

Adición entre Fracciones como Parte de un Todo Utilizando El Juego Con Regletas A<sup>3</sup>

María del Carmen Martínez Villalba

Armando Meza Salgado

Universidad Autónoma de Manizales

Maestría Enseñanza de las Ciencias

2017

Adición entre Fracciones como Parte de un Todo Utilizando El Juego Con Regletas A<sup>3</sup>

María del Carmen Martínez Villalba

Armando Meza Salgado

Trabajo de grado para optar al título de Magister Enseñanza de las Ciencias

Asesor

Magister

Yaneth Milena Agudelo Marín

Universidad Autónoma de Manizales

Maestría Enseñanza de las Ciencias

2017

### Nota de Aceptación

---

---

---

---

---

Presidente del jurado

---

Jurado1

---

Jurado 2

Planeta Rica, Córdoba, 16, de febrero de 2017

## Dedicatoria

A Dios por el don de la vida y por las bendiciones resultado de las manifestaciones de su gran amor hacia mí.

A mi padre que está en el cielo, pero que aun así sigo cumpliendo los sueños que un día construimos.

A mi madre, por ser mi soporte incondicional en cada reto de mi vida.

A mi esposo Armando, por su apoyo, comprensión y por ser mi aliado en cada aventura.

A mis hijos Armando Miguel y Andrea Margarita, quienes son mi mayor motivación para seguir adelante.

A Nicolás quien con cada día me presenta un reto, reto que me permite crecer personal y profesionalmente para mí y para mis estudiantes.

A mis amigos y compañeros, quienes día a día supieron entender el reto que estaba enfrentando y también ayudaron a enriquecer esta experiencia.

***María del Carmen Martínez Villalba***

## **Dedicatoria**

A Dios y a quienes con su apoyo me inspiraron e impulsaron a realizar este sueño,  
A mis padres, hermanos, esposa e hijos, quienes me han apoyado y motivado a cumplir mis  
metas.

*Armando Meza Salgado.*

## **Agradecimientos**

Agradecemos a Dios por habernos dado una familia, quienes siempre han creído en nosotros, brindándonos ejemplos de superación, humildad y sacrificio; a nuestros profesores, compañeros y amigos, quienes compartieron su conocimiento, y a todas aquellas personas que han estado a nuestro lado apoyándonos para lograr que este sueño se convierta en realidad.

## Tabla de Contenido

Resumen.....	14
Abstract.....	16
Introducción .....	18
CAPITULO 1 .....	20
1. Planteamiento del problema.....	20
1.1 Justificación.....	20
1.2 Descripción del problema.....	21
1.3 Formulación del problema .....	23
1.4. Objetivos .....	24
1.4.1 General.....	24
1.4.2 Específico. ....	24
CAPITULO 2.....	25
2. Marco teórico .....	25
2.1 Antecedentes .....	25
2.2 Marco de referencia.....	35
2.2.1 Marco legal. ....	35
2.2.2 Marco teórico.....	37
2.2.2.1 Concepto de fracción. ....	37
2.2.2.2 Sistemas de representación utilizados en la relación parte- todo.....	40
2.2.2.3 Adición de fracciones. ....	41
2.2.2.4 La resolución de problemas y las fracciones. ....	41
2.2.2.5 El juego en la pedagogía. ....	44
2.2.2.6 Unidad didáctica. ....	46
2.2.2.7 Regletas A <sup>3</sup> .....	48
CAPITULO 3.....	50
3. Diseño metodológico .....	50
3.1 Tipo de investigación .....	50
3.2 Esquema de las etapas del proceso investigativo.....	52

3.3 Caracterización de la unidad de trabajo .....	57
3.4 Unidad Didáctica: Números Fraccionarios .....	58
CAPÍTULO 4.....	67
4. Análisis de la información .....	67
4.1 Análisis de instrumentos .....	68
4.1.1 Momentos 1, 2, 3.....	68
4.2. Análisis comparativo de los tres momentos (Triangulación).....	108
5. Conclusiones .....	115
6. Recomendaciones .....	117
Referencias.....	119
Anexos .....	127



## Lista de Tablas

Tabla 1	Caracterización de la unidad de trabajo .....	57
Tabla 2	Unidad Didáctica: Números Fraccionarios .....	58
Tabla 3	Unidad Didáctica: Números Fraccionarios A .....	59
Tabla 4	Unidad Didáctica: Números Fraccionarios B .....	60
Tabla 5	Unidad Didáctica: Números Fraccionarios C .....	61
Tabla 6	Regletas .....	64
Tabla 7	Matriz de análisis momento 1 A .....	68
Tabla 8	Matriz de análisis momento 1 B .....	69
Tabla 9	Matriz de análisis momento 1 C .....	70
Tabla 10	Matriz de análisis momentos 2 y 3 .....	71
Tabla 11	Matriz de análisis momento 1A .....	72
Tabla 12	Matriz de análisis momento 1B .....	73
Tabla 13	Matriz de análisis momento 1C .....	74
Tabla 14	Matriz de análisis momentos 2 y 3 .....	75
Tabla 15	Matriz de análisis momento 1 A .....	76
Tabla 16	Matriz de análisis momento 1 B .....	77
Tabla 17	Matriz de análisis momento 1 C .....	78
Tabla 18	Matriz de análisis momento 2 y 3 .....	79
Tabla 19	Matriz de análisis momento 1A .....	80
Tabla 20	Matriz de análisis momento 1B .....	81
Tabla 21	Matriz de análisis momento 1C .....	82
Tabla 22	Matriz de análisis momento 2 y 3 .....	83
Tabla 23	Matriz de análisis momento 1A .....	84
Tabla 24	Matriz de análisis momento 1B .....	85
Tabla 25	Matriz de análisis momento 1C .....	86
Tabla 26	Matriz de análisis momento 2 y 3 .....	87
Tabla 27	Matriz de análisis momento 1A .....	88
Tabla 28	Matriz de análisis momento 1B .....	89

Tabla 29 Matriz de análisis momento 1C .....	90
Tabla 30 Matriz de análisis momento 2 y 3 .....	91
Tabla 31 Matriz de análisis momento 1 A .....	92
Tabla 32 Matriz de análisis momento 1 B .....	93
Tabla 33 Matriz de análisis momento 1 C .....	94
Tabla 34 Matriz de análisis momento 2 y 3 .....	95
Tabla 35 Matriz de análisis momento 1A .....	96
Tabla 36 Matriz de análisis momento 1B .....	97
Tabla 37 Matriz de análisis momento 1C .....	98
Tabla 38 Matriz de análisis momento 2 y 3 .....	99
Tabla 39 Matriz de análisis momento 1A .....	100
Tabla 40 Matriz de análisis momento 1B .....	101
Tabla 41 Matriz de análisis momento 1C .....	102
Tabla 42 Matriz de análisis momento 2 y 3 .....	103
Tabla 43 Matriz de análisis momento 1A .....	104
Tabla 44 Matriz de análisis momento 1B .....	105
Tabla 45 Matriz de análisis momento 1C .....	106
Tabla 46 Matriz de análisis momento 2 y 3 .....	107

## Lista de Gráficas

Gráfica 1. Etapas del proceso investigativo.....	52
--	----

## Lista de Imágenes

Imagen 1. Representación de fracción.....	18
Imagen 2. Representación regletas A3.....	64
Imagen 3. Producción textual .....	71
Imagen 4. Producción textual .....	75
Imagen 5. Producción textual .....	79
Imagen 6. Producción textual .....	83
Imagen 7. Producción textual .....	87
Imagen 8. Producción textual .....	91
Imagen 9. Producción textual .....	95
Imagen 10. Producción textual .....	99
Imagen 11. Producción textual .....	103
Imagen 12. Producción textual .....	107

## Lista de Anexos

Anexo 1. Cuestionario A.....	127
Anexo 2. Taller A .....	131
Anexo 3. Taller B.....	133
Anexo 4. Fotos .....	135

## Resumen

En este reporte se presenta un estudio de maestría desarrollado con los estudiantes de grado 4° de básica primaria, niños en edad promedio de 9 años de la Institución educativa Nuestra Señora de la Candelaria de carácter estatal; 2014, según informe de las evaluaciones diagnósticas de programas como Todos a Aprender y el informe de prueba Saber, presentan dificultad con relación a la interpretación lógica de la adición entre fracciones como parte de un todo; motivo por el cual se hace necesario trazar una posible solución a este problema mediante una propuesta investigativa para la enseñanza de la adición entre fracciones como relación parte-todo. Se tiene en cuenta literatura especializada referente a los fundamentos teóricos sobre pedagogía, didáctica, procesos de enseñanza y aprendizaje de la adición de fracciones como parte de un todo, junto a temas de relevancia como el juego en la pedagogía, unidad didáctica, resolución de problemas y las fracciones.

Se hace énfasis en el aspecto del juego como estrategia metodológica, basado en la aplicación de las regletas  $A^3$ , las cuales son una herramienta producto propio de una experiencia anterior, mediante estas se orientó a los estudiantes para que a través de ellas puedan ser competentes de interpretar, representar y aplicar la suma de fracciones como parte de un todo. En el desarrollo de esta se presentó una serie de instrumentos que permitieron diagnosticar los obstáculos que los estudiantes registraban referente a la temática de investigación. El principal objetivo de esta investigación es: Analizar cambios en la comprensión del proceso de la adición entre fracciones como parte de un todo a partir de la utilización de las regletas  $A^3$ . La metodología considerada oportuna a dicha investigación es la cualitativa, en ésta no sólo se presenta esencialmente la

investigación, sino que también se detalla el proceso relacionado con la adquisición del conocimiento referente a la suma de fracciones como parte de un todo.

En esta propuesta se planeó y ejecutó una unidad didáctica relacionada al pensamiento matemático lógico, fundamentada en un modelo seguido por tres momentos concretos paso a paso, estos tres momentos constan de actividades que admiten que sea el estudiante quien construya su propio conocimiento en la medida en que va realizando las actividades donde evoluciona conceptualmente. Se muestra un análisis de los resultados teniendo en cuenta el antes, durante y después de la intervención de la unidad didáctica.

*Palabras claves:* fracción, relación parte todo, adición entre fracciones, juego, regletas A<sup>3</sup>.

## Abstract

In this report, it's shown a study of master's degree developed with 4th grade students of elementary school (children IN average age of 9 years) in the PUBLIC Institution Nuestra Señora de la Candelaria in 2014, according to the report OF diagnostic assessments of programs like Todos a aprender and Saber proof, they have difficulty with the logical interpretation of the addition between fractions as part of a whole .; this is the reason why it's necessary to think of a strategy as a possible solution to this problem through a research proposal for teaching the addition between fractions as part-whole relationship. It takes into account literature concerning the theoretical foundations of pedagogy, didactics, teaching process and learning of fractions addition as part of a whole, including issues of relevance as the game in pedagogy, teaching unit, problem solving and fractions.

The emphasis is done in aspect like game as a methodological strategy based on the application of the  $A^3$  rules, which are a tool that is product of a previous experience with these ones, the students were oriented so that through them they can be competent interpreting, representing and applying the sum of fractions as part of a whole. In development of this proposal was presented a series of instruments that allowed to diagnose the problems that students registered regarding research subject. The main objective of this research is to analyze changes in understanding the process of adding between fractions as part of a whole from the use of  $A^3$  rules. The methodology considered appropriate to this research is the qualitative, the research doesn't only show the methodology or the strategy, but also, it's detailed the process related to the acquisition of knowledge concerning the sum of fractions as part of a whole. In this proposal was planned and executed a teaching unit related to logical mathematical thought, based on a model followed for



three specific stages step by step, these three moments consist of activities that help the student to construct his/her own knowledge while is carrying out activities which he/she improves conceptually. an analysis of the results is shown considering the beginning, during and the end of the intervention of the teaching unit.

*Keywords:* fraction, relative part all addition between fractions, game, strategy, adquisicion, strips A<sup>3</sup>.

## Introducción



*Imagen 1.* Representación de fracción.

La vida de un niño está caracterizada por el juego, como actividad que le ocupa una “gran” parte del tiempo, puede decirse que aproximadamente hasta los 12 ó 13 años de edad es su principal interés. De igual forma el juego se convierte en un proceso que le permite al niño descubrir la realidad exterior, transformar progresivamente sus ideas en relación al mundo (López, 1989, p.21).

Esta propuesta investigativa se fundamenta en la niñez; etapa que atraviesan los estudiantes de grado cuarto de la Institución Educativa Nuestra Señora de la Candelaria, en la que vivencian o experimentan la necesidad de conocer e interactuar con el mundo que le rodea, unido a la estimulación lúdica que desde la escuela se puede brindar, no como un contenido numérico, pero si un recurso metodológico para aprender matemática. Al respecto D’Moura (1990) plantea:

El juego en educación matemática tiene una intencionalidad; él debe ser cargado de contenido. Es un contenido que no puede ser aprendido por el niño, apenas con manipular libremente objetos. Es preciso jugar; es lo que hace que se construya el contenido a que se quiere llegar. El contenido matemático no debe estar en el juego sino en el acto de jugar [...] El juego tiene un desarrollo propio; él no puede ser la matemática encubierta de brincadora... (p.65).

La actividad lúdica y/o recreativa que se puede combinar al proceso didáctico-matemático, reflejan en el niño diferentes posibilidades de modelos e imaginaciones que se amoldan a sus capacidades y a su forma de entender el contexto hasta apropiarse de ella. En este proceso el docente se convierte en facilitador de una metodología que le permite al estudiante conocer y aprender de la realidad que le rodea, además relacionar cuantitativa y cualitativamente la información y situaciones problemáticas que le ayudarán a avanzar en su desarrollo mental y académico.

Es entonces a los educadores a quienes les compete la innovación pedagógica, estratégica o científica para obtener fruto del trabajo de los niños y hacer de la actividad pedagógica un momento de disfrute, de aprendizaje y de colaboración que les haga despertar día a día el interés por las matemáticas como oportunidad de crecimiento y desarrollo social.

Teniendo en cuenta lo anterior, se considera indispensable aplicar una estrategia didáctica basada en la actividad del juego, que contribuya a entender de manera lógica la adición entre fracciones como parte de un todo, así como también a comprender, interpretar, resolver, proponer y calcular problemas relacionados con esta operación como parte de un todo en los estudiantes de grado cuarto de básica primaria de la sede principal en el Establecimiento Educativo Nuestra Señora de la Candelaria municipio de Planeta Rica, Córdoba, esta propuesta investigativa se encuentra enmarcada en la línea de investigación Didáctica de la matemática enfocado en el macroproyecto “Resolución de problemas auténticos en matemática”.

## CAPITULO 1

### 1. Planteamiento del problema

#### 1.1 Justificación

Esta investigación surge de la necesidad de plantear una posible solución a un problema que se presenta en los estudiantes de grado 4° de básica primaria de la sede principal del establecimiento Educativo Nuestra Señora de la Candelaria del municipio de Planeta Rica, Córdoba, tal como lo plantean “las evaluaciones diagnósticas” de programas como Todos a Aprender y el informe de prueba Saber , con relación a la dificultad en la interpretación lógica de la adición entre fracciones como parte de un todo , resolución, proposición y cálculo de problemas aditivos con la fracción como parte de un todo. (MEN, 2014).

Buscando solucionar la problemática antes expuesta se plantea la necesidad de intervenir pedagógicamente en el aula, con el desarrollo de una **estrategia didáctica** utilizando el **juego**, mediante las **regletas A<sup>3</sup>** (ver imagen 2 ) creadas por Armando Meza Salgado, Antonio Barrios y Armando Quintero (2000), expuesta en el XI encuentro Nacional de Matemática Educativa (Asocolme 2010), para desarrollar habilidades en los estudiantes que les permitan redescubrir las estructuras matemáticas de la adición de fracciones, mostrando de esta manera que existen formas **alternativas** que favorecen la comprensión lógica de la adición de fracciones como parte de un todo, lo cual contribuye al mejoramiento de la calidad de la educación.

Por tal motivo, la aplicación de esta propuesta investigativa se constituye en un gran apoyo para el cuerpo docente del Establecimiento Educativo en la medida en que proporciona las herramientas conceptuales y metodológicas sobre cómo trabajar las fracciones como parte de un todo de forma diferente.

En consecuencia, el impacto de la investigación es tanto a nivel conceptual (influencia de la utilización de las regletas A<sup>3</sup> en la adición entre fracciones como parte de un todo) como práctico, al permitir a los docentes la formulación y posible aplicación de un proyecto de aula que conciba abordar el juego desde su práctica misma.

También tiene en cuenta que si, por el contrario, se considera que el conocimiento matemático no es algo totalmente acabado sino en plena creación, que más que conceptos que se aprenden existen estructuras conceptuales que se amplían y enriquecen a lo largo de toda la vida, entonces ya no bastará con la exposición. Habrá que hacer partícipe a los alumnos de su propio aprendizaje, y sólo hay una forma de hacer partícipe a los alumnos: dar significado a todo lo que se enseña (Resnick & Ford, 1990).

## **1.2 Descripción del problema**

El Establecimiento Educativo Nuestra Señora de la Candelaria es una Institución de carácter estatal localizado en el municipio de Planeta Rica, Córdoba en la Cra 10 # 8A-35 barrio Los Ángeles. Cuenta con una población de Dos mil ciento sesenta y tres estudiantes (2.163) distribuidos en dos jornadas diurnas (mañana y tarde); con Cincuenta y Ocho (58) grupos en total.

En los resultados de la actividad diagnóstica realizada por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) en marco del programa para el mejoramiento de la calidad educativa “Todos a Aprender”, a los estudiantes de grado 4° en el segundo semestre en el año 2014 en la Institución Educativa Nuestra Señora de la Candelaria de Planeta Rica, Córdoba, mostró la dificultad en la apropiación del concepto de fracción y en el proceso de desarrollo de la estructura aditiva de las fracciones, manifestándose este hecho en la poca habilidad que muestran para: “Interpretar, resolver, proponer y efectuar cálculos relacionados con las fracciones”(MEN, 2014, p.24 ).

Al analizar este hecho y hacer una revisión de antecedentes del problema presentado por los estudiantes, no existen en el departamento de Córdoba investigaciones académicas, ni estudios a nivel local relacionados con el tema de las fracciones en estudiantes de Básica primaria, solamente se registra una investigación sobre didáctica de la enseñanza de la fracción en estudiantes de grado sexto realizada en la Institución Educativa Alfonso Builes Correa (Meza & Barrios, 2010).

Los resultados del MEN (2014) evidenciaron que los estudiantes de grado 4° no comprenden el proceso de adición de fracciones por lo que se les dificulta la aplicabilidad en la resolución de problemas en donde tienen que hacer uso de esta operación. Además de esto se evidencia que los estudiantes tienen poca habilidad para proponer enunciados en los que se involucre el razonamiento numérico en relación a las fracciones.

Al indagar sobre esta problemática con los docentes del grado 4°, ellos manifiestan “en clases observamos que los estudiantes aprenden las operaciones entre fracciones de forma

memorística o mecánica”, al preguntárseles sobre los recursos e innovaciones para la enseñanza de las matemáticas, algunas expresiones son: “en ocasiones uno como docente se ve limitado por la falta de material didáctico” ...” y es que a veces son muchos estudiantes en clases”. Haciendo una revisión en los documentos de la evaluación institucional del año 2014, en el área de Matemáticas de la educación básica primaria, se encontró que: Las falencias presentadas en los estudiantes puede deberse a procesos mecánicos de aprendizajes por parte del estudiante, a métodos o estrategias pedagógicas convencionales y falta de innovación en los procesos de enseñanza aprendizaje por parte del docente y a la falta de apoyo y seguimiento por parte de la familia. También la manera mecánica al enseñar la temática en instituciones educativas ya que los estudiantes repiten lo practicado en el aula, dando solución a diferentes actividades similares a la situación dada, ya que los docentes siguen impartiendo la gran mayoría de las clases de manera magistral. (García, 2005).

Las dificultades presentadas por los estudiantes muestran la necesidad de buscar alternativas de solución, por lo tanto, se considera indispensable hacer uso de estrategias metodológicas que permitan la comprensión lógica de proceso aditivo con fracciones como parte de un todo y así contribuir a que el aprendizaje escolar se facilite, que el estudiante construya su propio conocimiento y a mejorar los desempeños de las pruebas internas y externas.

### **1.3 Formulación del problema**

¿Cómo influye la utilización de las regletas  $A^3$  en la comprensión del proceso de la adición entre fracciones como parte de un todo en los estudiantes de grado cuarto de básica primaria de la

sede principal en el Establecimiento Educativo Nuestra Señora de la Candelaria del municipio de Planeta Rica, Córdoba?

## **1.4. Objetivos**

### **1.4.1 General.**

Analizar cambios en la comprensión del proceso de la adición entre fracciones como parte de un todo a partir de la utilización de las regletas  $A^3$  con los estudiantes de grado 4° de básica primaria de la sede principal en el Establecimiento Educativo Nuestra Señora de la Candelaria del municipio de Planeta Rica, Córdoba.

### **1.4.2 Específico.**

- Reconocer debilidades y fortalezas de los estudiantes en miras de la elaboración de un diagnóstico inicial referente a comprensión de la adición entre fracciones como parte de un todo en los estudiantes de los grados 4°.
- Identificar los aspectos que se vieron fortalecidos o no, luego de la aplicación de la unidad didáctica basada en el juego con regletas  $A^3$  como estrategia metodológica, que contribuya a la comprensión lógica de la adición entre fracciones como parte de un todo.



## CAPITULO 2

### 2. Marco teórico

#### 2.1 Antecedentes

En los últimos años se han desarrollado trabajos como: monografías, tesis de grado tanto para pregrado como para posgrados, por ejemplo, en la ciudad de Manizales en el año 2014 es presentado el trabajo investigativo titulado **“Dificultades en la enseñanza de las operaciones con números racionales en la educación secundaria”** por Néstor Mario Castaño Arbeláez. Esta propuesta es presentada para lograr el título de Magister en enseñanza de las ciencias, universidad Autónoma de Manizales, con ella se pretende identificar cuáles son las dificultades que poseen los docentes en el momento de enseñar números racionales específicamente lo relacionado con las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación, y división). Esta investigación es desarrollada en el nivel de educación secundaria. El objetivo central es establecer cuáles son las dificultades que expresan los docentes de secundaria referente a la enseñanza de los números racionales y sus operaciones. La tipología de investigación utilizada en esta es un diseño recurrente ya que pone en práctica de manera secuencial un esquema cuantitativo y cualitativo cuyos resultados que se complementan a pesar de aplicarlos independientemente, en el sentido en que se dieron las etapas es considerado un estudio de casos con preguntas cualitativas, dadas en un cuestionario de respuestas cerradas, ciertas preguntas abiertas, también una entrevista. El procedimiento de este trabajo se dio de la siguiente manera: Primero se utilizó un cuestionario exploratorio de preguntas cerradas sobre enseñanza de los números racionales que se le aplica a los docentes de enseñanza matemática en nivel secundaria de la ciudad de Manizales. Se identifican las estrategias didácticas

que emplean estos docentes para enseñar números racionales y el vínculo con las dificultades en la enseñanza. Finalmente se pudo diseñar un cuestionario con las categorías que resultaron de esta actividad. Como conclusiones resaltan que una de las dificultades en la enseñanza de las matemáticas se refiere a la necesidad de recurrir a representaciones externas para entender los conceptos matemáticos y con base en ello como la tecnología se convierte en una herramienta importante que brinda las posibilidades de representar los conceptos matemáticos.

Finalmente se destacan entre sus recomendaciones la necesidad de tener en cuenta que el conocimiento matemático se recibe y se trasmite de forma auditiva y visual sin desconocer el sentido del tacto. El trabajo colaborativo es fundamental, ya que el estudiante debe prepararse para vivir en sociedad de forma colaborativa. El reconocimiento de pre-saberes de los estudiantes es de vital importancia si se quiere lograr un aprendizaje significativo. El uso de la tecnología como herramienta de apoyo para el docente. Es necesario que los docentes compartan sus experiencias en el proceso de enseñanza específicamente lo relacionado con los números racionales buscando aprovechar cada una de estas. No se puede dejar de lado y mucho menos darle poco valor a que debe indagar sobre las dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje del conjunto de los números racionales. Invita a que los docentes se interesen por realizar investigaciones educativas ya que esta actividad le brinda herramientas para mejorar la actividad docente. (Castaño N, 2014).

