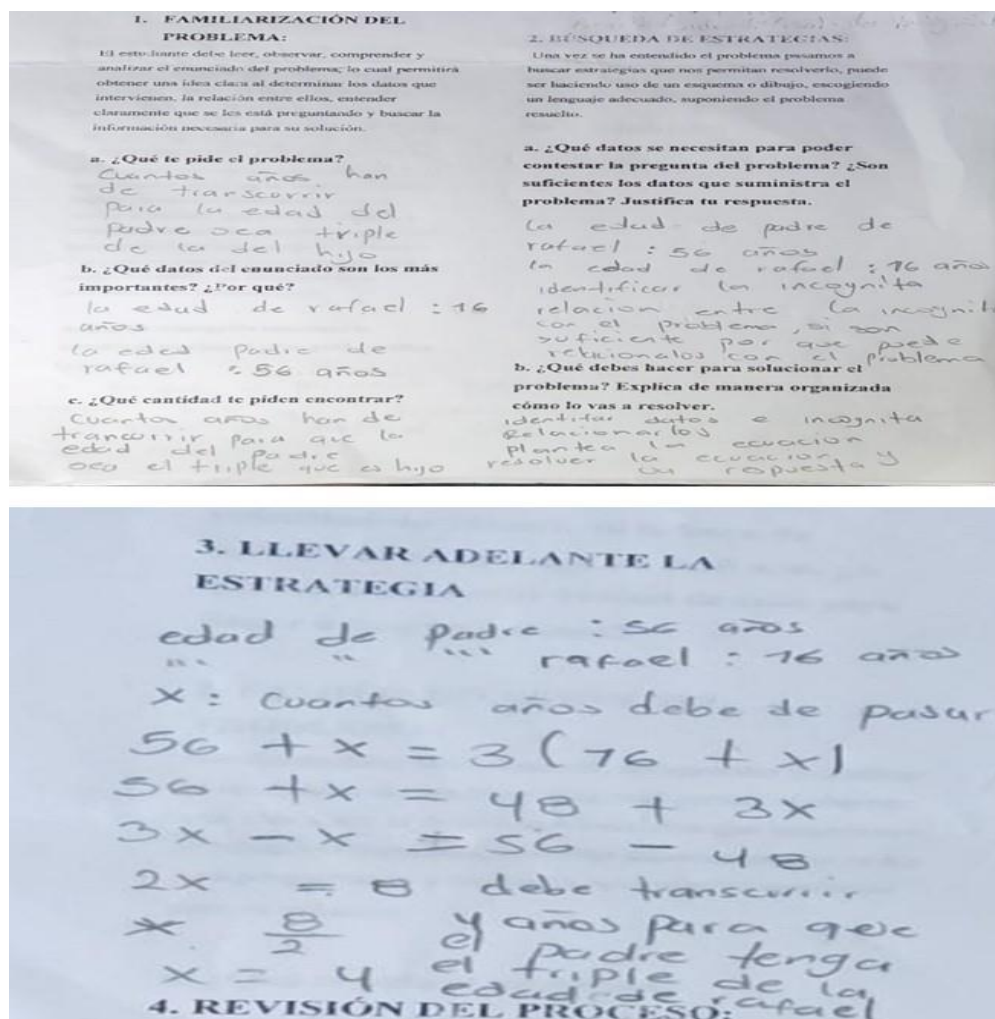
Es así, como Kieran (1992), es enfática, cuando establece que la relación del álgebra con la aritmética es fundamental, puesto que, la utilización del lenguaje simbólico, empleado en las ecuaciones lineales, tienen la necesidad de alejarse de procedimientos simplistas para poder entenderlos; lo anterior, le facilitará a los estudiantes poder representar cualquier situación en otro sistema de representación semiótica; en este caso, en una ecuación lineal e identificar la incógnita como un símbolo representativo de un objeto cualquiera.

Posterior a esta actividad, se desarrolló la actividad 2 del momento de desubicación, donde se proponen cuatro situaciones problemas relacionadas con ecuaciones lineales, de las cuales se realizó la modelación de las dos primeras por parte del docente y con intervención de los estudiantes, haciendo uso y explicación de la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán e incorporando las habilidades de pensamiento crítico (análisis e interpretación).

Después de explicar la heurística de Miguel De Guzmán, los estudiantes procedieron a trabajar de manera individual dos situaciones problemas teniendo en cuenta las explicaciones y orientaciones dadas. En la primera de ellas se propone hallar los años que deben transcurrir para que la edad del padre sea el triple de la edad del hijo, conociendo

la edad actual de cada uno de ellos y además, debían representar la situación mediante una ecuación lineal:

Figura 5 Respuesta E6



Elaboración: Propia

En las respuestas de E6 se puede evidenciar que hubo familiarización con el problema, puesto que, pudo comprender lo que éste pedía, logrando identificar la incógnita, que elementos eran importantes en el enunciado y con qué datos contaba para su solución.

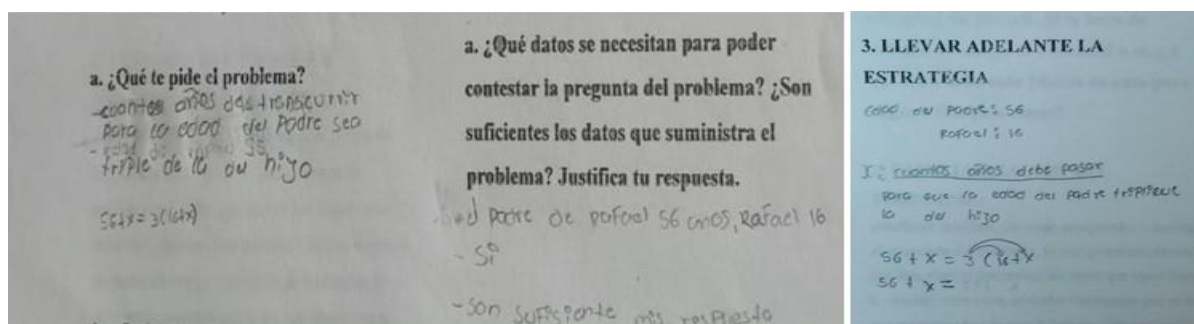
Con relación a la búsqueda de estrategias, logró identificar la incógnita, los datos que necesitaba para dar respuesta a la pregunta y establecer un plan, considerando la relación que se puede establecer entre la incógnita y los datos suministrados en el enunciado; es decir, que en su plan se estima el uso de una ecuación lineal que lo llevaría a la solución del problema. Cabe señalar, que al momento de llevar a cabo la estrategia, se puede evidenciar que el estudiante hace uso de un nuevo sistema de representación semiótica, al realizar el proceso de conversión del lenguaje natural al lenguaje algebraico, lo que le permite el planteamiento de una ecuación lineal que representa la situación planteada, en la que denotó con la letra “ x ” la incógnita, que corresponde al número de años que deben transcurrir para que el padre tenga el triple de la edad del hijo; en este caso, se logró relacionar de manera adecuada la incógnita y los datos suministrados en el problema.

En este sentido, en las respuestas de E6, se observa que hubo una buena comprensión del enunciado, lo que le permitió al estudiante obtener una idea clara al determinar los datos que intervienen en el problema, establecer la relación entre ellos y entender qué se está preguntando, lo que facilitó, plantear una estrategia que lo llevó a la solución del problema. Es decir, se aplicó la heurística de De Guzmán para abordar la situación planteada, haciendo uso de otro sistema de representación semiótica, al expresar el enunciado del lenguaje natural al lenguaje algebraico, dando origen a una ecuación lineal; procesos que le permiten al estudiante fortalecer las habilidades de interpretación y análisis en concordancia a lo planteado por Facione (2007), “Interpretar, es comprender y expresar el significado o la relevancia de una amplia variedad de experiencias, situaciones, datos, eventos, juicios, convenciones, creencias, reglas, procedimientos o criterios”; además, se incluyen subhabilidades de categorización, decodificación del significado y aclaración del sentido, aspectos que se ponen en práctica en la familiarización del problema.

De igual forma, cuando el estudiante plantea y diseña la estrategia de solución del problema, requiere de la habilidad de análisis, puesto que para Facione (2007), el análisis

“consiste en identificar las relaciones de inferencia reales y supuestas entre enunciados, preguntas, conceptos, descripciones u otras formas de representación que tienen el propósito de expresar creencia, juicio, experiencias, razones, información u opiniones”, cuando se pone en práctica la habilidad de análisis se hace necesario, examinar las ideas, detectar y analizar argumentos.

Figura 6 Respuesta E9



Elaboración: Propia

De manera conjunta al analizar la respuesta de E9 se puede observar que tuvo una familiarización con el problema, puesto que logró identificar los datos más relevantes en el enunciado, identificar y seleccionar la incognita, pudo entender lo que el problema le pedía; se puede decir, también, que hubo comprensión del enunciado, ya que fue capaz de diseñar y proponer una estrategia; sin embargo, sus procesos quedaron inconclusos, por lo cual durante la socialización se indagó sobre ello y la respuesta del estudiante fue la siguiente:

E9: “Señó lo que pasa es que después que saqué la ecuación, eh me envoláte y no supe como resolver eso con ese parentesis y por eso no la terminé”; en el caso de E9, se puede decir, que es necesario reforzar propiedades y orden de las operaciones en una situación planteada.

En cuanto a la fase de revisión del proceso realizado por los estudiantes para dar solución a las situaciones problemas planteadas y verificar la efectividad de las estrategias

implementadas, los estudiantes dieron respuesta a los siguientes interrogantes: ¿Has conseguido encontrar la solución al problema? ¿Por qué? E9 respondió: *“no, porque habia que hacer una estrategia y no pude terminarla”*

A la pregunta: ¿Crees que se realizó un buen análisis e interpretación de la situación? ¿Por qué? E9 respondió: *“si” “si que muy bien para mi me alludo bastante para encontrar la ecuacion”*

Al siguiente interrogante: ¿Qué papel cumplió el proceso de creación de un plan como estrategia para la solución del problema? E9 respondió: *“crear un plan alluda a resolver mejor el problema”*

Teniendo en cuenta la heurística de De Guzmán, en la resolución de problemas, E9 demuestra haber tenido familiarización con el problema y pudo plantear una estrategia de solución, la cual, no pudo llevar a cabo y desistió de finalizar el proceso. En este sentido, se puede evidenciar que le faltó flexibilidad e intentar formas diferentes de abordar la solución al problema; es decir, hacer un proceso reflexivo que le permitiera reconocer y comprender sus falencias, para luego, tratar de corregirlas.

Según Facione (1990), este ejercicio cognitivo implica que el estudiante se enfoque en comprender los diferentes elementos que intervienen en un problema para así poder abordarlo desde diferentes perspectivas y posteriormente lograr una interpretación adecuada de dicha situación.

De acuerdo a lo expuesto acerca de los procesos desarrollados por E6 y E9, De Guzmán (2006), plantea la necesidad de abordar en las aulas de clases situaciones problemas, le permitan al estudiante construir un nuevo pensamiento y reflexionar sobre el proceso de resolución de problemas no solo en el contexto del enunciado, sino hacer una asociación con su entorno más cercano; es decir, que promuevan diversas estrategias de solución, que faciliten el paso de la aritmética al algebra, promoviendo el uso de otros sistemas de representación semiótica, en este caso, el paso de un lenguaje natural a un

lenguaje algebraico, lenguaje necesario para la resolución de problemas con ecuaciones lineales; lo cual requiere de la activación y fortalecimiento de habilidades metacognitivas (análisis y interpretación).

5.3 MOMENTO DE REENFOQUE

El momento del reenfoque tuvo como proposito describir el avance que han tenido los estudiantes en la forma de abordar las actividades implementadas en los momentos de ubicación y desubicación y de que manera abordarían las situaciones problemas con ecuaciones lineales, después de vincular las habilidades metacognitivas de análisis e interpretación y aplicando los pasos sugeridos en la heurística de resolución de probemas de Miguel de Guzmán.

Para este momento de reenfoque se propuso una actividad con dos situaciones problemas, la primera situación planteada hace referencia a la edad de una persona y se plantean los siguientes interrogantes: a.¿Qué datos te suministra el problema? ¿Crees que son suficientes para resolver el problema? Explica; ¿Qué término viene siendo la incógnita en este problema? Los estudiantes E8 y E9 dieron las siguientes respuestas:

Figura 7Respuestas E8 – E9

b. ¿Qué datos te suministra el problema? ¿Crees que son suficientes para resolver el problema? Explica.
- El doble de los años que tiene $\rightarrow 2x$
- Ocho años el triple de la que tiene hace 4 años $\rightarrow -3(x-4)$
- Si son suficientes ya que puedo plantear la ecuación.
¿Qué término viene siendo la incógnita en este problema?
 x : la edad actual de su hijo

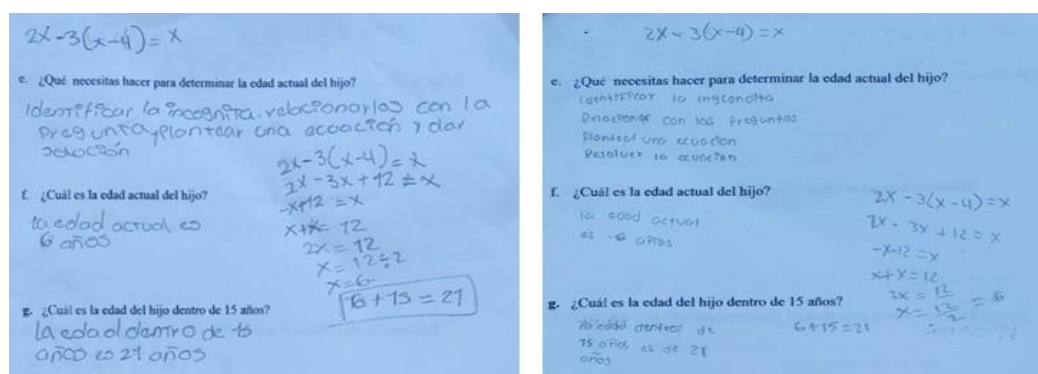
b. ¿Qué datos te suministra el problema? ¿Crees que son suficientes para resolver el problema? Explica.
- El doble de los años $\rightarrow 2x$
- el triple de lo que tiene hace 4 años $\rightarrow -3(x-4)$
¿Qué término viene siendo la incógnita en este problema?
 x : la edad actual de su hijo

Elaboración: Propia

En las respuestas de E8 y E9 se puede evidenciar que los estudiantes en este punto de la unidad didáctica, mostraron avances, ya que se observa que hubo comprensión del enunciado, puesto que lograron identificar, qué les pedía el problema, relacionándolo con una incógnita, que datos tenían y establecieron si eran suficientes para dar solución a la situación planteada, lo que para Facione (1990), implica un ejercicio cognitivo, donde el estudiante realiza un proceso de análisis tratando de comprender los diferentes elementos que intervienen en el problema, para luego abordarlos desde diferentes perspectivas y de esta manera hacer una interpretación adecuada del mismo. Cabe resaltar que durante el desarrollo de la actividad se observó mayor seguridad y dominio en las respuestas dadas por los estudiantes. De acuerdo a lo anterior, en ese proceso cognitivo propuesto por Facione (2007), donde el estudiante toma la situación, sus datos para comprenderlos, aclarar su significado y luego expresarlo de una manera más amplia y general, está relacionado con la familiarización del problema, primer paso fundamental según De Guzmán para iniciar su solución.

