ARGUMENTACIÓN EN GEOMETRÍA: UN ACERCAMIENTO AL CONCEPTO DE ÁREA Y PERÍMETRO MEDIANTE LA RESOLUCÓN DE PROBLEMAS Y EL USO DE LAS TIC.

ANGIE LORENA GARZÓN RODRÍGUEZ

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES

FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

MANIZALES

2020

ARGUMENTACIÓN EN GEOMETRÍA: UN ACERCAMIENTO AL CONCEPTO DE ÁREA Y PERÍMETRO MEDIANTE TIC`S

Autor

ANGIE LORENA GARZÓN RODRÍGUEZ

Proyecto de grado para optar al título de Magister en Enseñanza de las Ciencias

Tutor

SANDRA MARÍA QUINTERO CORREA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES

FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

MANIZALES

2020

DEDICATORIA

A Dios por su infinito amor y bondad

A mi abuelita que ya no está entre nosotros, pero me guía, protege y acompaña en cada uno de los pasos que doy

A mi madre por su apoyo incondicional en cada uno de los momentos importantes de mi vida, por su amor y comprensión.

AGRADECIMIENTOS

A mi familia por su apoyo incondicional en todo mi proceso de aprendizaje y mi desempeño laboral.

A mi tutora Sandra María Quintero, por su comprensión, apoyo y acompañamiento durante todo el proceso de investigación, además por su actitud y ánimo frente a las diferentes dificultades que se presentaron.

Al equipo directivo de la institución, a mis compañeros docentes y a los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Celestin Freinet de Chía, por su disposición y apoyo durante el proceso de investigación.

RESUMEN

Esta investigación tuvo como objetivo desarrollar habilidades de argumentación, en la construcción del concepto de área y perímetro, con ayuda del software Geogebra en estudiantes de grado séptimo. Se analizaron los argumentos de los estudiantes desde el modelo de Toulmin (2007), al realizar actividades de observación y demostración apoyándose en programas de geometría dinámica. Una de las actividades desarrolladas en la unidad didáctica consistió en el diseño de un apartamento a escala, con condiciones especiales como no superar los 36 m^2 y cubrir las necesidades básicas para habitar el apartamento (cocina, baño, habitación), esta actividad tenía como objetivo primordial que el estudiante logrará maximizar el espacio y distribuirlo de tal manera que se aproveche al máximo (maximizar el área).

Otras actividades estaban enfocadas en desarrollar las capacidades de argumentación de los estudiantes, por esto se les preguntaba constantemente el ¿Por qué? de cada situación o de cada respuesta que formulaban. Por medio de estas actividades se logró que los estudiantes fueran más conscientes de sus procesos de aprendizaje ya que no solo cuestionaban sus respuestas, también las respuestas de sus compañeros y de los docentes en general.

Objetivo: Analizar las ventajas que ofrece la vinculación de los procesos de argumentación en geometría, hacia la resolución de problemas con la vinculación del programa Geogebra, para el aprendizaje del concepto de área y perímetro en estudiantes de grado séptimo del colegio Celestin Freinet de chia.

Metodología: La presente investigación es de carácter cualitativo descriptivo, ya que se considera que la investigación cualitativa implica generar categorías de codificación en las que se almacena, organiza y recupera datos.

Resultados: Para la presentación de resultados se muestran tres momentos que son ubicación en el que se indaga sobre las ideas previas que tienen los estudiantes, desubicación donde se presentan los argumentos y garantías que dan los estudiantes y

reenfoque en el que el estudiante expresa lo aprendido y la experiencia que obtuvo en el proceso.

Conclusiones: Los resultados de esta investigación muestran que cuando se trabajan actividades que relacionan el contexto del estudiante se logra que se hagan participes de su aprendizaje, que apliquen sus conocimientos no solo dentro del aula sino en espacios exteriores a esta y logren mejorar sus capacidades argumentativas, además de ser motivador e interesante para el estudiante.

Palabras Claves: Resolución de problemas, argumentación, niveles de argumentación.

ABSTRACT

This research aimed to develop argumentation skills, in the construction of the concept of area and perimeter, with the help of Geogebra software in seventh grade students. Students' arguments were analyzed from the Toulmin model (2007), when they carried out observation and demonstration activities based on dynamic geometry programs. One of the activities carried out in the didactic unit consists in the design of a full-scale apartment, with special conditions such as not exceeding 36 m ^ 2 and covering the basic needs to inhabit the apartment (kitchen, bathroom, room), this The main objective of the activity was for the student to maximize space and distribute it in such a way that it is maximized (maximizing the area).

Other activities were focused on developing the argumentation abilities of the students, so they were constantly asked the Why? of each situation or each answer they formulated. Through these activities, I know those who have more students in their learning processes who not only questioned their answers, but also the responses of their peers and teachers in general.

Objective: Analyze the advantages offered by linking argumentation processes in geometry, towards solving problems with linking the Geogebra program, for learning the concept of area and perimeter in seventh grade students of the Celestin Freinet school in Chia.

Methodology: This research is descriptive qualitative, since it considers that qualitative research involves generating coding categories in which it stores, organizes and retrieves data.

Results: For the presentation of results, three moments are shown that are the location in which the previous ideas that the students have are investigated, the publication where the arguments and guarantees given by the students are presented and the focus in which the student expresses the learned and experience gained in the process.

Conclusion: The results of this research identified when activities are carried out that relate to the student's context, make it possible for them to participate in their learning, to apply their knowledge not only within the classroom but also in spaces outside it, and to improve their argumentative abilities, in addition to being motivating and interesting for the student.

Keywords: Problem solving, argumentation, argumentation levels.

