



**REGULACIÓN METACOGNITIVA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
MATEMÁTICOS CON ESQUEMA ADITIVO**

DAYRA DEL ROSARIO CÓRDOBA MOLINA

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
IPIALES, NARIÑO
2018**

**REGULACIÓN METACOGNITIVA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
MATEMÁTICOS CON ESQUEMA ADITIVO**

DAYRA DEL ROSARIO CÓRDOBA MOLINA

Proyecto de grado para optar al título de Magister en Enseñanza de las Ciencias

Tutor

MG. ANDRÉS FERNANDO SERRANO SÁNCHEZ

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
IPIALES, NARIÑO**

2018

RESUMEN

La presente investigación gira alrededor de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas matemáticos con esquema aditivo. Dicho estudio obedece al diseño cualitativo de corte descriptivo, el cual se desarrolló con una muestra de 5 estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Las Lajas. Con respecto a las técnicas e instrumentos de recolección y tabulación de datos, se utilizó la encuesta, el cuestionario y unidad didáctica para caracterizar al grupo focal en mención quien inicialmente evidencio dificultades con respecto a la resolución de problemas matemáticos con esquema aditivo, los cuales fueron solventados satisfactoriamente gracias a la generación de procesos de regulación metacognitiva.

Con respecto a los alcances de la investigación, se trazó como objetivo general analizar cómo influye la regulación metacognitiva en de la resolución de problemas matemáticos con esquema aditivo en estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Las Lajas, objetivo que se logró gracias a la puesta en marcha del diseño metodológico que junto con el análisis de resultados lograron establecer a manera de conclusión que los problemas matemáticos pueden ser superados gracias al desarrollo de competencias lógico matemáticas derivadas de las acciones propias de la regulación metacognitiva tales como planeación monitoreo y evaluación que junto con la unidad didáctica minimizaron el bajo desempeño académico de los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Las Lajas.

Palabras Claves: Metacognición, Resolución de problemas, regulación metacognitiva, esquema aditivo, planeación, monitoreo, evaluación

ABSTRACT

This investigation turn around the metacognitive regulation in the resolution of mathematical problems with hearing patterns. This study obeys the qualitative design of descriptive court, which was developed with a sample of 5 students in sixth grade of the Las Lajas High School. The information collection techniques and data tabulation, it was used the poll, the questionnaire and didactic unit to characterize to the focal group mentioned before who initially evidence difficulties to the resolution of mathematical problems with hearing patterns, which were resolved satisfactorily thanks to the generation of processes metacognitive regulation.

The reaches of the investigation was traced as general objective to generate processes of metacognitive regulation that contribute to the improvement of the resolution of mathematical problems with hearing patterns in of 5 students in sixth grade of the Las Lajas High School, the objective was possible to the methodological design that was able to establish as a conclusion that the mathematical problems can be overcome to the development logical mathematics competitions derivative as metacognitive regulation such as planning, monitoring and evaluation that minimized the poor academic performance in the sixth grade students.

Passwords: Metacognitive, problem resolutions, metacognitive regulation, hearing patterns, monitoring, evaluation

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

1.	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	11
2.	JUSTIFICACIÓN.....	14
3.	OBJETIVOS	20
3.1	Objetivo General	20
3.2	Objetivos Específicos	20
4.	MARCO REFERENCIAL	21
4.1	Antecedentes de la investigación	21
4.2	Marco Conceptual	33
4.2.1	Resolución de problemas.	33
4.2.2	Esquema Aditivo.	39
4.2.3	Metacognición.	39
4.2.4	Regulación Metacognitiva.	40
4.2.5	Coexistencia entre regulación metacognitiva y resolución de problemas matemáticos	41
4.2.6	La regulación metacognitiva y los problemas matemáticos al interior del aula	45
5.	DISEÑO METODOLÓGICO	49
5.1	Tipo de estudio	49
5.2	Diseño de la investigación.....	49
5.3	Unidad de trabajo y de análisis	50
5.4	Instrumentos	51

5.4.1	Entrevista	51
5.4.2	Observación directa	52
5.4.3	Cuestionario	52
5.4.4	Unidad Didáctica.....	52
5.4.4.1	Ideas previas	54
5.4.4.2	Historia y epistemología de las ciencias	54
5.4.4.3	Reflexión metacognitiva	54
5.4.4.4	Evaluación conceptual	55
5.4.4.5	Registrar la información	55
5.5	Técnicas para recoger la información	56
5.6	Técnicas de análisis de la información.....	56
6.	ANÁLISIS DE RESULTADOS	59
6.1	Análisis Metacognitivo	62
6.2	Regulación Metacognitiva	72
7.	CONCLUSIONES	78
8.	RECOMENDACIONES	80
	GLOSARIO	81
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	83
	ANEXOS.....	89

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Matriz de análisis de artículos científicos	28
Tabla 2. Clasificación de la unidad de análisis por género y edad	50
Tabla 3. Unidad de análisis	51
Tabla 4. Clasificación del grupo focal	59
Tabla 5. Categorías y subcategorías de la investigación	60
Tabla 6. Clasificación de preguntas y respuestas	63
Tabla 7. Clasificación de preguntas y respuestas	72

LISTA DE DIAGRAMAS

Diagrama 1. Diseño metodológico	56
Diagrama 2. Triangulación de la información	58

LISTA DE ANEXOS

Anexo No.1. Instrumento 1	89
Anexo No.2. Instrumento 2	91
Anexo No.3. Instrumento 3	97

INTRODUCCIÓN

En nuestra sociedad actual, las matemáticas impregnan los diferentes ámbitos de la vida cotidiana: la casa, la escuela, la comunidad, el trabajo entre otros aspectos propios del tejido socio- cultural en el cual estamos inmersos. En consecuencia, las personas, para poder desenvolverse en los ámbitos señalados, han de adquirir un conocimiento matemático que implique la utilización de la resolución de problemas, puesto que esta se constituye es una parte fundamental del proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en el que se engloban no solo muchos de los objetivos de la disciplina sino también de las exigencias de la educación actual. En este orden de ideas, “regulación metacognitiva en la resolución de problemas matemáticos con esquema aditivo, es el resultado de una investigación de enfoque cualitativo de corte descriptivo-explicativo” centrada alrededor de la órbita de los procesos de regulación metacognitiva presentes en la resolución de problemas matemáticos, en los que se evidencian las estrategias utilizadas en la búsqueda de huellas metacognitivas en los procesos de aprendizaje y resolución de situaciones problemáticas en estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Las Lajas, ciudad de Ipiales, departamento de Nariño. Al respecto hay que señalar que la resolución de problemas se ha vuelto en el siglo XXI un tema de relevancia en campos afines y no afines a la educación. Autores como Rodríguez (2005) mencionan que “se pretende desarrollar expertos en la resolución de problemas “generales” ya que, independientemente del grado de dificultad y disciplina, los problemas tienen una anatomía similar”. Aseveración que nos da pie para inferir que es a partir de la resolución de problemas, que se potencia las habilidades de pensamiento como la metacognición bajo el pretexto investigativo de esquemas aditivos por ejemplo en el que se deja entrever como “la resolución de problemas requiere poner en marcha estrategias cognitivas y metacognitivas (planificación, regulación y evaluación)”. Guillén, (2014).

En este sentido , se asume como supuesto inicial de investigación que existe una relación entre los procesos de regulación metacognitiva y la resolución de problemas con esquema aditivo y que éstos se desarrollan en la medida en que se avanza en el conocimiento de dominio específico; es decir en los contenidos matemáticos escolares. Dicha hipótesis preliminar se comprende mejor a la luz de la dinámica de las aulas, particularmente cuando se observa que el grupo focal identificado: estudiantes de grado

sexto, actúan con mayor autonomía a la hora de realizar las tareas que se les asignan, lo cual permite concluir que la población en mención incorpora dentro de su proceso de aprendizaje los algoritmos para la resolución de problemas con esquema aditivo en el área de matemáticas.

Es así, como el propósito de la investigación es indagar tales procesos de regulación mediante el seguimiento de las acciones metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación que emplean los estudiantes del grupo focal identificado durante sus procesos de resolución de problemas en matemáticas. Por tanto, se espera con esta investigación aportar a la enseñanza de las matemáticas y cualificar los procesos de resolución de problemas matemáticos, considerados como aspectos fundamentales en la actividad metacognitiva humana, máxime si se considera que las matemáticas son ante todo, una acción mental que exige la utilización de competencias complejas que necesitan ser desarrolladas en forma eficiente en primera instancia por parte de los docentes de dicha ciencia y luego transmitirla a los educandos.

Dado que el saber (cognitivo) y el hacer (procedimental) en matemáticas representan no solo una macro estructura teórico práctica, sino a la par un verdadero desafío para los niños y niñas que recién comienzan a insertarse en la educación formal, se requiere de una metodología de enseñanza apropiada, capaz de responder a las problemáticas de contexto y construir conocimientos que potencien el pensamiento matemático a través de esquemas aditivo, privilegien el aprendizaje desde la motivación y finalmente desarrollen competencias de pensamiento como la metacognición. Por tal razón resulta trascendental demostrar como las actividades propuestas en la presente investigación centran su objetivo, no solo en los procedimientos y técnicas aprendidas en el aula, sino también con aquellos cuyo descubrimiento y solución requieren de la curiosidad y la imaginación creativa.

Finalmente cabe señalar que los resultados estadísticos obtenidos en el presente estudio, derivados de las técnicas e instrumentos como entrevistas, cuestionario y unidad didáctica evidencian que el uso sistemático de la regulación metacognitiva en estudiantes de básica secundaria (grado sexto) permiten desarrollar habilidades de pensamiento como la resolución de problemas matemáticos con esquema aditivo, que al decir de Vergnaud

(1990) “se enseñan en los primeros años de escolaridad y son la base para la conceptualización de las operaciones básicas en la resolución de problemas con números naturales”, los cuales al continuar con la construcción de los siguientes conjuntos numéricos se amplían generando múltiples combinaciones, y con ello, provocando una complejidad adicional a la dificultad que tiene el nuevo conjunto numérico, en este caso los números enteros.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Al decir de (Cantoral, 2001; Iriarte y Sierra, 2011), “Las tendencias actuales en educación, el aprender matemáticas no se puede limitar a la mera copia del exterior, sino que este aprendizaje es el producto de continuas construcciones que buscan actuaciones exitosas para enfrentarse a cualquier situación, por lo tanto, en la educación matemática se estudian enfáticamente aquellas estrategias formativas que propicien un aprendizaje autónomo, sistemático y reflexivo en lo que respecta a la resolución de problemas matemáticos contextualizados”, bajo esta perspectiva, resulta oportuno señalar que, dentro del ámbito del aprendizaje de las matemáticas, la resolución de problemas ha sido parte fundamental del desarrollo contextual, afectivo y cognitivo del educando, por ende, objeto de estudio de múltiples enfoques e investigaciones que se han empeñado en conceptualizar, incluso problematizar su accionar desde una perspectiva interdisciplinar. Así, muchos autores de diferentes corrientes y enfoques han aportado información relevante encaminada a comprender los aspectos necesarios para trabajar con esta estrategia innovadora y creativa dentro del aula. George Pólya, por ejemplo, el autor clásico por excelencia en el tema de la resolución de problemas plantea que “el proceso de resolución se lleva a cabo en cuatro fases: comprensión del problema, concepción de un plan, ejecución del plan y finalmente una visión retrospectiva de la misma”. Pólya, (1945). Por su parte, otros teóricos han mirado en las estructuras aditivas gran potencial para trabajar de manera holística el desarrollo de pensamiento, y con ello la metacognición educativa.

Sin embargo, a la par del auge de la resolución de problemas, la metacognición empieza a tomar especial relevancia en el campo educativo, y aunque los “primeros trabajos sobre el tema habían surgido en los años setenta, es hasta la década de los ochenta que la metacognición se convirtió en una vertiente importante de investigación”. Schoenfeld, (1992). Al respecto cabe señalar que la metacognición en cuanto habilidad blanda enmarca la indagación sobre cómo los seres humanos piensan y controlan sus propios procesos de pensamiento, lo cual implica entre otras cosas repensar el mismo pensamiento o lo pensado por el estudiante en este caso en particular las operaciones matemáticas aplicadas a la resolución de problemas con esquema aditivo.

Si bien es cierto que dentro de los varios modelos teóricos propuestos para la resolución de problemas existen discrepancias, hay algo que aparece como el común denominador. Dicho punto de anclaje en común es que la resolución de problemas requiere poner en marcha estrategias cognitivas y metacognitivas. “La generalidad aparece puesto que ambas herramientas funcionan como apoyo dentro del proceso resolutivo, las cognitivas se identifican también como de aprendizaje y por su parte las metacognitivas se encargan de regular a esta categoría previa”. Guillén, (2014).

Ahora bien si contextualizamos esta información y la trasladamos al grupo focal identificado: grado sexto de básica secundaria, podemos observar desde una etnografía del aula como los estudiantes de la institución educativa Las Lajas del municipio de Ipiales, han trabajado la aritmética con los números positivos y con ello han realizado un acercamiento al conjunto de los números negativos, para el año siguiente, encontrándose una variedad significativa de dificultades en la resolución de problemas y el manejo de las operaciones básicas. Cuando se analiza la problemática en el historial de la Prueba Saber de la institución desde el año 2016, se observa que las dificultades vienen desde la básica primaria en pensamiento numérico y Sistema numérico y en éste, la conceptualización de los números naturales y las estructuras aditivas, indispensable para la comprensibilidad de los números enteros y los demás conjuntos de números hasta llegar a los números reales. Esto convierte la enseñanza y la resolución de problemas en estos conjuntos numéricos en un proceso complejo. Al respecto, Cid (2000), “menciona que los números naturales, paradójicamente, se convierten en un obstáculo al iniciar el trabajo con los números enteros pues cambian las condiciones al realizar las operaciones básicas y por esta razón se llega a pensar que todas las dificultades se encuentran en las matemáticas”, pero, cuando en este grado se implementan estrategias para la enseñanza y aprendizaje de los números negativos teniendo en cuenta su complejidad, aparece la deficiente conceptualización de los números naturales y las estructuras aditivas, haciendo que el proceso con los números enteros se frene o estanque para poder dar solución a las dificultades identificadas. Por tanto, la deficiente conceptualización, genera, entre otras circunstancias, un bajo rendimiento académico en matemáticas el cual puede continuar durante toda la escolaridad. Con base a

lo anterior, se asume que el estudiante ha tenido varios años de escolaridad para el estudio de las estructuras aditivas, pero esto no se ve reflejado, puesto que se presentan dificultades en la conceptualización que se pueden evidenciar desde varios ángulos, como: el manejo de las operaciones básicas, la comprensión de conceptos de suma, resta, multiplicación y división, entre otros, la representación en la recta numérica hasta la resolución de problemas.

En este orden de ideas, la pregunta de investigación se enfoca en resaltar la importancia de la construcción de estructuras aditivas numéricas capaces de desarrollar en los estudiantes competencias de pensamiento, eficaces de resolver problemas que incluyen los algoritmos de suma y/o resta que exijan a los estudiantes generar procesos de regulación metacognitiva para lograr efectividad en su solución. Por lo anterior surge la siguiente pregunta problematizadora: ¿Cómo influye la regulación metacognitiva en la resolución de problemas matemáticos con esquema aditivo en los estudiantes de grado sexto la institución educativa Las Lajas del municipio de Ipiales?

2. JUSTIFICACIÓN

Sin duda alguna asistimos hoy en día a lo que muchos autores postmodernos como Lyotard (2012) y Vatimo (2014) denominan como era del conocimiento y la información en la que priman transformaciones educativas profundas que directa e indirectamente afectan las políticas y reformas educativas a escala mundial. Una época de cambios antes que a un cambio de época que requiere que el acontecimiento educativo se convierta en el medio para ir más allá de transmitir el saber acumulado y romper el paradigma educativo tradicional asentado en el conductismo y el enfoque bancario que reducen al estudiante al estímulo y la reacción, así como a la concepción de recipiente al cual hay que llenar de un cúmulo de conocimientos. Es por ello que las reformas educativas profundas, requieren con urgencia la formación de un individuo crítico y competente capaz de desarrollar competencias para la vida en sociedad y no solo competencias laborales. Para tal cometido, la educación matemática resulta de gran utilidad e importancia precisamente porque esta se constituye en una de las ramas más trascendentales para el desarrollo integral de la vida del individuo, lo cual implica desarrollar pensamiento crítico, divergente y creativo sintonizado con lo cognitivo, procedimental y afectivo (saber, hacer y ser).

En efecto, la matemática es considerada un medio universal para comunicarnos el cual utiliza un lenguaje de la ciencia y la técnica. Puesto que la mayoría de las profesiones y los trabajos técnicos que hoy en día se ejecutan requieren de conocimientos matemáticos, que les permiten explicar y predecir situaciones presentes en el mundo de la naturaleza, en lo económico en lo social entre otras esferas socio- culturales que atraviesan la vida del individuo. De otra parte, la matemática contribuye a desarrollar lo metódico, el pensamiento ordenado y el razonamiento lógico, la inteligencia lógico-matemática como tal, que en esencia le permite al estudiante adquirir las bases de los conocimientos teóricos y prácticos que faciliten una convivencia armoniosa, así como herramientas que aseguran el logro de una mayor calidad de vida en los educandos.

De otra parte, resulta pertinente señalar que el aprendizaje de la matemática se logra a través de la adquisición de un lenguaje universal de naturaleza numérica, algorítmica,

cuantitativa y objetiva lo cual implica entre otras cosas la utilización de símbolos que permiten codificar y decodificar lenguajes matemáticos.

Sin embargo, temas neurálgicos tales como resolución de problemas, regulación metacognitiva, esquema aditivo, propios de la didáctica de la matemática han sido poco conceptualizados y problematizados a tal punto de desconocer formalmente su espectro de acción. Quizá por ello, los resultados de las pruebas internacionales (PISA 2010, SERCE), han arrojado serias deficiencias de los estudiantes con respecto a la matemática escolar, aunque son muchos los aspectos que pueden influir en dichos resultados, es posible inferir que uno de ellos es la didáctica empleada en el proceso de enseñanza de la matemática, junto con la falta de pensamiento crítico, geométrico, variacional, y lógico matemático en el que a su vez se encuentra inmerso la regulación metacognitiva y las operaciones matemáticas con esquema aditivo propias de estudiantes de grado sexto de educación básica secundaria .

Este escáner detallado de la realidad es un indicador contundente que refleja la razón de ser del presente estudio basado en el uso de la regulación metacognitiva y el esquema aditivo en miras de contrarrestar los vacíos cognitivos dejados en la vida académica de básica primaria, máxime si se considera esta estrategia de pensamiento como una opción fundamental, para superar ciertos problemas derivados de la enseñanza de la matemática.

Ello se justifica aún más si se parte de la reflexión que a nivel Nacional, Departamental y Municipal el desempeño de los estudiantes en las instituciones educativas y en las pruebas de estado refleja debilidades marcadas, particularmente en la competencia resolución de problemas propias de las matemáticas, lo cual pone en entredicho el desarrollo adecuado de la metacognición al interior de las clases.

De otra parte hay que sopesar que en Colombia y a nivel mundial se da importancia a la educación matemática, debido a razones diferentes, una de ellas se basa en el carácter utilitario en que se encuentra la sociedad, como lo plantea Vasco (2006) “el mundo social y laboral fuertemente tecnologizado del siglo XXI requiere cada vez más de herramientas proporcionadas por las estrategias metacognitivas en la resolución de problemas

matemáticos”, también se da importancia porque el conocimiento matemático es imprescindible y necesario en todo ciudadano para desempeñarse en forma activa y crítica en su vida social, y por supuesto para interpretar la información necesaria en la toma de decisiones y en la resolución de problemas de la vida cotidiana y de contexto.

Por lo expuesto anteriormente, la presente investigación, busca desarrollar el pensamiento matemático en lo que a materia de resolución de problemas respecta, de paso pretende dar respuesta a lo planteado en los Estándares de Matemática del MEN (2006) y en los lineamientos curriculares de matemática (1998), referido a uno de los procesos generales de la actividad matemática el de formulación, tratamiento y resolución de problemas.

En atención a lo anterior, se espera finalmente llenar un vacío didáctico dejado en la estela del primer grado de educación básica secundaria (sexto), tal como lo plantea Barderas (2000) “quien sostiene al respecto de la educación matemática que esta se caracteriza por su énfasis en la memorización y el miedo hacia la asignatura”. En tal sentido, cabe destacar que, en la práctica, el razonamiento ha sido dejado a un lado y la imposición de reglas y algoritmos se ha apoderado del escenario de aula en el que se crea y recrea el conocimiento. Una evidencia cierta se tiene en los apuntes que toman durante las clases los alumnos de grado sexto de la institución educativa Las Lajas en la que se refleja una presencia absoluta de definiciones y operaciones; dejándose de lado el análisis matemático generado por verdaderos problemas de esta naturaleza.

De esta manera, en la mayoría de los casos, en la clase de matemática los números son presentados como símbolos, sin relación con la vida diaria; igualmente, las estrategias lineales de razonamiento son convertidas en rutina. El predominio de las operaciones o de las famosas “planas” de números, señalan claramente el carácter abstracto y fuera de contexto de la enseñanza de las matemáticas en la actualidad.