Continuando con la primera situación del momento de reenfoque, a las preguntas c. ¿Cómo sería la ecuación que ayude a resolver la pregunta sobre la edad actual? d. ¿Qué necesitas hacer para determinar la edad actual del hijo? e. ¿Cuál es la edad actual del hijo? f. ¿Cuál es la edad del hijo dentro de 15 años? El estudiante E8 y E9 respondieron:

Figura 8 Respuestas E8 – E9



Elaboración: Propia

En las respuestas de E8 y E9 se pueden observar dos aspectos fundamentales. El primero, que hubo comprensión del problema, lo cual le permitió a los estudiantes la búsqueda de estrategias de solución al problema y poder elegir la más adecuada, tal y como lo propone De Guzmán (2006). El segundo, el uso de otro registro de representación semiótica al realizar proceso de conversión de un lenguaje natural a un lenguaje algebraico, al momento de plantear una ecuación lineal que representa la situación planteada, lo cual, según Kieran (1992), le permite al estudiante hacer procesos de generalización, modelización de la enseñanza y aprendizaje del lenguaje algebraico, lo que facilita la resolución de problemas que requieren de las ecuaciones lineales para su solución.

En concordancia con lo anterior, en la resolución de problemas para llegar a ese paso de plantear y elegir una estrategia que conlleve a la solución, se requiere que el estudiante sea capaz de identificar el significado de codificación a la hora de abordar un problema algebraico, de explicarlo con sus propias palabras, de examinar sus ideas y formularlas de manera coherente, de reconocer los argumentos que le permiten llegar a la solución; procesos propios de las habilidades de interpretación y análisis propuestos por Facione (2007)

Después de que los estudiantes plantearon y seleccionaron la estrategia que llevarían a cabo, procedieron a desarrollarla y como se puede observar en las respuestas de E8 y E9 se puede decir, que el plan elaborado fue suficiente, ya que pudieron comprender y expresar el enunciado de una forma diferente mediante una ecuación lineal, la cual les permitió dar respuesta a los interrogantes planteados y llegar a la solución del problema, lo que pone en evidencia la habilidad de análisis, ya que según Facione (2007), el estudiante analiza cuando es capaz de identificar relaciones de inferencia reales entre el enunciado y la pregunta u otras formas de representación entre otras.

De acuerdo con lo anterior, se evidencia que los estudiantes E8 y E9 mostraron un gran avance en cuanto a la forma en que resolvían un problema, ya que se observa que hay una estructura en la secuencia de los pasos a seguir, en la selección y desarrollo de la estrategia adecuada para llegar a la solución tal y como lo propone De Guzmán (2006), de

igual manera en la socialización de la actividad, al momento de revisar el proceso llevado a cabo para dar solución al problema, se preguntó a los estudiantes ¿han encontrado algún error en el proceso realizado?, explica tu respuesta. Los estudiantes E8 y E9 respondieron:

E8: "No encontré ningún error, porque pude llevar a cabo mi estrategia y darle solución al problema sin ningún problema en la ecuación realizada"

E9: "si encuentre un error pero pude solucionarlo"

Al estudiante E9, se le observó un poco inquieto durante el desarrollo de su estrategia, y se le preguntó, de cuál había sido el error encontrado y de que forma lo solucionó, a lo cual respondió:

E9: " Profe lo que pasa es que, al escribir la ecuación para resolverla cuando quité el parentesis no caí en cuenta del signo menos que estaba antes del tres y entonces la edad me daba un número negativo, pero cuando fui a preguntarle porque me daba eso, usted me recordó lo de la ley de los signos y así saqué la respuesta y creo que me dio bien"

En el caso de la respuesta de E9, se observa que a pesar de que se sintió un poco inseguro por el procedimiento realizado para resolver la ecuación y tras obtener una respuesta no coherente, fue capaz de buscar una alternativa de solución a la dificultad presentada con el fin de dar una respuesta al problema, aplicando lo que establece De Guzmán (2006) que hay que tener flexibilidad al momento de aplicar la estrategia y abordar caminos diferentes en caso de que no funcione el que fue tomado inicialmente. Por otro lado el estudiante E8 expresó:

E8: " Me senti bien trabajando la actividad porque comprendi bien el problema y pude plantear la ecuación de manera correcta, ya que al resolverla pude encontrar lo que el problema me estaba pidiendo, me pareció chévere"

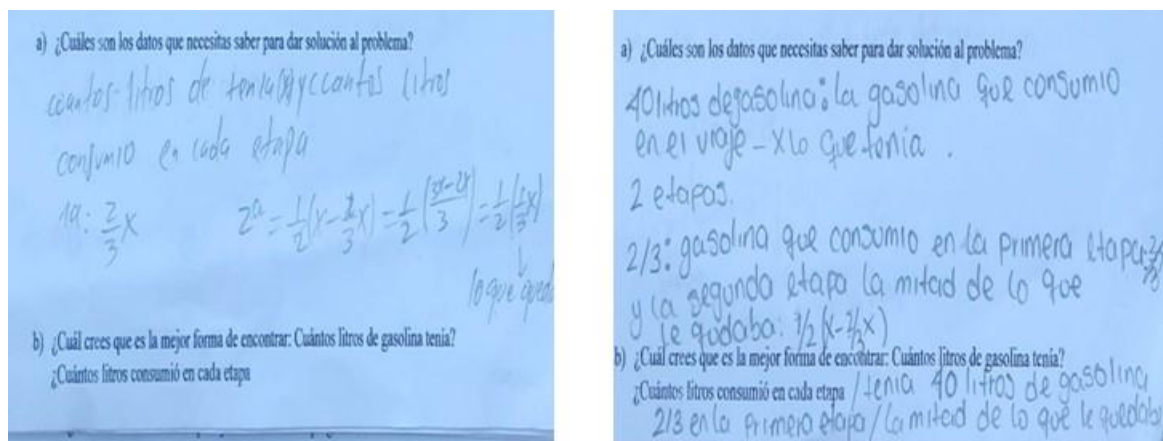
De la respuesta y el trabajo realizado por E8 se puede observar que hubo apropiación de la heurística de De Guzmán, ya que presentó una secuencia de pasos en la

forma de abordar el problema para solucionarlo, se dio una buena interpretación y análisis de la situación puesto que fue capaz de comprender el problema, identificar los datos y establecer una relación entre ellos, además de expresarlos y representarlos de una forma diferente.

En la segunda situación planteada en el momento de reenfoque, se planteó un problema donde los estudiantes debían determinar cuál era la cantidad de gasolina que tenía un vehículo antes de realizar un viaje, estableciendo recorridos por etapas.

En este caso, se busca verificar si los estudiantes al momento de resolver el problema aplican las habilidades de interpretación y análisis explicadas y trabajadas en las guías anteriores; para ello se tuvieron en cuenta las siguientes preguntas: ¿Cuáles son los datos que necesitas saber para dar solución al problema? ¿Cuál crees que es la mejor forma para determinar, cuántos litros de gasolina tenía Daniela? ¿Cuántos litros consumió en cada etapa? A continuación se muestran las respuestas de los estudiantes E5 y E7:

Figura 9 Respuestas E5 – E7



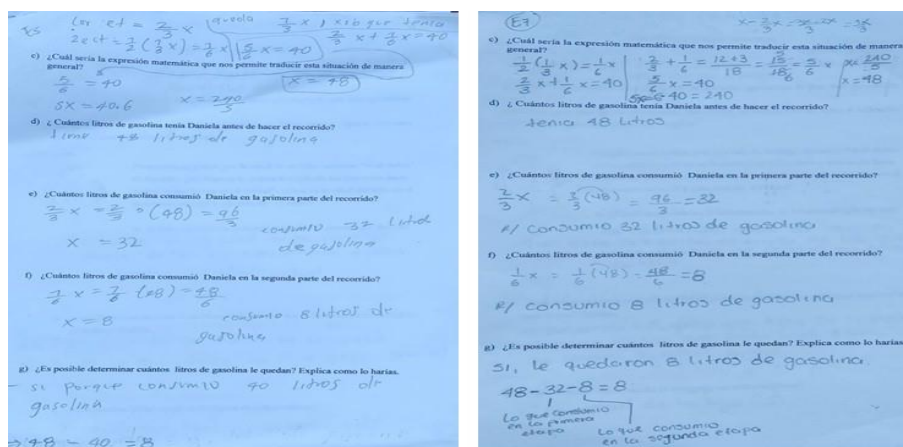
Elaboración: Propia

En las respuestas de E5 y E7 se puede observar el avance que tuvieron los estudiantes al momento de abordar una situación problema con relación a la actividad de

diagnóstico, donde mostraron dificultades para identificar, comprender el problema y expresarlo en un lenguaje algebraico; en este caso, se evidencia el uso de habilidades cognitivas que requieren de procesos de decodificación, identificación y comprensión del mensaje dado en el enunciado, para luego seleccionar la información y datos necesarios para llegar a la solución del problema, tal y como lo da a conocer E7, donde especifica de manera clara lo que el problema le pide y la forma de como relaciona los datos con la incógnita; en el caso de E5 se observa precisión al momento de realizar los procedimientos y aplicar estrategias de solución a la situaciones planteadas que según Facione (2007) en su método Delphi corresponden a la habilidad de interpretar.

Continuando con la situación dos a los interrogantes: ¿Cuál sería la expresión matemática que nos permite traducir esta situación de manera general? ¿Cuántos litros de gasolina tenía Daniela antes de hacer el recorrido? ¿Cuántos litros de gasolina consumió Daniela en la primera parte del recorrido? ¿Cuántos litros de gasolina consumió Daniela en la segunda parte del recorrido? ¿Es posible determinar cuántos litros de gasolina le quedan? Explica como lo harías. Las respuestas de E5 y E7 fueron:

Figura 10 Respuestas E5- E7



Elaboración: Propia

En las respuestas de E5 y E7 se observa que si hubo familiarización con el problema, ya que lograron identificar y definir la incógnita, establecer relaciones de cada uno de los datos proporcionados con la incógnita problema, lo cual les facilitó plantear la ruta y estrategia que llevarían a cabo, haciendo uso de otro sistema de representación semiótica, como es el lenguaje algebraico a través de las ecuaciones lineales, lo cual pone en evidencia, que hubo un aprendizaje y fortalecimiento de las habilidades de interpretación y análisis, en concordancia con lo que establece Facione (2007), que el análisis está relacionado con la identificación de relaciones de inferencia ya sean supuestas o reales entre el enunciado, preguntas, otras formas de representación que expresan una información determinada.

Luego de que los estudiantes resolvieran los problemas planteados en la guía del momento de reenfoque "Aplico lo que aprendí" se realiza la socialización de la actividad mediante una mesa redonda donde cada uno expuso la forma como había resuelto la actividad, cuales fueron los resultados y que dificultades se les había presentado, a lo que algunos estudiantes como E2 y E4 respondieron:

E2: "Señó lo primero que hice fue leer bien el problema, a medida que leía iba sacando los datos y la incógnita, después escribí la ecuación y la resolví para hallar la solución del problema y así responder lo que me pedía el problema; el primer problema lo pude resolver muy facil pero el segundo me dio trabajo por los fraccionarios y por eso deje dos preguntas sin contestar"

E4: "Yo empesé a leer los problemas, los leí dos veces para poder entenderlos bien, y fui haciendo cada uno de los pasos que usted nos explicó, aunque siento que me demoro un poquito hallando la ecuación, pero al final lo logré y me dieron las mismas respuestas de mis compañeros, ya después que uno encuentra la ecuación se hace mas facil"

En las respuestas de E2 y E4 se puede evidenciar que hubo un avance en la forma de abordar los problemas con relación a la manera en que trabajarón en el momento de ubicación, después de trabajar la unidad didáctica que se puede decir que hubo apropiación

de la heurística de Miguel De Guzmán, ya que los estudiantes describen un momento de familiarización con el problema, de búsqueda e implementación de una estrategia y de revisión del proceso, aunque, en el caso de E2 faltó flexibilidad al momento de llevar a cabo la estrategia, puesto que se le presentó una dificultad al operar con fracciones y prefirió desistir antes que buscar una alternativa que le permitiera finalizar el proceso; en el caso de E4 reconoció que si tuvo algunas dificultades, pero hubo la disposición y buscó la forma de superarla y así dar respuesta a todos los interrogantes planteados, es así como De Guzmán (2006), considera que la resolución de problemas es una actividad que debe dar paso a la función creativa para generar estrategias y vías de solución ante el abordaje de las diferentes situaciones presentadas.

En la respuesta de E4, si bien resalta la importancia de tener una estructura para abordar los problemas, también estima el valor que tiene el proceso de conversión a otro sistema de representación semiótico, en este caso, el lenguaje algebraico utilizado para plantear la ecuación lineal en cada caso, lo que se convierte en un proceso más complejo, que le permite a los estudiantes realizar saltos cognitivos en los que se convierte la representación de objetos de un sistema semiótico a otro (Duval, 2006).

Es así que los estudiantes reconocen que este paso de conversión agiliza y facilita en gran medida las vías de solución al problema, ya que, se da un trabajo más sistemático, estructurado y con mayor rigurosidad para la apropiación del saber trabajado. Esto desarrolla habilidades que conllevan al estudiante a la generalización, modelación y resolución de problemas relacionados con la enseñanza y aprendizaje del lenguaje algebraico propio de las ecuaciones lineales (Kieran, 1992)

Del mismo lado, De Guzmán (1993), considera la resolución de problemas como una herramienta que facilita superar dificultades en diferentes esferas, fortaleciendo procesos cognitivos y la forma de pensar; es decir, que se trata de desarrollar un pensamiento capaz de identificar, relacionar, comprender el significado de la información y expresarla de manera más amplia, las cuales, son acciones que estimulan y fortalecen las habilidades de pensamiento crítico de análisis e interpretación, según Facione (2007)

Cabe resaltar que los estudiantes que durante el desarrollo de la actividad del momento de ubicación, se sintieron bastante desorientados y encontraron demasiadas dificultades para llevar la actividad a cabo, pero a medida que se fue desarrollando la unidad didáctica fueron adquiriendo las herramientas necesarias para abordar las actividades siguientes, en el momento de desubicación se mostraban inseguros aunque con otra actitud de mayor disposición y curiosidad por aprender y en el momento de reenfoque mostraron seguridad y confianza en los procesos realizados.

6 CONCLUSIONES

Al aplicar el instrumento inicial de la unidad didáctica (momento de ubicación) se pudo constatar que los estudiantes presentan dificultades al momento de enfrentarse a situaciones problemas con ecuaciones lineales, ya que, en sus respuestas se evidencia que no realizan un análisis e interpretación de la situación, dado que, no identifican los datos involucrados en el problema y la forma como ellos se relacionan, no hay un plan para dar solución al problema, preferencias por procedimientos aritméticos, excluyendo el uso de ecuaciones lineales, desconocimiento de una heurística para resolver un problema.