En Manizales durante el año 2012 se desarrolló y aplicó el proyecto denominado **“Propuesta didáctica para la enseñanza del concepto de fracción en el grado séptimo considerando la relación parte todo”**. Presentado por Juan Felipe López Arias. Esta propuesta

didáctica trabajo de grado para optar el título de magister en enseñanza de las ciencias exactas y naturales, universidad Nacional de Colombia propone una aproximación histórica del concepto de fracción, con revisión de los significados de este, dicho trabajo contiene diferentes actividades, dinamizando el proceso enseñanza aprendizaje, además se describe una secuencia didáctica usada en un grupo de estudiantes de grado séptimo de una institución educativa oficial, mostrando los resultados de las misma. El objetivo primordial de dicho trabajo era contribuir a una mejor comprensión del concepto de fracción sin énfasis en la operatividad, utilizando diversos contextos y representaciones mediante una secuencia didáctica. Esta secuencia didáctica se realiza teniendo en cuenta características, atributos, contextos y sistemas de representación descritos para la relación parte- todo; esta se desarrolla considerando unas fases de cada clase que corresponden al inicio, desarrollo y cierre, los cuales corresponden con los momentos metodológicos del modelo pedagógico de escuela activa urbana. Los resultados obtenidos en esta propuesta demuestran que partiendo de un diagnóstico en el cual se develan falencias en la conceptualización de la fracción, se puede mejorar la comprensión de este concepto mediante el desarrollo de actividades que consideran los contextos continuos y discretos de las fracciones y los sistemas de representación concretos, diagramas, lenguaje natural y lenguaje simbólico, logrando en general buenos resultados en las pruebas aplicadas al respecto y en las percepciones que los estudiantes tienen de estas clases. En este se considera necesario organizar en los currículos del área de matemática, la secuencia de la enseñanza de las fracciones, tomando como referencia los significados abordados del concepto, aplicando desde grado cuarto hasta el séptimo, secuencias didácticas que contribuyan a la comprensión del concepto. (López A, 2012).

Esta propuesta didáctica así planteada contribuye para el desarrollo de esta investigación alrededor de las fracciones, pues está estructurada teniendo en cuenta las consideraciones o principios de Dienes. Además, las consideraciones de propuestas didácticas basadas en actividades de la propia construcción realizada por los estudiantes generan participación e interacción de estos, contribuyendo al dinamismo de las clases. Es de anotar que es importante puesto que mediante ella se le da mayor participación y protagonismo en el proceso enseñanza aprendizaje con actividades que incluyan manipulaciones.

**“Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria”** es un estudio doctoral realizado en la república de México en el año 2008 presentado por Paula B. Perera D’zul y Martha E Valdemoros Álvarez- CINVESTAV, es de carácter cualitativo en el que se desarrolló una enseñanza experimental con un grupo de niños con edades de nueve años, en una escuela pública de cuarto grado de primaria, en donde se integraban tareas de vinculación a la vida real de estos, en las actividades se promueve soluciones para favorecer el desarrollo de ciertos significados en los estudiantes favoreciendo así la construcción de la noción de fracción: La metodología utilizada fue participativa con actividades como la aplicación de dos cuestionarios anterior y posterior al programa de enseñanza, también se realizaron entrevistas individuales a niños para percibir de una manera más clara los procesos que se manifestaron en cada uno de ellos como resultado a la enseñanza impartida. El problema de esta propuesta se encuentra enmarcado en la implementación de estrategias por parte del maestro para facilitar un firme conocimiento de los números fraccionarios delimitado en términos de cómo influye en el niño una enseñanza matemática realista y lúdica con un enfoque constructivista en la adquisición del significado de la fracción, relacionado con medidas, cociente

intuitivo y el rudimento de operador multiplicativo. El objetivo general de esta propuesta consiste en establecer si una enseñanza matemática realista y lúdica, realizada con un enfoque constructivista, propiciará en el niño de cuarto grado de educación primaria la elaboración de la noción de fracción y los significados de medida, cociente intuitivo y la idea embrionaria de operador multiplicativo. Entre los resultados se pudo determinar que se valoraron los avances que se alcanzaron durante las secciones de trabajos con cuestionarios análogos a los planteados en un examen inicial y desarrollados en secciones de enseñanza obteniéndose como resultado que la gran mayoría de los niños no tuvieron dificultades al realizar particiones en dos, tres, cuatro y seis partes iguales de todos continuos, al mismo tiempo utilizando expresiones simbólicas de la fracción para nombrar la parte fraccionaria que obtuvieron como resultado en dicha estrategia.

Entre las conclusiones se pueden citar que se promovió el desarrollo intelectual de los niños de tal forma que ellos mismos construyeran sus propios conocimientos teniendo como base sus experiencias cotidianas, permitiendo realizar repartos equitativos de todos continuos y discretos, así como su manifestación de expresiones simbólicas de la fracción. (Perera & Valdemoso, 2008).

La anterior tesis de grado contribuye a la implementación de este trabajo puesto que proporciona estrategias por parte del maestro para facilitar un firme conocimiento de los números fraccionarios específicamente en términos de cómo influye en el educando una enseñanza matemática objetiva y lúdica con una perspectiva constructivista en la apropiación del significado de la fracción, relacionado con medidas, cociente intuitivo.

**“La fracción como relación parte- todo y como cociente”** Propuesta didáctica de grado sexto para el colegio los Alpes IED, Bogotá 2013; por César Augusto Ruiz Cruz, trabajo presentado a la Universidad Nacional para optar el título de Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, es una propuesta didáctica en educación básica para la enseñanza de las fracciones, enfocada desde dos puntos: como relación parte-todo y como cociente. En esta se encuentra una reseña histórica a través de varias culturas antiguas revisando el concepto de fracción, además se hace énfasis en el aspecto matemático de tal concepto para posteriormente presentar una serie de guías que trabaja las fracciones desde la interpretación parte todo y como cociente apuntando a mejorar los desempeños en el área de matemáticas en las “pruebas saber” en la competencia numérica. El problema que pretende mitigar la propuesta está centrada en dar solución al bajo rendimiento en el componente numérico, específicamente en el tema de las fracciones según lo demuestran los resultados obtenidos en las pruebas externas.

La metodología empleada es de acción participación, en donde se desarrollan guías de clases y actividades lúdicas. Como objetivo pretende construir secuencias de enseñanza que faciliten la comprensión de la fracción en las formas de relación parte-todo y como cociente apuntando a mejorar los desempeños en las “pruebas Saber”. Se recomienda hacer ajustes de perfeccionamiento teniendo en cuenta cada uno de los contextos, de igual manera se sugiere la sistematización del desarrollo de la propuesta. (Ruiz, 2013).

Este trabajo favorece a la propuesta investigativa en construcción ya que amplía el enfoque con actividades lúdicas recreativas como herramientas para una mejor adquisición e interpretación en relación al manejo del pensamiento numérico cuando a fracciones se refiere.

**“Los juegos didácticos como propuesta metodológica para la enseñanza de los números fraccionarios en el grado quinto de la Institución Educativa Centro Fraternal Cristiano”**. Por Luis Ernesto Bolívar Sandoval, Medellín 2013, Universidad Nacional de Colombia como requisito para obtener el título de magister en enseñanza de las ciencias exactas y naturales. Este trabajo está encaminado a la elaboración de una propuesta didáctica en el aula para contribuir eficazmente en la construcción del conocimiento de los números fraccionarios por parte de los estudiantes y proporcionar al docente herramientas que permitan explicar de manera clara y lúdica el concepto de números fraccionarios. El problema de esta propuesta está enmarcado en que los estudiantes presentan grandes dificultades en la escuela básica primaria relacionada con los números fraccionarios. El objetivo primordial es lograr mediante el juego que los estudiantes superen las dificultades que se le presentan en la adquisición y aplicación de números fraccionarios. La metodología de la propuesta didáctica es activa de carácter cualitativo para el aprendizaje significativo está basada entre otras en la teoría de Ausubel, puesto que está sustentada en los juegos didácticos y que para el aprendizaje del estudiante se tiene en cuenta sus pre saberes. Es de anotar como importante los resultados obtenidos al despertar el interés por los estudiantes en el transcurso de las actividades lúdicas para la apropiación y aplicación del conocimiento de las fracciones y la parte operacional. Se recomienda probar esta propuesta en otras instituciones educativas con grupos más numerosos apoyados con otros docentes y monitores. (Bolívar, 2013).

Esta experiencia es importante puesto que valora el juego y la manipulación de materiales como mediador hacia el aprendizaje de las fracciones, en donde se privilegia el trabajo en equipo por parte de los estudiantes generando un verdadero aprendizaje significativo.

**“Una propuesta para la enseñanza de fracciones en el grado sexto”** trabajo presentado por María Elizabeth Hurtado Orduz, para optar el título de magister en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, 2012, Institución Educativa San Agustín, del municipio de Aguazul. Esta propuesta procura ampliar las capacidades de los estudiantes para entender escritos, hacer aproximaciones, en contextos que implican el uso de las fracciones, plantear respuestas en diversas situaciones, resolver situaciones y estimar e interpretar los resultados.

En este trabajo se representa el proceso y se muestran los resultados alcanzados en los estudiantes de grado sexto de la institución educativa en mención, con la ejecución de una propuesta planteada con base en la resolución de problemas.

El problema en esta se ve delimitado y nace por cuanto los niños no logran interpretar escritos que contienen fracciones, tampoco plantean soluciones, logran resolver algunas operaciones que se les presentan, pero no consiguen estimar las respuestas conseguidas.

Visiona como objetivos generales: Realizar un estudio exploratorio, sobre la comprensión de la fracción con estudiantes del grado 6° del colegio Agustín de Aguazul, cuando se usa como estrategia Didáctica la solución de problemas, también diseñar y aplicar esta estrategia para promover el aprendizaje de las fracciones y su aplicación en diferentes contextos.

Esta propuesta es de gran apoyo ya que dentro de las conclusiones y recomendaciones encontradas en ella se tiene que es importante plantear actividades para valorar el estado de



aprendizajes de los estudiantes. Este diagnóstico da fundamentos a elaborar actividades y revisar estrategias para superar las dificultades de aprendizaje, también es necesario hacer un constante seguimiento a los logros de los estudiantes.

Se centra en las recomendaciones que la resolución de problemas, es un elemento fundamental en la construcción del conocimiento, y los docentes pueden aprovechar esta estrategia didáctica como herramienta para lograr un aprendizaje significativo, donde los niños son los constructores del concepto partiendo de las ideas previas. (Hurtado, 2012).

**“El concepto de fracción en sus diferentes significados: un estudio diagnóstico de alumnos de 5° y 6° serie de enseñanza fundamental”** Tesis de maestría en educación matemática presentada por Vera Lucia Merlini (2005) Universidad Pontificia Católica de Sao Paulo Brasil. Esta tesis presenta como objetivo consultar los recursos y métodos que los estudiantes de los grados 5° y 6° emplean cuando solucionan situaciones problemáticas que encierran el concepto de fracción.

La gran pregunta presentada fue ¿qué estrategias de resolución emplean los estudiantes cuando se encuentran frente a situaciones problemáticas que involucran el concepto de fracción, en relación a los cinco significados de fracción: número, parte-todo, ¿cociente, medida y operador multiplicativo?

Los porcentajes de juicio en los grados 5° y 6° mostraron resultados homogéneos, de práctica. En el análisis del concepto de parte-todo se observó un mejor desempeño. Un

descubrimiento importante fue la interpretación del significado de número, se presentó el mayor error, seguido del concepto de medida.

Vera concluye que entre las estrategias para la resolución de situaciones problemáticas no encontraron una formalidad. De igual forma, para solucionar un problema de significado lograron encontrar diversas estrategias para resolverlo. (Vera, 2005).

La contribución de esta propuesta radica en que se ve la necesidad de implementar estrategias que le permitan a los estudiantes la contextualización que le den lugar a la solución de situaciones problemáticas donde se ven enmarcado el concepto de fracción como parte-todo y la adición como operación con fracciones.

**Resignificación del algoritmo para operar aditivamente con fracciones en un contexto escolar.** Por Pilar Peña Rincón, Santiago de Chile 2011, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional de México, D.F como requisito para optar el grado de maestra en Ciencias en Matemática Educativa. Esta tesis diseña, pone en marcha y analiza los resultados de una secuencia siendo su objetivo que los y las estudiantes creen paso a paso y básicamente un procedimiento para sumar fracciones, y que a través de dicho proceso resignifiquen el algoritmo convencional aprendido previamente como una abreviación.

La metodología utilizada en esta secuencia didáctica, es la ingeniería didáctica, esta como metodología de investigación se caracteriza por tener un esquema experimental sobre la

concepción, realización observación y análisis de secuencias de enseñanzas y por el registro de los estudios de casos.

En los resultados de esta experiencia didáctica establecen: **uso de fracción** y a la funcionalidad del conocimiento, los estudiantes emplearon la fracción como un objeto matemático que les fue útil para cuantificar medidas no enteras retomando la necesidad histórica del concepto. De la adición se logró se presentará como respuesta natural a un problema de composición. En relación a la **interpretación del concepto** este se amplió como la expresión de una parte de un todo. En cuanto a la **comprensión del algoritmo** los estudiantes pudieron comprender cuales son los pasos necesarios y en qué orden deben ser realizados para poder alcanzar el resultado de la adición de fracciones.

En cuanto a las conclusiones afirma se desarrollaron uno de los temas que llevan consigo diferentes dificultades de aprendizaje en el sistema educativo escolar: la operatoria aditiva con fracciones. (Peña, 2011).

## **2.2 Marco de referencia**

### **2.2.1 Marco legal.**

En Colombia referente a educación esta investigación se fundamenta legalmente en la ley 115 de 1994 que en su artículo 1° define la educación como “Un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y deberes”. El anterior enunciado plantea el desarrollo gradual de

competencias que evidencian el cumplimiento de fines y objetivos de la educación en los diferentes grados. La ley general de educación (ley 115 de 1994) en su artículo 5º, contempla los fines de la educación, se destacan entre ellos el numeral 9º que busca “el desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalece el avance científico...”; con lo anterior se pretende garantizar a los educandos una formación que le permita enfrentar con éxito su tarea académica.

En el artículo 21º de la ley 115 de 1994, están consignados los objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de primaria; el numeral e de dicho artículo plantea como reto “El desarrollo de los conocimientos matemáticos necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes situaciones, así como la capacidad para solucionar problemas que impliquen estos conocimientos”. En este objetivo se refleja la intención de dotar al estudiante de diferentes herramientas que le permitan la construcción de un pensamiento operacional.

Así mismo en el Documento 3 “Estándares básicos de Competencias” en el marco de la revolución educativa por el mejoramiento de la calidad, del Ministerio de Educación Nacional, que busca dar una guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden, editada en mayo de 2006. Se establecen aquí los estándares básicos de competencias como herramientas guías en el diseño del currículo, el plan de estudios, los proyectos escolares e incluso el trabajo de enseñanza en el aula, además la producción de los textos escolares, materiales y demás apoyos educativos, el diseño de las prácticas evaluativas adelantadas dentro de la institución y la formulación de programas y proyectos, tanto de la formación inicial del profesorado, como de la cualificación de docentes en ejercicios.

En relación al área de matemática los estándares están distribuidos por grupos de grados con sus respectivos pensamientos, para cada pensamiento estos están basados en la interacción entre la faceta práctica y la formal de las matemáticas y entre el conocimiento conceptual y el procedimental; en el grupo de grados 4°-5° específicamente en el pensamiento **numérico** y **sistemas numéricos** : “Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones”

### **2.2.2 Marco teórico.**

Esta propuesta investigativa es concebida en general desde una perspectiva constructivista del aprendizaje. El constructivismo es una teoría del aprendizaje que explica las condiciones o el cómo cada individuo construye significados a los diferentes fenómenos que ocurren a su alrededor, estos a través de su interacción con el medio.

Actualmente resulta inapropiado hablar de un constructivismo con un enfoque unificado ya que existen diversas concepciones, Ausubel, Driver, Vygotsky, coinciden en considerar que: “los niños adquieren espontáneamente sus propios conceptos a cerca de los fenómenos naturales del mundo externo sin influencia directa de adulto basados en su propio desarrollo” (Claret, 1996, p.2).

#### ***2.2.2.1 Concepto de fracción.***

Al hacer una revisión del concepto de fracción, se encuentran diferentes planteamientos; en este trabajo tendremos en cuenta lo planteado por:

Freudenthal (1983) quien establece que “Las fracciones son el recurso fenomenológico del número racional, una fuente que nunca se seca. Es la palabra con la que entra el número racional y está relacionada con romper: fractura” (p.10). De igual forma Swokowski (1992) plantea que las fracciones son una expresión  $a/b$  que utilizada para representar  $a \div b$ , a la que también se le llama cociente de  $a$  y  $b$  o fracción de  $a$  sobre  $b$ , donde los números  $a$ ,  $b$  son numerador y denominador respectivamente, y como 0 no tiene inverso multiplicativo  $a/b$  no está definida si  $b = 0$ . (p.7).

La comprensión de la división de la unidad, es decir, pasar del concepto de Natural al concepto de número Fraccionario se necesita haber abarcado un trabajado sobre la unidad, su partición en partes congruentes tomando el status de número (teniendo en cuenta unidades fraccionarias:  $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/4$ ,  $1/5$ , ...) sin perder la noción de la unidad, así como una extensión de significados en el concepto del número fraccionario en cualquier situación dada, es decir, saberlo contextualizar. El paso que se da del número Natural al número Racional implica la comprensión de procesos de medición y partición de una unidad en el marco de situaciones en donde la unidad de medida no esté contenida un número exacto de veces en la cantidad que se desea medir o en las que se hace necesario expresar una magnitud en relación con otras magnitudes como por ejemplo relacionar fracciones, números mixtos y números decimales.

El hecho de saber contextualizar el sistema de los números fraccionarios debe llevar al estudiante a interpretar las fracciones en diferentes contextos. Autores como Kieren (1993), entre otros, señalan que las particiones y reparticiones en partes iguales ocupan un lugar privilegiado en la escogencia de las competencias de base requeridas para el aprendizaje de las fracciones. Brousseau (1981, 1986) otro autor reconocido ha insistido sobre la distinción entre fracción,

medida y operación lineal en la construcción, para que los estudiantes puedan observar los modelos matemáticos destinados a generar situaciones a partir de problemas físicos que pueden generar ciertos resultados (rationales). Por otro lado, los contextos discretos o continuos son relevantes a las diferentes maneras de realizar las aprehensiones al realizar las particiones y reparticiones (Steffe & Olive, 1990), (Streefland,1991). Por su parte Douady (1986) privilegia las interacciones entre marcos matemáticos y físicos, para plantear problemas que generen invariantes necesarias para la conceptualización de número racional.

Estudios didácticos como los realizados Gallardo y Rojano (1988), vasco (1994), Rojano (1994), Ohlsson (1988), Mancera (1992), Obando (1999), Freudenthal (1994-b), Martínez C y Lascano M (1999), Llinares. S y Sánchez. M (1998). Carretero (1986, 1987 y 1989), están centradas en la propuesta de líneas generales para la construcción dentro del contexto escolar de los números Racionales y algunos de ellos han permitido el estudio de variables desde lo cognitivo.

Por otra parte, diferentes análisis y estudios que han realizado pedagogos para la enseñanza de las matemáticas desde varios puntos de vista o perspectivas han mostrado que los estudiantes conceptualizan el sistema numérico de los naturales operándolos y relacionándolos de acuerdo a sus experiencias y enseñanza que aprenden en la escuela. Autores como Brissiaud (1989) y Kamii (1984-1985) coinciden que la comprensión del número es mucho más que el aprendizaje de la sucesión numérica y el aprendizaje de la lectura y escritura de los numerales, consideran que es ante todo el proceso de apropiarse de un sistema de signos como herramienta cultural en diferentes contextos en los cuales los niños tengan que resolver problemas relativos a la comparación de la extensión de las cantidades de varias colecciones.

### ***2.2.2.2 Sistemas de representación utilizados en la relación parte- todo.***

Llinares y Sánchez (1988-b) plantean ocuparse primeramente con objetos concretos efectuando traslaciones de este modo de representación a las representaciones oral y escrita, teniendo en cuenta que es necesario empezar introduciendo el significado en la medida que se realizan las actividades con material manipulativo y se realicen traslaciones mediante este, llegando a las representaciones escritas y orales, empleando símbolos y palabras, se busca también que este proceso de resultados, se de en dirección contraria, es decir, mediante el planteamiento de una representación escrita y oral de fracciones en relación al significado parte-todo, los estudiantes realicen la trasposición a una representación concreta con el material que manipulan.

Bruner (1984) diferenció tres tipos esenciales mediante los cuales las personas representan sus modelos mentales y la realidad. Primeramente, el sistema inactivo como procesos sensoriales y motores de las experiencias físicas; es aquí en donde las demostraciones son hechas a través de predicciones y experimentos, este ocurre en los primeros años de las personas. Segundo el sistema icónico el cual consiste en representar cosas mediante una imagen o esbozo espacial independientemente de la acción, en este sistema se dan demostraciones visuales genéricas sobre imágenes concebidas como prototipos que no solamente representan un caso particular, sino todos los de la misma clase. Y tercero, la simbólica, la cual consiste en representar una cosa mediante un símbolo arbitrario que en su forma no guarda relación con la cosa representada.



### ***2.2.2.3 Adición de fracciones.***

Referente a la adición de fracciones se pueden tener en cuenta consideraciones importantes como las hechas por Gairin (2003):

Los conceptos de suma y resta de fracciones positivas están asociados a la agregación o disgregación de cantidades de una misma magnitud. Los correspondientes algoritmos de cálculo se justifican por la necesidad de medir ambas cantidades con la misma subunidad y, por tanto, por la necesidad de operar con fracciones equivalentes. (p. 248).

Es así que el proceso es entendido como la combinación de dos o más fracciones en un número equivalente (llamado suma), representado por el símbolo +.

### ***2.2.2.4 La resolución de problemas y las fracciones.***

En el transcurso del proceso de enseñanza- aprendizaje de las matemáticas se intenta que los estudiantes afiancen las habilidades y las destrezas para solucionar situaciones problémicas. El NCTM (2000) propone:

La resolución de problemas constituye una parte integral de todo el aprendizaje de las matemáticas y por eso no debería ser una parte aislada del programa de esta disciplina. Resolver problemas no es solo un objetivo del aprendizaje de las matemáticas sino también una de las principales maneras de hacerlo. (p. 55)

Es importante tener presente lo que implica resolver una situación problémicas en matemáticas, por eso hay diferentes visiones, para el caso Santos (1997) dice que el problema está

relacionado con la relatividad que una persona intente solucionar una situación, lo que para algunos puede ser un problema para otro resulta ser una actividad posible de solucionar. Las situaciones que un estudiante soluciona deben estar relacionadas con sus experiencias, el contexto y las competencias científicas o laborales, ya que esto permitirá fortalecer y ampliar las circunstancias matemáticas que se tienen. Que el docente desarrolle en sus estudiantes la destreza y habilidad de resolver situaciones problémicas es de gran importancia brindando un entorno escolar que lo motive a explorar, animarse a investigar y socializar sus resultados el uno con el otro.

En el artículo *Cómo enseñar a los niños a resolver problemas de matemáticas*; se plantea que desde la psicología evolutiva, los niños menores de doce años, tienen la necesidad de tener contacto físico con los objetos que presenta la situación problémicas, manipularlos, para así poder entender mejor, ya que él no dispone de la habilidad de pensar en abstracto de manera efectiva, entonces la clave está en mostrarle a los niños los problemas de forma concreta, haciendo concreto lo abstracto. (Cardelli, 2012).

Es importante tener en cuenta que en la resolución de situaciones problémicas son muchos los factores, procesos o estrategias que inciden para que esto se dé, uno de ellos es el proceso metacognitivo que el estudiante puede hacer en el momento en que se ve enfrentado a una situación que requiera en él un mejor desempeño. Según lo expuesto por el grupo de Investigación sobre el Aprendizaje de las Ciencias. Departamento de Física. Universidad de Alcalá, integrado por Juan Miguel Campanario Larguero; José Cuerva Moreno; Aida Moya Librero y José C. Otero Gutiérrez (p. 40), consideran que: La metacognición aparece nuevamente en el amplio dominio de la resolución de problemas de ciencias. Como es sabido, esta tarea es una actividad común en la

enseñanza de las ciencias a la que se dedica una parte importante del tiempo de clase. La resolución de problemas es una fuente notable de dificultades para los alumnos y algunos autores constatan un fracaso casi generalizado; para esta tarea este grupo de investigadores tienen en cuenta lo que afirman autores como (Gil, Carrascosa, Furió y Martínez-Torregrosa, 1991); (Gil, Martínez-Torregrosa y Senent, 1988). Por otra parte, llevados por el operativismo mecánico, los alumnos rara vez analizan la validez de las soluciones que obtienen en los problemas, de manera que soluciones numéricamente absurdas se aceptan sin dificultad como válidas (Campanario, 1995). Este grupo por otro lado tiene en cuenta a Swanson (1990) estudió las estrategias utilizadas durante la resolución de problemas por sujetos con altos y bajos niveles de aptitud académica y metacognición. Los resultados indican que los sujetos con alta aptitud académica y metacognición utilizan un conjunto de estrategias más rico. Los individuos con alto nivel metacognitivo resolvieron problemas mejor que los individuos con bajo nivel metacognitivo. Pero los sujetos con alto nivel metacognitivo y baja aptitud académica lo hicieron significativamente mejor que los sujetos con alta aptitud académica, pero bajo nivel metacognitivo. Ello parece indicar que el alto nivel metacognitivo puede compensar las deficiencias en la aptitud académica en tareas de resolución de problemas. (Campanario, Cuerva & Moya. P.40).