CONTENIDO

1 PRESENTACIÓN 13

2 ANTECEDENTES 14

3 ÁREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN 22

4 JUSTIFICACIÓN 24

5 REFERENTE TEÓRICO 26

5.1 RESOLUCIÓN DE PRBLEMAS 29

5.2 USO DE LAS TIC EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA 32

6 OBJETIVOS 36

6.1 OBJETIVO GENERAL 36

6.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS 36

7 METODOLOGÍA 37

8 RESULTADOS 40

9 DISCUSIÓN DE RESULTADOS 67

10 CONCLUSIONES 70

11 RECOMENDACIONES 71

12 REFERENCIAS 72

13 ANEXOS 74

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Marco analítico para evaluar la calidad de argumentación 28

Tabla 2. Categorías, subcategorías e indicadores. 35

Tabla 3. Instrumento 1 de aplicación..... 40

Tabla 4. Instrumento 2 de aplicación..... 44

Tabla 5. Instrumento 3 de aplicación..... 49

Tabla 6. Instrumento 4 de aplicación..... 52

Tabla 7. Instrumento 5 de aplicación..... 56

Tabla 8. Instrumento 6 de aplicación..... 60

Tabla 9. Instrumento 7 de aplicación..... 62

Tabla 10. Resultados de la entrevista. 64

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Heurística de resolución de problemas. 31

Figura 2. Métodos de enseñanza. 32

LISTA DE ANEXOS

Anexo1. 74

Anexo 2. 75

Anexo 3 77

Anexo 4 78

Anexo 5. 79

Anexo 6. 79

1 PRESENTACIÓN

La geometría en la educación secundaria es muy importante porque es muy útil en los diferentes ámbitos de la vida cotidiana, ya que proporciona destrezas susceptibles que potencian las capacidades cognitivas de los estudiantes, además que brinda diferentes herramientas para argumentar las tesis de diferentes situaciones. Es por esto que en este trabajo se desarrolló la argumentación en geometría desde dos perspectivas, la primera es la resolución de problemas; en la cual se proponen diferentes situaciones problema desde la Heurística de resolución de problemas De Miguel de Guzmán. Por otra parte, la segunda perspectiva está basada en el uso de las TIC en la argumentación de tesis, específicamente mediante la exploración del programa de Geogebra, en la que el estudiante debe hacer una exploración que le permita afirmar o rechazar hipótesis. Mediante estas herramientas se busca que el estudiante logre adquirir y afianzar sus capacidades para argumentar, defender o rechazar tesis desde diferentes ámbitos.

Inicialmente se proponen actividades de reconocimiento de ideas previas frente a los conceptos de área y perímetro de figuras geométricas, en seguida se aplican situaciones problemas que obligan al estudiante a comparar áreas y perímetros y justificar los resultados que proporcionan, esto con el fin de que no solo presenten el resultado de reemplazar los valores para el área y el perímetro de una figura, sino que además observen regularidades y cambios entre estos conceptos.

Finalmente se realiza una entrevista en la que el estudiante debe presentar evidencia de las habilidades obtenidas frente a la resolución de problemas y argumentación, además de la experiencia del uso del programa Geogebra que les permiten contrastar los resultados

2 ANTECEDENTES

Para el desarrollo del presente trabajo se han definido dos categorías que serán desarrolladas a lo largo del proceso. En primer lugar, la argumentación con la cual se pretende hacer evidente la relación existente entre el tipo de argumento que se presenta y la influencia que éste tiene con su entorno socio-cultural, además de buscar investigaciones recientes que están orientadas al aprendizaje de la geometría y las dificultades u obstáculos que presentan los estudiantes al abordar estos temas; en segundo lugar, la resolución de problemas. Dentro de algunas de las investigaciones encontradas se evidencia la presencia del programa GeoGebra con el cual se busca que los estudiantes desarrollen habilidades de visualización, comunicación, exploración, generalización, entre otras; que permiten el desarrollo del pensamiento geométrico.

Argumentación en matemáticas: Uribe (2014) en su artículo titulado "Acercamiento a la argumentación en un ambiente de geometría dinámica: grado octavo", analizó los argumentos de estudiantes de grado octavo, desde el modelo de Toulmin, cuando se realiza actividades de demostración con el apoyo de sistemas de geometría dinámica; además se presentan las acciones que realizan los docentes, favoreciendo la construcción de argumentos, utilizando categorías propuestas por el grupo de investigación de la Universidad Pedagógica Nacional. En este trabajo se presenta un ambiente que favorece la actividad argumentativa desde dos procesos que son la *conjuración:* la cual tiene como finalidad la formulación de conjeturas proporcionadas por la observación que posiblemente sean generalidades o no y *justificación:* que busca seleccionar elementos conocidos tanto teóricos como empíricos que les permita sustentar la afirmación presentada, organizarla de manera deductiva y finalmente presentar la demostración (Toro Uribe & Samper, 2014).

Uno de los resultados más importantes que arrojó este estudio es que el docente puede lograr un avance importante en la capacidad de argumentar sus estudiantes si su papel se centra en proporcionar no solo el desarrollo de actividades de justificación sino estar atento para requerirla cuando se presente la oportunidad, indagar para que el estudiante se vea en la necesidad de proporcionar argumentos de cada idea matemática que

se produzca, además que es importante potenciar el uso de programas de geometría dinámica para lograr que los estudiantes se vuelvan críticos, reflexivos, sean capaces de tomar decisiones asertivas y transformadores de su realidad.