Al vincular en la resolución de problemas de ecuaciones lineales el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico (análisis e interpretación) e implementando la heurística de Miguel De Guzmán, los estudiantes mostraron un avance significativo a la hora de abordar un problema, pudieron comprender y familiarizarse con el problema, plantear estrategias y dar solución; para luego verificar, organizar y elegir la más adecuada, que permitiera dar respuesta acertadas a las situaciones propuestas.

Luego de implementar la unidad didáctica, se puede concluir que las habilidades de pensamiento crítico en la resolución de problemas de ecuaciones lineales, favorecen en los estudiantes espacios de formación y reflexión que los invita a ser mas conscientes y activos en los procedimientos que realizan, es decir, cuando se implementa este tipo de unidad didáctica se potencializa el aprendizaje a profundidad y se consolida al educando como el protagonista en su proceso de formación.

7 RECOMENDACIONES

Se recomienda a los futuros investigadores realizar estudios que permitan fortalecer las habilidades de pensamiento crítico (análisis e interpretación) a través de la resolución de problemas, permitiendo en los estudiantes espacios de reflexión, análisis y toma de decisiones, procesos de generalización que conlleven al creación de un plan para dar solución a cualquier situación que se les presente.

Se recomienda realizar investigaciones orientadas a la enseñanza de las operaciones con números y letras (y no sólo números) como lo establece Kieran (1992), con el fin de abordar el estudio desde la reflexión de los significados, para que el estudiante comprenda que una letra o incógnita es un símbolo que representa un objeto cualquiera, lo que le facilitará al estudiante poder representar diferentes situaciones expresadas en un lenguaje natural a otro sistema de representación semiótico, como lo son las ecuaciones lineales.

8 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arias, D. y Torres, E. (2017). Unidades didácticas. Herramientas de la enseñanza. *Revista Noria*, 42-47. Citado 2017 07 01, Disponible en:
<https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/NoriaIE/article>
- Benavides, Y. (2018). *Transformación del lenguaje natural al algebraico a través de estrategias metacognitivas con estudiantes de grado octavo*. [Tesis de Maestría]. Universidad Autónoma de Manizales.
- Bunge. M. (1975). *La investigación científica. Estudio desde las Ciencias Sociales*. Ediciones La Habana, p, 91.
- Cardona, M. (2007). Desarrollando el pensamiento algebraico en Alumnos de octavo grado del CII a través de la resolución de problemas. [Tesis de Maestría]. Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán.
- Corbetta. Piergiogio. (2003). *Investigación social: Teoría, métodos y técnicas*. Ediciones culturales Sage. 2003.
- De Guzmán, M. (1993). Enseñanza de las ciencias y la matemática. Popular. Revista Iberoamericana de educación. Citado 2007 01 01. Disponible en:
<https://rieoei.org/RIE/article/view/750>
- De Guzmán, M. (2006). Para pensar mejor: desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos. Ediciones Pirámide. Segunda edición. ISBN: : 978-84-368-2071-3 84-368-2071-1.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la RSME* 9(1), 143-168.
- Facione, P. (1990). *Critical Thinking: A Statement of Expert Consensus for Purposes of Educational Assessment and Instruction. A Delphi Report*. Insight Assessment.

- Facione, P. (2007). *Pensamiento crítico: ¿qué es y por qué es importante?* Insight Assessment.
- Ferrero, L. (2002). *Las matemáticas en la educación obligatoria*. Enciclopedia de la pedagogía. Editorial Espasa Calpe S.A.
- Greeno, J.G. (1980). Trends in the theory of knowledge for problem solving. En D.T. Tuma y F. Reif (Eds.), *Problem solving and education. Issues in teaching and research*. Erlbaum.
- Hernández, R., Fernández, C., Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación. Quinta Edición*. Mc Graw Hill.
- ICFES. (2019). *Reporte de resultados del examen saber 11° por aplicación 2019-4*. ICFES.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of investigation on mathematics teaching and learning*. Macmillan.
- Lara, J. (2017). *Aprendizaje autorregulado y metacognición para potenciar la traducción del lenguaje natural al lenguaje algebraico en escolares de secundaria*. [Tesis de Maestría]. Universidad Autónoma de Puebla.
- Lipman, M. (1997). *Pensamiento complejo y educación*. Ediciones de la Torre.
- Manzano, J. (2019). *El desarrollo del pensamiento algebraico en alumnos de telesecundaria a través del Aprendizaje Basado en Problema (ABP)*. [Tesis de Maestría]. Universidad Veracruzana.
- Ministerio de Educación Nacional. (1996). *Lineamientos curriculares de Matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional.

- Moreno, A. y Daza B. (2014). *Incidencia De Estrategias Metacognitivas En La Resolución De Problemas En El Área De La Matemática* [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Javeriana]. Bogotá, Colombia.
- OCDE. (2003). *The PISA 2003 assessment framework. Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. OECD.
- Osorio, M. (2016). *El paso de la aritmética al álgebra*. [Tesis de Maestría]. Universidad Nacional.
- Paul, R. y Elder, L. (2006). *Estándares de competencia para el Pensamiento Crítico*. Fundación para el Pensamiento Crítico.
https://www.criticalthinking.org/resources/PDF/SP-Comp_Standards.pdf
- Polya, G (1986). *Cómo plantear y resolver problemas*. Narcea Ediciones.
- Popayán, Y. (2016). *Situaciones didácticas en el aprendizaje de las expresiones algebraicas para la conversión del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico*. [Tesis de doctorado]. Universidad ICESI.
- Puga, L., Rodríguez, J., Toledo, A. (2016). Reflexiones sobre el lenguaje matemático y su incidencia en el aprendizaje significativo. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*, (20), 197-220.
- Rojas, B. y Tamara, M. (2018). *La metodología resolución de problemas matemáticos como estrategia para el desarrollo del pensamiento crítico en los estudiantes de grado 11 de la Institución Educativa Departamental Silvia Cotes de Biswell*. [Tesis de Maestría]. Universidad de la Costa.
- Santos, M. (2008). *La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica*. Memorias del seminario Resolución de Problemas: 30 años después del XII Simposio de la Sociedad Española

de Investigación. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Cinvestav-IPN.
en Educación Matemática. Recuperado de:
<https://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/actas/Actas12SEIEM/Seminario2SantosTrigo.pdf>

Schoenfeld, A. (2016). *Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics* (Reprint). *Journal of Education* 196(2), 1-38

Tamayo, O., Loaiza, Y. y Ruiz, F. (2020). Hacia la construcción de un modelo de pensamiento crítico dominio-específico. *Poiésis*, 14, 26, 347-363.

Taylor. S. Bogdan. R. *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. (2007). Ediciones Paidós. Buenos Aires. Argentina. ISBN: 84 – 7509 – 816 -9.

Torres, J (1998). *Elaboración de unidades didácticas integrales. Globalización e interdisciplinariedad: el curriculum integrado*. Morata.

Zona, J y Giraldo, J. (2017). Resolución De Problemas: Escenario Del Pensamiento Crítico En La Didáctica De Las Ciencias. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, 13 (2), 122-150.

9 ANEXOS

Anexo A Consentimiento Informado



INSTITUCION EDUCATIVA MANUEL RUIZ ALVAREZ



EDUCACION PRE-ESCOLAR, BASICA PRIMARIA Y SECUNDARIA, MEDIA ACADEMICA

NIT 900185716-3 – DANE: 123001009071

Estimado padre/madre o acudiente

En el marco del **Programa de la maestría de la Enseñanza de las Ciencias de la Universidad Autónoma de Manizales** me encuentro realizando un proyecto de investigación sobre habilidades del pensamiento crítico (análisis e interpretación) en la resolución de problemas enfocado a estudiantes del grado octavo. Le solicito por medio de la presente, autorización para que su hijo(a) participe voluntariamente en este estudio, teniendo en cuenta que para la sustentación de dicha investigación se necesitarán: imágenes y videos de acuerdo y en conformidad con la ley 1581 de 2012 y el decreto 1074 de 2015 sobre protección de datos personales. El estudio consiste en llenar un perfil del estudiante y una Unidad Didáctica acompañada de un diario de campo de los estudiantes. El proceso será estrictamente confidencial el nombre no será utilizado. La participación o no participación en el estudio no afectará la nota del estudiante, por lo que la participación es de manera voluntaria. Usted y su hijo(a) tienen el derecho de retirar el consentimiento para la participación en cualquier momento. El estudio no conlleva ningún riesgo ni recibe ningún beneficio. No recibirá ninguna compensación por participar. Si tiene alguna pregunta sobre esta investigación, se puede comunicar con el (la) investigador(a) al _____ o con mi director(a) de investigación _____ al _____. Si desea que su hijo participe, favor de llenar el formulario de autorización y devolver a la maestra del estudiante.


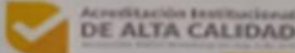
AUTORIZACION

He leído el procedimiento descrito arriba. El (la) investigador(a) me ha explicado el estudio y ha contestado mis preguntas. Voluntariamente doy mi consentimiento para que mi hijo(a) _____, participe en el estudio de Dina Luz Galarcio Corrales, sobre habilidades del pensamiento crítico (análisis e interpretación) en la resolución de problemas para el aprendizaje de ecuaciones lineales, enfocado a estudiantes del grado octavo. He recibido copia de este procedimiento.

Padre/Madre / Acudiente

Fecha

Anexo B Consentimiento informado al rector

Montería, Octubre 21 de 2021

Señor
Eduardo Correa Suarez
Rector
Institución Educativa Manuel Ruiz Álvarez
Ciudad

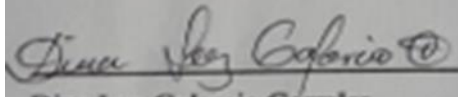
Cordial saludo,


Yo, DINA LUZ GALARCIO CORRALES, como estudiante de la Maestría en Enseñanza de las Ciencias de la Universidad Autónoma de Manizales, solicito ante usted permiso para desarrollar dentro de su institución educativa y con los estudiantes del grado octavo dos (8°-2), la propuesta de investigación denominada HABILIDADES DEL PENSAMIENTO CRÍTICO (ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN) EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA EL APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES LINEALES.

Para el desarrollo de la investigación, se recolectará información a través de evaluación diagnóstica, desarrollo de una unidad didáctica, evaluación final y diario de campo de los estudiantes durante el desarrollo de las actividades. Vale la pena resaltar que la información se utilizará únicamente con fines investigativos y se manejará la confidencialidad de la misma, al igual que me comprometo a dar a conocer los resultados a la comunidad educativa una vez concluido el proyecto.

Agradezco de antemano su gran apoyo y colaboración.

Atentamente,


Dina Luz Galarcio Corrales
Estudiante de maestría en Enseñanza de las Ciencias
Universidad Autónoma de Manizales


FIRMA DEL RECTOR

Anexo C Unidad didáctica

HABILIDADES DEL PENSAMIENTO CRÍTICO (ANÁLISIS E
INTERPRETACIÓN) EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA EL
APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES LINEALES

DINA LUZ GALARCIO CORRALES

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y EMPRESARIALES

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

2021

Introducción

El proceso de enseñanza y aprendizaje permite la adquisición de nuevos conocimientos, desarrollar habilidades que les posibilitan a los estudiantes desenvolverse de manera eficiente en diferentes contextos, por ello, es un proceso que requiere de una buena organización y planificación de los contenidos que se van a enseñar, en este sentido, es de gran utilidad la implementación de una unidad didáctica (UD), la cual motive a los estudiantes a una participación activa y reflexión sobre sus propios procesos de aprendizaje, con el fin de mejorar su desempeño en el área de matemáticas. La presente unidad didáctica estará focalizada en el desarrollo de habilidades del pensamiento crítico haciendo énfasis en la capacidad de análisis e interpretación bajo la resolución de problemas que involucran el uso de las ecuaciones lineales. En primera instancia, es necesario recordar que todo ejercicio didáctico se entiende como el medio y el fin de la enseñanza y que reviste de un acento teórico-práctico para los procesos de enseñanza-aprendizaje (Arias y Torres, 2017); por lo tanto, una unidad didáctica es posible definirla como las unidades de trabajo que estructura el proceso de enseñanza-aprendizaje casi de manera curricular (Hernández, 2002).

En consecuencia, una UD es entonces un conjunto de aspectos pedagógicos que deben estar organizados para desarrollar la temática dentro de un espacio, un tiempo y un contexto determinado, lo que mencionan Arias y Torres (2017) al respecto sé que, en toda UD, no se deben tener en cuenta sólo los contenidos a trabajar sino también deben ser valorados los objetivos procedimentales y valorativos con los cuales se garantizará el éxito del proceso pedagógico.

La siguiente UD está construida para estudiantes de grado octavo de nivel secundaria bajo la finalidad de cursar una estrategia creativa basada en un enfoque cualitativo que permita avanzar en el desarrollo de habilidades del pensamiento crítico a través de la validez y objetividad de actividades vinculadas a ecuaciones lineales que son un punto importante en el pensamiento algebraico y otros elementos propios del

conocimiento matemático. En este orden de ideas, la implementación de esta UD se planteará en tres momentos importantes: Ubicación, Desubicación y Reenfoque.

El punto de partida de esta unidad se ubicará en un contexto de resolución de problemas a través de estrategias y planes para establecer solución y evaluación final a problemas específicos. El segundo momento se basa en la determinación estratégica para abordar con los estudiantes la temática planteada y tres aspectos importantes para la resolución de problemas según la heurística de De Guzmán: familiarización del problema, búsqueda de estrategias, uso de estrategias y revisión de consecuencias. Finalmente, el tercer momento tendrá cabida en esta UD como una evaluación de los procesos, destrezas y recursos suscitados en las actividades.

Tal como menciona Matasanz (2012) la propiedad de estos tres momentos es trascendental si se considera que en niveles escolares se logra desarrollar distintos elementos flexibles para la construcción de conocimientos y habilidades. En el caso de esta UD, los tres momentos establecidos buscan: el desarrollo del pensamiento crítico y la flexibilidad para el aprendizaje de ecuaciones lineales en la resolución de conflictos.

Justificación

En distintas investigaciones ha sido posible observar la reiterada apatía de los estudiantes de secundaria que a nivel general muestran dificultades a la hora de enfrentarse a una situación de problema, especialmente, cuando dicha situación problema implica el uso de procesos matemáticos para su resolución. Estos aspectos han dado como lugar la poca habilidad crítica, reflexiva o metacognitiva a la hora de hacer frente a los problemas de esta índole (Gallo, 2018).

Las pocas capacidades para establecer relaciones significativas entre las funciones y representaciones lineales de las matemáticas y el desarrollo del pensamiento crítico, es una muestra de las falencias de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas que se experimenta en la institución, pues es apenas necesario mencionar cómo la construcción

del conocimiento se convierte en la piedra angular de vital importancia de la reflexión y la crítica, es decir, que de la reflexión frente al ejercicio matemático o al de la resolución de problemas es la consecuencia de pensar las matemáticas de manera asociativa e interpretativa. De manera que, en principio, establecer herramientas en una UD diseñada.

para el desarrollo del pensamiento crítico en el ámbito de las matemáticas implica implementar procesos de planteamiento, razonamiento, comunicación y resolución de problemas.