En este proceso al estudiante utilizando diversas estrategias se le podrá cuestionar valiéndose de diferentes tipos de preguntas metacognitivas: dirigidas hacia los procesos, que requieren precisión y exactitud(descriptivas), abiertas para fomentar el pensamiento divergente, para elegir estrategias alternativas, que llevan al razonamiento, comprobar hipótesis o insistir en el proceso, motivadoras de generalización y las preguntas que estimulen la reflexión y controlan la impulsividad: ( ¿cómo lo has hecho?, ¿Qué estrategias has usado para resolverlo?, ¿hay otras

opciones?, ¿ de qué otra manera se podría haber hecho?, ¿hay alguna otra respuestas o solución?, ¿Por qué has hecho eso así y no de otra manera? , ¿ por qué has escrito o dicho eso?, ¿ qué sucedería si en lugar de este dato, usaras otro?, ¿qué pasos debiste realizar para completar tu tarea? ).

En la resolución de situaciones problemáticas no se puede desconocer la importancia que tiene en el proceso de enseñanza - aprendizaje las ciencias cognitivas, ya que esta comprende grafías para simbolizar y examinar las situaciones problemáticas con la finalidad de entender las formulaciones y planear rutas de solución. Se pueden evidenciar que algunas de estas habilidades y destrezas son: graficar un esquema, hallar una situación similar, simplificar la situación de forma clara. “La adquisición sucesiva de estructuras lógicas cada vez más complejas, que subyacen a las distintas tareas y situaciones que el sujeto es capaz de ir resolviendo a medida que avanza en su desarrollo” (Piaget, 1979, p.102).

Se dice entonces que las personas muestran incomparables fases de progreso y prácticas cotidianas. El análisis de los métodos mentales, como la atención, la percepción, lenguaje, memoria, análisis y resolución de problemas, categorías y conceptos, desarrollo cognitivo, representaciones, conciencia y aprendizaje. El objetivo principal es el de entender cómo se dan estos procesos en las personas, intentando de justificar lo que pasa en el mundo interior.

#### ***2.2.2.5 El juego en la pedagogía.***

Cuando se habla del juego, se encuentran conceptos que lo definen bajo diferentes enfoques desde la antigüedad hasta nuestros días, pasando por los griegos hasta la educación clásica en la época de Homero donde fue considerado como “distracciones elegantes de los caballeros”

(Marrou, 2004, p.28). El siglo XVIII trajo consigo el pensamiento moderno, en el que se empezó a consolidar una teoría del juego desde su naturaleza, aportando y rescatando la importancia que tiene en la cultura y en la educación, dando el juego libertad, vitalidad y convirtiéndose en elemento indispensable para el desarrollo de todos los seres humanos. El juego proporciona alegría, placer, satisfacción y puede llevar al niño a crear, soñar, viajar o transportarse entre la ficción y la realidad (Triana, 2013).

Expertos en psicología y pedagogía afirman que el juego en los niños es una actividad mental y física importante que ayuda al progreso del estudiante de manera agradable e integral. El juego es una forma que tienen los niños de manifestarse, una forma de lenguaje, por medio de la cual el niño permite que aflore su personalidad; durante la formación del niño, se debe ayudar con el desarrollo de esta mediante diversos juegos funcionales que pueden contribuir a que alcance su ubicación en el espacio y el tiempo, coordinación psicomotriz, progreso sensorial y perceptivo. (Crespillo, 2010, p.14).

Se ha dicho que el juego es considerado como una práctica lúdica, de placer, goce, progreso cognitivo, social y emocional que es necesario entender el juego y sus diferentes expresiones en el ambiente educativo, pero especialmente entender como el juego es una excusa para lograr avances en las etapas del pensamiento creativo desde la valoración de las estructuras convergentes y divergentes (Romero, 2013).

### **2.2.2.6 Unidad didáctica.**

Se entiende por Unidad didáctica toda unidad de trabajo de duración variable, que organiza un conjunto de actividades de enseñanza y aprendizaje y que responde, en su máximo nivel de concreción, a todos los elementos del currículo: qué, cómo y cuándo enseñar y evaluar. Así mismo la unidad didáctica es entendida como una unidad de programación, que contempla la intervención y participación de todos los elementos que constituyen el proceso de enseñanza-aprendizaje y que además tiene coherencia metodológica implícita y en un periodo de tiempo determinado (Antúnez ,1992).

Con el documento didáctica de las ciencias experimentales se puede concluir que en el proceso de enseñanza se persigue que en su totalidad los estudiantes logren alcanzarlo de forma compleja. Muestra la necesidad de tener en cuenta que existen estilos y ritmos de aprendizajes diferentes y que esto se da tanto en los estudiantes como en el conglomerado de docentes, por lo que se hace necesario que cada docente que es el que se conoce y conoce a sus estudiantes diseñe sus propias unidades didácticas. Cuando se desea que los estudiantes alcancen aprendizajes significativos se hace importante dejar de lado los procesos mecánicos y repetitivos de la aplicación de los libros de textos. Es primordial estar en disposición de transformar las prácticas de aula mediante la actualización de nuevas formas de trabajo, pero no se puede caer en el error de renovar con experimentar actividades de forma improvisadas. Las renovaciones en el proceso de enseñanza debe ser producto de investigaciones de tipo científicas.

Es fundamental prever qué hacer y cómo hacerlo, estando en capacidad de justificar los motivos de las decisiones tomadas. La labor del docente es una acción participativa, de acción y

compleja. Las clases deben ser espacios donde los estudiantes se incluyan y sus saberes sean compartidos con los demás. El docente es el personaje que incita todo el grupo de situaciones. Por lo que es necesario que el proceso enseñanza aprendizaje no sea mecánico y de repetidora, debe ser una labor altamente creativa donde se mezcle armoniosamente la planificación. (Perales & Cañal, 2000).

La manera de elaborar y ejecutar una unidad didáctica en relación al pensamiento matemático lógico se fundamenta en un modelo seguido por tres momentos concretos paso a paso, estos tres momentos constan de actividades que admiten que sea el estudiante quien construya su propio conocimiento en la medida en que va realizando las actividades donde evoluciona conceptualmente.

El primer momento denominado ubicación se detectan las dificultades que tienen los estudiantes, esto se puede evidenciar a partir de sus ideas previas. El segundo momento o de desubicación es donde se aplica las estrategias didácticas basadas en el análisis que se obtiene de los obstáculos presentados del primer momento, presentándose en estas diferentes formas de interpretación del concepto, involucrando problemas auténticos y preguntas de tipo metacognitivas, en donde el estudiante autoregule el proceso en relación a sus obstáculos identificados anteriormente. En el tercer momento o Reenfoco se aborda la temática de estudio con situaciones problémicas más elaboradas, en donde se involucran los componentes anteriores (obstáculos, uso de diferentes lenguajes, preguntas de autorregulación metacognitiva). (Sánchez, Castaño y Tamayo, 2015).

En conclusión, mediante estos tres momentos se identifica el acontecer con las categorías a analizar en la propuesta investigativa.

### **2.2.2.7 Regletas $A^3$ .**

Las regletas  $A^3$  son un juego de aplicación matemática, creadas por un grupo de docentes de educación básica secundaria en el año 2000, mientras desarrollaban estudios de postgrado en educación matemática, con la universidad de Pamplona Norte de Santander, este nombre es producto de las iniciales de sus creadores (Armando Meza, Armando Quintero, Antonio Barrios), expuesta en el XI encuentro Nacional de Matemática educativa Asocolme 2010. Utilizadas para enseñar conceptos relacionados con fracción como parte todo.

El propósito de estas es utilizar el juego en el plano de lo pedagógico y lo didáctico, para desarrollar habilidades en los estudiantes sobre el conocimiento del concepto de fracción y la suma de fracciones.

En el material, hay 30 regletas en total:

- 1 Regleta que representa la unidad con medidas de 12x24 cm
- 2 Regletas de  $\frac{1}{2}$  con medidas de 6 x 24 cm
- 2 Regletas de  $\frac{1}{2}$  con medidas de 12 x 12 cm
- 3 Regletas de  $\frac{1}{3}$  con medidas de 12 x 8cm
- 4 Regletas de  $\frac{1}{4}$  con medidas de 12x6 cm



- 6 Regletas de  $\frac{1}{6}$  con medidas de 12x 4cm
- 12 Regletas de  $\frac{1}{12}$  con medidas de 4 x 6 cm

A las regletas de igual medida se les asigna el mismo color (Meza & Barrios, 2010).

## CAPITULO 3

### 3. Diseño metodológico

#### 3.1 Tipo de investigación

Strauss y Corbin (2002), en relación con el término “Investigación cualitativa” afirman que este es cualquier tipo de investigación a lo que no se llega por medio de procedimientos estadísticos u otros medios de cualificación; este tipo de investigación abarca una amplia gama de situaciones donde se puede aplicar este tipo de metodología, ya que puede tratarse sobre temas como: los comportamientos, procesos de aprendizajes, emociones, sentimientos, experiencias vividas entre otras. Cabe resaltar que en la implementación de la metodología de investigación cualitativa están normalmente asociados con los métodos cuantitativos porque en el proceso de recolección de datos, ya sea por entrevistas, encuestas y observaciones se hace necesario la codificación de estos datos para hacerle un análisis estadístico.

Los métodos cualitativos pueden usarse para explorar áreas sustantivas sobre las cuales se conoce poco o mucho, pero se busca obtener un conocimiento nuevo (Stern, 1980). Por tal razón se considera pertinente la metodología cualitativa a la presente investigación, con el objetivo de analizar cambios en la comprensión del proceso de la adición entre fracciones como parte de un todo a partir de la utilización de las regletas A<sup>3</sup>.

La investigación cualitativa es indispensable y encaja en el tipo de investigación desarrollada, ya que proporciona tres componentes principales a tener en cuenta: primero se nutre de los datos obtenidos a través de las distintas fuentes de información, para este caso se aplicaron las encuestas, se realizaron las observaciones, los documentos y los registros aplicables a cada una de las etapas de la investigación. En segundo lugar, están los procedimientos, los cuales sirven para la organización e interpretación de los datos obtenidos tales como: conceptualizar y reducir los datos, construir categorías de términos de sus propiedades y dimensiones y corresponderlos mediante una sistematización coherente y por último se realizan los informes escritos, los cuales tendrán como objetivos la socialización de los resultados a la comunidad académica y científica por medio de revistas, charlas, congresos.

En síntesis, la investigación cualitativa aplicada en esta investigación permitió que las teorías fundamentadas en los datos obtenidos generen conocimiento, aumente la comprensión y Metacognición, al mismo tiempo que brinden una guía significativa para aprender a hacer con el saber.

Junto al diseño metodológico seleccionado, este conlleva la implementación de un método en las mismas líneas de investigación para lo cual el método escogido es el etnográfico, porque hace parte del enfoque cualitativo, descriptivo de investigación. La etnografía teniendo en cuenta sus características permite:

Conocer los fenómenos, los procesos desarrollados e individuos en su complejidad

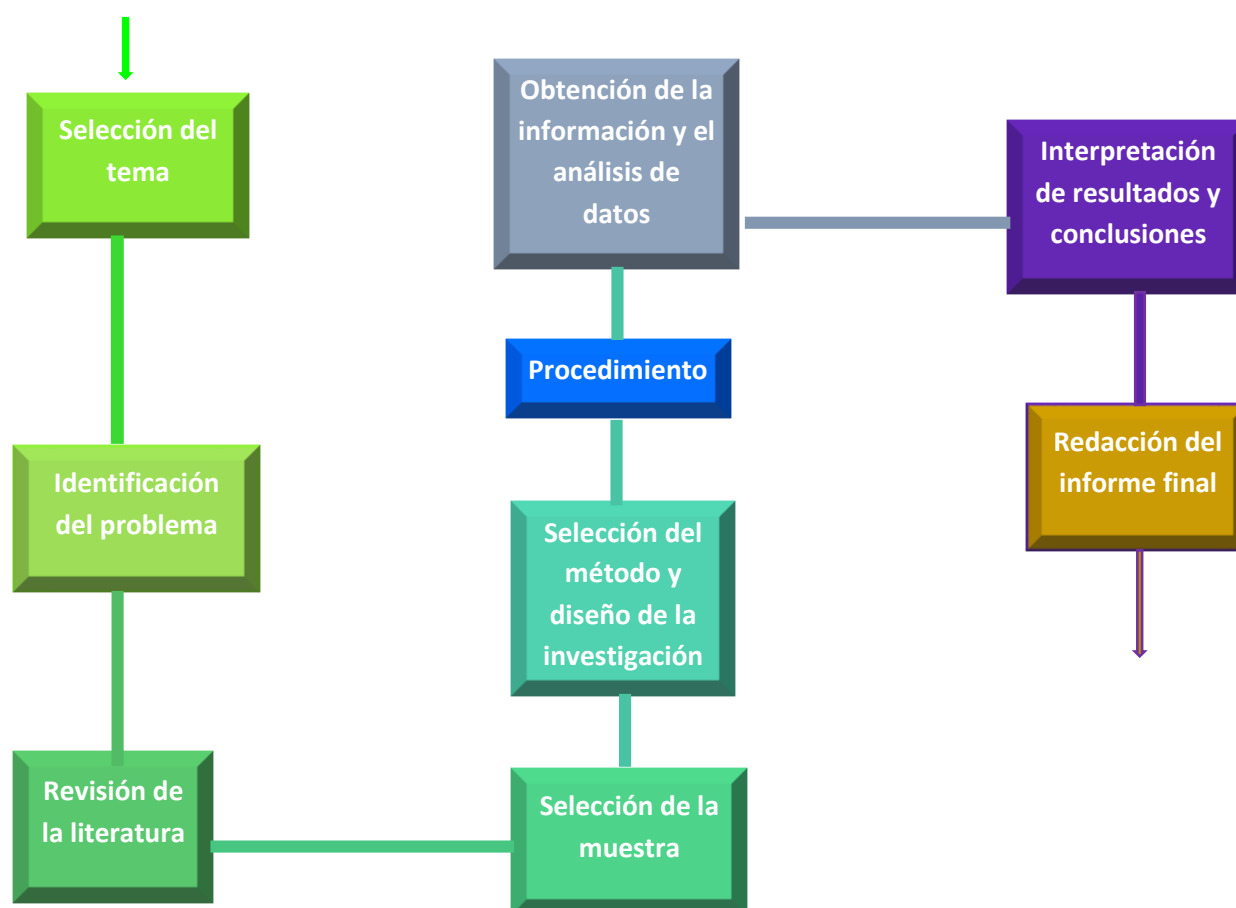
Acceder a un enfoque humanista y hermenéutico del sujeto y su realidad

Tomar como punto de partida a la praxis y no solo las teorías

Establecer una interrelación entre el sujeto investigador y el objeto investigado que tiene como fin la construcción del conocimiento.

Dentro del marco de la propuesta investigativa se tiene en cuenta las siguientes etapas:

### 3.2 Esquema de las etapas del proceso investigativo



*Gráfica 1.* Etapas del proceso investigativo.

## **Etapas**

### **Selección del tema.**

Los integrantes del grupo investigador, teniendo en cuenta el ejercicio de su labor docente encuentran una serie de dificultades en los procesos de aprendizajes de sus estudiantes, los cuales son importantes por su carácter, lo que amerita un estudio detallado de cada uno de ellos; entre ellos llamó más la atención la dificultad en el aprendizaje de la adición de fracciones como parte de un todo.

### **Identificación del problema.**

Para la identificación del problema teniendo en cuentas las diferentes situaciones detectadas dentro del aula de clases mediante las distintas actividades desarrolladas con los estudiantes y previamente seleccionado el tema, se procede a la formulación del problema a través de un interrogante que permite concretizar este.

### **Revisión de la literatura.**

A partir de este momento el grupo investigador emprende la tarea de consultar toda la literatura disponible desde las distintas fuentes de información primaria, esta literatura especializada hace énfasis en los fundamentos teóricos sobre pedagogía, didáctica, procesos de

enseñanza y aprendizajes de la adición de fracciones como parte de un todo junto a temas de relevancia como la investigación en el área.

### **Selección de la muestra.**

Esta corresponde al grado cuarto de la institución educativa Nuestra Señora de la Candelaria, el cual está conformado por 40 estudiantes, sitio en el cual se detectaron los problemas por ser lugar de la experiencia laboral.

### **Selección del método y diseño de la investigación.**

Para esta investigación se implementó un tipo de investigación cualitativa descriptiva con un enfoque etnográfico, ya que se considera el pertinente y apropiado para este tipo de investigación por sus fundamentos teóricos y por las herramientas que ofrece para este problema de investigación.

### **Procedimiento.**

Para lograr los objetivos tanto el general como el específico se realiza la unidad didáctica en la que es tenido en cuenta lo siguiente:

En primer lugar, se procede a identificar los obstáculos que tienen los estudiantes de grado 4° de básica primaria sobre la adición entre fracciones como parte de un todo, mediante un cuestionario escrito, exploratorio con preguntas abiertas y preguntas de autorregulación

metacognitiva (Anexo A, B y C), mediante el cual los estudiantes pueden representar las respuestas de la situación problemática planteada.

Teniendo en cuenta el análisis obtenido del anterior momento (ubicación) se deriva al proceso de elaboración de regletas denominadas  $A^3$  como estrategia metodológica, que contribuya a entender el proceso de la adición entre fracciones como parte de un todo, desarrollando al mismo tiempo mediante el juego con estas la comprensión lógica del procedimiento y la resolución de problemas aditivos. En este momento (reenfoque) se tendrá en cuenta las emociones al instante de los estudiantes ejecutar la actividad, el planteamiento y justificación del procedimiento respondiendo al proceso metacognitivo de estos; estas emociones son evidenciadas mediante la gesticulación o expresión facial.

Finalmente (momento de desubicación) se emprende una situación con un mayor grado de complejidad la cual es un cuestionario de preguntas cerradas y de autorregulación metacognitiva que consiste en que los estudiantes podrán con la resolución de los interrogantes mostrar a qué nivel cognitivo lograron evolucionar, evidenciándose con la producción de los textos y la solución en términos de fracción.

### **Obtención de la información y el análisis de datos.**

En primera instancia, se recolecta la información utilizando una prueba diagnóstica (Anexo A, B y C) aplicada a los estudiantes, esto permitió detectar las fortalezas y debilidades presentadas referentes a la suma de fracciones. Una vez analizada la información obtenida con el primer

instrumento diagnóstico se procedió a implementar el segundo instrumento el cual consistió en la aplicación del juego con regletas A<sup>3</sup>; este se fundamenta en que los estudiantes reproducen el juego de las regletas el cual está basado en rectángulos fraccionados en partes iguales un número determinado de veces, con el cual se pretende fortalecer las debilidades encontradas en los estudiantes con respecto al objetivo propuesto en esta investigación. Por último, se les aplica a los estudiantes otro instrumento consistente en responder interrogantes (entrevistas a manera de diálogo, formuladas por el docente mientras se desarrolla la actividad) que permitan revelar avances y /o dificultades persistentes.

### **Interpretación de resultados y conclusiones.**

En esta fase se realizó la interpretación de los datos obtenidos en las pruebas aplicadas durante el proceso, se tabularon los datos con sus respectivas gráficas para ilustrar la situación y así lograr identificar las habilidades y los obstáculos, todo esto debe conducir a la implementación de una estrategia que permita mejorar los procesos de aprendizaje en los estudiantes relacionado con la adición de fracciones como parte de un todo. Al final de esta fase de la investigación fruto de los resultados obtenidos se elaboraron las conclusiones pertinentes del proceso llevado a cabo.

### **Redacción del informe final.**

Como producto de este proceso de investigación el grupo elaboró un informe final de manera concreta y detallada sobre lo desarrollado, para su socialización en distintos eventos educativos o su publicación en revistas científicas.



### 3.3 Caracterización de la unidad de trabajo

Los instrumentos para la recolección de datos (cuestionarios, juego de regletas A<sup>3</sup>) fueron trabajados con 40 estudiantes de grado 4° de la Institución Educativa Nuestra Señora de la Candelaria, con edades entre los 9 y 10 años. La muestra obtenida corresponde al 25% del total, estos fueron seleccionados en forma aleatoria, los instrumentos se le aplicaron al total del grado, para evitar que alguno de los estudiantes se sintiera excluido del proceso, pero en el momento de la sistematización se tuvo en cuenta sólo el porcentaje seleccionado al azar.

**Tabla 1**

*Caracterización de la unidad de trabajo*

	<b>GRADO</b>	<b>ESTUDIANTES POR GRADO</b>
	4-01	40
<b>TOTAL:</b>	<b>1</b>	<b>40</b>

U =2163 (Total de matriculados), N =40 (total de 4ºgrado), n (25% de N) =10

### 3.4 Unidad Didáctica: Números Fraccionarios

**Tabla 2**

*Unidad Didáctica: Números Fraccionarios*

OBJETIVOS	CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caracterizar cambios en la adición entre fracciones como parte de un todo a partir de la utilización de las regletas A<sup>3</sup>.</li> <li>• Hacer uso de las fracciones para medir, repartir, compartir, adicionar y solucionar situaciones problemáticas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Las fracciones como relación parte todo.</li> <li>• Relación de orden entre fracciones.</li> <li>• Fracciones propias e impropias.</li> <li>• Adición con fracciones. (con igual y diferente denominador)</li> <li>• Resolución y formulación de problemas en situaciones aditivas de fracciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Usar fracciones para representar partes iguales o regiones de un conjunto.</li> <li>• Efectuar correctamente adiciones con fracciones.</li> <li>• Evidenciar en diferentes situaciones de la vida, la importancia y aplicabilidad de los números fraccionarios.</li> </ul> <p><b>Estándares y pensamientos relacionados con los criterios de evaluación:</b></p> <p><b>Pensamiento numérico y sistemas numéricos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.</li> <li>• Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.</li> <li>• Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.</li> </ul> <p><b>Pensamiento espacial y sistemas geométricos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Construyo y descompongo figuras y sólidos a partir de condiciones dadas.</li> </ul> <p><b>Pensamiento métrico y sistemas de medidas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diferencio y ordeno, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir.</li> <li>• Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas.</li> </ul>

**Tabla 3***Unidad Didáctica: Números Fraccionarios A*

<b>Momento</b>	<b>Contenido</b>	<b>Indicaciones Integración</b>		<b>Necesidades</b>	
	<b>Textual</b>			<b>Técnicas</b>	
		<b>Explicación</b>	<b>Suceso</b>	<b>Gráficas</b>	<b>Producción</b>
Ubicación	Construcción de regletas A <sup>3</sup>	Con los estudiantes se identifica las ideas previas, ellos construyen las regletasA <sup>3</sup> siguiendo las orientaciones del docente,	Los estudiantes grafican rectángulos con dimensiones específicas, dividiéndolos en partes iguales, se utilizan preguntas abiertas y preguntas de autorregulación metacognitiva para identificar así los obstáculos que tienen los estudiantes sobre el concepto de la adición entre fracciones como parte de un todo.	Las que se adjuntan (imagen # 2 y anexos imagen #3-7)	30 regletas

**Tabla 4***Unidad Didáctica: Números Fraccionarios B*

Momento	Contenido Textual	Indicaciones Integración		Necesidades Técnicas	
		Explicación	Suceso	Gráficas	Producción
Desubicación	Implementación del juego con regletas A <sup>3</sup>	Se realiza actividades de comparación de área entre regletas, transformación de una fracción dada en otra equivalente. Se procede mediante el juego a efectuar diferentes sumas, con preguntas de argumentación lógica del procedimiento, medir áreas, hacer comparación cuantitativa (tipo relación parte todo) entre las áreas de dos o más figuras.	Los estudiantes identifican a través de gráficas fracciones equivalentes, establecen la relación de orden entre ellos, efectúan adiciones homogéneas y heterogéneas mediante las regletas. Este momento está fundamentado en la relación de equivalencia y la composición y descomposiciones aditivas. El proceso de composición y descomposición aditiva llevará a que los estudiantes de una manera natural lleguen a los algoritmos de las sumas entre fracciones.	Ver anexos (imagen #8-11)	Respuestas a preguntas y explicaciones lógicas de situaciones

**Tabla 5***Unidad Didáctica: Números Fraccionarios C*

Momento	Contenido Textual	Indicaciones Integración		Necesidades Técnicas	
		Explicación	Suceso	Graficas	Producción
<b>Reenfoque</b>	Producción de textos, redacción de situaciones escogidas por el estudiante	Constatación de procesos asimilados para el reconocimiento y conceptualización de la adición entre fracciones como parte de un todo	Cuando el estudiante Plantea y soluciona de manera numérica los diferentes interrogantes a las situaciones problemáticas presentadas	Adjuntas en el momento tres de la matriz de análisis (anexos imagen #12)	Responde el cuestionario (entrevista). Produce textos y su solución en términos de fracción

## **Juego con regletas A<sup>3</sup>**

**Participantes:** Preferiblemente en grupos

**Actividades de enseñanza - aprendizaje**

**Actividades de ambientación.**

Antes de la ejecución de la actividad se solicita los materiales que son:

- Cartulina de diferentes colores
- Regla
- Lápiz, borrador y tijeras

**Actividad de evaluación inicial:** Se inicia la construcción de los rectángulos, teniendo estos, medidas específicas según la orientación del docente.

