

DIFICULTADES QUE IDENTIFICAN LOS ESTUDIANTES A TRAVÉS DE LA  
METACOGNICIÓN EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN  
EDUCACIÓN SECUNDARIA

ERIKA ANDREA QUINTERO GARCÍA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES

DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

MANIZALES

2014

DIFICULTADES QUE IDENTIFICAN LOS ESTUDIANTES A TRAVÉS DE LA  
METACOGNICIÓN EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN  
EDUCACIÓN SECUNDARIA

ERIKA ANDREA QUINTERO GARCÍA

Tesis para optar al título de Magíster en Enseñanza de las Ciencias

Asesora

LIGIA INÉS GARCÍA CASTRO

Magíster en Educación y Desarrollo Humano

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES

DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

MANIZALES

2014

## **Agradecimientos**

Agradezco en primer lugar a Dios porque sin el este trabajo no habría sido posible, de igual manera sin la colaboración y la paciencia de mi asesora Ligia Inés García Castro, a quien le estaré eternamente agradecida.

Dedico no solo este sino todos los frutos de mi esfuerzo a mi familia, mis padres: son ustedes mis pilares y los faros que siempre han iluminado mis metas; mis hermanas y mi esposo quienes con sus ejemplos de superación, trabajo arduo y responsabilidad han sido mi ejemplo e inspiración. A todos ustedes agradezco porque han sabido siempre alentarme para continuar cuando me faltaban las fuerzas; y espero algún día retribuirles su apoyo y amor incondicional.

Finalmente al amor de mi vida: mi hijo Carlos Manuel, mi motor diario y mis ganas de vivir te las debo a ti, espero ser para ti ese ejemplo que mis padres han sabido ser para mí y que puedas sentirte tan orgulloso de mí como yo me siento de ellos. Toma esta como una pequeña muestra de mi amor hacia ti, gracias por estar en mi vida y por hacerme tan feliz.

## Contenido

<b>1. Planteamiento del problema</b>	<b>8</b>
<b>2. Justificación</b>	<b>12</b>
<b>3. Objetivos</b>	<b>16</b>
<b>4. Referente Teórico</b>	<b>17</b>
4.1 Antecedentes	17
4.2 Marco Teórico	27
4.2.1 Dificultades	27
4.2.2 Obstáculos	28
4.2.3 Obstáculos en Matemáticas	29
4.2.4 Dificultades en Matemáticas	30
4.2.5 Errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria	31
4.2.6 La Metacognición	32
4.2.7 La Metacognición en Matemáticas	39
4.2.8 El conocimiento metacognitivo en las matemáticas	48
<b>5. Diseño Metodológico</b>	<b>52</b>
5.1 Caracterización de la unidad de trabajo	52
5.2 Tipo de Investigación	53
5.3 Procedimiento	53
5.4 Técnicas e instrumentos de recolección de información	55
<b>6. Análisis de datos</b>	<b>57</b>
6.1 Taller	57
6.1.1 Falta de Conocimiento Metacognitivo de la tarea	59
6.1.2 Dificultad para representar semióticamente	60
6.1.3 Falta de Responsabilidad y Autonomía en el aprendizaje	64
6.1.4 Dificultades para recordar	65
6.1.5 Falta de Regulación o Control Metacognitivo	68
6.1.6 Dificultad en la ejecución de operaciones	70
6.1.7 Calibración en Metacognición	75

	5
6.1.8 Dificultad para comprender el problema	80
6.1.9 Creencias ante las Matemáticas	81
6.1.10 Cambios en la planeación	82
6.2 Encuesta	84
<b>7. Conclusiones</b>	<b>96</b>

### **Lista de Anexos**

Anexo A. Primer instrumento de recolección de información, Taller: Grado Sexto	105
Anexo B. Primer instrumento de recolección de información, Taller: Grado Séptimo	107
Anexo C. Primer instrumento de recolección de información, Taller: Grado Octavo	110
Anexo D. Primer instrumento de recolección de información, Taller: Grado Noveno	113
Anexo E. Primer instrumento de recolección de información, Taller: Grado Décimo	117
Anexo F. Primer instrumento de recolección de información, Taller: Grado Once	120
Anexo G. Segundo instrumento de recolección de información, Encuesta	123

## 1. Planteamiento del Problema

Desde el primer grado que se cursa en la escuela, aun cuando se es pequeño para recordar cada detalle, seguramente si quedaron presentes en la memoria las primeras frustraciones originadas por aquellos errores, entorpecimientos y confusiones; evidentes en casi todos los intentos de acercarnos a un nuevo conocimiento que generalmente era impartido por nuestros maestros. La impotencia y sentimientos de culpa, por no saber qué ocurría, ni mucho menos cómo solucionar y/o evitar dichos obstáculos, llevaron en muchas ocasiones a querer desistir de las metas planteadas pues se consideraba que los esfuerzos eran insuficientes.

Para nadie es un secreto que la mayoría de estudiantes durante el colegio siempre tropiezan con la misma piedra: las matemáticas. A lo largo de los años, las ciencias y especialmente las matemáticas se han convertido generalmente en el dolor de cabeza de los estudiantes desde los cursos iniciales en primaria, incrementándose durante el bachillerato y convirtiéndose más adelante en la fobia para cualquier bachiller al momento de escoger su pregrado. Todo esto debido, en gran proporción, a la falta de consciencia y orientación con la que cuentan los estudiantes cuando se enfrentan a una dificultad de aprendizaje, como bien lo ejemplifica Astolfi (2003):

Muy a menudo los alumnos con dificultades son incapaces de relacionar con claridad lo que son capaces de hacer con las calificaciones que obtienen. Sus resultados les parecen consecuencia de otras variables, que se escapan a su control, como la mala suerte, lo “inútil” del ejercicio, su horóscopo o, incluso, el sadismo del maestro. Atribuyen sus errores a causas de carácter externo y se sienten víctimas de lo que sucede.(p. 7-8).

Sin embargo, cualquier docente de matemáticas no puede separarse de la idea de abordar las dificultades de aprendizaje en el aula, pues es una característica permanente y necesaria para el desarrollo de su labor y por consecuencia para el aprendizaje de sus estudiantes quienes deben adaptarse a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo ha hecho la sociedad humana como bien lo describe Brousseau (1986).

Es por eso que ha sido necesario indagar acerca de la identificación, caracterización y causas de los errores, dificultades u obstáculos de aprendizaje de las matemáticas. Aunque en un principio, los errores o dificultades de aprendizaje fueron vistos como inaceptables e indeseables durante el proceso de enseñanza de las matemáticas; las investigaciones y años de experiencia en las aulas han llevado a comprender a los maestros que aquello que trataron de censurar y erradicar de sus clases podría ser usado a su favor y consecuentemente a favor de sus estudiantes, pues ya no se reconocían como falta de conocimiento o incapacidad sino por el contrario como oportunidades de mejora facilitando el aprendizaje de las nociones científicas (Astolfi, 1998).

Sin embargo, identificar y caracterizar las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas sólo desde la percepción del docente no ha sido suficiente, pues es comparable a un médico querer curar a un paciente de una enfermedad que se diagnostica solo observando las actitudes del mismo, sin siquiera preguntarle sus síntomas o dolencias. De esta forma, se observa como en actualidad con tantas herramientas a la mano y tantas posibilidades para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, aún hay presencia permanente de errores, dificultades y/u obstáculos padecidos por los estudiantes a diario al enfrentarse a nuevos

conocimientos matemáticos; lo cual sigue incidiendo en la desmotivación hacia las ciencias y todo lo que en ellas interfiera.

Pareciera entonces que todo esto se debe a que remotamente los estudiantes se dan cuenta del papel que juegan en su propio aprendizaje y del manejo que pudieran darle a esas circunstancias desfavorecedoras, puesto que en muchas ocasiones éstas solo son evaluadas y percibidas con claridad por los docentes que desde su posición direccionan estrategias para la superación de las mismas dejando totalmente de lado al estudiante y la relevancia que tiene su presencia consiente en los procesos de enseñanza y aprendizaje de cualquier disciplina.

Convencidos pues de la importancia que tiene el estudio y la comprensión de las dificultades de aprendizaje, se hace indispensable, su caracterización y comprensión desde la realidad del aula y de los estudiantes; pero, ¿cómo realizar dicha caracterización satisfactorias sin permitir, -como bien lo prevenía Astolfi en su conferencia dictada en la Universidad de Antioquia en 1998-, *que se reduzcan a un simple inventario razonado de las ideas encontradas en los alumnos?*

Para lograr tal fin se deben desarrollar en los alumnos habilidades que los hagan conscientes de sus conocimientos, aprendizaje y responsabilidades. Destrezas que les permitan identificar de forma autónoma y personal las dificultades que les impide conseguir sus metas y *que a partir de entonces puedan ejercer un control vigilante sobre si mismos* (Astolfi, 1998). Es importante en este aspecto destacar, que se hace necesario que el maestro a cargo de orientar dicha tarea debe también realizar su propio ejercicio reflexivo a través del cual pueda darse cuenta de los errores que comete durante el proceso de enseñanza y de las dificultades que ha impregnado a sus estudiantes a lo largo de su labor, aún sin habérselo propuesto.

Dichas cualidades son conocidas como habilidades metacognitivas los cuales están descritos de muchas maneras; así: Flavell (1979) destaca el conocimiento acerca de la persona, la tarea y la estrategia. Brown (1978) acentúa la planeación, el monitoreo y la revisión. Cuando dichas habilidades logran desarrollarse en los individuos sin lugar a dudas ofrecen valiosas herramientas que ayudan en gran medida a potenciar el aprendizaje de las ciencias y, como es nuestro interés, de las matemáticas.

Se plantea entonces la siguiente pregunta de investigación: *¿Cuáles son las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas que identifican los estudiantes en educación secundaria a través de la Metacognición?*, por medio de la cual se le apuesta a la identificación de dificultades a partir de la conciencia metacognitiva de los estudiantes de secundaria durante el aprendizaje de las matemáticas garantizando un alto grado de objetividad en el análisis, caracterización y comprensión de dificultades, que contribuirán a mejores estrategias de enseñanza direccionadas a las necesidades específicas de los estudiantes.

## 2. Justificación

Investigaciones recientes acerca de aprendizaje de las matemáticas, han entregado importantes hallazgos en los que enfatizan sobre la estrecha relación existente entre el desconocimiento por parte de los estudiantes de sus dificultades frente al proceso de aprendizaje de las matemáticas, tanto en el plano conceptual como en el de las habilidades de aprendizaje, y los beneficios que conlleva reflexiones en torno a dicho tema para propiciar el cambio de las actitudes hacia el conocimiento matemático y sus aprendizajes profundos. (Silva, 2006; [Desoete](#) 2008; Ottonello, del Valle Veliz, Ross, 2008; Andrade, 2011; Herrera, 2010; López & Landy Sosa, 2008; Osses, Jaramillo, 2008; Bingolbali, et al 2011; entre otras)

De igual manera, convencidos de que en esas dificultades de aprendizaje radican los puntos más álgidos de la educación en cualquiera de sus disciplinas, además de que son sin duda los principales responsables de la labor docente y que diariamente se hacen visibles en las aulas de clase reflejados en cada uno de los errores cometidos por los estudiantes, en sus temores y decepciones. Muchos investigadores se han interesado casi desde el principio mismo de la enseñanza de las matemáticas por caracterizar de diferentes maneras los errores, dificultades u obstáculos más frecuentes durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, a continuación se muestran los más destacados.

En este sentido, por ejemplo, Brousseau (1986) describió de forma detallada *las paradojas de la adaptación de las situaciones* en las que el profesor se encuentra ante diversas circunstancias paradójicas mientras se propone enseñar matemáticas, la primera de ellas, La inadaptación a la exactitud, en la que ya se le asigna al docente en gran medida la responsabilidad por los errores

cometidos por sus estudiantes denominándola como una *dificultad puramente didáctica* y posteriormente en la Inadaptación a una adaptación posterior, describe un obstáculo en el aprendizaje matemático proponiendo una situación en la que un saber bien aprendido impide cambiarlo posteriormente para hacerlo correcto y completo, tal y como se aprecia en el siguiente párrafo:

La excesiva adaptación del “saber” a la solución de una situación particular no es necesariamente un factor favorecedor de la solución de una situación nueva. La evolución se hace imposible, si existe una diferenciación demasiado fuerte, una dependencia demasiado grande respecto de los “conocimientos” directos. El primer saber se conviene en obstáculo. Algunos de los obstáculos son inevitables y constitutivos del saber –otros son el resultado de una excesiva implicación didáctica”.

(p. 26)

De igual forma, Astolfi (2003) en su libro “El error, un medio para enseñar” propone la *Tipología de los errores de los alumnos* que de acuerdo a su naturaleza de diagnóstico los detalla de la siguiente manera:

- Errores debidos a la comprensión de las instrucciones de trabajo dadas a la clase, en la medida en que los términos empleados para introducir ejercicios y problemas no son tan “transparentes” como imaginarios, y es que la comprensión del léxico de cada disciplina está sembrada de “emboscadas”.
- Errores que provienen de las costumbres escolares o de una mala interpretación de las expectativas, que tienen un papel esencial en la actividad cotidiana de la clase y en el “oficio del alumno”.

- Errores que dan testimonio de las concepciones alternativas de los alumnos, de las que ya hemos visto hasta qué punto perduran a lo largo de la escolaridad y cómo afloran en las producciones y respuestas de forma inesperada.
- Errores relacionados con las operaciones intelectuales implicadas, que pueden no estar disponibles en los alumnos y que, sin embargo, parecen “naturales” al enseñante.
- Errores en los recorridos empleados, que pueden ser muy diversos, ya que el docente espera el uso de un procedimiento estándar, no llegando a comprender el camino o la intención del alumno.
- Errores debidos a la sobrecarga cognitiva durante el ejercicio. La capacidad de trabajo es limitada y se subestima frecuentemente la carga cognitiva de la actividad.
- Errores que tienen su origen en otra disciplina, incomprensidos en la medida en que la transferencia de las competencias requeridas parece natural, cuando en verdad no lo es en absoluto.
- Errores causados por la complejidad propia del contenido, que no siempre es percibida como tal por los análisis de las disciplinas habituales ni en las programaciones que se realizan. (pp. 50).

Bachelard (1976), por su parte, también propone una caracterización amplia sobre lo que él llama *Obstáculos Epistemológicos* ofreciendo la siguiente definición:

Cuando se investigan las condiciones psicológicas del progreso de la ciencia, se llega muy pronto a la convicción de *que hay que plantear el problema del conocimiento científico en términos de obstáculos*. No se trata de considerar los obstáculos externos, como la

complejidad o la fugacidad de los fenómenos, ni de incriminar a la debilidad de los sentidos o del espíritu humano: es en el acto mismo de conocer, íntimamente, donde aparecen, por una especie de necesidad funcional, los entorpecimientos y las confusiones. Es ahí donde mostraremos causas de estancamiento y hasta de retroceso, es ahí donde discerniremos causas de inercia que llamaremos obstáculos epistemológicos. (pp. 15)

Con este simple recorrido por algunos autores reconocidos es posible darnos cuenta que aunque han realizado trabajos exitosos y de gran valor para la comunidad científica, los han desarrollado a partir de los maestros en el aula y de su visión de las dificultades de aprendizaje; por tal motivo podemos afirmar que son poco comunes los estudios que se propongan abordar las dificultades de aprendizaje de una forma metacognitiva aun cuando en su mayoría reconocen la relevancia que tienen dichas habilidades en la motivación, la autonomía y el desempeño cognitivo de los mismos (Lester, Garofalo, & Kroll, 1989, citados por Schoenfeld, 1992), teniendo como base las ideas y conocimientos propios de los estudiantes de matemáticas en las que ya no es solo saber qué saben, sino cómo lo saben, cuándo y si lo usan.

En este sentido las habilidades metacognitivas no están desarrolladas en los estudiantes de manera natural, sin embargo si pueden ser aprendidas “tales como un resultado de la instrucción explícita de que se centra en los aspectos metacognitivos del pensamiento matemático. Esa instrucción tiene la forma de “coaching”, con intervenciones activas como los alumnos trabajan en los problemas”. (Schoenfeld, 1992)

Bajo esta misma línea de pensamiento, la presente investigación se propone indagar las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas implementando estrategias metacognitivas que incentiven a los estudiantes a apropiarse de su conocimiento y a potencializarlo, descubriendo

bajos sus propias vivencias las carencias o circunstancias desfavorecedoras ante el aprendizaje de las matemáticas.

### 3. Objetivos

- ✓ Reconocer las dificultades que identifican los estudiantes a través de la Metacognición en el aprendizaje de las matemáticas en educación secundaria.
- ✓ identificar las dificultades que manifiestan los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas en todos los grados del bachillerato.
- ✓ interpretar las dificultades manifestadas por los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas.

## 4. Referente Teórico

### 4.1 Antecedentes

Son diversas las investigaciones que se han hecho en torno a Metacognición y de los Obstáculos, Dificultades y Errores en el aprendizaje de las matemáticas por caminos separados sin abordar estrechamente la relación entre ambos aspectos. Para este estudio se analizaron las investigaciones más recientes en dichos campos y se exponen a continuación:

- 4.1.2 Multi-method assessment of metacognitive skills in elementary school children: how you test is what you get. (AnnemieDesoete2008, Volume 3, Number 3, Pages 189-206. Journal Metacognition and Learning)

En este estudio se evaluaron las habilidades metacognitivas, en niños de tercer grado de primaria específicamente en las pruebas de razonamiento matemático y facilidad numérica, a través de múltiples métodos de evaluación de la metacognición en los niños de primaria, protocolos como pensar en voz alta, calificaciones prospectivas y retrospectivas de los niños, los cuestionarios de maestros, las medidas de calibración y EPA2000.

Se investigó además, si las técnicas prospectivas, retrospectivas, en línea y combinadas, así como las calificaciones de los profesores pueden ser usadas por niños de primaria. De esta manera los datos fueron clasificados en categorías relacionadas con las habilidades metacognitivas, como la predicción, planificación, monitoreo y evaluación de competencias (e g, Lucángeli et al, 1998).

Finalmente se encontraron que las habilidades están generalmente relacionadas, pero que es más apropiado evaluar por separado. De igual manera los datos dan cuenta de la estrecha relación existente entre la metacognición y la inteligencia, pero la planeación medida con las

calificaciones del profesor juega un papel por encima y más allá del IQ. La elección de los instrumentos de diagnóstico determinó altamente el porcentaje previsto.

La importancia de este artículo de investigación radica en los instrumentos utilizados para la recolección de los datos, puesto que en ella se evidencian diversos procedimientos como: pensar en voz alta, calificaciones prospectivas y retrospectivas de los niños, cuestionarios de profesores, medidas de calibración y EPA2000, algunos de los cuales pueden ser usados en la presente investigación.

4.1.3 Estrategias metacognitivas en el aprendizaje del álgebra. (Sara Inés Ottonello, Margarita del Valle Veliz, Sonia Patricia Ross. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, vol 24. 2011.

En este trabajo se muestran los resultados obtenidos al realizar un diagnóstico para determinar con qué estrategias metacognitivas contaban los estudiantes de primer año universitario que cursaban Álgebra en el año 2008, es decir estrategias de reflexión y control de la propia actividad cognitiva. Esto dio lugar a implementar según los resultados logrados, una propuesta con tareas de aprendizaje basada en la filosofía de la transferencia gradual del control del aprendizaje; en ellas el profesor asumió el papel de modelo y guía de la actividad cognitiva y metacognitiva del alumno, retirando paulatinamente el apoyo que proporcionaba hasta dejar el control del proceso en manos del estudiante, apuntando así a un aprendizaje autorregulado. La experiencia arrojó resultados positivos, lo que incentivó a seguir trabajando en este sentido.

De esta manera se demostró la importancia de las estrategias metacognitivas para el aprendizaje de las matemáticas y específicamente del álgebra. También parte de la metodología utilizada para

indagar las estrategias metacognitivas de los estudiantes podría ser utilizada en la investigación para provocar en los estudiantes el análisis de sí mismos y sus obstáculos durante el proceso de aprendizaje de las matemáticas.

Como algunos resultados de dicha investigación se tienen que Se observa que el 67% de los alumnos no detectan o detectan muy poco, errores en la ejecución de la tarea, o sea que hay en ellos una ausencia de la función de control valorativo (recordemos que en muchas ocasiones errores en matemáticas son equiparables con obstáculos), así como que solo un 24% alcanza un grado “Alto” de autorregulación. Con lo cual se podría predecir que los estudiantes identificarían muy pocos de sus obstáculos en el aprendizaje de matemáticas.

Finalmente, las conclusiones a las que llegan en la investigación son bastante claras en que El índice de actividad metacognitiva en el desempeño de los alumnos de Álgebra es en general muy bajo. Esto nos muestra la necesidad de implementar estrategias metacognitivas a fin de favorecer en ellos el desarrollo de habilidades que contribuyan al proceso de aprender a aprender.

También, se hace un especial énfasis en que los estudiantes deben ser advertidos sobre la importancia que tiene el reflexionar sobre sus propios saberes y la forma en que se producen, no sólo los conocimientos, sino también el aprendizaje, teniendo en cuenta cómo actúan durante el mismo las herramientas derivadas de los estudios sobre metacognición. Todo esto como un respaldo más a la importancia y pertinencia de la investigación que aspiramos desarrollar.

4.1.4 Obstáculos didácticos en el aprendizaje de la matemática y la formación de docentes (Carmen Andrade Escobar, (2011) Actas Latinoamericanas de Matemática Educativa, vol 24)

El interés de este artículo fue reflexionar sobre los obstáculos didácticos en el aprendizaje de la matemática y cómo se pueden evitar con una adecuada formación de docentes. Los obstáculos son dificultades que no se pueden superar e impiden avanzar en el nuevo conocimiento. Brousseau los clasifica en: ontogenéticos, epistemológicos y didácticos. Los ontogenéticos se refieren a condiciones genéticas específicas y por lo tanto, no se pueden evitar; los epistemológicos son saltos conceptuales que se deben superar para promover el conocimiento; y los didácticos surgen de la enseñanza y por lo tanto, se pueden evitar.

El análisis de los errores más frecuentes de los estudiantes permitió concluir que estos provienen de errores didácticos en tres aspectos: metodológicos; curriculares, cuando no promueve los saltos conceptuales sino trata de evitarlos; y conceptuales cuando se enseñan nociones falsas que distorsionan el concepto. Por último, se estudia la didáctica de Federici como la base de la formación de docentes para evitar los obstáculos didácticos.

Esta investigación es de gran importancia puesto que da cuenta de los obstáculos en el aprendizaje de las matemáticas desde la perspectiva de Brousseau y específicamente de los obstáculos didácticos, en ella también pueden asumirse los obstáculos como dificultades mismas de aprendizaje las cuales pueden explorarse por medio de errores en el mismo, hecho por el cual se clarifica mucho mejor el campo a investigar.