En esta UD se profundizarán los aspectos conceptuales y prácticos de los problemas matemáticos como sendero para cobrar importancia del pensamiento crítico, pues el aprendizaje de las matemáticas no se limita a capacidades de memorización y definición de teoremas y fórmulas complejas sino que potencia con fuerza la constitución de habilidades y destrezas que favorecen la madurez del pensamiento en los estudiantes, y con esto último, capacidades para contextualizarse con propiedad en situaciones adversas para formular y aplicar estrategias en virtud de su resolución. Teniendo en cuenta que las ecuaciones lineales son un aspecto fundamental de las matemáticas toda vez que, en la práctica, se conciben formas de inventar, razonar y analizar las preguntas para generar formas de responderlas basadas en la experiencia propia y en los conocimientos previos.

Si se tiene en cuenta lo anterior se refuerza lo que Polya (1976) enfatizó como estrategias de resolución de problemas de cuya prioridad en las matemáticas, se enfatiza no el “proceso mecánico” para dar respuesta matemática a problemas matemáticos, sino la particularidad actitudinal, crítica, creativa, analítica y metacognitiva propias del desarrollo humano que son al fin y al cabo el triunfo de las matemáticas en la educación secundaria. Por todo esto, se trata entonces del afianzamiento personal y la gestión en habilidades del pensamiento.

Estructurado de esta manera, es necesario proponer y promover una UD para potenciar el desarrollo del pensamiento crítico como principio fundamental para implicarse en ejercicios matemáticos. Es así, que las ecuaciones lineales forman un punto importante

en esta UD, y que, en efecto, se llevarán a cabo actividades dinámicas para abrir a los estudiantes a posturas flexibles y reflexivas respecto al pensamiento crítico.

Objetivo general: Establecer las habilidades del pensamiento crítico (análisis e interpretación) y su relación con la resolución de problemas que involucran ecuaciones lineales.

Marco teórico

Según la Real Academia Española (RAE), una ecuación se define como una igualdad que contiene al menos una incógnita, y que, en un primer grado, dicha incógnita es aquella cuyo determinado número es desconocido tal como se ejemplifica a continuación:

Figura 11. Ejemplo de ecuación

Incógnita $x + 25 = 56$ Ecuación

Fuente: Huircan y Carmona (2013)

Ahora bien, respecto a la ecuación lineal es necesario tratar de definirla como un proceso algebraico que, según Cortes (2020) está constituido por: letras, números y un signo igual. Es decir, que una ecuación lineal es una estructura que suma o multiplica las variables sin incluir exponentes, raíces cuadradas u otros procesos complejos. Una ecuación lineal es un proceso de menor complejidad; las ecuaciones lineales o de primer grado se expresan de la forma: $ax + b = 0$, o cualquier otra operación que logre transponer términos y simplificar expresiones tal como se muestra en la figura 2:

Figura 12. Ejemplo de ecuación lineal

$$a \neq 0$$

Elaboración propia

Pasos para resolver una ecuación lineal.

Un procedimiento sencillo y básico para resolver una ecuación lineal se constituye en los siguientes cinco pasos:

1. Quitar paréntesis.
2. Quitar denominadores.
3. Agrupamos los términos en x en un miembro y los términos independientes en el otro.
4. Reducir los términos semejantes.
5. Despejar la incógnita.

Los pasos anteriormente denominados son profundizados por Cremiro (2016) para dar una explicación secuencial sobre cómo resolver una ecuación lineal, tal como se verá a continuación.

1. Quitar paréntesis

Los paréntesis son retirados de la ecuación, si dicha ecuación se presenta más o menos así:

Figura 13. Ecuación lineal paso 1

$$3(x - 8) + 6(2 - x) - (x - 2) = x$$

Elaboración propia.

Una vez despejado, la ecuación se desarrolla tomando en cuenta la propiedad distributiva, esto es:

Figura 14. Ecuación lineal paso 1

$$a(b + c) = ab + ac$$

Elaboración propia.

De la misma manera, la ley de los signos debe ser considerada:

Figura 15. Ecuación lineal paso 1

$$3(x - 8) + 6(2 - x) - (x - 2) = x \quad \Rightarrow \quad 3x - 24 + 12 - 6x - x + 2 = x$$

Elaboración propia.

2. Quitar denominadores

De llegar a existir términos fraccionarios en la ecuación, es importante identificar los denominadores existentes dado que, es importante calcular el mínimo común múltiplo (m.c.m) de la ecuación para multiplicarla. Un ejemplo de esto se ve a continuación:

Figura 16. Ecuación lineal paso 2

$$\frac{x - 10}{2} + \frac{x + 8}{4} = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{mcm}(2, 4) = 4$$

multiplicamos la primera fracción por $\frac{2}{2}$

$$\frac{2(x - 10)}{4} + \frac{(x + 8)}{4} = 0 \quad \Rightarrow \quad 2(x - 10) + (x + 8) = 0 \cdot 4$$

Aquí de nuevo podríamos necesitar quitar paréntesis para simplificar

$$2x - 20 + x + 8 = 0 \quad \Rightarrow \quad 3x + 12 = 0$$

Elaboración propia

3. Agrupar los términos en x en un miembro y los términos independientes en el otro

Llegados a este punto, se debe tener la suma y resta de los términos con “X” y los términos independientes de ambos extremos de la ecuación. Una vez así, a continuación, se juntan las “x” de un extremo y los términos independientes del otro; para ello, es importante tener en mente que, si de un lado de la ecuación se suma $2x$, es posible trasladarlo al otro extremo con una expresión parecida a $-2x$.

Figura 17. Ecuación lineal paso 3

$$8x - 64 = 0 \quad \Rightarrow \quad 8x = 64$$

$$10x + 12 = 7x + 33 \quad \Rightarrow \quad 10x - 7x = 33 - 12$$

Elaboración propia

4. Reducir los términos semejantes

Tras detentar los términos con x en conjunto, lo siguientes es sumar o restar dependiendo de lo que se busque. El mismo procedimiento se aplica con los términos independientes, así:

Figura 18. Ecuación lineal paso 4

$$10x - 7x = 33 - 12 \quad \Rightarrow \quad 3x = 21$$

$$9x - 3x + 2x + x = 5 + 27 + 54 - 12 + 7 \quad \Rightarrow \quad 9x = 81$$

Elaboración propia

5. Despejamos la incógnita

En caso de que exista un coeficiente acompañando la variable x ; es importante recordar que, dado que se trata de una multiplicación, es necesario pasar dicha operación al otro lado por lo que traduce a una división. Esta operación se denomina: despejar.

Figura 19. Ecuación lineal paso 5

$$9x = 81 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{81}{9} \quad \Rightarrow \quad x = 9$$

Elaboración propia

Ley de los signos

Aviña et al. (2017) explican que los signos matemáticos son aquellos que indican el estado de una operación matemática, dando alusión a operaciones de adición, sustracción,

multiplicación y división. A continuación, se ejemplificarán la ley de los signos en estas cuatro operaciones básicas:

Figura 20. Ley de los signos

<p>En la suma</p> <p>$(+)+(+) = +$ $(+)+(-) = svm$ $(-)+(+) = svm$ $(-)+(-) = -$</p> <p>En la multiplicación</p> <p>$(+) \times (+) = +$ $(+) \times (-) = -$ $(-) \times (+) = -$ $(-) \times (-) = +$</p>	<p>En la resta</p> <p>$(+)+(+) = +$ $(+)+(-) = svm$ $(-)+(+) = svm$ $(-)+(-) = -$</p> <p>En la división</p> <p>$(+) \div (+) = +$ $(+) \div (-) = -$ $(-) \div (-) = +$ $(-) \div (+) = -$</p>
---	--

(svm: signo de valor mayor)

Fuente: Aviña et al. (2017)

Figura 21. Método de resolución de ecuaciones

MÉTODO GENERAL DE RESOLUCIÓN DE ECUACIONES

Resuelve la ecuación $2(x - 4) - (6 + x) = 3x - 4$.

Para resolver una ecuación es conveniente seguir estos pasos.

1.º Eliminar paréntesis.	$2x - 8 - 6 - x = 3x - 4$
2.º Reducir términos semejantes.	$x - 14 = 3x - 4$
3.º Transponer términos.	
Restamos x en ambos miembros.	$x - x - 14 = 3x - x - 4$
	$-14 = 2x - 4$
Sumamos 4 en ambos miembros.	$-14 + 4 = 2x - 4 + 4$
	$-10 = 2x$
4.º Despejar la incógnita.	
Dividimos ambos miembros entre 2.	$\frac{-10}{2} = \frac{2x}{2} \rightarrow -5 = x$

Elaboración propia

Tiempo de ejecución de la unidad didáctica

El tiempo estipulado para la Unidad Didáctica es de 4 semanas, con una intensidad de 4 horas semanales. Las semanas serán distribuidas así: Momento de ubicación: una semana, momento de desubicación: dos semanas y momento de Reenfoque: una semana.

Unidad de trabajo

La unidad didáctica será aplicada a estudiantes del grado octavo dos de la Institución Educativa Manuel Ruiz Álvarez, el cual cuenta con treinta y ocho (38)

estudiantes. Para el desarrollo de la unidad de trabajo, se hace indispensable el apoyo de las directivas de la institución, los compañeros docentes, pero principalmente el de los padres de familia y estudiantes para un mejor aprovechamiento de la misma.

Formas de trabajo

En los tres momentos de las unidades, las actividades serán desarrolladas de forma presencial y de manera individual por cada estudiante.

UNIDAD DIDÁCTICA

Grado: octavo

Objetivo: Identificar saberes previos, dificultades y habilidades que tienen los estudiantes para desarrollar habilidades de pensamiento crítico (análisis e interpretación) a través de la resolución de problemas que requieren del uso de ecuaciones lineales para su solución.

Evidencias de aprendizajes:

- Realizar un primer diagnóstico para identificar los conocimientos y habilidades de los estudiantes antes de la implementación de la unidad didáctica.

- Analiza la situación expuesta en el problema para llegar a una solución correcta y justificable.
- Estudia las diversas formas de abordar un problema desde la heurística de De Guzmán y la aplicación habilidades del pensamiento crítico (análisis e interpretación).
- Emplea los métodos recomendados para solucionar problemas que involucran ecuaciones lineales, para el desarrollo del pensamiento crítico.
- Realizar diagnóstico final para identificar los conocimientos y habilidades de los estudiantes después de la implementación de la unidad didáctica.

OBJETIVOS	ACTIVIDADES	PROPÓSITO	DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	TIEMPO
1. MOMENTO DE UBICACIÓN				
Realizar un primer diagnóstico de la manera como los estudiantes abordan y solucionan un problema.	Actividad #1 instrumento de indagación de ideas previas	Realizar un primer diagnóstico de la manera como los estudiantes abordan un problema que involucran ecuaciones lineales y emplean sus habilidades de análisis e interpretación.	Se expone un instrumento de indagación de ideas previas para identificar cómo los estudiantes abordan y solucionan un problema, deben resolver en forma escrita, clara y ordenada mostrando todos los procedimientos emplearon para obtener la respuesta correcta.	2 hora para resolverlos 2horas para socializarlo

2. MOMENTO DE DESUBICACIÓN

<p>Propiciar espacios de aprendizajes focalizando las dificultades presentadas por los estudiantes al resolver situaciones problemas que requieren el uso de las ecuaciones lineales.</p>	<p>APLICO MÉTODOS PARA ENCONTRAR UNA SOLUCIÓN</p> <hr/> <p>Actividad #1</p> <p>Construcción y aplicación de un instrumento con situaciones en las que se puedan focalizar el aprendizaje de las ecuaciones lineales</p>	<p>Familiarizar al estudiante con los símbolos propios del lenguaje algebraico, utilizado en la construcción de las ecuaciones lineales y así dar significado a cada uno de ellos en las diferentes situaciones problemas que se le planteen.</p>	<p>Se propone la familiarización del estudiante con las ecuaciones lineales través de la visualización de videos cortos explicativos, una presentación en PDF y la intervención del docente para aclarar algunos conceptos claves a tener en cuenta para expresar un enunciado del lenguaje natural al lenguaje algebraico y viceversa, para así facilitar la resolución de problemas que involucren ecuaciones lineales, luego se realizará una socialización de lo comprendido en cada video.</p> <p>Se presentará a los estudiantes situaciones</p>	<p>2 horas para resolverlos</p> <p>1horas para socializarlo.</p>
---	---	---	--	--

<p>Trabajar las habilidades del pensamiento crítico (análisis e interpretación) a través de la resolución de problemas que involucran ecuaciones lineales, aplicando la heurística de De Guzmán.</p>	<p>Ejercicio #2</p> <p>Explicación a los estudiantes por parte del docente de la heurística de resolución de problemas de Miguel De Guzmán, mediante situaciones que requieren del uso de las ecuaciones lineales para plantear la solución, asociando las habilidades de pensamiento crítico: análisis e interpretación.</p> <p>Ejercicio #3</p> <p>Solución de problemas que requieren del</p>	<p>Explicar a los estudiantes cómo resolver situaciones problemas que involucren ecuaciones lineales, mediante la heurística de Miguel de Guzmán, integrando las habilidades de pensamiento crítico: análisis e interpretación.</p> <p>Evidenciar la forma en que los estudiantes construyen la respuesta a las situaciones problemas planteadas por medio de varios pasos propuestos en la heurística de</p>	<p>problemas en las que se requiera representarlas mediante una ecuación lineal, solucionados y modelado mediante la heurística de Miguel de Guzmán, aplicando las habilidades de pensamiento crítico: análisis e interpretación.</p> <p>Los estudiantes deberán analizar el método mostrado para resolver los problemas planteados.</p> <p>Se plantearán dos situaciones problemas que los estudiantes desarrollaran de manera individual para analizar</p>	<p>4 horas (2 horas por día)</p>
--	--	---	--	----------------------------------

	uso de expresiones algebraicas, aplicando la heurística de Miguel de Guzmán, haciendo uso en el proceso de las habilidades de pensamiento crítico: análisis e interpretación.	De Guzmán que se recomienda, vinculada a las habilidades de pensamiento crítico (análisis e interpretación)	la comprensión lograda por cada uno de ellos, relacionada con la heurística de resolución de problemas de Miguel De Guzmán y al mismo tiempo se plantearán preguntas que permitan identificar el avance de las habilidades de pensamiento crítico: análisis e interpretación. Socialización de los resultados.	
3. MOMENTO DE REENFOQUE				
Analizar cómo el seguir la secuencia indica se puede llegar a una solución correcta y consciente de su proceso.	APLICO LO QUE APRENDÍ	Realizar un diagnóstico final para identificar cómo el desarrollo de la unidad didáctica proporcionó a los estudiantes habilidades de análisis e interpretación para resolver	Aplicación de las habilidades aprendidas durante el desarrollo de los momentos uno y dos en un test final evaluativo.	2 horas para resolverlos 2 horas para socializarlo

		problemas que involucran ecuaciones lineales.		
--	--	---	--	--

GUIA N° 1

MOMENTO 1: UBICACIÓN

MATEMÁTICAS

GRADO OCTAVO

ACTIVIDAD N° 1

EXPLORANDO PARA OBTENER RESPUESTAS.