En concordancia con lo anotado se busca generar un impacto positivo en el grupo focal identificado, el cual tendrá como beneficiarios principales los estudiantes de grado sexto, quienes obtendrán la oportunidad de aplicar una estrategia efectiva de enseñanza, con acciones atractivas y pertinentes que respondan a las características y necesidades del

contexto, como producto de la aplicación de procesos de regulación metacognitivo en el que tendrán la posibilidad de construir conocimiento a través de la premisa de aprender a aprender y de aprender haciendo, lo cual abona terreno para poner en marcha una estructuración cognitiva y metacognitiva, donde el proceso se centre más en el aprendizaje que en la enseñanza, en los procedimientos antes que en los contenidos y articule en simultáneo el saber y el saber hacer de la matemática en la aplicabilidad de la vida diaria.

Sin lugar a duda, la estrategia metacognitiva en la resolución de problemas matemáticos desempeña un papel preponderante al sostener que todo infante es un aprendiz matemático en potencia que se encuentra ante nuevas tareas de aprendizaje. En estas condiciones lograr que los estudiantes de grado sexto de la institución educativa Las Lajas del municipio de Ipiales “aprendan a aprender”, que lleguen a ser capaces de aprender de forma autónoma y autorregulada se convierte en una necesidad de nuestra sociedad actual globalizada e interconectada. Por tanto, uno de los objetivos de los centros educativos de la región de Nariño debe ser mediar el proceso en el cual los discentes se conviertan en aprendices autónomos, el logro de este objetivo va acompañado de la necesidad de “enseñar a aprender” al decir de (Osse y Jaramillo, 2008).

Otro de los motivos que suscitan la realización de esta investigación, se debe a la escasa producción intelectual en el campo de la metacognición con estudiantes de básica secundaria específicamente en el área de matemática y en la resolución de problemas contextualizados, tanto a nivel nacional, Departamental y Municipal. Atendiendo a la eficacia que pueda generar la implementación de los procesos de regulación metacognitiva aplicados a la resolución de problemas matemáticos con esquema aditivo se realizarán todos los esfuerzos para proponerlos como opción didáctica en la institución educativa base de la investigación, con proyección de su aplicación a nivel Municipal, Departamental y Nacional. Por otra parte, se justifica el desarrollo de la presente investigación en línea de investigación “didáctica de las matemáticas” impulsada por la universidad autónoma de Manizales en lo que se privilegie la generación de cambios a nivel conceptual, actitudinal y metodológico de los docentes, para trascender las prácticas educativas, planteando como principales factores la transformación de la formación docente y la necesidad de

autogestión encaminada a la mejora de la calidad de la educación desde recursos didácticos innovadores propios de la matemática.

El presente estudio también es importante en el campo de la didáctica de las matemáticas, puesto se realiza teniendo como principal escenario uno de los cinco procesos generales de la actividad matemática: la resolución de problemas. Con respecto a la didáctica de las ciencias, trata un asunto de vital importancia en las cuestiones de enseñanza y aprendizaje: la metacognición y operaciones aditivas. Al respecto hay que señalar que en estudios acerca de la metacognición en la resolución de problemas matemáticos –como el realizado por Doménech en el 2004- se ha encontrado independencia entre la capacidad intelectual y la capacidad metacognitiva de los estudiantes. Entendiendo la capacidad intelectual como la relacionada con la inteligencia de los estudiantes, vista ésta como la facilidad con la que su cerebro logra establecer conexiones neuronales que le permiten comprender y aplicar los nuevos conocimientos; mientras que la capacidad metacognitiva está relacionada con la habilidad para reconocer, controlar, pulir y evaluar sus propios procesos cognitivos. Tales estudios indican que la capacidad metacognitiva puede compensar la baja capacidad intelectual, ya que puede aportar información sobre cómo resolver el problema de contexto desde operaciones aditivas propias de la matemática.

La alta capacidad intelectual es sólo importante cuando la competencia metacognitiva es baja, es decir, la metacognición y la aptitud intelectual pueden funcionar como procesos independientes (Swanson, 1990, citado por Doménech, 2004). Aunque todavía no se ha logrado consenso en cuanto a la independencia entre ambas capacidades, la presente investigación se centra en indagar los procesos de regulación metacognitiva presentes en la resolución de problemas, independientemente del potencial intelectual de los miembros del grupo.

Otro valor agregado de la metacognición es la potenciación de la autonomía en el aprendizaje, influyendo positivamente en variables afectivas y actitudinales Osborne, (2000). Por tanto, el estudiante de grado sexto será consciente de lo que sabe y cómo lo usa, evidenciando así sus fortalezas y debilidades en pro de perfeccionar o replantear los

procesos que favorecen o dificultan sus propios aprendizajes. Esta es una razón por la cual el estudio de la metacognición está a la vanguardia en didáctica de las ciencias, ya que se asume que ésta no sólo es funcional en matemáticas, sino que es transferible a situaciones de otras ciencias e incluso a situaciones de la vida cotidiana.

3. OBJETIVOS

3.1 Objetivo General

Analizar cómo influye la regulación metacognitiva en de la resolución de problemas matemáticos con esquema aditivo en estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Las Lajas.

3.2 Objetivos Específicos

Identificar las acciones de planeación, monitoreo y evaluación propias de la regulación metacognitiva y resolución de problemas matemáticos con esquema aditivo en estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Las Lajas

Analizar las acciones de planeación, monitoreo y evaluación presentes en la resolución de problemas matemáticos con esquema aditivo en estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Las Lajas con el fin de erradicar el bajo desempeño académico y mejorar las prácticas de aula.

Establecer la unidad didáctica como estrategia metodológica de planeación, monitoreo y evaluación frente a la resolución de problemas matemáticos con esquema aditivo en estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Las Lajas

4. MARCO REFERENCIAL

4.1 Antecedentes de la investigación

Para abordar los antecedentes teóricos sobre regulación metacognitiva en la resolución de problemas matemáticos con esquema aditivo, se estima pertinente tomar como referencias trabajos relacionados con el eje central de la discusión: los procesos de regulación metacognitivos y esquema aditivo, asociados a nivel de básica secundaria (grado sexto). En este orden de ideas se encontró a nivel internacional macrocontexto una tesis - de la Universidad Complutense de Madrid-, nivel doctorado en educación, enfocada en la búsqueda de mejorar la instrucción en matemáticas –para favorecer la competencia en resolución de problemas de los alumnos- a partir de las dificultades que estos presentan frente a tareas problemáticas, así como de las características de los resolutores exitosos Rodríguez, Q (2005). La tesis en mención, toma como referente el enfoque antropológico en didáctica de las matemáticas, iniciado por Yves Chevallard, donde se permite describir los aspectos Metacognitivos a través de la completitud creciente de la praxeología que se construyen en la regulación metacognitiva y la solución de problemas.

En la misma línea se encontró una tesis doctoral cuyo objetivo principal fue el desarrollo de una propuesta didáctica para abandonar la enseñanza tradicional del concepto de proporcionalidad, basado en operaciones descontextualizadas y la regla de tres Oller Marcen (2012). Para esto se llevó a cabo un proceso de reflexión sobre la práctica de ser docente, en donde prevaleció la Investigación-Acción inspirada en Orlando Fals Borda. Los resultados apuntaron a mejorar el desempeño de los estudiantes en tres aspectos principales; el uso, la aprehensión y la aplicación del concepto de proporcionalidad. Pero dicha propuesta didáctica no toca aspectos de tipo Metacognitivo, en lo cual el autor hace indicaciones para poder adelantar investigaciones relacionadas con la resolución de problemas sobre proporcionalidad y el control como aspecto principal a la hora de comprender dicho concepto. Por último, se encontraron dos tesis de doctorado, la primera elaborada por Doménech, M. (2004) de la Universidad Rovira I Virgili, Tarragona. La cual gira en torno a tres aspectos: la resolución de problemas, la inteligencia y la metacognición (Doménech, M. 2004). Es pertinente este trabajo de investigación, en virtud de que el

mismo realiza un estudio profundo sobre los aspectos metacognitivos de la resolución de problemas y concluye a manera general que; (...) “a metacognición favorece la comprensión y la resolución de problemas. (Doménech, M. 2004). El estudio se llevó a cabo con estudiantes de secundaria”. Y la segunda tesis, elaborada por Tamayo Alzate, Ó. E. (2001). De la Universitat Autònoma de Barcelona, la cual solo se toma como referente en los aspectos relacionados con la regulación Metacognitiva en las diferentes sub-categorías y así mismo realiza un estudio profundo de la evolución conceptual desde las dimensiones de la regulación metacognitiva y la solución de problemas. Al respecto hay que señalar que la estructura teórica en torno a la resolución de problemas, toma como referencia a varios autores; en primer lugar, la teoría de resolución de problemas de: Polya (1979), y de A.H. Schoenfeld (1985) y Modelo de Mason-Burton-Stacey (1989). El primero de ellos es tomado como referente histórico y los otros dos modelos se ajustan a la propuesta de investigación. Este último brinda elementos fundamentales sobre como las regulaciones de tipo Metacognitivo se convierten en pilares en la resolución de problemas y en la conceptualización.

Ahora bien, los procesos de investigación en resolución de problemas han logrado caracterizar cada uno de los modelos, encontrando aspectos apropiados para desarrollar orientaciones de tipo pedagógico, psicológico o idiosincrásico e inclusive de tipo filosófico (Mazario Triana, Sanz Cabrera, & Hernández Camacho, 2009). De esta forma, es válido decir que hay investigaciones sobre resolución de problemas que se han enfocado en contrastar mecanismos entre expertos y novatos (Mazario Triana et al, 2009). En otros planos se han orientado las investigaciones hacia la creatividad como aspecto fundamental para resolver los problemas y por último aquellas que consideran que a través de la regulación metacognitiva y los procesos matemático-aditivos se genera un cambio conceptual, metodológico y actitudinal. (Mazario Triana., et al, 2002) para finalmente llegar a autores que sostienen que el papel de la inteligencia y de la metacognición en la resolución de problemas potencia el pensamiento lógico matemático y las competencias variacionales sobre la vida como ha sido el caso particular de (Doménech, 2004).

En el caso particular de las investigaciones afines al tema en curso, resulta pertinente señalar en el plano del microcontexto nacional que la regulación metacognitiva en los conocimientos matemáticos aditivos, ha sido una estrategia ampliamente utilizada en los procesos de enseñanza – aprendizaje. Sin duda alguna su potencial en la educación se proyecta como un asunto importante en materia de desarrollo de pensamiento lógico matemático, cuya finalidad apunta a potenciar el pensamiento espacial, variacional, geométrico y crítico en los y las estudiantes, además de que incide considerablemente en el modo cómo el maestro se re-educó, encarnando la regulación metacognitiva como un dominio propio de la práctica docente materializada en el aula de clases. Sin embargo, investigaciones relacionadas con las dimensiones de la regulación metacognitiva y los procesos matemáticos aditivos en la resolución de problemas matemáticos, no reportan un estado de arte o literatura especializada profunda. En todo caso, para efectos de reconstrucción de antecedentes teóricos afines a la naturaleza de la presente investigación, se tomó como referente teórico aquellos trabajos de investigación en donde se utiliza la regulación metacognitiva y los procesos matemáticos aditivos para la resolución de problemas. Entre los antecedentes teóricos se destacan los aportes de los trabajos como los realizados por Acosta (2009), quien investigó las habilidades metacognitivas adquiridas y desarrolladas por estudiantes de educación básica primaria en la resolución de problemas matemáticos empleando para ellos mapas conceptuales. Este proyecto se encaminó en esencia en buscar nuevas estrategias que les permitan a los estudiantes de básica primaria mejorar su capacidad para establecer habilidades metacognitivas que los lleven de manera sistemática y gradual a solucionar problemas matemáticos de contexto. Al analizar los resultados obtenidos en esta investigación es notable que se alcanzaran parcialmente los objetivos propuestos. Sin embargo, frente a las dificultades, los estudiantes consiguieron un desarrollo de estrategias metacognitivas muy avanzadas que les facilitaron abordar de mejor manera la solución de un problema matemático, pero, con dificultades debido a la complejidad de los conceptos.

Al respecto, hay que señalar que el fundamento teórico con el que se apoya esta investigación es de gran utilidad para el presente trabajo de grado ya que se orienta

específicamente en el desarrollo de habilidades metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos. De otra parte, Dávila y Velasco (2009), en su investigación denominada: *un acercamiento a la comprensión de la habilidad de planeación en niños, cuando se enfrentan a la solución de problemas*. Se enfocan en comprender los procesos de planeación en niños de 10 y 11 años cuando se enfrentan a la resolución de problemas. Por tanto, los autores en mención abordan reflexiones alrededor de la solución de problemas a la par que exploran modelos teóricos referentes a la planeación, para identificar en ellos, aspectos relevantes propios de la regulación metacognitiva y su relación con los procesos matemáticos aditivos. Los resultados obtenidos se interpretaron con base a las representaciones gráficas de los datos que arrojó el estudio, facilitando el análisis de la información. Estos resultados permitieron demostrar que los niños de básica primaria proponen diferentes modos de enfrentar un problema, identificándose cuatro categorías: planeación centrada en un componente, planeación ajustada a restricciones del problema, planeación segmentada y proceso de apropiación de la tarea; que describen formas de trabajo diferenciadas y que podrían llegar a aportar elementos importantes para introducir en el aula, la enseñanza y práctica de la habilidad de planeación como elemento fundamental de los procesos metacognitivos.

Lo anterior, lleva a una comprensión amplia de la planeación centrada en un componente, exige un reconocimiento de la forma como el sujeto está entendiendo el problema, los componentes que identifica en él, el énfasis que desde su perspectiva y experiencia hace a cada uno de los elementos que lo constituyen. De acuerdo con los resultados y conclusiones obtenidos por las investigadoras, se considera valioso los aportes en la planeación de estructuras para abordar la resolución de problemas con esquema aditivo. Para ellas los docentes deben introducir en los ambientes de aprendizaje propuestas que permitan a los niños realizar procesos metacognitivos de planeación, que les faciliten reconocer en los niños que hay diferentes formas de pensar y actuar frente a una situación, complementado con un monitoreo y evaluación como elemento clave en el desarrollo cognitivo. Por lo anterior, se considera importante además para fines pertinentes retomar los estudios de Buitrago y García (2012), quienes plantean la indagación de la existencia y

la forma en que se dan los procesos de regulación metacognitiva en los estudiantes al momento de resolver situaciones asociadas a problemas matemáticos. Entre sus aportes más significativos está considerar que los procesos de regulación metacognitiva generan un impacto positivo sobre la resolución de problemas. Por tanto, las estrategias de regulación metacognitivas se pueden optimizar con el uso de otras estrategias. Lo anterior es de gran utilidad para afianzar la conceptualización de la metacognición y sus sub-categorías, sus alcances en la educación y el apoyo que puede brindar como soporte en la estructuración de los referentes teóricos en la solución de problemas con números enteros. Albarrán (2002), en su tesis de Maestría, manifiesta determinar la influencia de la aplicación de estrategias cognitivas y metacognitivas en los estudiantes de Cálculo III para construcción del conocimiento de la Derivada Parcial. Así, como también diseñar las estrategias cognitivas y metacognitivas para el tema en mención, determinar los cambios durante la aplicación de las estrategias y determinar el nivel de aprendizaje de los estudiantes. El resultado de la investigación demuestra que el 93% de los estudiantes relacionaron los teoremas necesarios para la elaboración de ejercicios de derivada parcial, estudiados a través del proceso de recuperación de la información; un 76% utilizó correctamente el teorema que les facilitó el cálculo de la derivada direccional, ya que esta se obtiene mediante el producto escalar de dos vectores. La aplicación de las estrategias cognitivas y metacognitivas permitió a los alumnos superar las deficiencias que se evidenciaron en la preprueba, logrando así un mayor avance en el estudio de la derivada parcial, demostrado en los resultados obtenidos en la post-prueba.

De acuerdo con la problemática planteada por el autor, éste con su metodología alcanzó los objetivos propuestos para la investigación, por ello se considera pertinente retomar algunos aspectos de su fundamentación teórica: estrategias metacognitivas y la metacognición del aprendizaje que sirvan para argumentar la resolución de problemas en matemáticas.

También, es de rescatar la metodología cuasi-experimental en la que el autor plantea la recolección, el procesamiento y el análisis de la información. Es interesante conocer por experiencias de otros trabajos de investigación, que es posible transformar la realidad del aula utilizando estrategias metacognitivas mediadas por procesos matemáticos aditivos. De

igual forma es importante para este proyecto tener en cuenta las recomendaciones del autor, en cuanto a que en el proceso de enseñanza aprendizaje se debe tener en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes y la planificación de actividades coherentes con las estrategias metacognitivas para hacer más consistentes un seguimiento, evaluación y control de las actividades propuestas para alcanzar los objetivos.

De otra parte, Ayllón (2012) en su tesis doctoral plantea como objetivo, estudiar el proceso de invención-resolución de problemas que realizan estudiantes de educación primaria, que le permitan identificar las creencias, las capacidades y la relación entre la capacidad de inventar y resolver problemas inventados de estudiantes de educación primaria. Además, identificar los conocimientos numéricos y aritméticos, y determinar la consideración que tienen alumnos de educación primaria a la hora de enfrentarse a un problema difícil. Los resultados obtenidos en este trabajo se evidencian en la facilidad que tienen los estudiantes para comprender que un problema ha de tener necesariamente una cuestión a la cual dar respuesta y distinguen entre problema y problema matemático, asegurando que en ambos casos hay que resolver un planteamiento y advirtiendo que en los matemáticos tiene que haber datos numéricos que facilitarán su resolución.

Al analizar estos proyectos, se ha considerado pertinente seguir puntualizando el desarrollo de estrategias que permitan abordar el planteamiento y la resolución de problemas matemáticos, para ello se considera viable utilizar como una alternativa de solución, la implementación de estrategias metacognitivas, que lleve como resultado obtener estudiantes autónomos en el aprendizaje, ya que es indispensable que ellos tengan un papel protagónico en sus procesos de aprendizaje, utilizando como estrategia de aprendizaje la regulación metacognitiva y los procesos matemáticos. De esta forma los estudiantes de grado sexto de básica secundaria de la institución educativa las lajas de la ciudad de Ipiales estarán en la capacidad de hacer su propia reflexión sobre lo que realizan, llevándolos a evaluar, monitorear y planear sus propios procesos cognitivos. Finalmente, las estrategias de regulación metacognitiva, se convierten en una alternativa de solución muy viable y pertinente al problema planteado para este trabajo de investigación. Los fundamentos teóricos en los que se sustentan estos proyectos permitirán tener un amplio marco de

referencia, el cual ayudará a profundizar y apoyar los aportes en el proyecto investigativo que se va a desarrollar.

Trabajos como los adelantados por (Dávila & Velazco, 2009) “un acercamiento a la comprensión de la habilidad de planeación en niños, cuando se enfrentan a la solución de problemas, se constituyen en referentes teóricos de esta investigación en la medida que estos pretenden comprender los procesos de planeación en niños de 10 y 11 años frente a la resolución de problemas matemáticos”. A partir de la información recolectada es posible analizar las diferentes formas que los niños emplean a la hora de resolver un problema, de tal manera que ellos encontraran la solución de mismo. En esta investigación se plantearon 4 categorías de planeación: Planeación centrada en un componente, Planeación ajustada a restricciones del problema, Planeación segmentada, y Proceso de apropiación de la tarea

Así mismos trabajos como “estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de 5° de básica primaria” Iriarte, (2011) muestra la influencia de la implementación de estrategias didácticas con enfoque metacognitivo en el desarrollo de la habilidad de resolución en problemas matemáticos para estudiantes de básica primaria. El diseño metodológico utilizado fue cuasi-experimental con cuatro grupos; la intervención se realizó en cuatro fases, poniendo en práctica la instrucción directa, el modelado metacognitivo, la práctica guiada y el aprendizaje cooperativo. Se realizaron comparaciones intragrupos e intergrupos estableciéndose diferencias estadísticas significativas, que corroboraron la efectividad de las estrategias aplicadas. La mayor parte de los indicadores de la problemática apuntan a que las estrategias didácticas utilizadas por los docentes, no están dando los resultados que ellos esperan. Se observa que la tendencia está en prestar más atención a que el alumno memorice el concepto, así como el procedimiento y, en menor medida, a la apropiación e interpretación de sus posibilidades de utilización y las vías para aplicarlos, lo que constituye una importante limitación en la concepción del proceso de formación de las competencias matemáticas. Por tanto, se diseña entonces una forma diferente de abordar los procesos de enseñanza y aprendizaje, planteándose nuevas estrategias didácticas que se lleven a cabo en el aula de clases, que generen cambios significativos en la manera de abordar el aprendizaje de la matemática.

Finalmente se encuentra en el contexto investigativo nacional trabajos como: Educación en matemática y procesos metacognitivos en el aprendizaje Silva, (2004) en la que la autora realiza un análisis y algunas proyecciones que tiene el enfoque metacognitivo, haciendo énfasis en los procesos internos del sujeto que aprende, destacando el papel activo – participativo y responsable del mismo en su propio proceso de aprendizaje, particularmente en la Educación Matemática. La perspectiva cognitiva estudia las operaciones, procesos o estrategias que realiza el sujeto cuando aprende, es decir, cuando adquiere, organiza, elabora y recupera conocimientos, mirado desde una perspectiva de la información. La metacognición es entendida como un componente del sistema ejecutivo de la inteligencia: nos referiremos al conocimiento introspectivo sobre el estado de cognición y su operación, la conciencia de lo que uno sabe sobre la manera de cómo lo sabe.