#### 4.1.5 Obstáculos, dificultades y errores en el aprendizaje de los números irracionales.

(Mariela Lilibeth Herrera Ruiz, 2010. Acta Latinoamericana Matemática Educativa, vol 23)

Este artículo constituye el reporte de una investigación que se propuso describir los problemas y conflictos cognitivos que surgen en estudiantes de 3° año de educación media durante el aprendizaje de los números irracionales, conflictos interrelacionados con la teoría propuesta por Socas (1997) sobre dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria. Para ello, se recolectaron los cuadernos y las evaluaciones escritas de los estudiantes, y se diseñó y aplicó un cuestionario. La investigación pretende explorar el primer contacto de los estudiantes en la educación formal con los números irracionales en las condiciones habituales en la que tiene lugar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y asimismo, resaltar la importancia del rol investigador del docente, ya que al investigar dentro de su salón del clase el docente puede realizar una descripción detallada y densa de la realidad, ya que forma parte del contexto educativo.

De acuerdo a lo anterior, la importancia de esta investigación radica principalmente en el marco teórico de la misma donde se explicitan los obstáculos, dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas en bachillerato, especialmente de los números racionales, desde diferentes e importantes autores, lo cual ayuda mucho a fortalecer el marco teórico la presente tesis.

Por otro lado, los hallazgos que en ella se encuentran son muy específicos ofreciendo mas herramientas para comparar y analizar los futuros hallazgos de esta investigación, así como para conceptualizar entorno a dichos temas fundamentados en la teoría propuesta por Socas (1997) en

su tesis doctoral sobre dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria.

- 4.1.6 Dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato. (Jesús López Cahun, Landy Sosa Moguel, 2008. Acta Latinoamericana Matemática Educativa, vol 21)

El presente reporte corresponde a una investigación realizada con el propósito de identificar cuáles son los factores que influyen en las dificultades de aprendizaje y los errores cometidos por alumnos del nivel medio superior al momento de manipular el concepto función. La identificación de los errores se realizó mediante la aplicación de instrumentos de carácter exploratorio elaborados a partir de un análisis epistemológico del concepto. Se reportaron algunos factores de carácter cognitivo, epistemológico y didáctico que influyen en las dificultades que enfrentan los alumnos en el estudio de funciones en el ámbito escolar.

El análisis de la información y los resultados detallados en esta investigación aportan una categorización mucho más amplia acerca de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas en el bachillerato y específicamente en cuanto a funciones se refiere, afirmando de manera contundente que en su mayoría las dificultades de aprendizaje y errores cometidos por los estudiantes se atañen a la enseñanza del concepto de función y que por lo tanto es necesario considerar los aspectos cognitivos, epistemológicos y didácticos para el aprendizaje de funciones, en actividades y experiencias que promuevan el lenguaje y pensamiento, la metacognición, la visualización y la modelación de situaciones o fenómenos.

- 4.1.7 Dificultades para el aprendizaje de matemática discreta. (Mónica del Sastre, Erica Panella, 2008. Acta Latinoamericana Matemática Educativa, vol 21).

A través de la experiencia de algunos docentes de Matemática Discreta (asignatura del primer año de la carrera de Ingeniería en Sistemas de Información), se preocuparon por los reiterados casos en los que se evidenciaron dificultades que, según ellos, se constituyen a su vez en verdaderos obstáculos para el aprendizaje, manifestándose en forma de errores.

Después de advertir esta situación se dirigieron a conocer y analizar los distintos tipos de errores detectados en los exámenes de la asignatura, y a reflexionar sobre las posibles causas de su aparición, con la intención de propiciar una enseñanza facilitadora del aprendizaje. De esta manera se exhibieron los datos surgidos del relevamiento realizado sobre el número de exámenes aprobados y sobre los errores detectados en las evaluaciones finales.

La descripción de manera clara de lo que son dificultades, cómo conforman obstáculos en el aprendizaje y cómo es posible evidenciarlos por medio de errores es de gran importancia para la presente investigación Socas, M. (1997). De igual manera se evidencia el método para estudiar los errores por medio de categorías muy precisas, bastante útiles para una futura recolección y clasificación de información basados en Mulhern (1989) quien las agrupa así:

Contar simplemente el número de soluciones incorrectas a una variedad de problemas.

Análisis de los tipos de errores cometidos.

Análisis de patrones de error.

Construcción de problemas de tal modo que puedan provocar errores en los

Individuos

- 4.1.8 Dificultades en el aprendizaje de matemática. Obstáculos y errores en el aprendizaje del concepto de dependencia e independencia lineal. (Mónica Caserio, Martha Guzmán, Ana María Vozzi, 2007. Acta Latinoamericana Matemática Educativa, vol 20)

Este trabajo que se presenta como reporte de investigación, ya que da cuenta del diseño de aquellos ciclos que se corresponden con el análisis a priori de una situación de aprendizaje, la recolección de datos en la propia situación y el análisis a posteriori de los resultados. Se ocuparon en esta etapa del análisis de los errores puestos de manifiesto por los alumnos de 1° año de las carreras de Ingeniería, en relación a un tema específico del Álgebra Lineal, como es Dependencia e Independencia Lineal

Este reporte, además, la clasificación de los errores como: I-Errores que tienen su origen en un obstáculo II-Errores que tienen su origen en ausencia de sentido del concepto, permite categorizar mucho mejor los futuros hallazgos de la presente investigación.

- 4.1.9 Metacognición un camino para aprender a aprender. (Osses Bustingorry, Sonia; Jaramillo Mora, Sandra. Estudios Pedagógicos, vol. XXXIV, núm. 1, 2008, pp. 187-197. Universidad Austral de Chile. Valdivia, Chile)

En este artículo se aborda el tema de la metacognición como una alternativa viable para formar alumnos autónomos, sobre la base de una educación que potencia la conciencia sobre los propios procesos cognitivos y la autorregulación de los mismos por parte de los estudiantes, de manera tal, que les conduzca a un “aprender a aprender”, es decir, a auto dirigir su aprendizaje y transferirlo a otros ámbitos de su vida.

La importancia de este artículo para la presente investigación radica en la forma como se especifica claramente el conocimiento Metacognitivo como una de las ramas de la Metacognición, así como el lugar importante que ésta tiene en el proceso de enseñanza y aprendizaje, pero también cómo ayuda a potencializar aún más dicho aprendizaje.

Por otro lado, se evidencia una gran apropiación teórica acerca de la Metacognición y sus múltiples miradas dentro de las que encontramos la manera de orientar la enseñanza de estrategias metacognitivas, lo cual ayuda a visualizar mejor la metodología que se llevará a cabo en la presente investigación.

4.1.10 Pre-service and In-service teachers views of the sources of students mathematical difficulties. (Erhan Bingolbali University of Gaziantep, Hatice Akkoç University of Marmara, M. Fatih Ozmantar University of Gaziantep, Servet Demir University of Gaziantep. International Electronic Journal of Mathematics Education – I JM Vol. 6, No.1. Febrero de 2011)

Esta investigación examina las opiniones de los pre-profesores y los maestros en lo que respecta a las fuentes de las dificultades de los estudiantes de matemáticas. Un grupo de 40 pre-profesores de matemáticas, 15 profesores de matemáticas en servicio y 15 maestros de primaria en servicio participaron en este estudio. Se utilizaron cuestionarios como herramientas de recolección de datos para ver lo que los participantes piensan sobre las fuentes de dificultades de los alumnos. La noción de “obstáculos para el aprendizaje” se utiliza como marco para analizar los datos recogidos. El análisis se llevó a cabo sobre la base de tres categorías principales en que los profesores participantes atribuyen las dificultades de los estudiantes: las causas epistemológicas,

las causas psicológicas y causas pedagógicas. El análisis de los datos revela que los profesores de pre-servicio y en servicio tienden a atribuir las dificultades de los estudiantes “a los factores relacionados con los estudiantes, a saber, las causas psicológicas. Se discutieron los resultados en términos de estas tres fuentes de dificultades de aprendizaje, las implicaciones educativas y el empleo de los “obstáculos para el marco del aprendizaje”.

La utilización de categorías de obstáculos en el análisis de los datos (dificultades de aprendizaje en matemáticas) amplía la manera de categorizar también los hallazgos de la presente investigación.

#### 4.1.11 How students view the general nature of their errors: implications for instruction.

(John K. Lannin University of Missouri-Columbia, David D. Barker University of Missouri-Columbia, Brian E. Townsend University of Northern Iowa)

Este estudio examinó cómo dos estudiantes vieron la generalidad de sus errores de razonamiento proporcional en su intento de generalizar situaciones numéricas. Utilizando una metodología experimental de enseñanza se estudió el razonamiento de dos estudiantes de más de 18 sesiones de instrucción. Uno de los estudiantes, Dallas, pareció reconocer que el error de razonamiento proporcional se aplica a todos los casos de una situación problemática en particular y comenzó a aplicar este razonamiento a través de problemas. El otro estudiante, Lloyd, presentó dificultad para ver la generalidad del su uso equivocado de representación proporcional y repite con regularidad este error durante el estudio.

Uno de los importantes aportes que hace este estudio es precisamente la reflexión en cuanto a lo valiosa que puede ser, como estrategia instruccional en la clase de matemáticas, dejar que los estudiantes cometan errores y aprendan lo ventajosos que pueden ser para su propio aprendizaje. También se hace hincapié en que al parecer los estudiantes no “ven con facilidad” (o en términos de Metacognición: “no son conscientes de”) sus errores y más aún de sus errores repetitivos, por tal motivo se propone a los profesores de matemáticas utilizar los errores como “trampolines” para profundizar la comprensión de los estudiantes y que por medio de cuestionamientos, estos últimos puedan entender los conceptos resaltando sus propios errores.

## **4.2 Marco Teórico**

Teniendo en cuenta los aportes de los estudios anteriormente examinados, y con el fin de dar inicio al referente teórico de esta investigación, es necesario definir con claridad las categorías y autores que fundamentan la misma. Así mismo, a continuación se presentan aspectos como: dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de la matemática, así como sus relaciones e interpretaciones.

De igual forma, se presenta un apartado con los aspectos referentes a la Metacognición y específicamente a su relación con el aprendizaje matemático haciendo especial hincapié en el conocimiento metacognitivo en las matemáticas.

### *4.2.2 Dificultades*

Es importante nombrar como punto de partida la estrecha relación entre errores, dificultades y obstáculos propuesta por Socas (1997): “Estas dificultades se conectan y refuerzan en redes

complejas que se concretan en la práctica en forma de obstáculos y se manifiestan en los alumnos en forma de errores”.

Lo cual nos da una idea de jerarquía entre dichos conceptos para no seguir utilizándolos como sinónimos en los diferentes contextos y así poder diferenciarlos, caracterizarlos y comprenderlos de una manera más clara.

#### 4.2.3 Obstáculos

A este respecto es preciso iniciar citando a quien fuera el que propusiera la noción primera de Obstáculo, llamándolo Obstáculo Epistemológico: Gaston Bachelard (1938) en su obra *La formation de l'esprit scientifique* en la que el autor empieza por describir con claridad la importancia de tener en cuenta la experiencia y los conceptos adquiridos con anterioridad ante un conocimiento nuevo asegurando que “cuando se presenta ante la cultura científica, el espíritu jamás es joven. Hasta es muy viejo, pues tiene la edad de sus prejuicios”. Todo esto cobra mayor importancia en la medida que comprendemos que aquellas ideas preconcebidas de fenómenos reales son precisamente las ideas que obstaculizan en el futuro nuestra respuesta a los conceptos nuevos lo cual ejemplaba correctamente al decir que “*Tener acceso a la ciencia es rejuvenecer espiritualmente, es aceptar una mutación brusca que ha de contradecir a un pasado*”.

De esta forma se reconoce la resistencia que ponemos ante las ideas que contradicen nuestro conocimiento adquirido, tratando de poner por encima de ellas nuestros propios instintos, como si la opinión pesara ante la ciencia o si nuestras experiencias dieran cuanta absoluta de la realidad.

A continuación se realiza un breve recuento de la caracterización que Bachelard propone para un Obstáculo Epistemológico, específicamente en las ciencias experimentales, desde varios puntos de vista a saber: *la experiencia básica*, es la experiencia colocada por delante y por encima de la crítica. *El conocimiento general como obstáculos para el conocimiento científico*, en la cual se absolutiza la ciencia (o la verdad) y se trata de generalizar la realidad y en palabras del autor: “... esta ciencia de lo general, se siempre una detención de la experiencia, un fracaso del empirismo inventivo”. *Obstáculo Verbal*, donde encontramos las analogías y metáforas que pudieran llegar a ser nocivas para los futuros nuevos conocimientos, todo esto por medio del lenguaje entendiéndose también como el uso de imágenes y no solo de palabras. *El conocimiento unitario y pragmático como obstáculo para el conocimiento científico*, en la que se muestra como una generalidad semejante son de hecho obstáculos para el pensamiento científico de esta forma se puede partir de un hecho comprobado pero el empuje utilitario conducirá casi infaliblemente demasiado lejos, es decir a generalizaciones exageradas. *El obstáculo sustancialista*, se compone de la reunión de las intuiciones más alejadas y hasta las más opuestas que dan lugar a una explicación tan breve como tajante. *Psicoanálisis del realista*, en la medida que constituye un obstáculo a la cultura científica sobreestimando un tipo particular de conocimiento en el que se valoricen las materias y las cualidades. *El obstáculo animista, el Mito de la Digestión, Libido y Conocimiento Objetivo, Los obstáculos del conocimiento cuantitativo, La objetividad Científica y Psicoanálisis*.

#### 4.2.4 Obstáculos en Matemáticas

Años más tarde un autor diferente, Brousseau en su reconocida obra *Les obstacles épistémologiques et les metacognition en mathématiques* (1983), hace referencia a los Obstáculos

Epistemológicos pero esta vez referente a la Educación Matemática, quien consideró necesaria la incursión de dicho termino en la matemática a pesar de que Bachellard lo había considerado propio de las ciencias experimentales. Así mismo, propone caracterizar los obstáculos de la siguiente manera

- *un obstáculo es un conocimiento, no una falta de conocimiento;*
- *el alumno utiliza este conocimiento para producir respuestas adaptadas en un cierto contexto que encuentra con frecuencia;*
- *cuando se usa este conocimiento fuera de este contexto genera respuestas incorrectas.*  
*Una respuesta universal exigiría un punto de vista diferente;*
- *el alumno resiste a las contradicciones que el obstáculo le produce y al establecimiento de un conocimiento mejor. Es indispensable identificarlo e incorporar su rechazo en el nuevo saber; después de haber notado su inexactitud, continúa manifestándolo, de forma esporádica. (Brousseau, 1983, pp. 41-63 )*

#### *4.2.5 Dificultades, en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria*

En concordancia con Socas (1997) en su capítulo dedicado a las Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria propone la siguiente clasificación de dificultades del aprendizaje de las matemáticas aceptando de antemano que provienen de naturaleza diferente y que pueden abordarse desde perspectivas distintas.

- *Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos de las Matemáticas: se relaciona con el lenguaje en la comprensión y comunicación de los objetos matemáticos y el lenguaje cotidiano como mediador en la interpretación de los signos.*

- *Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático:* se relacionan con las rupturas implícitas en los modos de pensamiento matemático; los ejemplos, los dibujos en el pizarrón, las imágenes estandarizadas, pueden generar errores.
- *Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las Matemáticas:* los métodos de enseñanza deben ser acordes con la organización institucional escolar y la secuencia curricular.
- *Dificultades asociadas a los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos:* al momento de diseñar los recursos y estrategias en la enseñanza se deben considerar las etapas del desarrollo cognitivo de los estudiantes, sus características y capacidades.
- *Dificultades asociadas a actitudes afectivas y emocionales hacia las Matemáticas:* en esta investigación el dominio afectivo comprende las: creencias, actitudes y emociones, que actúan como fuerza impulsadora o de resistencia al cambio de la actividad matemática.

De igual forma, este autor considera que es posible que desde nuestro papel de docentes propiciemos una enseñanza adecuada y facilitemos un mejor aprendizaje de las matemáticas si conocemos de manera general o específica las razones por las que se originan los diferentes errores cometidos los alumnos al trabajar con las Matemáticas. Sin embargo, en esta investigación se plantea la importancia de que más que reconocer los errores, obstáculos y dificultades de los estudiantes durante la construcción del conocimiento matemático, desde nuestra actividad docente; es necesario que los estudiantes sean conscientes de los mismos errores y en lo posible de su procedencia.

#### 4.2.6 Errores en el aprendizaje de las matemáticas

En cuanto a los errores, Radatz (1979), citado por Mariela Lilibeth Herrera Ruiz en su investigación *Obstáculos, dificultades y errores en el aprendizaje de números irracionales*, plantea las siguientes categorías:

- *Dificultades del lenguaje*: los errores se derivan del uso inadecuado o erróneo de los símbolos y términos matemáticos, por lo que su aprendizaje se realizó inadecuadamente.
- *Dificultad para obtener información espacial*: este tipo de error se genera de las representaciones icónicas inadecuadas de situaciones matemáticas.
- *Aprendizaje deficiente de los prerrequisitos*: son causados por deficiencias en el manejo de conceptos y procedimientos para las tareas matemáticas adquiridos previamente.
- *Asociaciones incorrectas o rigidez del pensamiento*: se relacionan con la inflexibilidad del pensamiento para adaptarse a situaciones nuevas, y se subdividen en cuatro tipos: por perseverancia, de asociación, de inferencia, y de asimilación.
- *Aplicaciones de reglas o estrategias irrelevantes*: los errores son producidos cuando se emplean reglas o estrategias análogas en contenidos diferentes, ya el razonamiento por analogía no siempre funciona en Matemática.

#### 4.2.7 La Metacognición

Aunque la Metacognición tienen sus inicios en la Psicología se reconoce como uno de los pioneros en dicho concepto a Flavell (1978:79) quien lo plantea entre otras cosas como la continua observación de los propios procesos cognitivos en relación con los objetos sobre los que se apoyan, generalmente al servicio de alguna finalidad específica u objetivo. Pudiéndose interpretar entonces como la vigilancia propia y permanente que se debe tener de cualquier

proceso cognitivo, entre esos el aprendizaje, ligado siempre a un objeto cognitivo, como la disciplina que se pretende aprender.

Sin embargo, Flavell lo enuncia inicialmente como un estado de conciencia “simple” cuando propone el siguiente ejemplo: “Estoy implicado en Metacognición (meta memoria, meta aprendizaje, meta atención, metalenguaje, o cualquiera de las “metas”) si me doy cuenta de que me resulta más fácil aprender A que B”

Aunque hay que decir que lo anterior no siempre es una tarea simple pues también plantea que en ocasiones hay procesos cognitivos que no se realizan de forma consiente, lo cual da pie a creer que los mientras mayor nivel de conciencia posea el sujeto tiene un mayor nivel de Metacognición.

Este primer enfoque de la Metacognición permite concebirla como el conocimiento del conocimiento, sin embargo, Silva, C. (1999) establece dos grandes clasificaciones del concepto de Metacognición:

La primera clasificación ubica la Metacognición como asociada con dos componentes, que son: el conocimiento sobre los procesos cognitivos y la regulación de los procesos cognitivos. El primer componente se refiere al conocimiento que la persona tiene (o elabora) en una situación determinada sobre los propios conceptos cognitivos, los cuales se diferencian según el aspecto de la cognición al que se haga referencia.

El segundo componente de esta clasificación está referido a los tres procesos esenciales cuya función es regular los procesos cognitivos. Estos procesos son: la planificación, que es la actividad previa a la ejecución de una determinada tarea y que

incluye el diseño de una heurística que prevea el posible rumbo de las acciones y estrategias que se desea a seguir; el control, que se establece desde el momento que se inicia la ejecución de las acciones o tareas y que puede manifestarse en actividades de verificación, rectificación y revisión de la estrategia empleada; y la evaluación, que permite contrastar los resultados con los propósitos definidos previamente. Aquí la evaluación también implica la valoración de los resultados de la estrategia utilizada en términos de su eficacia, lo que en varios países de Latinoamérica están denominando “competencias”. (Memorias de la V Conferencia Internacional de Ciencias de la Educación. Camagüey-CGI/CD ROM Cuba.)

Así mismo es posible clasificar los conocimientos en tres categorías: los conocimientos sobre los sujetos (personas), los conocimientos sobre las tareas y los conocimientos sobre estrategias; o como mejor lo definen White y Mitchell (1994): “...el conocimiento consiente de los procesos de pensamiento y de aprendizaje y el manejo de estos”.

Por lo anterior, vale la pena mencionar que la presente investigación se sitúa en campo específico del Conocimiento de los Procesos Metacognitivos teniendo en cuenta que

[...] “está ligado a los aspectos declarativos del conocimiento que interrogan el saber qué, el cual les permite a los individuos preguntarse por sus propios conocimientos y su particular manera de adquirirlos [...] al mismo tiempo este tipo de información es fácilmente tematizable; es posible comunicarla en un dialogo con otros, lo mismo que conocer sus alcances y vacíos” Laval, C. (2004) citado por Silva, C. (2006).

Dicho tipo de conocimiento se fortalece con la madurez intelectual de los individuos, de tal modo que puede hablarse de niveles del mismo Escudero, J.M. (2002) citado por Silva, C.

(2006). Sin embargo, aunque la Metacognición se considera un proceso que es en gran medida responsabilidad del alumno, también depende estrechamente de los mecanismos que el profesor debe introducir para permitir al alumno avanzar en sus niveles metacognitivos y contribuir a su formación como aprendices independientes, capaces de detectar sus dificultades y aciertos. Angulo, F. (1998).

Por otro lado, el segundo aspecto a desarrollar en esta clasificación en cuanto a la regulación de procesos metacognitivos o autorregulación, desde la perspectiva de Kreuzer y Flavell (1975); Bisanz, Vesonder et al (1978); Butterfield y Peck (1988), se refiere a la capacidad que tiene el sujeto para manejar sus recursos cognitivos y la supervisión y evaluación del éxito de dichos recursos en su propio desempeño cognitivo.

Este tipo de conocimiento, según Silva (2006), a diferencia del anterior, no es fácilmente tematizable, puesto que al estar relacionado con el saber cómo, puede llegar a presentar dificultades durante la expresión de las propias acciones o aspectos procedimentales del conocimiento necesarios para alcanzar el éxito en una tarea determinada.