PROPÓSITO: se realizará el diagnóstico de la manera como los estudiantes abordan un problema que involucran ecuaciones lineales y emplean sus habilidades de análisis e interpretación.

RECURSOS: Guía de la actividad para cada estudiante.

DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD: Los estudiantes trabajarán este primer momento resolviendo el instrumento de indagación de ideas previas, se desarrollará de manera individual, a cada estudiante se le hará entrega una copia de la actividad con los problemas planteados, tiempo destinado para esta actividad es de dos horas; terminada la actividad los estudiantes regresaran al docente la copia ya trabajada, para realizar la revisión y análisis de las respuestas. Luego de concluida esta primera actividad; se brindará un espacio de retroalimentación entre todos para resolver las dudas y preguntas que surgieron durante el desarrollo de la misma; todo con el objetivo de identificar cómo los

estudiantes abordan los problemas y de qué manera llegan a su solución, conocer e identificar las dificultades presentadas durante el proceso.

INSTRUMENTO DE INDAGACIÓN DE IDEAS PREVIAS

TEST



LEE DETALLADAMENTE Y ANALIZA LAS SIGUIENTES SITUACIONES:



Situación 1: La suma de un número aumentado en cuatro, más el triple del mismo número es igual a 32. ¿Cuál es el número?

1. ¿Cuáles son los datos que necesitas saber para dar solución al problema?



2. ¿Cuál crees que es la mejor forma de encontrar ese número?

3. ¿Cuál sería la expresión matemática que nos permite traducir esta situación de manera general?





4. ¿Cuáles fueron las dificultades que se te presentaron para dar solución al problema?



Situación 2: Mariana tiene un lote de forma triangular cuyos lados miden 13 metros, 15 metros y 8 metros y Daniel tiene un lote de forma rectangular cuyo perímetro es de 110 metros y las medidas vienen dadas de la siguiente manera: largo $3x + 7$ y ancho $3x$. Ambos desean cercar sus lotes con una malla. Determina la cantidad de metros de malla que cada uno necesita, sabiendo que al lote de Daniel solo le falta cercar los lados señalados en la imagen.



1. ¿Crees que es posible determinar la cantidad de metros de malla que necesita tanto Mariana como Daniel? Explica tu respuesta.

2. ¿Consideras que en ambos casos los datos suministrados son suficientes para determinar la cantidad de metros de malla que necesita cada uno de ellos? Explica tu respuesta.



3. ¿Qué estrategias utilizarías para resolver la situación planteada para Mariana y Daniel?

4. Si pudieras realizar un cambio en la situación 3, ¿qué cambiarías? y ¿Por qué?



5. Escribe, ¿cuántos metros de malla

necesita?

a. Mariana _____

b. Daniel. _____



6. ¿Qué dificultades tuviste al resolver la situación 3?

Cabe resaltar, que a los estudiantes que se les aplicará, el instrumento inicial de indagación de ideas previas de manera presencial y que asistan de manera frecuente bajo el modelo de alternancia propuesto por la institución por efectos de la pandemia, se les brindará un espacio de 2 hora de trabajo individual; al finalizar cada estudiante deberá entregar a la docente sus respectivas soluciones y se socializará en el próximo encuentro presencial con 2 hora de duración.

En el encuentro se realizará una revisión de cada pregunta, donde se tendrá la posibilidad de leer, analizar y socializar cada una de las preguntas planteadas, los estudiantes tendrán la oportunidad de compartir sus respuestas explicando cómo resolvió cada una de las situaciones planteadas, que dificultades encontraron y que estrategias implementaron. Lo anterior, tiene como objetivo identificar puntos en común y diferencias, que serán retroalimentadas por la docente para realizar un acercamiento a la formalización de los resultados obtenidos.

GUIA N° 2

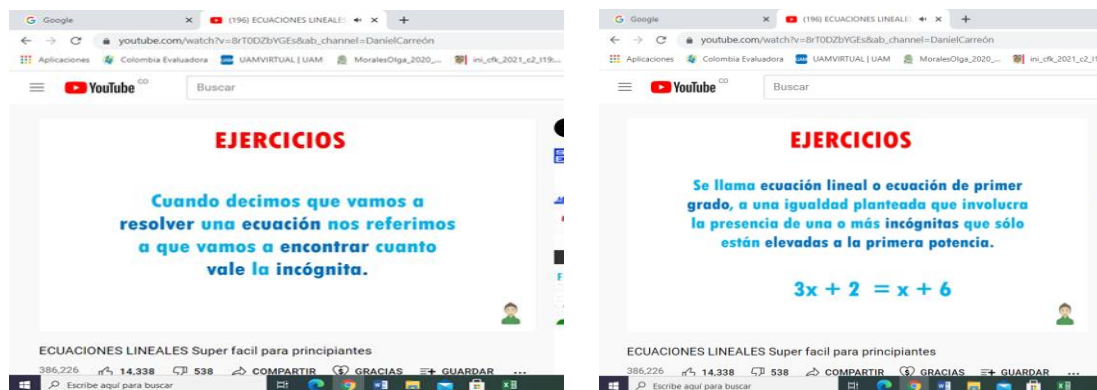
MOMENTO 2: DESUBICACIÓN

Objetivo: Reconocer las ecuaciones lineales, la forma en que éstas se resuelven y como interfieren en la solución de situaciones problemas.

APLICO MÉTODOS PARA ENCONTRAR UNA SOLUCIÓN

ACTIVIDAD N°-1.

En un primer momento a los estudiantes se les proyectará el video del link que se encuentra a continuación <https://www.youtube.com/watch?v=8rTODZbYGEs>. En esta página encontrarán un video tutorial de aproximadamente 8 minutos, que explica ¿qué es una ecuación lineal? y ¿cómo resolver un ejercicio con ecuaciones lineales de primer grado?, mientras observan el video la docente hará énfasis en algunos aspectos claves para la solución de ecuaciones lineales.



Después de observar el video, a cada estudiante se le entregará una copia con las preguntas que se formulan a continuación, con las cuales se busca que ellos identifiquen algunos elementos de las ecuaciones lineales, interpreten, analicen los procesos empleados para la solución de dichas ecuaciones y afiancen el conocimiento con una serie de ejercicios propuestos en el video.

- ¿Cuáles son las incógnitas?

- ¿Cómo se definen?

- ¿Qué pasos deben realizar para resolver una ecuación lineal? Describir el proceso empleado en cada uno de los ejemplos.

- Describe cómo sería el proceso, de manera general para resolver ecuaciones lineales.

Teniendo en cuenta las orientaciones y explicaciones dadas en el video y las observaciones realizadas por la docente, en cuanto a la temática de las ecuaciones lineales y como se resuelven; se plantea a los estudiantes realizar de manera individual los ejercicios de solución de ecuaciones lineales propuestos al final del video para aplicar lo aprendido y afianzar sus conocimientos, los cuales les aparece en la copia que fue entregada inicialmente. Los ejercicios propuestos en el video se muestran en la siguiente imagen.

Compartidos conmigo - Google | X ECUACIONES LINEALES Super facil para principiantes

youtube.com/watch?v=8rT0DZbYGes&ab_channel=DanielCarreón

Aplicaciones Colombia Evaluadora UAM UAMVIRTUAL | UAM MoralesOlga_2020... ini_cfk_2021_c2_J

YouTube solución de problemas con ecuaciones lineales siguiendo el m

EJERCICIOS

Resuelve las siguientes ecuaciones lineales o de primer grado

A $x + 7 = 22$	E $6x = 42$	I $5x - 5 = 2x + 16$
B $x + 15 = 51$	F $8x = 88$	J $5x + 10 = 2x + 40$
C $x - 19 = 40$	G $\frac{x}{3} = 9$	K $4x - 3 = 3x + 2$
D $x - 25 = 50$	H $\frac{x}{8} = 7$	L $6x - 6 = 5x + 5$

ECUACIONES LINEALES Super facil para principiantes

Luego de visualizar el video y responder las preguntas planteadas se procederá a la socialización de las respuestas dadas por cada uno de ellos, a través de la mediación del docente, de tal forma que se promueva la participación de todos los estudiantes, donde se buscará clarificar y consolidar el proceso para resolver ecuaciones lineales, aclarar dudas e inquietudes, lo cual les permitirá afianzar sus conocimientos en la temática desarrollada.

Después de la exploración y solución de los ejercicios propuestos al final del video, se hará la socialización de esta parte de la actividad mediante la dinámica **“Saboréate una ecuación lineal”** la cual consistirá en la presentación por parte del docente de 12 dulces diferentes, cada dulce estará asociada a un ejercicio de los propuestos en el video. Se le pedirá a cada estudiante que seleccione un dulce de su preferencia y explique en el tablero el ejercicio que le correspondió para que pueda saborear ese delicioso dulce. Durante la intervención de los estudiantes, el docente va retroalimentando la temática con el propósito de ir fortaleciendo los procesos que se deben seguir para resolver ecuaciones lineales.

"Saboréate una ecuación lineal"



Para el desarrollo de esta actividad se dispondrá de un tiempo de 3 horas de clase de 60 minutos cada una, que se distribuyen en la presentación del video de duración 8 minutos aproximadamente, 40 minutos para desarrollar las preguntas y ejercicios propuestos en el video y el resto del tiempo para la socialización y consenso de la actividad.

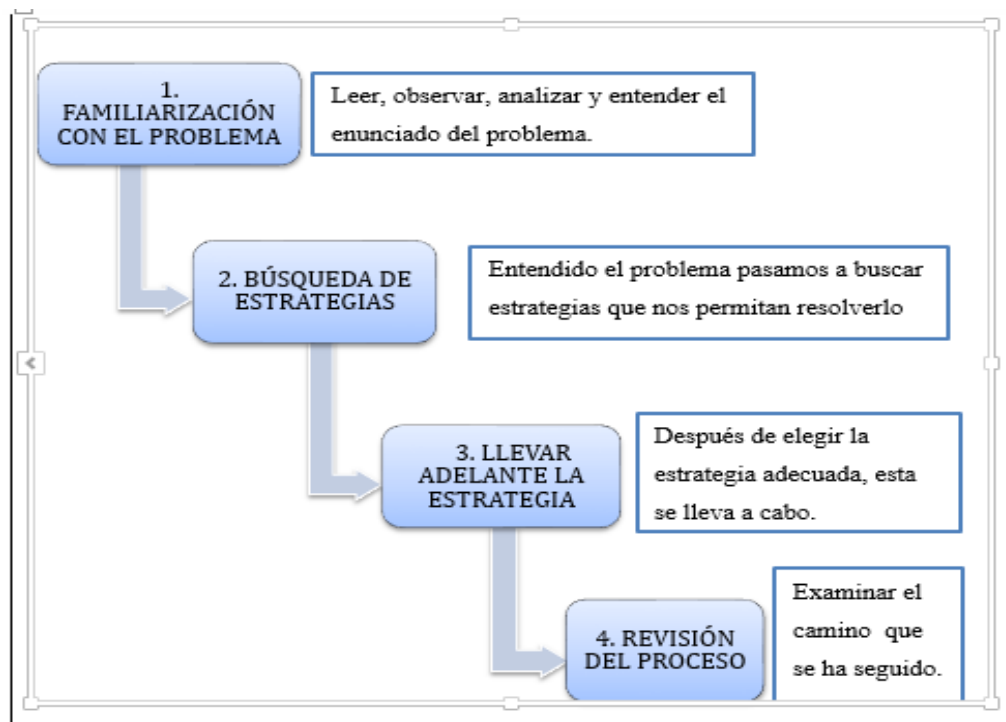
ACTIVIDAD N°-2.

En esta actividad 2, en un primer momento, se realizará la modelación por parte del docente de solución de problemas relacionados con ecuaciones lineales, haciendo uso de la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán, e incorporando las habilidades de pensamiento crítico (análisis e interpretación).

La modelación por parte del docente se realizará a través carteleras dispuestas en lugares estratégicos en el aula de clase; para lo cual se inicia con la presentación de un esquema de la heurística de Miguel De Guzmán y se explicará en qué consiste cada una de las cuatro fases propuestas en la heurística; a partir de ahí, se presentan en cartelera los dos problemas que se muestran a continuación, los cuales requieren plantear una ecuación lineal para llegar a su solución. El primer ejercicio lo explica la docente paso a paso y para el segundo, la docente tendrá en cuenta la participación activa de los estudiantes, durante la presentación y explicación se orienta al estudiante a comprender y

expresar el significado de una situación, los procedimientos utilizados, los datos presentes en dicha situación, las relaciones que se pueden establecer entre esos datos y formas diferentes de representar la información (lenguaje algebraico), con lo cual se puede evidenciar la forma como se vincula la resolución de problemas con el desarrollando procesos de pensamiento que permitan el análisis y la interpretación.

Para esta actividad se dispondrá de un tiempo de 2 horas de 60 minutos cada una y 2 horas para la socialización de la misma y se realizaran de manera presencial.



Elaboración propia.

La docente les recuerda a los estudiantes la importancia de estar atento a la explicación debido a que ellos harán uso de la heurística y las habilidades de pensamiento crítico para solucionar situaciones problemas que se le propondrán más adelante.

Aprovechando la participación de los estudiantes se hará la retroalimentación de la temática recordando la importancia de cada una de las etapas de la Heurística de Miguel de Guzmán incorporando las habilidades de pensamiento crítico (análisis e interpretación) para solucionar situaciones problemas de manera satisfactoria.

A continuación, se relaciona las situaciones problemas y el proceso a seguir planteado durante la presentación y explicación.

PROBLEMA #1.

En una evaluación final de español había que contestar 40 preguntas. Por cada pregunta bien contestada dan cinco puntos y por cada fallo restan tres. ¿Cuántas preguntas acertó Andrés sabiendo que ha obtenido 80 puntos y que contestó todas?