Alfonso Álvarez y Víctor Carranza (2014), en su artículo titulado "Actividades Matemáticas: Conjeturar y Argumentar" busca brindar elementos complementarios para la práctica docente presentando descripciones detalladas de procesos de *conjeturar* y *argumentar*, especificando que uno de los objetivos de la matemática es analizar los elementos presentes en un determinado contexto con el propósito de identificar, caracterizar, abstraer, modelar y aplicar estos procesos cuando sea necesario, buscando un mejor desarrollo en una comunidad, además de generar nuevas teorías en cuanto sea posible; todos estos procesos están estrechamente ligados con la capacidad de conjeturar y argumentar, entendiéndose el primero como un mecanismo por el cual se formula afirmaciones acerca de propiedades de objetos o posibles relaciones entre estos, establecidos a partir de la observación, exploración y experimentación que permite reconocer regularidades y *argumentar* como un proceso que está presente en cualquier actividad matemática, en la que se quiere probar la falsedad o veracidad de una afirmación y cobra sentido cuando que quiere probar la validez de esta (Álvarez Alfonso, Bautista, Carranza Vargas, & Soler, 2014).

Uno de los resultados que arrojó este estudio fue la clasificación de tres tipos de argumentos basados de la teoría de Toulmin, 1) la *abducción*: en la que el sujeto a partir de la observación de unos datos logra extraer una conclusión, en este tipo de argumentos la garantía se deduce proviene de patrones, regularidades o propiedades observadas; 2) la *inducción:* en la que a partir de la afirmación ya establecida, se experimenta para determinar si es verdadera o no; 3) la *deducción:* que consiste en hallar conclusiones verdaderas de premisas o afirmaciones verdaderas, este tipo de argumentación se presenta cuando se busca la validez de una conjetura ya establecida.

Estas investigaciones aportan al presente trabajo en las categorías de la argumentación tomando como base la teoría de Toulmin, además de presentar las ventajas y

desventajas de trabajar con programas de geometría dinámica en el aula, tales como la visualización de propiedades geométricas que se mantienen con el movimiento, las regularidades entre figuras y el cambio del área y el perímetro respecto al tamaño de las figuras, entre otras. Otro aporte importante es que se exponen los posibles obstáculos y errores que se presentan en los estudiantes al trabajar con geometría.

En relación a los trabajos sobre resolución de problemas se logra evidenciar que estos están dirigidos a la puesta en práctica de las propuesta realizadas por Pólya y Miguel de Guzmán como estrategias para resolver problemas auténticos de las matemáticas; estos trabajos muestran claramente la intención de mejorar la capacidad de razonamiento e interpretación, además de aclarar las ideas de los estudiantes en cuanto al diseño de un plan que permita minimizar los obstáculos en la solución de problemas.

"La resolución de problemas es considerada como la razón de ser del área de matemática" Vega (2014), ya que hablar de matemáticas conlleva a relacionarlas directamente con la resolución de problemas, pues se considera que esta es la principal función de esta ciencia, dado que utiliza postulados, teoremas y definiciones como apoyo en los procesos de solución. Son muchos los métodos en el aprendizaje de las matemáticas que requieren de estrategias para lograr la comprensión de los conceptos matemáticos, y para ello se han propuesto algunos pasos que se deben tener en cuenta para solucionar de manera acertada los problemas.

Por otra parte, es importante destacar el trabajo de Miguel de Guzmán, en lo que atañe a la resolución de problemas, ya que para este autor, en la enseñanza por resolución de problemas, "se trata de armonizar adecuadamente las dos componentes que lo integran, la componente heurística, es decir, la atención a los procesos de pensamiento, y los contenidos específicos del pensamiento matemático" (de Guzmán, 2007, pág. 37). De igual manera la heurística de Guzmán propone que el estudiante examine y remodele sus propias formas de pensar de manera sistemática a fin de eliminar los obstáculos y de llegar a establecer hábitos mentales eficaces, en otras palabras, un pensamiento de buena calidad (Piñeiro , Eder, & Díaz, 2015). El modelo de resolución de problemas de Miguel de Guzmán en palabras de Piñeiro , Eder y Díaz (2015), consta de las siguientes fases: familiarización

con el problema, búsqueda de una estrategia, lleva adelante tu estrategia y revisa el proceso y saca consecuencia de él.

En este orden de ideas son muchas las investigaciones que se encuentran en la literatura matemática sobre la resolución de problemas, como proceso mediador en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, entre los cuales también se destacan los siguientes:

Sepúlveda, Medina y Sepúlveda (2009) en su trabajo "La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas" presentan una metodología basada en el uso de tareas sobre resolución de problemas que deben ser desarrollados por estudiantes de diferentes desempeños escolares, quienes deben presentar la solución a los demás compañeros mientras el docente inicia la discusión colectiva para afianzar conocimientos entre los estudiantes. Luego se entrevistaron a los jóvenes que presentaron más interés en las actividades para conocer sus opiniones acerca de las dificultades y las ventajas que tenían al resolver los problemas. Es preciso señalar, que su trabajo se basó en comprender el problema, diseñar un plan; ejecutar el plan y examinar la solución obtenida.

Fue posible encontrar tesis de maestrías que buscan promover la argumentación a través de la resolución de problemas, como el caso de la investigación desarrollada por Benavides, Benavides y Rojas (2017) titulada "argumentación a través de la resolución de problemas para el tema la materia y sus estados de agregación" la cual fue realizada por estudiantes de la maestría en enseñanza de las ciencias de la universidad autónoma de Manizales, con el propósito de presentar una práctica de enseñanza-aprendizaje del tema naturaleza de la materia y sus estados agregados a través de los niveles más sencillos de argumentación a través de la resolución de problemas del aula y su entorno. A modo de conclusión Benavides, Benavides y Rojas (2017) afirman que, en cuanto a la resolución de problemas: "las prácticas y laboratorios son las propuestas dinámicas para entender y valorar los avances en este campo hay un gran avance sobre todo en esta actividad al lograr que se planteen problemas de su entorno, cotidianidad y necesidades de los estudiantes" (pág. 146). Por otro lado, sostienen que en cuanto a la argumentación este ejercicio fue más dispendioso ya que hay frases o párrafos que los estudiantes empezaron a escribir con una

mayor motivación y mejores condiciones para explicar lo que sucedió en sus prácticas y problemáticas planteadas.