Todo este estado del arte aportará de manera significativa a la construcción del marco teórico de la presente investigación (ver tabla 1).

Tabla 1. Matriz de análisis de artículos científicos

MATRIZ DE ANÁLISIS DE ARTÍCULOS CIENTÍFICOS- ESTADO DEL ARTE				
<i>REGULACIÓN METACOGNITIVA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS CON ESQUEMA ADITIVO</i>				
AUTOR	NOMBRE DEL DOCUMENTO	CONCLUSIONES RELEVANTES	APORTACIONES A LA TEORÍA	VACÍOS EXPLICATIVOS
Montse Doménech (2004) Tarragona	El papel de la inteligencia y de la metacognición en la resolución de problemas.	El autor en la mención realiza un estudio sobre el papel de la inteligencia en la resolución de problemas, la relación entre la inteligencia y la metacognición y el papel de la	Destaca la importancia de la metacognición en la resolución de problemas, enfatizando en los conocimientos que tiene cada persona sobre su cognición, permite identificar y trabajar	A pesar de que menciona las tres partes del problema no se define de manera explícita cada una de estas, mostrando cual sería el estado inicial de un problema, su

		metacognición en la resolución de problemas	estratégicamente con las tres partes del problema (estado inicial, proceso y estado final), de modo que al tener un conocimiento acerca de la resolución de problemas en general, así como de los propios procesos mentales en particular, permite a los sujetos resolver mejor los problemas (Davidson & Sternberg, 1998)	proceso y estado final.
Carlos Silva (2004) México	Educación en matemática y procesos metacognitivos en el aprendizaje	El autor realiza un análisis y algunas proyecciones que tiene el enfoque metacognitivo, haciendo énfasis en los procesos internos del sujeto que	Se presenta un concepto de metacognición que apoya los conceptos definidos en la presente investigación, donde esta es entendida como un componente del sistema ejecutivo de	El autor y obra en mención no reportan vacíos explicativos. Su investigación aporta significativamente al objeto de estudio propuesto en la presente investigación

		<p>aprende, destacando el papel activo – participativo y responsable del mismo en su propio proceso de aprendizaje, particularmente en la Educación Matemática.</p>	<p>la inteligencia: hace referencia al conocimiento introspectivo sobre el estado de cognición y su operación, la conciencia de lo que uno sabe sobre la manera de cómo lo sabe. Es por ello que la función de la metacognición es dar forma y regular las rutinas y estrategias cognitivas.</p>	
<p>Tuxtla Gutiérrez (2015) México</p>	<p>Desarrollo de habilidades metacognitivas a través de la solución de problemas matemáticos</p>	<p>En el documento se detalla la investigación realizada a un grupo de estudiantes, las cuales resolvieron problemas que involucraban el uso de funciones definidas a</p>	<p>El autor describe como tal cinco fases que se aplican a la hora de resolver situaciones problema. Estas son: Fase 1. Comprensión. Fase 2. Transformación y formulación del problema.</p>	<p>A pesar de que se detalla la aplicación de las cinco fases a la resolución de problemas con funciones se debe ampliar el uso de estas a cualquier tipo de problema matemático.</p>

		<p>trozos y la composición de diferentes tipos de funciones. Los problemas fueron diseñados tomando situaciones de la vida real, incluían preguntas relacionadas con las diferentes fases propuestas en el modelo de Yimer y Ellerton (2006), en general, eran abiertas y de respuesta múltiple y para el proceso de solución se tomó como referencia las cinco fases propuestas, las cuales cumplen las etapas de la regulación</p>	<p>Fase 3. Implementación. Fase 4. Evaluación. Fase 5. Internalización. Estas fases están en concordancia con las fases de la regulación metacognitiva, aplicadas a la resolución de problemas matemáticos.</p>	
--	--	--	---	--

		metacognitiva		
Alba Regina Dávila & luz Ángela Velasco (2009) Colombia	Un acercamiento a la comprensión de la habilidad de planeación en los niños, cuando se enfrentan a la solución de problemas	El estudio realizado por las autoras tuvo como objetivo comprender los procesos de planeación en niños de 10 y 11 años frente a la resolución de problemas matemáticos.	Las autoras afirman que en la medida en que se disponga de un conocimiento detallado de los procesos de planeación, se lograra entender mejor como se acerca el niño al problema, el tipo de acciones que propone para su solución, la forma en que trabaja los diferentes momentos del problema, el control y monitoreo de su estrategia y la evaluación final, aspectos que se reflexionan desde la metacognición.	El autor y obra en mención no reportan vacíos explicativos. Su investigación apporto significativamente al objeto de estudio propuesto en la presente investigación
Alberto Jesús Iriarte (2011)	Estrategias metacognitivas en la resolución de	El autor muestra en su investigación la influencia de la	Para efectos de esta investigación la resolución de problemas se toma	El autor y obra en mención no reportan vacíos explicativos. Su

Colombia	problemas matemáticos en estudiantes de 5° de básica primaria	implementación de estrategias didácticas con enfoque metacognitivo en el desarrollo de la habilidad de resolución en problemas matemáticos para estudiantes de básica primaria.	como una habilidad de pensamiento, definida como: proceso que implica la realización de una secuencia o serie de acciones para la obtención de una respuesta adecuada a una dificultad con intención de ser resuelta. Como proceso, esta habilidad se descompone en diferentes pasos o acciones progresivas que deben ser desarrolladas de manera integral.	investigación aporte significativamente al objeto de estudio propuesto en la presente investigación
----------	---	---	---	---

Fuente: Elaboración propia

4.2 Marco Conceptual

En este aparte se presenta conceptos y teorías que son clave para la investigación y sustentan la misma

4.2.1 Resolución de problemas.

La estructura teórica en torno a la resolución de problemas, toma como referencia a varios autores; en primer lugar, la teoría de resolución de problemas de: A.H. Schoenfeld (2006) y M. Trigo (2007), los cuales brindan elementos fundamentales sobre como las

regulaciones de tipo metacognitivo se convierten en pilares en la resolución de problemas y en la conceptualización.

Dentro de las matemáticas se enfoca las temáticas desarrolladas en clase hacia la resolución de problemas, donde conceptos, definiciones, operaciones, algoritmos etc... Tienen fundamento y aplicabilidad y es a partir de las situaciones problema las cuales proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y por ende, sean más significativas para los estudiantes. Los problemas matemáticos pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad. La formulación, el tratamiento y la resolución de los problemas suscitados por una situación problema permiten desarrollar una actitud mental perseverante e investigadora, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas. Es importante abordar problemas abiertos donde sea posible encontrar múltiples soluciones o tal vez ninguna. También es muy productivo experimentar con problemas a los cuales les sobre o les falte información, o con enunciados narrativos o incompletos, para los que los estudiantes mismos tengan que formular las preguntas. Más bien que la resolución de multitud de problemas tomados de los textos escolares, que suelen ser sólo ejercicios de rutina, el estudio y análisis de situaciones problema suficientemente complejas y atractivas, en las que los estudiantes mismos inventen, formulen y resuelvan problemas matemáticos, es clave para el desarrollo del pensamiento matemático en sus diversas formas. En esta investigación los problemas se considerarán como situaciones escritas con ciertas características donde el estudiante pueda identificar o extraer los datos que este proporciona, la relación entre las cantidades y variables y determinar cuál es la incógnita del problema.

Por su parte Pérez y Ramírez (2008) en el artículo denominado “Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos” plantean que:

- La resolución de problemas matemáticos ha estado en boga en los últimos años, sin embargo, el mismo es utilizado con diferentes acepciones.
- En el ámbito de la didáctica Beyer (2000) señala varias definiciones del término “problema”, presentadas por diversos autores, entre ellos:
 - ✓ Nieto (Citado por Beyer, 2000) “problema” como una dificultad que exige ser resuelta, una cuestión que requiere ser aclarada”.
 - ✓ Kilpatrick (Citado por Beyer, 2000) “problema” es una definición la que se debe alcanzar una meta, pero en la cual está bloqueada la ruta directa
 - ✓ Por su parte, Rohn (op. at, p. 24) concibe un problema como un sistema de proporciones y preguntas que reflejen la situación objetiva existentes; las proposiciones representan los elementos y relaciones dados (qué se conoce) mientras que las preguntas indican los elementos y las relaciones desconocidas (qué se busca).
 - ✓ Según Mayer (citado por Poggioli, 1999) problemas tienen los siguientes componentes: a) las metas, b) los datos, c) las restricciones y d) los métodos”. (p. 15).

Ya en el aula de clases el docente debe establecer y aplicar estrategias didácticas que favorezcan el proceso de aprendizaje de problemas matemáticos sencillos y complejos, en estos últimos se debe motivar a los estudiantes para que ellos planteen estrategias de solución donde aplique lo aprendido y sus conocimientos empíricos, dejando atrás comentarios sobre la complejidad del problema desmotivando a los estudiantes.

De acuerdo Schoenfeld (2006) “Algo muy importante es que muchas veces el profesor pone un problema y dice que es muy fácil, lo dice porque tiene años de manejar el tema y pierde la perspectiva de la dificultad que, tal vez, incluso para él, tuvo en alguna ocasión anterior. Hay que tener claro que lo que para unos es fácil, no necesariamente lo es para todos”. Frente a esta afirmación se debe considerar las características de los estudiantes y atendiendo a sus habilidades y conocimientos arrojar el planteamiento de problemas.

En cuanto a la resolución de problemas hay que dar pautas claras al estudiante sobre las formas que pueden aplicar para hallar su solución, según Schoenfeld (2006) con relación a la resolución de problemas se debe considerar que: “Le sucede casi a cualquier persona que, resolviendo un problema, tiene la firme convicción de que se soluciona usando el

método que escogió, y aunque no sale, sigue intentándolo. Posteriormente lo retoma y sigue por el mismo camino, hasta que en algún momento se da cuenta que eso no era así, y que entonces debe buscar otra vía completamente distinta”.

Por esto se destaca la importancia de que el estudiante o la persona que está resolviendo el problema tenga una habilidad para monitorear y evaluar el proceso. En cuanto a eso, Schoenfeld (2006) señala que es, también, conocimiento de sí mismo: la persona que está resolviendo el problema debe saber qué es capaz de hacer, con qué cuenta, o sea, conocer sus habilidades en cuanto a la forma de enfrentarse ante esas situaciones.

Bajo esta teoría y considerando las dimensiones tales como: heurísticas, monitoreo o control, sistema de creencias y recursos planteadas por Schoenfeld (2006), se realizará el análisis de los resultados arrojados mediante la aplicación del cuestionario y de la unidad didáctica a los estudiantes de grado sexto de la institución educativa Las Lajas, a continuación se define cada una de estas dimensiones:

Heurísticas: Schoenfeld dice que hay una problemática con las heurísticas en el trabajo de Pólya, y es que prácticamente cada tipo de problema necesita de ciertas heurísticas particulares; por ejemplo, Pólya propone como heurísticas hacer dibujos, pero Schoenfeld dice que no en todo problema se puede dar este tipo de heurística específica.

En general, el problema con las heurísticas tal como lo propone Pólya, según Schoenfeld, es que son muy generales, por eso no pueden ser implementadas. Dice que habría que conocerlas, saber cómo usarlas, y tener la habilidad para hacerlo. Esto es así porque, posiblemente, mientras el estudiante aprende un cúmulo de heurísticas particulares, ya podría haber aprendido mucho sobre otros conceptos.

Control: Se refiere a cómo un estudiante controla su trabajo. Si ante un determinado problema puede ver una serie de caminos posibles para su solución, el estudiante tiene que ser capaz de darse cuenta si el que seleccionó en determinado momento está funcionando o si va hacia un callejón sin salida; es decir, tiene que darse cuenta a tiempo, retroceder e intentar de nuevo por otra vía y considerar las siguientes acciones que involucran el control frente a la resolución de una situación problema. Estas son:

- Entendimiento: tener claridad acerca de lo que trata un problema antes de empezar a resolverlo. En esto Polya hace, también, una y otra vez, la observación que si alguien no entiende un problema, no lo va a resolver, y si lo hace, es por casualidad.
- Consideración de varias formas posibles de solución y seleccionar una específica, o sea: hacer un diseño.
- Monitorear el proceso y decidir cuándo abandonar un camino no exitoso y tomar uno nuevo.
- Llevar a cabo ese diseño que hizo, estar dispuesto a cambiarlo en un momento oportuno.
- Revisar el proceso de resolución.

Schoenfeld (2006) propone algunas actividades que, según él, pueden desarrollar las habilidades de las personas para el control:

- Tomar videos durante las actividades de resolución de problemas. El video luego se pasa a los estudiantes para que vean qué es lo que han hecho, porque, en general, resuelven un problema y, al final, se les olvida qué fue lo que hicieron.
- Algo que Pólya mencionaba, también: el docente debe tomar las equivocaciones como modelo; es decir, poner un problema en la pizarra, tratar de resolverlo (aun cuando sepa la solución), escoger una estrategia que sabe que no va a llevar a un término y ver en qué momento se decide que esa no lleva a ninguna parte y se opta por otra

El profesor resuelve problemas como modelo, y, posteriormente, debe discutir las soluciones todo el grupo para que cada uno aporte ideas.

- Es muy importante cerciorarse si los estudiantes entienden el vocabulario utilizado en la redacción de un ejercicio o de un problema; se debe hacer preguntas orientadoras y evaluar métodos sugeridos por los mismos estudiantes.
- También propone que se resuelvan problemas en pequeños grupos, en un ambiente de trabajo colaborativo; esto para potenciar el desarrollo de habilidades relacionadas con alguna materia, y, así, que cada uno pueda aprender sobre la forma en que los demás controlan su trabajo.

Creencias: Las creencias sobre la matemática inciden notablemente en la forma en que los estudiantes, incluso los profesores, abordan la resolución de algún problema. Esto afecta, por ejemplo, cuando un estudiante toma un problema y a los cinco minutos lo abandona o no; es decir, lo que él piense que es un problema puede incidir incluso en el tiempo que dedique a la resolución de cierto ejercicio.

Recursos: Éstos son los conocimientos previos que posee el individuo; se refiere, entre otros, a conceptos, fórmulas, algoritmos, y, en general, todas las nociones que se considere necesario saber para enfrentarse a un determinado problema.

Obviamente, en cuanto a los recursos, uno de los aspectos importantes es que el profesor debe estar claro sobre cuáles son las herramientas con las que cuenta el sujeto que aprende. Esto es así porque si a la hora de resolver un determinado problema el individuo no cuenta con las herramientas necesarias para encontrar la solución, entonces, no va a funcionar”.

Partir de las ideas previas de los estudiantes al momento de iniciar la orientación teórica de cualquier temática puede dar la pauta para poder plantear ejercicios posteriores en base a estas y además esto puede garantizar un mejor rendimiento en área de las matemáticas o en el área que se esté trabajando.

De otro lado, el autor Trigo (2007), alrededor de la resolución de problemas en su artículo sobre “La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica” se expone que:

- Aprender a pensar matemáticamente –involucra más que tener una gran cantidad de conocimiento de la materia al dedillo. Incluye ser flexible y dominar los recursos dentro de la disciplina, usar el conocimiento propio eficientemente, y comprender y aceptar las reglas “tácitas de juego”.
- En esta perspectiva se reconoce que un aspecto central en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes es que adquieran los caminos, estrategias, recursos y una disposición para involucrarse en actividades que reflejen el quehacer matemático. Es decir, se reconoce la importancia de relacionar el proceso de desarrollar la disciplina con el aprendizaje o construcción del conocimiento matemático.

4.2.2 Esquema Aditivo.

Una gran parte de la labor docente en preescolar y básica primaria consiste en ayudar a los estudiantes a que construyan paulatinamente la estructura aditiva de los números naturales, puedan aprender los algoritmos correspondientes y aplicarlos en la resolución de problemas matemáticos.

Según la autora Bruno (2000) considera que el aprendizaje de la suma y la resta comienzan en la etapa infantil de una manera informal, a través de situaciones cotidianas y está presente, con diferentes grados de abstracción, a lo largo de la escolaridad obligatoria, a medida que se introducen los sistemas numéricos. Por tal razón en este proyecto se centrará en cómo las estructuras aditivas modelan situaciones cotidianas e implican la resolución de problemas aditivos con números naturales, donde la creación de una estructura puede entenderse como la capacidad que tiene el sujeto para resolver problemas que incluyen los algoritmos de suma y/o resta. Los problemas que inicialmente aprende el estudiante son aquellos de carácter aditivo y que para su estudio pueden dividirse en simples y compuestos; los simples requieren para su solución una suma o una resta, mientras que los compuestos requieren de varias sumas y/o restas.

4.2.3 Metacognición.

Según el autor Flavell, “la metacognición ha sido definida como la habilidad para monitorear, evaluar y planificar nuestro propio aprendizaje”, (1979, citado por Tamayo, 2006). De manera aún más general fue definida por Flavell (1987), como cualquier conocimiento sobre el conocimiento.

Dentro de la metacognición se consideran tres componentes: el conocimiento metacognitivo, la conciencia metacognitiva y la regulación metacognitiva, siendo este último el punto de referencia de la presente investigación, ya que se pretende generar procesos de regulación metacognitiva que contribuyan al mejoramiento de la resolución de problemas matemáticos con esquema aditivo en los estudiantes de grado sexto.

De acuerdo con Curotto (2006) se concibe la metacognición como: “Producto del conocimiento que se refiere a lo que sabemos sobre nuestro propio funcionamiento cognitivo; y como proceso cognitivo a las actividades de planificación, supervisión y

regulación del aprendizaje. La utilización de estrategias metacognitivas en el estudio de la matemática, permite que se controle la propia comprensión, que se detecten errores, se controlen los saberes previos y se regule el aprendizaje”.

4.2.4 Regulación Metacognitiva.

De acuerdo con el autor Schraw la regulación metacognitiva se refiere al conjunto de actividades que ayudan al estudiante a controlar su aprendizaje, se relaciona con las decisiones del aprendiz antes, durante y después de realizar cierta tarea de aprendizaje. Se asume que la regulación metacognitiva mejora el rendimiento en diferentes normas: mejora el uso de la atención, proporciona una mayor conciencia de las dificultades en la comprensión y mejora las estrategias ya existentes. Se ha encontrado un incremento significativo del aprendizaje cuando se incluyen, como parte de la enseñanza, la regulación y la comprensión de las actividades, (1998 citado por Tamayo, 2006).

La regulación metacognitiva se refiere a las actividades metacognitivas que le ayudan al estudiante a controlar sus procesos de pensamiento y de aprendizaje.

Según Brown estas actividades metacognitivas autorreguladoras se desarrollan bajo las acciones de: planificación, monitoreo y evaluación, (1987, citado por Tamayo, 2006, p.3).

“**1. Planeación:** es un proceso que se realiza antes de enfrentar una tarea o meta escolar, implica la selección de estrategias apropiadas y la localización de factores que afectan el rendimiento; la predicción, las estrategias de secuenciación y la distribución del tiempo o de la atención selectiva antes de realizar la tarea; consiste en anticipar las actividades, prever resultados, enumerar pasos.

2. Monitoreo: se refiere a la posibilidad que se tiene, en el momento de realizar la tarea, de comprender y modificar su ejecución, por ejemplo, realizar auto-evaluaciones durante el aprendizaje, para verificar, rectificar y revisar las estrategias seguidas.

3. Evaluación: Realizada al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz; evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia.

Por otro lado, los autores Vesga, Roa y Pinilla (2015) afirman que “La regulación metacognitiva se da cuando los individuos usan sus habilidades metacognitivas para dirigir

su conocimiento y pensamiento, con base en el conocimiento que tienen sobre su conocimiento y estrategias, cómo, cuándo y por qué las utilizan, utilizan habilidades como planificación, autocorrección y fijación de metas para mejorar el uso de sus recursos cognitivos”.

Teniendo en cuenta lo antes descrito se resalta la importancia del proceso de la regulación metacognitiva dentro de la resolución de problemas con esquema aditivo y se analiza como este proceso desde sus tres categorías: planeación, monitoreo y evaluación aporta a que los estudiantes mejoren su proceso de aprendizaje frente a la resolución de problemas matemáticos.

Por tal razón en este proyecto se pretende identificar si los estudiantes desarrollan acciones de planeación, monitoreo y evaluación al momento de desarrollar un problema matemático, analizar dichas acciones y por ende continuar generando dichas acciones donde los estudiantes desarrollen sus capacidades y/o habilidades al momento de enfrentarse a un problema matemático.