HEURÍSTICA DE MIGUEL DE GUZMAN	
<p>1. FAMILIARIZACIÓN DEL PROBLEMA</p> <p>En esta fase el estudiante debe leer, observar, comprender y analizar el enunciado del problema, lo cual permitirá obtener una idea clara al determinar los datos que intervienen, la relación entre ellos, entender claramente que se les está preguntando y buscar la información necesaria para su solución, procesos que le permitirán al estudiante fortalecer las habilidad de interpretación, puesto que para Facione (2007) la interpretación es “comprender y expresar el significado o la relevancia de una amplia variedad de experiencias, situaciones, datos,</p>	<p>1. ¿Qué te pide el problema?</p> <p>R/ Indicar la cantidad de preguntas acertadas.</p> <p>2. ¿Qué datos del enunciado son los más importantes? ¿por qué?</p> <p>R/ número de preguntas: 40</p> <p>Preguntas correctas: suman 3 puntos</p> <p>Preguntas erróneas: restan 2 puntos</p> <p>Total, de puntos obtenidos: 80</p>

<p>eventos, juicios, convenciones, creencias, reglas, procedimientos o criterios”, y también, incluye las subhabilidades de categorización, decodificación del significado y aclaración del sentido.</p> <p>INDICADOR: El estudiante identifica las magnitudes e incógnitas involucradas en el problema, plantea cómo se transforma un enunciado a un modelo algebraico y soluciona un problema utilizando una ecuación lineal resolviendo la incógnita.</p>	<p>3. ¿Qué magnitud te piden encontrar?</p> <p>R/ Número de preguntas acertadas.</p> <p>4. ¿Qué datos conoces del problema?</p> <p>Numero de preguntas = 40</p> <p>Puntaje obtenido: 60 puntos</p> <p>La relación entre los puntajes que se suman y los que se restan.</p> <p>5. ¿Escribe qué elementos requieres para solucionar el problema, y por qué? Identificar cómo se relacionan cada uno de las magnitudes disponibles, cuáles faltan y cómo plantear la ecuación.</p>
<p>2. BÚSQUEDA DE ESTRATEGIAS</p> <p>Una vez se ha entendido el problema pasamos a buscar estrategias que nos permitan resolverlo, puede ser haciendo uso de un esquema o dibujo, escogiendo un lenguaje adecuado, suponiendo el problema resuelto.</p> <p>El estudiante debe procurar diseñar varias estrategias que conlleven a la solución, lo cual requiere de la habilidad de análisis del</p>	<p>1. ¿Qué datos se necesitan para poder contestar las preguntas del problema?</p> <p>R/ Relacionar cada valor dado con la incógnita.</p> <p>2. ¿Qué debes hacer para solucionar el problema? Explica de</p>

<p>estudiante, ya que según Facione (2007) el análisis “consiste en identificar las relaciones de inferencia reales y supuestas entre enunciados, preguntas, conceptos, descripciones u otras formas de representación que tienen el propósito de expresar creencia, juicio, experiencias, razones, información u opiniones”, pero también hacen parte del análisis examinar las ideas, detectar y analizar argumentos.</p> <p>INDICADOR: El estudiante busca posibles propuestas para la solución del problema, vinculando el proceso de ecuaciones lineales.</p>	<p>manera organizada cómo lo vas a resolver.</p> <p>Primero plantear la ecuación donde se relacionen las incógnitas con los datos que se presentan en el ejercicio:</p> <p>Donde X equivale al valor que se está buscando que en este caso son preguntas acertadas.</p> <p>$+5(X)$ = puntaje entregado por cada pregunta bien contestada.</p> <p>$-3(X)$ = puntos que se quitan cuando se contesta erróneamente una pregunta.</p> <p>$40 - X$ = preguntas totales menos el valor que se está buscando.</p> <p>Todo esto lo igualamos al valor del puntaje y nos quedaría la ecuación:</p> $5(X) - (3 (40 - X)) = 80$ <p>Luego de esto se debe despejar la X, que es la incógnita, y representa las preguntas acertadas, que se deben hallar.</p>
---	--

	<p>3. Este plan es suficiente para dar solución al problema?</p> <p>SI_ x_ NO___ ¿Por qué?</p> <p>Permite despejar la incógnita y encontrar el número de preguntas que acertadas.</p>
<p>3. LLEVAR ADELANTE LA ESTRATEGIA</p> <p>En esta fase se seleccionará y se pondrá en práctica la estrategia escogida en la fase anterior (búsqueda de estrategia), la cual se aplicará para la resolución del problema, en caso que no resulte es necesario actuar con flexibilidad, no empecinarse en trabajar con una sola estrategia, para ello, es preciso regresar al paso anterior tantas veces sea necesario hasta determinar la estrategia apropiada para la resolución del problema.</p> <p>INDICADOR: El estudiante procede a implementar el proceso de desarrollo el pensamiento crítico (análisis e interpretación) para identificar las incógnitas y desarrollar la ecuación.</p>	<p>Primero se deben despejar las operaciones de los paréntesis:</p> $5(X) - (3(40 - X)) = 80$ $5X - ((3*40) + (3X)) = 80$ $5X - 120 + 3X = 80$ <p>Luego de esto se organizan las X a un lado y los números al otro. Se deben tener en cuenta la ley de los signos y cómo estos cambian.</p> $5X + 3X = 80 + 120$ $8X = 200$ $X = 200/ 8$ $X = 25$ <p>Finalmente se analiza la respuesta obtenida:</p>

	<p>25 es el número de respuestas que se contestaron correctamente.</p> <p>Respuestas incorrectas:</p> <p>$40-x = 40 - 25 = 15$</p>
<p>4. REVISIÓN DEL PROCESO</p> <p>Es importante examinar con detenimiento y profundidad el camino que has seguido. ¿Cómo has llegado a la solución? Si no has sido capaz de resolver el problema, ¿por qué no has llegado a la solución? ¿Qué necesitas aprender? En esta fase es el momento de evaluar si la estrategia ha funcionado y si se puede encontrar una forma más sencilla para resolver el problema; por último, se elaboran conclusiones para situaciones futuras. Esta es una etapa de reflexión, se debe pensar si la solución obtenida es acorde a lo que se pretendía y si existe una forma de encontrar la solución por un camino más simple.</p> <p>Es este caso se pone en práctica la habilidad de análisis del estudiante, ya que según Facione (2007) el análisis “consiste en identificar las relaciones de inferencia reales y supuestas entre enunciados, preguntas, conceptos, descripciones u otras</p>	<p>1. ¿Has conseguido encontrar la solución al problema?</p> <p>Si, al plantear la ecuación y despejar la incógnita X, para hallar la respuesta correcta.</p> <p>2. ¿Por qué? Justifica tu respuesta.</p> <p>Porque pude comprender el problema y encontrar el modelo matemático requerido para la situación</p> <p>3. ¿Has encontrado algún error en el proceso realizado? ¿Cuál?</p> <p>No</p> <p>4. ¿Crees que se realizó un buen análisis e interpretación de la situación? ¿Por qué?</p>

formas de representación que tienen el propósito de expresar creencia, juicio, experiencias, razones, información u opiniones”, pero también hacen parte del análisis examinar las ideas, detectar y analizar argumentos.

INDICADOR: El estudiante revisa la efectividad de la estrategia implementada.

PROBLEMA #2.



Tres hermanos se reparten \$58.500. El mayor recibe doble que el mediano y este el cuádruple que el pequeño. ¿Cuánto recibe cada uno?

1. FAMILIARIZACIÓN DEL PROBLEMA:

el estudiante debe leer, observar, comprender y analizar el enunciado del problema, lo cual permitirá obtener una idea clara al determinar los datos que intervienen, la relación entre ellos, entender claramente que se les está preguntando y buscar la información necesaria para su solución, procesos que le permitirán al estudiante fortalecer las habilidad de interpretación, puesto que para Facione (2007) la interpretación es “comprender y expresar el significado o la relevancia de una amplia variedad de experiencias, situaciones, datos, eventos, juicios, convenciones, creencias, reglas, procedimientos o criterios”, y también, incluye las sub habilidades de categorización, decodificación del significado, y aclaración del sentido

a. ¿Qué te pide el problema?

b. ¿Qué datos del enunciado son los más importantes?

c. ¿Qué cantidad te piden encontrar?

d. ¿Qué datos conoces del problema?

e. Escribe qué elementos requieres para solucionar el problema.

2. BÚSQUEDA DE ESTRATEGIAS:

Una vez se ha entendido el problema pasamos a buscar estrategias que nos permitan resolverlo, puede ser haciendo uso de un esquema o dibujo, escogiendo un lenguaje adecuado, suponiendo el problema resuelto.

El estudiante debe procurar diseñar varias estrategias que conlleven a la solución, lo cual requiere de la habilidad de análisis del estudiante, ya que según Facione (2007) el análisis “consiste en identificar las relaciones de inferencia reales y supuestas entre enunciados, preguntas, conceptos, descripciones u otras formas de representación que tienen el propósito de expresar creencia, juicio, experiencias, razones, información u opiniones”, pero también hacen parte del análisis examinar las ideas, detectar y analizar argumentos.

a. ¿Qué datos se necesitan para poder contestar la pregunta del problema?

b. ¿Qué debes hacer para solucionar el problema? Explica de manera organizada cómo lo vas a resolver.

c. ¿Este plan es suficiente para dar solución al problema?

SI__ NO__ ¿Por qué?

3. LLEVAR ADELANTE LA ESTRATEGIA

En esta fase se seleccionará y se pondrá en práctica la estrategia escogida en la fase anterior (búsqueda de estrategia), la cual se aplicará para la resolución del problema, en caso que no resulte es necesario actuar con flexibilidad, no estancarse en trabajar con una sola estrategia, para ello, es preciso regresar al paso anterior tantas veces sea necesario hasta determinar la estrategia apropiada para la resolución del problema.

Se propone llevar adelante la estrategia planteada siguiendo el proceso de identificación de las incógnitas y su significado, al igual que el análisis de los argumentos necesarios para resolver el problema, con lo cual se evidencia el uso de habilidades de análisis e interpretación según Facione (2007).

Se propone llevar adelante la estrategia planteada: Primero plantear la ecuación lineal, se deben despejar las operaciones de los paréntesis, si los hay, luego de esto se organiza la incógnita (x) a un lado y los números al otro y se procede a despejar la incógnita para lo cual se deben tener en cuenta la ley de los signos y cómo estos cambian. Finalmente se analiza la respuesta obtenida.

4. REVISIÓN DEL PROCESO: Es importante examinar con detenimiento y profundidad el camino que has seguido. ¿Cómo has llegado a la solución? Si no has sido capaz de resolver el problema, ¿por qué no has llegado a la solución? ¿Qué necesitas aprender? En esta fase es el momento de evaluar si la estrategia ha funcionado y si se puede encontrar una forma más sencilla para resolver el problema; por último, se elaboran conclusiones para situaciones futuras.

a. 1. ¿Has conseguido encontrar la solución al problema?

b. ¿Por qué? Justifica tu respuesta.

c. ¿Has encontrado algún error en el proceso realizado? ¿Cuál?

**d. ¿Crees que se realizó un buen análisis e interpretación de la situación?
¿Por qué?**

e. ¿Qué papel cumplió el proceso de creación de un plan como estrategia para la solución del problema?

Terminada la explicación por parte de la docente de la heurística de Miguel De Guzmán, se invita a los estudiantes a aclarar dudas e inquietudes que les hayan quedado con relación al procedimiento realizado y de esta manera la docente podrá concretar las ideas y aportes de los estudiantes y garantizar que el procedimiento explicado fue comprendido.

Atendiendo a lo anterior, se propone la actividad N°-3, donde se proponen dos situaciones problemas que el estudiante desarrollará de manera individual, teniendo en cuenta las explicaciones previas, utilizando la heurística de Miguel de Guzmán e incorporando las habilidades de pensamiento crítico (análisis e interpretación) para la solución de problemas con ecuaciones lineales.

La solución de una de las situaciones problemas, será presentada por el estudiante mediante una cartelera donde muestre y explique el paso a paso de la solución, el estudiante de manera autónoma decide qué situación problema escoger para mostrar y exponer. A medida que cada estudiante socialice su trabajo de manera presencial, se realizará la retroalimentación por parte de la docente y de los estudiantes que deseen hacer un aporte al compañero de turno en la presentación o en otro caso aclarar dudas.

PROBLEMA #3



El padre de Rafael tiene 56 años y Rafael 16 años.

¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del padre sea triple de la del hijo?

1. FAMILIARIZACIÓN DEL PROBLEMA:

estudiante debe leer, observar, comprender y analizar el enunciado del problema, lo cual permitirá obtener una idea clara al determinar los datos que intervienen, la relación entre ellos, entender claramente que se les está preguntando y buscar la información necesaria para su solución.

- a. ¿Qué te pide el problema?**
- b. ¿Qué datos del enunciado son los más importantes?**
- c. ¿Qué cantidad te piden encontrar?**
- d. ¿Qué datos conoces del problema?**
- e. Escribe qué elementos requieres para solucionar el problema.**

2. BÚSQUEDA DE ESTRATEGIAS:

Una vez se ha entendido el problema pasamos a buscar estrategias que nos permitan resolverlo, puede ser haciendo uso de un esquema o dibujo, escogiendo un lenguaje adecuado, suponiendo el problema resuelto.

- a. ¿Qué datos se necesitan para poder contestar la pregunta del problema?**
- b. ¿Qué debes hacer para solucionar el problema? Explica de manera organizada cómo lo vas a resolver.**

c. ¿Este plan es suficiente para dar solución al problema?

SI__ NO__ ¿Por qué?

. LLEVAR ADELANTE LA ESTRATEGIA

Se propone llevar adelante la estrategia planteada: Primero plantear la ecuación lineal, se deben despejar las operaciones de los paréntesis, si los hay, luego de esto se organiza la incógnita (x) a un lado y los números al otro y se procede a despejar la incógnita para lo cual se deben tener en cuenta la ley de los signos y cómo estos cambian. Finalmente se analiza la respuesta obtenida.

4. REVISIÓN DEL PROCESO: Es importante examinar con detenimiento y profundidad el camino que has seguido. ¿Cómo has llegado a la solución? Si no has sido capaz de resolver el problema, ¿por qué no has llegado a la solución? ¿Qué necesitas aprender? En esta fase es el momento de evaluar si la estrategia ha funcionado y si se puede encontrar una forma más sencilla para resolver el problema; por último, se elaboran conclusiones para situaciones futuras.

a. ¿Has conseguido encontrar la solución al problema?

b. ¿Por qué? Justifica tu respuesta.

c. ¿Has encontrado algún error en el proceso realizado? ¿Cuál?

**d. ¿Crees que se realizó un buen análisis e interpretación de la situación?
¿Por qué?**

e. ¿Qué papel cumplió el proceso de creación de un plan como estrategia para la solución del problema?

ACTIVIDAD N°-3

INDICADOR: El estudiante revisa la efectividad de la estrategia implementada.

PROBLEMA # 4



Juan tiene 21 años menos que Andrés y sabemos que la suma de sus edades es 47. ¿Qué edad tiene cada uno de ellos?

2. FAMILIARIZACIÓN DEL PROBLEMA:

estudiante debe leer, observar, comprender y analizar el enunciado del problema, lo cual permitirá obtener una idea clara al determinar los datos que intervienen, la relación entre ellos, entender claramente que se les está preguntando y buscar la información necesaria para su solución.

- a. ¿Qué te pide el problema?
- b. ¿Qué datos del enunciado son los más importantes?
- c. ¿Qué datos conoces del problema?
- d. Escribe qué elementos requieres para solucionar el problema.