De igual manera, Deulofeu, Edo y Baeza (2009) proponen una investigación sobre procesos de resolución de problemas en un entorno de juegos de estrategia, donde se pretende desarrollar habilidades en la resolución de problemas en estudiantes de primaria por medio de juegos matemáticos, además se escogió a estudiantes con habilidades comunicativas para que participaran de las discusiones de las actividades. Como resultado se logró identificar que el juego de estrategia "Cerrar quince" es un juego que permite el desarrollo de habilidades similares a las de resolución de problemas, ya que en su resolución se encontraron procesos comunes. Además, fue posible descubrir los siguientes episodios: Apropiación de reglas y objetivos, Exploración y análisis, Planificación e implementación, Argumentación y verificación y los enlaces entre episodios denominados Momentos de transición.

Frente a la incorporación de las tics en la clase de matemáticas, específicamente al manejar conceptos de área y perímetro, se presentan los siguientes trabajos:

Idiana castellanos (2010), en su artículo titulado 'visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software geogebra' abordó la problemática que presentan los estudiantes de secundaria al momento de visualizar figuras geométricas, realizar trazos con regla y compas, además de presentar justificaciones, este estudio se realizó con tres estudiantes de grado sexto en edades entre 11 y 12 años. Una parte del trabajo consistió en desarrollar una serie de actividades en Geogebra que potencializaban el proceso de visualización y la otra consistió en realizar trazos y construir figuras geométricas que le permitieran al estudiante desarrollar su motricidad, basados en esto concluyen que los estudiantes pueden lograr un entendimiento más profundo de las matemáticas mediante el uso adecuado de la tecnología ya que les permite focalizar su atención en la toma de decisiones, en reflexionar, razonar y además resolver problemas (Castellanos I. , 2010).

Otro trabajo que es conveniente destacar, ya que muestra la problemática que genera trabajar la geometría desde una manera estática, fue escrito por Carlos Torres y

Deris Racedo (2014), lleva por título “estrategia didáctica mediada por el software Geogebra para fortalecer la enseñanza-aprendizaje de la geometría en estudiantes de 9º de básica secundaria” expresa que los estudiantes de secundaria tienen dificultades con procesos de generalización sobre todo en geometría, ya que por lo general en la secundaria se hace mayor énfasis en el álgebra y el cálculo, además lo poco que realizan en este proceso de educación en cuanto a geometría lo hacen mediante figuras geométricas estáticas, que evitan que los estudiantes relacionen conceptos y realicen conclusiones acertadas. El objetivo de esta investigación fue medir el impacto que tiene el software geogebra en la enseñanza- aprendizaje de la geometría en un grupo de estudiantes de grado noveno, para lo cual se presentaron tres niveles de desarrollo de pensamiento geométrico que son: la visualización, análisis y clasificación (Torres Rodriguez & Racedo Lobo, 2014).

Los resultados de este estudio evidenciaron que inicialmente los estudiantes presentaban problemas en el momento de relacionar los desempeños geométricos y la variabilidad de resultados pero que después del uso de las TICS en el aula como estrategia didáctica se fortalece la enseñanza aprendizaje de la geometría y contribuye al mejoramiento de las competencias lógico matemáticas.

En estas investigaciones se muestra que el uso del programa geogebra en el aula de clase aporta de manera significativa en la enseñanza- aprendizaje de la geometría, en cuanto potencializa los procesos de visualización, razonamiento y argumentación, además de ser un medio que logra llamar la atención de los estudiantes y causar interés.

Las investigaciones descritas anteriormente, aportan resultados importantes en el uso de la tecnología, además de actividades que logran captar la atención del estudiante y desarrollar su capacidad de argumentación, lo cual es el objetivo central de la presente investigación.

A continuación, se mencionan algunas investigaciones en las que se buscan diferentes estrategias pedagógicas para el aprendizaje de los conceptos de área y perímetro, además de los obstáculos y errores que pueden presentar los estudiantes al abordar estos temas.

Sergio Sánchez (2013), en su investigación para alcanzar el título de magister titulada "Una propuesta de enseñanza del área y perímetro para estudiantes de 4° en un contexto rural" muestra una serie de actividades que están enfocadas en la enseñanza de área y perímetro de figuras geométricas en estudiantes de grado cuarto, estableciendo un espacio rectangular en el cual se realiza un reconocimiento de las unidades que lo componen, además de la longitud que lo delimita a partir del recubrimiento del terreno; también se muestra la aplicación de estos conceptos en un contexto real y haciendo uso de la resolución de problemas como metodología de enseñanza. Esta investigación consistió en presentarles a los estudiantes el problema de como adecuar un espacio a la construcción de una huerta y de distribuir a cada producto de la huerta el espacio necesario y suficiente para poder crecer de manera adecuada. Uno de los mayores aportes que arrojo esta investigación es que al usar otras herramientas para desarrollar una clase como en este caso que se aplicó en la huerta los estudiantes logran tener una visión diferente de la matemática ya que tuvieron la oportunidad de vivenciar en un contexto real los conceptos de área y perímetro; también se manifiesta que a pesar que este tipo de espacios favorecen el proceso de enseñanza aprendizaje, se manifiestan errores al momento de realizar transformaciones de área y perímetro en cuanto a que los estudiantes no logran establecer que en muchas ocasiones el perímetro de una figura puede cambiar pero el área se puede mantener (Sánchez Moreno, 2013).