En síntesis, a lo largo del estudio y conceptualización de la Metacognición parece haber acuerdo en cuanto a que es un constructo entre los que abarca aspectos como: la toma de conciencia por parte de los individuos (conciencia metacognitiva), sobre sus propios procesos de pensamiento y conocimiento (el conocimiento metacognitivo) y sobre las formas de cualificarlos y delimitarlos (el control metacognitivo). (Silva, 2006; Arbeláez, M. García, A. Gil, H. Romero, F. Vargas, E. 2002).

Nos adentramos ahora en los componentes de la Metacognición identificando en primera medida los dominios desde los cuales opera lo metacognitivo Flavell (1978): el conocimiento metacognitivo y la experiencia metacognitiva.

El primer dominio se refiere tanto al conocimiento que el sujeto tiene de la cognición en general del ser humano como en lo particular de sí mismo, abriendo paso más que al conocimiento a una reflexión sobre lo cognitivo, Silva (2006) ; y abarca tres dimensiones:

1. Conocimientos relativos a personas: por medio de la cual se tiene conciencia de sus propias habilidades y carencias en relación con la tarea o el objetivo propuesto.
2. Conocimientos relativos a exigencias de las tareas: el cual incluye el conocimiento sobre la naturaleza de la tarea así como del tipo de demandas que se pueden procesar, siendo capaz de brindar información acerca de los aspectos que más interesan o que más fácilmente se aprenden cuando se asume una tarea cualquiera.
3. Conocimientos relativos a estrategias empleadas para resolver tareas: es el conocimiento y empleabilidad del individuo acerca de las estrategias que le permiten ser más productivo y eficaz en una determinada situación de aprendizaje.

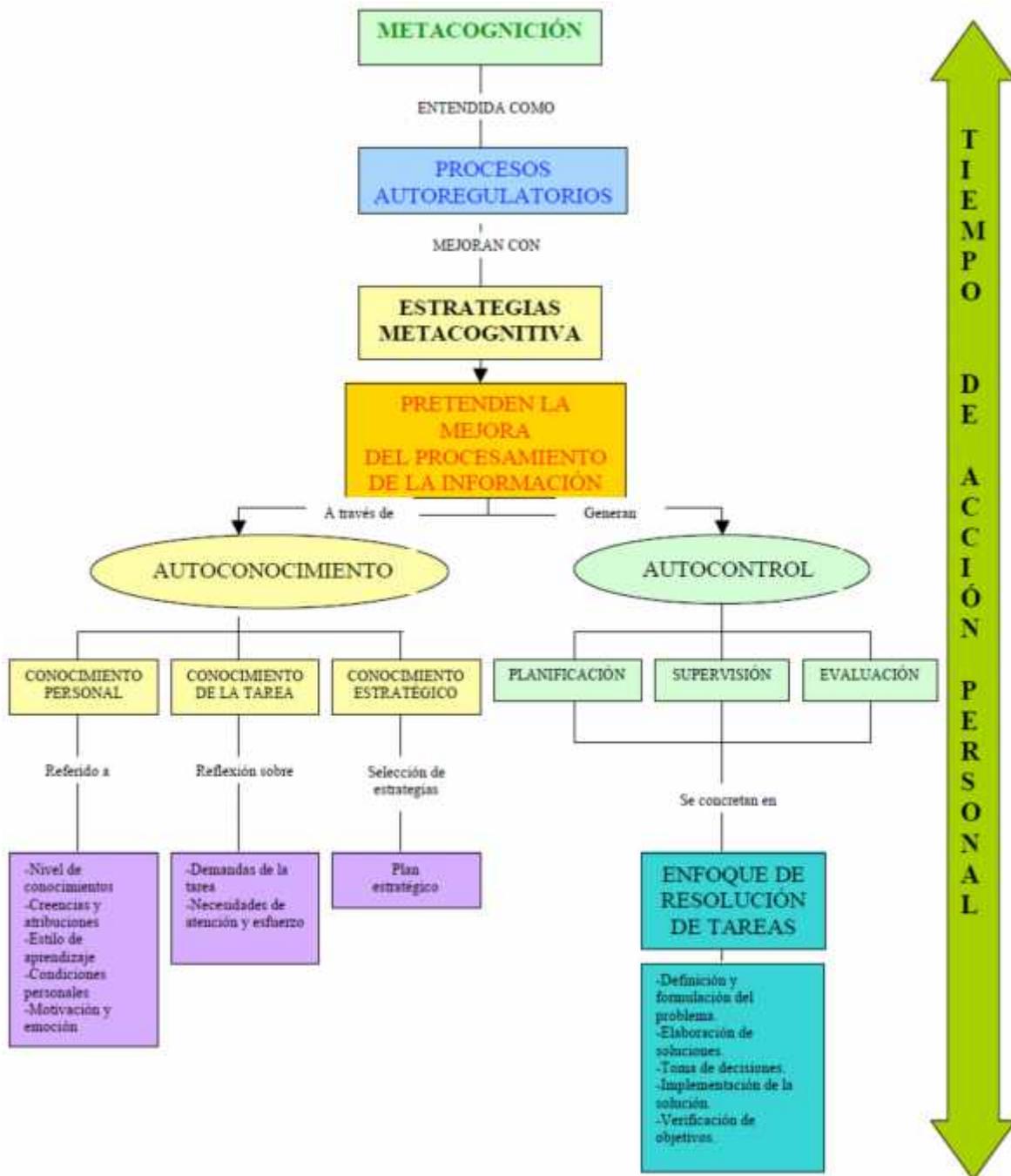
El segundo dominio, tal y como lo define Silva (2006): “hace referencia a las sensaciones de conocimiento que experimenta conscientemente el sujeto que está llevando a cabo su proceso cognitivo: conocer sobre la complejidad del problema que se aborda; distinguir una ruta y sus diferencias con otras, saber qué tan cerca y tan lejos se está de tener éxito”; en otras palabras: Regulación Metacognitiva (Arbeláez et al, 2002).

Para llevar a cabo dicha regulación o Control Metacognitivo es necesario remitirnos a las habilidades que necesariamente debe poseer el sujeto que le puedan ayudar a controlar sus propios procesos cognitivos, más precisamente, aquellas que le ayudan a tener conciencia de una habilidad al momento de enfrentarse a una tarea concreta. Como actividades metacognitivas reguladoras encontramos:

- Planificar: esta habilidad involucra la selección de estrategias apropiadas y la asignación de recursos que influyen en la ejecución. Ejemplos de actividades de planificación incluyen hacer predicciones antes de leer, secuenciar la estrategias y asignar tiempo o atención en forma selectiva antes de comenzar una tarea (Flavell, 1975)
- Controlar (supervisar): se refiere a la revisión que llevamos a cabo cuando ejecutamos una tarea, resolvemos un problema o tratamos de comprender algo. Esta actividad pudiera definirse como la habilidad para involucrarnos en un proceso periódico de autoevaluación cuando estamos comprendiendo, aprendiendo, almacenando o recuperando información.

Evaluar y Monitorear: el primero se refiere a la apreciación de los procesos reguladores y de los productos de nuestra comprensión y nuestro aprendizaje. (Flavel, 1975, 1979). Un ejemplo puede ser la evaluación de nuestros objetivos y metas, o la evaluación de la realización de una actividad. El segundo hace referencia al “assessment”, es decir, a la observación y acumulación de evidencias, la apreciación de la eficacia de las estrategias utilizadas o a la modificación de nuestro plan de acción en función de los resultados obtenidos. (Arbeláez et al, 2002. Habilidades metacognitivas y entorno educativo).

El esquema que aparece a continuación sintetiza en gran medida lo que se ha venido presentando y nos permite observar con claridad el panorama metacognitivo actual.



tomado de Silva, 2006.

#### 4.2.8 Metacognición en Matemáticas

Ya hemos analizado con claridad la importancia que tiene la Metacognición así como el desarrollo de las habilidades metacognitivas en el entorno educativo, y en ese sentido la educación matemática no es ajena a la necesidad permanente de su estudio e implementación.

Es conocido por todos que en una disciplina como las Matemáticas, el docente tradicionalmente intenta proveer a sus estudiantes de algoritmos, reglas y demás herramientas, mediante actividades repetitivas, esperando que se acumulen en la memoria de los mismos para que los puedan poner en práctica durante la solución de un problema o el simple planteamiento de un ejercicio básico. *“Visiblemente, enseñan algunas reglas, “conceptos” exigiendo la memorización del tema y estas reglas se practican, resolviendo ejercicios muy elementales, ayudando a la memorización de ciertos algoritmos” (Szigeti, 2005:1 citado por Quintero, 2010)*

De la misma forma, en casi todos los casos se observa que el docente es quien lleva el conocimiento al aula de clases y que pocas veces es refutada su posición por un estudiante puesto que casi ninguno aborda los temas de forma autónoma, espontánea o investigativa. Es así como en muchos casos las Matemáticas terminan siendo concebidas por los estudiantes como un juego memorístico con alto nivel de complejidad compuesto por reglas formales y operaciones exactas, mas no como un proceso lógico que gira en torno a la solución de problemas reales y que es observable en casi todos los aspectos de la vida.

Debido a lo anterior, puede percibirse la profunda necesidad que existe, en el campo de las Matemáticas Educativas, de la incursión permanente de la Metacognición, puesto que será ella quien con todas sus características y componentes podrá propiciar autonomía e independencia en los aprendices con el fin de favorecer sus aprendizajes y más aún la importancia de *aprender a aprender*, que en palabras de Gómez - Granell (1990) este término “significa desarrollar una serie de habilidades metacognitivas que permitan al alumno reconocer y controlar las situaciones de aprendizaje; y ello implica ayudarles a desarrollar su potencial de aprendizaje, es decir, sus propias estrategias de aprendizaje”.

Bajo esa línea de pensamiento, a continuación se examinan algunos aportes importantes de la Metacognición a la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas.

Para iniciar, se propone un ligero paseo por la historia de la psicología y su incursión en las matemáticas, específicamente en su enseñanza y aprendizaje, para lo cual Shoenfeld (1992) en su escrito “Learning to think mathematically: Problemsolving, Metacognition, and sense-making in mathematics” hace un importante recuento.

Sería imposible negar la influencia que han tenido la psicología y la filosofía en el pensamiento matemático desde hace por lo menos 2000 años (Aristóteles, Platón, Descartes por nombrar solo algunos). La Psicología por su parte, aunque en sus inicios careció de respaldo y credibilidad, fue ganando adeptos después de muchas disputas e innumerables investigaciones que poco a poco abrieron el campo a los desarrollos en torno a la Cognición humana y finalmente a la Metacognición.

Para todos es conocida la interminable discusión entre Conductistas (Pavlov, 1924; Watson, 1930; Skinner, 1974) y Mentalistas-Constructivistas (Wundt, 1904; Thorndike, 1924; Piaget, 1928, 1930, 1971), en el que los primeros realizaron constantes y vehementes ataques contra el “mentalismo” (estudio de la mente) refiriéndose a sus investigaciones como subjetivas y de poco carácter científico (Watson, 1930, p. 5).

Fue en 1945 cuando los Gestaltists, particularmente Duncker, Hadamard, y Wertheimer, estuvieron interesados en pensamiento de orden superior y convirtieron dicho año en excepcional, tanto para ellos como para el mentalismo y la reciente perspectiva constructivista. Ya en 1950, con los modelos de simulación, fundamentados en la lógica simbólica, cibernética y en la psicología Gestal, basados en la teoría de la memoria a largo plazo como una organización de asociaciones dirigidas y de la resolución de problemas como un proceso orientado a objetivos de búsqueda (Simon, 1979 citado por Shoenfeld, 1992) se cumplieron los estándares conductistas abriendo así las puertas para las teorías y metodologías de los procesos de información en la escuela e incluso para años más tarde (Ericsson & Simon, 1980) tratar de legitimizar los protocolos de resolución de problemas en voz alta.

Durante el mismo período de tiempo (el primer documento sobre meta memoria por Flavell, Friedrichs y Hoyt apareció en 1970, el tema alcanzó su punto máximo en la década de 1980 a mediados y finales) “Metacognición” se convirtió en un tema de investigación importante. (Shoenfeld, 1992)

Flavell definió el término como:

Metacognición se refiere al propio conocimiento concerniente al propio proceso cognitivo o a cualquier cosa relacionado con él...Por ejemplo, estoy empleando Metacognición si noto que estoy teniendo más problemas aprendiendo A que B; si se me ocurre que me vuelva a comprobar

C antes de aceptarlo como un hecho, y si se me ocurre que deba analizar todas y cada una de las alternativas en una tarea de selección múltiple antes de decidir cuál es la correcta...Metacognición se refiere, entre otras cosas, al activo seguimiento y la consecuente regulación y orquestación de estos procesos en relación con los objetos cognitivos o datos en los que se llevan, por lo general en el servicio de alguna meta y objeto concreto (p.232)

Motivados por su trabajo, diversos autores empezaron a interesarse por diferentes campos de la cognición, así en lectura (Palincsar y Brown, 1984), escritura (Scardamalia y Bereiter, 1983) y matemáticas (Schoenfeld, 1985).

La psicología pronto se dio cuenta que las matemáticas y su aprendizaje eran un campo que ofrecía garantías para ser investigado o utilizado en las investigaciones, debido a que su presentación formal y de complejidad podría evitarles dificultades de “contaminación” durante el proceso. En esa medida, Newell y Simon (1972) analizaron el comportamiento de los estudiantes para resolver problemas de lógica simbólica con el objetivo de encontrar manipulaciones simbólicas exitosas sin incluir la comprensión. En cambio, por supuesto, el “resultado final” para la mayoría de los educadores de matemáticas es que los estudiantes desarrollen una comprensión de los procedimientos y sus significados. (Schoenfeld, 1992).

Para ese entonces, las investigaciones en torno a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas eran diversas en sus objetivos y metodologías: Kaput discutió temas fundamentales de representación y su papel en la comprensión, Shaughnessy y conceptos erróneos, Schoenfeld el papel de la metacognición y creencias. Alba Thompson (1985) estudiaron las creencias de maestros y sus efectos en la instrucción, entre otros.

Schoenfeld (1992), por su parte propone un marco para la exploración del conocimiento matemático en la cual describe la base del conocimiento desde la perspectiva del almacenamiento de la información, dejando claro que cuando un individuo se encuentra frente a un problema matemático no basta con querer saber con qué conocimiento cuenta “en la cabeza” sino cómo accede a él.

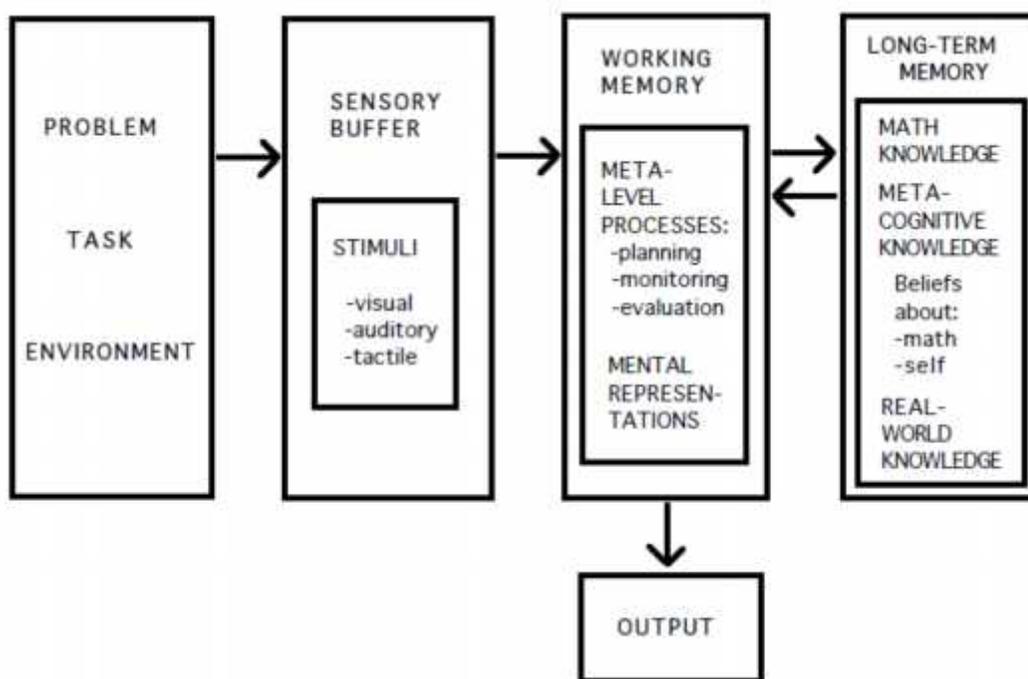
A modo de analogía, considere las preguntas paralelas con respecto al contenido de una biblioteca: ¿Qué hay en ella, y cómo acceder a los contenidos? La respuesta a la primera pregunta está contenida en el catálogo: una lista de libros, discos, cintas, y otras cosas que la biblioteca posee. Es el contenido que le interese, si usted tiene un problema particular, o necesita recursos particulares. ¿Cómo conseguirlos libros catalogados?, o ¿cómo tener acceso a ellos?, es algo irrelevante (sobre todo si los que desea no está en el catálogo). Por otro lado, una vez que usted está interesado en la búsqueda y el uso de algo que figuran en el catálogo, la situación cambia. ¿Cómo funciona realmente la biblioteca? Se convierte en un aspecto muy importante: Procedimientos para localizar un libro en las estanterías, llevándolo a la mesa, y echarle un vistazo debe ser entendido. Tenga en cuenta, por cierto, que estos procedimientos son en gran medida independientes del contenido de la biblioteca. Se podría seguir el mismo conjunto de procedimientos para acceder a cualquiera de los dos libros de la colección general.

De esta manera, Schoenfeld le da importancia a la base de conocimientos o también conocido como conocimientos previos, puesto que no es posible comprender al aprendiz si no se conocen sus ideas o conceptos en torno al conocimiento nuevo o al problema para solucionar. Es importante no olvidar que dicha base de conocimientos puede estar

compuesta por ideas erróneas a las que seguramente podrán hacerseles frente después de ser descubiertas.

“En términos generales, los aspectos de la base de conocimientos relevantes para el desempeño eficaz de un dominio son: conocimiento informal e intuitiva sobre el dominio; hechos, definiciones, y similares; procedimientos algorítmicos, los procedimientos de rutina; las competencias pertinentes, y el conocimiento sobre las reglas del discurso en el dominio” (Schoenfeld, 1992 citado por Conner, E)

En el mismo sentido, Schoenfeld (1992) describe el acceso a los recursos, es decir, la estructura de la memoria, indicando como el contenido es organizado, accedido y procesado.



*Tomado de Silver (1987) citado por Conner, E.*

En la figura anterior Silver (1987) propone que la memoria se recopila en tres grandes estados: el primero de ellos “Sensory Buffer” o “Buffer Sensorial” se acumulan todas las sensaciones que experimenta un individuo y que por tal motivo su capacidad es muy poca, sólo alguna información llega a transitar hasta la “Working Memory” o “Memoria de Largo Plazo”, éste segundo estado de la memoria es, según el autor, donde *el pensamiento se hace*, y aunque tiene una capacidad también limitada, tiene la potestad de extraer información tanto del “Buffer Sensorial” como de “Long-Term Memory” o “Memoria a Largo Plazo”. En esta última encontramos conocimientos de tipo matemático y Metacognitivo, así como las creencias acerca de las matemáticas y de sí mismo, y el conocimiento del mundo real.

Toda esta teoría, aunque útil para el estudio del aprendizaje Matemático debido a la gran cantidad de “fragmentos” importantes para recordar durante cualquier tarea propuesta, también ha sido muy criticada debido a la limitación que expone del procesamiento mental de las personas.

A manera de aporte para la Educación Matemática, el trabajo de Silver (1987) ha permitido reflexionar acerca de la información matemática que requieren los estudiantes para ser utilizada durante la solución de un problema, sin embargo, ser competentes en matemáticas no solo consiste en conocer los algoritmos, manejar las ecuaciones o formulas, entre otras herramientas; si no también en crear estrategias para la solucionar problemas en contextos matemáticos y fuera de él. De lo contrario “el rendimiento puede, sino se basa en una comprensión de los principios que llevaron al procedimiento, ser propenso a errores y se olvida fácilmente” Schoenfeld (1992).

En cuanto a la *Auto-regulación, o Monitoreo y Control*, Schoenfeld (1992) la define como *una de las tres grandes áreas abarcadas bajo el término paraguas Metacognición*, y la describe usando el siguiente ejemplo:

...como cuando usted trabaja un problema matemático y se da cuenta de que el problema es más complejo de lo que había pensado al principio. Quizás la mejor cosa a hacer es volver a empezar, y asegúrese de que usted ha entendido completamente. ..

...Si las cosas parecían estar marchando bien, se continuó por el mismo camino, y si parecía ser un problema, usted ha hecho un balance y consideró otras opciones. Seguimiento y evaluación de los progresos “en línea”, actuando en respuesta a las evaluaciones de progreso en línea, son los componentes básicos de la autorregulación.

Durante 1970 y 1980, diferentes campos de investigación, como la literatura, la inteligencia artificial y las matemáticas, convergieron en que la autorregulación era un tema de gran importancia y empezaron a tener hallazgos como los que se indican a continuación:

...la capacidad y la predilección de planificar, actuar según el plan, y tomar retroalimentación en línea, así como llevar a cabo un plan, parecen desarrollarse con la edad...no es sólo lo que sabe, es cómo, cuándo, y si usted lo usa. ..En su mayor parte, los estudiantes no son conscientes o no de utilizar las habilidades directivas demostradas por el experto. Sin embargo, es cierto que estas habilidades pueden ser aprendidas, tales como un resultado de la instrucción explícita de que se centra en los aspectos metacognitivos del pensamiento matemático... (Schoenfeld,1992).

...los procesos de control y el conocimiento de los procesos cognitivos se desarrollan al mismo tiempo que la comprensión de los conceptos matemáticos...Instrucción metacognitiva es más eficaz cuando se lleva a cabo en un contexto de dominio específico...la instrucción metacognitiva en particular, es probable que sea más eficaz

cuando se proporciona de manera sistemática organizada bajo la dirección del profesor. (Lester, Garofalo, & Kroll, 1989, pp. 88-95; citado por Schoenfeld, 1992).

De esta forma, Shoefeld (1992) concluye su apartado sobre Autorregulación indicando que es una tarea difícil para llevar a cabo en el aula de clase y que requiere de mucha dedicación por parte del docente para que sus efectos sean evidentes tanto en el cambio de comportamiento de sus estudiantes como en el mejoramiento de su desempeño de las matemáticas.