4.2.5 Coexistencia entre regulación metacognitiva y resolución de problemas matemáticos

La Resolución de problemas matemáticos es, quizás, el tema de investigación preferido o más recurrente en un número significativo de tesis de pregrado y postgrado, puesto que se constituye en una problemática universal. De hecho, en muchos países se ha comprobado que el termino Resolución de Problemas tiene varios significados, por ello no cualquiera puede referirse a este término sin hacer antes una revisión histórica y epistemológica de su significado en Educación Matemática. Según las Pruebas PISA 2015, 2012, 2009, 2006, y 2003, Colombia históricamente ha tenido un bajo desempeño en resolución de problemas, además de eso Colombia es uno de país latinos con menores niveles en comprensión lectora (OCDE, 2016). A esto sumándole que según De Zubiría (2016) y la Fundación Alberto Meraní, el 93% de los estudiantes de 11° tienen la comprensión de un niño de 7 años, esto es importante porque la resolución de problemas, incluso en matemáticas tiene una estrecha relación con la comprensión lectora, en ocasiones el estudiante tiene los conocimientos matemáticos suficientes para resolver el problemas,

pero sus problemas en comprensión lectora en hacer análisis, inferencias, interpretaciones, de la información arrojada por el problema, provoca unos pobres resultados en la solución

Por otro lado, en Colombia se hacen pruebas saber en 3°, 5°, 9° y 11° y se hacen pruebas piloto para aplicarlas también en 7°, según los Estándares Básicos en Matemáticas (2007) y el ICFES (2017), las pruebas y los Estándares tienen una estrecha relación, la prueba de tercer grado por ejemplo, no evalúa solo las competencias aprendidas en ese grado, sino también las aprendidas en 1° y 2°, así como la de 5° que evalúa también las aprendidas en 4°, o la de 9° que evalúa también las de 8° y así mismo las de 11° que evalúa también las de 10°. Esto es coherente con los Estándares que relaciona las competencias así (1°-3°), (4°-5°), (6°-7°), (8°-9°) y (10° y 11°).

Para superar las dificultades en la resolución de problemas no es suficiente con hacer un plan de mejoramiento, decir esto es incurrir en un adefesio pedagógico, o por lo menos a las medidas correctivas para este fenómeno, ese no debe ser el nombre que debe tomar (Socas, 2010), por ejemplo en 3° que es la primera vez que se enfrentan a las Pruebas Saber, los buenos resultados dependen de las políticas institucionales alrededor de estas pruebas, para que los resultados sean satisfactorios se necesita de una cultura y un recorrido desde 1°, solucionando problemas, la experiencia en la Resolución de Problemas durante esos tres años son fundamentales en los resultados.

Además de eso, dado que la Resolución de Problemas es una habilidad de pensamiento Superior López, (2012), es una habilidad que no todos desarrollan al mismo tiempo, con las mismas destrezas, con el mismo potencial, los estilos de aprendizajes son muy particulares a cada estudiante, no podemos homogenizarlos en este sentido, hacerlo es desconocer los hallazgos actuales en Educación.

Para impactar en el mejoramiento en la resolución de problemas en matemáticas, se necesita hacer un trabajo Investigativo riguroso, que permita encontrar las causas y los factores que están alterando esta situación, identificar cuáles son los obstáculos epistemológicos (Gedisa, 2001), que permitan hacer una re-orientación de los procesos y tomar decisiones y políticas que permitan que los estudiantes avancen significativamente en este horizonte. Pero, para hacer un trabajo de tal magnitud se necesita mucho tiempo por

parte de los docentes, tiempo que a veces no se tiene por las excesivas cargas laborales, y por cumplir a cabalidad con los programadores y contenidos del plan de área.

La investigación en resolución de problema en matemáticas se ha vuelto atractiva solo para el que puede desarrollarse desde fuera, cuenta con las herramientas necesarias y suficientes para desarrollar un buen trabajo, y por último presentar una propuesta, que es nacida de un gran proceso científico a través de la discusión (Teoría vs análisis de la información); y esto no se logra con un simple o mejor dicho mal llamado Plan de mejoramiento, que termina siendo solo un maquillaje que no impacta significativamente los procesos dentro de la Educación.

En la actualidad, es comúnmente admitido el papel preponderante que desempeña la regulación metacognitiva en asuntos inherentes a resolución de problemas, desarrollo de competencias blandas y competencia de pensamiento. Sin lugar a dudas, la resolución de problemas se ha conceptualizado a través del tiempo por varios investigadores, quienes desde sus diferentes teoría e ideologías que profesan, coinciden en señalar que la resolución de problemas se concibe como una actividad generadora de pensamiento en la que intervienen factores cognitivos, emocionales y físicos que permiten que el educando combine elementos del conocimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar solución a una situación nueva.

En este orden de ideas, el tema complejo y a la vez polémico de resolución de problemas se encuentra íntimamente vinculado con los procesos mentales superiores, donde influyen habilidades, competencias, conocimientos tanto declarativos, procedimentales como actitudinales que engranan el proceso de enseñanza- aprendizaje.

Para efectos de esta investigación la resolución de problemas se conceptualiza como una habilidad de pensamiento, definida como: proceso que implica la realización de una secuencia o serie de acciones para la obtención de una respuesta adecuada a una dificultad con intención de ser resuelta. Tal es el caso particular de la regulación metacognitiva y los procesos matemáticos de naturaleza aditiva, si se considera por ejemplo que la resolución de problemas matemáticos, es una capacidad específica que se desarrolla a través del método de ensayo y error y se configura en la personalidad del individuo al sistematizar su información de manera cuantitativa con determinada calidad y haciendo uso de la

metacognición, junto con acciones, y conocimientos que participen en el tema de resolución de problemas.

En diferentes modelos sobre resolución de problemas, llámese modelo de Polya (1945), Schoenfeld (1985), Mason, Burton & Stacey (1989), Miguel de Guzmán (1991), Pifarré y Sanuy (2001), Mayer (2002), operan de manera explícita dos elementos: conocimiento y procesos metacognitivos que se constituyen en la materia prima de la resolución de problema de naturaleza matemática. Por ello es importante considerar cómo se ha entendido la metacognición, retomando algunos aspectos que en este concepto se han definido. La definición que le dio Flavell (1976) a este término se inclina a concebir que el conocimiento que uno tiene sobre los propios procesos y productos cognitivos o cualquier otro asunto relacionando con ello es lo que se dará por llamar metacognición. Por tanto este concepto se refiere, entre otras cosas a la supervisión activa y consecuente regulación y organización de estos procesos en relación con los objetivos cognitivos sobre los que actúan, normalmente al servicio de una meta u objetivo concreto.

A partir de los trabajos de Flavell, otros autores han realizado sus propias definiciones al respecto de metacognición y sus componentes, parece haber cierto acuerdo en cuanto a que la metacognición es un constructor tridimensional que abarca tres aspectos: la conciencia acerca de los procesos cognitivos, el monitoreo (supervisión, control y regulación) y la evaluación de dichos procesos.

Por otra parte, se define el proceso de enseñanza, desde la perspectiva de la didáctica de la matemática, la cual se preocupa por hacer que los espacios y situaciones de aprendizaje, sean significativos y productivos en el aprendizaje y comprensión de la matemática. Aseveración que de una u otra manera le da mayor relevancia a la didáctica de la matemática no solo con los conocimientos declarativos y procedimentales dados desde la escuela, sino también fuera de ella. En consecuencia no podría conceptualizarse, mucho menos problematizarse el tema de regulación meta cognitiva si se trabaja de forma aislada o independiente a sabiendas de que este constructo teórico establece una relación de vecindad o coexistencia entre la didáctica de la matemática y la resolución de problemas, en este caso particular los inherentes a naturaleza aditiva.

Pues ha sido gracias a la resolución de problemas matemáticos, que los estudiantes adquieren modos de pensamiento adecuados, hábitos de persistencia, curiosidad, asombro y extrañeza ante situaciones no familiares que les serán útiles no solo para la clase de matemáticas; sino a la par para el currículo oculto en virtud de que el enfoque de enseñanza parte de la problematización de los contextos “reales” y de esta forma los contenidos quedan relegados a un segundo plano, no por ello menos importantes, sino todo lo contrario constituyéndose para ellos un andamio que permite el aprendizaje significativo y cooperativo derivado de las bondades de la regulación metacognitiva y los procesos matemáticos aditivos propios de la investigación en curso.

Por eso, es importante diseñar ambientes de aprendizaje, donde las situaciones problemas sean planteadas y abordadas desde una matemática concreta, para luego pasar a una matematización en abstracto. Ello sin duda alguna permitirá la creación de ambientes de aprendizaje en los que fluya el pensamiento lógico matemático, la creatividad y la metacognición como pilares de las competencias de pensamiento propias de las matemáticas.

4.2.6 La regulación metacognitiva y los problemas matemáticos al interior del aula

Sin lugar a dudas, los modelos sobre resolución de problemas y los procesos metacognitivos, tienen miradas que confluyen en varios sentidos. Es el caso de los modelos de Schoenfeld (1985) y de Mason, Burton y Stacey (1989), quienes la resolución de problemas desde el énfasis del Control, como principal estrategia Metacognitiva y desde la figura de “Monitor”, para estructurar todo el proceso Metacognitivo.

En este sentido, es necesario dejar en claro que el enfoque de resolución de problemas en el ámbito escolar permite la intervención de tres componentes según Martínez, E. C. (2008) citando a Kilpatrick, (1978): “el problema, interrogante o cuestión que se plantea, el alumno (o los alumnos) a quien se plantea el problema para que lo resuelva, y la situación en que resuelve el problema, que en el ámbito educativo es el aula, manejada por el profesor.” De estos tres componentes, Schoenfeld (1985) y Mason, Burton y Stacey (1989) apoyan todo su proceso individual a través de factores ambientales, que hacen referencia a las características externas al problema, así como incluyen factores de instrumentación y

metodología de la investigación. En este sentido y atendiendo el problema que se presenta, en torno a la comprensión de esquema aditivo y en él como se presentan los procesos relacionados con la regulación metacognitiva se hace indispensable delimitar en cuál de los aspectos o componentes es imperativo enfocarse durante el proceso de investigación.

De estos factores se tendrán en cuenta principalmente, los asociados a los procesos de regulación metacognitiva y esquema aditivo, ingredientes propios de la resolución de problemas matemáticos en los que se puede despejar interrogantes asociados a: ¿cómo se actúa o como se piensa al interior de la práctica pedagógica del aula, y como se controla o regula la metacognición al interior del aula de clase para poder resolver un problema de naturaleza matemática?

Ahora bien un primer acercamiento entre la resolución de problemas y la metacognición en matemáticas nos arroja pistas sobre que lo conceptualizado y problematizado es un campo muy amplio donde existen una diversidad de posibles soluciones a problemáticas dadas entre la resolución de problemas y la metacognición como tal, ya que así lo dejan entrever investigaciones al respecto como las adelantadas por (Davidson y Sternberg, 1998; Dunlosky, 1998), los cuales plantean que: “En el área de matemáticas, un gran número de cuestiones permanecen sin respuesta sobre qué acciones cognitivas y metacognitivas realizan los estudiantes mientras hacen frente a problemas. De esta forma las estructuras teóricas que competen al problema de investigación convergen y adquieren sentido, al ser una situación viable para investigar”

Así mismo, los procesos metacognitivos que se llevan a cabo para desarrollar o resolver un tipo de problema dependen, del tipo de problema (en este caso los relacionados con la regulación metacognitiva y esquema aditivo) y se hace necesario una mayor exploración desde el punto de vista de las interacciones entre los componentes de la metacognición para así mejorar el rol de la regulación metacognitiva dentro de la resolución de problemas presentados en el grupo focal motivo de la investigación.

Al respecto Hacker; Dunlonsky & Greasser, (1998) afirman que, “el conocimiento de la interacción entre procesos metacognitivos y tipos de problemas en un área necesita exploración adicional si quiere ser mejorado el rol de la meta-cognición dentro de la resolución de problemas”. Por esta razón es claro delimitar, los modelos desde los cuales se

va a desarrollar la investigación, y cuál es el papel relevante que va a desempeñar la regulación metacognitiva.

Por tanto, se busca conocer los procesos asociados a la metacognición y para esto se hace necesario encontrar los aportes teóricos sobre metacognición al interior del aula de clase, dados por ejemplo por John Flavell (1987), el cual plantea que los procesos de regulación metacognitiva, particularmente aquellos involucrados en la memoria son los que predominan en su mayoría en el aula de clase posteriormente a haber desarrollado un proceso aditivo matemático que requiera de la regulación metacognitiva.

De igual forma resulta pertinente afirmar que existen definiciones variadas de regulación metacognitiva en la literatura, pero la gran mayoría de ellas incluyen una serie de componentes que están interrelacionados entre sí. Generalmente hay un acuerdo en que la regulación metacognitiva implica entre otras cosas dos componentes principales: conocimiento sobre la cognición y regulación de la cognición. De igual forma la metacognición es descrita por gran número de investigadores como multidimensional y ha sido utilizada como un término general con referencia a un rango de dispares habilidades cognitivas de nivel superior Rodríguez Quintana (2005) citando a Wilson, (1999). Al hablar de manera puntual sobre, la regulación de la cognición se ve claramente que los modelos de resolución de problemas que aportan o brindan elementos teóricos fuertes son; el de Schoenfeld (1985) y de Mason, Burton y Stacey (1989), como se mencionó al principio de este apartado. Es decir, que los aspectos metacognitivos toman fuerza y son fundamentales en los procesos de resolución de problemas y de aprendizaje.

Para detallar y ampliar que aspectos metacognitivos se relacionan con la resolución de problemas matemáticos al interior del aula, es necesario recurrir a definiciones históricas sobre el concepto de metacognición, así como a sus elementos. En primera instancia se da una definición preliminar que se aproxima a conceptualizar la metacognición como todo conocimiento sobre los propios procesos y productos cognitivos y también el conocimiento sobre las propiedades de la información, sobre los datos relevantes para el aprendizaje o cualquier cosa relacionada con procesos y productos cognitivos. Para otros autores, la metacognición se relaciona con la regulación de las capacidades cognitivas Baker (1985) citado por (Curotto, 2010) Ahora bien, en las investigaciones llevadas a cabo se ha notado

que existen unas categorías en torno a las estrategias de aprendizaje usadas por los cinco estudiantes de grado sexto al momento de afrontar un problema, las cuales deben diferenciarse de entrada y de manera clara en estrategias metacognitivas, estrategias cognitivas y estrategias de apoyo.

En lo relacionado a las estrategias metacognitivas, se debe aclarar que son procesos propios de cada individuo, y que por lo general cumplen una función de estrategias metacognitivas y cognitivas, sin embargo, resulta difícil distinguir entre la cognición y la regulación de la cognición, esto hace que en ocasiones no sea sencillo distinguirlas.

Ahora bien, debido a este carácter bipolar de la metacognición, se ha originado un solo modelo superficial de ese constructo. En el mismo sentido, vale la pena decir, que es muy difícil definir y separar las estrategias cognitivas de las metacognitivas, al respecto Rodríguez (2005) afirma que “demás de la problemática relacionada con la difícil tarea de definir y separar estos dos aspectos, también ha sido causa de frustración en los investigadores las dificultades encontradas al intentar distinguir entre cognición y metacognición”.

Dado este entramado, las investigaciones relacionadas con los procesos metacognitivos y los esquemas aditivo matemáticos al interior del aula, se desarrollaron, con el fin de mostrar lo importante de las estrategias metacognitivas para potencializar el pensamiento matemático y a su vez para la resolución de problemas en estudiantes quienes conciben las dificultades en la resolución de problemas como una falta de habilidad para monitorear y regular activamente sus procesos cognitivos.

Este último aspecto coincide con los modelos de Schoenfeld (1985) y de Mason, Burton y Stacey (1989), los cuales hacen énfasis en el Control, como principal estrategia Metacognitiva. Por último, es importante decir que según (Davinson; Sternberg, 1998; Domenech, 2004), “as habilidades Metacognitivas son usadas para codificar el problema, determinar lo que hace falta saber para su resolución, establecer sus condiciones iniciales, seleccionar estrategias de solución”, identificar obstáculos, y evaluar los resultados. De esta forma se pueden determinar los diferentes obstáculos que se presenten al momento de resolver problemas matemáticos al interior del aula, relacionados con esquema aditivo, teniendo en cuenta en especial las habilidades de planeación, reflexión y evaluación.

5. DISEÑO METODOLÓGICO

5.1 Tipo de estudio

Teniendo en cuenta que la investigación realizada en este informe se orientó especialmente a indagar sobre cuál es la influencia de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas matemáticos con esquema aditivo y con ello comprender como este aspecto de la metacognición permite que los estudiantes de grado sexto (6) de la institución educativa las Lajas sean más efectivos a la hora de resolver un problema aplicando la adición de números naturales, se hace necesario hacerlo desde un enfoque cualitativo de corte descriptivo, el cual permitirá hacer comprensible el dialogo entre la teoría, los antecedentes investigativos, la experimentación y lo que expresa cada estudiante dándole sentido y significado a los hallazgos. En este orden de ideas, resulta pertinente señalar que la presente investigación responde al paradigma cualitativo porque es un método de investigación que se utiliza ampliamente para comprender en la realidad social y educativa, además porque el investigador está inmerso en el hecho investigado, interpreta, participa y explora la realidad asumiendo su subjetividad y haciéndola explicita, la interdependencia sujeto-objeto se concibe como imprescindible y utiliza instrumentos que le permiten aproximarse a la realidad y conocerla en la forma más directa posible.

Tomando como referencia los autores Rodríguez, Gil y García (1996) en cuanto a la investigación cualitativa afirman que ésta “estudia la realidad en su contexto natural, tal y como sucede, intentando sacar sentido de, o interpretar los fenómenos de acuerdo con los significados que tienen para las personas implicadas”. Por tanto, la investigación cualitativa implica la utilización y recogida de una gran variedad de materiales entrevista, experiencia personal, historias de vida, observaciones, textos históricos, imágenes, sonidos, que describen la rutina y las situaciones problemáticas y los significados en la vida de las personas.

5.2 Diseño de la investigación

En el presente estudio, se abordó los aportes teóricos realizados por Tamayo (2006) sobre la regulación metacognitiva y de Schoenfeld (2006) sobre la resolución de problemas matemáticos con esquema aditivo. Para el caso en particular, se plantea un esquema que,

por las características propias de la investigación cualitativa de corte descriptiva, es muy necesario acudir constantemente a la teoría durante el análisis de los datos que se pueden obtener al aplicar la unidad didáctica y los instrumentos de recolección de la información. Al respecto, Folgueiras (2009) sostiene que: “Las etapas de la investigación estarán orientadas con base a las siguientes fases: selección del tema a investigar, identificación del problema, revisión de literatura o referentes teóricos, selección del método de investigación, método inductivo, observación, recolección de datos, análisis de datos, interpretación de los resultados, elaboración de conclusiones y redacción del informe final”.

5.3 Unidad de trabajo y de análisis

El presente estudio se realizó en el grado sexto (6) de educación básica, de la Institución Educativa Las Lajas pertenecientes al Municipio de Ipiales, Departamento de Nariño. El grupo está conformado por 22 estudiantes, 6 de género femenino y 16 de género masculino con edades comprendidas entre los 11 y 15 años (ver tabla 2). La gran mayoría de los estudiantes son de estrato socioeconómico 1 y 1 bajo. Para desarrollar el análisis de los procesos de situaciones vividas durante el desarrollo y aplicación del trabajo investigativo, se aplicará la unidad didáctica a los 22 estudiantes que conforman el grado sexto y como unidad de análisis se escoge una muestra de 5 estudiantes del grupo total de participantes. Estos fueron elegidos de manera aleatoria de acuerdo al desempeño académico de tal manera que se analice los resultados de los estudiantes ubicados en un nivel de desempeño superior, alto, básico y bajo (ver tabla 3).

Tabla 2. Clasificación de la unidad de trabajo por género y edad

Edad Genero	11 años	12 años	13 años	14 años	15 años	Total
Mujeres	2	3	1	0	0	6
Hombres	6	5	2	2	1	16
Total	8	8	3	2	1	22

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3. Unidad de análisis

ESTUDIANTES	CÓDIGO	EDAD	GENERO	DESEMPEÑO
Estudiante 1	E1	14	Masculino	Superior
Estudiante 2	E2	11	Masculino	Superior
Estudiante 3	E3	11	Femenino	Alto
Estudiante 4	E4	13	Femenino	Básico
Estudiante 5	E5	12	Masculino	Bajo

Fuente: Elaboración propia

5.4 Instrumentos

Los instrumentos que se utilizan para la ejecución del proyecto permiten dar validez y confiabilidad a la investigación. Al respecto de las técnicas e instrumentos de recolección de la información hay que señalar que en la presente investigación se utilizaron:

5.4.1 Entrevista

Se constituye en una técnica orientada a obtener información de forma oral y personalizada sobre acontecimientos vividos y aspectos subjetivos de los informantes en relación con la situación que se está estudiando. “La entrevista por tanto añade la perspectiva interna para interpretar la realidad, la percepción del mismo sujeto expresada con sus propias palabras”. Folgueiras (2009).

Para nuestra intervención en el aula de clases se pretende realizar una entrevista a los estudiantes de grado 6to, con el objeto de identificar los procesos que llevan a cabo los educandos en la resolución de problemas, así como también determinar las habilidades metacognitivas que utilizan los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos con esquema aditivo.

5.4.2 Observación directa

“En cuanto a la observación, se considera un método de análisis de la realidad que se vale de la contemplación de los fenómenos, acciones, procesos, situaciones y su dinamismo en

su marco natural”. Folgueiras, (2009). Para ello es imprescindible realizar la observación directa de los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Las Lajas durante el desarrollo de las clases, para identificar y registrar los avances y los obstáculos manifestados por el grupo focal en mención durante el transcurso de la ejecución de la Unidad Didáctica.