Emerson Garrido (2015), en su investigación titulada "La enseñanza del concepto de área y perímetro de polígonos a través del Geoplano, para el desarrollo de la competencia matemática en resolución de problemas del grado séptimo en el Colegio María Antonia Cerini" muestra una propuesta basada en la enseñanza del concepto de área y perímetro de polígonos con el uso de la herramienta didáctica Geoplano, el cual permite dinamizar los procesos de enseñanza aprendizaje desde la visualización y verificación de problemas que involucran estos conceptos. Los resultados muestran que la aplicación de herramientas didácticas en este caso el Geoplano, es amena para los estudiantes y les permite interactuar específicamente con área y perímetro, posibilitando la creación de nuevos conocimientos en las que se utilice unidades de longitud (Garrido Bermúdez, 2015).

Estas investigaciones muestran un marco de referencia en cuanto a las posibles actividades que se pueden desarrollar durante el trabajo de enseñanza aprendizaje de área y perímetro de figuras geométricas, además en estos trabajos se evidencian algunos errores conceptuales que se presentan en los estudiantes al tratar este tema, por tal motivo son de vital importancia dentro de la investigación que se va a desarrollar, ya que facilita la construcción de actividades que permitan la superación de posibles obstáculos.

3 ÁREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

El área de matemáticas por lo general ha sido enseñada desde una perspectiva memorística, en la que el estudiante debe repetir algoritmos siguiendo una guía o ejemplo, con la misma estructura, pero cambiando algunos números, esto hace que el estudiante no analice los procesos que está desarrollando ni que de conclusiones de sus resultados; Es por esta razón que se hace complicada y hasta imposible para los estudiantes y se generan constantemente la pregunta ¿esto para que me sirve?, dejando así su capacidad lógica y deductiva para resolver un problema. Actualmente se necesita que la enseñanza de la matemática potencie el desarrollo de competencias, habilidades y destrezas, que permitan al estudiante desenvolverse dentro de un contexto real, que les permita representar, explicar y comprender su realidad.

Al respecto Chandia (2010) señala que:

> Para que los estudiantes obtengan un aprendizaje significativo, deben sentir el apoyo real de su familia, del profesor y de la comunidad educativa en general, ya que no es solo información o contenidos que se les entrega en el establecimiento, sino valores, conocimientos, reforzar la autoestima, entre otras, para que a futuro se puedan desenvolver sin problema en la sociedad. (p.07)

Esto permite realizar una reflexión sobre el enfoque de enseñanza de las matemáticas, dejando un poco de lado la repetición de algoritmos y enfocarse al desarrollo del pensamiento matemático, que permita aplicar el conocimiento aprendido en la vida del estudiante. Para esto se deben fortalecer habilidades geométricas como la visualización, generalización, razonamiento lógico entre otros, ya que la geometría está constantemente presente en el diario de un estudiante, pero la que menos se hace presente en las aulas de clase. Goncalves (citado en Ballestero y Gamboa, 2011), afirma que: “frecuentemente la enseñanza de la geometría se limita a reconocer figuras y dibujarlas en el papel; las lecciones se desarrollan de manera abstracta, sin proporcionarle a los estudiantes ejemplos reales que le faciliten un mejor entendimiento de los contenidos”. (p.4)

Dentro de los procesos de aprendizaje y en particular en el grado séptimo del Colegio Celestin Freinet en el aula de clase, es evidente la complejidad del pensamiento

geométrico, en especial en el concepto de área y perímetro. Se observa que los estudiantes presentan falencias al momento de calcular áreas y perímetros de figuras planas y que a la vez tienden a pensar que solo se puede calcular el perímetro y área en los cuadriláteros, además de esto les es muy difícil plantear argumentos para defender una tesis.

Como docentes evidenciamos que al explicar un tema y dictar una definición de un concepto los estudiantes guardaran ciertas imágenes que les permite relacionar el tema con su representación, Pero a la hora de retomar los conceptos al parecer ninguno de ellos piensa en la circunferencia, razón por la cual se infiere que en los educandos tienen representaciones incompletas, carentes de significado y en ocasiones erróneas. (Gutiérrez & Jaime, 2011)

Los estudiantes en grado séptimo no logran argumentar teoremas básicos de la geometría, establecer el área y perímetro de diferentes figuras geométricas y desarrollar habilidades matemáticas tales como la visualización y la argumentación. Es de notar que otro factor evidente y que afecta el proceso de enseñanza y aprendizaje del pensamiento geométrico en el colegio Celestin Freinet, tiene que ver con que se da mayor énfasis en el desarrollo de la aritmética y el álgebra, para apuntar a mejorar los resultados en las pruebas saber y se deja el trabajo de este pensamiento para las ultimas semanas de clase donde el tiempo es escaso por diversas actividades institucionales.

Cabe señalar que además en los estudiantes no se fortalece la enseñanza de la geometría a partir de otras estrategias pedagógicas como el uso de plataformas informáticas que permitan la exploración y profundización de dichos conceptos y que además si se logran acceder a estos recursos hay dificultades a causa de las deficiencias en la red, por lo anterior se planeta la siguiente pregunta de investigación.

¿Qué ventajas ofrece la vinculación de los procesos de argumentación en geometría, hacia la resolución de problemas con la vinculación del programa Geogebra, para el aprendizaje del concepto de área y perímetro en estudiantes de grado séptimo del colegio Celestin Freinet de chia?