En este sentido, Kenney & Silver (1993) proporcionan Estrategias para el fomento del Autocontrol del alumno, las cuales se deben efectuar siguiendo estas pautas:

- *Poniéndolo por escrito*: es una forma de evaluar con anticipación la información que tiene el estudiante de sí mismo, esto se puede estructurar de la forma siguiente:

Lo que yo sé	Lo que necesito saber	Espacio para pensar

- *Haciendo preguntas de auto monitoreo*: consiste en estimular a los alumnos a formularse preguntas para verificar la comprensión de su autoconciencia y autoevaluación durante las clases. Las siguientes son algunas preguntas que se pueden formular:

Preguntas	Respuestas
(Exactamente)¿Qué está haciendo usted?	
¿Puede describirlo con exactitud?	
¿Por qué lo está haciendo?	
¿Cómo encaja en la solución?	
¿Cómo le ayuda eso?	

¿Qué hará con el resultado, cuando lo obtenga?	
--	--

- *Asimilación de criterios para juicios:* la finalidad de esta estrategia es de dotar a los alumnos de la habilidad de responder a una autoevaluación congruente con los criterios y juicios que puedan hacer los profesores.
- *El rol del profesor en el autocontrol del alumno:* consiste en que el docente adquiera experiencia para diseñar instrumentos que alimenten el autocontrol en ámbitos como el conocimiento matemático, los procesos y las actitudes. (Quintero, 2010. Hacia un programa de Autorregulación del pensamiento lógico-formal en el aprendizaje de las matemáticas, pp 239)

Por otra parte, Alonso (1994) considera que así como es fundamental el desarrollo del autocontrol en el estudiante también lo es *enseñarle a razonar*, es así como propone una serie de principios para aumentar el aprendizaje matemático, como se muestran a continuación:

- *Plantear a los alumnos situaciones que generen conflictos cognitivos*, es decir, la relación permanente entre conocimientos previos y la nueva información adquirida a través de un concepto, definición, teorema, ejercicio o problema
- *Enseñan procedimientos que faciliten la representación de situaciones sobre las que se razona* y la posibilidad de atender todos los elementos que la conforman sin sobrecargarse de información.
- *Estimular al alumno para que piense en voz alta el proceso de razonamiento que desee desarrollar.*
- *Perfeccionar de manera progresiva los hábitos de razonamiento eficientes.*

- *Familiarizar a los alumnos con las distintas áreas del conocimiento, demostrando la transversalidad de las mismas y su utilidad para comprender las diferentes situaciones problema. (Quintero, 2010. Hacia un programa de Autorregulación del pensamiento lógico-formal en el aprendizaje de las matemáticas, pp 240)*

A pesar de las estrategias con las que se busca fomentar el Autocontrol o Autorregulación en el aprendizaje matemático, no parece existir con claridad un modelo que pueda explicar el porqué de su desarrollo o de su no desarrollo en el individuo:

...Nos falta una caracterización adecuada del control. Es decir, no tenemos buenos modelos teóricos de lo que se manifiesta, y cómo funciona. No sabemos, por ejemplo, si el control es independiente del dominio o un dominio dependiente... Segundo, el desarrollo. Sabemos que en algunos ámbitos, los niños pueden demostrar sorprendentemente sutiles conductas de autorregulación– por ejemplo, en situaciones sociales, donde se recogen las claves conductuales y de conversación con respecto así se debe perseguir determinado tema de conversación con sus padres. ¿Cómo y cuándo los niños desarrollan estas habilidades en el ámbito social? ¿Cómo y cuándo se desarrollan (o no desarrollan) las habilidades análogas en el dominio de las matemáticas? ¿Son las aparentes similitudes sólo aparente, o que tienen una base común de alguna manera?” (Schoenfeld, 1992. Pp 84-85).

#### *4.2.9 El conocimiento metacognitivo en las matemáticas*

A continuación se presenta la propuesta de Flavell (1979) en cuanto al Modelo de Monitoreo Cognitivo, y más específicamente del Conocimiento Metacognitivo.

En primera medida, el autor sugiere que dicho modelo está compuesto por cuatro clases de fenómenos que interactúan y se relacionan entre sí. Dichos fenómenos son:

- (a) Conocimiento metacognitivo, (b) experiencias metacognitivas, (c) las metas (o tareas) y (d) acciones (o estrategias).

Para este estudio es necesario centrarnos en el primero de ellos, para lo cual se define de la siguiente manera:

“El conocimiento metacognitivo es aquel segmento del conocimiento almacenado del mundo que tiene que ver con las personas como criaturas cognitivas y con sus diversas tareas, metas, acciones y experiencias cognitivas. Un ejemplo sería la creencia adquirida de una niña que a diferencia de muchos de sus amigos, ella es mejor en aritmética que en ortografía...” (Flavell, 1979, pp. 906-911)

De lo anterior se entiende que el Conocimiento Metacognitivo hace referencia a las creencias que tiene el sujeto de los factores que afectan el desarrollo de una actividad determinada. Dichos factores son: el conocimiento de la persona, de la tarea y de la estrategia. El primero de ellos, el conocimiento de la persona, hace referencia al conocimiento que se tiene de uno mismo (Pintrich, 2002) y de los demás, de sus habilidades y falencias incluso en comparación con otros, “ejemplos de las subcategorías de primera y segunda sería, respectivamente, (a) la creencia que usted puede aprender más cosas mejor escuchando que leyendo, y (b) que uno de sus amigos es socialmente más sensible que otros” (Flavell, 1979).

El segundo factor, el conocimiento de la tarea, consiste en la comprensión de lo que implica administrar de mejor manera el conocimiento que se tiene para conseguir el éxito en una tarea

propuesta, así como también la habilidad de distinguir cuales tareas son más fáciles o difíciles de realizar. *Por ejemplo, es más fácil recordar lo esencial de la historia de su redacción exacta (Flavell, 1979).*

En cuanto al tercer factor, el conocimiento de la estrategia, describe la habilidad que tiene el sujeto para comprender cual estrategia le ofrecerá mejores resultados durante la ejecución de una tarea. “El niño puede llegar a creer, por ejemplo, que una buena manera de aprender y retener muchos cuerpos de información es prestar especial atención a los puntos más importantes y tratar de repetirlo con sus propias palabras”. (Flavell, 1979). En este punto hay que tener presente que es posible tanto aprender estrategias cognitivas como metacognitivas.

Para finalizar, Flavell (1979) hace especial hincapié en que los procesos anteriormente definidos pueden activarse de forma inconsciente o consiente; y solo cuando ésta última ocurre se incursiona entonces en el campo metacognitivo. A manera de síntesis describe con el siguiente ejemplo las interacciones entre los tres factores antes mencionados:

“...la mayor parte del conocimiento metacognitivo se refiere en realidad a las interacción esa combinación es entre dos o tres de estos tres tipos de variables. Para ilustrar como una combinación involucra a los tres, se podría creer que (a diferencia de su hermano) se debe utilizarla estrategia A (en lugar de la Estrategia B) en X de tareas(en contraste con la Tarea Y)”

Por su parte, Simons (1996), define el campo de la Metacognición con un modelo más amplio en la que se observan los siguientes componentes:

- Conocimiento Metacognitivo (conocimiento declarativo, conocimiento procedimental y conocimiento condicional),
- Habilidades Metacognitivas (predicción, planificación, monitorización y evaluación) y

- Creencias Metacognitivas (auto concepto, autoeficacia, motivación, atribuciones, concepción de inteligencia y aprendizaje).

Dicho a la manera de *Merrilyn Goos (1995)*: “El conocimiento de sí incluye evaluaciones de la propia competencia matemática y creencias acerca de la naturaleza de la capacidad matemática en las creencias generales, atribuciones sobre las causas del éxito y el fracaso, la conciencia de las consecuencias de los rasgos afectivos tales como la motivación, la ansiedad y la perseverancia, y el conocimiento de las fortalezas y debilidades con respecto a determinados tipos de tareas. Control de sí implica monitorear y regular el compromiso, la actitud y la atención con el fin de superar la tarea”.

Pero el Conocimiento Metacognitivo obedece a las experiencias personales de cada sujeto, que en este caso están estrechamente ligadas a sus experiencias como estudiante en la clase de matemáticas (Cobb, 1986). “Es así como resultado de la enseñanza de las matemáticas que reciben en la escuela, los estudiantes desarrollan creencias y actitudes que se convierten en parte de su conocimiento metacognitivo y la influencia de la forma en que utilizan estrategias metacognitivas” (Goos, 1995); razón por la cual según Desoete, Roeyers (2002) en un salón de clases de matemática se pueden encontrar cuatro tipos de estudiantes:

- *Los que son conscientes de que saben.*
- *Los que tienen la ilusión de que saben.*
- *Los que saben que no saben.*
- *Los que no son conscientes de que no saben*

## 5 Diseño metodológico

### 5.1 Caracterización de la unidad de trabajo

Este estudio se realiza con los grupos de básica secundaria y media de la Institución Educativa Jorge Isaacs ubicada en el Corregimiento El Villar, zona rural del Municipio de Ansermanuevo en el Departamento del Valle del Cauca. A cada grado de 6° a 11° le corresponde un solo grupo con un promedio de 20 estudiantes por grupo y debido a su reciente expansión no se cuenta aún con una infraestructura adecuada, por lo cual los grados de media (10° y 11°) deben compartir un mismo salón de clases haciendo uso de las cartillas de escuela nueva donadas por el Comité de Cafeteros. De igual forma, por estar situada en zona rural y catalogada de difícil acceso, la comunidad educativa está en su mayoría ubicada entre los estratos 1 y 2, y no cuenta con recursos suficientes ni económicos ni tecnológicos para apoyar el desempeño académico de los estudiantes. Para el presente estudio se han escogido cinco (5) estudiantes por grado, cuyas edades oscilan entre los 12 y 17 años. La mayoría de los alumnos provienen de familias humildes, de padres agricultores y madres amas de casa, en algunos casos analfabetas y en la generalidad de los casos sin el título de bachiller.

Durante el proceso de selección de los estudiantes por grado se tuvo en cuenta su desempeño académico en el área de matemáticas, para lo cual se les propuso participar a estudiantes distinguidos por su excelente desempeño, así como a aquellos considerados regulares o buenos y finalmente a quienes usualmente fracasan en el área. Del mismo modo, se tuvo especial cuidado en que la cantidad de estudiantes escogidos estuviera dividida casi equitativamente entre femenino y masculino con el fin de no dar pie a ninguna subjetividad o preferencia por determinado género.

### *5.2 Tipo de investigación*

Puesto que la presente investigación tiene como finalidad la identificación por parte de los estudiantes de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas a través de la Metacognición, se hace necesario propiciarles espacios que puedan potenciarles sus habilidades Metacognitivas. Todo esto con el fin de que los estudiantes reflexionen críticamente sobre sus propias prácticas y puedan detectar de forma autónoma sus errores y debilidades durante el aprendizaje de las matemáticas.

Debido a que el alcance que pretende esta investigación es interpretar, a partir de los errores identificados por los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas, la naturaleza del objeto de estudio se enmarca necesariamente en el campo cualitativo y por lo tanto esta investigación se considera de Tipo Cualitativo.

### *5.3 Procedimiento*

Con el fin de alcanzar los objetivos planteados en la presente investigación se realizaron diferentes actividades, dichas actividades son explicadas a continuación.

- ✓ Reconocer las dificultades que identifican los estudiantes a través de la Metacognición en el aprendizaje de las matemáticas en educación secundaria.

Con el fin de reconocer los errores que identifican los estudiantes a través de la Metacognición en su aprendizaje de las matemáticas, se propone un taller con ejercicios propuestos en cuyo desarrollo los estudiantes describan todo el procedimiento hasta llegar a la solución, haciendo mayor hincapié en las dificultades y errores encontrados en el proceso y en las razones por las

que estos últimos emergen durante la solución del ejercicio. Durante toda esta fase se realizan videos con el fin de observar y analizar las huellas metacognitivas presentes durante el desarrollo del taller.

- ✓ identificar las dificultades que manifiestan los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas en todos los grados del bachillerato.

Con el fin de Potenciar en los estudiantes la habilidad Metacognitiva, para que puedan identificar con más claridad sus errores durante el aprendizaje de las matemáticas, se proponen preguntas en las que se promuevan la reflexión del alumno sobre sus mecanismos de aprendizaje. Dichas preguntas se presentaron en forma de encuesta en la que se pretendía evidenciar el grado de Metacognición que, frente al aprendizaje de las matemáticas, poseen los estudiantes; todo esto aplicado a los diferentes grados de la secundaria.

Cabe también dejar claro que, para el desarrollo de esta encuesta, se partió del análisis de los datos recogidos a partir del primer taller y observaciones realizadas en la primera fase.

- ✓ interpretar las dificultades manifestadas por los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas.

Para llevar a cabo la interpretación de las dificultades manifestadas por los estudiantes durante la aplicación de las pruebas, es necesario realizar la triangulación entre los datos recopilados en las dos oportunidades y la teoría sobre Metacognición y dificultades en el aprendizaje de matemáticas, sin perder de vista el papel importante que tienen, durante dicho análisis, el contexto y las experiencias que como estudiantes los han forjado y predisuesto al aprendizaje de las matemáticas específicamente.

En esta fase, también es importante destacar cuales de esas dificultades caracterizadas por los estudiantes de cada grado, están siendo manifestadas de forma permanente durante todo el bachillerato.

#### *5.4 Técnicas e Instrumentos de Recolección de Información*

Como se mencionaba anteriormente, se utilizaron instrumentos de recolección de información tales como: talleres, cuestionarios, videos y anecdotarios derivados de observaciones.

Con el primero de ellos se pretendió conocer el grado de conciencia que pudieran tener los estudiantes de los diferentes grados acerca de sus procesos de aprendizaje en matemáticas, y más importante aún, de sus falencias o debilidades durante la solución o desarrollo de un ejercicio determinado. Se tuvo especial cuidado en realizar un taller específico para cada grado de 6° a 11° con el fin de que cada uno pudiera estar al nivel de conocimientos de los estudiantes al momento de presentar la prueba. De igual forma, el taller contenía no solamente un ejercicio o problema matemático, sino también preguntas de tipo reflexivo que orientaran al estudiante en el desarrollo de su Metacognición y más aún a la identificación de sus dificultades de aprendizaje.

Posteriormente, se presentó a los estudiantes que habían desarrollado el primer taller una encuesta de preguntas semi-abiertas, la cual esta vez era generalizada para todos los grados y no contenía ningún ejercicio o problema matemático pues estaba dirigido únicamente a preguntas reflexivas en torno al conocimiento metacognitivo en matemáticas y a las sugerencias y propósitos, que manifestaron de manera personal, con el fin de mejorar significativa y profundamente sus procesos de aprendizaje.

De manera simultánea, haciendo referencia a la descripción que hace la Dra. Pilar Folgueiras Bertomeu (2009) acerca de la observación como una estrategia cualitativa de recogida de información, en la presente investigación se llevó a cabo observación selectiva cuyo objeto de atención fue el análisis e interpretación de la realidad y específicamente de la Metacognición y su presencia (evidente) en el aula de clases durante la aplicación del taller y el cuestionario antes descritos.

Para la planificación del proceso de observación se tuvo en cuenta que se debía centrar en el comportamiento de los estudiantes durante la solución de situaciones matemáticas y el inevitable surgimiento de dificultades de aprendizaje, y las técnicas de registro abiertas como los videos y los anecdotarios que servirían como posterior insumo de análisis. La observación fue realizada abiertamente, pues al inicio de cada sesión se les dejó explícito a los participantes el propósito del trabajo y la manera como se llevaría a cabo el posterior análisis, de esta forma ellos sabían de la presencia de cámaras de video y de las notas constantemente registradas por parte del investigador.

## 6 Recolección de la Información

A continuación se analizan los datos obtenidos a partir de los dos instrumentos aplicados, por separado y en el orden de ejecución.

Teniendo en cuenta que dichos instrumentos fueron de corte cualitativo, se hace uso del Software Atlas ti como herramienta de análisis de datos. Finalmente, para el análisis de recurrencia de las dificultades identificadas por los estudiantes, se presentará un informe estadístico con la recopilación de ambos instrumentos.

### 6.1 Taller

Este primer instrumento fue enfocado a la reflexión de tres etapas: *entender el problema, procedimiento y evaluar el resultado del problema* apoyados en aspectos propuestos por Polya (1957) y Tamayo (2006), así:

Polya (1957) en su libro *How to solve it*, plantea las cuatro fases de resolución de un problema: (a) *Understanding the problem*, (b) *Devising a plan*, (c) *Carrying out the plan* y (d) *Looking back*. Bajo esa línea de pensamiento, preguntas como *¿Qué te pide el problema? ¿Qué datos ya conoces? ¿Qué operaciones debes realizar para encontrar la respuesta? ¿Has conseguido encontrar la solución del problema? ¿Tuviste dificultades durante el procedimiento? ¿Has encontrado errores en los cálculos realizados?* Hacen alusión a las fases propuestas por el autor aunque sin manejar la misma cantidad de pasos;

Así mismo, el instrumento se diseñó con el fin de propiciar la reflexión metacognitiva de los estudiantes durante la realización de cada una de dichas fases, a través de la regulación de sus

procesos cognitivos. En ese respecto Tamayo (2006) explica: “La regulación de los procesos cognitivos esta mediada por tres procesos cognitivos esenciales: *planeación, monitoreo y evaluación* (Brown, 1987)”. Con ese objetivo se plantearon preguntas direccionadas a los tres procesos:

- Planeación: *¿Qué operaciones debes realizar para encontrar la respuesta?*,
- monitoreo: *¿Has encontrado errores en los cálculos realizados? y*
- evaluación: *¿Has conseguido encontrar la solución del problema?*

Y finalmente, con el fin de explorar el conocimiento metacognitivo de la estrategia, se planteó a los estudiantes la pregunta *¿Cómo puedes evitar en un futuro cometer los mismos errores?* Lo cual permitía indagar cuales estrategias conocía que pudiera implementar para mejorar las dificultades identificadas durante el ejercicio.

También es preciso aclarar que, “el problema” propuesto para cada grado fue escogido de acuerdo a su nivel de conocimiento conforme a los estándares y lineamientos curriculares propuestos por el MEN, y en ese orden de ideas, cada uno fue seleccionado de una base de datos conformada por Pruebas Saber aplicadas en años anteriores.

Para la aplicación del taller, en cada grado, se escogieron cinco estudiantes cuyos nombres han sido cambiados con el fin de mantener sus identidades en privado. A continuación se relacionan sus edades y desempeño académico en el área de matemáticas:

<b>Nombres</b>	<b>Edad</b>	<b>Desempeño Académico</b>	<b>Grado</b>
<b>Andrea</b>	14	Alto	<b>sexto</b>
<b>Karol</b>	11	Alto	
<b>Luisa</b>	14	Medio	
<b>Carlos</b>	11	Medio	
<b>Azael</b>	13	Bajo	
<b>Paola</b>	13	Alto	
<b>Daniela</b>	13	Alto	<b>séptimo</b>
<b>JoseAndres</b>	14	Medio	
<b>Carlos</b>	13	Medio	
<b>Johan</b>	14	Bajo	
<b>Fernanda</b>	14	Alto	<b>octavo</b>
<b>Hernán</b>	14	Alto	
<b>Yina</b>	16	Medio	
<b>Jhon Jairo</b>	17	Medio	
<b>Deiber</b>	14	Bajo	
<b>Tatiana</b>	15	Alto	
<b>Juan David</b>	16	Alto	<b>noveno</b>
<b>Valentina</b>	15	Medio	
<b>Yuri</b>	16	Medio	
<b>Over</b>	16	Bajo	
<b>Angélica</b>	16	Alto	<b>d</b>

<b>Rodolfo</b>	16	Alto	once
<b>Francy</b>	18	Medio	
<b>Luis</b>	16	Medio	
<b>Diana</b>	18	Bajo	
<b>Mateo</b>	17	Alto	
<b>Jonathan</b>	18	Alto	
<b>Mileidy</b>	19	Medio	
<b>Diego</b>	17	Medio	
<b>Edison</b>	18	Bajo	

Para un análisis más detallado se presenta a continuación cada una de las categorías que emergieron en cada uno de los grados.

## 6.2 Análisis de datos

### 6.2.1 Ausencia de conocimiento metacognitivo de la tarea

Es propuesto por los estudiantes como la carencia de conocimiento para abordar un problema, causado por la ausencia de conocimiento “no sé”, instrucción inadecuada o incluso por la dificultad para recordar los conocimientos adquiridos con anterioridad “no me acuerdo”.

A continuación se analizan situaciones en las que se aprecia dicha dificultad.

Edison, a quien se le dificultó representar numéricamente el procedimiento para solucionar el problema, atribuyó dicha situación a la *falta de conocimiento metacognitivo* y específicamente a la *falta de conocimiento de la tarea*, tal y como lo describe a continuación:

¿Tuviste dificultades durante el procedimiento? Descríbelas “el poco conocimiento acerca del tema no tengo una idea clara de cómo proceder”

Así mismo, Deiber, por su parte, no realizó ningún procedimiento para resolver el problema manifestando que la razón era: “...porque no sabía cómo resolverlo”

Andrea, permite observar incoherencia entre las operaciones e incluso algunos esquemas que fueron borrados antes de entregar la prueba:

The image shows several handwritten mathematical calculations. At the top left, the word "datos" is written. Below it, there are several multiplication problems:

- 192 multiplied by 60, resulting in 11520.
- 192 multiplied by 31, resulting in 5952.
- 192 multiplied by 60, resulting in 11520.
- 192 multiplied by 31, resulting in 5952.
- 192 multiplied by 60, resulting in 11520.
- 192 multiplied by 31, resulting in 5952.

The calculations are written in a somewhat messy and hurried style, with some numbers and lines appearing to be corrected or crossed out.

Y cuando se le pide reflexionar acerca de las dificultades, ella hace una detallada descripción de lo ocurrido, permitiendo evidenciar la falta de conocimiento de la tarea, así: “...no comprendí el problema...no sabía qué operación debía hacer...”

En este sentido, como bien lo explica Eduardo Marti (1995) el conocimiento de la tarea, así como el conocimiento de la persona y de las estrategias, es aquel que hace alusión a diferentes aspectos de la cognición como por ejemplo el conocimiento sobre los procesos de resolución de un problema matemático, así como declarar si se comprende o no una tarea determinada o si se sabe cómo encontrar la solución de la misma. Es así como *el conocimiento metacognitivo*, y

específicamente el conocimiento de la tarea, es complementario con la *regulación de los procesos cognitivos* (planificación, control y evaluación), y sin éste el proceso metacognitivo se ve truncado y más importante aún, se hace más difícil solucionar el problema matemático (la tarea).