2. BÚSQUEDA DE ESTRATEGIAS:

Una vez se ha entendido el problema pasamos a buscar estrategias que nos permitan resolverlo, puede ser haciendo uso de un esquema o dibujo, escogiendo un lenguaje adecuado, suponiendo el problema resuelto.

a. ¿Qué datos se necesitan para poder contestar la pregunta del problema?

b. ¿Qué debes hacer para solucionar el problema? Explica de manera organizada cómo lo vas a resolver.

c. ¿Este plan es suficiente para dar solución al problema?

SI__ NO__ ¿Por qué?

3. LLEVAR ADELANTE LA ESTRATEGIA

Se propone llevar adelante la estrategia planteada: Primero plantear la ecuación lineal, se deben despejar las operaciones de los paréntesis, si los hay, luego de esto se organiza la incógnita (x) a un lado y los números al otro y se procede a despejar la incógnita para lo cual se deben tener en cuenta la ley de los signos y cómo estos cambian. Finalmente se analiza la respuesta obtenida.

a. ¿Qué edad tiene Juan?

. ¿Qué edad tiene Andrés?

4. REVISIÓN DEL PROCESO: Es importante examinar con detenimiento y profundidad el camino que has seguido. ¿Cómo has llegado a la solución? Si no has sido capaz de resolver el problema, ¿por qué no has llegado a la solución? ¿Qué necesitas aprender? En esta fase es el momento de evaluar si la estrategia ha funcionado y si se puede encontrar una forma más sencilla para resolver el problema; por último, se elaboran conclusiones para situaciones futuras.

a. ¿Has conseguido encontrar la solución al problema? ¿Por qué? Justifica tu respuesta.

b. ¿Has encontrado algún error en el proceso realizado? ¿Cuál?

c. ¿Crees que se realizó un buen análisis e interpretación de la situación?
¿Por qué?

d. ¿Qué papel cumplió el proceso de creación de un plan como estrategia para la solución del problema?

PROBLEMA # 5



Moisés recorre un camino de su casa al colegio de 7km, en bicicleta, a una velocidad de 10km/h. Si la hora de entrada al colegio es a las 6:30 a.m. ¿A qué hora debe salir Moisés de casa para llegar a tiempo a clases?

2. FAMILIARIZACIÓN DEL PROBLEMA:

estudiante debe leer, observar, comprender y analizar el enunciado del problema, lo cual permitirá obtener una idea clara al determinar los datos que intervienen, la relación entre ellos, entender claramente que se les está preguntando y buscar la información necesaria para su solución.

a. ¿Qué te pide el problema?

b. ¿Qué datos del enunciado son los más importantes?

c. ¿Qué cantidad te piden encontrar?

d. ¿Qué datos conoces del problema?

e. Escribe qué elementos requieres para solucionar el problema.

2. BÚSQUEDA DE ESTRATEGIAS:

Una vez se ha entendido el problema pasamos a buscar estrategias que nos permitan resolverlo, puede ser haciendo uso de un esquema o dibujo, escogiendo un lenguaje adecuado, suponiendo el problema resuelto.

a. ¿Qué datos se necesitan para poder contestar la pregunta del problema?

b. ¿Qué debes hacer para solucionar el problema? Explica de manera organizada cómo lo vas a resolver.

c. ¿Este plan es suficiente para dar solución al problema?

SI__ NO__ ¿Por qué?

3. LLEVAR ADELANTE LA ESTRATEGIA

Se propone llevar adelante la estrategia planteada: Primero plantear la ecuación lineal, se deben despejar las operaciones de los paréntesis, si los hay, luego de esto se organiza la incógnita (x) a un lado y los números al otro y se procede a despejar la incógnita para lo cual se deben tener en cuenta la ley de los signos y cómo estos cambian. Finalmente se analiza la respuesta obtenida.

4. REVISIÓN DEL PROCESO: Es importante examinar con detenimiento y profundidad el camino que has seguido. ¿Cómo has llegado a la solución? Si no has sido

capaz de resolver el problema, ¿por qué no has llegado a la solución? ¿Qué necesitas aprender? En esta fase es el momento de evaluar si la estrategia ha funcionado y si se puede encontrar una forma más sencilla para resolver el problema; por último, se elaboran conclusiones para situaciones futuras.

a. ¿Has conseguido encontrar la solución al problema?

b. ¿Por qué? Justifica tu respuesta.

c. ¿Has encontrado algún error en el proceso realizado? ¿Cuál?

d. ¿Crees que se realizó un buen análisis e interpretación de la situación?

¿Por qué?

e. ¿Qué papel cumplió el proceso de creación de un plan como estrategia para la solución del problema?

Finalizada la actividad N°-3, se dispondrán de 2 horas de clase, de 60 minutos cada una para la socialización del trabajo realizado por los estudiantes, la docente hará entrega de medio pliego de cartulina cada estudiante para que escoja de manera autónoma uno de los dos problemas y realice una cartelera para explicar al resto del grupo el paso a paso de su solución y su experiencia al aplicar la heurística de Miguel de Guzmán e incorporar las habilidades de pensamiento crítico (análisis e interpretación) en la solución de problemas con ecuaciones lineales. A medida que participe cada estudiante se realiza el proceso de retroalimentación.

GUÍA N° 3

MOMENTO 3: REENFOQUE

ACTIVIDAD 1. Aplicación del instrumento “Aplico lo que aprendí”

Propósito: Resolver problemas utilizando la Heurística de Miguel de Guzmán

Aplicación del instrumento:” Aplico lo que aprendí” al cual se le hacen algunas modificaciones con relación al instrumento inicial, a fin de identificar los cambios en la forma en que los estudiantes resuelven problemas, aplicando la heurística de Miguel de Guzmán y las habilidades de análisis e interpretación, con las cuales se busca desarrollar el pensamiento crítico en los estudiantes. Para esta actividad se le entrega inicialmente a cada estudiante la guía, la cual deberán resolver de forma individual, aplicando lo aprendido hasta el momento.

Terminada la actividad 1, se propone la socialización de la misma, a través, de una mesa redonda orientada y mediada por la docente, donde los estudiantes tendrán la oportunidad de dar a conocer sus respuestas, opinar o refutar la de otro compañero, utilizando argumentos válidos adquiridos durante el desarrollo de la unidad didáctica.

Finalmente, cada estudiante realizará las preguntas o inquietudes que tengan con relación a la actividad desarrollada y así, terminar la unidad con la estructuración de unas conclusiones sobre todo lo aprendido en ella.

A Continuación, se muestra la guía que le será entregada a cada estudiante.

MOMENTO 3: REENFOQUE

MATEMÁTICAS

GRADO OCTAVO

APLICO LO QUE APRENDÍ

PROPÓSITO: Realizar un diagnóstico final para identificar cómo el desarrollo de la unidad didáctica proporcionó a los estudiantes habilidades de análisis e interpretación para resolver problemas que involucran ecuaciones lineales.

¡Resuelve con atención los siguientes problemas, aplicando lo que has aprendido hasta ahora!

Resuelve cada una de las situaciones planteadas en forma escrita, clara y ordenada mostrando todos los procedimientos que empleas.

Ejercicio #1



Preguntan al padre por la edad de su hija contesta: “si el doble de los años que tiene se le quitan el triple de los que tenía hace 4 años se tendrá su edad actual”. Halla la edad del hijo en el momento actual y dentro de 15 años.

- a. ¿Cómo organizarías la información, de tal manera que sea útil? puedes emplear tablas o gráficos según consideres para esto.

- b. ¿Qué pregunta plantearías para poder llegar a la solución del problema?

- c. ¿Qué término viene siendo la incógnita en este problema?

d. ¿Cómo sería la ecuación que ayude a resolver la pregunta sobre la edad actual?

e. ¿Cuál es la edad actual del hijo?

f. ¿Cuál es la edad del hijo dentro de 15 años?

Ejercicio #2



Daniela hizo un viaje en el coche, en el cuál consumió 40 litros de gasolina. El trayecto lo hizo en 2 etapas, en la primera consumió $\frac{2}{3}$ de la gasolina que tenía el depósito y en la segunda etapa la mitad de lo que le quedaba.

¿Cuántos litros tenía? ¿Cuántos litros consumió en cada etapa?

a. ¿Cuáles son los datos que necesitas saber para dar solución al problema?

b. ¿Cuál crees que es la mejor forma de encontrar ¿Cuántos litros tenía? ¿Cuántos litros consumió en cada etapa?

c. ¿Cuál sería la expresión matemática que nos permite traducir esta situación de manera general?

d. ¿Cuántos litros de gasolina tenía Daniela antes de hacer el recorrido?

e. litros de gasolina consumió Daniela en la primera parte del recorrido?

f. ¿Cuántos litros de gasolina consumió Daniela en la segunda parte del recorrido?

g. ¿Es posible determinar cuántos litros de gasolina le quedan? Explica como lo harías.

Anexo D Actividad 1

Actividad realizada por estudiantes en el momento de Ubicación


ACTIVIDAD N° 1

EXPLORANDO PARA OBTENER RESPUESTAS.

PROPÓSITO: Realizar el diagnóstico de la manera como los estudiantes abordan un problema que involucran ecuaciones lineales y emplean sus habilidades de análisis e interpretación.

RECURSOS: Guía de la actividad para cada estudiante.


INSTRUMENTO DE INDAGACIÓN DE IDEAS PREVIAS

 **LEE DETALLADAMENTE Y ANALIZA LAS SIGUIENTES SITUACIONES:**

Situación 1: La suma de un número aumentado en cuatro, más el triple del mismo número es igual a 32. ¿Cuál es el número?

01

1. ¿Cuáles son los datos que necesitas saber para dar solución al problema?




los datos que necesito saber es el valor de número aumentado en cuatro y el triple del número

2. ¿Cuál crees que es la mejor forma de encontrar ese número?

para mí la mejor forma es primero dividir el valor obtenido en 4 partes luego realizar una suma con el número entre si tres veces

3. ¿Cuál sería la expresión matemática que nos permite traducir esta situación de manera general?



la expresión matemática que nos permite sería la expresión algebraica sería una suma de un número sumado después con si mismo y múltiploarlo entre si 3 veces

4. ¿Cuáles fueron las dificultades que se te presentaron para dar solución al problema?

las dificultades fueron que no realice primero mente la actividad y por eso me dio dificultad y no estoy seguro de mi respuesta pero espero lo que crey que sería lo correcto para este problema

1. ¿Crees que es posible determinar la cantidad de metros de malla que necesita tanto Mariana como Daniel? Explica tu respuesta.

si es posible porque se da la cantidad de metros que tiene cada terreno a cercar y se puede determinar cuanto metros de malla se necesitan para cercar

2. ¿Consideras que en ambos casos los datos suministrados son suficientes para determinar la cantidad de metros de malla que necesita cada uno de ellos? Explica tu respuesta.



si considero que en ambos casos se puede suministrar la cantidad de malla que se necesita para cercar la cantidad de cada uno de ellos

3. ¿Qué estrategias utilizarías para resolver la situación planteada para Mariana y Daniel?



la estrategia que utilizara seria sacar la cantidad de metros que no estan cercados y con esa informacion sacar el resultado de cuantos metros de malla necesita para una pieza cercar de territorio se saca el area total en metros y se determina la cantidad de alambre necesitado

4. Si pudieras realizar un cambio en la situación 3, ¿qué cambiarías? y ¿Por qué?

cambiaría los areas de cada uno porque así si los dos areas fueran el mismo perímetro sería más fácil determinar la cantidad de malla necesitada en cada uno de los lotes

5. Escribe, ¿cuántos metros de malla necesita?

a. Mariana 36 m

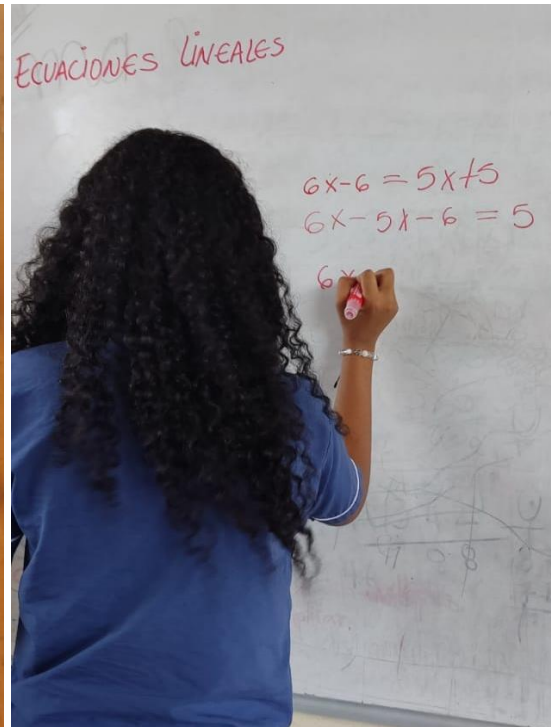
b. Daniel. 15x² m

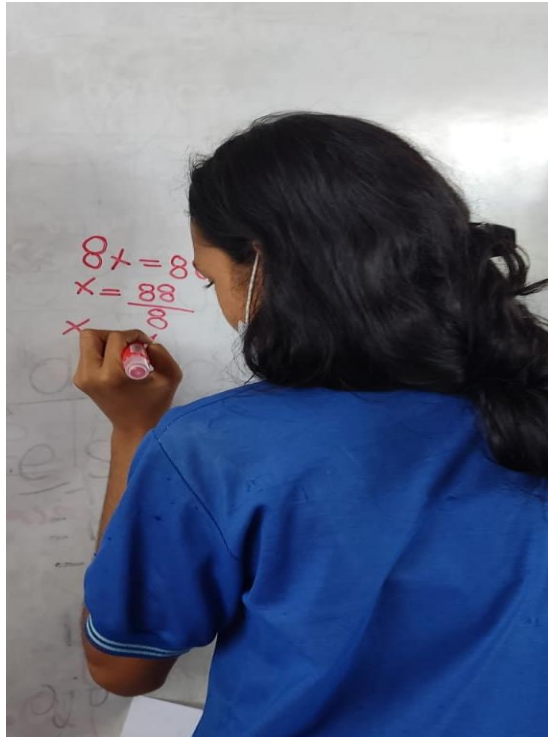
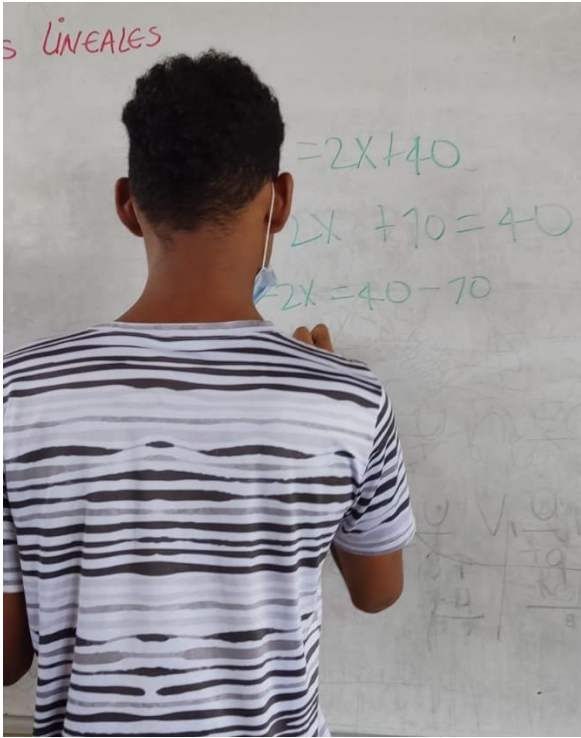


6. ¿Qué dificultades tuviste al resolver la situación 3?

la dificultad fue que las areas eran diferentes pero de igual manera a no realizar según lo que entendí del problema

Dinámica de socialización del momento 1 de desubicación y participación de los estudiantes mediante la dinámica






Anexo E Actividad 2

Momento de desubicación: estudiantes colocando en práctica la heurística de Miguel de Guzmán y las habilidades de análisis e interpretación.