4 JUSTIFICACIÓN

La geometría a nivel general tiene múltiples aplicaciones en la vida diaria, en el arte, en la arquitectura, la música, la naturaleza, entre otros. La geometría permite establecer patrones y regularidades que generan secuencias, modelan situaciones y promueve la concentración, la memoria y la percepción. En la actualidad se hace necesario formar y educar a los jóvenes, partiendo desde las instituciones educativas, en la adquisición de habilidades y competencias geométricas y argumentativas que les permitan formular conjeturas y así mismo presentar argumentos y garantías que las respalden.

Lo que pretende la presente investigación es que los estudiantes mejoren y reflexionen sobre sus procesos de argumentación, teniendo en cuenta los niveles de argumentación que proponen autores como Osborne, Erduran y Simón (2004) y la heurística De Guzmán para hacer seguimiento a la forma en cómo los alumnos resuelven problemas que involucran el concepto de área y perímetro.

No obstante, es común en la enseñanza actual simplificar los contenidos matemáticos en la mera solución de problemas sin la integración de las competencias argumentativas, el estudiante aún continúa solucionando problemas mediante la ejecución de algoritmos, como resultado de la memorización de fórmulas, desconociendo que la interpretación y la argumentación de los problemas son vitales para desarrollar pensamiento crítico en el aula. La herencia de los métodos tradicionalistas todavía permean fuertemente el aprendizaje de las matemáticas en la escuela porque aún se cree que el docente es el único responsable del aprendizaje en los estudiantes sobre contenidos y por ende es quien dirige las clases y ordena qué se debe hacer y que no; por el contrario hoy se propone una enseñanza más inclusiva haciendo al estudiante partícipe de su conocimiento y no sólo un espectador, de tal forma que pueda construir una variedad de significados basados en su experiencia (Parra & Cordero, 2007).

Un aspecto enriquecedor de la geometría es la contextualización; es decir, analizar situaciones diarias donde el estudiante logre concebir el aprendizaje como algo intrínseco de su vida; sin embargo, para comunicar los resultados es necesario que el

alumno, haga uso adecuado del lenguaje, de tal forma que se le facilite la comprensión de los conceptos, la justificación de los resultados y validez de estos , logrando con esto encaminarse hacia la demostración de enunciados propios de las matemáticas, una vez alcanzado el dominio del lenguaje se dice que el estudiante, ha transformado las observaciones en conocimiento científico.

El desarrollo de esta propuesta de investigación, pretende involucrar el uso de las tic como un instrumento dentro de la unidad didáctica que sirve como recurso de aprendizaje de la geometría, donde el programa Geogebra ayuda a realizar construcciones, encontrar regularidades, formular y justificar tesis, reconocer espacios físicos y profundizar en el concepto de área y perímetro, para fortalecer las habilidades de argumentación en los estudiantes a través de la resolución de problemas; además incentivar el uso del lenguaje geométrico.

5 REFERENTE TEÓRICO

El aula de clase es un especio que posibilita la interacción social, en este se comparten ideas, pensamientos, problemáticas sociales, sentimientos y en especial conocimientos que ayudan a la evolución intelectual del compañero. Esta propuesta está determinada por los niveles de argumentación que presentan los estudiantes para sustentar una idea y las diferentes garantías que sustentan el argumento, todo esto en relación con los conceptos de área y perímetro de figuras geométricas.

Es importante conocer algunas definiciones de argumentación que se han presentado a lo largo de la historia, inicialmente Amador Lesmes & Vélez Díaz (2017) expresan que:

Los razonamientos analíticos propios de las ciencias naturales son demostrativos y corresponden a la lógica formal, la cual permite la inferencia, a partir de reglas determinadas, de ciertas conclusiones, cuya verdad tiene un carácter universal y a priori, a diferencia de los razonamientos dialécticos propios de las Ciencias Sociales, de lo que se conoce desde entonces como La nueva retórica, cuyo carácter argumentativo exige una fundamentación a partir de hechos, datos e informaciones contenidas en el universo social, cultural e histórico. (p.19)

Por otra parte López (1990) expone que:

La argumentación consiste en la exposición del juicio o sistema de juicios por el cual se fundamenta la conformidad o veracidad de otro juicio o idea dada. Al argumentar se exponen las ideas por las cuales se expresa la adhesión a, o la confirmación de un planteamiento, de un juicio hecho por el propio sujeto o por otra persona. (p.24)

Para finalizar desde la teoría de Stephen Toulmin (2003) y mencionado por Amador (2017) en done afirma que:

La nueva retórica se convierte en un “modelo” argumentativo (modelo de Toulmin), considerado un método dialógico, retórico, procedimental y procesual, que opera

como órgano de las Ciencias Sociales, con el propósito de estructurar los procesos argumentativos que sustentan la validez de sus verdades. (p.19)

El modelo de Toulmin se ha utilizado en diversos contextos para el análisis de los procesos de argumentación en la enseñanza- aprendizaje en el aula.

Desde este modelo de argumentación de Toulmin, no sigue la misma línea de rigurosidad que debería tener un argumento, ya que esta es una estructura compleja de información que involucra una evidencia mediante una serie de deducciones previamente establecidas y justificadas al establecimiento de una afirmación o conclusión (Toulmin, 2007).

Pedemonte (2007) citado por (Toro, 2014) menciona tres clases de argumentación desde el modelo de Toulmin

La argumentación deductiva: esta utiliza el lenguaje natural para expresar una idea o justificación que no siempre está apoyada en una teoría matemática , razón por la cual se puede pensar que las deducciones establecidas puedan ser falsas, por lo tanto Toulmin la aserción se deduce a partir de la información y la garantía de elementos utilizados de antemano.