### 6.1.1 Dificultad en el reconocimiento de las diferentes representaciones semióticas

Se puede evidenciar cuando el estudiante identifica dificultades para representar una situación matemáticamente, ya sea en forma verbal, numérica, grafica o algebraicamente. A continuación se presentan casos en las que se aprecian dichas características:

En el procedimiento realizado por Edison, quien propone como plan la implementación de una regla de tres, se observan dificultades en cuanto a la utilización y comprensión de una regla de tres e incluso del manejo adecuado de las desigualdades.

$$\frac{700X}{30} \quad 47.040 \quad \text{Regla de 3}$$

$$75.000 \text{ mayor que } (7) X : y (7) \text{ que } 70.000$$

Finalmente, Edison se da por vencido sin haber encontrado una solución para el problema y reconoce tener dificultades mediante la siguiente descripción:

“...no se expresar la operación...no tengo una idea clara de cómo proceder...una regla de tres no se grafica de esa manera no tengo claro el procedimiento”

Es notoria su preocupación en cuanto a la expresión de las operaciones y cómo proceder, lo cual puede asumirse como *dificultad para representar semióticamente el problema*, puesto que, atendiendo a las indicaciones de la segunda etapa: “En este espacio realiza todas las operaciones, gráficas y demás técnicas que consideres necesarias para resolver el problema”, los estudiantes realizaron representaciones semióticas de diferente tipo (verbales, numéricas, gráficas y algebraicas); en este caso Edison tuvo dificultades para realizar una representación numérica.

De igual manera, Diego, después de proponer como plan de acción “multiplicar, dividir y sumar”

Permite observar en su hoja de procedimiento como deja inconcluso su plan y, de hecho, deja de lado el procedimiento para solucionar el punto b del problema.

The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. At the top left, there are some numbers:  $29,000$ ,  $31,500$ , and  $14,750$ . In the center, there is a calculation:  $16,750 \times 2,42$ . Below this, there is a vertical calculation:  $5,000$  minus  $31,500$  equals  $36,500$ . To the right, there is a circled letter 'a'. Further right, there are some numbers:  $6$ ,  $1$ ,  $2$ ,  $11$ , and  $3$ . At the bottom, there are two vertical calculations:  $75$  times  $10,000$  equals  $750,000$  minus  $10,000$  equals  $375,000$ . There is also a circled letter 'b' at the bottom center.

Consecuentemente, reflexiona sobre las dificultades que le impidieron culminar el procedimiento y obtener la solución del problema, de las cuales se extrae la siguiente descripción:

“...que nunca llegué al punto final y no sé cómo describir las operaciones...”

Lo cual hace alusión a la dificultad para expresar matemáticamente el procedimiento necesario para dar solución a una situación problemática. De igual forma se evidencia una *falta de conocimiento procedimental* puesto que no sabe “cómo” emplear su conocimiento en pro de la resolución del problema (Simons, 1996).

Así mismo, Tatiana, después de encontrar la solución acertada del problema mediante un procedimiento largo y complejo

1. 1:00 → 2:00 = 2:00 - 30 = 1:30  
 introduce bacterias      se llena el frasco      igual 1:30 pm + 30 min = 2:00 pm la mitad del frasco

2. 1 minuto 2 min 3 min 2 min 5 min 6 min  
 $1 + 1 = 2 + 2 = 4 + 4 = 8 + 8 = 16 + 16 = 32 + 32 = 64 + 64 = 128 + 128 = 256$   
 8 minutos

También manifestó dificultades de tipo procedimental de la siguiente manera:

“...no saber cómo expresar el procedimiento...porque me demoro mucho”

Por su parte, Over, en base a su procedimiento erróneo  $2 \times 8 = 16$ , identifica dificultades de tipo procedimental cuando propone como estrategia para mejorar “interpretar las operaciones”.

Jhon Jairo, ante la pregunta ¿tuviste dificultades durante el procedimiento? Reflexiona escribiendo: “si porque no encontraba la operación para hacer...” lo cual también es evidencia de dificultades del tipo procedimental.

Así mismo, de acuerdo a la respuesta de Karol ante la pregunta sobre los errores identificados en los cálculos realizados: “no en las operaciones no tuve errores, pero no supe hacer las operaciones”, permite evidenciar dificultad procedimental teniendo en cuenta que aunque sabe cómo ejecutar las operaciones, no sabía qué hacer y de qué manera.

En este sentido, Duval (2006) nos ilustra en que todo esto tiene que ver no solo con la representación semiótica sino con *el tratamiento* de las representaciones que corresponde a las operaciones que realiza y a *la conversión*, que es el paso de un registro representacional a otro.

Aunque Duval pone de manifiesto que durante la solución de un problema matemático el tratamiento es incluso más importante que la conversión, ya que es quien hace relevante el mejor cambio de registro; también reconoce que la conversión parece ser –de los dos- el proceso cognitivo más complejo, debido a que no hay reglas ni es posible aprender (ni enseñar) un único e infalible método para que una conversión de representación semiótica sea siempre exitosa.

En cuanto a los casos descritos anteriormente los estudiantes se muestran más preocupados, y de hecho reconocen con mayor importancia sus dificultades, ante los tratamientos de las representaciones que ante la conversión misma, teniendo en cuenta que es en este último en el que se evidencian muchos de sus errores y dificultades, y que estos son probablemente la causa de que aunque obtienen resultados ni siquiera reconocen lo que estos representan, por lo tanto no hay comprensión.

Todo lo anterior es resumible en la siguiente frase: “Desde este punto de vista, la conversión sería el resultado de la comprensión conceptual y cualquier problema con la conversión sería indicativo de conceptos erróneos” (Duval, 2006, pp 157).

En el mismo sentido y como parte de esta categoría encontramos la Dificultad en la ejecución de operaciones, entendida también como la Dificultad en el tratamiento de las representaciones, relacionada por ejemplo con la ejecución de operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división; -con mayor dificultad en las dos últimas- atribuido constantemente a aspectos como:

- la dificultad para recordar los diferentes procedimientos y reglas debidos precisamente al uso excesivo de la calculadora,
- Instrucciones inadecuadas y
- Dependencia al docente

Todo esto puede atribuirse a la manera como generalmente se enseñan las matemáticas, centradas en los algoritmos y el uso de fórmulas fuera de contextos reales, exigiendo altos niveles de memorización de reglas (las tablas de multiplicar) y sin fomentar el aprendizaje autónomo de los estudiantes. Es por esto que D'Amore en el congreso Didáctica de la Matemática

para el II Milenio, propone que para empezar a superar las dificultades en el aula de clases se debe lograr *que los estudiantes entiendan lo que se hace en clase y por qué se hace*. Seguramente así, las matemáticas serán concebidas como aplicables y los estudiantes no terminaran por anclar la solución de un problema al olvido de una fórmula.

Algunos estudiantes que manifestaron dificultades para ejecutar operaciones se muestran a continuación:

Diego, al preguntársele por las dificultades que tuvo durante el procedimiento, responde:

Handwritten work by Diego showing multiplication and division. The multiplication part shows  $15,750 \times 24$  with a result of  $378,000$ . The division part shows  $378,000 \div 24$  with a result of  $15,750$ .

“dividir, multiplicar”

Mateo, cuando se le pide revisar los cálculos realizados en busca de errores, dice:

Handwritten work by Mateo showing addition and subtraction. The addition part shows  $15,000 + 75$  with a result of  $15,075$ . The subtraction part shows  $175,000 - 95,000$  with a result of  $80,000$ .

“sí, creo que la mayoría como la división y la multiplicación”

Yuri, quien después de realizar una división errónea y una multiplicación

$$\begin{array}{r} 54/2 \\ 0130 \text{ minutos} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \times \\ 2 \\ \hline 60 \text{ minutos} = 1 \text{ h} \end{array}$$

Propone que: “estudiando más las operaciones básicas” podría mejorar en su dificultad.

$$\begin{array}{r} 3000 \\ 1800 - \\ \hline 1200 \\ + 0021 \\ \hline 2400 \\ 2100 \\ \hline 0300 \end{array}$$

José Andrés, a pesar de que realizó correctamente el procedimiento:

Ejerce regulación en la medida que acepta haber tenido dificultades por medio de la siguiente declaración: “tuve algunas dificultades con las restas”

Carlos Esteban, quien después de realizar diversas operaciones –algunas de ellas erróneas– como parte de su procedimiento para encontrar la respuesta correcta:

$$\begin{array}{r} + 3000 \\ 1800 \\ 1200 \\ 2100 \\ \hline 8100 \text{ metros} \\ - 300 \\ \hline 2100 \\ \hline 6500 \\ \hline - 3000 \\ + 1200 \\ \hline 1200 \\ + 1100 \\ \hline 2300 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 1500 \\ 300 \\ \hline 7800 \\ - 300 \\ \hline 7500 \\ \hline - 2000 \\ 1800 \\ \hline 4500 \\ \hline - 3400 \\ 1200 \\ \hline 7700 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 2000 \\ 1200 \\ \hline 3800 \\ + \\ \hline - 2100 \\ 1800 \\ \hline 0300 \end{array}$$

Permite evidenciar que identificó algunos errores durante la ejecución de las operaciones cuando afirma: “me equivoqué en los resultados de la altura”. Y describe algunos como se muestra a continuación:

Revisa los cálculos realizados, ¿has encontrado errores? Descríbelos SI

---


$$7800 - 300 = 1500$$


---


$$8700 - 1200 - 300 = 6500$$


---

Johan, reflexionando después del procedimiento realizado con varios errores:

The image shows several handwritten calculations with errors:

- $$\begin{array}{r} 3000 \\ 1800 - \\ \hline 2800 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 2800 \\ 1200 + \\ \hline 4000 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 4000 \\ 12000 \\ \hline 8000 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 4000 \\ 1100 \times \\ \hline 8000 \end{array}$$
- $$3000$$
- $$\frac{812}{8} = 3000$$
- $$\begin{array}{r} 24200 \overline{)3000} \\ 02 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 8000 \overline{)3000} \\ 20 \\ \hline 2000 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 8000 \overline{)3000} \\ 20 \\ 200 \\ \hline 2662 \\ 0444 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 2222 \\ 2866 + \\ 4888 \times \\ \hline 14208 \\ 300 \end{array}$$

Reconoce que tuvo dificultades en “encontrar la respuesta por no estudiar las tablas de multiplicar” y asegura que ha encontrado errores en “todos” los cálculos realizados.

En cuanto a las Instrucciones inadecuadas, encontramos el uso irreflexivo de las tecnologías en el aula es uno de sus componentes ya que es inicialmente introducido por el docente, quien

debido a la falta de conocimiento y planeación adecuada puede terminar desplazando algunas actividades cognitivas. Es así como algunos estudiantes hacen referencia a un tipo de dependencia por el uso de la calculadora, como es el caso de Mateo, Rodolfo y Angélica quienes al reflexionar acerca de las dificultades durante la solución del problema planteado en el taller manifiestan lo siguiente:

Mateo: "...creo que mi dificultad mayor son los números fraccionarios...además somos dependientes a la calculadora"

Rodolfo: "si tuve algunas dificultades para hallar la raíz de dos ya que no tenía calculadora. Tuve que recordar y en realidad creo que no encontré o hice el procedimiento correcto"

Angélica: "si al sacarle la raíz a dos, ya que no utilicé calculadora se me dificultó"

Puede suponerse entonces que no se ha favorecido el buen uso a las tecnologías por parte del docente, convirtiéndose en vez de una herramienta para el aprendizaje en una dificultad para el mismo.

Pero una Instrucción Inadecuada también puede ser la responsable de dificultades durante la ejecución de operaciones en la medida que el estudiante considere que el docente no está enseñando de forma correcta e incluso que sin su presencia no podría solucionarlas, como lo manifestaron Jonathan, Carlos Esteban y Daniela, mediante las siguientes respuestas:

Jonathan: ¿Tuviste dificultades durante el procedimiento? "la división porque nunca tuve la oportunidad de dar en primaria con una buena profesora"

Carlos Esteban: ¿Cómo puedes evitar en un futuro cometer los mismos errores?  
 “...recibiendo una mejor educación...”

Daniela: “mis dificultades podrían ser que necesito explicación...”

Este tipo de dificultades son definidas por Socas (1997) como *Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las Matemáticas* y están estrechamente ligadas al docente y su papel en el aula.

### 6.1.2 Falta responsabilidad y autonomía en el aprendizaje

Como fruto del proceso de reflexión metacognitivo que se llevó a cabo durante la realización del taller, y especialmente del proceso de regulación metacognitiva, se vieron influenciados aspectos como *la autovaloración de sus capacidades, la responsabilidad dentro de las actividades y la autonomía tanto en el aprendizaje como en el cumplimiento de sus tareas* ( Buitrago, 2011); los cuales arrojaron reflexiones en torno a la falta de dedicación, compromiso y estudio autónomo durante las clases de matemáticas, considerados por los estudiantes como factores influyentes en el aprendizaje matemático.

Respecto a esto, Edison reflexiona en torno a los errores encontrados en los cálculos realizados durante la etapa de procedimiento, proponiendo la falta de dedicación como uno de los aspectos causantes de dichas dificultades, como se observa en la siguiente respuesta:

Revisa los cálculos realizados, ¿has encontrado errores? Describe los.

*Si, una regla de 3 no se quitó de esa manera, y no tengo claro el procedimiento me falta más dedicación y no me acuerdo de este tema.*

De igual forma, Diego, Jonathan, Tatiana, Hernán, Jhon Jairo, Deiber, Daniela, José Andrés y Karol, después de reflexionar en sus procedimientos proponen estrategias para mejorar su aprendizaje como las siguientes:

Diego: “estudiar más, las tablas de multiplicar, repasar de lo que veo a diario”.

Jonathan: “Aprovechando que mi prima está viendo divisiones y así podré pedirle el favor que me explique y poder entender”

Tatiana: “poniéndolos en práctica y agilizando más mi mente para realizarlos en el menor tiempo posible”

Hernán: “...debo practicar más y aprender la matemática en la vida...”

Jhon Jairo: “estudiar más, repasar lo aprendido”

Deiber: “...repasar más el cuaderno”

Daniela: “para no cometer errores y no quedar con duda necesito mucha práctica...”

José Andrés: “poniendo en práctica para que no se pueda olvidar lo que he aprendido...”

Karol: “...estudiando mucho más...”

Es posible ver en los comentarios de todos *conciencia metacognitiva*, puesto que según Gunstone y Mitchell (citados por Tamayo, 2006) “es referido al conocimiento que tienen los estudiantes de los propósitos de las actividades que desarrollan y de la conciencia que tienen sobre su progreso personal” (p. 277); a través del cual se toman decisiones con el fin de mejorar el aprendizaje en aquellas áreas en donde se encuentran las propias falencias, que en estos casos

particulares son: el refuerzo de los conocimientos a través del “repaso” y la “práctica”, y buscar ayuda de personas capacitadas.

### 6.1.3 Dificultades en la memorización como proceso cognitivo

Esta dificultad es constantemente declarada por los estudiantes en la medida que afirman haber aprendido determinado concepto matemático pero poseen dificultades para recordarlo, lo cual presentan estrechamente ligado a la forma de proceder ante un problema mas no de como razonar.

Es así como Edison, reconoce que un método eficaz para resolver el problema es la implementación de una regla de tres pero no llega a ejecutarla debido a dificultades para recordar la formula necesaria, tal y como se observa en sus respuestas durante la primera y tercer etapa del taller:

Primera Etapa: Entender el problema

¿Qué te pide el problema? identificar la formula que me muestre los resultados

¿Qué operaciones debes realizar para encontrar la respuesta? pero que para hallar respuestas es necesario la regla de tres

Tercera Etapa: Evaluar el resultado del problema.

Revisa los cálculos realizados, ¿has encontrado errores? Describe los

*Si, una regla de 3 no se justifica de esa manera, no tengo claro el procedimiento me falta más, dedicando y no me acuerdo de este tema.*

Así mismo, Diego, Mateo, Rodolfo, Francy, Luis, Fernanda y Jhon Jairo responsabilizan de sus falencias, durante el procedimiento para solucionar el problema, a la dificultad para recordar aquello que había aprendido en ocasiones pasadas

Ante la pregunta ¿Tuviste dificultades durante el procedimiento? Diego, Luis, Fernanda y Jhon Jairo respondieron respectivamente:

“no me acuerdo bien de cómo resolver las operaciones...” “a la memoria”

“se me olvidó el procedimiento y no lo terminé...”

“...se me olvidó los pasos a seguir al hacer la operación porque no los repaso en casa”

“...no me acordaba como se hace”

Y ante la pregunta de si ha conseguido encontrar la solución del problema, Mateo, Rodolfo, Francy, Deiber y Johan, manifiestan lo siguiente respectivamente:

“no porque sinceramente no me acuerdo de lo básico de primaria”,

“no porque me tocan algunos conceptos que he olvidado y hacen parte de la matemática de grado 8°...”

“...no estoy segura de que esté buena porque casi no me acuerdo del procedimiento que hay que hacer”

“no porque no recuerdo este procedimiento”

“no, se me olvidaron las tablas”

Por lo que proponen como estrategias para mejorar su aprendizaje matemático las siguientes

Diego: “...las tablas de multiplicar, repasar de lo que veo a diario”

Mateo: “creo que la mejor forma es repasar lo aprendido para nunca olvidarlo y no pasar por lo de ahora”

Rodolfo: “...se pueden evitar cometer los mismos errores si después de realizar esta prueba voy y repaso cosas de la matemática que ya he visto en grados anteriores...”

Francy: “pues yo creo que aprenderme bien las formulas...”

Luis: “practicando esos problemas para que no se me olviden...”

Fernanda: “pues no olvidando lo que la maestra me ha enseñado y leer para recordar...”

Johan: “...estudiando las tablas de multiplicar en la casa”

En las cuales permiten evidenciar que consideran la memorización como una estrategia cognitiva que podría favorecer sus desempeños en el área, todo esto teniendo en cuenta que la memorización parece ser inevitable durante el aprendizaje de las matemáticas puesto que esta requiere de la recordación constante de palabras, símbolos, normas, fórmulas, entre otras características. Estas reflexiones hacen también alusión al *conocimiento metacognitivo de las estrategias* presente en los estudiantes.

#### 6.1.4 *Carencia de Regulación o Control Metacognitivo*

A partir de las dificultades identificadas en los estudiantes y de sus análisis personales, algunos han propuesto diversas estrategias para superarlas, las cuales permiten dar cuenta de la carencia de control metacognitivo, y que dicha carencia ha privilegiado las dificultades para comprender problemas matemáticos (Osborne, 2000).

En este sentido es importante mencionar que la regulación metacognitiva puede entenderse como la habilidad a través de la cual el estudiante controla sus alcances cognitivos antes, durante y después de realizar alguna tarea de aprendizaje.

De esta forma, algunos estudiantes dan cuenta de la carencia de ésta regulación a través de expresiones como las siguientes:

Luisa: “no entendí el problema...debo analizar primero los problemas...”

Diego, cuando responde a la pregunta ¿tuviste dificultades durante el procedimiento? las describe como: “analizar”,

Andrea y Karol hacen alusión a la falta de concentración como una de las dificultades que les impidió solucionar el problema propuesto, tal y como se muestra a continuación:

Andrea: “...no me concentré muy bien...”,

Karol: ¿cómo puedes evitar en un futuro cometer los mismos errores? “concentrándome mucho más...”

Angélica, a la pregunta ¿cómo puedes evitar en un futuro cometer los mismos errores? Responde: “poniendo más atención al problema planteado...analizarlo bien para no cometer errores”

Así mismo, Valentina, Hernán, Deiber, Carlos Esteban y Johan proponen las siguientes estrategias de mejoramiento, respectivamente:

“Debo poner más atención a las explicaciones que da la docente”

“...uno debe lograr prestar atención al maestro para uno lograr aprender y enseñar a los demás...”

“poner más cuidado a las clases...”

“...analizando más las preguntas”

“...poner más atención en la clase de matemáticas...”

Yina por su parte, reconoce que efectuando control sobre su concentración favorecerá el orden de sus ideas y podrá superar las dificultades identificadas durante la solución del problema:

¿Tuviste dificultades durante el procedimiento? Descríbelas SI YA  
ningunas dudas, no tenía nada  
claras las ideas.

¿Cómo puedes evitar en un futuro cometer los mismos errores? organizando  
más mis ideas y descomponer  
de las demás cosas de mi alrededor.

La regulación metacognitiva es un factor importante en el mejoramiento del rendimiento académico de cualquier disciplina, dado que proporciona mayor conciencia de las dificultades y mejora las estrategias existentes. Es así como se ha encontrado un incremento significativo del aprendizaje cuando se hacen uso de la regulación y la comprensión de las actividades (Tamayo, 2006).

En esta línea de pensamiento, la regulación metacognitiva se evidencia cuando el sujeto (estudiante) planea, monitorea y evalúa actividades y/o estrategias que favorezcan su aprendizaje. En los comentarios y expresiones de los estudiantes, que observamos anteriormente, muestran un cierto grado de consciencia metacognitiva cuando reflexionan en torno a la ausencia de planeación, monitoreo y evaluación durante la solución de un problema matemático; y como el conocimiento que tiene una persona sobre su cognición repercute en su regulación misma, podemos decir que en ellos hay carencia de regulación metacognitiva.

#### *6.1.5 Calibración en Metacognición*

En este apartado se analizan aquellos estudiantes que acertaron al manifestar su éxito en la solución del problema, así como aquellos que no encontraron errores en su respuesta. Todo esto a partir de la definición de calibración en Metacognición propuesta por Nietfeld y Schraw (2002) y citada por Esther Rodríguez Quintana (2005) para su tesis doctoral -Metacognición, Resolución De Problemas Y Enseñanza De Las Matemáticas-:

...se refiere al grado de correspondencia entre las creencias del sujeto y la realidad –como hecho social, convencional-, y se suele concretar en la relación entre las tareas que un sujeto cree que va a hacer o ha hecho bien y las que realmente logra completar con éxito. (Rodríguez, 2005)

En ese respecto, Rodríguez (2005) también aclara que es tan buen calibrador aquel estudiante que tiene gran seguridad en su acierto, como el que acierte sobre el error en su ejecución. Y que además, un estudiante se considera que está ejerciendo Metacognición no solo cuando logra respaldar su respuesta a través de sus conocimientos sino cuando estos no están únicamente ligados a sus creencias.

En esta medida, Angélica, quien en su planeación propuso “en una raíz sumar los dos lados elevados a la dos y sacarle la raíz cuadrada”, llevó a cabo un procedimiento mucho más extenso e innecesario para encontrar la solución del problema, como se aprecia a continuación:

$$h = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \quad \text{sen} = \frac{10}{20}$$


A hand-drawn diagram of a right-angled triangle. The two legs are labeled '1m'. The hypotenuse is labeled with a square root symbol followed by '2 = h'. The triangle is oriented with the right angle at the bottom-left corner.

$$\begin{array}{ll} \text{sen} \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{csc} \theta = \frac{\sqrt{2}}{1} \\ \text{cos} \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{sec} \theta = \frac{\sqrt{2}}{1} \\ \text{tan} \theta = 1 & \text{cot} \theta = \frac{1}{1} \end{array}$$

Y aunque escogió una respuesta errónea dentro de las opciones dadas,

¿Se puede expresar el valor de la diagonal  $d$  como una fracción racional?