5.4.3 Cuestionario

Dentro del cuestionario se presenta una situación problema con esquema aditivo relacionada con el contexto denominada “la tienda”, la cual puede ser real o imaginada. Al interior de ella los estudiantes enfrentan una amplia gama de problemas que los obliga a idear soluciones y a tomar decisiones: ¿cómo organizar la tienda?, ¿quiénes venden y quiénes compran?, ¿qué se vende?, ¿en cuánto se vende?, ¿con qué se compra?, ¿cuál es el nombre que se le va a dar a la tienda?; en el momento de comprar y vender, surgen nuevos problemas por resolver: hay que contar el dinero, hay que hacer cuentas, hay que dar vueltas, etc.

Esta actividad fue diseñada con la intencionalidad de verificar si los estudiantes realizan acciones de planeación, monitoreo y evaluación al momento de solucionar problemas matemáticos con esquema aditivo.

5.4.4 Unidad Didáctica

La unidad didáctica es un camino que se puede tomar para concretar objetivos didácticos de aprendizaje, dado que pone en evidencia procesos de reflexión docente frente a la coherencia pedagógica de sus orientaciones en la práctica de aula, con rutas de aprendizaje significativas para sus estudiantes. La unidad didáctica tiene un eje temático contextualizado así:

- **La elección del eje temático**

Debe coincidir perfectamente con las preferencias, intereses y características psicológicas de los estudiantes, al tiempo debe permitir ordenar coherentemente los componentes curriculares, ello implica un conocimiento claro de los objetivos de enseñanza - aprendizaje por parte del docente.

- **Valoración de los conocimientos previos de los estudiantes**

Indagar sobre las experiencias, aptitudes, expectativas de los estudiantes permite verificar el grado de conocimiento que tienen sobre el eje temático elegido, ello permite ajustar la propuesta de trabajo a las necesidades y requerimientos de los mismos en su proceso de aprendizaje.

- **Concreción de los objetivos didácticos y su vinculación con las competencias básicas.**

Los objetivos didácticos incluyen los conocimientos básicos que deben adquirir los estudiantes, por ello deben formularse de manera que vinculen la capacidad que se pretende desarrollar en cada uno, apoyándose en las competencias básicas especialmente integradas.

- **Presentación de ejes temáticos trabajados en forma integral**

Los ejes temáticos deben concretarse con claridad, diferenciando entre los contenidos básicos o fundamentales y aquellos que se proponen para ampliar o profundizar en determinados conocimientos, habilidades o aptitudes.

- **Decisiones metodológicas: actividades, tiempo, recursos.**

La metodología permite al docente tomar decisiones sobre cómo enseñar, qué papel va a desempeñar el estudiante, cuál es el proceso de construcción del conocimiento, que competencias vincula, en qué tiempo, espacio y qué recursos necesita. Por tanto las actividades deben tener criterios claros para propiciar aprendizajes significativos y funcionales.

Las actividades deben permitir a los estudiantes: tomar decisiones razonables, investigar, exponer, observar, entrevistar, participar, asumir roles, compromisos, responsabilidades, fomentar la solución de problemas en contexto, aplicar procesos intelectuales, creativos, dinámicos y significativos, con planes de acción concretos que generen desarrollo de competencias en tiempos propuestos y pertinentes al proceso.

En este orden de ideas cabe resaltar algunos aspectos relevantes de análisis al momento de diseñar y aplicar la unidad didáctica. Estos son:

5.4.4.1 Ideas previas

Es importante validar durante el proceso de formación académica las ideas previas que tienen los estudiantes sobre las 4 operaciones básicas en matemáticas como: suma, resta, multiplicación y división; y su aplicación en la resolución de problemas aditivos y multiplicativos, sobretodo problemas matemáticos relacionados con el contexto.

Es labor del docente establecer estrategias o mecanismos para reforzar estas ideas previas que tienen los estudiantes o si es el caso corregirlas de tal manera que el estudiante no sienta que sus ideas son erróneas, sino que simplemente requieren cierto reajuste.

Partir de las ideas previas de los estudiantes motiva para que ellos aporten significativamente al desarrollo de la clase y avancen en su formación.

5.4.4.2 Historia y epistemología de las ciencias

Teniendo en cuenta el planteamiento del problema de investigación es necesario enfocarlo teórica y prácticamente en cuanto a la resolución de problemas con esquema aditivo y según sea el grado donde se encuentre el estudiante se establecerá el nivel de complejidad de los problemas que se plantearan.

5.4.4.3 Reflexión metacognitiva

Si consideramos un problema como una situación que se presenta en la que se sabe más o menos o con toda claridad, a dónde se quiere ir pero no se sabe cómo; entonces resolver un problema es precisamente aclarar dicha situación y encontrar algún camino adecuado que lleve a la meta.

A veces no se sabrá si la herramienta adecuada para la situación está entre la colección de técnicas que dominamos o ni siquiera si se ha creado una técnica que pueda ser suficientemente potente para resolver el problema. Esta es precisamente la circunstancia del investigador, en matemáticas y en cualquier otro campo, y, por otra parte, ésta es la situación en la que nos encontramos a veces en nuestra vida normal.

La destreza para resolver genuinos problemas es un verdadero arte que se aprende con paciencia y considerable esfuerzo, enfrentándose con tranquilidad, sin angustias, a multitud de problemas diversos, tratando de sacar el mejor partido posible de los muchos seguros fracasos iniciales, observando los modos de proceder, comparándolos con los de los expertos y procurando ajustar adecuadamente los procesos de pensamiento a los de ellos.

Es la misma forma de transmisión que la de cualquier otro arte, como el de la pintura, la música, etc.

A través de la propuesta investigativa se diseñará y aplicará algunas estrategias de aprendizaje enfocadas a la resolución de problemas matemáticos con esquema aditivo como por ejemplo:

- Comenzar resolviendo un problema fácil.
- Hacer experimentos, observar, busca pautas, regularidades...
- Hacer conjeturas. Tratar de demostrarlas.
- Dibujar una figura, un esquema, un diagrama.
- Escoger un lenguaje adecuado, una notación apropiada.

5.4.4.4 Evaluación conceptual

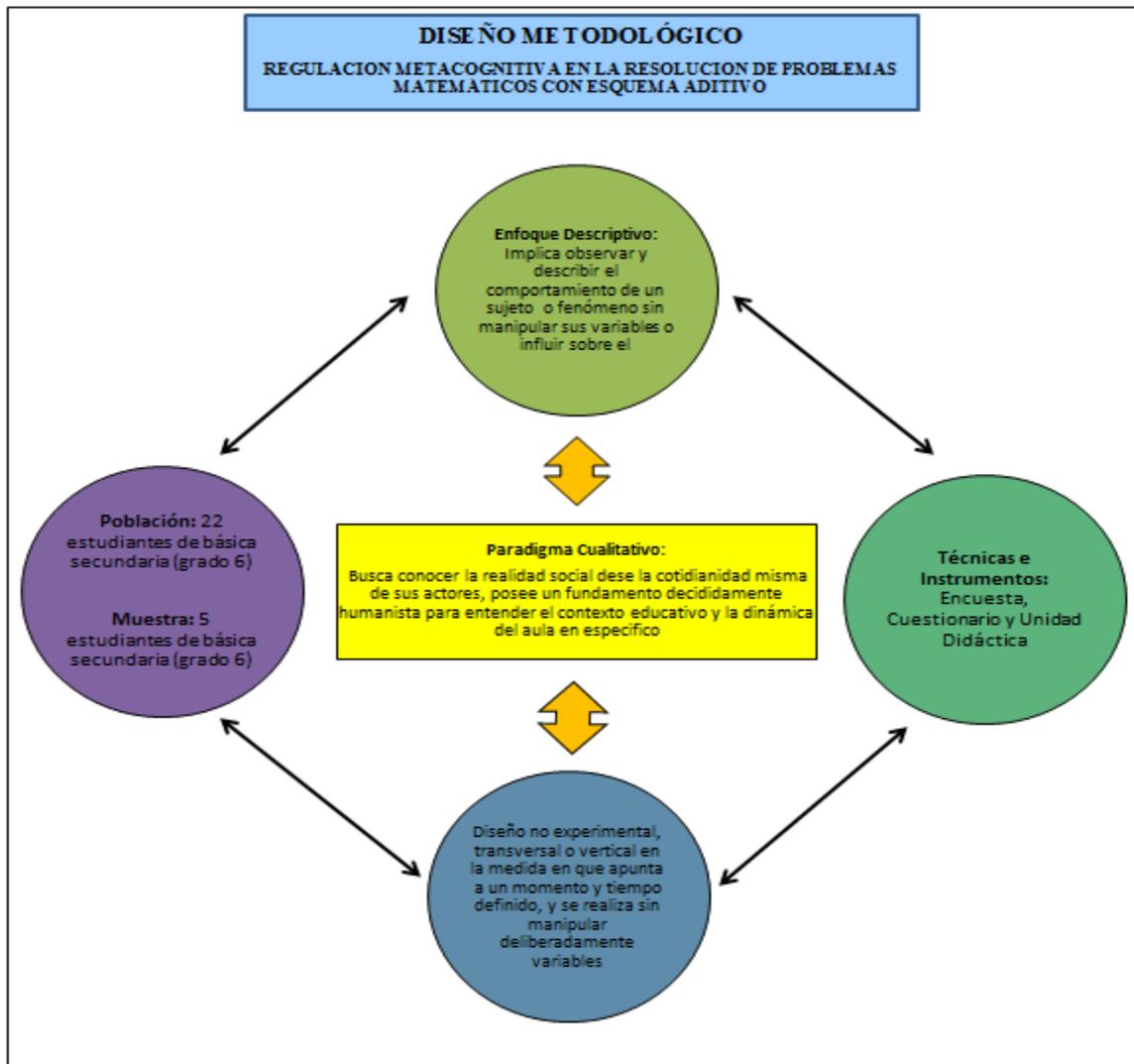
Después del proceso que se desarrollará con el grupo de trabajo se analizará los resultados obtenidos por ellos a través de la aplicación de los instrumentos propuestos dando cuenta si las estrategias implementadas en el aula de clases están siendo efectivas o no.

Ahora bien, como parte de la metodología se diseñará una unidad didáctica estructurada de acuerdo a las necesidades de grupo de estudiantes focalizado y que permita recoger la información necesaria y suficiente apuntándole al alcance de los objetivos propuestos. La unidad didáctica se presenta a como anexo (ver anexo 3).

5.4.4.5 Registrar la información

Consiste en dejar constancia de los datos seleccionados como significativos, haciendo uso de formatos y tablas para consignar la información producto de las observaciones. Para la interpretación y análisis de los resultados se hará uso del análisis del discurso haciendo énfasis en la construcción y generación inductiva de categorías para poder clasificar los datos recogidos y así sacar conclusiones para medir si se alcanzaron o no los objetivos propuestos. A continuación se presenta un diagrama donde se detalla un esquema del diseño metodológico.

Diagrama 1. Diseño metodológico



Fuente: Elaboración propia

5.5 Técnicas para recoger la información

Las técnicas que se utilizarán para recoger la información de la propuesta investigativa están fundamentadas en la aplicación de los instrumentos de investigación propuestos anteriormente.

5.6 Técnicas de análisis de la información

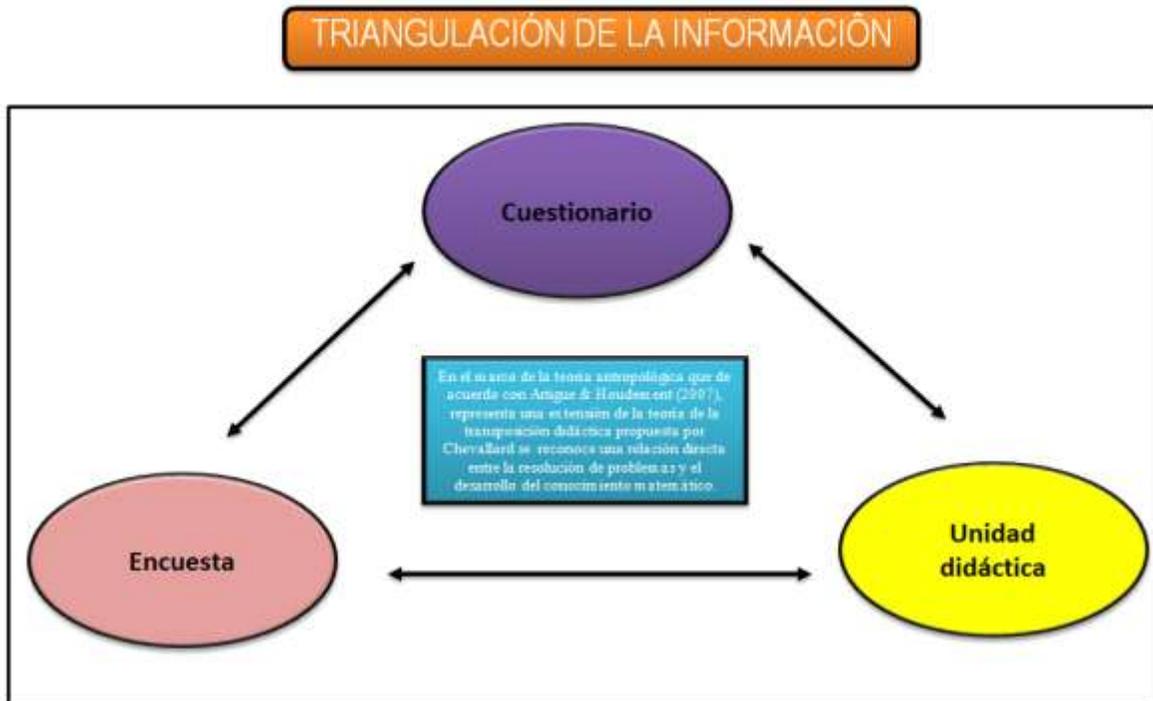
Las técnicas que se utilizarán para analizar la información de la propuesta investigativa están basadas en un plan de análisis, donde el tipo de análisis que se realiza

obedece al análisis del discurso. La observación de los hechos o acciones, el registro de los mismos y la indagación científica parten de un fenómeno en particular, para luego llegar a conclusiones con base a los referentes teóricos o conocimientos científicos existentes y a los resultados finales de la investigación. Para ello es preciso hacer uso de estrategias cualitativas de recolección y análisis de la información como: la entrevista, la observación, técnicas de registro de la información, procesamiento y análisis de la misma (matriz de categorización, sistematización de la información y triangulación, tabulación de información, tablas y conclusiones).

A través de la matriz de categorización, sistematización y triangulación de la información (ver diagrama 2) que se ha recolectado como parte del proyecto en desarrollo, se describirá las categorías de análisis (metacognición y resolución de problemas) y subcategoría (regulación metacognitiva) que fundamentan el proyecto y autores de referencia de cada categoría que categoría.

Este proceso se realizará mediante el contraste de las respuestas dadas por los estudiantes a través de la aplicación de los diferentes instrumentos y de la unidad didáctica, realizando en primer lugar el análisis de las respuestas escritas dadas por los estudiantes para poder ubicarlas en las categorías de análisis propuestas teniendo en cuenta las características de los procesos de regulación metacognitiva, en segundo lugar describir las características de los cambios sucedidos al aplicar estrategias de regulación metacognitiva al momento de resolver problemas matemáticos con esquema aditivo.

Diagrama 2. Triangulación de la información



Fuente: Elaboración propia

6. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Dado que el objetivo general del proceso de investigación se centra en proponer estrategias de regulación metacognitiva que contribuyan a resolución de problemas matemáticos con esquema aditivo en estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Las Lajas, es necesario precisar el análisis los resultados bajo el proceso de metacognición efectuado por los estudiantes del grupo focal y un segundo apartado donde se señalan las características de estos en torno al proceso de regulación metacognitiva que desarrollan los estudiantes frente a la resolución de problemas matemáticos mediante la intervención de la unidad didáctica.

Los resultados que se presentan a continuación surgen a partir del análisis de las técnicas e instrumentos propios del citado estudio, tomando como referencia 5 estudiantes del grupo total de participantes los cuales se constituyen en la muestra. Estos fueron elegidos con base a la escala de valoración establecida por el ministerio de educación nacional – MEN, de tal manera que se analice los resultados de los estudiantes ubicados con un nivel de desempeño superior, alto, básico y bajo como lo muestra la siguiente tabla

Tabla 4. Clasificación del grupo focal

ESTUDIANTES	CÓDIGO	EDAD	GENERO	DESEMPEÑO
Estudiante 1	E1	14	Masculino	Superior
Estudiante 2	E2	11	Masculino	Superior
Estudiante 3	E3	11	Femenino	Alto
Estudiante 4	E4	13	Femenino	Básico
Estudiante 5	E5	12	Masculino	Bajo

Fuente: Elaboración propia

Al respecto, hay que señalar que el análisis se realizó con base a las categorías (metacognición y resolución de problemas), así como en concordancia con la subcategoría (regulación metacognitiva) planteadas en la investigación, esto con ánimo de contextualizar

al lector acerca de la naturaleza del trabajo investigativo en curso (ver tabla 5). De otra parte, resulta pertinente anotar que los instrumentos aplicados (unidad didáctica y cuestionario) permiten dar cumplimiento a los objetivos planteados en la investigación teniendo en cuenta que las preguntas generadoras fueron diseñadas con la intencionalidad de confirmar si los estudiantes focalizados realizan procesos de regulación metacognitiva en los que se evidencien acciones de planeación, monitoreo y evaluación al momento de solucionar problemas matemáticos con esquema aditivo, tal y como se puede observar en la unidad didáctica (ver anexo 3) y cuestionario (ver anexo 2) respectivamente.

Tabla 5. Categorías y subcategorías de la investigación

Instrumento	Numero de pregunta	Acción	Categoría	Subcategoría
Cuestionario	1	Planeación	Metacognición	Diferenciación de conceptos: adición y sustracción de números naturales
	2	Planeación	Resolución de problemas matemáticos	Dominio de los algoritmos para realizar adiciones y sustracciones con números naturales
	3	Monitoreo	Resolución de problemas matemáticos	Dominio de los algoritmos para realizar adiciones y sustracciones con números naturales
	4	Monitoreo	Resolución de problemas	Dominio de los algoritmos para

			matemáticos	realizar adiciones y sustracciones con números naturales
	5	Monitoreo	Metacognición	Diferenciación de conceptos: adición y sustracción de números naturales
	6	Evaluación	Metacognición	Diferenciación de conceptos: adición y sustracción de números naturales
	7	Evaluación	Metacognición	Diferenciación de conceptos: adición y sustracción de números naturales
Unidad didáctica	1	Planeación	Metacognición	Diferenciación de conceptos: adición y sustracción de números naturales
	2	Monitoreo	Resolución de problemas matemáticos	Dominio de los algoritmos para realizar adiciones y sustracciones con números naturales
	3	Monitoreo	Resolución de problemas	Dominio de los algoritmos para

			matemáticos	realizar adiciones y sustracciones con números naturales
	4	Planeación	Metacognición	Diferenciación de conceptos: adición y sustracción de números naturales
	5	Evaluación	Resolución de problemas matemáticos	Dominio de los algoritmos para realizar adiciones y sustracciones con números naturales
	6	Monitoreo	Metacognición	Diferenciación de conceptos: adición y sustracción de números naturales
	7	Evaluación	Metacognición	Diferenciación de conceptos: adición y sustracción de números naturales

Fuente: Elaboración propia

6.1 Análisis Metacognitivo

En este aparte, se muestra el tipo de pregunta y consecuente respuesta dada por los cinco estudiantes frente a las situaciones problema planteadas para su posterior análisis en relación al proceso de regulación metacognitiva. Para tal efecto se procedió a tomar como referencia los instrumentos de unidad didáctica y cuestionario, donde se puede evidenciar

acciones de implican un conocimiento metacognitivo que se evidencia en las preguntas No. 1, No. 5, No. 6 y No. 7 (del instrumento 2); y en las preguntas No 1, No. 4, No.6 y No. 7 (del instrumento 3), donde los estudiantes tuvieron que realizar un proceso de selección del conocimiento empírico y matemático para responder a situaciones del contexto y analizar si las actividades propuestas en el aula de clases son apropiadas para su formación matemática.

A continuación se presenta la siguiente tabla donde se evidencia la clasificación de preguntas y respuestas dadas por los estudiantes de grado 6 frente a las preguntas 1, 5, 6 y 7 del instrumento 2 y las preguntas 1, 4, 6 y 7 del instrumento 2, para su posterior análisis.

Tabla 6. Clasificación de preguntas y respuestas

INSTRUMENTO 2	Estudiante	Respuesta
<p>Pregunta No 1</p> <p>Si tu madre te obsequia \$2.000 para el descanso, ¿tu analizas que productos puedes comprar? O ¿compras tu mecato favorito? Justifica tu respuesta.</p>	E1	<i>“Yo compraría una tocineta de \$1.200 y una palomita de \$800 porque ahí tengo una combinación de azúcar y sal y además son mis mecatos favoritos”</i>
	E2	<i>“Yo analizo que puedo comparar porque me gusta analizar que puedo comprar”</i>
	E3	<i>“Yo voy a comprar un detodito que vale \$1.550 + un bombombun que vale \$300 + unas gomitas que valen \$150 y todo esto me da \$2000”</i>
	E4	<i>“Yo no pienso lo que voy a comprar voy a la tienda y cojo mi mecato favorito.”</i>
	E5	<i>“Yo compraría dos cosas de \$800 y una cosa de \$300 para que la plata rinda más”</i>
INSTRUMENTO 2	Estudiante	Respuesta

Pregunta No 5

La maestra propone a sus estudiantes que para la compra de un yogurt que cuesta \$1.800 cancelen a los vendedores con el menor número de fichas y da algunas opciones que se muestran en la siguiente tabla.