La argumentación inductiva: en este proceso se parte de la observación y la recolección de información específica para formular un teorema o establecer una conjetura. La inducción busca la construcción de conocimientos a partir de la generalización de casos particulares. Observando las relaciones comunes y no comunes que le permitan aplicarlas en otras teorías o situaciones.

La argumentación abductiva: en el modelo de Toulmin un argumento es abductivo si a partir de la aserción se buscan los datos y las posibles justificaciones o garantías que llevaron a la aceptación de la aserción, es decir, se inicia por la conclusión o por el teorema y de ahí se buscan los posibles datos y fundamentos que lo llevaron a ser una teoría.

Desde el modelo de Toulmin presentan cinco niveles de argumentación los cuales se resumen en la tabla 1.

Tabla 1. Marco analítico para evaluar la calidad de argumentación

Nivel	Descripción
Nivel 1	Se presentan un argumento sin fuerza, es decir, un reclamo y en respuesta a esto también se presenta un reclamo.
Nivel 2	Se presenta un argumento débil y en respuesta también se presenta un argumento débil que no causa la refutación de ninguno de los dos argumentos, por lo contrario permite que las dos creencias sean válidas.
Nivel 3	Se presenta un argumento sólido con algunas garantías que lo respaldan pero en respuesta a esto se presenta alguna refutación débil.
Nivel 4	Se presentan varios argumentos sólidos y en respuesta hay una refutación clara.
Nivel 5	Se presentan argumentos fuertes y en refutación también se presentan argumentos sólidos que refutan otro argumento.

Nota. Recuperado de "TAPping into Argumentation: Developments in the Application of Toulmin's Argument Pattern for Studying Science Discourse",de Erduran, S., Simon, S., & Osborne, J. 2004. London: Wiley InterScience.

En los procesos de demostración en matemáticas, se hace necesario la deducción lógica de conjeturas a partir de razonamientos y procedimientos analíticos desde principios formales, por el contrario en la argumentación se hace necesario persuadir y convencer la audiencia utilizando bases del conocimiento matemático, para esto se debe conocer el grupo en especial las características psicológicas, sociológicas y políticas que determinan y condicionan la estructura del discurso argumentativo que se debe presentar para convencer el oyente (Amador Lesmes & Vélez Díaz, 2017). Por lo anterior es que se

hace tan necesario conocer el público al cual se va dirigir, conocer sus características comunes y de esta manera organizar y presentar las garantías de los argumentos expuestos y dar fuerza desde las vivencias y experiencias propias y de la comunidad a la cual se dirige. Se debe insistir a los estudiantes en que la argumentación es una forma de comunicación y dialogo que lo lleva hacia un pensamiento crítico de su entorno.

Al momento de fortalecer las habilidades de argumentación de los estudiantes no se debe dejar de lado la resolución de problemas en cuanto este proporciona herramientas que facilitan la organización de los datos y la estructura de la solución para presentar los argumentos necesarios para justificar la solución de dicho problema. Por tanto, se debe reconocer que la resolución de problemas debería ser la razón principal para estudiar matemáticas, donde es un proceso de aplicación de conocimientos previamente adquiridos a situaciones nuevas (Guzmán, 1995).

5.1 RESOLUCIÓN DE PRBLEMAS

Desde hace siglos la matemática ha sido utilizada por el hombre en su diario vivir, su invención y usos le han facilitado entender los diferentes aspectos de la vida, tanto en lo económico como en lo cultural, convirtiéndose en una de las actividades humanas de mayor importancia, pues le ha permitido al hombre acercarse a su naturaleza y entender el universo desde una perspectiva lógica y racional, sobre las suposiciones. Sin embargo, cuando se habla de la actividad matemática pareciera que su función se orienta hacia la resolución de problemas en los diferentes contextos en los que se usa, no obstante, se considera a la resolución de problemas como uno de los procesos generales de la actividad matemática que acercan al estudiante al desarrollo de habilidades cognitivas, comunicativas y pensamiento crítico. Según, De Guzman (2007):

La enseñanza por resolución de problemas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces. (pág. 35)

De esta manera, Miguel De Guzmán deja claro el rol del alumno, donde más que resolver problemas para llegar a una solución numérica, pueda adquirir actitudes y destrezas en el aprendizaje de las matemáticas, desarrollando procesos de pensamiento. No obstante usar la metodología de resolución de problemas requiere de gran dedicación de parte del profesor para que pueda organizar el contenido a enseñar y facilitar los escenarios más eficaces posibles donde el estudiante participe libremente sin que se desvanezca su entusiasmo por aprender los conceptos.