- a) Sí, porque el valor de la hipotenusa es igual a  $\sqrt{2}$ .
- b) No, porque  $\sqrt{2}$  es un número irracional.
- c) No, porque el desarrollo de  $\sqrt{2}$  es un decimal periódico.
- d) Sí, porque el valor de la diagonal es igual al valor de la hipotenusa de un triángulo rectángulo.

Al preguntársele por la veracidad de su respuesta y el respaldo de la misma, manifestó lo siguiente:

“si porque al solucionarlo encontré que el valor de la diagonal  $b$  es igual a la hipotenusa”

Es decir, justificó su respuesta con la opción escogida, no con un sustento algorítmico o razonamiento lógico, básicamente lo sustentó en base a su creencia o *conocimiento personal*, puesto que en otras ocasiones ha sido reconocida por su alto nivel de desempeño en el área de matemáticas cuenta con la seguridad suficiente para creer que ha escogido la respuesta correcta. Por lo tanto su calibración metacognitiva no es correcta.

Lo mismo sucede con Juan David y Valentina, los cuales después de realizar un procedimiento que los conduce a respuestas erróneas como se muestra en el siguiente cuadro:

Procedimiento de Juan David	<p>introdujeron las bacterias <math>1'00 \div 60 \text{ minutos} \div 2 = 30</math></p> <p>se hizo + el repunte <math>2'00 \div 1'00 = 1'00 = (130PM)</math></p> <p>X minuto una bacteria</p> <p>minutos <math>\cdot 8 \times 1 = 8 \times 2 = 16</math> Bacterias <math>\times 8</math> minutos</p>
Procedimiento de Valentina	<p><math>\frac{8}{8} = 64</math></p> <p><math>8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 64</math></p> <p><math>\frac{64}{8} = 8</math></p>

Aseguran haber encontrado la respuesta correcta, basándose solamente en sus creencias, como se observan en las siguientes respuestas:

Juan David: “si porque creo que esa es la respuesta”

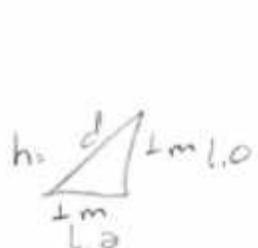
Valentina: “si porque multiplico y es coherente la operación” “...no ya revisé y no encontré errores”

Sin embargo, el caso de Fernanda es diferente, pues aunque no ejecuta procesos de calibración correctamente lo hace al sentirse insegura de una respuesta acertada, lo cual manifiesta al preguntarsele si ha conseguido encontrar la solución al problema: “no, porque no me sentí segura al hacer la operación y dudé mucho ya que se me ha olvidado el tema”.

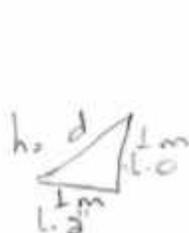
Por otro lado, Francy, quien después de realizar tres procedimientos distintos –entre los que hay uno correcto- no escoge ninguna de las opciones como respuesta al problema, como puede observarse en la siguiente imagen.



$$\frac{1.0}{1.0} = \frac{1.0}{1.0} = 2 \text{ m} = \text{lo suma}$$



$$\frac{1.0}{1.0} = \frac{1.0}{1.0} = 1 \text{ m} = \text{lo divide}$$



$$\frac{1.0}{1.0} = \sqrt{1\text{m}^2 + 1\text{m}^2} = 1.414 \text{ m} = \sqrt{2}$$

Duda ante sus procedimientos, como puede observarse en el siguiente relato elaborado por ella:

“...no estoy segura si hay que sumar o dividir y si el lado opuesto si va sobre el lado adyacente o viceversa o si hay que hacer raíz cuadrada y elevarlo al cuadrado”

Para tratar de explicarlo, según Buitrago (2011): “*Tal manifestación de incertidumbre en la comprensión del problema deja en evidencia una acción de control, en la cual la estudiante se cuestiona con respecto a lo que comprende de la tarea y lo que le falta por comprender*”. Así que por lo tanto, Francy está tratando de ejercer calibración en el procedimiento.

$$d^2 = (1)^2 + (1)^2$$

$$d^2 = 1 + 1$$

$$d = \sqrt{2}$$

Luis, quien después de realizar este procedimiento:

Selecciona una de las opciones incorrectas de respuesta y manifiesta igual que Francy, inseguridades

- a) Sí, porque el valor de la hipotenusa es igual a  $\sqrt{2}$ .
- b) No, porque  $\sqrt{2}$  es un número irracional.
- c) No, porque el desarrollo de  $\sqrt{2}$  es un decimal periódico.
- Sí, porque el valor de la diagonal es igual al valor de la hipotenusa de un triángulo rectángulo.

“...estoy inseguro con la respuesta que di”

Por otro lado, Tatiana, que si llega a la respuesta correcta por medio de un procedimiento no convencional pero igualmente valido, mediante el uso de representaciones semióticas: gráficas y numéricas como logra apreciarse en la siguiente imagen:

1. 1:00 → 2:00 = 2:00 - 30 = 1:30

introduce bacterias      se llena el frasco      igual 750 pm + 30 mi = 1000 pm

1 + 1 = 2 + 2 = 4 + 4 = 8 + 8 = 16 + 16 = 32 + 32 = 64

1 minuto      2 min      3 min      4 min      5 min      6 min

64 = 728 + 728 = 256

8 minutos

Se siente segura de que su respuesta es la correcta y la respalda de la siguiente manera:

“si porque hice el procedimiento basándome en el problema”

Y sin embargo, da cuenta de procesos de regulación cuando al preguntársele por las dificultades identificadas durante el procedimiento, ella afirma lo siguiente:

“si en el momento de no saber cómo expresar el procedimiento...porque me demoro mucho”

Por lo tanto, Tatiana ejerce procesos de calibración correctamente.

#### 6.1.6 *Dificultad para comprender de problema*

Como parte de la Dificultad para comprender el problema, los estudiantes han propuesto relaciones entre ésta y la dificultad de comprensión lectora, que a su vez comprende dificultades de tipo semántico.

A este respecto Baker (1994), (citado por Maturano et al., 2002) plantea que *en el proceso de lectura existen dos actividades autor regulatorias importantes: la primera implica darse cuenta de si hemos entendido (evaluación) y la segunda consiste en dar los pasos adecuados para resolver los problemas de comprensión detectados (regulación).*

Entre los estudiantes que identificaron dificultades de lectura se encuentran los siguientes:

Juan David, quien se da cuenta que no ha entendido el problema cuando ante la pregunta ¿tuviste dificultades durante el procedimiento? Responde: “si un poco porque no entendía al principio el problema” y efectúa regulación cuando propone para resolver los problemas de comprensión “aprender a leer bien y saber entender lo que se me pregunta”

Valentina, quien no llega a solucionar correctamente el problema propuesto (como se analizó en el ítem anterior), reconoce dificultades durante el procedimiento de la siguiente manera:

“porque no sé muy bien que es duplicar” y efectúa regulación cuando propone “leyendo bien, interpretando...” para remediar su dificultad.

Over, quien ante la pregunta sobre las dificultades durante el procedimiento responde “...casi no entendía el problema” y más adelante se lo atribuye a la lectura cuando propone como estrategia para mejorar: “sabiendo leer”

Paola, después de identificar “dificultades para tener buena comprensión del problema” propone las siguientes estrategias para mejorar: “puedo evitar mi error leyendo detenidamente el problema y comprendiendo paso a paso los datos que me revelan”

#### 6.1.7 Creencias ante las matemáticas

Dentro de las respuestas obtenidas durante la aplicación del Taller, esta categoría solo fue manifestada por Karol, la cual, después de preguntársele por Cómo evitar cometer en un futuro los mismos errores, responde de la siguiente manera:

“...la verdad casi no me gusta matemáticas, me parece muy difícil”

Razón por la cual se considera que el juicio lanzado por la estudiante se basa en sus creencias acerca de las matemáticas y que éstas a su vez han dependido de sus experiencias con las mismas, tal y como lo plantea Rodríguez (2005):

*Las creencias tienen, al igual que los conocimientos, un carácter genérico específico, y también siempre en referencia a un contexto, que se concretará en función de las características de la tarea. Así, las creencias que conformarán el contexto de una tarea matemática concreta formarán parte del macro contexto de creencias del sujeto, y, de entre estas, algunas se referirán*

*al conocimiento específicamente matemático (micro contexto). (Metacognición, Resolución De Problemas Y Enseñanza De Las Matemáticas. Una Propuesta Integradora Desde El Enfoque Antropológico, p. 52)*

#### 6.1.8 Cambios en la planeación

Para esta categoría, como su nombre lo indica, se tendrán en cuenta los cambios en la planeación durante la solución a un problema. Hay que recordar que la planeación no es una camisa de fuerza que limita a quien la haga a solo ejecutar las acciones planteadas en ella, por el contrario, la planeación tiene como función la evaluación o monitoreo de aquellas estrategias que se propusieron al iniciar un procedimiento y que permiten emitir conclusiones.

Con respecto a esta acción de control, Tamayo (2006) se refiere al monitoreo como *la posibilidad que se tiene, en el momento de realizar la tarea, de comprender y modificar su ejecución*; la cual se hizo evidente cuando se observa la hoja de procedimiento de Carlos y las huellas de sus múltiples cambios de pensamiento (borrados antes de entregar la prueba), a la vez que reflexiona acerca de las dificultades durante la aplicación de la prueba, dejando ver un poco los cambios en la planificación

---

¿Tuviste dificultades durante el procedimiento? Descríbelas al  
principio no sabía que así se hacía pero pensando la  
incógnita

---

Igual que Carlos, Azael muestra como plan inicial realizar “una suma” con el fin de encontrar la respuesta acertada, sin embargo, el procedimiento que termina ejecutando da muestras del cambio en su planeación:

$$\begin{array}{r} 492 \overline{) 600} \\ \underline{60} \phantom{0} \\ 60 \phantom{0} \\ \underline{60} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 792 \\ \underline{-60} \\ 732 \\ \underline{-60} \\ 672 \\ \underline{-60} \\ 612 \end{array}$$

Y la siguiente descripción permite observar el monitoreo consciente que ejerció durante el procedimiento del problema:

“hice una suma y la profe me explicó y no era como la estaba haciendo, después hice una división y no me sirvió, después hice la resta y lo resolví”

Cabe anotar que cuando él afirma “...y la profe me explicó” se refiere a que, de manera general durante la aplicación del Taller, hubo la necesidad de ayudarles a interpretar el problema teniendo cuidado de no proporcionarles información que pudiera ceñirlos a determinada forma de solución.

## 6.2 Encuesta

Con la realización del segundo instrumento de recolección de información se pretendía incentivar la reflexión de los estudiantes en torno a aspectos metacognitivos y del aprendizaje matemático tales como: Creencias Metacognitivas, Dificultades en el aprendizaje y Control Metacognitivo, como se muestra en la siguiente tabla.

SUB-CATEGORIAS	ITEMS
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Creencias Metacognitivas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Te consideras un buen estudiante de matemáticas? ¿Por qué?</li> <li>• Según tú, se te hace difícil comprender las matemáticas porque... De acuerdo a tu experiencia, califica el papel que juega el docente en la clase de matemáticas y en el proceso de aprendizaje:  <input type="checkbox"/> Primordial                      <input type="checkbox"/> Importante  <input type="checkbox"/> Mínimo                                <input type="checkbox"/> Innecesario</li> <li>• Durante la clase de matemáticas tú:  <input type="checkbox"/> Permaneces atento a las explicaciones  <input type="checkbox"/> Te desconcentras con facilidad  <input type="checkbox"/> Te aseguras de tomar nota de todo lo que te parece importante  <input type="checkbox"/> Te parece que cada tema es importante para el futuro  <input type="checkbox"/> Sientes desinterés  <input type="checkbox"/> Sientes que las explicaciones no son claras</li> </ul>
<p>Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Las situaciones en las que encuentras mayor dificultad son:  <input type="checkbox"/> Durante las explicaciones  <input type="checkbox"/> Durante las actividades de práctica en la clase  <input type="checkbox"/> Durante la realización de la tarea  <input type="checkbox"/> Durante la evaluación</li> <li>• A continuación enuncia aquellos temas o grado en el que se te dificultó más el aprendizaje de las matemáticas y porque</li> </ul>
<p>Control Metacognitivo</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sabiendo que puedes utilizar estrategias para mejorar tu aprendizaje de las matemáticas, plantea algunas actividades que empezarás a realizar con el fin de superar las dificultades identificadas antes:</li> </ul>

En el campo de las Creencias Metacognitivas: se quiso indagar aspectos como: auto concepto, autoeficacia, motivación, atribuciones, concepción de inteligencia y aprendizaje, e incluso Actitudes frente a las matemáticas (Simons, 1996; Schöenfeld, 1985). En cuanto al control metacognitivo, la intención fue conocer acerca del monitoreo y la regulación del estudiante frente a los aspectos antes identificados con el fin de superar las dificultades (Goos, 1995). Y finalmente, la identificación de las dificultades durante el aprendizaje de las matemáticas (Schöenfeld, 1992; Socas, 1997; Radatz, 1979).

Cabe anotar, que debido a la naturaleza intrínseca de la Metacognición y de la finalidad de la Encuesta, se presentaron fue *necesario dar unas pautas a los estudiantes que les permitiera la exteriorización de las mismas (Buitrago, 2011)*. Fue así que se diseñó una encuesta que pudiera ser aplicable a todos los grados de la secundaria y en la cual las preguntas permitieran emitir un juicio con una justificación respectiva.

También es importante mencionar que, aunque la encuesta no contiene temas específicos de matemáticas, se aplicó en cada grado al terminar una de las clases rutinarias de matemáticas.

A continuación analizaremos cada una de las preguntas con las respuestas más representativas y al final se formularán conclusiones de las mismas.

1. ¿Te consideras un buen estudiante de matemáticas?

Si	No
13	12

Respecto a esta primera pregunta, fue común observar que los estudiantes que se han caracterizado por sus bajos resultados en el área de matemáticas se cataloguen a sí mismos como

buenos estudiantes, justificando su respuesta en esfuerzos ocasionales. Por otro lado, los estudiantes con buenos desempeños en el área, generalmente no se autodenominan buenos estudiantes de matemáticas.

Como parte del Conocimiento Metacognitivo, todos los estudiantes relacionaron el conocimiento de sí mismo -o sus creencias referente al auto concepto- con la creencia que tienen de cómo se aprenden las matemáticas y de cómo eso los convierte en “buenos o malos estudiantes”, lo cual es posible puesto que como sabemos las creencias se conforman por diferentes constructos como *las actitudes y las creencias afectivas, atribucionales y de autoeficacia* (Shoenfeld, 1985 citado por Rodríguez, 2005).

En las siguientes tablas se observan algunas de estas respuestas.

En este caso, Mateo y Diana consideran que un factor importante, por encima de sus capacidades para aprender matemáticas, son sus actitudes frente a la clase.

Nombre	Nivel de Desempeño	Respuesta
Mateo	Alto	“No, porque no presto mucha atención a las explicaciones”
Diana	Bajo	“Si, porque cuando me propongo y presto atención a la profesora entiendo fácilmente los ejercicios propuestos”

Por otro lado, José Andrés y Daniela hacen descripciones de *dificultades asociadas a los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos* (Socas, 1997) puesto que hacen alusión a las características y capacidades cognitivas de los estudiantes (falta de concentración y dificultades en la ejecución de operaciones) como referentes para su auto conceptos, tal y como se aprecia en sus respuestas:

Nombre	Nivel de Desempeño	Respuesta
José Andrés	Medio	“No, yo no porque me da mucha dificultad concentrarme en los ejercicios”
Daniela	Alto	“No, porque tengo muchas dificultades al hacer algunas operaciones...”

Johan y Luisa, por su parte, atribuyen su auto concepto a los esfuerzos o intereses ocasionales por aprender matemáticas:

Nombre	Nivel de Desempeño	Respuesta
Johan	Bajo	“si, porque hago el esfuerzo de responder los trabajo...”
Luisa	Medio	“si, porque a veces sí y a veces no, cuando tengo gana y cuando no”

2. Durante la clase de matemáticas tú:

Opciones	Frecuencia
Permaneces atento a las explicaciones	15
Te desconcentras con facilidad	17
Te aseguras de tomar nota de todo lo que te parece importante	17
Te parece que cada tema es importante para tu futuro	20
Sientes desinterés	4
Sientes que las explicaciones no son claras	4

De acuerdo a sus respuestas, es posible interpretar que generalmente los estudiantes de los diferentes grados de secundaria perciben a las matemáticas como importantes para su futuro y que, aunque aseguran esforzarse por atender a las explicaciones del docente, se desconcentran con facilidad. Un número muy pequeño de estudiantes, distribuidos en diversos grados, consideran que en ocasiones las explicaciones del docente no son claras y que sienten desinterés por el área.

En estas respuestas puede observarse que los estudiantes en su mayoría tienen una buena actitud frente a las matemáticas toda vez que reconocen su aplicabilidad. Sin embargo, no hay indicios de control metacognitivo cuando manifiestan permanecer atentos a las explicaciones pero a su vez se desconcentran con facilidad; así mismo, dicha desconcentración podría ser producto de una mala instrucción del docente durante la clase conocidas como *Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las matemáticas (Socas, 1997)*

Las situaciones en la que encuentras mayor dificultad son:

Opciones	Frecuencia
Durante las explicaciones	5
Durante las actividades de práctica en la clase	9
Durante la realización de la tarea	16

---

Durante la evaluación

---



---

20

---

Puede observarse cómo la mayoría de estudiantes describen más dificultades durante las evaluaciones y las tareas que durante las explicaciones y actividades en clase, debido a que son actividades que se desarrollan generalmente de manera individual por lo cual manifiestan dificultades como: para recordar las explicaciones y la necesidad de apoyo en momentos de duda, permitiendo evidenciar una ausencia de reflexión metacognitiva, y relacionados con la forma de enseñanza que no los ha instruido para tener habilidades metacognitivas y por lo tanto autonomía en el aprendizaje; baja tolerancia a las frustraciones lo cual obedece al *conocimiento metacognitivo* de sí mismo y de sus propias capacidades, habilidades (Buitrago, 2011)

Algunas de esas justificaciones se analizan a continuación:

Karol: “...no está la profesora ahí, y aunque está el cuaderno no es lo mismo”

Luisa: “porque muchas veces no le entiendo a la profesora y me da pena preguntar cuando soy la única”

Yuri: “porque entiendo un poco la explicación pero en el momento de hacerlo individualmente me enredo y no me siento capaz”

3. Según tú, se te hace difícil comprender las matemáticas porque:

Opciones	Frecuencia
Tiene aspectos que la hacen difícil de manejar (reglas, términos, entre otros)	20
No recibes explicaciones claras que te faciliten tu aprendizaje	0
No tienes las capacidades necesarias para comprenderlas	6

Los estudiantes, en su gran mayoría, consideran que las matemáticas son difíciles de comprender puesto que les exige mucha capacidad para memorizar y ordenar reglas y procedimientos. Por otro lado, parecen estar a gusto con las metodologías empleadas por el docente y solo una pequeña parte considera no tener las capacidades necesarias para comprenderlas.

Estas respuestas permiten identificar *dificultades asociadas a la complejidad de los objetos de las Matemáticas (Socas, 1997)* por su relación con las dificultades intrínsecas del área que hace difícil su comprensión y manejo; pero también, a *las creencias* que tienen sobre las matemáticas y la dificultad que, se asume, representa para cualquier aprendiz

4. De acuerdo a tu experiencia, califica el papel que juega el docente en la clase de matemáticas y en el proceso de aprendizaje:

Opciones	Frecuencia
Primordial	17
Importante	10
Mínimo	0
Innecesario	0

Estas respuestas permiten dar cuenta de la visión que tienen los estudiantes acerca del papel del maestro en el aprendizaje matemático. Cuando lo consideran primordial permite interpretarlo como indispensable, con afirmaciones como

*Carlos: “porque el papel de un profesor es muy importante para aprender”*

*Karol: “porque ella es la que sabe de esta asignatura y ella nos comparte su aprendizaje”*

*Luisa: “porque la necesitamos para aprender las matemáticas...”*

Muestran como le restan importancia al conocimiento de los estudiantes y que, por lo tanto, no se pondrán en duda las afirmaciones del maestro. Todo esto da muestras de las creencias de los estudiantes en referencia a cómo debe impartirse el conocimiento lo cual obedece a un tipo de enseñanza tradicional donde el maestro posee el conocimiento y lo imparte a la clase sin tener en cuenta las ideas previas de sus estudiantes.

5. A continuación enuncia aquellos temas en los que se te dificultó más el aprendizaje de las matemáticas

Esta pregunta fue introducida a partir del análisis del primer instrumento de recolección de información (Taller) en el que se encontraron continuas manifestaciones de algunos tópicos del área de matemáticas en los que identificaban mayores dificultades, así que con el fin de no limitar las respuestas de los estudiantes no se les propuso ninguna opción para esta pregunta, todas las opciones que a continuación aparecen fueron planteadas por los estudiantes de forma individual y basándose exclusivamente en su experiencia personal.

Opciones	Frecuencia
Solución de ecuaciones	9
Operaciones Básicas (especialmente dividir)	8
Plantear y Resolver problemas	3
Radicación	3
Manejo del Plano Cartesiano	3
Operaciones con fracciones	2
Eliminación de Signos de Agrupación	1
Logaritmación	1
Ley de los Signos	1



Algunas de las estrategias planteadas por los estudiantes se muestran a continuación:

Luisa: “para mejorar, cuando expliquen puedo poner más atención y tomar notas. Y durante la evaluación entender bien el tema y repasar antes de presentarla”

Johan: “Tengo que aprender a dividir necesito repasar bien en la casa, voy a hacer multiplicaciones, divisiones y radicaciones”

Diana: “tener buena actitud y disponibilidad a la hora de que el profesor va a explicar los temas y ejercicios”

Diego: “no usando la calculadora cuando no sea necesario...”

7. Las siguientes son algunas apreciaciones de los estudiantes sobre la encuesta diligenciada en las que permite darse cuenta del alcance de la misma y del grado de pertinencia e impacto en los estudiantes:

Diego: “realmente pienso que esto nos ayuda a entender que no son difíciles las matemáticas sino que no se lo proponen y no hacen lo posible para lograrlo”

Edison: “esta encuesta me ayuda a identificar mis debilidades y fortalezas”

Francy: “muy buena porque fui sincera conmigo y descubrí lo que me lleva a no entender los temas...”