**Actividad motivadora:** Invitarlos a la construcción de regletas del juego

**Actividades de aprendizaje:** Comprender la lógica del procedimiento, medir, cuantificar, comparar áreas.

**Contenidos complementarios:** Hacer comparación cuantitativa (tipo relación parte todo) entre las áreas de dos figuras.

Transformación de una fracción dada en otra equivalente.

**Temporalización:**

Los modelos de sesiones que se presentan son para diez días de trabajo lectivo (2 semanas) divididas en tres etapas a saber:

## **Etapas**

### **Etapas inicial.**

Orientar a los estudiantes a graficar 8 rectángulos con dimensiones de 24 cm de largo por 12 cm de ancho, recortarlos para así formar regletas, estos diseñados en cartón de diferentes colores.

### **Segunda etapa.**

Se les indica acerca de la elaboración de nuevas regletas utilizando 6 de las anteriores así: 2 regletas dividir las en 2 partes iguales, otra en 3 partes iguales, en 4, 6 y 12 partes iguales, es importante hacer verbalizar a los alumnos para que argumenten sus construcciones introduciendo un sistema simbólico que resuma las acciones realizadas (cortar partes iguales, 2 forman la unidad...), constatando que estos realicen la totalidad de las regletas.

**Tabla 6**  
*Regletas*

FRACCIÓN	NÚMERO DE FRACCIONES
Unidad	1
$1/12$	12
$1/6$	6
$1/4$	4
$1/3$	3
$1/2$	2 (Diferentes formas)



**Imagen 2.** Representación regletas A3



### **Tercera etapa.**

Se les pide a los alumnos marcar con su respectivo valor cada fracción rectangular, con las herramientas diseñadas por el grupo de trabajo cuyo principal objetivo es realizar una actividad tipo recreativa que contribuya a la conceptualización de la adición con fracciones como parte de un todo, se procede de la siguiente manera:

Se les facilita a los estudiantes el rectángulo unidad y todas las fracciones rectangulares antes mencionadas, invitándolos a que constaten que la regleta de  $\frac{1}{2}$  es la más grande, luego  $\frac{1}{3}$  y por último  $\frac{1}{4}$  ( $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$ ;  $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$ ; ...).

Se les solicita buscar qué figuras de menor tamaño podían conformar una de las de mayor tamaño, verificando así el concepto de fracción equivalente.

Se les indica inicialmente que tomen dos rectángulos, por ejemplo  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{1}{6}$  y se les pide que efectúen su suma, colocándolos sobre la unidad. (Gráfica marcada con el 1) buscando así el resultado y luego tratando de simplificar mediante el uso de fracciones equivalentes. Posteriormente se procede a realizar la misma actividad con dos o más rectángulos.

### **Evaluación.**

Finalmente se les pregunta sobre el porqué de los resultados obtenidos, buscando así pasar del juego a la relación abstracta, haciendo concreto lo abstracto (se responden preguntas utilizando las regletas a manera de entrevista) con preguntas como: ¿cómo lo has hecho?, ¿Qué estrategias

has usado para resolverlo?, ¿hay otras opciones?, ¿de qué otra manera se podría haber hecho?, ¿hay alguna otra respuestas o solución?, ¿Por qué has hecho eso así y no de otra manera? , ¿ por qué has escrito o dicho eso?, ¿ qué sucedería si en lugar de este dato, usarás otro? , ¿qué pasos debiste realizar para completar tu tarea? .

## CAPÍTULO 4

### 4. Análisis de la información

Se presenta el análisis del trabajo de investigación realizado con la aplicación de las regletas  $A^3$  teniendo en cuenta:

Categorías: adición entre fracciones y juego con las regletas  $A^3$

Subcategorías: Conceptualización de la fracción como parte de un todo, Comprensión lógica de la adicción con fracciones como parte de un todo y Resolución de problemas.

Estudiantes participantes

Instrumentos pre-test

Aplicación del Juego de las regletas  $A^3$

Interpretación posterior a la aplicación del juego con las regletas  $A^3$

Análisis descriptivo del desarrollo de todas las secciones de la actividad.

Triangulación.

La información analizada corresponde a diez estudiantes de grado cuarto de básica primaria quienes fueron los participantes elegidos en forma aleatoria.

Para efectos de lectura y comprensión de la matriz se presenta en tres momentos, utilizando colores para así diferenciar cada uno de los aspectos.

## 4.1 Análisis de instrumentos

### 4.1.1 Momentos 1, 2, 3.

**Tabla 7**

*Matriz de análisis momento 1 A*

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C) ANTES		
			Instrumento A		
			Situación	Aspecto (que evalúa)	Interpretación
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo.	1 JM	1. Escribe debajo de cada gráfica: ¿cuánto representa la región sombreada del total de cada figura?	Representación de la fracción	Respondió de forma aceptable, aunque utiliza la fracción esto no corresponde a las orientaciones planteadas que permitirían afirmar que en ella distingue cada uno de sus términos y su función
	Resolución de problemas		2. Represente en cada rectángulo la fracción pedida	Representación de la fracción	logra representar las divisiones exactas que deben darse en el todo, pero no señala o identifica las partes en relación al todo.
	3. Si la unidad se representa por el siguiente triángulo: ¿Qué fracción representa la parte coloreada en la siguiente gráfica?		Representación de la fracción	Con relación a este interrogante que pretende detectar como logran identificar lo concerniente a la cuantificación respecto al total no logra expresar de forma correcta la relación de la parte y el todo.	
	4. Si se suman las áreas sombreadas en las figuras A y B ¿cuánto es el área de dicha suma representada en el rectángulo C?		Adición de fracción.	En esta situación representa la adición en relación a un todo de manera correcta, tanto gráficamente como numéricamente.	
	5. ¿Qué has aprendido de las fracciones?		Argumentación	No logra expresar de forma clara su respuesta a lo que se pregunta. Dice que no ha jugado y que si le gustaría hacerlo.	
	6. ¿Has jugado alguna vez con fracciones? ¿te gustaría hacerlo? ¿por qué?		Argumentación		

**Tabla 8**  
*Matriz de análisis momento 1 B*

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
			ANTES		
			<b>Instrumento B</b>		
			Situación	Aspecto (que evalúa)	Interpretación
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo.  Resolución de problemas	IJM	<p>Había una vez una barra de chocolatina que tenía 24 pastillas Tic se comió 4 pastillas y Tac se comió 5</p> <p>1.¿ Qué parte de la barra de chocolatina se comió Tic? Y Tac?            2. ¿ Qué parte se comieron entre los dos?            3¿ Qué fracción de la tableta representa:            a¿ La barra entera?            b.¿La parte que se comieron?            4.Organiza la información en una tabla.</p> <p>5.Plantea una situación como el ejemplo anterior.            6.¿ De que manera resolver problemas con la suma de fracciones te ayuda a entender situaciones diarias?</p>	<p>Relación parte todo.</p> <p>Resolución de problemas mediante la adición de fracciones como relación parte todo.</p> <p>Resolución de problemas mediante la adición de fracciones como relación parte todo.</p> <p>Expresa información sobre la relación parte todo y sobre la suma de fracciones.</p> <p>Resolución de problemas (planteamiento de problemas)</p> <p>Argumentación</p>	<p>No logra a dar respuesta de forma correcta a este interrogante.</p> <p>No responde de manera clara y mucho menos lo representa haciendo uso de la fracción.</p> <p>Es una pregunta que necesita dar respuesta a dos interrogantes, y para ninguno de los dos pudo expresarlo de forma coherente.</p> <p>Responde de manera tal que parece no tiene claro lo que le se pregunta, lo hace teniendo en cuenta la información textual de la situación.</p> <p>No responde al interrogante.</p> <p>No responde al interrogante.</p>

**Tabla 9**  
Matriz de análisis momento 1 C

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
<b>ANTES</b>					
<b>Instrumento C</b>					
			Situación	Aspecto (que evalúa)	Interpretación
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo	1JM	1. Andrea esta organizando algunos juguetes. ¿Cuántos juguetes muestra la figura? ¿Cuántos son peluches? ¿Qué parte del total de juguetes son peluches?	Representación, fracción como parte de un todo.	Se evidencia que el estudiante logra cuantificar y expresar el todo, de manera particular la primera parte, pero no relaciona la parte con el total.
	Resolución de problemas.		2. La abuela Gabriela está tejiendo un cojín. El diseño está dividido en 8 partes iguales. ¿Cuánto del total representa cada parte? ¿Las dos partes de color verde que fracción del total representan? Si se adicionan las dos partes amarillas y las dos partes rojas del diseño del cojín; ¿qué fracción del total se obtiene?	Representación, fracción como parte de un todo.  Adición de fracciones	Distingue el total, pero no cuanto representa cada parte y menos logra responder la parte que se obtiene al adicionar las fracciones.
Juego con regletas A <sup>3</sup>	Comprensión lógica de la adicción con fracciones como parte de un todo		3. César preparó un postre de Maracuyá. Lo partió en 12 partes iguales. Se comió $\frac{3}{12}$ , le dio a su hermana $\frac{4}{12}$ y a su vecino $\frac{1}{12}$ . ¿Qué parte del total del postre repartió? ¿Cuánto postre le quedó?	Resolución de problemas	El estudiante responde teniendo en cuenta los números naturales, más no considera la relación numerador-denominador

Tabla 10

Matriz de análisis momentos 2 y 3

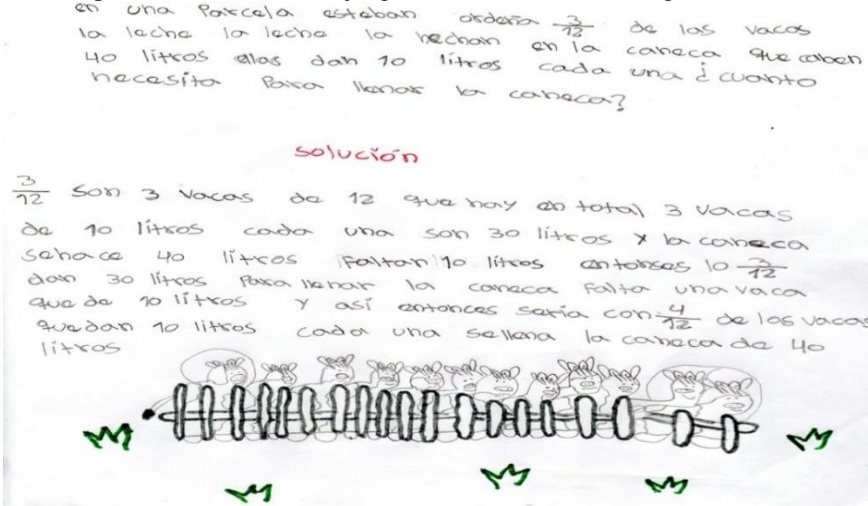
Aplicación del Juego de las regletas A <sup>3</sup> DURANTE	Después de la aplicación del juego con las regletas A <sup>3</sup>
<p>Algunos de las participaciones realizadas mientras se lleva a cabo esta actividad por parte del estudiante fueron:</p> <p>“Las fichas tienen diferentes colores y tamaños”</p> <p>“Profe estas fichas tienen diferentes números, pero son iguales”</p> <p>“Tres tercios es lo mismo que la unidad y cuatro cuartos también”</p> <p>“Son fracciones equivalentes porque ocupan el mismo espacio”</p> <p>“Para sumar pusimos unas al lado de las otras y arriba le ponemos varias de otras pero que ocupen igual”</p> <p>“Si sumamos dos de un doceavos más una de un cuarto nos da un sexto y tres doceavos...profè ¡No! Es cinco de un doceavos las primeras que dimos están mala porque es que debían ser regletas iguales.</p> <p>“Un medio más un cuarto me da nueve doceavos”</p> <p>“Este juego me gustó...entendiendo las sumas y la resta”</p> <p><b>Comentario</b></p> <p>Durante el desarrollo de las actividades enmarcadas en las subcategorías: Conceptualización de la fracción como parte de un todo y la Resolución de problemas se evidencia que el estudiante (1JM) inicialmente presentaba dificultades en la <b>distinción de cada uno de los términos de la fracción, así como su función, adición, planteamiento y resolución de situaciones problemas.</b></p>	<p><b>Comentario</b></p> <p>“Un juego conduce al estudiante a la conquista de su autonomía y a la adquisición de una conducta que le ayudará en sus actividades” (Salvador, 2012 p.7). Luego de la actividad del juego con las regletas A<sup>3</sup> el estudiante muestra que le ha sido útil ya que logra la Conceptualización de la fracción y su adición como parte de un todo, planteo situaciones problémicas y dio soluciones a ellas, aunque sigue teniendo dificultades en el momento de redactar el enunciado, esto evidencia que (1- JM) quien inicialmente también presentaba dificultades en la distinción de cada uno de los términos de la fracción así como su función, logra superarla con la aplicación del juego de las regletas A<sup>3</sup> :</p>  <p>en una Parcela estaban ordeñando <math>\frac{3}{12}</math> de las vacas la leche la leche la leche en la caneca que caben 40 litros ellas dan 10 litros cada una ¿cuánto necesita Para llenar la caneca?</p> <p><b>Solución</b></p> <p><math>\frac{3}{12}</math> son 3 vacas de 12 que hay en total 3 vacas de 10 litros cada una son 30 litros y la caneca se hace 40 litros (faltan) 10 litros entonces lo <math>\frac{3}{12}</math> dan 30 litros Para llenar la caneca falta una vaca que da 10 litros y así entonces sería con <math>\frac{4}{12}</math> de las vacas quedan 10 litros cada una se llena la caneca de 40 litros</p>

Imagen 3. Producción textual

**Tabla 11**  
Matriz de análisis momento 1A

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
			ANTES		
			Instrumento A		
			Situación	Aspecto (que evalúa)	Interpretación
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo.	2 AM	1. Escribe debajo de cada gráfica: ¿cuánto representa la región sombreada del total de cada figura?	Representación de la fracción	Respondió de forma admisible, si bien utiliza la fracción esto no pertenece a las orientaciones planteadas que admitirían asegurar que en ella diferencia cada uno de sus términos y su función.
	Resolución de problemas		2. Represente en cada rectángulo la fracción pedida		Consigue representar las divisiones exactas que deben servir en el todo además identifica las partes en relación al todo.
			3. Si la unidad se representa por el siguiente triángulo: ¿Qué fracción representa la parte coloreada en la siguiente gráfica?	Representación de la fracción	Con relación a este interrogante que pretende detectar como logran identificar lo concerniente a la cuantificación respecto al total logra enunciar de forma adecuada la relación de la parte y el todo.
			4. Si se suman las áreas sombreadas en las figuras A y B ¿cuánto es el área de dicha suma representada en el rectángulo C?	Representación de la fracción Adición de fracción.	No representa la adición en relación a un todo de ninguna de las dos formas (gráficamente- numéricamente).
			5. ¿Qué has aprendido de las fracciones?	Argumentación	Manifiesta que mediante las fracciones ha aprendido a comparar.
			6. ¿Has jugado alguna vez con fracciones? ¿te gustaría hacerlo? ¿por qué?		Dice que si ha jugado y que si le gustaría volverlo hacer porque: “me gusta comparar”.



**Tabla 12**  
Matriz de análisis momento 1B

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
			<b>ANTES</b>		
			<b>Instrumento B</b>		
			<b>Situación</b>	<b>Aspecto (que evalúa)</b>	<b>Interpretación</b>
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo.	AM	Había una vez una barra de chocolatina que tenía 24 pastillas Tic se comió 4 pastillas y Tac se comió 5 1.¿ Qué parte de la barra de chocolatina se comió Tic? Y Tac?	Relación parte todo.	Responde correctamente relacionando la parte con el todo, expresándolo de forma numérica.
	Resolución de problemas		2. ¿ Qué parte se comieron entre los dos? 3.¿ Qué fracción de la tableta representa: a.¿ La barra entera? b.¿La parte que se comieron?	Resolución de problemas mediante la adición de fracciones como relación parte todo.  Resolución de problemas mediante la adición de fracciones como relación parte todo.	Acertadamente responde y los expresa numéricamente  Acertadamente responde y los expresa numéricamente
			4.Organiza la información en una tabla.	Expresa información sobre la relación parte todo y sobre la suma de fracciones.	Organiza la tabla de manera acertada da la información que precisa para responder a los interrogantes propuesto.
			5.Plantea una situación como el ejemplo anterior.	Resolución de problemas (planteamiento de problemas)	Trata de plantear una situación problemáticas, pero no tiene en cuenta el todo, como tampoco de forma clara el interrogante:
			6.¿ De qué manera resolver problemas con la suma de fracciones te ayuda a entender situaciones diarias?	Argumentación	“Había una vez un plato de pescado tenía 35, Simón se comió 28 y Andrea se comió 8”  No responde al interrogante de manera clara: “cuando como torta en mi cumpleaños partimos como 12 pedazos y yo me como como 4 trozos por día”

**Tabla 13**

Matriz de análisis momento 1C

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
			ANTES		
			Instrumento C		
			Situación	Aspecto (que evalúa)	Interpretación
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo	2AM	1. Andrea está organizando algunos juguetes. ¿Cuántos juguetes muestra la figura? ¿Cuántos son peluches? ¿Qué parte del total de juguetes son peluches?	Representación, fracción como parte de un todo.	Consigue enumerar y decir el todo, pero no establece la relación de la parte con el total.
	Resolución de problemas.		2. La abuela Gabriela está tejiendo un cojín. El diseño está dividido en 8 partes iguales. ¿Cuánto del total representa cada parte? ¿Las dos partes de color verde qué fracción del total representan? Si se adicionan las dos partes amarillas y las dos partes rojas del diseño del cojín; ¿qué fracción del total se obtiene?	Representación, fracción como parte de un todo.  Adición de fracciones	Diferencia el total, cuanto representa cada parte del total, pero no consigue responder la parte resultante al adicionar las fracciones.
Juego con regletas A <sup>3</sup>	Comprensión lógica de la adicción con fracciones como parte de un todo		3. César preparó un postre de maracuyá. Lo partió en 12 partes iguales. Se comió $\frac{3}{12}$ , le dio a su hermana $\frac{4}{12}$ y a su vecino $\frac{1}{12}$ . ¿Qué parte del total del postre repartió? ¿Cuánto postre le quedó?	Resolución de problemas	de  Responde de manera correcta para la resolución de la situación problemática.

**Tabla 14**

Matriz de análisis momentos 2 y 3

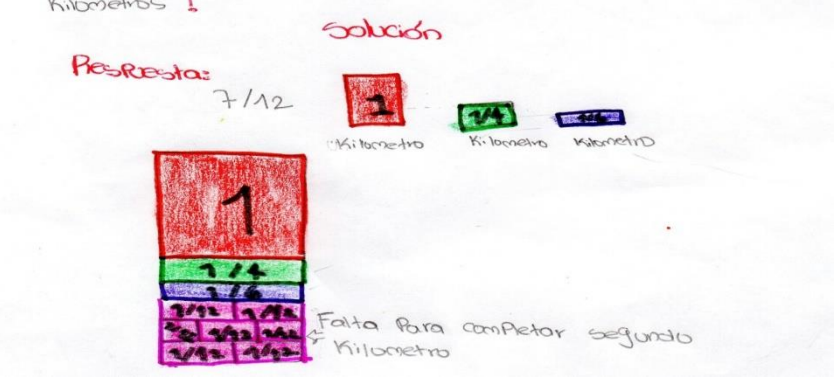
Aplicación del Juego de las regletas A <sup>3</sup> DURANTE	Después de la aplicación del juego con las regletas A <sup>3</sup>
<p>Describe las regletas, referente a que cantidades de ellas tiene el juego, los tamaños y los colores que utilizó. Al comparar realiza comentarios como:</p> <p>“Cuatro de un cuarto dan la unidad y tres tercios también” (mientras muestra las fichas que compara) Esta entre otras de las comparaciones que realizó para establecer la relación de equivalencia</p> <p>Cuando realizaba el proceso de la adición sus argumentos fueron: “Un medio más dos cuartos es igual a tres tercios, pero también a dos medios, seis sextos y doce doceavos por qué: Porque hay muchas formas de agrupar a través de las regletas”</p> <p>“Hay varias respuestas porque podemos utilizar varios grupos de regletas y con ellas poner arriba de la otra y si da el mismo, están ocupando el mismo espacio”</p> <p>“.... Hay varias respuestas porque con varias regletas se cubre la misma parte, aunque son más cantidades”</p> <p>Responde a la pregunta: ¿qué proceso realizaron para dar respuesta a la adición? “para sumar las fracciones <math>1/2 + 1/6</math> los pasos fueron: Pusimos <math>1/6</math> al lado de <math>1/2</math> Cogimos <math>8/12</math> y lo pusimos arriba de la suma Cogimos <math>4/6</math> y lo pusimos arriba de la suma Cogimos <math>2/3</math> y lo pusimos arriba de la suma”</p> <p><b>Comentario</b> Mientras se adelantaban las actividades enmarcadas en la subcategoría: Conceptualización de la fracción como parte de un todo y la Resolución de problemas se observa que el estudiante (2-AM) primeramente mostraba dificultades en la <b>adición, planteamiento y resolución de situaciones problemas.</b></p>	<p><b>Comentario</b> “Tradicionalmente los alumnos aprenden matemáticas formales y abstractas, descontextualizadas, y luego aplican sus conocimientos a la resolución de problemas presentados en un contexto. Con frecuencia estos problemas de aplicación se dejan para el final de una unidad o para el final del programa, razón por la cual se suelen omitir por falta de tiempo” (MEN, 1994, p.22). Esto no sucedió en esta experiencia ya que en ella se le presento a los estudiantes la posibilidad de hacer concreto lo abstracto, razón por la cual después de ejecutada la actividad del juego con las regletas A<sup>3</sup> en el estudiante se evidencia que le ha sido de provecho ya que pudo superar las dificultades presentadas las cuales eran relacionado con la <b>adición, planteamiento y resolución de situaciones problemáticas.</b> Redactó problemas y presento las soluciones, por tanto se puede ver que (2- AM), logra superarla con la aplicación del juego de las regletas A<sup>3</sup> :</p> <p>Un niño estaba Practicando una Carrera el Primer día Recorrió 1 Kilometro el segundo Recorrió <math>1/4</math> en Kilometro el tercer día Recorrió <math>1/6</math> en Kilometro ¿Cuántos Kilometros le faltan para Recorrer 2 Kilometros ?</p> <p><b>Solución</b></p> <p><b>Respuestas:</b> <math>7/12</math></p> <p><b>Solución:</b></p>  <p>Falta Para completar segundo Kilometro</p>

Imagen 4. Producción textual

**Tabla 15***Matriz de análisis momento 1 A*

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
ANTES					
<b>Instrumento A</b>					
			Situación	Aspecto (que evalúa)	Interpretación
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo.	3AY	1. Escribe debajo de cada gráfica: ¿cuánto representa la región sombreada del total de cada figura?	Representación de la fracción	Da respuesta a este interrogante de forma errónea, ya que sólo asigna un número natural a la parte sombreada (conteo), no utiliza la fracción mucho menos diferencia sus términos y su función.
			2. Represente en cada rectángulo la fracción pedida		No responde a la orientación dada para dar respuesta.
	3. Si la unidad se representa por el siguiente triángulo: ¿Qué fracción representa la parte coloreada en la siguiente gráfica?		Representación de la fracción	No completa la respuesta y en lo que desarrolla no logra expresarse de forma clara lo que se pregunta.	
	4. Si se suman las áreas sombreadas en las figuras A y B ¿cuánto es el área de dicha suma representada en el rectángulo C?		Representación de la fracción Adición de fracción.	Muestra gráficamente el proceso, pero no es acertado gráfica ni numéricamente tampoco señala opciones de respuesta.	
	5. ¿Qué has aprendido de las fracciones?				
	6. ¿Has jugado alguna vez con fracciones? ¿te gustaría hacerlo? ¿por qué?		Argumentación	No expresa su idea de forma coherente: “aprendí que si hago muchas seré bueno”	
			Argumentación	Dice que no ha jugado y que, si le gustaría hacerlo, utiliza palabras como: “no tantas- si- sería bacano “	

**Tabla 16***Matriz de análisis momento 1 B*

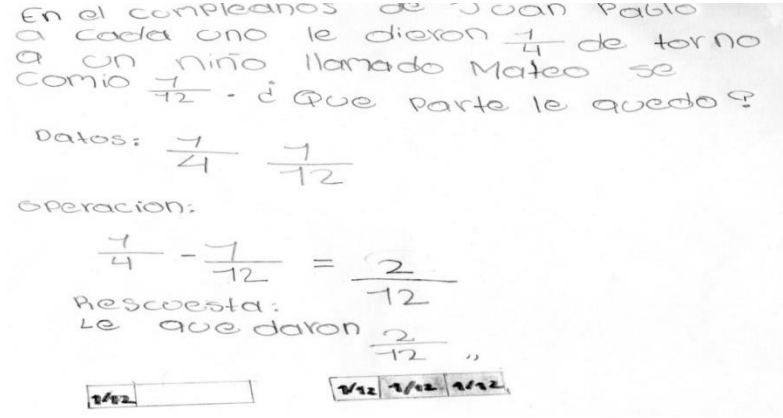
Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
			ANTES		
			Instrumento B		
			Situación	Aspecto (que evalúa)	Interpretación
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo.	3AY	Había una vez una barra de chocolatina que tenía 24 pastillas Tic se comió 4 pastillas y Tac se comió 5 1. ¿ Qué parte de la barra de chocolatina se comio Tic? Y Tac?	Relación parte todo.	Responde transcribiendo información suministrada en el interrogante.
	Resolución de problemas		2. ¿ Qué parte se comieron entre los dos? 3¿ Qué fracción de la tableta representa: a¿ La barra entera? b.¿La parte que se comieron?	Resolución de problemas mediante la adición de fracciones como relación parte todo.	Responde sin tener en cuenta lo que le preguntan, por tal motivo su respuesta es alejada de la cuestión.
			4.Organiza la información en una tabla.	Resolución de problemas mediante la adición de fracciones como relación parte todo.	Es una pregunta que necesita dar respuesta a dos interrogantes, y para ninguno de los dos pudo expresarlo de forma coherente.
			5.Plantea una situación como el ejemplo anterior.	Resolución de problemas mediante la adición de fracciones como relación parte todo.	Da respuesta teniendo en cuenta las partes, pero no logra representarlo numéricamente en forma de fracción.
			6.¿ De qué manera resolver problemas con la suma de fracciones te ayuda a entender situaciones diarias?	Expresa información sobre la relación parte todo y sobre la suma de fracciones.	No responde al interrogante.
					No responde al interrogante.