Cantidad de fichas				Total
\$ 100	\$ 200	\$ 500	\$ 1000	
6	1	2	0	9
0	4	0	1	5

¿Es posible que completando otras opciones de la tabla, puedas descubrir el menor número de fichas que utilizarías? Justifica tu respuesta.

E1

Cantidad de fichas				Tota
\$ 100	\$ 200	\$ 500	\$ 1000	1
6	1	2	0	9
0	4	0	1	5
1	1	1	1	4
3	0	1	1	5
1	1	3	0	5

“Si porque al tomar una ficha de cada denominación el número menor es 4”

E2

Cantidad de fichas				Tota
\$ 100	\$ 200	\$ 500	\$ 1000	1
6	1	2	0	9
0	4	0	1	5
1	1	1	1	4
1	1	3	0	5
8	0	0	1	9

“Si porque hay muchas formas de sacar los resultados menores”

E3

Cantidad de fichas				Tota
\$ 100	\$ 200	\$ 500	\$ 1000	1
6	1	2	0	9
0	4	0	1	5
0	4	0	1	5
8	0	0	1	9
3	0	3	0	6

“Si es posible porque el número menor de la tabla es 5”

	E4	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="4">Cantidad de fichas</th> <th>Tota</th> </tr> <tr> <th>\$ 100</th> <th>\$ 200</th> <th>\$ 500</th> <th>\$ 1000</th> <th>1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>6</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>4</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>6</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>9</td> </tr> </tbody> </table> <p><i>“Si porque 5 es el menor número”</i></p>	Cantidad de fichas				Tota	\$ 100	\$ 200	\$ 500	\$ 1000	1	6	1	2	0	9	0	4	0	1	5	3	0	2	1	6	2	1	2	2	7	0	6	2	1	9
Cantidad de fichas				Tota																																	
\$ 100	\$ 200	\$ 500	\$ 1000	1																																	
6	1	2	0	9																																	
0	4	0	1	5																																	
3	0	2	1	6																																	
2	1	2	2	7																																	
0	6	2	1	9																																	
	E5	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="4">Cantidad de fichas</th> <th>Tota</th> </tr> <tr> <th>\$ 100</th> <th>\$ 200</th> <th>\$ 500</th> <th>\$ 1000</th> <th>1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>6</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>4</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>4</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table> <p><i>“Si, porque me da el precio del yogurt”</i></p>	Cantidad de fichas				Tota	\$ 100	\$ 200	\$ 500	\$ 1000	1	6	1	2	0	9	0	4	0	1	5	8	0	0	1	9	1	1	1	1	4	0	4	2	0	6
Cantidad de fichas				Tota																																	
\$ 100	\$ 200	\$ 500	\$ 1000	1																																	
6	1	2	0	9																																	
0	4	0	1	5																																	
8	0	0	1	9																																	
1	1	1	1	4																																	
0	4	2	0	6																																	
INSTRUMENTO 2																																					
	Estudiante	Respuesta																																			
<p>Pregunta No 6</p> <p>¿Puedes concluir que esta actividad te ayudo a reforzar las cuentas que debes hacer al momento de comprar los productos?</p>	E1	<i>“Si porque nos pueden estar cambiando de más o de menos pero igual siempre hay que hacer las cuentas”</i>																																			
	E2	<i>“Si porque si yo solo recibo el regreso (dinero de vuelta) por ejemplo me podrían dar menos o más y así me den más dinero de lo que me deben dar tenemos que ser correctos y darles el dinero a las personas que les corresponda”</i>																																			

Justifica tu respuesta	E3	<i>“Si porque puedo analizar las compras que hago y analizar el dinero de obtengo de cambio”</i>
	E4	<i>“Si me ayuda”</i>
	E5	<i>“Si porque ayuda a saber lo que se paga y lo que sobra”</i>
INSTRUMENTO 2	Estudiante	Respuesta
Pregunta No 7 ¿Crees que antes de ir a la tienda a comprar, debes primero hacer la cuenta de cuanto vas a invertir en lo que quieres comprar? Justifica tu respuesta.	E1	<i>“Si porque nos pueden estar cobrando de más”</i>
	E2	<i>“Si porque uno debe pensar antes de actuar”</i>
	E3	<i>“Si porque puede ser que no tengas el dinero suficiente para lo que quieres comprar”</i>
	E4	<i>“No, yo tomo de la tienda lo que voy a comprar y listo”</i>
	E5	<i>“Si es necesario hacer la cuenta porque pueden estar dando mal el cambio”</i>
INSTRUMENTO 3	Estudiante	Respuesta
Pregunta No 1 ¿Piensas que realizando únicamente una suma se puede resolver el problema?	E1	<i>“Solamente se puede hacer una suma”</i>
	E2	<i>“Si porque si suma las peras, naranjas, mangos y mandarinas el resultado de la suma seria 2791 frutas”</i>
	E3	<i>“Creo que si se puede sumar un total de todo lo que compro en el supermercado”</i>
	E4	<i>“Si”</i>

	E5	<i>“Yo creo que el problema se resuelve solo con una suma”</i>
INSTRUMENTO 3		
Pregunta No 4 ¿Cuál crees que es la operación que debe realizar Anita para responderle la pregunta a su mejor amiga?	Estudiante	Respuesta
	E1	<i>“Tiene que realizar una suma entre 5500 y 2000”</i>
	E2	<i>“La operación que Anita debe realizar para darle la respuesta a su amiga es sumar”</i>
	E3	<i>“La operación que debe realizar es la resta”</i>
	E4	<i>“Sumar”</i>
	E5	<i>“Anita debe hacer una suma para responder a su mejor amiga”</i>
INSTRUMENTO 3		
Pregunta No 6 ¿La respuesta dada por Mateo y Lucia es correcta? SI___ NO___ PORQUE___	Estudiante	Respuesta
	E1	<i>“No porque salen de clases a la 1:00 de la tarde y saldrían a las 3:00”</i>
	E2	<i>“No porque ellos para ir a la feria gastaron dos horas en caminar por lo tanto ellos tenían que haber llegado a las 3:00 pm”</i>
	E3	<i>“No porque salieron a la 1 de la tarde y se estuvieron 2 horas, entonces a la feria fueron a las 3 de la tarde”</i>
	E4	<i>“No porque ellos salieron a las 3:00 pm”</i>
	E5	<i>“No porque ellos salen a la 1:00 pm”</i>

INSTRUMENTO 3	Estudiante	Respuesta
<p>Pregunta No 7</p> <p>Su maestra les dice que la respuesta es incorrecta, dado que al salir a la 1:00pm del colegio más las dos horas que se gastaron en ir a la feria seria las 3:00 pm. ¿Su maestra tiene la razón? SI___ NO___ PORQUE_____</p>	E1	<i>“Si porque es cierto deberían salir a las tres porque tenían 2 horas”</i>
	E2	<i>“Si porque ella calculo las horas de recorrido de los niños y ellos tenían que haber llegado a las 3:00 pm”</i>
	E3	<i>“Si porque la feria empezó las 3 de la tarde”</i>
	E4	<i>“Si porque ellos salieron a la feria a las 3:00”</i>
	E5	<i>“Si porque salen a la 1:00 pm”</i>

Fuente: Elaboración propia

Con base a los resultados obtenidos, se puede evidenciar que los cinco estudiantes tuvieron que realizar un proceso de selección del conocimiento empírico y matemático para responder a situaciones del contexto y analizar si las actividades propuestas en el aula de clases son apropiadas para su formación matemática. De otra parte, los resultados obtenidos, muestran que el grupo focal agota el proceso lógico de regulación metacognitiva para efectos de resolución de problemas matemáticos en las que emergen habilidades como monitoreo, evaluación y planificación de su propio aprendizaje. Proceso metacognitivo que a su vez le sirve para solucionar problemas matemáticos con esquema aditivo.

Frente a la Pregunta 1 (instrumento 2) se observa como los estudiantes realizan una acción de planeación para dar respuesta a la misma puesto que se trata de establecer una serie de pasos lógicos y matemáticos antes de arrojar de manera a priori la respuesta. Esta información derivada del cuestionario nos permite inferir que los cinco estudiantes de grado sexto planean la resolución de problemas matemáticos minimizando con ello la improvisación.

Al realizar una acción de monitoreo en la respuesta de la pregunta No. 5 (instrumento 2) el estudiante puede desarrollar muchas acciones cognitivas que lo lleven a establecer el menor número de fichas utilizadas para comprar el producto establecido. Los estudiantes encontraron algunas opciones de completar la tabla propuesta y los hallazgos encontrados muestran que E1, E2 y E5 establecieron después de varios ensayos que con una ficha de cada denominación se puede comprar dicho producto, mientras que E3 y E4 fallaron en la respuesta.

Al rastrear las respuestas a la pregunta 6 (del instrumento 2) se evidencia que la mayoría de los estudiantes realizan la acción de evaluación frente a la cuestión planteada, dado que razonan y verifican los resultados comparando con el contexto el resultado obtenido a partir del modelo del problema utilizado, y su diferencia con la realidad que se desea resolver.

La respuesta dada por el estudiante 1 (E1) a la pregunta No. 6 y 7 da cuenta de un conocimiento metacognitivo puesto que el estudiante analiza el ejercicio e indica que este proceso le permitió realizar diferentes operaciones y por ende hacer cuentas al momento de comprar productos.

El estudiante 2 (E2) a pesar de responder acertadamente a la pregunta No 6 y ratificando el uso de las operaciones básicas para resolución de problemas matemáticos, agrego una reflexión desde el punto de vista de las acciones correctas que se deben realizar en la cotidianidad respetando los principios de la honestidad y honradez

La estudiante 3 (E3) realizo un análisis correcto a la pregunta planteada y desde la parte metacognitiva da cuenta de las acciones que conlleva el hacer correctamente las cuentas al momento de efectuar determinadas compras (y saber el dinero que se debe obtener de cambio).

La respuesta dada por la estudiante 4 (E4) muestra una simplicidad al momento de responder a la cuestión planteada porque no refleja un conocimiento metacognitivo más explícito para argumentar su respuesta.

El estudiante 5 (E5) al responder la pregunta No. 6: *Si porque ayuda a saber lo que se paga y lo que sobra*, manifiesta un amplio conocimiento metacognitivo porque reflexiona

sobre las ventajas que se obtiene al efectuar cuentas al momento de hacer determinadas compras y por ende resolver problemas matemáticos.

Dentro del instrumento 3, tomando como referencia la pregunta No.1, la cual refleja la acción de planeación, se detalla que el 100% de los estudiantes respondieron correctamente, identificando que la operación que se debe realizar es la suma, a pesar de que dieron varias apreciaciones a la pregunta planteada, tal como se muestra a continuación:

- *Solamente se puede hacer una suma.* (E1)
- *Si porque si suma las peras, naranjas, mangos y mandarinas el resultado de la suma seria 2751 frutas.* (E2)
- *Creo que si se puede sumar un total de todo lo que compro en el supermercado.* (E3)
- *Sí.* (E4)
- *Yo creo que el problema se resuelve solo con una suma.* (E5)

Es evidente que los estudiantes comprenden el problema, realizan una acción de planeación puesto que analizan la pregunta antes de dar una respuesta y finalmente arrojan la respuesta acertada. Este hallazgo es importante ya que permite visualizar la relación que existe entre las estrategias de identificación de la pregunta generadora y su respuesta. Además, se observa que el estudiante 2 (E2) diferencia con claridad los conceptos expuestos en la situación, resaltando la importancia de la elaboración de las preguntas con la intencionalidad expuesta.

Igualmente en la pregunta 4, se pretende que los estudiantes realicen la acción de planeación para dar respuesta al interrogante planteado, de donde se concluye que 80% de los estudiantes respondieron de manera correcta a la pregunta para saber cuánto dinero tenía Anita inicialmente y solo un 20% de los estudiantes respondieron de manera errónea a la pregunta puesto que ellos dijeron que la operación que se debía realizar era resta, manifestando que no realizaron una planeación previa antes de responder a la cuestión. En esta parte se destaca la respuesta dada por el estudiante 1 (E1), el cual escribe que: *“Tiene que realizar una suma entre 5500 y 2000”*.

Lo cual permite verificar que el estudiante comprende la acción que debe realizar y diferencia claramente los conceptos implícitos en la situación.

El hallazgo sobre la estudiante 3, al responder que la operación que debe realizar es la resta, manifiesta que no maneja los conceptos sobre suma y resta de números naturales y no ha realizado una acción de planeación antes de responder a la pregunta.

En la pregunta 6 el 100% de los estudiantes identificaron que la respuesta dada por Mateo y Lucía fue incorrecta porque si salieron del colegio a la 1:00 pm y gastaron 2 horas en ir a la feria entonces estarían en esta a las 3:00 pm. Además, se identifica que los estudiantes comprenden la diferenciación de conceptos: adición y sustracción de números naturales expuestos dentro de la categoría de la metacognición. Y se verifica que en todos los casos la respuesta fue: No, como se indica a continuación:

- *No porque salen de clases a la 1:00 de la tarde y saldrían a las 3:00. (E1)*
- *No porque ellos para ir a la feria gastaron dos horas en caminar por lo tanto ellos tenían que haber llegado a las 3:00 pm. (E2)*
- *No porque salieron a la 1 de la tarde y se estuvieron 2 horas, entonces a la feria fueron a las 3 de la tarde. (E3)*
- *No porque ellos salieron a las 3:00 pm. (E4)*
- *No porque ellos salen a la 1:00 pm. (E5)*

En la pregunta 7, los estudiantes tenían que realizar una acción de evaluación con el fin de verificar la veracidad de la afirmación y responder si ¿su maestra tiene la razón?, frente a esto todos los estudiantes respondieron que la maestra si tenía la razón en afirmar que la respuesta dada por Mateo y Lucía era incorrecta porque ellos llegarían a la feria a las 3:00 pm, lo cual muestra que los estudiantes efectivamente realizaron dicha acción. Las respuestas obtenidas evidencian lo dicho:

- *Si porque es cierto deberían salir a las tres porque tenían 2 horas. (E1)*
- *Si porque ella calculo las horas de recorrido de los niños y ellos tenían que haber llegado a las 3:00 pm. (E2)*
- *Si porque la feria empezó las 3 de la tarde. (E3)*
- *Si porque ellos salieron a la feria a las 3:00. (E4)*
- *Si porque salen a la 1:00 pm. (E5)*

6.2 Regulación Metacognitiva

Las preguntas No. 2, No. 3 y No.4 (del instrumento 2) y las preguntas No. 2, No.3 y No. 5 (del instrumento 3) muestran las acciones de la regulación metacognitiva que el estudiante debe realizar para dar respuesta a los interrogantes planteados. Además, según Brown estas actividades metacognitivas autorreguladoras se desarrollan bajo las acciones de:

planificación, monitoreo y evaluación, (1987, citado por Tamayo, 2006, p.3). los resultados encontrados se muestran en la siguiente tabla (tabla 7)

Tabla 7. Clasificación de preguntas y respuestas

INSTRUMENTO 2	Estudiante	Respuesta
<p>Pregunta No 2</p> <p>Si dispones de \$ 8.500 y decides gastarles un mecato a tres de tus mejores amigos, de tal manera que te sobre un saldo de \$ 5.000 para el día siguiente, ¿entonces eliges tú los mecatos a comprar o dejas que tus amigos elijan? Justifica tu respuesta.</p>	E1	<i>“Les gastaría tres bocadillos uno para cada uno. Los elegiría yo porque yo soy el que va a gastar”</i>
	E2	<i>“Dejo que mis amigos elijan porque si yo los compro por ejemplo podrían ser alérgicos a lo que yo les compre o puede ser que no les guste”</i>
	E3	<i>“Yo les gastaría a mis tres amigos 2 manimotos y una palomita y me da \$3.500 entonces me sobra \$5.000 para el día siguiente”</i>
	E4	<i>“No, yo elijo lo que les compro porque ellos piden cosas muy costosas”</i>
	E5	<i>“Dejo que mis amigos elijan porque no sé qué les gusta”</i>
INSTRUMENTO 2	Estudiante	Respuesta
<p>Pregunta No 3</p>	E1	<i>“No, el regreso está mal, me faltan \$2.400 y gaste \$11.050”</i>

Si tú dispones de \$20.000 y decides comprar una unidad de todas las bebidas disponibles (gaseosas y lácteos). Uno de los vendedores te da un cambio de \$6.550. ¿Es correcto tu cambio? Justifica tu respuesta.	E2	<i>“No es correcto porque debería haberme dado más dinero de regreso”</i>
	E3	<i>“Yo compre los lácteos y las gaseosas y me da \$11.150 y el cambio no es correcto porque es \$8.850”</i>
	E4	<i>“No es correcto el cambio porque me sale en total \$11.150”</i>
	E5	<i>“El cambio no es correcto porque me debería dar \$8.850”</i>

INSTRUMENTO 2		
Pregunta No 4	Estudiante	Respuesta
Uno de tus compañeros te propone que hagan un cambio, él te da los productos comprados que son: un detodito, una gaseosa en lata y un bocadillo y tú le des \$5.000, ¿harías el cambio? Justifica tu respuesta.	E1	<i>“No porque en los dulces el gasto \$4.450 y él estaría ganando \$550, no haría el cambio e iría a la tienda a comprar”</i>
	E2	<i>“No lo haría porque me podría comprar más cosas y además me podría meter en problemas”</i>
	E3	<i>“Yo si haría el cambio porque me sobraría \$950”</i>
	E4	<i>“No haría el cambio porque me sale en total \$4.450 y me está cogiendo \$1.550”</i>
	E5	<i>“Si haría el cambio porque me sobra \$550”</i>

Fuente: Elaboración propia

En la pregunta 2 – instrumento 2 se evidencia que E1 y E3 realizaron la acción de planeación, puesto que analizan la situación planteada expresada mediante la respuesta dada y solo E6 analiza la condición de que le debe sobrar \$5.000, manifestando una regulación en el proceso de resolución del problema.

Al momento de analizar la pregunta planteada (pregunta No. 3 – instrumento 2) los estudiantes deberían realizar una acción de monitoreo para verificar si lo expuesto en la pregunta es correcto.

Los hallazgos encontrados muestran que los estudiantes si realizaron la acción de monitoreo porque respondieron acertadamente a la pregunta. Los E1, E3 y E4 anotaron el valor invertido, a pesar de que la respuesta dada por E1 no es correcta. Además E3 y E5 brindaron la respuesta correcta en relación al dinero de cambio que debían recibir.

La pregunta 4 (instrumento 2) está diseñada con la intencionalidad de que los estudiantes realicen una acción de monitoreo, donde se manifieste el dominio de los algoritmos para realizar adiciones y sustracciones con números naturales, pero es evidente que solo la respuesta dada por el estudiante 1 (E1) esta acertada, es decir que el estudiante comprende y efectúa una acción de monitoreo que le permite llegar a la respuesta correcta.

Pregunta 2 – instrumento 3 Frente a los hallazgos mediante la aplicación del instrumento 3 se evidencia la capacidad de los estudiantes frente a la resolución de problemas donde se evidencie el dominio de los algoritmos para realizar adiciones y sustracciones con números naturales. El 100% de los estudiantes realizaron las operaciones correspondientes dando resultados correctos

- *No porque las mandarinas y las peras son menores que las naranjas y mangos. (E1)*
- *No porque es mayor el número de naranjas y mangos con su resultado 1560 y las mandarinas y peras 1231 y el que tiene mas es naranjas y mangos. (E2)*
- *El número de mandarinas y peras no es más grande que el número de naranjas y mango. (E3)*
- *No, el número de mandarinas y peras es más pequeño que las naranjas y mangos. (E4)*
- *No son el mayor número de frutas. (E5)*

Frente a esta situación los hallazgos permiten concluir que los estudiantes analizados realizaron una acción de monitoreo que les permitió hallar la respuesta correcta a la situación planteada. La estudiante 3, muestra que realizo una acción de monitoreo para dar respuesta a la pregunta 3 (instrumento 3). Además, se evidencia que existe un dominio de los algoritmos para realizar adiciones y sustracciones con números naturales. La respuesta dada por esta estudiante fue: *Patricia no compro más de 3000 frutas, compro 2791.*

Las respuestas suministradas por E1, E2 y E5 evidencian una carencia de conocimientos en la argumentación de la respuesta dada: *“Patricia no compro más de 3000 frutas”* E1 *“No porque Patricia en frutas gasto muy poco”* E2 *“Patricia compro menos de 3000 frutas”* E5

En relación a la misma pregunta la estudiante 4, al responder que: *“No, patricia no compro 3000 frutas. Compro 2761 frutas”*, manifiesta que no hay precisión en las operaciones realizadas.

Para analizar si los estudiantes realizaron una acción de evaluación se plantea la pregunta 5 (instrumento 3) donde se evidencia que algunos estudiantes si realizaron de manera correcta la operación correspondiente y se observa que algunos estudiantes no comprendieron como se obtenía la respuesta.

- *No esta correcto porque debe hacer una suma.* (E1)
- *No porque ella tiene que sumar y darle el resultado y luego saber cuánto dinero tenía”* (E2)
- *Esta operación es correcta.* (E3)
- *No porque le daría menos.* (E4)
- *No, esta no es correcta.* (E5)

Esto permite tomar acciones de corrección y de mejoramiento en cuanto a la orientación teórica que se imparte en cada uno de los salones frente a la resolución de problemas matemáticos con esquema aditivo, se debe precisar en plantear situaciones problema con intencionalidad de generar procesos de regulación metacognitiva de tal manera que en cada una de estas situaciones se evidencie las acciones de planeación, monitoreo y evaluación.