## Conclusiones

A continuación se presentan las conclusiones asociadas al análisis de los resultados obtenidos en la presente investigación:

- *La falta de práctica*, de manera autónoma y dedicada, transversaliza la mayoría de los grados de la secundaria y es considerada generalmente un factor primordial para el mejoramiento del desempeño en el trabajo matemático.
- *La dificultad para recordar y la falta de atención en clase* parecen estar fuertemente asociadas al fracaso durante la solución de problemas en contextos matemáticos, en todos los niveles de la secundaria.
- *No entender el problema* es frecuente en casi todos los grados y está comúnmente relacionado con la *falta de análisis* y a su vez con *deficiencias en la comprensión lectora*.
- *La dificultad en el desarrollo de operaciones básicas*, causada por la dependencia extrema a la calculadora, o interpretada como la ausencia de conocimiento matemático, es manifestada constantemente como uno de los principales impedimentos en el camino del estudio matemático.
- Las habilidades metacognitivas son más evidentes en estudiantes considerados de desempeño Alto que en los que se caracterizan por desempeño Bajo. Estos resultados corrobora el estudio realizado por Doménech (2004) quien al respecto afirma lo siguiente:

“Los participantes con alta eficacia metacognitiva han sido más exitosos en la resolución de problemas, puesto que estos han evaluado y regulado su proceso con mayor

frecuencia, lo que les ha permitido cometer menos errores y evitar las posibles interferencias” (citado por Buitrago, 2011).

- En todos los estudiantes se puede evidenciar una fuerte tendencia a creer que las matemáticas están centradas en las operaciones o algoritmos, menospreciando el razonamiento lógico como medio eficaz para solucionar problemas. Esto puede presumirse en la medida que los estudiantes relacionan su fracaso con las dificultades para recordar las formulas o técnicas aprendidas.
- En los grados superiores se evidencian más destrezas que en los menores, para explicar y razonar en torno a las dificultades de aprendizaje.
- En casi todos los grados, la presencia constante de dificultades de lectura llama la atención sobre dicho factor como indispensable para la buena comprensión de un problema y el acatamiento de instrucciones, lo cual tiene sentido si entendemos que el proceso de lectura comprende procesos regulatorios importantes como la evaluación y la regulación (Baker, 1994 citado por Buitrago, 2011).
- Cuando se les presenta opciones de respuesta, los estudiantes, en un principio, se reusan a realizar algún procedimiento pues lo suponen poco importante considerando que se resuelve el problema con la escogencia de cualquier respuesta.
- Después de observar el comportamiento generalizado de los estudiantes, se considera interesante, en ocasiones futuras, proponer un taller en el que no se presenten opciones de respuesta, probablemente incidiría en mayor dificultad para solucionar los problemas y les exigiría mayores recursos matemáticos para encontrar la respuesta acertada.

### Referencias Bibliográficas

**Alonso** (1994) Motivación y Aprendizaje en el Aula. Cómo enseñar a pensar. Madrid. Santillana. En: Quintero, J. (2010) Hacia un programa de Autorregulación del pensamiento lógico-formal en el aprendizaje de las matemáticas. Tesis Doctoral. Universidad de Valladolid. Facultad de Educación. España. Pp 232-

**Andrade, C.**(2011). Obstáculos didácticos en el aprendizaje de la matemática y la formación de docentes. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Vol 24.

**Angulo, F.** (1998). La formación del profesor de ciencias: Fundamentos teóricos en una perspectiva de autorregulación metacognitiva. REVISTA EDUCACION Y PEDAGOGIA. VOL. X N° 21 MAYO - AGOSTO

**Arbeláez, M. García, A. Gil, H. Romero, F. Vargas, E.** (2002). Habilidades metacognitivas & Entorno Educativo. Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad Tecnológica de Pereira. Editorial Papiro

**Arbeláez, M., Vargas, E.** (2001). "*Consideraciones teóricas acerca de la metacognición*". Revista de Ciencias Humanas No. 28 – UTP, Pereira – Colombia.  
<http://www.utp.edu.co/~chumanas/revistas/revistas/rev28/vargas>

**Astolfi, J. P.** (2003). *El "error", un medio para enseñar*. 2ª Edición. Sevilla: Diada Editora.

**Astolfi, J.P.**(1998). El tratamiento didáctico de los obstáculos epistemológicos. Conferencia dictada en el marco del Primer Congreso de Enseñanza de la Física celebrado en la Universidad de Antioquia.

**Bachelard, G.** (1938). *La formation de l'esprit scientifique*. Vrin, París. 1980. Traducción al castellano, 2000. La formación del espíritu científico. Contribución a un psicoanálisis del conocimiento objetivo. Ed. Siglo XXI, México.

**Bingolbali, E., Akkoç, H., Ozmantar, F., Demir, S.** (2011). Pre-service and In-service teachers views of the sources of students mathematical difficulties. *International Electronic Journal of Mathematics Education – I JM* Vol.6, No.1.

**Bisanz, L. Vesonder, T. Voss, F.** (1978). Knowledge of one's own responding and the relations of such knowledge to learning: a developmental study. *Journal of experimental child psychology*, 25, p.p. 116-128. En: Arbeláez, M. García, A. Gil, H. Romero, F. Vargas, E. (2002). *Habilidades metacognitivas & Entorno Educativo*. Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad Tecnológica de Pereira. Editorial Papiro

**Brousseau, G.** (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 7, n. 2, pp. 33- 115.

**Buitrago, S.**(2011). Procesos De Regulación Metacognitiva En La Resolución De Problemas Matemáticos. Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Manizales. Colombia.

**Buterfield, C. Nelson, T. Peck, V.** (1988) Developmental aspects of the feeling of knowing. En: Arbeláez, M. García, A. Gil, H. Romero, F. Vargas, E. (2002). Habilidades metacognitivas & Entorno Educativo. Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad Tecnológica de Pereira. Editorial Papiro

**Caserio, M. Guzmán, M. Vozzi, A.** (2007). Dificultades en el aprendizaje de matemática. Obstáculos y errores en el aprendizaje del concepto de dependencia e independencia lineal 91. ActaLatinoamericana de MatemáticaEducativa.Vol 20.México.

**Cobb, P.**(1986). Contexts, ~, beliefs and learning mathematics. *Por the Learning of Mathematics*, 6(2), 2-9. En: Goos, M. (1995). Metacognitive Knowledge, Beliefs and Classroom Mathematics. The University of Queensland

**Del Sastre, M. Panella, E** (2008). Dificultades para el aprendizaje de matemática discreta. ActaLatinoamericana de Matemática Educativa. Vol 21.México.

**Desoete A, Roeyers H.**( 2002) Off-line metacognition: a domain-specific retardation in young children with learning disabilities? Learning Disability Quarterly; 25: 123-39. En: En Miranda-Casas, A. et al. (2005) Nuevas tendencias en la evaluación de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas. El papel de la Metacognición. REV NEUROL; 40 (Supl 1): S97-S102

**Desoete, A.** (2008) Multi-method assessment of metacognitive skills in elementary school children: how you test is what you get. Journal Metacognition and Learning. Volume 3, Number 3, Pages 189-206.

**Flavell, J. H.** (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. *American Psychologist*, 34, 906 - 911.

**Folgueiras, P.** (2009). Métodos y técnicas de recogida y análisis de información cualitativa. Universidad de Barcelona. Buenos Aires.

**Gómez - Granell, C.** (1990). Estrategias de Aprendizaje en Psicopedagogía de las Matemáticas. En Quintero, J. (2010) Hacia un programa de Autorregulación del pensamiento lógico-formal en el aprendizaje de las matemáticas. Tesis Doctoral. Universidad de Valladolid. Facultad de Educación. España. Pp 232-

**Goos, M.** (1995). Metacognitive Knowledge, Beliefs and Classroom Mathematics. The University of Queensland

**Herrera, M.** (2010). Obstáculos, dificultades y errores en el aprendizaje de los números irracionales. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Vol 23. México.

**Kenney & Silver** (1993) Students self-assessment in mathematics. En: Quintero, J. (2010) Hacia un programa de Autorregulación del pensamiento lógico-formal en el aprendizaje de las matemáticas. Tesis Doctoral. Universidad de Valladolid. Facultad de Educación. España. Pp 232-

**Lannin, J.** University of Missouri-Columbia, Barker, D. University of Missouri-Columbia, Townsend, B. University of Northern Iowa. How students view the general nature of their errors: Implications for instruction.

**López, J. Landy Sosa, L.** (2008). Dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Vol 21. México.

**Martí, E.** (1995). Metacognición: entre la fascinación y el desencanto. *Infancia y Aprendizaje*. 72, 9-32.

**Ministerio de Educación Nacional.** (1998). *Lineamientos curriculares. Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.

**Ministerio de Educación Nacional.** (2002). Estándares básicos de competencias. Bogotá: Magisterio.

**Miranda-Casas, A. Acosta - Escareño, G. Tárraga-Mínguez, R. Fernández, M.I. Rosel - Ramírez, J.** (2005) Nuevas tendencias en la evaluación de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas. El papel de la Metacognición. *REV NEUROL*; 40 (Supl 1): S97-S102

**Osses, S. Jaramillo, S.** (2008). Metacognición un camino para aprender a aprender. *Estudios Pedagógicos*, vol. XXXIV, núm. 1, pp. 187-197. Universidad Austral de Chile. Chile.

**Ottonello, S., del Valle Veliz, M., Ross, S.** (2008) Estrategias metacognitivas en el aprendizaje del álgebra. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Vol 24. (2011)

**Pintrich P.** (2002) The role of metacognitive knowledge in learning, teaching, and assessing. *Theory into Practice*; 41: 219-25. En Miranda-Casas, A. et al. (2005) Nuevas tendencias en la

evaluación de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas. El papel de la Metacognición. REV NEUROL; 40 (Supl 1): S97-S102

**Quintero, J.** (2010) Hacia un programa de Autorregulación del pensamiento lógico-formal en el aprendizaje de las matemáticas. Tesis Doctoral. Universidad de Valladolid. Facultad de Educación. España.

**Radatz, H.** (1979). Error analysis in mathematics education. *Journal Research in Mathematics Education*, 10(3), 163-177.

**Rodríguez, E.** (2005). Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico. Tesis doctoral, Universidad Complutense de Madrid, Facultad de Educación, Madrid.

**Schoenfeld, A. H.** (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.

**Silva, C.** (1999). "Variables metacognitivas en el aprendizaje matemático". *Memorias de la V Conferencia Internacional de Ciencias de la Educación*. Camagüey-CGI/CD ROM Cuba. En

**Silva, C.** (2006). Educación Matemática y Procesos de Aprendizaje Metacognitivos en el Aprendizaje. *Revista Centro de Investigación*. Universidad La Salle, julio-diciembre, año/vol. 7, numero 026. Distrito Federal, México, pp 81-91.

**Simons PRJ.** (1996) Metacognition. In De Corte E, Weinert FE, eds. *International encyclopedia of developmental and instructional psychology*. Oxford: Elsevier Science. p. 436-44. En: En Miranda-Casas, A. et al. (2005) *Nuevas tendencias en la evaluación de las*

dificultades de aprendizaje de las matemáticas. El papel de la Metacognición. REV NEUROL; 40 (Supl 1): S97-S102

**Socas, M.** (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria. (En) Rico, L. (1997). La educación matemática en la enseñanza secundaria. Barcelona: ICE / Horsori pp.124-154

**Szigeti, F.** (2005). Estrategias en la resolución de Problemas. Mérida-Venezuela: Escuela Venezolana para la Enseñanza de la Matemática. En Quintero, J. (2010) Hacia un programa de Autorregulación del pensamiento lógico-formal en el aprendizaje de las matemáticas. Tesis Doctoral. Universidad de Valladolid. Facultad de Educación. España. Pp 232-

**Tamayo, O. E.** (2006). La metacognición en los modelos para la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias. In *Los Bordes De La Pedagogía: Del Modelo A La Ruptura* (pp. 275 - 306). UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL.

**White, R. & Mitchell, I.** (1994).Metacognition and the Quality of Learning. Studies in Science Educación. 23 ,21 - 37. En Angulo, F. (1998). La formación del profesor de ciencias: Fundamentos teóricos en una perspectiva de autorregulación metacognitiva. REVISTA EDUCACION Y PEDAGOGIA. VOL. X N° 21 MAYO - AGOSTO

## Anexo A. Primer instrumento de recolección de información, Taller: Grado Sexto

	<b>REPUBLICA DE COLOMBIA</b> <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JORGE ISAACS"</b> Res. 1986 de Sept. 06/02 y Res. 357 de Febrero 11 de 2009 NIT 821001963-0 DANE 276041000371 Código ICFES 143677	PÁGINA [ 1 de 3 ]
		CÓDIGO:
	<b>TEST: IDENTIFICACIÓN DE DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS</b>	VERSION 1
		Fecha Elaboración 27/10/2012

**Nombre del Estudiante:** \_\_\_\_\_  
**Edad:** \_\_\_\_\_ **Género:** F \_\_ M \_\_ **Grado:** Sexto  
**Fecha:** \_\_\_\_\_

*Apreciado(a) estudiante: El test que tienes ahora en tus manos está diseñado con el fin de que puedas identificar de forma clara y sencilla las dificultades que enfrentas durante tu aprendizaje de las matemáticas.*

*Tú fuiste escogido(a) entre diversos estudiantes porque consideramos que tu opinión es muy importante, así que no tengas miedo al expresar tus ideas con honestidad pues todas ellas serán de gran aporte para el análisis y posterior mejoramiento de nuestras clases.*

*Te invitamos a iniciar la prueba y a seguir cuidadosamente todas las instrucciones; y no te preocupes por el tiempo... puedes tomarte el que consideres necesario.*

**Primera Etapa: Entender el problema.**

*Lee cuidadosamente el enunciado del siguiente problema y antes de realizar el procedimiento responde las preguntas propuestas.*

En una finca hay sólo vacas y gallinas. Patricia y Ana deben contar cuántos animales hay allí. Cada una cuenta a su manera. Cuando regresan, Patricia dice que contó 192 patas y Ana, que contó las cabezas, llegó a 60. ¿Cuántos animales de cada clase hay en la finca?

- a. 24 gallinas y 36 vacas.
- b. 36 vacas y 24 gallinas.
- c. 12 gallinas y 72 vacas.
- d. 72 vacas y 12 gallinas.

¿Qué te pide el problema? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Qué datos ya conoces? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Qué operaciones debes realizar para encontrar la respuesta? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**"FORMAMOS LÍDERES CON SENTIDO EMPRESARIAL"**

Calle Principal Corregimiento El Villar Municipio de Ansermanuevo Valle Telefax: (\*2) 2156505 e-  
 Mail [jorgeisaacs@anermanuevo.edu.co](mailto:jorgeisaacs@anermanuevo.edu.co) [jorgeisaacs@tebbaldefelcusa.gov.co](mailto:jorgeisaacs@tebbaldefelcusa.gov.co)

	<b>REPUBLICA DE COLOMBIA</b> <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JORGE ISAACS"</b> Res. 1986 de Sept. 06/02 y Res. 357 de Febrero 11 de 2009 NIT 821001963-0 DANE 276041000371 Código ICFES 143677	PÁGINA [ 2 de 3 ]
		CÓDIGO:
	<b>TEST: IDENTIFICACIÓN DE DIFICULTADES          EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS</b>	VERSION 1 Fecha Elaboración 27/10/2012

**Segunda Etapa: Procedimiento.**

*En este espacio realiza todas las operaciones, gráficas y demás técnicas que consideres necesarias para resolver el problema.*

---

"FORMAMOS LÍDERES CON SENTIDO EMPRESARIAL"

Calle Principal Corregimiento El Villar Municipio de Ansermanuevo Valle Telefax: (\*2) 2156505 ε.  
 Mail [jorgeisaacsanermanuevo@yahoo.com.co](mailto:jorgeisaacsanermanuevo@yahoo.com.co) [jorgeisaacsanermanuevo@sedyalderelcuaca.gov.co](mailto:jorgeisaacsanermanuevo@sedyalderelcuaca.gov.co)

	<b>REPUBLICA DE COLOMBIA</b> <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JORGE ISAACS"</b> Res. 1986 de Sept. 06/02 y Res. 357 de Febrero 11 de 2009 NIT 821001963-0 DANE 276041000371 Código ICFES 143677	PÁGINA [ 3 de 3 ]
		CÓDIGO:
	<b>TEST: IDENTIFICACIÓN DE DIFICULTADES          EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS</b>	VERSION 1
		Fecha Elaboración 27/10/2012

**Tercer Etapa: Evaluar el resultado del problema.**

*De acuerdo al procedimiento anterior, responde las siguientes preguntas:*

¿Has conseguido encontrar la solución del problema? Respaldar tu respuesta \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Tuviste dificultades durante el procedimiento? Describe las \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Revisa los cálculos realizados, ¿has encontrado errores? Describe los \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Cómo puedes evitar en un futuro cometer los mismos errores? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¡Has terminado la prueba! Muchas gracias por tu colaboración.

**"FORMAMOS LÍDERES CON SENTIDO EMPRESARIAL"**

Calle Principal Corregimiento El Villar Municipio de Ansermanuevo Valle Telefax: (\*2) 2156505 e-  
 Mail [jorgeisaacsansermanuevo@yahoo.com.co](mailto:jorgeisaacsansermanuevo@yahoo.com.co) [jorgeansermanuevo@sedvalledelcucaca.gov.co](mailto:jorgeansermanuevo@sedvalledelcucaca.gov.co)

## Anexo B. Primer instrumento de recolección de información, Taller: Grado Séptimo

	<b>REPUBLICA DE COLOMBIA</b> <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JORGE ISAACS"</b> Res. 1986 de Sept. 06/02 y Res. 357 de Febrero 11 de 2009 NIT 821001963-0 DANE 276041000371 Código ICFES 143677	PÁGINA [ 1 de 1 ]
	<b>TEST: IDENTIFICACIÓN DE DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS</b>	CÓDIGO:
		VERSION 1 Fecha Elaboración 27/10/2012

Nombre del Estudiante: \_\_\_\_\_

Edad: \_\_\_\_\_ Género: F\_\_M\_\_ Grado: Séptimo

Fecha: \_\_\_\_\_

*Apreciado(a) estudiante: El test que tienes ahora en tus manos está diseñado con el fin de que puedas identificar de forma clara y sencilla las dificultades que enfrentas durante tu aprendizaje de las matemáticas.*

*Tú fuiste escogido(a) entre diversos estudiantes porque consideramos que tu opinión es muy importante, así que no tengas miedo al expresar tus ideas con honestidad pues todas ellas serán de gran aporte para el análisis y posterior mejoramiento de nuestras clases.*

*Te invitamos a iniciar la prueba y a seguir cuidadosamente todas las instrucciones; y no te preocupes por el tiempo... puedes tomarte el que consideres necesario.*

**Primera Etapa: Entender el problema.**

*Lee cuidadosamente el enunciado del siguiente problema y antes de realizar el procedimiento responde las preguntas propuestas.*

Un avión despegar de la Isla de San Andrés (0 metros, nivel del mar). Al principio del vuelo se eleva 3 000 metros. Después desciende 1 800 metros, más tarde vuelve a subir 1 200 metros. En el momento de aterrizar baja 2 100 metros. La altura con respecto al nivel del mar en la cual se encuentra el aeropuerto donde aterriza el avión puede indicarse como:

- 1 500 metros.
- 300 metros.
- 2 100 metros.
- 300 metros.

¿Qué te pide el problema? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Qué datos ya conoces? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Qué operaciones debes realizar para encontrar la respuesta? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**"FORMAMOS LIDERES CON SENTIDO EMPRESARIAL"**

Calle Principal Corregimiento El Villar Municipio de Ansermanuevo Valle Telefax: (\*2) 2156505 e-Mail [jorgeisaacsansermanuevo@yahoo.com.co](mailto:jorgeisaacsansermanuevo@yahoo.com.co), [jorgeansermanuevo@seduvallelucaca.gov.co](mailto:jorgeansermanuevo@seduvallelucaca.gov.co)

	<b>REPUBLICA DE COLOMBIA</b> <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JORGE ISAACS"</b> Res. 1986 de Sept. 06/02 y Res. 357 de Febrero 11 de 2009 NIT 821001963-0 DANE 276041000371 Código ICFES 143677	PÁGINA [ 2 de 3 ]
	<b>TEST: IDENTIFICACIÓN DE DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS</b>	CÓDIGO:
		VERSION 1 Fecha Elaboración 27/10/2012

**Segunda Etapa: Procedimiento.**

*En este espacio realiza todas las operaciones, gráficas y demás técnicas que consideres necesarias para resolver el problema.*

	<b>REPUBLICA DE COLOMBIA</b> <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JORGE ISAACS"</b> Res. 1986 de Sept. 06/02 y Res. 357 de Febrero 11 de 2009 NIT 821001963-0 DANE 276041000371 Código ICFES 143677	PÁGINA [ 3 de 3 ]
		CÓDIGO:
	<b>TEST: IDENTIFICACIÓN DE DIFICULTADES          EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS</b>	VERSION 1
		Fecha Elaboración 27/10/2012

**Tercer Etapa: Evaluar el resultado del problema.**

*De acuerdo al procedimiento anterior, responde las siguientes preguntas:*

¿Has conseguido encontrar la solución del problema? Respaldar tu respuesta \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Tuviste dificultades durante el procedimiento? Describe las \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Revisa los cálculos realizados, ¿has encontrado errores? Describe los \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Cómo puedes evitar en un futuro cometer los mismos errores? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¡Has terminado la prueba! Muchas gracias por tu colaboración.