**Tabla 17**  
Matriz de análisis momento 1 C

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
			<b>ANTES</b>		
			<b>Instrumento C</b>		
			<b>Situación</b>	<b>Aspecto (que evalúa)</b>	<b>Interpretación</b>
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo	3AY	1. Andrea esta organizando algunos juguetes. ¿Cuántos juguetes muestra la figura? ¿Cuántos son peluches? ¿Qué parte del total de juguetes son peluches?	Representación, fracción como parte de un todo.	Da respuesta teniendo en cuenta las partes, pero no relaciona las partes con el todo.
	Resolución de problemas.		2. La abuela Gabriela está tejiendo un cojín. El diseño está dividido en 8 partes iguales. ¿Cuánto del total representa cada parte? ¿Las dos partes de color verde que fracción del total representan? Si se adicionan las dos partes amarillas y las dos partes rojas del diseño del cojín; ¿qué fracción del total se obtiene?	Representación, fracción como parte de un todo. Adición de fracciones	No responde al interrogante.
Juego con regletas A <sup>3</sup>	Comprensión lógica de la adicción con fracciones como parte de un todo		3. César preparó un postre de Maracuyá. Lo partió en 12 partes iguales. Se comió $\frac{3}{12}$ , le dio a su hermana $\frac{4}{12}$ y a su vecino $\frac{1}{12}$ . ¿Qué parte del total del postre repartió? ¿Cuánto postre le quedó?	Resolución de problemas	No responde al interrogante.

**Tabla 18**

Matriz de análisis momento 2 y 3

Aplicación del Juego de las regletas A <sup>3</sup> DURANTE	Después de la aplicación del juego con las regletas A <sup>3</sup>
<p>Inicia el proceso con la exploración del material, toca y compara cada una de las regletas, cuenta y las clasifica por grupos teniendo en cuenta los tamaños y los colores. Se le pregunta que lo llevo hacer los grupos y responde:</p> <p>“Los tamaños, colores”</p> <p>Otros de los comentarios durante este proceso fueron:</p> <p>“Ocupan el mismo espacio”</p> <p>“Se pueden dar varias respuestas para saber los tamaños que ocupan con otras regletas”</p> <p>“A veces las respuestas son más de una porque hay varias regletas con igual espacio, pero diferente tamaños”</p> <p>“Con estas regletas se pueden sumar fracciones”</p> <p>“hay muchos resultados que son iguales”</p> <p>“es la misma respuesta porque ocupan el mismo espacio”</p>	<p><b>Comentario</b></p> <p>Brousseau (1981, 1986-b) ha sido iterativo sobre la identificación entre fracción, medida y operación lineal en la construcción, para que los estudiantes puedan distinguir los modelos matemáticos propuestos para generar situaciones a partir de problemas físicos que pueden producir ciertos resultados. Los que se observa en este estudiante es que luego de hecha la actividad del juego con las regletas A<sup>3</sup> en él se nota que le ha sido fructífera ya que pudo superar las dificultades presentadas las cuales eran relacionado con la <b>distinción de cada uno de los términos de la fracción, así como su función, adición, planteamiento y resolución de situaciones problemáticas</b>. Redactó problemas y presento las soluciones, por tanto se puede ver qué (3- AY), logra superarla con la aplicación del juego de las regletas A<sup>3</sup>:</p>
<p><b>Comentario</b></p> <p>En la actividad enmarcadas en las subcategorías: Conceptualización de la fracción como parte de un todo y la Resolución de problemas se evidencia que el estudiante (3-AY) inicialmente presentaba dificultades en la <b>distinción de cada uno de los términos de la fracción, así como su función, adición, planteamiento y resolución de situaciones problemáticas</b>.</p>	 <p>En el cumpleaños de Juan Pablo a cada uno le dieron <math>\frac{1}{4}</math> de torno a un niño llamado Mateo se comió <math>\frac{1}{12}</math>. ¿Qué parte le quedo?</p> <p>Datos: <math>\frac{1}{4}</math> <math>\frac{1}{12}</math></p> <p>Operación:</p> $\frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{2}{12}$ <p>Respuesta: Le que daron <math>\frac{2}{12}</math></p> <p><i>(Hand-drawn fraction bars: one bar labeled 1/12, and another bar divided into three parts each labeled 1/12)</i></p>

**Imagen 5.** Producción textual

**Tabla 19***Matriz de análisis momento 1A*

Subcategoría		Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
			ANTES		
			Instrumento A		
			Situación	Aspecto (que evalúa)	Interpretación
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo.	4JJ	1. Escribe debajo de cada gráfica: ¿cuánto representa la región sombreada del total de cada figura?	Representación de la fracción	Su respuesta es acertada utiliza la fracción y en ella distingue cada uno de sus términos y su función.
			2. Represente en cada rectángulo la fracción pedida	Representación de la fracción	Representa pictóricamente de manera correcta la fracción solicitada en cada uno de los casos.
	3. Si la unidad, se representa por el siguiente triángulo: ¿Qué fracción representa la parte coloreada en la siguiente gráfica?		Representación de la fracción Adición de fracción.	Logra identificar lo concerniente a la cuantificación respecto al total y lo expresa de manera correcta teniendo en cuenta la relación de la parte y el todo. Representa pictóricamente la suma de las áreas sombreadas, pero no así lo hace en forma numérica.	
	4. Si se suman las áreas sombreadas en las figuras A y B ¿cuánto es el área de dicha suma representada en el rectángulo C?		Argumentación Argumentación	Claramente su respuesta deja mucho a interpretaciones porque al escribir el hilo conductor se pierde: "he aprendido a compartir".	
	5. ¿Qué has aprendido de las fracciones?			Dice que no ha jugado y que si le gustaría hacerlo: "no he jugado, claro que me gustaría porque puedo memorizar la mente".	
	6. ¿Has jugado alguna vez con fracciones? ¿te gustaría hacerlo? ¿por qué?				



Tabla 20

Matriz de análisis momento 1B

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
			ANTES		
			<b>Instrumento B</b>		
			Situación	Aspecto (que evalúa)	Interpretación
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo.	4JJ	Había una vez una barra de chocolatina que tenía 24 pastillas Tic se comió 4 pastillas y Tac se comió 5	Relación parte todo.	La respuesta es atinada, utiliza la fracción y en ella diferencia cada uno de sus términos y su función.
	Resolución de problemas		<p>1.¿ Qué parte de la barra de chocolatina se comió Tic? Y Tac?</p> <p>2. ¿ Qué parte se comieron entre los dos?</p> <p>3.¿ Qué fracción de la tableta representa:</p> <p>a.¿ La barra entera?</p> <p>b.¿La parte que se comieron?</p> <p>4.Organiza la información en una tabla.</p> <p>5.Plantea una situación como el ejemplo anterior.</p> <p>6.¿ De qué manera resolver problemas con la suma de fracciones te ayuda a entender situaciones diarias?</p>	<p>Resolución de problemas mediante la adición de fracciones como relación parte todo.</p> <p>Resolución de problemas mediante la adición de fracciones como relación parte todo.</p> <p>Expresa información sobre la relación parte todo y sobre la suma de fracciones.</p> <p>Resolución de problemas (planteamiento de problemas)</p> <p>Argumentación</p>	<p>Logra a dar respuesta de forma correcta a este interrogante.</p> <p>No da respuesta de manera correcta, tiene en cuenta las partes mas no el todo.</p> <p>Acomoda la tabla de manera correcta suministra la información de forma precisa teniendo en cuenta la relación de las partes y el todo.</p> <p>Intenta seguir la orientación, pero se nota dificultad en la organización de ideas, la redacción y el planteamiento del interrogante: “Había una vez 75 chocolatinas Juan se comió 15 y Andrés 20”</p> <p>Dice que desarrollar actividades con fracciones si le ha ayudado, pero en su redacción no es fácil de entenderle la idea: “si porque la suma me puede ayudar en las situaciones y las fracciones por eso puedo aprender mucho con esas operaciones”.</p>

**Tabla 21***Matriz de análisis momento 1C*

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
			ANTES		
			Instrumento C		
			Situación	Aspecto (que evalúa)	Interpretación
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo	4JJ	1. Andrea esta organizando algunos juguetes. ¿Cuántos juguetes muestra la figura? ¿Cuántos son peluches? ¿Qué parte del total de juguetes son peluches?	Representación, fracción como parte de un todo.	No cuantifica el todo, tampoco logra expresar las partes y el todo.
	Resolución de problemas.		2. La abuela Gabriela está tejiendo un cojín. El diseño está dividido en 8 partes iguales. ¿Cuánto del total representa cada parte? ¿Las dos partes de color verde que fracción del total representan? Si se adicionan las dos partes amarillas y las dos partes rojas del diseño del cojín; ¿qué fracción del total se obtiene?	Representación, fracción como parte de un todo. Adición de fracciones	Diferencia el total, pero no cuánto simboliza cada parte en relación al total, tampoco tiene claro la parte que se consigue al adicionar las fracciones.
Juego con regletas A <sup>3</sup>	Comprensión lógica de la adicción con fracciones como parte de un todo		3. César preparó un postre de Maracuyá. Lo partió en 12 partes iguales. Se comió $\frac{3}{12}$ , le dio a su hermana $\frac{4}{12}$ y a su vecino $\frac{1}{12}$ . ¿Qué parte del total del postre repartió? ¿Cuánto postre le quedó?	Resolución de problemas	En la representación la simbolización utilizada no es acorde a los términos de la fracción y su función, ya que invierte estos. (numerador – denominador)

Tabla 22

Matriz de análisis momento 2 y 3

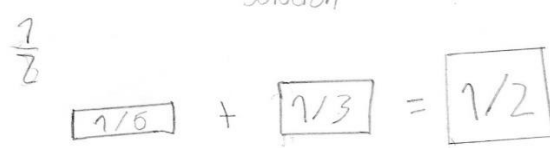
Aplicación del Juego de las regletas A <sup>3</sup> DURANTE	Después de la aplicación del juego con las regletas A <sup>3</sup>
<p>En esta parte se nota muy atento y participativo, aunque su gesticulación deja ver que está interesado en la actividad, normalmente es de pocas palabras, pero aun así algunas de sus participaciones fueron:</p> <p>“Las fichas no son iguales”  “¿Se las ayudo a organizar?”  “Esa suma tiene cuatro respuestas”  “Porque estamos sumando con regletas?”  “2/6 es el mismo espacio que 1/3”  “¿Nos podemos inventar más?... pero con todas las respuestas que pueda tener”</p>	<p><b>Comentario</b>  Para Piaget (1985-b) los juegos contribuyen a la construcción de un gran tejido de dispositivos que reconocen al niño la asimilación total de la realidad incorporándola para reaparecer, vencer, entenderla. De tal manera, el juego es importante de provecho de la realidad por el yo. (p20)  Se dice entonces que para este caso con el estudiante (4JJ) Aunque su redacción sigue teniendo aspectos por mejorar. Realizado el juego con las regletas A<sup>3</sup> en él se observa que le ha sido útil porque demuestra haber superado en gran parte las dificultades presentadas las cuales eran <b>planteamiento y resolución de situaciones problemáticas</b>, escribió problemas y presentó las soluciones, por tanto se puede decir que (4- JJ ), logra mejorar con la aplicación del juego de las regletas A<sup>3</sup>, para llegar a respuesta de la situación la cual es una adición realiza un proceso de ubicar las regletas una seguida a la otra y buscar otras regletas que serían las respuesta ubicándolas arriba de las anteriores:</p>
<p><b>Comentario</b></p> <p>Para esta propuesta enmarcadas en las subcategorías: Conceptualización de la fracción como parte de un todo y la Resolución de problemas se observa que el estudiante (4-JJ) inicialmente mostraba dificultades en la <b>planteamiento y resolución de situaciones problemas</b>. Es de notar que confunde el concepto de área y volumen al referirse que “2/6 es el mismo espacio que 1/3”</p>	<p>ivan tiene un <math>\frac{1}{6}</math> / Su hermano le regalo hoy  si Ivan ayer tenia <math>\frac{1}{6}</math> ayer pero si hoy su her  le trave <math>\frac{1}{3}</math> de adición ¿cuánto tiene en total?  Solución</p>  <p><math>\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}</math></p>

Imagen 6. Producción textual

Tabla 23

Matriz de análisis momento 1A

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
			ANTES		
			Instrumento A		
			Situación	Aspecto (que evalúa)	Interpretación
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo.	5MM	1. Escribe debajo de cada gráfica: ¿cuánto representa la región sombreada del total de cada figura?	Representación de la fracción	La respuesta es correcta utiliza la fracción y en ella distingue cada uno de sus términos y su función.
			2. Represente en cada rectángulo la fracción pedida		Consigue simbolizar las divisiones correctas que corresponden en el todo, señalando e identifica las partes en relación al todo.
			3. Si la unidad, se representa por el siguiente triángulo: ¿Qué fracción representa la parte coloreada en la siguiente gráfica?	Representación de la fracción	Alcanza a reconocer lo relacionado al conteo respecto al total y lo enuncia de manera correcta teniendo en cuenta la relación de la parte y el todo.
	4. Si se suman las áreas sombreadas en las figuras A y B ¿cuánto es el área de dicha suma representada en el rectángulo C?		Representación de la fracción Adición de fracción.	En esta no logra dar respuesta a la adición en forma gráfica, como tampoco lo hace de manera numérica.	
	5. ¿Qué has aprendido de las fracciones?		Argumentación		
	6. ¿Has jugado alguna vez con fracciones? ¿te gustaría hacerlo? ¿por qué?		Argumentación	Dice que: “que ayuda a aprender mentalmente “	
					Responde: “no. Si porque es divertido jugar”

**Tabla 24**  
Matriz de análisis momento 1B

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
			<b>ANTES</b>		
			<b>Instrumento B</b>		
			<b>Situación</b>	<b>Aspecto (que evalúa)</b>	<b>Interpretación</b>
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo.	5MM	Había una vez una barra de chocolatina que tenía 24 pastillas Tic se comió 4 pastillas y Tac se comió 5	Relación parte todo.	No logra a dar respuesta a este interrogante. "Tac abajo y Tic arriba"
	Resolución de problemas		<p>1.¿ Qué parte de la barra de chocolatina se comió Tic? Y Tac?</p> <p>2. ¿ Qué parte se comieron entre los dos?</p> <p>3.¿ Qué fracción de la tableta representa: a¿ La barra entera? b.¿La parte que se comieron?</p> <p>4.Organiza la información en una tabla.</p> <p>5. Plantea una situación como el ejemplo anterior.</p> <p>6.¿ De qué manera resolver problemas con la suma de fracciones te ayuda a entender situaciones diarias?</p>	<p>Resolución de problemas mediante la adición de fracciones como relación parte todo.</p> <p>Resolución de problemas mediante la adición de fracciones como relación parte todo.</p> <p>Expresa información sobre la relación parte todo y sobre la suma de fracciones.</p> <p>Resolución de problemas (planteamiento de problemas)</p> <p>Argumentación</p>	<p>No responde a este interrogante, menos lo representa haciendo uso de la fracción. : "Tac. Se comió la parte de abajo y Tic se comió la parte de arriba hacia la derecha"</p> <p>No responde a este, tampoco lo simboliza concibiendo la fracción: "no. Si"</p> <p>No responde al interrogante.</p> <p>No responde al interrogante.</p> <p>No responde al interrogante.</p>

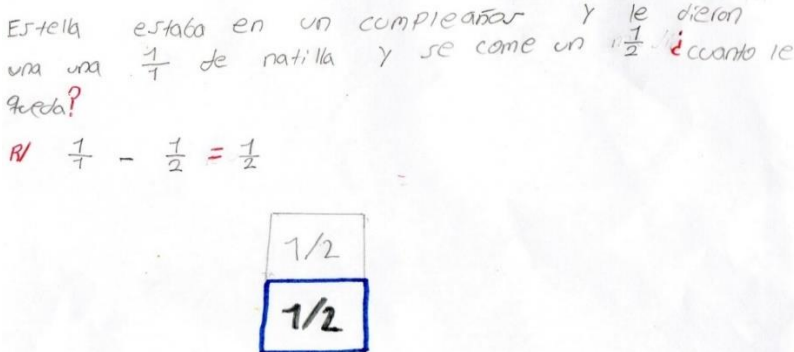
Tabla 25

Matriz de análisis momento 1C

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
			ANTES		
			Instrumento C		
			Situación	Aspecto (que evalúa)	Interpretación
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo	5MM	1. Andrea esta organizando algunos juguetes. ¿Cuántos juguetes muestra la figura? ¿Cuántos son peluches? ¿Qué parte del total de juguetes son peluches?	Representación, fracción como parte de un todo.	Hace el conteo y enuncia el todo, pero no relaciona las partes con el total.
	Resolución de problemas.		2. La abuela Gabriela está tejiendo un cojín. El diseño está dividido en 8 partes iguales. ¿Cuánto del total representa cada parte? ¿Las dos partes de color verde que fracción del total representan? Si se adicionan las dos partes amarillas y las dos partes rojas del diseño del cojín; ¿qué fracción del total se obtiene?	Representación, fracción como parte de un todo.  Adición de fracciones	Distingue el total, pero no cuánto representa cada parte y no responde referente a la parte que se obtiene al adicionar las fracciones.
Juego con regletas A <sup>3</sup>	Comprensión lógica de la adicción con fracciones como parte de un todo		3. César preparó un postre de Maracuyá. Lo partió en 12 partes iguales. Se comió $\frac{3}{12}$ , le dio a su hermana $\frac{4}{12}$ y a su vecino $\frac{1}{12}$ . ¿Qué parte del total del postre repartió? ¿Cuánto postre le quedó?	Resolución de problemas	Da respuesta, pero estas no son coherentes con el enunciado, no tiene en cuenta la relación numerador-denominador

**Tabla 26**

Matriz de análisis momento 2 y 3

Aplicación del Juego de las regletas A <sup>3</sup> DURANTE	Después de la aplicación del juego con las regletas A <sup>3</sup>
<p>Al iniciar esta parte de la propuesta, el ve en las regletas como un juguete, pero luego lo utiliza como la herramienta con la que se daría respuesta a algunas preguntas:</p> <p>¿Por qué estamos acá? “para aprender más”</p> <p>¿Saben que hay diferentes formas de sumar fracciones?</p> <p>“¿siii?” “¿Cómo?” “Que chévere” “Para esa suma las respuestas son tres” “Una suma puede tener varias respuestas” “Da lo mismo que la primera pregunta, es que ocupan el mismo espacio” “1/3 es el mismo espacio que 2/6”</p>	<p><b>Comentario</b></p> <p>Autores como: Brissiaud (1989-b) y Kamii (1984-1985-b) concuerdan que la comprensión del número es más que el aprendizaje de la sucesión numérica y el aprendizaje de la lectura y escritura de números, afirman que es principalmente adueñarse de un conjunto de signos como herramientas formativas en variados contextos en los cuales los niños tengan que resolver situaciones problemáticas relacionadas a la comparación de la extensión de las cantidades de varias colecciones. Se dice entonces que para este estudiante será necesario seguir enfatizando en la escritura, especialmente en su redacción. Desarrollo el juego con las regletas A<sup>3</sup> y se nota en él que le ha sido útil porque se ve que ha mejorado en gran parte las dificultades presentadas las cuales eran adición, <b>planteamiento y resolución de situaciones problemáticas</b>, escribió problemas y presento las soluciones, por tanto se puede decir que (5- MM ), logra mejorar con la aplicación del juego de las regletas A<sup>3</sup> :</p> <p>Estela estaba en un cumpleaños y le dieron una una <math>\frac{1}{4}</math> de natilla y se come un <math>\frac{1}{2}</math> ¿cuanto le queda?</p> <p>R/ <math>\frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}</math></p> 
<p><b>Comentario</b></p> <p>Para esta idea enmarcadas en las subcategorías: Conceptualización de la fracción como parte de un todo y la Resolución de problemas se observa que el estudiante (5-MM) inicialmente mostraba dificultades en la <b>adición, planteamiento y resolución de situaciones problemas</b>. Es de notar que confunde el concepto de área y volumen al referirse que “1/3 es el mismo espacio que 2/6”</p>	<p><b>Imagen 7.</b> Producción textual</p>

**Tabla 27**  
Matriz de análisis momento 1A

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
			ANTES		
			Instrumento A		
			Situación	Aspecto (que evalúa)	Interpretación
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo.	6FG	1. Escribe debajo de cada gráfica: ¿cuánto representa la región sombreada del total de cada figura?	Representación de la fracción	Da respuesta acertada, emplea la fracción y en ella diferencia cada uno de sus términos y su función.
			2. Represente en cada rectángulo la fracción pedida	Representación de la fracción	Realiza un trabajo impecable referente a las divisiones exactas que deben darse en el todo, marca e identifica las partes en relación al todo.
	3. Si la unidad, se representa por el siguiente triángulo: ¿Qué fracción representa la parte coloreada en la siguiente gráfica?		Representación de la fracción	Logran identificar lo concerniente a la cuantificación respecto al total lo expresa de forma correcta en relación de la parte y el todo.	
	4. Si se suman las áreas sombreadas en las figuras A y B ¿cuánto es el área de dicha suma representada en el rectángulo C?		Representación de la fracción Adición de fracción	Simboliza la adición en relación a un todo de manera correcta, tanto gráficamente como numéricamente.	
	5. ¿Qué has aprendido de las fracciones?		Argumentación		
	6. ¿Has jugado alguna vez con fracciones? ¿te gustaría hacerlo? ¿por qué?		Argumentación	Se expresa de forma clara: “Que las fracciones nos pueden ayudar a dividir o compartir”  Dice que no ha jugado y que si le gustaría hacerlo: “no. Si porque creo que uno se puede divertir con esta fracción matemática.”	