PROBLEMA # 4 ORASO =
e:



Juan tiene 21 años menos que Andrés y sabemos que la suma de sus edades es 47.
¿Qué edad tiene cada uno de ellos?

1. FAMILIARIZACIÓN DEL PROBLEMA:

a. ¿Qué te pide el problema?
la edad que tiene cada uno de ellos

b. ¿Qué datos del enunciado son los más importantes? y ¿por qué?
la edad de Juan 21 menos que Andrés y la suma de sus edades es 47

c. Escribe qué elementos requieres para solucionar el problema. ¿Crees que son suficientes? Explica
Que edad tiene cada uno de ellos

2. BÚSQUEDA DE ESTRATEGIAS:

Una vez se ha entendido el problema pasamos a buscar estrategias que nos permitan resolverlo, puede ser haciendo uso de un esquema o dibujo, escogiendo un lenguaje adecuado, suponiendo el problema resuelto.

a. ¿Qué datos se necesitan para poder contestar la pregunta del problema
- la edad de Juan 21 menos que Andrés y la suma de sus edades es 47

b. ¿Qué debes hacer para solucionar el problema? Explica de manera organizada cómo lo vas a resolver.

- Identificar los datos
- identificar la incógnita
- relacionar la incógnita e datos
- plantear una ecuación
- resolver el problema y buscarle solución la incógnita

c. ¿Cómo sería la ecuación que ayude a resolver la pregunta del problema?
ecuación

$x + x - 21 = 47$

$x =$ edad de Andrés
 $x - 21 =$ edad Juan

d. ¿Este plan es suficiente para dar solución al problema?

SI NO ¿Por qué?

SI porque veo que es un camino apropiado para la solución

3. LLEVAR ADELANTE LA ESTRATEGIA

$$x + x - 21 = 47$$

$$2x - 21 = 47$$

$$2x = 21 + 47$$

$$2x = 68$$

$$x = \frac{68}{2}$$

$$x = 34$$

$$34 + x = 47$$

$$x = 47 - 34$$

$$x = 13$$

a. ¿Qué edad tiene Juan?

Juan tiene 13 años

b. ¿Qué edad tiene Andrés?

Andrés tiene 34 años

4. REVISIÓN DEL PROCESO:

a. ¿Has conseguido encontrar la solución al problema? ¿Por qué? Justifica tu respuesta.

SI encontramos la solución al problema porque nos sirvió la estrategia

b. ¿Has encontrado algún error en el proceso realizado? ¿Cuál? Explica

no porque puede encontrar la respuesta correcta

d. ¿Crees que se realizó un buen análisis e interpretación de la situación? ¿Por qué?

SI porque realmente encontramos una solución y crear un buen plan para resolver el problema

e. ¿Qué papel cumplió el proceso de creación de un plan como estrategia para la solución del problema. nos permitió realizar el problema organizadamente

PROBLEMA # 5

$$\begin{array}{l} 4 \rightarrow 3 \times 5 = 15 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 2 \times 2 = 4 \\ 35 \times 5 = 175 \\ 8 \times 8 = 64 \end{array}$$

El cuádruple de un número disminuido en 8 es igual a 28.

¿Cuál es el número?

1. FAMILIARIZACIÓN DEL PROBLEMA:

a. ¿Qué te pide el problema?

identificar el número

b. ¿Qué datos del enunciado son los más importantes? y ¿por qué?

el cuádruple de un número disminuido en 8 es igual a 28

e. Escribe qué elementos requieres para solucionar el problema. ¿Crees que son suficientes? Explica

cuál es el número
identificar la incógnita

2. BÚSQUEDA DE ESTRATEGIAS:

Una vez se ha entendido el problema pasamos a buscar estrategias que nos permitan resolverlo, puede ser haciendo uso de un esquema o dibujo, escogiendo un lenguaje adecuado, suponiendo el problema resuelto.

a. ¿Qué datos se necesitan para poder contestar la pregunta del problema

el cuádruple de un número disminuido en 8 es igual a 28

b. ¿Qué debes hacer para solucionar el problema? Explica de manera organizada cómo lo vas a resolver.

- identificar la incógnita
- relacionarlos con los problemas
- plantear la ecuación
- resolver la ecuación y dar solución

c. ¿Cómo sería la ecuación que ayude a resolver la pregunta del problema?

$$4x - 8 = 28$$

d. ¿Este plan es suficiente para dar solución al problema?

SI NO ¿Por qué?

SI porque es en el camino a ser la solución

3. LLEVAR ADELANTE LA ESTRATEGIA.

$$4x - 8 = 28$$

$$4x = 28 + 8$$

$$4x = 36$$

$$x = \frac{36}{4}$$

$$x = 9$$

a. ¿Cuál es el número?

es número es el 9

4. REVISIÓN DEL PROCESO:

a. ¿Has conseguido encontrar la solución al problema? ¿Por qué? Justifica tu

respuesta. SI porque con el proceso pude determinar el número

b. ¿Has encontrado algún error en el proceso realizado? ¿Cuál? Explica

NO, porque pude hallar el número de una forma correcta

d. ¿Crees que se realizó un buen análisis e interpretación de la situación? ¿Por qué?

SI porque pude entender el problema y encontrarle solución

e. ¿Qué papel cumplió el proceso de creación de un plan como estrategia para la solución del problema.


El papel que cumple es que ayuda a analizar el problema
- el plan me ayuda a analizar e interpretar el problema

- y si uno plantea lo que va hacer, se le va hacer mas facil dar solución a un problema

Socialización de la actividad 2 del momento de desubicación

GRASO = 87

PROBLEMA # 4



Juan tiene 21 años menos que Andrés y sabemos que la suma de sus edades es 47.
¿Qué edad tiene cada uno de ellos?

1. FAMILIARIZACIÓN DEL PROBLEMA:

a. ¿Qué te pide el problema?
la edad que tiene cada uno de ellos

b. ¿Qué datos del enunciado son los más importantes? y ¿por qué?
la edad de Juan 21 menos que Andrés y la suma de sus edades es 47

e. Escribe qué elementos requieres para solucionar el problema. ¿Crees que son suficientes? Explica
Que edad tiene cada uno de ellos

2. BÚSQUEDA DE ESTRATEGIAS:

Una vez se ha entendido el problema pasamos a buscar estrategias que nos permitan resolverlo, puede ser haciendo uso de un esquema o dibujo, escogiendo un lenguaje adecuado, suponiendo el problema resuelto.

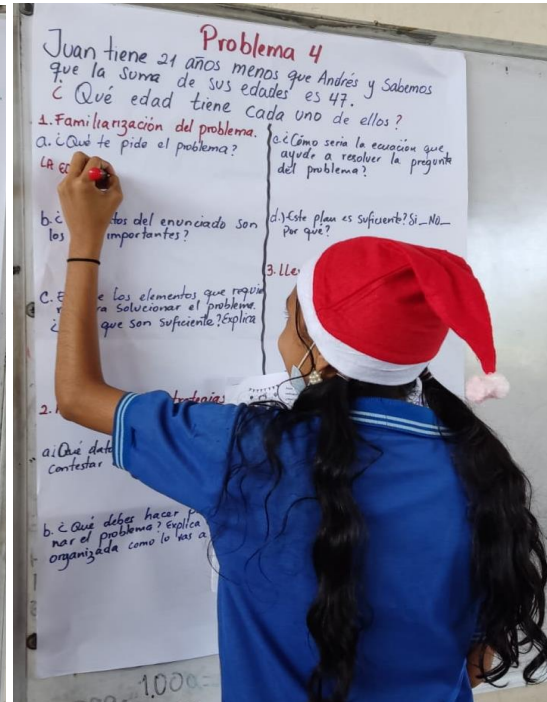
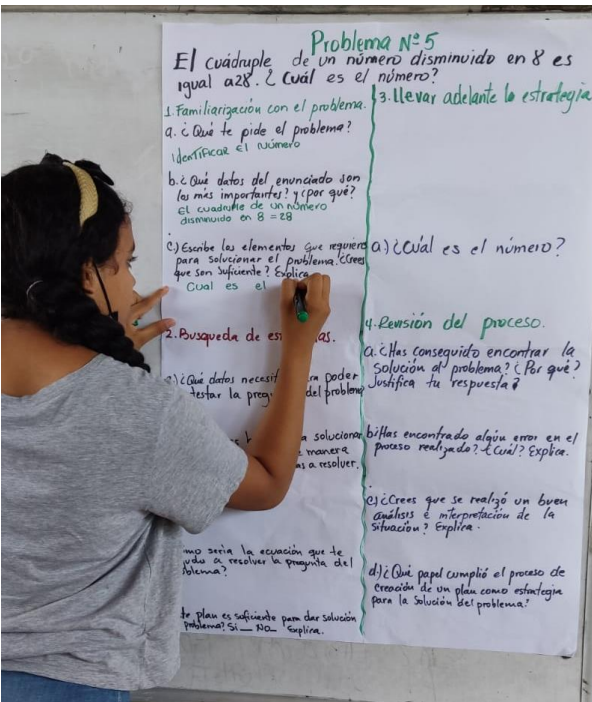
a. ¿Qué datos se necesitan para poder contestar la pregunta del problema
- la edad de Juan 21 menos que Andrés y la suma de sus edades es 47

b. ¿Qué debes hacer para solucionar el problema? Explica de manera organizada cómo lo vas a resolver.
- Identificar los datos
- Identificar la incógnita
- Relacionar la incógnita e datos
- Plantear una ecuación
- Resolver el problema y buscarle solución la incógnita

$x = \text{edad de Andrés}$
 $x - 21 = \text{edad Juan}$

c. ¿Cómo sería la ecuación que ayude a resolver la pregunta del problema?
ecuación

$x + x - 21 = 47$




Anexo F Actividad realizada por estudiantes en el momento de reenfoque

APLICO LO QUE APRENDÍ

Resuelve con atención los siguientes problemas, aplicando lo que has aprendido hasta ahora!

Resuelve cada una de las situaciones planteadas en forma escrita, clara y ordenada mostrando todos los procedimientos que empleas.

Ejercicio #1



Preguntan al padre por la edad de su hija contesta: "si el doble de los años que tiene se le quitan el triple de los que tenía hace 4 años se tendrá su edad actual". ¿Cuál es la edad del hijo en el momento actual? y ¿dentro de 15 años?

a. ¿Cómo organizarías la información, de tal manera que sea útil?

Cuales la edad del hijo en el momento actual

b. ¿Qué datos te suministra el problema? ¿Crees que son suficientes para resolver el problema? Explica.

- el doble de los años que tiene $\rightarrow 2x$
 - restan el triple de la que tenía hace 4 años $\rightarrow -3(x-4)$
 - si son suficientes ya que puedo plantear la ecuación.

c. ¿Qué término viene siendo la incógnita en este problema?

$x =$ la edad actual de su hijo

d. ¿Cómo sería la ecuación que ayude a resolver la pregunta sobre la edad actual?

$$2x - 3(x-4) = x$$

• ¿Qué necesitas hacer para determinar la edad actual del hijo?

Identificar la pregunta relacionada con la pregunta y plantear una ecuación y dar solución

$$2x - 3(x-4) = x$$

$$2x - 3x + 12 = x$$

$$-x + 12 = x$$

$$x + x = 12$$

$$2x = 12$$

$$x = 12 \div 2$$

$$x = 6$$

$6 + 15 = 21$


1. ¿Cuál es la edad actual del hijo?

La edad actual es 6 años

2. ¿Cuál es la edad del hijo dentro de 15 años?

La edad dentro de 15 años es 21 años

Ejercicio #2



Diego tiene un viaje en el coche, en el cual consumió 40 litros de gasolina. El trayecto lo hizo en 2 etapas, en la primera consumió 25 de la gasolina que tenía el depósito y en la segunda etapa la mitad de lo que le quedaba. ¿Cuántos litros tenía? ¿Cuántos litros consumió en cada etapa?

a) ¿Cuáles son los datos que necesitas saber para dar solución al problema?

Cuántos litros tenía y cuántos litros consumió con cada etapa

b) ¿Cuál crees que es la mejor forma de encontrar: ¿Cuántos litros de gasolina tenía? ¿Cuántos litros consumió en cada etapa?

Ejercicio #2



Daniela hizo un viaje en el coche, en el cual consumió 40 litros de gasolina. El trayecto lo hizo en 2 etapas, en la primera consumió $\frac{2}{3}$ de la gasolina que tenía el depósito y en la segunda etapa la mitad de lo que le quedaba. ¿Cuántos litros tenía? ¿Cuántos litros consumió en cada etapa?

consumió en cada etapa?

a) ¿Cuáles son los datos que necesitas saber para dar solución al problema?

cuántos litros de gasolina tenía y cuántos litros consumió en cada etapa

1ª: $\frac{2}{3}x$ 2ª: $= \frac{1}{2}(x - \frac{2}{3}x) = \frac{1}{2}(\frac{3x-2x}{3}) = \frac{1}{2}(\frac{1x}{3})$

lo que queda

b) ¿Cuál crees que es la mejor forma de encontrar: Cuántos litros de gasolina tenía?

¿Cuántos litros consumió en cada etapa?

Es $1^{er} \text{ et} = \frac{2}{3}x$ $2^{da} \text{ et} = \frac{1}{2}(\frac{1}{3}x) = \frac{1}{6}x$ $\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}x = 40$

c) ¿Cuál sería la expresión matemática que nos permite traducir esta situación de manera general?

$\frac{5}{6}x = 40$

$5x = 40 \cdot 6$

$x = \frac{240}{5}$

$x = 48$

d) ¿Cuántos litros de gasolina tenía Daniela antes de hacer el recorrido?

tiene 48 litros de gasolina

e) ¿Cuántos litros de gasolina consumió Daniela en la primera parte del recorrido?

$\frac{2}{3}x = \frac{2}{3} \cdot (48) = \frac{96}{3}$

consumió 32 litros de gasolina

$x = 32$

f) ¿Cuántos litros de gasolina consumió Daniela en la segunda parte del recorrido?

$\frac{1}{6}x = \frac{1}{6} \cdot (48) = \frac{48}{6}$

$x = 8$

consumió 8 litros de gasolina

g) ¿Es posible determinar cuántos litros de gasolina le quedan? Explica como lo harías.

- si porque consumió 40 litros de gasolina

$\Rightarrow 48 - 40 = 8 = 8 \text{ litros que quedan}$