"FORMAMOS LÍDERES CON SENTIDO EMPRESARIAL"

Calle Principal Corregimiento El Villar Municipio de Ansermanuevo Valle Telefax: (\*2) 2156505 e-  
 Mail [jorgeisaacsanermanuevo@yahoo.com.co](mailto:jorgeisaacsanermanuevo@yahoo.com.co) [jorgeanermanuevo@sedvalledelcucaca.gov.co](mailto:jorgeanermanuevo@sedvalledelcucaca.gov.co)

## Anexo C. Primer instrumento de recolección de información, Taller: Grado Octavo

	<b>REPUBLICA DE COLOMBIA</b> <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JORGE ISAACS"</b> Res. 1986 de Sept. 06/02 y Res. 357 de Febrero 11 de 2009 NIT 821001963-0 DANE 276041000371 Código ICFES 143677	PÁGINA [ 1 de 1 ] CÓDIGO:
	<b>TEST: IDENTIFICACIÓN DE DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS</b>	VERSION 1 Fecha Elaboración 27/10/2012

Nombre del Estudiante: \_\_\_\_\_

Edad: \_\_\_\_\_ Género: F\_\_M\_\_ Grado: Octavo

Fecha: \_\_\_\_\_

*Apreciado(a) estudiante: El test que tienes ahora en tus manos está diseñado con el fin de que puedas identificar de forma clara y sencilla las dificultades que enfrentas durante tu aprendizaje de las matemáticas.*

*Tú fuiste escogido(a) entre diversos estudiantes porque consideramos que tu opinión es muy importante, así que no tengas miedo al expresar tus ideas con honestidad pues todas ellas serán de gran aporte para el análisis y posterior mejoramiento de nuestras clases.*

*Te invitamos a iniciar la prueba y a seguir cuidadosamente todas las instrucciones; y no te preocupes por el tiempo... puedes tomarte el que consideres necesario.*

**Primera Etapa: Entender el problema.**

*Lee cuidadosamente el enunciado del siguiente problema y antes de realizar el procedimiento responde las preguntas propuestas.*

Un monomio cuyo cuadrado es el monomio  $36 \text{ m}^2$  es:

- a.  $6 \text{ m}^2$  b.  $18 \text{ m}$  c.  $6 \text{ m}$  d.  $18 \text{ m}^2$

¿Qué te pide el problema? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Qué datos ya conoces? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Qué operaciones debes realizar para encontrar la respuesta? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

	<b>REPUBLICA DE COLOMBIA</b> <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JORGE ISAACS"</b> Res. 1986 de Sept. 06/02 y Res. 357 de Febrero 11 de 2009 NIT 821001963-0 DANE 276041000371 Código ICFES 143677	PÁGINA [ 2 de 3 ]
	<b>TEST: IDENTIFICACIÓN DE DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS</b>	CÓDIGO:
		VERSION 1 Fecha Elaboración 27/10/2012

**Segunda Etapa: Procedimiento.**

*En este espacio realiza todas las operaciones, gráficas y demás técnicas que consideres necesarias para resolver el problema.*

---

"FORMAMOS LÍDERES CON SENTIDO EMPRESARIAL"

Calle Principal Corregimiento El Villar Municipio de Ansermanuevo Valle Telefax: (\*2) 2156505 ε.  
 Mail [jorgeisaacsanermanuevo@yahoo.com.co](mailto:jorgeisaacsanermanuevo@yahoo.com.co) [jorgeanermanuevo@sedyalderelcuaca.gov.co](mailto:jorgeanermanuevo@sedyalderelcuaca.gov.co)

	<b>REPUBLICA DE COLOMBIA</b> <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JORGE ISAACS"</b> Res. 1986 de Sept. 06/02 y Res. 357 de Febrero 11 de 2009 NIT 821001963-0 DANE 276041000371 Código ICFES 143677	PÁGINA [ 3 de 3 ]
		CÓDIGO:
	<b>TEST: IDENTIFICACIÓN DE DIFICULTADES          EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS</b>	VERSION 1
		Fecha Elaboración 27/10/2012

**Tercer Etapa: Evaluar el resultado del problema.**

*De acuerdo al procedimiento anterior, responde las siguientes preguntas:*

¿Has conseguido encontrar la solución del problema? Respaldar tu respuesta \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Tuviste dificultades durante el procedimiento? Describe las \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Revisa los cálculos realizados, ¿has encontrado errores? Describe los \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Cómo puedes evitar en un futuro cometer los mismos errores? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¡Has terminado la prueba! Muchas gracias por tu colaboración.

**"FORMAMOS LÍDERES CON SENTIDO EMPRESARIAL"**

Calle Principal Corregimiento El Villar Municipio de Ansermanuevo Valle Telefax: (\*2) 2156505 e-  
 Mail [jorgeisaacsanermanuevo@yahoo.com.co](mailto:jorgeisaacsanermanuevo@yahoo.com.co) [jorgeanermanuevo@sedvalledelcucaca.gov.co](mailto:jorgeanermanuevo@sedvalledelcucaca.gov.co)

## Anexo D. Primer instrumento de recolección de información, Taller: Grado Noveno

	<b>REPUBLICA DE COLOMBIA</b>	<b>PÁGINA [ 1 de 2 ]</b>
	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JORGE ISAACS"</b>	CÓDIGO:
	Res. 1986 de Sept. 06/02 y Res. 357 de Febrero 11 de 2009 NIT 821001963-0 DANE 276041000371 Código ICFES 143677	VERSION 1
	<b>TEST: IDENTIFICACIÓN DE DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS</b>	Fecha Elaboración 27/10/2012

Nombre del Estudiante: \_\_\_\_\_  
 Edad: \_\_\_\_\_ Género: F \_\_ M \_\_ Grado: Noveno  
 Fecha: \_\_\_\_\_

*Apreciado(a) estudiante: El test que tienes ahora en tus manos está diseñado con el fin de que puedas identificar de forma clara y sencilla las dificultades que enfrentas durante tu aprendizaje de las matemáticas.*

*Tú fuiste escogido(a) entre diversos estudiantes porque consideramos que tu opinión es muy importante, así que no tengas miedo al expresar tus ideas con honestidad pues todas ellas serán de gran aporte para el análisis y posterior mejoramiento de nuestras clases.*

*Te invitamos a iniciar la prueba y a seguir cuidadosamente todas las instrucciones; y no te preocupes por el tiempo... puedes tomarte el que consideres necesario.*

**Primera Etapa: Entender el problema.**

*Lee cuidadosamente el enunciado del siguiente problema y antes de realizar el procedimiento responde las preguntas propuestas.*

En un laboratorio, dos investigadores realizan experimentos con cierto tipo de bacteria.

Para analizar su reproducción, introdujeron la bacteria en un recipiente de vidrio a la 1:00 pm y observaron que por cada minuto que pasa el número de bacterias se duplica.

14.

Si el recipiente se llenó a las 2:00 pm, ¿a qué hora las bacterias ocupaban la mitad del recipiente?

- A. 1:18 pm
- B. 1:30 pm
- C. 1:45 pm
- D. 1:59 pm

	<b>REPUBLICA DE COLOMBIA</b> <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA “JORGE ISAACS”</b> Res. 1986 de Sept. 06/02 y Res. 357 de Febrero 11 de 2009 NIT 821001963-0 DANE 276041000371 Código ICFES 143677	PÁGINA [ 2 de 2 ]
		CÓDIGO:
	<b>TEST: IDENTIFICACIÓN DE DIFICULTADES          EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS</b>	VERSION 1
		Fecha Elaboración 27/10/2012

15.

Los investigadores encontraron que la expresión  $N(t) = 2^t$  establece la relación entre el número de bacterias  $N(t)$  y el tiempo transcurrido ( $t$ ). ¿Cuántas bacterias contenía el recipiente cuando transcurrieron 8 minutos?

- A. 16
- B. 64
- C. 128
- D. 256

¿Qué te pide el problema? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Qué datos ya conoces? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Qué operaciones debes realizar para encontrar la respuesta? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

	<b>REPUBLICA DE COLOMBIA</b> <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JORGE ISAACS"</b> Res. 1986 de Sept. 06/02 y Res. 357 de Febrero 11 de 2009 NIT 821001963-0 DANE 276041000371 Código ICFES 143677	PÁGINA [ 2 de 3 ]
	<b>TEST: IDENTIFICACIÓN DE DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS</b>	CÓDIGO:
		VERSION 1 Fecha Elaboración 27/10/2012

**Segunda Etapa: Procedimiento.**

*En este espacio realiza todas las operaciones, gráficas y demás técnicas que consideres necesarias para resolver el problema.*

---

"FORMAMOS LÍDERES CON SENTIDO EMPRESARIAL"

Calle Principal Corregimiento El Villar Municipio de Ansermanuevo Valle Telefax: (\*2) 2156505 ε.  
 Mail [jorgeisaacsanermanuevo@yahoo.com.co](mailto:jorgeisaacsanermanuevo@yahoo.com.co) [jorgeanermanuevo@sedyalderelcuaca.gov.co](mailto:jorgeanermanuevo@sedyalderelcuaca.gov.co)

	<b>REPUBLICA DE COLOMBIA</b> <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JORGE ISAACS"</b> Res. 1986 de Sept. 06/02 y Res. 357 de Febrero 11 de 2009 NIT 821001963-0 DANE 276041000371 Código ICFES 143677	PÁGINA [ 3 de 3 ]
		CÓDIGO:
	<b>TEST: IDENTIFICACIÓN DE DIFICULTADES          EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS</b>	VERSION 1
		Fecha Elaboración 27/10/2012

**Tercer Etapa: Evaluar el resultado del problema.**

*De acuerdo al procedimiento anterior, responde las siguientes preguntas:*

¿Has conseguido encontrar la solución del problema? Respaldar tu respuesta \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Tuviste dificultades durante el procedimiento? Describe las \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Revisa los cálculos realizados, ¿has encontrado errores? Describe los \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Cómo puedes evitar en un futuro cometer los mismos errores? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¡Has terminado la prueba! Muchas gracias por tu colaboración.

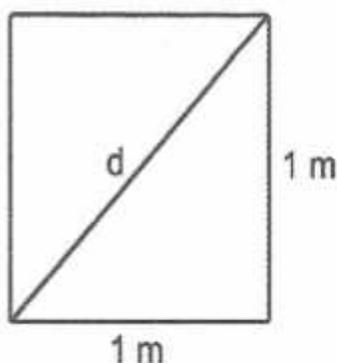
**"FORMAMOS LÍDERES CON SENTIDO EMPRESARIAL"**

Calle Principal Corregimiento El Villar Municipio de Ansermanuevo Valle Telefax: (\*2) 2156505 e-  
 Mail [jorgeisaacsanermanuevo@yahoo.com.co](mailto:jorgeisaacsanermanuevo@yahoo.com.co) [jorgeanermanuevo@sedvalledelcucaca.gov.co](mailto:jorgeanermanuevo@sedvalledelcucaca.gov.co)

## Anexo E. Primer instrumento de recolección de información, Taller: Grado Décimo

	<b>REPUBLICA DE COLOMBIA</b> <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JORGE ISAACS"</b> Res. 1986 de Sept. 06/02 y Res. 357 de Febrero 11 de 2009 NIT 821001963-0 DANE 276041000371 Código ICFES 143677	<b>PÁGINA [ 2 de 2 ]</b>
	<b>TEST: IDENTIFICACIÓN DE DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS</b>	CÓDIGO:
		VERSION 1 Fecha Elaboración 27/10/2012

4. Tenemos el siguiente cuadrado:



¿Se puede expresar el valor de la diagonal  $d$  como una fracción racional?

- a) Sí, porque el valor de la hipotenusa es igual a  $\sqrt{2}$ .
- b) No, porque  $\sqrt{2}$  es un número irracional.
- c) No, porque el desarrollo de  $\sqrt{2}$  es un decimal periódico.
- d) Sí, porque el valor de la diagonal es igual al valor de la hipotenusa de un triángulo rectángulo.

¿Qué te pide el problema? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Qué datos ya conoces? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Qué operaciones debes realizar para encontrar la respuesta? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

	<b>REPUBLICA DE COLOMBIA</b> <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JORGE ISAACS"</b> Res. 1986 de Sept. 06/02 y Res. 357 de Febrero 11 de 2009 NIT 821001963-0 DANE 276041000371 Código ICFES 143677	PÁGINA [ 2 de 3 ]
	<b>TEST: IDENTIFICACIÓN DE DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS</b>	CÓDIGO:
		VERSION 1 Fecha Elaboración 27/10/2012

**Segunda Etapa: Procedimiento.**

*En este espacio realiza todas las operaciones, gráficas y demás técnicas que consideres necesarias para resolver el problema.*

	<b>REPUBLICA DE COLOMBIA</b> <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JORGE ISAACS"</b> Res. 1986 de Sept. 06/02 y Res. 357 de Febrero 11 de 2009 NIT 821001963-0 DANE 276041000371 Código ICFES 143677	PÁGINA [ 3 de 3 ]
		CÓDIGO:
	<b>TEST: IDENTIFICACIÓN DE DIFICULTADES          EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS</b>	VERSION 1
		Fecha Elaboración 27/10/2012

**Tercer Etapa: Evaluar el resultado del problema.**

*De acuerdo al procedimiento anterior, responde las siguientes preguntas:*

¿Has conseguido encontrar la solución del problema? Respaldar tu respuesta \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Tuviste dificultades durante el procedimiento? Describe las \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Revisa los cálculos realizados, ¿has encontrado errores? Describe los \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Cómo puedes evitar en un futuro cometer los mismos errores? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¡Has terminado la prueba! Muchas gracias por tu colaboración.

**"FORMAMOS LÍDERES CON SENTIDO EMPRESARIAL"**

Calle Principal Corregimiento El Villar Municipio de Ansermanuevo Valle Telefax: (\*2) 2156505 e-  
 Mail [jorgeisaacsansermanuevo@yahoo.com.co](mailto:jorgeisaacsansermanuevo@yahoo.com.co) [jorgeansermanuevo@sedvalledelcucaca.gov.co](mailto:jorgeansermanuevo@sedvalledelcucaca.gov.co)

## Anexo F. Primer instrumento de recolección de información, Taller: Grado Once

	<b>REPÚBLICA DE COLOMBIA</b> <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JORGE ISAACS"</b> Res. 1986 de Sept. 06/02 y Res. 357 de Febrero 11 de 2009 NIT 821001963-0 DANE 276041000371 Código ICFES 143677	PÁGINA [ 1 de 1 ]
		CÓDIGO:
	<b>TEST: IDENTIFICACIÓN DE DIFICULTADES          EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS</b>	VERSION 1
		Fecha Elaboración 27/10/2012

Nombre del Estudiante: \_\_\_\_\_

Edad: \_\_\_\_\_ Género: F \_\_\_ M \_\_\_ Grado: Once

Fecha: \_\_\_\_\_

*Apreciado(a) estudiante: El test que tienes ahora en tus manos está diseñado con el fin de que puedas identificar de forma clara y sencilla las dificultades que enfrentas durante tu aprendizaje de las matemáticas.*

*Tú fuiste escogido(a) entre diversos estudiantes porque consideramos que tu opinión es muy importante, así que no tengas miedo al expresar tus ideas con honestidad pues todas ellas serán de gran aporte para el análisis y posterior mejoramiento de nuestras clases.*

*Te invitamos a iniciar la prueba y a seguir cuidadosamente todas las instrucciones; y no te preocupes por el tiempo... puedes tomarte el que consideres necesario.*

**Primera Etapa: Entender el problema.**

*Lee cuidadosamente el enunciado del siguiente problema y antes de realizar el procedimiento responde las preguntas propuestas.*

75 niños compran 24 bolsas de canicas, pagando con sus ahorros  $\frac{2}{3}$  del precio total, porque el vendedor les rebajó la tercera parte. Si el precio original de cada bolsa es de \$63.000 y las canicas se reparten por igual, entonces:

1. Competencia: Propositiva; Ámbito: Conteo.

La cantidad  $x$  que debe pagar cada niño es:

- a)  $x \leq 10.000$       b)  $10.000 < x < 15.000$       c)  $15.000 \leq x \leq 20.000$       d)  $x = 20.000$

2. Competencia: Propositiva; Ámbito: Conteo.

Si un niño tiene ahorrados \$47.040, el porcentaje de sus ahorros que le representa la compra de las canicas es:

- a) Entre el 10% y el 15%      b) Entre el 20% y el 25%  
 c) Entre el 15% y el 20%      d) Entre el 25% y el 30%

¿Qué te pide el problema? \_\_\_\_\_

¿Qué datos ya conoces? \_\_\_\_\_

¿Qué operaciones debes realizar para encontrar la respuesta? \_\_\_\_\_

"FORMAMOS LÍDERES CON SENTIDO EMPRESARIAL"

Calle Principal Corregimiento El Villar Municipio de Ansermanuevo Valle Telefax: (\*2) 2156505 ε.

Mail [jorgeisaacsansermanuevo@yahoo.com.co](mailto:jorgeisaacsansermanuevo@yahoo.com.co), [jorgeansermanuevo@sedvalledelcucara.gov.co](mailto:jorgeansermanuevo@sedvalledelcucara.gov.co)

	<b>REPUBLICA DE COLOMBIA</b> <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JORGE ISAACS"</b> Res. 1986 de Sept. 06/02 y Res. 357 de Febrero 11 de 2009 NIT 821001963-0 DANE 276041000371 Código ICFES 143677	PÁGINA [ 2 de 3 ]
	<b>TEST: IDENTIFICACIÓN DE DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS</b>	CÓDIGO:
		VERSION 1 Fecha Elaboración 27/10/2012

**Segunda Etapa: Procedimiento.**

*En este espacio realiza todas las operaciones, gráficas y demás técnicas que consideres necesarias para resolver el problema.*

	<b>REPUBLICA DE COLOMBIA</b> <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JORGE ISAACS"</b> Res. 1986 de Sept. 06/02 y Res. 357 de Febrero 11 de 2009 NIT 821001963-0 DANE 276041000371 Código ICFES 143677	PÁGINA [ 3 de 3 ]
		CÓDIGO:
	<b>TEST: IDENTIFICACIÓN DE DIFICULTADES          EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS</b>	VERSION 1
		Fecha Elaboración 27/10/2012

**Tercer Etapa: Evaluar el resultado del problema.**

*De acuerdo al procedimiento anterior, responde las siguientes preguntas:*

¿Has conseguido encontrar la solución del problema? Respaldar tu respuesta \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Tuviste dificultades durante el procedimiento? Describe las \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Revisa los cálculos realizados, ¿has encontrado errores? Describe los \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Cómo puedes evitar en un futuro cometer los mismos errores? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¡Has terminado la prueba! Muchas gracias por tu colaboración.

**"FORMAMOS LÍDERES CON SENTIDO EMPRESARIAL"**

Calle Principal Corregimiento El Villar Municipio de Ansermanuevo Valle Telefax: (\*2) 2156505 e-  
 Mail [jorgeisaacsanermanuevo@yahoo.com.co](mailto:jorgeisaacsanermanuevo@yahoo.com.co) [jorgeanermanuevo@sedvalledelcucaca.gov.co](mailto:jorgeanermanuevo@sedvalledelcucaca.gov.co)

## Anexo G. Segundo instrumento de recolección de información, Encuesta.

	<b>REPUBLICA DE COLOMBIA</b> <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JORGE ISAACS"</b> Res. 1986 de Sept. 06/02 y Res. 357 de Febrero 11 de 2009 NIT 821001963-0 DANE 276041000371 Código ICFES 143677	<b>PÁGINA [ 1 de 3 ]</b>
	<b>ENCUESTA: IDENTIFICACION DE DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS</b>	CÓDIGO:  VERSION 1 Fecha Elaboración 27/10/2012

Nombre del Estudiante: \_\_\_\_\_

Edad: \_\_\_\_\_ Género: F \_\_\_ M \_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

*¡Bienvenido de nuevo! Gracias por seguir participando de este proceso. Para esta ocasión tienes en tus manos una encuesta, la cual podrás responder abiertamente, con el fin de que puedas expresarte con mayor libertad usando tus propias palabras.*

*¡Adelante! y recuerda responder con honestidad ☺*

1. ¿Te consideras un buen estudiante de matemáticas? SI \_\_\_ NO \_\_\_

¿Por qué? \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

2. Durante la clase de matemáticas tú:

\_\_\_ Permaneces atento a las explicaciones  
 \_\_\_ Te desconcentras con facilidad  
 \_\_\_ Te aseguras de tomar nota de todo lo que te parece importante  
 \_\_\_ Te parece que cada tema es importante para el futuro  
 \_\_\_ Sientes desinterés  
 \_\_\_ Sientes que las explicaciones no son claras

3. Las situaciones en las que encuentras mayor dificultad son:

\_\_\_ Durante las explicaciones  
 \_\_\_ Durante las actividades de práctica en la clase  
 \_\_\_ Durante la realización de la tarea  
 \_\_\_ Durante la evaluación

¿Por qué? \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

4. Según tú, se te hace difícil comprender las matemáticas porque:

\_\_\_ Tiene aspectos que la hacen difícil de manejar (reglas, términos, entre otros)  
 \_\_\_ No recibes explicaciones claras que te faciliten tu aprendizaje  
 \_\_\_ No tienes las capacidades necesarias para comprenderlas

Otras razones son: \_\_\_\_\_

"FORMAMOS LIDERES CON SENTIDO EMPRESARIAL"

Calle Principal Corregimiento El Villar Municipio de Ansermanuevo Valle Telefax: (\*2) 2156505 e-

Mail [jorgeisaacsansermanuevo@yahoo.com.co](mailto:jorgeisaacsansermanuevo@yahoo.com.co), [jorgeansermanuevo@sedvalledelcucua.gov.co](mailto:jorgeansermanuevo@sedvalledelcucua.gov.co)

	<b>REPUBLICA DE COLOMBIA</b> <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA “JORGE ISAACS”</b> Res. 1986 de Sept. 06/02 y Res. 357 de Febrero 11 de 2009 NIT 821001963-0 DANE 276041000371 Código ICFES 143677	PÁGINA [ 2 de 3 ]
		CÓDIGO:
	<b>ENCUESTA: IDENTIFICACIÓN DE DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS</b>	VERSION 1
		Fecha Elaboración 27/10/2012

5. De acuerdo a tu experiencia, califica el papel que juega el docente en la clase de matemáticas y en el proceso de aprendizaje:

\_\_\_ Primordial      \_\_\_ Importante      \_\_\_ Mínimo      \_\_\_ Innecesario

¿Por qué? \_\_\_\_\_

6. ¿Considerarías el papel del profesor como una dificultad para tu aprendizaje de las matemáticas?

Si \_\_\_ No \_\_\_

¿Por qué? \_\_\_\_\_

7. ¿Encuentras dificultades cuando debes realizar una tarea de matemáticas?

Si \_\_\_ No \_\_\_

Describe las \_\_\_\_\_

8. A continuación enuncia aquellos temas o grado en el que se te dificultó más el aprendizaje de las matemáticas.

\_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

9. Describe brevemente cómo es tu preparación antes de realizar un examen de matemáticas.

\_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

	<b>REPUBLICA DE COLOMBIA</b> <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JORGE ISAACS"</b> Res. 1986 de Sept. 06/02 y Res. 357 de Febrero 11 de 2009 NIT 821001963-0 DANE 276041000371 Código ICFES 143677	<b>PÁGINA [ 3 de 3 ]</b>
		<b>CÓDIGO:</b>
	<b>ENCUESTA: IDENTIFICACIÓN DE DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS</b>	<b>VERSION 1</b>
		Fecha Elaboración 27/10/2012

10. Sabiendo que puedes utilizar estrategias para mejorar tu aprendizaje de las matemáticas, plantea algunas actividades que empezarás a realizar con el fin de superar las dificultades identificadas antes:

---



---



---



---



---

11. Finalmente, escribe tu apreciación sobre esta encuesta: \_\_\_\_\_

---



---



---

¡Has terminado la encuesta! Gracias por tu colaboración