Tabla 28

Matriz de análisis momento 1B

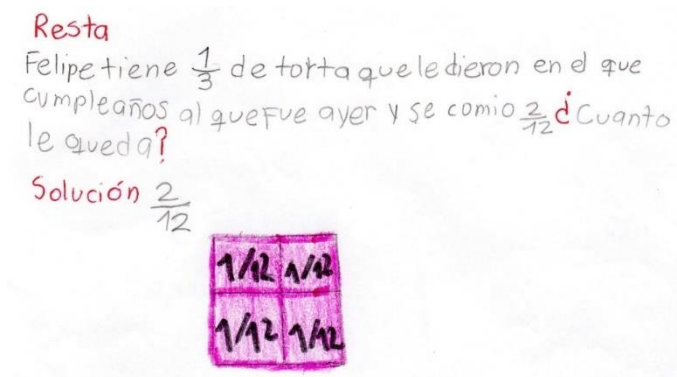
Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
			ANTES		
			<b>Instrumento B</b>		
			Situación	Aspecto (que evalúa)	Interpretación
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo.	6 FG	Había una vez una barra de chocolatina que tenía 24 pastillas Tic se comió 4 pastillas y Tac se comió 5	Relación parte todo.	Da respuesta de forma adecuada a este interrogante.
	Resolución de problemas		<p>1. ¿Qué parte de la barra de chocolatina se comió Tic? Y Tac?</p> <p>2. ¿Qué parte se comieron entre los dos?</p> <p>3. ¿Qué fracción de la tableta representa: a. La barra entera? b. ¿La parte que se comieron?</p> <p>4. Organiza la información en una tabla.</p> <p>5. Plantea una situación como el ejemplo anterior.</p> <p>6. ¿De qué manera resolver problemas con la suma de fracciones te ayuda a entender situaciones diarias?</p>	<p>Resolución de problemas mediante la adición de fracciones como relación parte todo.</p> <p>Resolución de problemas mediante la adición de fracciones como relación parte todo.</p> <p>Expresa información sobre la relación parte todo y sobre la suma de fracciones.</p> <p>Resolución de problemas (planteamiento de problemas)</p> <p>Argumentación</p>	<p>Responde haciendo uso de la fracción, pero en el momento de transcribir el denominador no corresponde al todo.</p> <p>Responde utilizando la fracción, pero en el momento escribir el denominador no corresponde al todo</p> <p>Responde utilizando la fracción, pero en el momento escribir el denominador no corresponde al todo</p> <p>Plantea una situación siguiendo la guía, lo hace tanto textual como gráfica: “pachito se comió 2 rebanadas de pastel y Daniela se comió 4 rebanadas de pastel. ¿Qué parte del pastel se comieron pachito y Daniela? ¿Qué parte se comieron entre los dos?</p> <p>Da respuesta diciendo: “me ayudaría de manera matemática a resolver distintas situaciones problemáticas”</p>

**Tabla 29**  
Matriz de análisis momento 1C

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
			Instrumento C		
			Situación	Aspecto (que evalúa)	Interpretación
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo	6FG	1. Andrea esta organizando algunos juguetes. ¿Cuántos juguetes muestra la figura? ¿Cuántos son peluches? ¿Qué parte del total de juguetes son peluches?	Representación, fracción como parte de un todo.	Consigue cuantificar y enunciar el todo, pero no relaciona la parte con el total.
	Resolución de problemas.		2. La abuela Gabriela está tejiendo un cojín. El diseño está dividido en 8 partes iguales. ¿Cuánto del total representa cada parte? ¿Las dos partes de color verde que fracción del total representan? Si se adicionan las dos partes amarillas y las dos partes rojas del diseño del cojín; ¿qué fracción del total se obtiene?	Representación, fracción como parte de un todo.  Adición de fracciones	Diferencia el total, cuanto representa cada parte y logra responder la parte que se consigue al adicionar las fracciones.
Juego con regletas A <sup>3</sup>	Comprensión lógica de la adición con fracciones como parte de un todo		3. César preparó un postre de Maracuyá. Lo partió en 12 partes iguales. Se comió $\frac{3}{12}$ , le dio a su hermana $\frac{4}{12}$ y a su vecino $\frac{1}{12}$ . ¿Qué parte del total del postre repartió? ¿Cuánto postre le quedó?	Resolución de problemas	Da respuesta correcta al interrogante, considera la relación numerador-denominador y lo simboliza acorde a lo requerido.

**Tabla 30**

Matriz de análisis momento 2 y 3

Aplicación del Juego de las regletas A <sup>3</sup> DURANTE	Después de la aplicación del juego con las regletas A <sup>3</sup>
<p>Durante la actividad como otras veces se mostró atenta y dispuesta a participar siguiendo cada una de las orientaciones del docente, al inicio formó diferentes figuras, como queriendo realizar casas, barcos, comparó algunas regletas, entre sus intervenciones están:</p> <p>“Esta es más grande que esta” (mientras las señala) “tres de estas es igual a la grande”</p> <p>Cuando se le preguntó por los pasos que siguió para sumar fracciones argumentó:</p> <p>“nosotros lo hicimos así”</p> <p>“Colocamos una regleta al lado de la otra”</p> <p>“Luego buscamos respuesta. Colocando una arriba de las otras regletas.”</p> <p>“Encontramos la respuesta. Ej.: <math>5/12</math>, <math>2/6</math> etc. “</p> <p>“<math>1/12 - 1/3 = 2/3 = 4/6 = 8/12</math>”</p> <p>“<math>1/2 - 1/3 = 1/6 = 2/12</math>”</p>	<p><b>Comentario</b></p> <p>Para Cotteron (1995), argumentar es “darle a los niños y niñas un cartucho de dinamita que puede hacer volar nuestra importancia, nuestra imagen de enseñante, de padre, de adulto “el plantear una situación problemática va de la mano con la argumentación, razón por la cual para los estudiantes y en este caso particular es preciso seguir reforzando en la redacción de situaciones problemática. Se desarrolló el juego con las regletas A<sup>3</sup> y se observa que este le ha sido útil porque se ve que ha mejorado en gran parte las dificultades presentadas las cuales eran <b>planteamiento y resolución de situaciones problemáticas</b>, escribió problemas y presento las soluciones, por tanto se puede decir que (6-FG ) justifica su respuesta de forma oral, logra mejorar con la aplicación del juego de las regletas A<sup>3</sup> :</p> 
<p><b>Comentario</b></p> <p>Para esta propuesta enmarcadas en las subcategorías: Conceptualización de la fracción como parte de un todo y la Resolución de problemas se observa que el estudiante (6-FG) inicialmente mostraba dificultades en el <b>planteamiento y resolución de situaciones problemas</b>.</p>	<p><b>Imagen 8.</b> Producción textual</p>

**Tabla 31***Matriz de análisis momento 1 A*

<b>Categoría</b>	<b>Subcategoría</b>	<b>Estudiante</b>	<b>Resultado de los Instrumentos (A, B, C)</b>		
			<b>ANTES</b>		
			<b>Instrumento A</b>		
			<b>Situación</b>	<b>Aspecto (que evalúa)</b>	<b>Interpretación</b>
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo.	7LM	1. Escribe debajo de cada gráfica: ¿cuánto representa la región sombreada del total de cada figura?	Representación de la fracción	Emplea la fracción, pero esto no pertenece a las orientaciones dadas, que dan base para afirmar que en ella diferencia cada uno de sus términos y su función
			2. Represente en cada rectángulo la fracción pedida		Consigue simbolizar las divisiones exactas que deben darse respecto al todo. Identifica las partes en relación al todo.
	3. Si la unidad, se representa por el siguiente triángulo: ¿Qué fracción representa la parte coloreada en la siguiente gráfica?		Representación de la fracción	Alcanza a expresar de forma apropiada la relación de la parte y el todo.	
	4. Si se suman las áreas sombreadas en las figuras A y B ¿cuánto es el área de dicha suma representada en el rectángulo C?		Representación de la fracción Adición de fracción.	En este caso no representa la adición en relación a un todo no lo hace en forma gráfica como tampoco numéricamente.	
	5. ¿Qué has aprendido de las fracciones?		Argumentación	No responde a esta pregunta.	
	6. ¿Has jugado alguna vez con fracciones? ¿te gustaría hacerlo? ¿por qué?		Argumentación	No responde a esta pregunta.	

Tabla 32

Matriz de análisis momento 1 B

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
			ANTES		
			Instrumento B		
			Situación	Aspecto (que evalúa)	Interpretación
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo.	7LM	Había una vez una barra de chocolatina que tenía 24 pastillas Tic se comió 4 pastillas y Tac se comió 5	Relación parte todo.	Da respuesta de forma correcta, tiene en cuenta los términos de la fracción y su función, numéricamente lo escribe.
	Resolución de problemas		<p>1.¿ Qué parte de la barra de chocolatina se comió Tic? Y Tac?</p> <p>2. ¿ Qué parte se comieron entre los dos?</p> <p>3¿ Qué fracción de la tableta representa:</p> <p>a¿ La barra entera?</p> <p>b.¿La parte que se comieron?</p> <p>4.Organiza la información en una tabla.</p> <p>5.Plantea una situación como el ejemplo anterior.</p> <p>6.¿ De qué manera resolver problemas con la suma de fracciones te ayuda a entender situaciones diarias?</p>	<p>Resolución de problemas mediante la adición de fracciones como relación parte todo.</p> <p>Resolución de problemas mediante la adición de fracciones como relación parte todo.</p> <p>Expresa información sobre la relación parte todo y sobre la suma de fracciones.</p> <p>Resolución de problemas (planteamiento de problemas)</p> <p>Argumentación</p>	<p>Textualmente responde correctamente, aunque no lo hace numéricamente.</p> <p>No da respuesta a este interrogante</p> <p>Expresa de forma correcta la respuesta utiliza la fracción, y tiene en cuenta el numerador y el denominador en relación al todo.</p> <p>Traza una situación de manera gráfica y también textual, aunque le es, necesario completarlo ya que no logró dejar claro el interrogante a resolver en esta: “Una vez dos niños llamados Marco y Juan se estaban comiendo una pizza la pizza tenía 10 pedazos y sólo se comieron 6”</p> <p>No responde al interrogante.</p>

**Tabla 33**

Matriz de análisis momento 1 C

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
			ANTES		
Instrumento C					
			Situación	Aspecto (que evalúa)	Interpretación
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo	7LM	1. Andrea esta organizando algunos juguetes. ¿Cuántos juguetes muestra la figura? ¿Cuántos son peluches? ¿Qué parte del total de juguetes son peluches?	Representación, fracción como parte de un todo.	Alcanza a expresar el todo, pero lo hace corresponder la parte con el total.
	Resolución de problemas.		2. La abuela Gabriela está tejiendo un cojín. El diseño está dividido en 8 partes iguales. ¿Cuánto del total representa cada parte? ¿Las dos partes de color verde que fracción del total representan? Si se adicionan las dos partes amarillas y las dos partes rojas del diseño del cojín; ¿qué fracción del total se obtiene?	Representación, fracción como parte de un todo.  Adición de fracciones	Diferencia el total, pero no cuánto representa cada parte, no consigue dar respuesta a qué se obtiene al adicionar las fracciones.
Juego con regletas A <sup>3</sup>	Comprensión lógica de la adicción con fracciones como parte de un todo		3. César preparó un postre de Maracuyá. Lo partió en 12 partes iguales. Se comió $\frac{3}{12}$ , le dio a su hermana $\frac{4}{12}$ y a su vecino $\frac{1}{12}$ . ¿Qué parte del total del postre repartió? ¿Cuánto postre le quedó?	Resolución de problemas	Su respuesta es acertada tiene en cuenta la relación numerador-denominador.

Tabla 34

Matriz de análisis momento 2 y 3

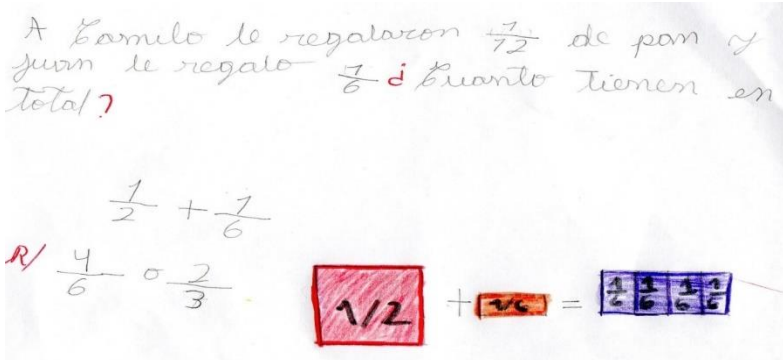
Aplicación del Juego de las regletas A <sup>3</sup> DURANTE	Después de la aplicación del juego con las regletas A <sup>3</sup>
<p>Mientras se da inicio lo primero que hace es explorar el material, compara y toca cada una de las regletas, cuenta y las clasifica por grupos según los colores y tamaños:</p> <p>Algunos de los comentarios fueron:</p> <p>“Nuestro grupo hizo la suma de un medio y un tercio y nos dios cinco sextos”</p> <p>“Aquí está” (mientras señala)</p> <p>“Aquí las estoy acomodando, si me di puedo buscar otras sumas”</p> <p>“Descubrimos fracciones que se pueden sumar y restar y comparar “</p> <p>“Primero busque las regletas que tengan el mismo espacio para sumar”</p> <p>“La actividad me parece bacana “</p> <p><b>Comentario</b></p> <p>En la actividad enmarcada en las subcategorías: Conceptualización de la fracción como parte de un todo y la Resolución de problemas se evidencia que el estudiante (7-LM) inicialmente presentaba dificultades en la <b>distinción de cada uno de los términos de la fracción, así como su función, adición, planteamiento y resolución de situaciones problemas.</b></p>	<p><b>Comentario</b></p> <p>“Llegar a la comprensión del concepto de fracción es un largo camino debido a sus múltiples interpretaciones, sin mencionar a las ya establecidas desde el lenguaje cotidiano, cuestión que suele estar presente en los procesos de aprendizaje de estos temas” (S. Llinares y M. V. Sánchez, 1997, p.189-c). Entender el concepto de fracción obedece de cómo se razone cada significado, por lo que es de gran valor tener claro que significa cada uno de ellos; así entonces se muestra que el estudiante (7LM) inicialmente presentaba dificultades en la <b>distinción de cada uno de los términos de la fracción, así como su función, adición, planteamiento y resolución de situaciones problemas.</b> Justifica su respuesta de forma oral. Esta situación es superada con la aplicación del juego de las regletas A<sup>3</sup> por tanto se nota como luego presenta situaciones problemas y las resuelve ejemplo de esto:</p>  <p>Imagen 9. Producción textual</p>

Tabla 35

Matriz de análisis momento 1A

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
ANTES					
<b>Instrumento A</b>					
			Situación	Aspecto (que evalúa)	Interpretación
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo.	8JP	1. Escribe debajo de cada gráfica: ¿cuánto representa la región sombreada del total de cada figura?	Representación de la fracción	No utiliza la fracción no responde teniendo en cuenta las orientaciones planteadas que consentirían afirmar que en ella diferencia cada uno de sus términos y su función
			2. Represente en cada rectángulo la fracción pedida		
	Resolución de problemas		3. Si la unidad, se representa por el siguiente triángulo: ¿Qué fracción representa la parte coloreada en la siguiente gráfica?	Representación de la fracción	Realiza las divisiones que deben darse en el todo, pero no reconoce las partes en relación al todo.
			4. Si se suman las áreas sombreadas en las figuras A y B ¿cuánto es el área de dicha suma representada en el rectángulo C?	Representación de la fracción Adición de fracción.	No da respuesta a este interrogante
	5. ¿Qué has aprendido de las fracciones?			No logra expresar de forma clara a lo que se pregunta.	
	6. ¿Has jugado alguna vez con fracciones? ¿te gustaría hacerlo? ¿por qué?		Argumentación		
	Argumentación	Es corto en su argumentación, sólo responde: “que hay que aprender”			
		Indica que no ha jugado y que, si le gustaría hacerlo, también: “porque es divertido aprender mucho”			



Tabla 36

Matriz de análisis momento 1B

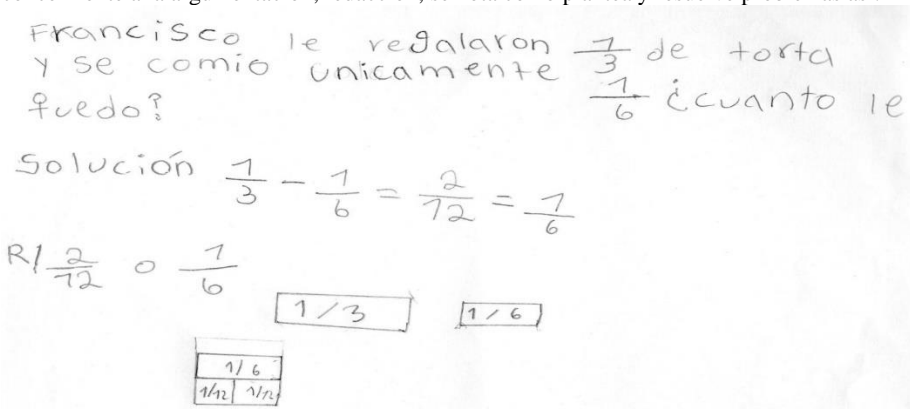
Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C) ANTES
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo.	8JP	<p><b>Instrumento B</b></p> <p><b>Situación</b></p> <p>Había una vez una barra de chocolatina que tenía 24 pastillas Tic se comió 4 pastillas y Tac se comió 5</p> <p>1.¿ Qué parte de la barra de chocolatina se comió Tic? Y Tac?</p>
	Resolución de problemas		<p>2. ¿ Qué parte se comieron entre los dos?</p> <p>3¿ Qué fracción de la tableta representa:</p> <p>a¿ La barra entera?</p> <p>b.¿La parte que se comieron?</p> <p>4.Organiza la información en una tabla.</p> <p>5.Plantea una situación como el ejemplo anterior.</p> <p>6.¿ De qué manera resolver problemas con la suma de fracciones te ayuda a entender situaciones diarias?</p>
			<p>Relación parte todo.</p> <p>Resolución de problemas mediante la adición de fracciones como relación parte todo.</p> <p>Resolución de problemas mediante la adición de fracciones como relación parte todo.</p> <p>Expresa información sobre la relación parte todo y sobre la suma de fracciones.</p> <p>Resolución de problemas (planteamiento de problemas)</p> <p>Argumentación</p>
			<p>No da respuesta de forma correcta a este interrogante, el momento de cuantificar la relación con el todo y las partes no es la indicada.</p> <p>Cuantifica, responde a las partes, pero no tiene en cuenta la relación con el todo. Lo hace textualmente.</p> <p>Responde de manera textual, aunque teniendo en cuenta las partes sin la relación con el todo.</p> <p>Para la organización de esta tabla no logra expresarlo de forma coherente.</p> <p>Plantea una situación problemáticas, pero no la relaciona con las fracciones: "Juancho se quiere comprar un perito, pero el perito vale 10.000 pero si él tiene 5.000 ¿cuánto le falta?</p> <p>No responde al interrogante.</p>

**Tabla 37**  
Matriz de análisis momento 1C

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
			ANTES		
			Instrumento C		
			Situación	Aspecto (que evalúa)	Interpretación
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo	8JP	1. Andrea esta organizando algunos juguetes. ¿Cuántos juguetes muestra la figura? ¿Cuántos son peluches? ¿Qué parte del total de juguetes son peluches?	Representación, fracción como parte de un todo.	Consigue cuantificar y expresar el todo, pero no relaciona la parte con el todo.
	Resolución de problemas.		Representación, fracción como parte de un todo.		
	2. La abuela Gabriela está tejiendo un cojín. El diseño está dividido en 8 partes iguales. ¿Cuánto del total representa cada parte? ¿Las dos partes de color verde que fracción del total representan? Si se adicionan las dos partes amarillas y las dos partes rojas del diseño del cojín; ¿qué fracción del total se obtiene?		Adición de fracciones	No responde al interrogante.	
	3. César preparó un postre de Maracuyá. Lo partió en 12 partes iguales. Se comió $\frac{3}{12}$ , le dio a su hermana $\frac{4}{12}$ y a su vecino $\frac{1}{12}$ . ¿Qué parte del total del postre repartió? ¿Cuánto postre le quedó?		Resolución de problemas	No responde al interrogante.	
Juego con regletas A <sup>3</sup>	Comprensión lógica de la adicción con fracciones como parte de un todo				

Tabla 38

Matriz de análisis momento 2 y 3

Aplicación del Juego de las regletas A <sup>3</sup> DURANTE	Después de la aplicación del juego con las regletas A <sup>3</sup>
<p>Algunos de los comentarios mientras se realizaba la actividad fueron:</p> <p>“Las fichas son distintas”</p> <p>“Unas son cuadradas y otras se parecen un rectángulo”</p> <p>“Dos cuadrados forman un rectángulo”</p> <p>“Seis sextos nos dan la unidad y tres tercios también” (mientras los comparaba)</p> <p>“Son fracciones equivalentes porque ocupan el mismo espacio”</p> <p>“Para sumar pusimos unas junto a las otras y encima las equivalentes y esa es la respuesta porque ocupa lo mismo”</p>	<p><b>Comentario</b></p> <p>Como lo plantea Obando (2006-b) para conceptualizar los fraccionarios el acto de medir es fundamental, de este provienen las fracciones, estas pueden ser definidas como “<b>una nueva cantidad</b> que expresa la relación cuantitativa entre una cierta cantidad de magnitud tomada como unidad (todo) y otra cantidad de magnitud tomada como parte” (p. 61). Es así como durante el desarrollo de las actividades se observa que el estudiante (8JP) inicialmente presentaba dificultades en la <b>distinción de cada uno de los términos de la fracción, así como su función, adición, planteamiento y resolución de situaciones problemas</b>. Esta situación es superada con la aplicación del juego de las regletas A<sup>3</sup> se puede evidenciar que ha tenido una mejoría ya que formula y soluciona situaciones problemáticas, aunque es necesario seguir reforzando lo concerniente a la argumentación, redacción, se nota como plantea y resuelve problemas así:</p>  <p>Francisco le regaló <math>\frac{1}{3}</math> de torta y se comió únicamente <math>\frac{1}{6}</math> ¿cuánto le quedó?</p> <p>Solución <math>\frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}</math></p> <p>R/ <math>\frac{2}{6}</math> o <math>\frac{1}{3}</math></p> <p>Diagramas de fracciones: <math>\frac{1}{3}</math>, <math>\frac{1}{6}</math>, <math>\frac{1}{6}</math>, <math>\frac{1}{6}</math>, <math>\frac{1}{6}</math>, <math>\frac{1}{6}</math></p>
<p><b>Comentario</b></p> <p>El estudiante (8-JP) inicialmente presentaba dificultades en la <b>distinción de cada uno de los términos de la fracción, así como su función, adición, planteamiento y resolución de situaciones problemas</b>.</p>	<p><i>Imagen 10. Producción textual</i></p>

**Tabla 39**

Matriz de análisis momento 1A

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C) ANTES		
			<b>Instrumento A</b>		
			<b>Situación</b>	<b>Aspecto (que evalúa)</b>	<b>Interpretación</b>
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo.	9SA	1. Escribe debajo de cada gráfica: ¿cuánto representa la región sombreada del total de cada figura?	Representación de la fracción	Reconoce la fracción y en ella diferencia cada uno de sus términos y su función.
			2. Represente en cada rectángulo la fracción pedida		No logra expresar de forma clara respuesta a lo que se pregunta.
	3. Si la unidad, se representa por el siguiente triángulo: ¿Qué fracción representa la parte coloreada en la siguiente gráfica?		Representación de la fracción	Identifica lo referente a la cuantificación en relación al total al expresar de manera correcta en referente a la parte y el todo.	
	4. Si se suman las áreas sombreadas en las figuras A y B ¿cuánto es el área de dicha suma representada en el rectángulo C?		Representación de la fracción Adición de fracción.	Responde de manera acertada a la adición, tiene relación con el todo, de forma gráfica como numérica.	
	5. ¿Qué has aprendido de las fracciones?		Argumentación	La respuesta no es acorde a lo que se le interroga. Escribe que: “cuando hay espacio sumando y hay espacio sin sombrear hay que hacer así: 7/18”	
	6. ¿Has jugado alguna vez con fracciones? ¿te gustaría hacerlo? ¿por qué?		Argumentación	Dice que no ha jugado y que si le gustaría hacerlo: “no. Si porque es un juego de matemáticas”	

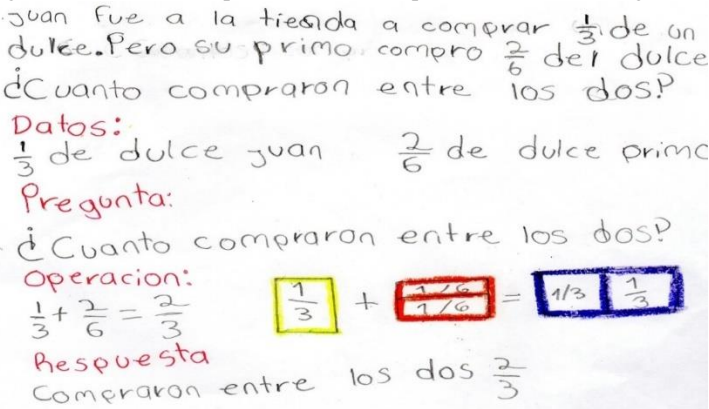
**Tabla 40**  
*Matriz de análisis momento 1B*