Los hallazgo obtenidos muestran en su gran mayoría que los estudiantes realizan las acciones de planeación, monitoreo y evaluación al momento una respuesta acertada frente a los interrogantes planteados en dichas situaciones. Además se resalta que al momento de diseñar los instrumentos de la investigación juega un papel fundamental la ubicación de las situaciones problema a situaciones reales ya que así los estudiantes van encontrando relación de las temáticas estudiadas en clase con su aplicación en situaciones del contexto y a su vez genera motivación por encontrar más situaciones donde se utilice los

conocimientos aprendidos en el aula de clases y por ende dar sentido al mundo que les rodea.

Al finalizar la aplicación de cada uno de los instrumentos aplicados es importante preguntar a los estudiantes como se sintieron durante la actividad y si tuvieron alguna dificultad al responder cada una de las preguntas planteadas. Además, para el análisis de los datos obtenidos se destaca el aporte de Flavell, Jhon H (1979). “La metacognición juega un rol importante en la comunicación oral de la información, en la persuasión verbal, en la comprensión lectora, en la escritura, en la adquisición del lenguaje, en la atención en la memoria, en la resolución de problemas y en varios tipos de autocontrol y auto-instrucción” Otro aporte que se destaca es el de Rafael Flórez Ochoa. (2000) donde afirma que: “El alumno eficiente es precisamente el que se autoevalúa en su actividad de aprendizaje, y sobre la base de sus limitaciones y error es capaz de ajustar su proceso de aprendizaje”.

En este mismo orden de ideas Rafael Flórez Ochoa. (2000) en su documento sobre Autorregulación, metacognición y evaluación afirma que: “Los estudiantes necesitan aproximarse a la ciencia y lo harán con gusto, si los temas y problemas que se les proponen parten de su experiencia vital, experiencias de los estudiantes, Ninguna experiencia es educativa sino tiende a un conocimiento de más hechos y una consideración de más ideas, y a una organización mejor y más adecuada de ellos”

En cuanto a lo relacionado con el aprendizaje de la resolución de problemas, Schoenfeld (2006) en su artículo “ Resolución de Problemas” concluye:

- Cuando se tiene o se quiere trabajar con resolución de problemas como una estrategia didáctica hay que tener en cuenta situaciones más allá de las puras heurísticas; de lo contrario no funciona, no tanto porque las heurísticas no sirvan, sino porque hay que tomar en cuenta otros factores.
- Uno de los aspectos importantes es que el profesor debe estar claro sobre cuáles son las herramientas con las que cuenta el sujeto que aprende. Esto es así porque si a la hora de resolver un determinado problema el individuo no cuenta con las herramientas necesarias para encontrar la solución, entonces, no va a funcionar.

- Si ante un determinado problema puede ver una serie de caminos posibles para su solución, el estudiante tiene que ser capaz de darse cuenta si el que seleccionó en determinado momento está funcionando o si va hacia un callejón sin salida; es decir, tiene que darse cuenta a tiempo, retroceder e intentar de nuevo por otra vía.
- Tener claridad acerca de lo que trata un problema antes de empezar a resolverlo.
- Es muy importante cerciorarse si los estudiantes entienden el vocabulario utilizado en la redacción de un ejercicio o de un problema; se debe hacer preguntas orientadoras y evaluar métodos sugeridos por los mismos estudiantes.

En los estudios realizados por Trigo Manuel (2007), alrededor de la resolución de problemas en su artículo sobre “La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica” se expone que:

- Aprender a pensar matemáticamente –involucra más que tener una gran cantidad de conocimiento de la materia al dedillo. Incluye ser flexible y dominar los recursos dentro de la disciplina, usar el conocimiento propio eficientemente, y comprender y aceptar las reglas “tácitas de juego”.
- En esta perspectiva se reconoce que un aspecto central en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes es que adquieran los caminos, estrategias, recursos y una disposición para involucrarse en actividades que reflejen el quehacer matemático. Es decir, se reconoce la importancia de relacionar el proceso de desarrollar la disciplina con el aprendizaje o construcción del conocimiento matemático.

Estos datos obtenidos dan pie para continuar con los procesos de planeación, monitoreo y evaluación de la unidad didáctica propuesta dentro del proyecto de investigación, dando cabida al proceso de regulación metacognitiva.

7. CONCLUSIONES

Entre las conclusiones que dejó este estudio se destacan los obstáculos de tipos epistemológicos que se encuentran íntimamente relacionados con la concepción tomada de la aritmética, que dificulta la comprensión de los algoritmos de suma y resta de números naturales y su aplicabilidad a la resolución de problemas, porque genera en los estudiantes errores al tomar solo aspectos de orden numérico donde relacionan procesos de orden aditivo, de medición y de cálculo de áreas y perímetros etc... Otro obstáculo epistemológico, surge en las bases del álgebra, los cuales generan en los estudiantes de grado sexto un proceso lleno de suposiciones en torno la relación entre las expresiones algebraicas y datos de los problemas planteados como herramienta para resolver el problema y la utilización de expresiones de tipo algebraico que impiden el desarrollo de razonamiento de mismo.

De otra parte, se presentan dificultades en torno a cómo razonan los estudiantes y al como tratan de darle significado al concepto para poder resolver el problema, originando obstáculos de tipo ontológico porque desarrollan estrategias propias para resolver un problema y las que utilizan las toma de los libros de texto. Los problemas basados en situaciones reales originan cambios en los estudiantes, al punto de lograr desarrollar estrategias de regulación metacognitiva relacionadas específicamente con la planeación, monitoreo y evaluación.

De las estrategias de regulación metacognitiva que usan los estudiantes de grado sexto al afrontar problemas sobre esquema aditivo basados en el esquema aditivo, se destaca la planeación como la más desarrollada, porque permite establecer acciones claras para poder resolver el problema. Los problemas sobre estructuras aditivas basados en situaciones reales permiten mejorar la capacidad de la estructura de las estrategias de regulación metacognitiva, especialmente en lo que se relaciona con el diseño de planes. Los planes transitan de una estructura simple; de un solo paso, con un objetivo definido a tener una estructura compleja, con diferentes acciones que les permiten a los estudiantes ser productivos en términos de resolver el problema. Las estrategias de regulación metacognitiva al ser aplicadas propician una interacción entre la estructura simbólica de los algoritmos de suma y resta y el lenguaje matemático usado por los estudiantes. Los

procesos de evaluación como parte de las estrategias de regulación metacognitiva, son muy difíciles de generar en los estudiantes sin importar el tipo de situación problema al que se enfrenten.

Las situaciones problemas que se resuelven con el uso de estrategias de regulación metacognitiva –planeación, monitoreo y evaluación- logran desarrollar en los estudiantes de grado sexto de la institución educativa Las Lajas aspectos de reflexión en torno a su aprendizaje y de evaluación de sus saberes. Éstos presentaron cambios en torno a su proceso de aprendizaje, destacándose el reconocimiento de los algoritmos de suma y resta de números naturales y del uso de la escala en particular como herramientas que permiten la reflexión sobre sus saberes, en aspectos como; la autoevaluación, la identificación de elementos conceptuales y el diseño de estrategias propias que incluyen; la verificación, rectificación y la revisión de las estrategias.

El diseño de los instrumentos de la investigación juega un papel importante en la consecución de los objetivos de la misma puesto que a partir de los hallazgos se puede establecer conclusiones que permitan realizar un análisis enfocado hacia una respuesta acertada a la problemática planteada.

Los estudiantes de grado sexto de la institución educativa las lajas quienes inicialmente evidenciaron bajos desempeños académicos en el área de matemáticas especialmente en el componente: Resolución de problemas, lograron superar estas dificultades gracias a la utilización de la regulación metacognitiva evidenciada en la unidad didáctica y con ello mejorar las prácticas de aula, junto con su motivación para incorporar el aprendizaje colaborativo de esta ciencia.

La resolución de problemas matemáticos a través de esquemas aditivos basados en situaciones reales originó cambios en los estudiantes, al punto de lograr desarrollar estrategias de regulación metacognitiva relacionadas específicamente con la planeación, monitoreo y evaluación.

8. RECOMENDACIONES

Con base a los resultados arrojados en esta investigación se recomienda ampliar los trabajos sobre regulación metacognitiva y esquema aditivo para dimensionar de manera interdisciplinar su incidencia en los temas afines y diferentes a resolución de problemas matemáticos.

De igual forma se recomienda a las directivas de la institución educativa Las Lajas, incorporar en la agenda de trabajo de evaluación y consecuente planeación institucional el tema reajustes significativos a la malla curricular de la asignatura de matemáticas en concordancia con el tema regulación metacognitiva y esquema aditivo, de tal manera que el citado estudio se constituya en un referente de actualización de planes de asignatura

Incorporar en los planes de área y asignatura de matemáticas el desarrollo de la inteligencia lógico matemática, junto con el pensamiento numérico, geométrico y variacional de tal manera que se inicien procesos de desarrollo cognitivo y metacognitivo de manera transversal.

Desde el área de lenguaje hacer en énfasis la comprensión lectora y de ser posible presentar textos o documentos de orden matemático, con el fin de contribuir a mejorar su rendimiento frente a la resolución de problemas matemáticos y por ende mitigar el bajo desempeño académico en el área de las matemáticas.

Mediante la práctica pedagógica en cada uno de los salones de clase desde el área de matemáticas enfocar las temáticas a la resolución de problemas matemáticos con esquema aditivo, generando procesos de regulación metacognitiva.

Frente a los procesos cognitivos establecidos se debe enfocar los procesos pedagógicos desarrollados en el aula de clases hacia el ejercicio de la aplicación de procesos de regulación metacognitiva que permita al estudiante su aplicación en la resolución de situaciones problema y por ende mejorar su rendimiento académico en el área de matemáticas.

GLOSARIO

La siguiente lista de conceptos se constituyen en la materia prima del trabajo investigativo, en virtud que los mismos fundamentan y ubican, no solo el problema de investigación sino a la par sitúan al investigadores dentro del contexto teórico, práctico y metodológico en los que se inscribe el citado estudio. Por tanto, en este aparte se presentan de manera sucinta las definiciones más trascendentales de cada uno de los conceptos los cuales se desarrollarán y se ampliarán con mayor profundidad en su contexto y significado dentro del marco teórico conceptual.

REGULACIÓN METACOGNITIVA: Es una subcategoría de la metacognición que permite la planeación, el monitoreo y la evaluación de una tarea.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: Procedimiento cognitivo que permite por medio de etapas y secuencias resolver un problema de manera lógica y objetiva

METACOGNICIÓN: Se trata del nivel de consciencia y conocimiento que tenemos sobre una tarea y su monitorización. Ilustrando esta definición con un ejemplo, al hacer un problema matemático, primero analizamos los conocimientos que sabemos que tenemos en esta área, después las diferentes tareas que debemos realizar para su solución y la coordinación de todas estas. Una vez desarrollado el proceso evaluaremos el grado de precisión que hemos tenido al finalizarla. Psicológicamente hablando, la meta cognición es el control deliberado y consciente de las acciones cognitivas, que le permite al sujeto tener conciencia, a partir de la reflexión de su propio procesos conocimiento, que puede ser usados para controlar dichos procesos.

PLANEACIÓN: Estrategia utilizada en la regulación metacognitiva, para anticiparse a las actividades que se requieren para realizar una tarea.

MONITOREO: Estrategia utilizada en la regulación metacognitiva, para supervisar y vigilar los procedimientos ejecutados durante la realización de una tarea.

HEURÍSTICAS: Son estrategias innatas que tienen los estudiantes, las cuales son utilizadas para resolver una tarea cualquiera.

DIDÁCTICA: Es una ciencia en construcción que se encarga del estudio y la intervención en el proceso enseñanza-aprendizaje con la finalidad de optimizar los métodos, técnicas y herramientas que están involucrados en él.

ENSEÑANZA: Procesos educativos en los que se hace énfasis en la forma como el maestro orienta los conocimientos en el aula de clases.

APRENDIZAJE: Procesos educativos en los que se hace énfasis en la forma como el educando adquiere, procesa y utiliza los conocimientos orientados por el maestro.

UNIDAD DIDÁCTICA: Estrategia metodológica utilizada para intervenir los procesos de enseñanza y aprendizaje, con base a los intereses y necesidades de los educandos.

EVALUACIÓN: Estrategia utilizada en la regulación metacognitiva para valorar el éxito de las acciones y procedimientos utilizados por el sujeto alrededor de una tarea.

ETNOGRAFÍA: Es un método de estudio o de investigación directa que tiene como objetivo observar y registrar las prácticas educativas y los comportamientos, decisiones y acciones de una población estudiantil dentro del aula de clases.

ESQUEMA ADITIVO: Modelo de datos en el cual los efectos de factores individuales son diferenciados y agregados de manera conjunta para modelar los datos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barderas, S. (2000). Didáctica de las matemáticas
- Beltrán, J. (1996). Estrategias de aprendizaje. En J. Beltrán y C. Genovard (Eds.) Psicología de la Instrucción I. Variables y Procesos básicos. Síntesis: Madrid.
- Beltrán, J. (2003). Estrategias de Aprendizaje. Revista de Educación, 332, pp. 55-73.
- Cantoral, R. (2001, Julio-Enero). Enseñanza de la matemática en la educación superior. Revista Electrónica Sinéctica, 19, pp. 3-27.
- Brown, A. (1987). Procesos de Regulación Metacognitiva en la Resolución de Problemas Matemáticos.
- Bruno, A. (2000). Estructuras Aditivas.
- Buitrago, S., & García, L. (2011). Procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas.
- Casajús, A. M. (2005). La resolución de problemas aritmético-verbales poralumnos con TDAH, Tesis doctoral, Universidad de Barcelona.
- Curotto, M. (2006). La metacognición en el aprendizaje de la matemática.
- Dávila, R., & Velazco, L. (2009). Un acercamiento a la comprensión de la habilidad de planeación en niños, cuando se enfrentan a la solución de problemas.
- Doménech, M. (2004). El papel de la inteligencia y de la metacognición en la resolución de problemas. Tesis doctoral, Universidad Rovira I Virgili, Tarragona.

Escamilla, A. (1993). *Unidades Didácticas: una propuesta de trabajo en el aula*: Zaragoza: Edelvives.

Flavell, J. (1979). *Metacognición y monitoreo cognitivo: Una nueva área de investigación en el desarrollo cognitivo*.

Flavell, J.H. (1976). *Metacognitive Aspects of Problem Solving*. In L. B. Resnick (Ed.), *The nature of intelligence* (pp. 231-235). New Jersey: Erlbaum.

Flórez, R. (2000). *Autorregulación, Metacognición y Evaluación*.

Garavito, F. *Pedagogía homeostática: situaciones motrices problémicas y desarrollo de la inteligencia*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

García, G. y Santarelli, N. (2004). *Los procesos metacognitivos en la resolución de problemas y su implementación en la práctica docente*. *Educación Matemática*, 16(2), pp. 127-141.

Georghiadis, P. (2004). *From the general to the situated: three decades of metacognition*. *International Journal of Science Education*, 365-382.

Gravini, M. L., & Iriarte, F. (2008). *Procesos metacognitivos de estudiantes con diferentes estilos de aprendizaje*. *Psicología desde el caribe*, 3-5.

Guillén, E. (2014). *Procedimientos matemáticos y aprendizaje conceptual en física en nivel secundaria (Tesis de maestría)*. Universidad de Ciencias y Artes de Chiapas, México.

Gutiérrez, D. (2005). *Fundamentos teóricos para el estudio de las estrategias cognitivas y metacognitivas*. *Investigación Educativa Duranguense*, 21-28.

Iriarte, A. (2011). Estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de 5° de básica primaria.

Iriarte, A. y Sierra, I. (2011). Estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos. Colombia: Universidad de Córdoba.

Kapa, E. (2002). A metacognitive support during the process of problem solving in a computerized environment. *Educational Studies in Mathematics* , 317-336.

Lyotard, J. (2012). *La Posmodernidad*

Martínez, F., & Useche, N. (2006). *Aciertos Matemáticos*. Bogotá: Educar Editores.

Maturano, C., Soliveres, M. A., & Macías, A. (2002). Estrategias cognitivas y metacognitivas en la comprensión de un texto de ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, 415-425.

Mayer, R. (1998). Cognitive, metacognitive and motivational aspects of problem solving. *Instructional Science*, pages 49 - 63.

Miranda-Casas, A., Acosta-Escareño, G., Tárraga-Mínguez, R., Fernández, M. I., & Rosel-Remírez, J. (2005). Nuevas tendencias en la evaluación de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas. El papel de la metacognición. *Revista de Neurología*, S97-S102.

Muñoz, P., Beltrán, J y López, E. (2009). Perfil en estrategias de aprendizaje de estudiantes de alto rendimiento en lengua castellana y literatura. *Faísca*, 14(16), pp. 49-75.

Obando, G., & Múnera, J. J. (2003). Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática. *Revista Educación y Pedagogía*.

- Osborne, J. W. (2000). Assessing metacognition in the classroom: The assesment of cognition monitoring Effectiveness.
- Osborne, J. W. (2000). Measuring Metacognition in the Classroom: A review of Currently - Available Measures. University of Oklahoma.
- Osses, S., & Jaramillo, S. (2008). Metacognición: Un Camino Para Aprender A Aprender
- Peirce, W. (2004, Noviembre 17). METACOGNITION: Study Strategies, Monitoring, and Motivation. Retrieved Septiembre 1, 2008, from Maryland Consortium of Community Colleges for Teaching Reasoning MCCCTR:
<http://academic.pgcc.edu/~wpeirce/MCCCTR/metacognition.htm>
- Pena, M. (2003). El problema. Editorial Homo Sapiens. Montevideo.
- Pérez, Y., & Ramírez, R. (2008). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos.
- Polya, G. (1945). How to solve it. A new aspect of mathematical method. Princeton: Princeton University Press.
- Recamán, B. (2006). ¡Póngame un problema! Bogotá: Editorial Magisterio.
- Rodríguez, E. (2005). Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico. Tesis doctoral, Universidad Complutense de Madrid, Facultad de Educación, Madrid.

- Sáiz, M.C., Román, J.M., (2011). Entrenamiento metacognitivo y estrategias de resolución de problemas en niños de 5 a 7 años. *International Journal of Psychological Research*, 4(2), pp. 9-19.
- Sanmartí, N. El Diseño de Unidades Didácticas. Capítulo 10 del libro «Didáctica de las ciencias experimentales» de Francisco J. Perales Palacios y Pedro Cañal de León
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sensemaking in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.
- Schoenfeld, A. (2006). Resolución de Problemas.
- Silva, C. (2004). Educación en matemática y procesos metacognitivos en el aprendizaje. *Revista del Centro de Investigación Universidad La Salle*, 7, pp 81 - 91.
- Silva, C. (2006). Educación en matemática y procesos metacognitivos en el aprendizaje.
- Silva, C. (Julio-Diciembre 2006). Educación en matemática y procesos metacognitivos en el aprendizaje. *Revista del Centro de Investigación*, 26 (7), pp. 81-91.
- Soláz-Portolés, J., Rodríguez, C., Gómez, A., & Sanjosé V. (2010). Conocimiento metacognitivo de las estrategias y habilidades mentales utilizadas para resolver problemas: un estudio con profesores de ciencias en formación. *Didáctica de las ciencias experimentales y sociales*, 24, pp. 139-152. UNESCO (2015). *Replantear la educación ¿Hacia un bien común mundial?* Francia: UNESCO.
- Tamayo, O. E. (2006). La metacognición en los modelos para la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias. In *Los Bordes De La Pedagogía: Del Modelo A La Ruptura* (pp. 275 - 306). UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL.

Tamayo, O., & VASCO, C. (2005). Diseño y Análisis de Unidades Didácticas desde una Perspectiva Multimodal. Capítulo 5 del libro «La clase Multimodal y la Formación y Evolución de Conceptos Científicos a través del uso de Tecnologías de la Información y la Comunicación».

Trigo, M. (2007). La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica.

Vesga, G, Roa, C., & Pinilla, J. (2015). Desarrollo de habilidades metacognitivas a través de la solución de problemas matemáticos.

ANEXOS

A continuación se presenta los anexos fundamentados en los instrumentos de la investigación.

Anexo No. 1

Instrumento 1: Encuesta

La siguiente encuesta consta de 10 preguntas cerradas con el fin de conocer cuáles son los conocimientos que tienen los estudiantes sobre la resolución de problemas con esquema aditivo.

Nombre.

Apreciado estudiante, se sugiere que lea con atención cada una de las preguntas planteadas y responda de manera muy consciente y sincera. Marca con una **X** tu respuesta.

1. ¿Comprendes el concepto de un problema matemático?

SI	NO
----	----

2. ¿En tu clase de matemáticas, te enseñan cómo resolver problemas matemáticos?

SI	NO
----	----

3. ¿Tienes habilidades para resolver cualquier tipo de problema matemático?

SI	NO
----	----

4. ¿Con frecuencia en tu clase practicas la resolución de problemas matemáticos?

SI	NO
----	----

5. ¿Conoces el concepto de esquema aditivo?

SI	NO
----	----

6. ¿Sabes cómo resolver un problema matemático con esquema aditivo?