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C) ANTES		
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo.	9SA	<b>Instrumento B</b>		
	Resolución de problemas		<b>Situación</b>	<b>Aspecto (que evalúa)</b>	<b>Interpretación</b>
			<p>Había una vez una barra de chocolatina que tenía 24 pastillas Tic se comió 4 pastillas y Tac se comió 5</p> <p>1.¿ Qué parte de la barra de chocolatina se comió Tic? Y Tac?</p> <p>2. ¿ Qué parte se comieron entre los dos?</p> <p>3¿ Que fracción de la tableta representa:                      a¿ La barra entera?                      b.¿La parte que se comieron?</p> <p>4.Organiza la información en una tabla.</p> <p>5.Plantea una situación como el ejemplo anterior.</p> <p>6.¿ De qué manera resolver problemas con la suma de fracciones te ayuda a entender situaciones diarias?</p>	<p>Relación parte todo.</p> <p>Resolución de problemas mediante la adición de fracciones como relación parte todo.</p> <p>Resolución de problemas mediante la adición de fracciones como relación parte todo.</p> <p>Expresa información sobre la relación parte todo y sobre la suma de fracciones.</p> <p>Resolución de problemas (planteamiento de problemas)</p> <p>Argumentación</p>	<p>No da respuesta según lo requerido lo hace textualmente: “tic 4, tac 5.</p> <p>Responde acertadamente, pero lo hace teniendo en cuenta las partes, y a manera textual, no utiliza la parte numérica.</p> <p>No hay coherencia en la respuesta a este interrogante: “Esta no es” “este si es”.</p> <p>Responde utilizando la fracción, haciendo corresponder numerador y denominador, lo hace de forma correcta.</p> <p>Presenta una situación tratando de seguir la guía, aunque lo hace textual este es en esencial la presentada en el instrumento, cambia datos, pero básicamente es el mismo: “había una vez dos ratoncitos el más grande se llamaba tac y el pequeño tic vieron una barra de chocolate que tenía 24 pastillas tac se comió 5 y tic se comió 4”</p> <p>Da respuesta y esta no muestra ser clara para el interrogante lo hace diciendo: “sumando todas las fracciones y así es la manera que yo lo resuelvo”</p>

**Tabla 41***Matriz de análisis momento 1C*

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
			ANTES		
			Instrumento C		
			Situación	Aspecto (que evalúa)	Interpretación
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo	9SA	1. Andrea esta organizando algunos juguetes. ¿Cuántos juguetes muestra la figura? ¿Cuántos son peluches? ¿Qué parte del total de juguetes son peluches?	Representación, fracción como parte de un todo.	Realiza el conteo y da a conocer el todo, luego reconoce las partes, pero no establece la relación de las partes con el todo.
	Resolución de problemas.		2. La abuela Gabriela está tejiendo un cojín. El diseño está dividido en 8 partes iguales. ¿Cuánto del total representa cada parte? ¿Las dos partes de color verde que fracción del total representan? Si se adicionan las dos partes amarillas y las dos partes rojas del diseño del cojín; ¿qué fracción del total se obtiene?	Representación, fracción como parte de un todo.  Adición de fracciones	Diferencia el total, pero no lo que representa cada parte, aunque de manera correcta responde el resultado de adicionar las fracciones.
Juego con regletas A <sup>3</sup>	Comprensión lógica de la adicción con fracciones como parte de un todo		3. César preparó un postre de Maracuyá. Lo partió en 12 partes iguales. Se comió $\frac{3}{12}$ , le dio a su hermana $\frac{4}{12}$ y a su vecino $\frac{1}{12}$ . ¿Qué parte del total del postre repartió? ¿Cuánto postre le quedó?	Resolución de problemas	Da respuesta teniendo en cuenta los números naturales, no considera la relación numerador-denominador

**Tabla 42**  
Matriz de análisis momento 2 y 3

<p>Aplicación del Juego de las regletas A<sup>3</sup> <b>DURANTE</b></p>	<p>Después de la aplicación del juego con las regletas A<sup>3</sup></p>
<p>En los momentos mientras se desarrolló la actividad aun cuando es un estudiante de conversar poco, el interés que mostro a esta fue notorio, sus participaciones orales pocas y alguna de ellas fueron relacionadas con el color y el tamaño de las regletas:</p> <p>“Hay varias que ocupan el mismo espacio”                      “Es como estar jugando”                      “Con las regletas hay diferentes maneras de sumar fracciones”                      “algunas dan lo mismo y son diferente las regletas que se usan”                      “Es más fácil aprender de las fracciones con estas fichas”</p> <p><b>Comentario</b>                      El estudiante (9-SA) en los pretest presentaba dificultades en la <b>adición, planteamiento y resolución de situaciones problemas.</b></p>	<p><b>Comentario</b>                      Desde la óptica de Ausubel (1983) El aprendizaje es significativo teniendo en cuenta que los contenidos a enseñar deben responder a las necesidades del estudiante y no a lo que él ya sabe. Se debe tener en cuenta que las ideas se relacionan con un aspecto previo y transcendental de la estructura cognitiva del estudiante, esta puede ser un símbolo, imagen o concepto ya típico. (p 18). Mientras se desarrollaban las actividades enmarcadas en las subcategoría: Conceptualización de la fracción como parte de un todo y la Resolución de problemas se evidencia que el estudiante (9-SA) inicialmente presentaba dificultades en la <b>adición, planteamiento y resolución de situaciones problemas,</b> esta situación es superada con la aplicación del juego de las regletas A<sup>3</sup> es así como plantea situaciones problémicas como la siguiente:</p>  <p>Juan fue a la tienda a comprar <math>\frac{1}{3}</math> de un dulce. Pero su primo compro <math>\frac{2}{6}</math> del dulce.                      ¿Cuanto compraron entre los dos?                      Datos: <math>\frac{1}{3}</math> de dulce juan    <math>\frac{2}{6}</math> de dulce primo                      Pregunta: ¿Cuanto compraron entre los dos?                      Operacion: <math>\frac{1}{3} + \frac{2}{6} = \frac{2}{3}</math>    <math>\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}</math>                      Respuesta: Compraron entre los dos <math>\frac{2}{3}</math></p>

**Imagen 11.** Producción textual

**Tabla 43***Matriz de análisis momento 1A*

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
			<b>ANTES</b>		
			<b>Instrumento A</b>		
			<b>Situación</b>	<b>Aspecto (que evalúa)</b>	<b>Interpretación</b>
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo.	10JM	1. Escribe debajo de cada gráfica: ¿cuánto representa la región sombreada del total de cada figura?	Representación de la fracción	De forma correcta responde, la fracción en ella distingue cada uno de sus términos y su función
			2. Represente en cada rectángulo la fracción pedida		Identifica las partes en relación al todo. Logra representar las divisiones exactas que deben darse en el todo.
	3. Si la unidad, se representa por el siguiente triángulo: ¿Qué fracción representa la parte coloreada en la siguiente gráfica?		Representación de la fracción	Consigue expresar de forma correcta la relación de la parte y el todo.	
	4. Si se suman las áreas sombreadas en las figuras A y B ¿cuánto es el área de dicha suma representada en el rectángulo C?		Representación de la fracción Adición de fracción.	Representa la adición en relación a un todo de manera correcta, de manera gráficamente, pero no lo expresa de manera numérica.	
	5. ¿Qué has aprendido de las fracciones?		Argumentación	No es clara su respuesta: “yo aprendí que en las fracciones que uno puede compartir”	
	6. ¿Has jugado alguna vez con fracciones? ¿te gustaría hacerlo? ¿por qué?		Argumentación	No responde al interrogante.	



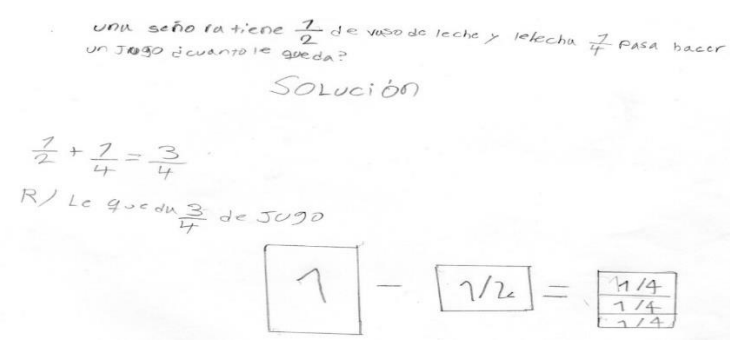
**Tabla 44***Matriz de análisis momento 1B*

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
			<b>ANTES</b>		
			<b>Instrumento B</b>		
			<b>Situación</b>	<b>Aspecto (que evalúa)</b>	<b>Interpretación</b>
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo.	10JM	Había una vez una barra de chocolatina que tenía 24 pastillas Tic se comió 4 pastillas y Tac se comió 5 1.¿ Qué parte de la barra de chocolatina se comió Tic? Y Tac?	Relación parte todo.	La respuesta no es dada teniendo en cuenta la parte numérica, tampoco la relación numerador-denominador: “tic se comió la esquina y tac se comió la mitad de abajo”.
	Resolución de problemas		2. ¿ Qué parte se comieron entre los dos? 3¿ Qué fracción de la tableta representa: a¿ La barra entera? b.¿La parte que se comieron?  4.Organiza la información en una tabla.  5.Plantea una situación como el ejemplo anterior.  6.¿ De qué manera resolver problemas con la suma de fracciones te ayuda a entender situaciones diarias?	Resolución de problemas mediante la adición de fracciones como relación parte todo.  Resolución de problemas mediante la adición de fracciones como relación parte todo.  Expresa información sobre la relación parte todo y sobre la suma de fracciones.  Resolución de problemas (planteamiento de problemas)  Argumentación	Logra responder de forma correcta al interrogante teniendo en cuenta la relación numerador y denominador. (numéricamente).  Responde correctamente al interrogante teniendo en cuenta la relación numerador y denominador. (numéricamente).  Su proceder es correcto, utiliza la fracción, haciendo corresponder numerador y denominador. Plantea una situación, pero es preciso terminarla ya que no presenta el interrogante: “Había una vez un vaso de jugo que tenía 4/4 weeli se tomó un cuarto y Pau se tomó tres cuartos”  Para los lectores esta respuesta podrá no ser clara ya que él Dice: “me ayuda a compartir con mis amigos en partes iguales”

**Tabla 45***Matriz de análisis momento 1C*

Categoría	Subcategoría	Estudiante	Resultado de los Instrumentos (A, B, C)		
			<b>ANTES</b>		
			<b>Instrumento C</b>		
			<b>Situación</b>	<b>Aspecto (que evalúa)</b>	<b>Interpretación</b>
Adición entre fracciones	Conceptualización de la fracción como parte de un todo	10JM	1. Andrea esta organizando algunos juguetes. ¿Cuántos juguetes muestra la figura? ¿Cuántos son peluches? ¿Qué parte del total de juguetes son peluches?	Representación, fracción como parte de un todo.	Relaciona la parte con el total. Consigue cuantificar y expresar el todo, pero no deja ver la relación de las partes con el todo.
	Resolución de problemas.		2. La abuela Gabriela está tejiendo un cojín. El diseño está dividido en 8 partes iguales. ¿Cuánto del total representa cada parte? ¿Las dos partes de color verde que fracción del total representan? Si se adicionan las dos partes amarillas y las dos partes rojas del diseño del cojín; ¿qué fracción del total se obtiene?	Representación, fracción como parte de un todo.  Adición de fracciones	Diferencia el total, cuanto representa cada parte y logra dar respuestas a la parte que se obtiene al adicionar las fracciones.
Juego con regletas A <sup>3</sup>	Comprensión lógica de la adición con fracciones como parte de un todo		3. César preparó un postre de Maracuyá. Lo partió en 12 partes iguales. Se comió $\frac{3}{12}$ , le dio a su hermana $\frac{4}{12}$ y a su vecino $\frac{1}{12}$ . ¿Qué parte del total del postre repartió? ¿Cuánto postre le quedó?	Resolución de problemas	Reconoce la relación numerador-denominador, lo expresa de forma correcta.

**Tabla 46**  
Matriz de análisis momento 2 y 3

Aplicación del Juego de las regletas A <sup>3</sup> DURANTE	Después de la aplicación del juego con las regletas A <sup>3</sup>
<p>En la actividad dio muestra de estar dispuesto a participar siguiendo cada una de las orientaciones del docente, entre sus intervenciones están:</p> <p>“Las regletas son las que dibujamos y recortamos los días anteriores” “tienen diferentes tamaños”</p> <p>“Sumando con las regletas es más fácil y podemos encontrar varias respuestas”</p> <p>“Mire profe así:”</p> <p><math>1/2 + 2/4 = 3/3</math> y <math>2/2</math>, también <math>6/6</math> y otro es <math>12/12</math> si vio tiene varias respuestas”</p> <p>“Profe con las regletas se suma y también se puede aprender a restar” “Jugamos y aprendemos” “Me divierte trabajar con las regletas” “Umm. Pero también aprendo”</p>	<p><b>Comentario</b></p> <p>Desde la psicología evolutiva se plantea que, los niños menores de doce años, tienen la necesidad de tener contacto físico con los objetos que presenta la situación problemática, maniobrar, para así poder comprender mejor, ya que él no cuenta con la habilidad de pensar en abstracto de manera efectiva, entonces la clave está en manifestarle a los niños los problemas de forma concreta, haciendo concreto lo abstracto. (Cardelli, 2012-b).</p> <p>Las actividades enmarcadas en las subcategorías: Conceptualización de la fracción como parte de un todo y la Resolución de problemas se observa que el estudiante (10-JM) inicialmente presentaba dificultades en el <b>planteamiento y resolución de situaciones problemas</b>. esta situación es superada con la aplicación del juego de las regletas A<sup>3</sup>. Presento escritos donde muestra situaciones problemáticas a la vez que las soluciono, por tanto, se precisa que esta actividad fue útil para él:</p>  <p>una señora tiene <math>\frac{1}{2}</math> de vaso de leche y le falta <math>\frac{1}{4}</math> para hacer un jugo ¿cuánto le queda?</p> <p>SOLUCIÓN</p> <p><math>\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}</math></p> <p>R/ Le queda <math>\frac{3}{4}</math> de JUGO</p> <p>Diagram: A box containing '1' minus a box containing '1/2' equals a box containing '1/4'.</p>
<p><b>Comentario</b></p> <p>La actividad enmarcada en las subcategorías: Conceptualización de la fracción como parte de un todo y la Resolución de problemas se evidencia que el estudiante (10-JM) presentaba dificultades en el <b>planteamiento y resolución de situaciones problemas</b>.</p>	<p><b>Imagen 12.</b> Producción textual</p>

## 4.2 Análisis comparativo de los tres momentos (Triangulación)

La interpretación y el análisis descriptivo permitió hacer la triangulación. Teniendo en cuenta las categorías y subcategoría son de gran ayuda los siguientes aportes:

El juego proporciona alegría, placer, satisfacción y puede llevar al niño a crear, soñar, viajar o trasportarse entre la ficción y la realidad (Triana, 2013-b).

Es así como durante el diseño y aplicación del juego con las regletas  $A^3$  se pudo observar en la gran mayoría de los estudiantes participantes en esta propuesta investigativa el disfrute de dicha actividad, mediante las diferentes gesticulaciones y expresiones verbales donde se reflejaba en ellos gran placer, notándose además un interactuar constante en cada uno de ellos, asumieron la actividad con la alegría que trae consigo un juego, aunque sin ellos saberlo este tiene un aprendizaje significativo.

Durante la aplicación de los pretest los 10 estudiantes presentaron dificultades relacionadas con el planteamiento y resolución de situaciones problemas, 7 de ellos aparte de esto también se le dificulta resolver situaciones aditivas con las fracciones y 4 presentan todas estas más la relacionada con la interpretación de la fracción como parte –todo. Recogiendo los datos aportados por la población objeto de estudio en los diferentes momentos del juego de las regletas  $A^3$ , así entonces en cada caso lo identificado en los estudiantes es lo siguiente:

(1-JM) quien inicialmente presentaba dificultades en la distinción de cada uno de los términos de la fracción así como su función, logra superarla con la aplicación del juego de las

regletas  $A^3$ . Luego de la actividad el estudiante muestra que le ha sido útil ya que logra la Conceptualización de la fracción y su adición como parte de un todo, planteo situaciones problémicas y dio soluciones a ellas, aunque sigue teniendo dificultades en el momento de redactar el enunciado. Esto se evidenció mediante la producción textual que realizo (ver imagen.3), predominando en esta las representaciones pictóricas.

(2- AM), en el estudiante se evidencia que le ha sido de provecho ya que pudo superar las dificultades presentadas las cuales eran relacionado con la **adición, planteamiento y resolución de situaciones problémicas**. Redactó problemas y presentó las soluciones, por tanto, se puede ver que logra superarla con la aplicación del juego de las regletas  $A^3$ , en esta experiencia se le presentó a los estudiantes la posibilidad de hacer concreto lo abstracto. Se observa en su producción la representación de forma pictórica en el momento de dar respuesta. (ver imagen. 4).

(3- AY), lo que se observa en este estudiante es que luego de hecha la actividad del juego con las regletas  $A^3$  (manipulación de regletas- concreto) en él se nota que le ha sido fructífera ya que pudo superar las dificultades presentadas las cuales eran relacionado con la **distinción de cada uno de los términos de la fracción, así como su función, adición, planteamiento y resolución de situaciones problémicas**. Redactó problemas y presentó soluciones, por tanto, se puede ver su avance con la aplicación del juego de las regletas  $A^3$ . Para evidenciar lo anteriormente citado en la etapa de evaluación él presentó en su redacción una situación problémica a la cual le da solución de forma abstracta acompañada de la representación pictórica. (ver imagen. 5).

(4JJ), Se dice entonces que para este caso con el estudiante, aunque su redacción sigue teniendo aspectos por mejorar, realizado el juego con las regletas  $A^3$  en él se observa que le ha sido útil porque demuestra haber superado en gran parte las dificultades presentadas las cuales eran **planteamiento y resolución de situaciones problémicas**, escribió problemas y presentó las soluciones, por tanto se puede decir que (4- JJ ), logra mejorar con la aplicación del juego de las regletas  $A^3$  , para llegar a la respuesta de la situación la cual es una adición realiza un proceso de ubicar las regletas una seguida a la otra y buscar otras regletas que serían las respuesta ubicándolas arriba de las anteriores (concreto), pero también lo presenta en forma abstracta cuando lo representa en términos aritméticos. (ver imagen. 6).

(5- MM), Se adueña de signos en diferentes contextos para resolver la problemática planteada, se nota errores de redacción en su escrito, aunque la solución planteada al problema es acertada. Desarrollo el juego con las regletas  $A^3$  y se notó sus avances porque mejoró en gran parte las dificultades presentadas las cuales eran adición, **planteamiento y resolución de situaciones problémicas**. (ver imagen. 7).

(6-FG) muestra haber mejorado en gran parte las dificultades presentadas las cuales eran **planteamiento y resolución de situaciones problémicas**, escribió problemas y presento las soluciones de forma pictórica, justifica sus respuestas de forma oral en el momento de socializar su producción. (ver imagen. 8).

(7LM) inicialmente presentaba dificultades en la **distinción de cada uno de los términos de la fracción, así como su función, adición, planteamiento y resolución de situaciones**

**problemas.** Posterior a la aplicación de las regletas A<sup>3</sup> distingue correctamente los términos de las fracciones, planteando y solucionando problemas aditivos entre fracciones, explica oralmente la solución a sus compañeros, su avance notoriamente con pudo ser evidenciado en lo pictórico y abstracto. (Ver imagen. 9).

(8JP) Presentaba dificultades en la **distinción de cada uno de los términos de la fracción, así como su función, adición, planteamiento y resolución de situaciones problemas.** Esta situación es superada con la aplicación de las regletas A<sup>3</sup> se puede notar que ha tenido una mejoría ya que formula y soluciona situaciones problémicas, aunque es necesario seguir reforzando lo concerniente a la argumentación, redacción, su trabajo fue pictórico y abstracto. (ver imagen. 10)

(9-SA) primeramente presentaba dificultades en la **adición, planteamiento y resolución de situaciones problemas,** luego de usar las regletas A<sup>3</sup> logra plantear y resolver situaciones problémicas de forma pictórica y abstracta. (ver imagen. 11).

(10-JM) Presentaba dificultades en el **planteamiento y resolución de situaciones problemas.** Esto es superado, ya que Presentó escritos donde muestra situaciones problémicas a la vez que las solucionó, de forma pictórica y abstracta. (ver imagen. 11).

Debido a las anteriores situaciones se retoman aportes como los de: Freudenthal (1983-c), Streefland (1991-1993-b), Peralta (1994) y Goffree (2000). Ante esto es preciso favorecer entornos que reconozcan el desarrollo de conocimientos reflexivos que brinden al estudiante la edificación de relaciones y representaciones simbólicas mediante su propia práctica, llevándolos a la realización, interpretación, discusión y representación de procesos de procedimiento a situaciones

problémicas referente a las operaciones con fracciones y su descripción en los niveles concretos y simbólicos. Los estudiantes rehacen mentalmente sus vivencias diarias en un contexto de interacción sobresaliendo condiciones lúdicas mientras se lleva a cabo el proceso de enseñanza aprendizaje con fracciones.

Se plantea desde la psicología evolutiva que los niños menores de doce años, tienen la necesidad de tener contacto físico con los objetos que presenta la situación problémicas, manipularlos, para así poder entender mejor, ya que él no ha desarrollado la habilidad de pensar en abstracto de manera efectiva, entonces la clave está en mostrarle a los niños los problemas de forma concreta, haciendo concreto lo abstracto. (Cardelli, 2012-c).

Los niños al manipular las regletas  $A^3$  observaban de manera exploratoria estas, lograban por su cuenta encontrar equivalencias en superficies, aunque argumentando en algunas oportunidades “ocupan el mismo espacio” como si fuese un volumen; el manipular y la confrontación de las regletas los llevo a establecer la relación de equivalencia, por tanto, esto es concordante en lo presentado por Cardelli.

Los conceptos de suma y resta de fracciones positivas están asociados a la agregación o disgregación de cantidades de una misma magnitud. Los correspondientes algoritmos de cálculo se justifican por la necesidad de medir ambas cantidades con la misma subunidad y, por tanto, por la necesidad de operar con fracciones equivalentes. (Gairin, 2003-b).



Al establecer con las regletas  $A^3$  las equivalencias los estudiantes pudieron obtener diferentes respuestas de la suma entre fracciones en forma rápida, manifestándose por ellos en expresiones tales como “ahora si veo la suma”, “huy así si es fácil sumar ” , “así si entiendo”, “ponga otra profe o se la invento”.

Según lo que consideran los expertos en psicología y pedagogía afirman que el juego en los niños es una actividad mental y física importante que ayuda al progreso del estudiante de manera agradable e integral. El juego es una forma que tienen los niños de manifestarse, una forma de lenguaje, por medio de la cual el niño permite que aflore su personalidad; durante la formación del niño, se debe ayudar con el desarrollo de ésta mediante diversos juegos funcionales que pueden contribuir a que alcance su ubicación en el espacio y el tiempo, coordinación psicomotriz, progreso sensorial y perceptivo. (Crespillo, 2010, p.14-b).

Lo anterior es confirmado durante la aplicación de la unidad didáctica basada en el juego de las regletas  $A^3$  mediante las manifestaciones de los niños, los gestos, las palabras, sus gráficos y escritos ratificando el progreso de ellos en cuanto a los cambios en la comprensión del proceso de la adición entre fracciones como parte de un todo.

La aplicación del juego de las regletas  $A^3$  ha sido una estrategia metodológica que contribuye a la comprensión lógica de la adición entre fracciones como parte de un todo en los estudiantes de grado cuarto de una forma considerada como un currículo oculto toda vez que ellos centran su atención en el juego y lo que consigo trae éste, sin darse cuenta que durante él se logran aprendizajes de forma significativos relacionado con las fracciones, expresado en otro contexto:

Se ha dicho que el juego es considerado como una práctica lúdica, de placer, goce, progreso cognitivo, social y emocional que es necesario entender el juego y sus diferentes expresiones en el ambiente educativo, pero especialmente entender como el juego es una excusa para lograr avances en las etapas del pensamiento creativo desde la valoración de las estructuras convergentes y divergentes. (Romero, 2013-b).

## 5. Conclusiones

Con la aplicación de la presente propuesta de trabajo en los estudiantes de grado cuarto de la Institución Educativa Nuestra Señora de la Candelaria se ha podido comprobar a través del análisis de los procesos, que si se han obtenidos cambios favorables en la comprensión del proceso de la adición con fracciones como parte de un todo utilizando el juego de las regletas  $A^3$ . Estos cambios se evidencian en los procesos llevados a cabo por los estudiantes a través de las diferentes representaciones matemáticas como:

Una mejor conceptualización en los estudiantes sobre la adición de fracciones como parte de un todo (concreto), reflejado en el uso de las regletas  $A^3$ , ya que en el diagnóstico inicial se encontraron debilidades o dificultades en la conceptualizaciones elaboradas por los estudiantes, y posterior a la aplicación , de la unidad didáctica con el uso de las regletas  $A^3$  se hace notorio que los estudiantes elaboraban una conceptualización sobre la adición de fracciones como parte de un todo de una manera eficaz, sobreponiéndolas unas con otras y concluyendo que ocupaban la misma superficie.

Desarrollo de actividades por parte de los estudiantes lo que permitió evidenciar el progreso de la comprensión de la adicción entre fracciones como parte de un todo a través de la representación gráfica de la operación matemática planteada (pictórica).

Solución a problemas planteados por el docente y por el mismo estudiante, donde se hace necesaria la aplicación de los conocimientos sobre la adición de fracciones (abstracto), este proceso se logró luego de la puesta en práctica del juego de las regletas  $A^3$ , donde los estudiantes además

de lograr una mejor conceptualización, representación gráfica y manipulación de las regletas se evidencio un mejor aprendizaje del tema en estudio, haciéndoles más participativos, comprensivo y razonable frente a la adición de fracciones como parte de un todo, es decir se genera un ambiente de aprendizaje significativo. Los avances en la comprensión del proceso de la adición entre fracciones como parte de un todo fueron notorios en la mayoría de los estudiantes, estos ensayaron alternativa poco común en situaciones similares a resolver; por lo tanto, se dejó ver que las matemáticas pueden ser amenas (lúdica) y contextualizarse llevándola a las actividades diaria mediante la aplicación y así poder comprender mejor y analizar situaciones reales.