SI	NO
----	----

7. ¿Conoces si hay fórmulas o reglas para la resolución de un problema matemático con esquema aditivo?

SI	NO
----	----

8. ¿Crees que es importante que en tus clases de matemáticas se profundice sobre la resolución de problemas matemáticos?

SI	NO
----	----

9. ¿Piensas que las temáticas de matemáticas trabajadas en clase son base fundamental para resolver un problema matemático?

SI	NO
----	----

10. ¿Te gustaría ser un experto en la resolución de problemas matemáticos?

SI	NO
----	----

Anexo No. 2

Instrumento 2: Cuestionario

A continuación se presentan una situación problema con esquema aditivo relacionada con el contexto denominada “la tienda”, la cual puede ser real o imaginada. Al interior de ella los estudiantes enfrentan una amplia gama de problemas que los obliga a idear soluciones y a tomar decisiones: ¿cómo organizar la tienda?, ¿quiénes venden y quiénes compran?, ¿qué se vende?, ¿en cuánto se vende?, ¿con qué se compra?, ¿cuál es el nombre que se le va a dar a la tienda?; en el momento de comprar y vender, surgen nuevos problemas por resolver: hay que contar el dinero, hay que hacer cuentas, hay que dar vueltas, etc.

En esta situación se pretende verificar si los estudiantes realizan acciones de planeación, monitoreo y evaluación al momento de ejecutar la actividad. En primera instancia no importa mucho que las cuentas se hagan de manera precisa o que si las hace, no lo logren por métodos más o menos sistemáticos que la docente desea enseñar, interesa que el estudiante enriquezca el sentido y significado que da a las acciones que realiza.

Situación problema.

Dado que muchos de los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Las Lajas se sienten estafados al momento de recibir sus vueltas (dinero sobrante) de sus compras en la tienda escolar, se plantea el ejercicio de simular una tienda en el salón de clases para mitigar la situación que se está presentando. Para esto se idearon los siguientes carteles.



Metodología.

Par desarrollar la actividad se seguirá el siguiente ciclo de aprendizaje:

Se asigna a 5 estudiantes como vendedores de los productos dispuestos en la tienda y al resto de estudiantes se le entrega un sobre con unas fichas marcadas con algunas denominaciones (50 pesos, 100 pesos, 200 pesos, 500 pesos, 1.000 pesos, 5.000 pesos y 10.000 pesos) para que ellos puedan hacer sus compras. Los productos que compren serán entregados a través de unas imágenes impresas con el producto indicado en el cartel.



Preguntas generadoras (forma individual)

1. Si tu madre te obsequia \$2.000 para el descanso, ¿tu analizas que productos puedes comprar? O ¿compras tu mecato favorito? Justifica tu respuesta.

2. Si dispones de \$ 8.500 y decides gastarles un mecato a tres de tus mejores amigos, de tal manera que te sobre un saldo de \$ 5.000 para el día siguiente, ¿entonces eliges tú los mecatos a comprar o dejas que tus amigos elijan? Justifica tu respuesta.

3. Si tú dispones de \$20.000 y decides comprar una unidad de todas las bebidas disponibles (gaseosas y lácteos). Uno de los vendedores te da un cambio de \$6.550. ¿Es correcto tu cambio? Justifica tu respuesta.

4. Uno de tus compañeros te propone que hagan un cambio, él te da los productos comprados que son: un detodito, una gaseosa en lata y un bocadillo y tú le des \$5.000, ¿harías el cambio? Justifica tu respuesta.

5. La maestra propone a sus estudiantes que para la compra de un yogurt que cuesta \$1.800 cancelen a los vendedores con el menor número de fichas y da algunas opciones que se muestran en la siguiente tabla.

Cantidad de fichas				Total
\$ 100	\$ 200	\$ 500	\$ 1000	
6	1	2	0	9
0	4	0	1	5

¿Es posible que completando otras opciones de la tabla, puedas descubrir el menor número de fichas que utilizarías? Justifica tu respuesta.

6. ¿Puedes concluir que esta actividad te ayudo a reforzar las cuentas que debes hacer al momento de comprar los productos? Justifica tu respuesta.

7. ¿Crees que antes de ir a la tienda a comprar, debes primero hacer la cuenta de cuanto vas a invertir en lo que quieres comprar? Justifica tu respuesta.

Preguntas generadoras (forma grupal)

8. Si tu amigo te propone que junten el dinero de los dos, donde el aporta con \$1.750 y deciden, ¿Cuál es la mayor cantidad de productos que pueden comprar? Justifica tu respuesta.

9. La maestra propone que se organicen en grupos de 5 estudiantes, junten el dinero que cada uno posee y compren la mayor cantidad de productos de tal manera que les sobre la menor cantidad de dinero. ¿Es posible hacer esto? Justifica tu respuesta.

10. Nuevamente la maestra decide que en los mismos grupos de 5 estudiantes compren una unidad de todos los productos disponibles y que se acerquen a la tienda y le consulten a uno de los vendedores cuánto deberían pagar en total. Las respuestas dadas son:

Vendedor 1.....	\$ 20.000
Vendedor 2.....	\$ 26.550
Vendedor 3.....	\$ 17.350
Vendedor 4.....	\$ 28.900
Vendedor 5.....	\$ 24.250

¿Deciden aceptar cualquiera de las propuestas de los vendedores, tomando la de menor costo? O ¿realizan la operación para estar seguros cuanto deben pagar? Justifica tu respuesta.

11. Al realizar la suma de los valores de los productos uno de los compañeros afirma que el total es \$28.900, ¿aceptarían pagar este valor? Justifica tu respuesta.

12. Para hallar el total de los productos, uno de los integrantes del grupo propuso que primero se debe sumar los valores de los productos que cuestan menos de \$1.000 y luego hacer la suma de los que cuestan más de \$1.000 y finalmente sumar estos dos resultados. ¿Es esta una buena estrategia? Si ___ No___ Justifica tu respuesta.

Existe otra propuesta. Sí ___ No___ ¿Cuál?

Anexo No. 3

Instrumento 3: Unidad didáctica

Las actividades planteadas a continuación permiten identificar algunas situaciones del contexto donde se utiliza adición y sustracción de números naturales y se pretende verificar si los estudiantes realizan las acciones de planeación, monitoreo y evaluación para hallar su solución.

La unidad didáctica se fundamenta en sus tres momentos: ubicación, desubicación y reenfoque donde se trabaja elementales relacionados con la resolución de problemas matemáticos con esquema aditivo, en este caso se diseñan actividades relacionadas con los conceptos; suma y resta de números naturales. Esta unidad didáctica tiene las siguientes características.

UNIDAD DIDÁCTICA	
ÁREA	Matemáticas
GRADO	Sexto
TEMA	Adición y sustracción de números naturales
COMPETENCIA	Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos
INDICADOR DE DESEMPEÑO	Interpreto la aplicación de la adición y sustracción de números naturales en la solución de problemas matemáticos en diferentes contextos:
OBJETIVO	Emplear los algoritmos correspondientes para realizar adiciones y sustracciones de números naturales
DOCENTE	Dayra Córdoba Molina

MOMENTO DE UBICACIÓN

Título	Los números naturales en la solución de situaciones problema relacionadas con la vida cotidiana
Objetivo	Identificar algunas situaciones del contexto donde se utiliza adición y sustracción de números naturales
Duración	4 horas
Descripción	El estudiante debe leer cuidadosamente los ejercicios propuestos, desarrollarlos y justificar sus repuestas.
Recursos	Apuntes dados en clase Guías de trabajo
Producto a entregar	Desarrollo de las guías de trabajo propuestas

Las actividades planteadas a continuación permiten identificar algunas situaciones del contexto donde se utiliza adición y sustracción de números naturales.

LEE LA SIGUIENTE SITUACIÓN Y RESPONDE LAS PREGUNTAS 1), 2) Y 3)

Patricia va al supermercado y compra 795 mandarinas, 984 naranjas, 576 mangos y 436 peras. Ella le dice a su hija Juanita que necesita que le ayude a calcular cuantas frutas compro en total, para ello Juanita le dice a su mamá que únicamente debe organizar los números en forma vertical y sumarlos, de tal manera que las unidades queden ubicadas con las unidades, las decenas con las decenas y las centenas debajo de las centenas.

1. ¿Piensas que realizando únicamente una suma se puede resolver el problema?

2. ¿Será que el número de mandarinas y peras es más grande que el número de naranjas y mangos?

3. ¿Crees que Patricia compró más de 3000 frutas?

DE ACUERDO A LA SIGUIENTE SITUACIÓN RESPONDER LAS PREGUNTAS

4) Y 5)

Anita salió de su casa con cierta cantidad de dinero, ella gastó \$ 5.500 en implementos de aseo y le sobraron \$ 2.000. Al regresar a casa se encontró con su mejor amiga y le pregunta que con ¿Cuánto dinero salió de su casa?

4. ¿Cuál crees que es la operación que debe realizar Anita para responderle la pregunta a su mejor amiga?

5. Para saber cuánto dinero tenía inicialmente su mejor amiga le propone que realice la resta entre 5500 y 2000, ¿será esto correcto?

DE ACUERDO A LA SIGUIENTE SITUACIÓN RESPONDER LAS PREGUNTAS

6) Y 7)

Mateo y Lucía son estudiantes de la Institución Educativa Las Lajas y estudian en el mismo grado. Ellos decidieron ir a la feria dos horas después de salir del colegio. Ellos siempre terminan sus clases a la 1 de la tarde. Al día siguiente su maestra les pregunta ¿A qué hora fueron a la feria? a lo que ellos responden: a las 5:00 pm.

6. ¿La respuesta dada por Mateo y Lucía es correcta? **SI**___ **NO**___
PORQUE_____

7. Su maestra les dice que la respuesta es incorrecta, dado que al salir a la 1:00pm del colegio más las dos horas que se gastaron en ir a la feria sería las 3:00 pm. ¿su maestra tiene la razón? **SI**___ **NO**___ **PORQUE**_____

ACTIVIDAD 1

LEE LA SIGUIENTE SITUACIÓN Y RESPONDE LAS PREGUNTAS 8), 9) Y 10)

Patricia va al supermercado y compra 795 mandarinas, 984 naranjas, 576 mangos y 436 peras. Ella le dice a su hija Juanita que necesita que le ayude a calcular cuantas frutas compro en total, para ello Juanita le dice a su mamá que únicamente debe organizar los números en forma vertical y sumarlos, de tal manera que las unidades queden ubicadas con las unidades, las decenas con las decenas y las centenas debajo de las centenas.

8. ¿Piensas que realizando únicamente una suma se puede resolver el problema?

9. ¿Será que el número de mandarinas y peras es más grande que el número de naranjas y mangos?

10. ¿Crees que Patricia compró más de 3000 frutas?

DE ACUERDO A LA SIGUIENTE SITUACIÓN RESPONDER LAS PREGUNTAS

11) Y 12)

Anita salió de su casa con cierta cantidad de dinero, ella gastó \$ 5.500 en implementos de aseo y le sobraron \$ 2.000. Al regresar a casa se encontró con su mejor amiga y le pregunta que con ¿Cuánto dinero salió de su casa?

11. ¿Cuál crees que es la operación que debe realizar Anita para responderle la pregunta a su mejor amiga?

12. Para saber cuánto dinero tenía inicialmente su mejor amiga le propone que realice la resta entre 5500 y 2000, ¿será esto correcto?

DE ACUERDO A LA SIGUIENTE SITUACIÓN RESPONDER LAS PREGUNTAS

13) Y 14)

Mateo y Lucía son estudiantes de la Institución Educativa Las Lajas y estudian en el mismo grado. Ellos decidieron ir a la feria dos horas después de salir del colegio. Ellos siempre terminan sus clases a la 1 de la tarde. Al día siguiente su maestra les pregunta ¿A qué hora fueron a la feria? a lo que ellos responden: a las 5:00 pm.

13. ¿La respuesta dada por Mateo y Lucia es correcta? **SI**___ **NO**___

PORQUE_____

14. Su maestra les dice que la respuesta es incorrecta, dado que al salir a la 1:00pm del colegio más las dos horas que se gastaron en ir a la feria sería las 3:00 pm. ¿su maestra tiene la razón? **SI**___ **NO**___ **PORQUE**_____

ACTIVIDAD 2

LEE CUIDADOSAMENTE LA SIGUIENTE SITUACIÓN Y COMPRENDE

Un grupo de biólogos recorrió el río Magdalena en tres semanas. En la primera semana recorrieron 265 km, y en la segunda, 328 km. Si la extensión del río es de 1.538 km, ¿Cuántos kilómetros recorrieron en la última semana?

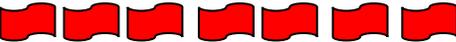
Para resolver la situación se aplica inicialmente una suma y luego una resta

2	6	5	+					1	5	3	8	-
3	2	8							5	9	3	
5	9	3						9	4	5		

R/ En la última semana recorrieron 945 kilómetros

SITUACIÓN PROBLEMA 2

EN LA SIGUIENTE TABLA SE REGISTRÓ EL NÚMERO DE ENTRADAS QUE SE VENDIERON DURANTE CADA DÍA PARA LA OBRA TEATRAL

Cada  Representa 450 entradas vendidas.	
Día	Entradas vendidas
Jueves	
Viernes	
Sábado	
Domingo	

TENIENDO EN CUENTA LA INFORMACIÓN ANTERIOR, RESPONDER LAS PREGUNTAS 1 A 5.

1. ¿Cuántas entradas se vendieron el jueves? _____
2. ¿Cuántas entradas se vendieron el viernes? _____
3. ¿Cuántas entradas se vendieron el sábado? _____
4. ¿Cuántas entradas se vendieron el domingo? _____
5. ¿Cuántas entradas se vendieron en los 4 días? _____

Solución.

MOMENTO DE DESUBICACIÓN

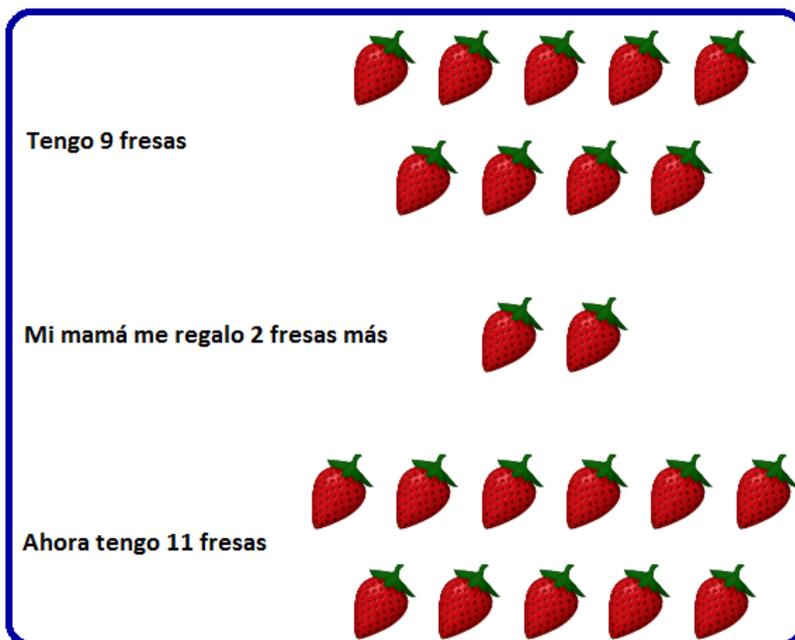
Título	Conceptualización adición y sustracción de números naturales
Objetivo	Identifica los algoritmos utilizados para la adición y sustracción de números naturales
Duración	6 horas
Descripción	El estudiante debe estudiar y comprender los algoritmos utilizados para la adición y sustracción de números naturales y aplicarlos para resolver las situaciones planteadas
Recursos	Orientación teórica sobre el tema Guías de trabajo
Producto a entregar	Desarrollo de los ejercicios propuestos en las guías de trabajo

Las actividades planteadas a continuación permiten identificar algunas situaciones del contexto donde se utiliza adición y sustracción de números naturales.

CONCEPTUALIZA

SUMA DE NÚMEROS NATURALES
<p>La suma es la operación matemática que resulta al reunir en una sola, varias cantidades. También se conoce la suma como adición.</p> <p>La adición es una operación de números naturales, que permite solucionar situaciones en las que se realizan actividades como agregar, agrupar, o comparar. En esta operación los datos reciben el nombre de sumandos y al resultado se le denomina: suma.</p> <p>En forma general se tiene que: $a + b = c$, donde a y b se llaman sumandos y el resultado, c, suma.</p> <p>Para su notación se emplea entre los sumandos el signo + que se lee "más".</p>

Ejemplo



Esta situación se representa numéricamente así:

		9	+
		2	
	1	1	

SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS NATURALES

La sustracción o resta de números naturales es una operación que consiste en quitar o separar de un número mayor otro número menor, para hallar la diferencia entre dos números. Los términos de la sustracción son: Minuendo, Sustraendo, Resto o diferencia.

Para realizar la sustracción o esta de dos números naturales se toma el minuendo (cantidad mayor) y el sustraendo (cantidad menor), y se organizan las unidades debajo de las unidades, las decenas debajo de las decenas, así sucesivamente y se resta.

5	7	5	-	←	minuendo
1	2	3		←	Sustraendo
4	5	2		←	diferencia

Ejemplo





 Juanita tiene 5 caramelos



 comparte 2 caramelos con su mejor amiga





 Le sobran 3 caramelos

ACTIVIDAD 3

Después de comprender los algoritmos utilizados para realizar suma y resta de números naturales resolver los siguientes ejercicios

EJERCICIO 1

Realizar las siguientes operaciones

1	2	4	+			1	2	+			2	2	4	5	+	
3	4	5				3	4					3	5	7		
<hr/>						<hr/>					<hr/>					
1	4	6	7	8	-			2	4	-			9	8	7	-
	2	3	4	4				1	1				1	6	7	
<hr/>								<hr/>					<hr/>			

EJERCICIO 2

Sandra decide comprar los siguientes artículos: 3 lapiceros y cada uno cuesta \$1500, 4 cuadernos y cada uno cuesta \$4150 y 5 borradores donde cada uno cuesta \$450.



- a) ¿Cuánto paga por los lapiceros? _____
- b) ¿Cuánto paga por los cuadernos? _____
- c) ¿Cuánto paga por los borradores? _____
- d) Si ella cuenta con \$20.000, ¿será que alcanza a pagar todos los artículos comprados?

EJERCICIO 3

María saltó 76 cm, en la prueba de salto largo. Javier saltó 13 cm. menos que María
¿Cuántos cm, saltó Javier?

Solución.

MOMENTO DE REENFOQUE

Título	Extracción de datos
Objetivo	Utilizando los datos proporcionados en diferentes situaciones, hallar la solución de los diferentes problemas planteados con esquema aditivo
Duración	8 horas
Descripción	El estudiante debe leer, analizar y observar cuidadosamente las diferentes situaciones dadas para extraer los datos proporcionados para hallar la solución de los problemas planteados con esquema aditivo.
Recursos	Apuntes de la temática desarrollada en clases Guías de trabajo
Producto a entregar	Desarrollo de las guías de trabajo

ACTIVIDAD 4

Extraer los datos correspondientes y resolver

SITUACIÓN PROBLEMA 1

Anita le da a su hija \$34750 para que realícelas siguientes compras: 3 papayas, 2 piñas, 5 manzanas, 10 naranjas y 7 peras, en la tienda de don Pedrito. Al llegar a la tienda ella observa la lista de precios y empieza a realizar las compras.

LISTA DE PRECIOS	
PRODUCTO	PRECIO POR UNIDAD
Papaya	\$ 2200
Piña	\$ 3150
Manzanas	\$ 550
Peras	\$ 750
Naranjas	\$ 350

1. ¿Cuánto paga solo por las manzanas? _____

2. ¿Cuánto paga en total? _____

3. ¿Cuánto le sobro? _____

SITUACIÓN PROBLEMA 2

En la heladería de Mariana se registran los siguientes precios.

HELADERÍA “BUEN SABOR ”	
PRODUCTO	VALOR
Helado de fresa	\$ 2.500
Helado de chocolate	\$ 2.700
Ensalada de frutas junior	\$ 4.500
Ensalada de frutas doble	\$ 5.400
Fresas con crema	\$ 3.750
Cono sencillo	\$ 1.200
Cono doble	\$ 2.400

En base a esta lista de precios responder las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál es el costo de un Helado de fresa, un Helado de chocolate, dos Ensaladas de frutas junior y tres Ensaladas de frutas doble?

2. Si Diana compra una unidad de cada producto, ¿Cuánto debe pagar?

3. Sofía visita la heladería de Mariana con sus tres amigas y deciden comprar 3 Ensaladas de frutas dobles, 3 Fresas con crema y 3 Conos sencillos, ¿Cuánto pagaran?

4. Si Mónica dispone de \$22.500 y decide comprar 4 Helados de chocolate, 3 Ensaladas de frutas junior, 2 Ensaladas de frutas doble y 6 Fresas con crema, ¿Puede pagar el total de la cuenta? ¿Cuánto le sobra o cuanto le falta?

5. Si Camilo y su Hermano deciden comprar un Helado de fresa, un Helado de chocolate, una Ensalada de frutas doble y un Cono doble, ¿Cuánto deben pagar? Además si deciden pagar cada uno igual cantidad de dinero, ¿Cuánto paga Camilo y Cuanto paga su hermano?