Implementar el juego de las regletas  $A^3$  ayuda a enriquecer nuestra relación con los estudiantes porque a través del desarrollo de cada actividad se da un acercamiento lúdico que permite eliminar la apatía que muchos estudiantes tienen hacia las matemáticas.

Los estudiantes alcanzaron el desarrollo de competencias en la comprensión de la operación aditiva entre fracciones como parte de un todo, razón por la cual este juego se convierte en una nueva herramienta en la enseñanza de las matemáticas para los estudiantes de grado cuarto.

## 6. Recomendaciones

Desde el proceso realizado a lo largo de este proyecto de investigación “Adición de fracciones como parte de un todo utilizando el juego con las regletas A<sup>3</sup>” con los estudiantes de grado 4 de la Institución Educativa Nuestra Señora de la Candelaria se presentan las siguientes recomendaciones:

A partir de la perspectiva metodológica se sugiere valorar los aportes que presenta el enfoque cualitativo en las investigaciones pedagógicas.

Referente a la aplicación del juego de las regletas A<sup>3</sup> se pudo reconocer que este puede ser tenido en cuenta por niveles de complejidad para otros grados, de igual manera continuar con el aporte de alcanzar el desarrollo de competencias en la comprensión de la operación aditiva entre fracciones como parte de un todo, siendo este juego una nueva herramienta en la enseñanza de las matemáticas para los estudiantes de grado cuarto.

Asimismo, este juego puede cambiar su presentación en otros medios de tipo audiovisuales accesibles al estudiante y al docente.

Con respecto al planteamiento y resolución de problemas puede ser pensado en complejizarse de tal manera que las situaciones problémicas no sean siempre las mismas.

La implementación del juego podría pensarse en ser implementado en un número mayor de sesiones obteniéndose así resultados que potencien mayormente el pensamiento matemático.

Postular esta experiencia de aprendizaje e investigación a distintos eventos educativos y científicos de tal forma que se puedan realizar publicaciones en revistas científicas y se contribuya a la apropiación social del conocimiento.

## Referencias

- Álvarez, J. M., y Casado, R. J. (2002). *Estándares Curriculares y de Evaluación de las Matemáticas*. Reston, Estados Unidos: National Council Of Teachers Of Mathematics (NCTM).
- Antúnez. (1992). Necesidad de la planificación en los centros escolares. *Revista Aula de Innovación Educativa*, 1, 43-48. Recuperado de <http://www.grao.com/revistas/aula/001-la-programacion-didactica--planificacion-y-gestion-analisis-de-necesidades/necesidad-de-la-planificacion-en-los-centros-escolares>.
- Ausubel, D.P., Novak, J.D. y Hanesian, H. (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. Ciudad de México, México: Editorial Trillas.
- Brissiaud, R. (1989). *El Aprendizaje del cálculo más allá de Piaget y de la Teoría de Conjuntos*. Madrid, España: Aprendizaje Visor.
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), 165-198.
- Bruner, J. (1984). *Desarrollo cognitivo y educación*. Madrid, España: Ediciones Morata.

Campanario, J.M. (1995). Los problemas crecen: a veces los alumnos no se enteran de que no se enteran. *Aspectos didácticos de física y química (física)*, 6, pp. 87-126. Zaragoza: ICE, Universidad de Zaragoza.

Cardelli, J. (2012). Artículo *como enseñar a los niños a resolver problemas matemáticos*.  
Barcelona, España: Editorial Fontalba

Claret, A. (1996). El constructivismo según Ausubel, Driver y Vygotsky. *Revista actualidad educativa*, 3(12), 20-31.

Crespillo, E. (2010). El juego como actividad de enseñanza aprendizaje. *Gibralfaro. Revista de Creación literaria y Humanidades*, 68, 14-20. Recuperado de:  
<https://issuu.com/yuly4/docs/el-juego-como-actividad-de-enseñanza-an-c6ccb2a2132b51>

Cotteron, J. (1995). ¿Secuencias didácticas para enseñar a argumentar en la escuela primaria? *Revista Comunicación, Lenguaje y Educación*, 25, 79-94. Recuperado de  
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2941572>

Douady, R. (1986). Acercarse verdadera situación de los números aprendizaje (de 6 a 11 años) de la escuela. *Investigación Matemáticas en Educación*, 11, pp. 77-110.



Figueras, O. (1988). *Dificultades de aprendizaje en dos modelos de enseñanza de los racionales* (Tesis Doctoral). Centros de Investigación y de estudios avanzados del IPN, México.

Figueras, O. (1996). "Juntando partes. Hacia un modelo cognitivo y de competencia en la resolución de problemas de reparto". En F. Hitt (ed.), *Didáctica. Investigaciones en Matemática Educativa* (pp. 173-196). Ciudad de México. México: Grupo Editorial Iberoamérica

Freudenthal, H. 1983. *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas*. Dordrecht, Países Bajos: Reidel.

Goffree, F. (2000). Principios y paradigmas de una educación matemática realista. En Gorgorió, Deulofeu y Bishop. (Coords.), *Matemática y Educación. Retos y cambios en una perspectiva internacional* (pp. 151-158). Barcelona, España: Editorial Grao.

García, Gloria. Coordinación General. (2007). *Estándares básicos de competencias en Matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional. Bogotá.

Gairin, J. (2003-2004). Estudiantes para maestros: Reflexiones sobre la instrucción de los números racionales positivos. *Contextos Educativos*, 6 (7), 235-260. Universidad de Zaragoza.

Recuperado

de:

<https://publicaciones.unirioja.es/ojs/index.php/contextos/article/view/538/502>

Grisales, A. (7 al 9 de octubre 2010). *Proyecto juega y construye la matemática*. Conferencia presentada en 11° Encuentro Colombiano Matemática Educativa. Bogotá, Colombia

Kamii, C. (1984). *El número en la educación preescolar*. Madrid, España: Aprendizaje Visor

Kamii, C. (1985). *El niño Reinventa la aritmética*. Madrid, España: Aprendizaje Visor

Kieren, T. (1993). Rational and fractional numbers: From quotient fields to recursive Understanding. En Llinares, S. (2003) *Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional*. Chamorro, C. (Coord.), *Didáctica de las Matemáticas* (pp. 187-220). Pearson-Prentice Hall

Ley 115. (8, febrero, 1994). Por la cual se expide la Ley General de Educación. Diario Oficial. Bogotá D.C., núm. 41.214, pp. 1-34.

Llinares y Sánchez. (1997). *Fracciones la relación parte todo*. Madrid, España: Síntesis.

Marrou, I. (2004). *Historia de la Educación en la Antigüedad*. Sao Paulo, Brasil: Herder Editorial.

Meza, A. y Barrios, A. (2010). *Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones*. Recuperado de [http://funes.uniandes.edu.co/1174/1/674\\_Propuesta\\_Didctica\\_Asocolme2010.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1174/1/674_Propuesta_Didctica_Asocolme2010.pdf)

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (1998). *Serie Documentos. Lineamientos curriculares de Matemáticas y tecnología*. Recuperado de [http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975\\_matematicas.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf)

Ministerio de Educación Nacional. (2014). *Programas Todos a aprender para la Transformación de la Calidad Educativa*

Moura, M. O. (1990). Juego y de construcción del conocimiento matemático. El juego y la construcción del conocimiento en la enseñanza preescolar. *Inspiración serie-FDE*, 10, p. 45-67.

NCTM. (2000). *Principios y estándares para la educación matemática*. Primera edición en castellano. Sociedad Andaluza de Educación Matemática, Thales. Sevilla

Obando. G., Vanegas. M., Vásquez, N. (2006) Pensamiento numérico y sistemas numéricos serie didáctica de las matemáticas. Modulo I. Ed. artes y letras Ltda.- Medellín Colombia. La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo Revista EMA 2003, VOL. 8, N° 2, 157-182.

Perales Palacios, F.J. y Cañal de León, P. (2010). *Didáctica de las Ciencias Experimentales. Teoría y práctica de la enseñanza de las ciencias*. Alcoy, España: Marfil.

Peralta, T. (1994). *Revista educación*. 18(1:113-123).

Perera, P. y Valdemoros, M. (2008). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria. En Camacho, Matías; Flores, Pablo; Bolea, María Pilar (Eds.), *Investigación en educación matemática* (pp. 209-218). San Cristóbal de la Laguna, Tenerife, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Piaget, J. (1979). *Tratado de lógica y conocimiento científico. Naturaleza y métodos de la epistemología*. Buenos Aires, Argentina: Paidós.

Piaget, J. (1985) *Seis estudios de psicología*. Barcelona, España: Planeta.

Resnick, L.B. y Ford, W.W. (1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona, España: Paidós.

Romero, V. (2013). *El juego infantil y su metodología*. Barcelona, España: Altamar.

Salvador, A. (2012). El juego como recurso didactico en el aula de matematicas. Recuperado de <http://www2.camino.upm.es/Departamentos/matematicas/grupomaic/conferencias/12.Ju.ego.pdf>

Sánchez-Castaño, J. A., Castaño-Mejía, O. Y. & Tamayo-Alzate, O. E. (2015). La argumentación metacognitiva en el aula de ciencias. *Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales, Niñez y Juventud*, 13 (2), 1153-1168.

Recuperado de <http://www.scielo.org.co/pdf/rlcs/v13n2/v13n2a43.pdf>

Santos, L.M. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. Ciudad de México, México: Grupo Editorial Iberoamérica

Stern, P. N. (1980). *Grounded theory methodology: Its uses and processes*". *Image*; 12, 20-23

Strauss, A. y Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Universidad de Antioquía: Colombia

Streefland, L. (1991). *Las fracciones en la educación de la matemática realista. Un paradigma de la investigación del desarrollo*. Dordrecht, Países Bajos: Editores académicos Kluwer

Swanson. (1990). Influence of metacognitive knowledge and aptitude on problem solving.

*Journal Educational Psychology*, 82 (2), 302-314.

Swokowski, E. (1992). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. Recuperado de <https://instrumentacionuney.files.wordpress.com/2013/06/algebra-y-trigonometria-con-geometria-analitica-12ed.pdf>

Triana, L. (2013). El juego en la pedagogía como lenguaje. *Revista Internacional magisterio*. (61) 18-22. Recuperado de

[https://issuu.com/revistamagisterio/docs/revista\\_internacional\\_magisterio\\_n\\_5d48d07a4e5fb0](https://issuu.com/revistamagisterio/docs/revista_internacional_magisterio_n_5d48d07a4e5fb0)

Varela, J. (1991). *Fichas de fracciones. Notas de matemáticas*. Universidad Nacional de Colombia.

Vasco, Carlos Eduardo. (1987). *El nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas*. Volumen II Ministerio de Educación Nacional.

## Anexos

### Anexo 1. Cuestionario A



**Para estudiantes**

## CUESTIONARIO A

*Universidad Autónoma de Manizales*

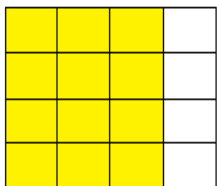
*Planeta Rica- Córdoba 2016*

**OBJETIVO:** Identificar el proceso realizado en la adición en cuanto a la relación parte todo en el contexto discreto para los estudiantes de grado 4 de básica primaria.

Estudiante: \_\_\_\_\_

Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

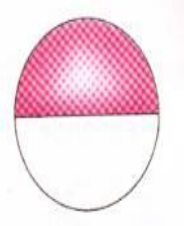
1. Escribe debajo de cada gráfica: ¿cuánto representa la región sombreada del total de cada figura?



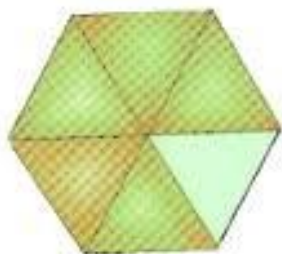
\_\_\_\_\_



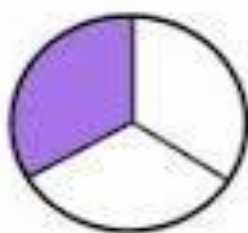
\_\_\_\_\_



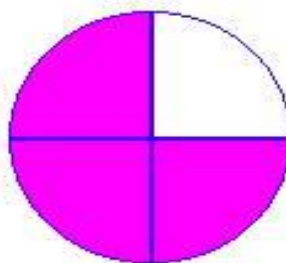
\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_

2. Represente en cada rectángulo la fracción pedida:



$1/4$



$4/8$



$7/10$

3. Si la unidad se representa por el siguiente triángulo:



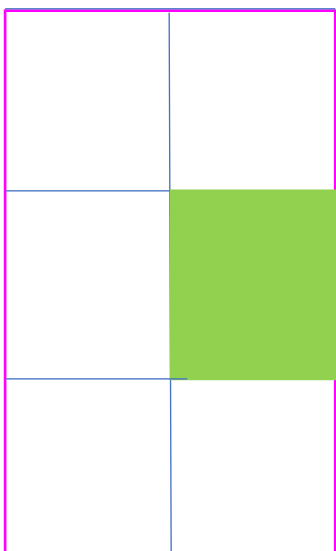


¿Qué fracción representa la parte coloreada en la siguiente gráfica?

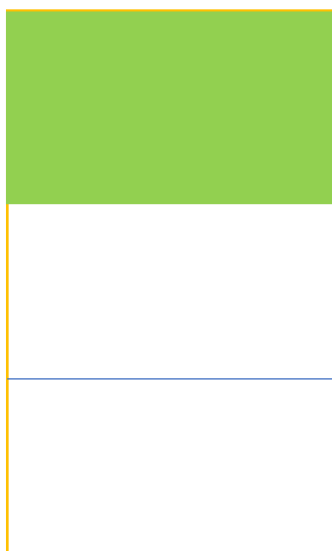


3. Si se suman las áreas sombreadas en las figuras A y B ¿cuánto es el área de dicha suma representada en el rectángulo C ?

**A**



**B**



**C**



- a.  $\frac{2}{9}$       b.  $\frac{1}{2}$                       c.  $\frac{1}{18}$                       d.  $\frac{1}{9}$

4. ¿Qué has aprendido de las fracciones? \_\_\_\_\_

5. ¿Has jugado alguna vez con fracciones? ¿te gustaría hacerlo? ¿por qué?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## Anexo 2. Taller A

## Taller A

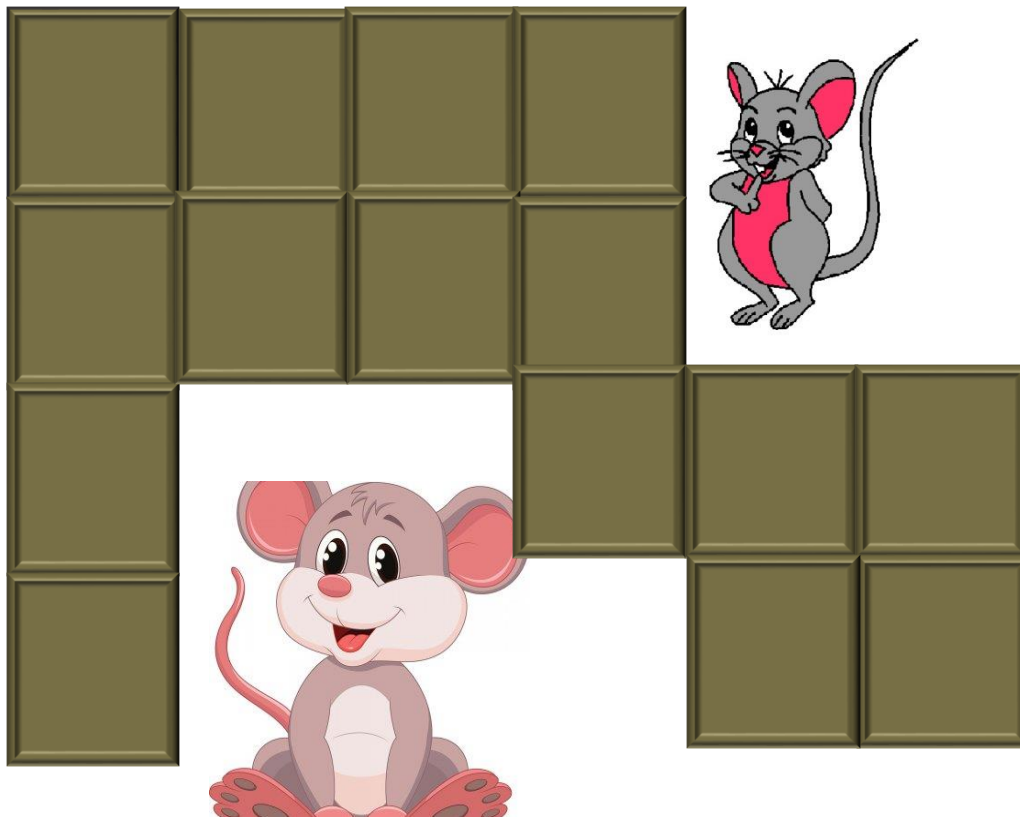


**OBJETIVO:** Identificar el proceso realizado en la adición en cuanto a la relación parte todo en el contexto discreto para los estudiantes de grado 4 de básica primaria.

Estudiante: \_\_\_\_\_

Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Había una vez una barra de chocolatina que tenía 24 pastillas Tic se comió 4 pastillas y Tac se comió 5



1. ¿ Qué parte de la barra de chocolatina se comio Tic? Y Tac? \_\_\_\_\_
2. ¿ Qué parte se comieron entre los dos? Escríbelo \_\_\_\_\_
3. ¿ Que fracción de la tableta representa:
  - a. ¿ La barra entera? \_\_\_\_\_
  - b. ¿ La parte que se comieron? \_\_\_\_\_
4. Organiza la información en una tabla

	<b>Numero de pastilla</b>	<b>Fracción de la barra</b>
Tic se comio		
Tac se comio		
Tic y Tac se comieron		
La barra tiene		
De la barra queda		

1. Plantea una situación tomando como ejemplo a la anterior

---



---



---



---

2. ¿ De que manera resolver problemas con la suma de fracciones te ayuda a entender situaciones diarias?

---



---



---



---

## Anexo 3. Taller B



## TALLER B

**OBJETIVO:** Identificar el proceso realizado en la adición en cuanto a la relación parte todo en el contexto discreto para los estudiantes de grado 4 de básica primaria.

Estudiante: \_\_\_\_\_

Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_



1. Andrea está organizando algunos juguetes.

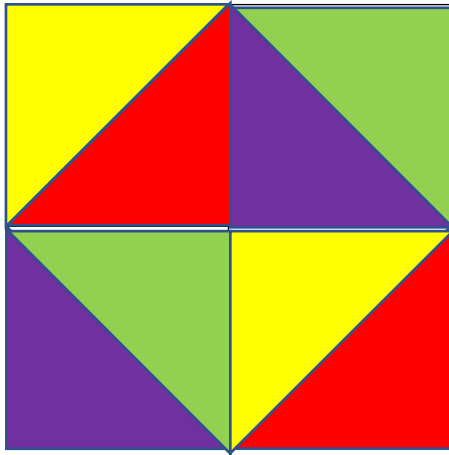
¿Cuántos juguetes muestra la figura? \_\_\_\_\_

¿Cuántos son peluches? \_\_\_\_\_

¿Qué parte del total de juguetes son peluches? \_\_\_\_\_



2. La abuela Gabriela está tejiendo un cojín con el diseño que se muestra a continuación



El diseño está dividido en 8 partes iguales.

¿Cuánto del total representa cada parte? \_\_\_\_\_

¿Las dos partes de color verde que fracción del total representan? \_\_\_\_\_

Si se adicionan las dos partes amarillas y las dos partes rojas del diseño del cojín; ¿qué fracción del total se obtiene? \_\_\_\_\_

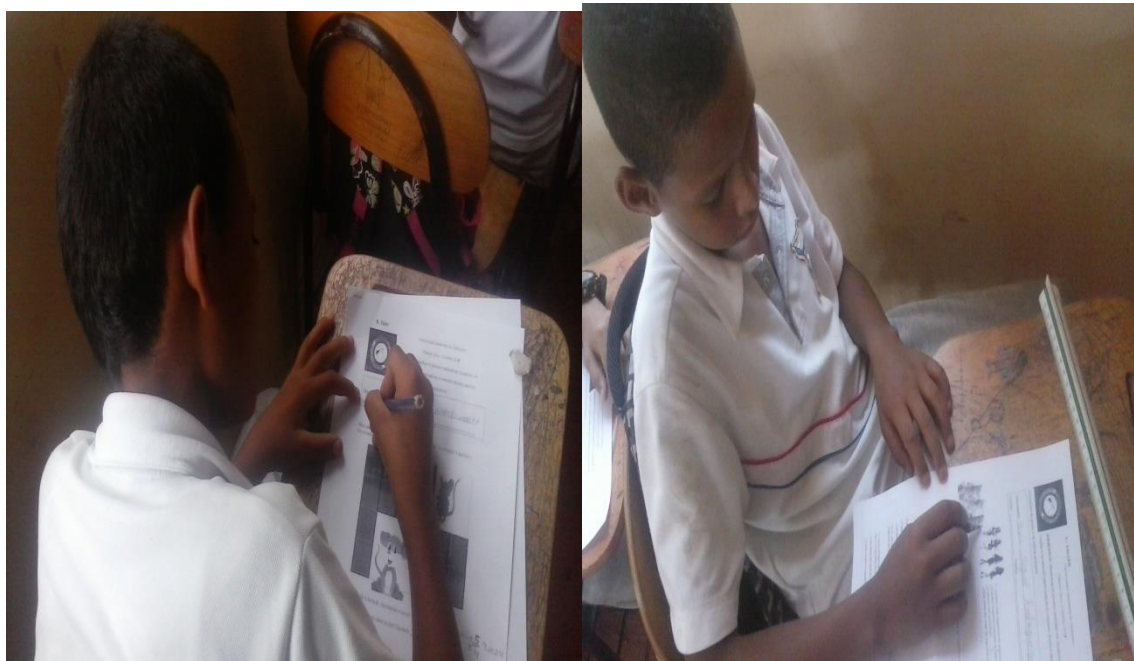
3. César preparó un postre de Maracuyá. Lo partió en 12 partes iguales. Se comió  $\frac{3}{12}$ , le dio a su hermana  $\frac{4}{12}$  y a su vecino  $\frac{1}{12}$ .

¿Qué parte del total del postre repartió? \_\_\_\_\_

¿Cuánto postre le quedó? \_\_\_\_\_

*Anexo 4.* Fotos

**Aplicación instrumento diagnóstico**

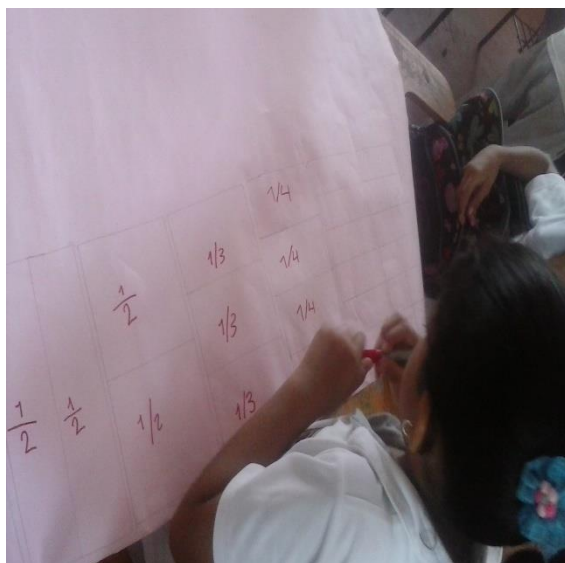


**Foto 1- 2: Estudiantes respondiendo al pretest**

**Momento Ubicación**



**Foto 3- 4: Estudiantes reproduciendo el juego de las regletas A<sup>3</sup>**



**Foto 5: Estudiantes reproduciendo el juego de las regletas A<sup>3</sup>**

**Momento de Desubicación**







Foto 6,7,8,9: estudiantes aplicando el juego de las regletas A<sup>3</sup>



Foto 10: estudiantes aplicando el juego de las regletas A<sup>3</sup>

Momento de Reenfoque

Juan fue a la tienda a comprar  $\frac{1}{3}$  de un dulce. Pero su primo compró  $\frac{2}{6}$  del dulce.  
¿Cuánto compraron entre los dos?

Datos:

$\frac{1}{3}$  de dulce Juan       $\frac{2}{6}$  de dulce primo

Pregunta:

¿Cuánto compraron entre los dos?

Operación:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\boxed{\frac{1}{3}} + \boxed{\frac{1/6}{1/6}} = \boxed{\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3}}$$

Respuesta

Compraron entre los dos  $\frac{2}{3}$

Foto 11: Producción textual de los estudiantes