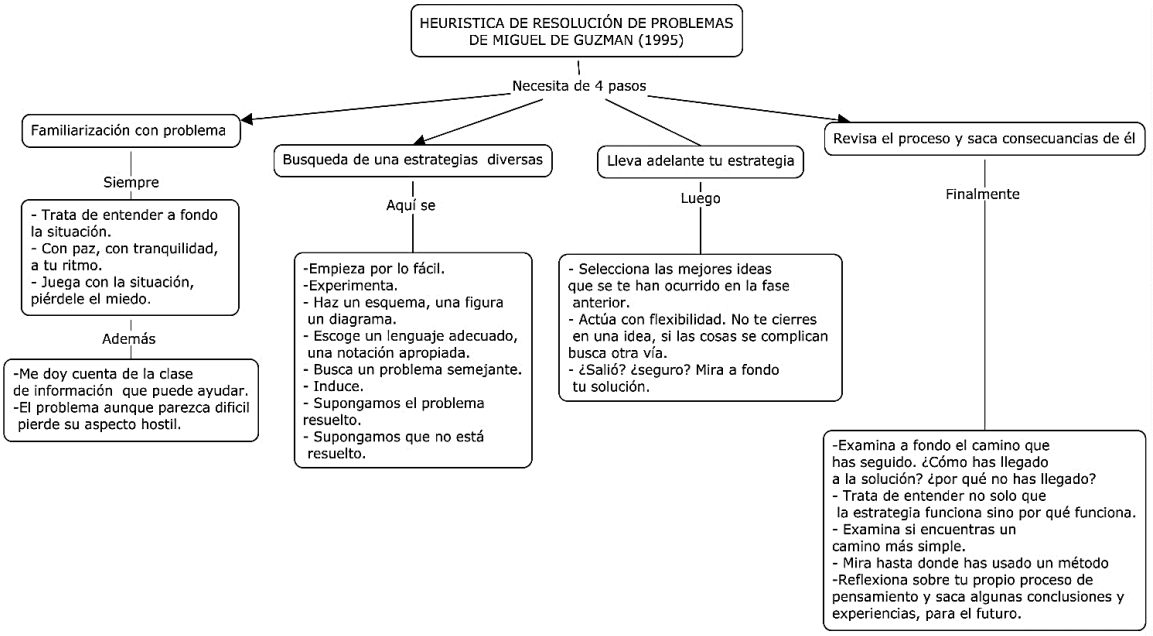
Cabe resaltar que uno de los personajes más influyentes en la resolución de problemas fue sin duda el matemático George Pólya (1887-1985) quien propuso los 4 pasos esenciales para resolver cualquier problema, estos consistían básicamente en entender el problema, pensar en un plan, llevar a cabo el plan y mirar hacia atrás. Para Pólya era fundamental describir la solución del problema, pues solo de esta manera se garantiza que la solución presentada sea correcta. Según Stewart, Redlin y Watson (2012) en el prefacio de *How to solve it*, Pólya escribe:

Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero es un grano de descubrimiento en la solución de cualquier problema. Usted puede ser modesto, pero si desafía su curiosidad y pone en juego sus facultades inventivas, y si lo resuelve por sus propios medios, puede experimentar la tensión y disfrutar el triunfo del descubrimiento. (pág. 26)

De Guzmán (1995), también explora la resolución de problemas desde la heurística, es decir la atención a los procesos de pensamiento en el aula de clase, esto se refleja en su libro *"para pensar mejor. Desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos",* publicado en 1995, en el cual, en propias palabras de, De Guzmán la intención es "iluminar, motivar, animar y ayudar a ejercitarse uno mismo para la adquisición de una serie de actitudes y hábitos que, en mi opinión, pueden contribuir muy poderosamente a mejorar la realización de la actividad mental" (De Guzmán, 1995, pág. 12).

A continuación, se presenta un mapa conceptual que describe brevemente la heurística de, Miguel de Guzmán en la resolución de problemas:

Figura 1. Heurística de resolución de problemas.



Heurística de resolución de problemas según De Guzmán (1995). Construcción propia de la organización del enfoque de resolución de problemas de Miguel De Guzmán (1995).

Por otro lado De Guzmán (2007) asegura que se puede encausar las estrategias para desarrollar auténticos problemas matemáticos, además de proponer una secuencia de pasos para resolver problemas (propuestos en 1995) que se presentan a continuación:

El primer paso consiste en *familiarizarse con el problema*, se trata de entender a fondo la situación sin apuros y al ritmo del estudiante, en pocas palabras perderle el miedo; el segundo camino es la *búsqueda de estrategias,* en donde se deben realizar diagramas, gráficos o introducir notaciones adecuadas y empezar con lo más fácil; el tercer paso es *llevar adelante la estrategia,* aquí el estudiante debe ser capaz de ejecutar las ideas del paso anterior, insistir en la solución, no desanimarse, actuar con serenidad y examinar a fondo la solución; finalmente *revisar el proceso y sacar consecuencias de él,* en esta etapa de resolución del problema se trata de que el individuo reflexione sobre su proceso de pensamiento, si existe una vía más simple, identificar hasta dónde llega el método usado y entender porque funciona el método que utilizaste.

Para, De Guzman (2007), los buenos profesores de todos los tiempos han utilizado de forma espontánea los métodos que ahora se propugnan dando lugar a una enseñanza de la matemática con un enfoque tradicional siguiendo la siguiente secuencia:

Figura 2. Métodos de enseñanza.

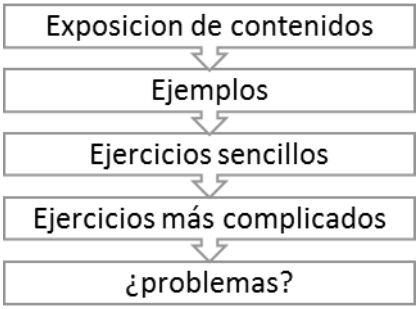


Figura 7. De Guzmán (2007). Descripción del enfoque tradicional en la enseñanza de las matemáticas.

Sin embargo, para Guzmán la resolución de problemas es una actividad que los maestros deben mejorar para avanzar en sus prácticas de aula, con respecto a esto afirma lo siguiente: "se trata de armonizar adecuadamente las dos componentes que lo integran, la componente heurística, es decir la atención a los procesos de pensamiento y los contenidos específicos del pensamiento matemático" (pág. 37).

En este orden de ideas, es posible identificar los múltiples obstáculos en la enseñanza de las matemáticas bajo el enfoque por resolución de problemas, porque, aunque existen diversos estudios en la literatura de educación matemática aún no se evidencia progreso en la comprensión y apropiación de los contenidos matemáticos en los diferentes niveles de educación.

5.2 USO DE LAS TIC EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

En ambientes tecnológicos los estudiantes son puestos a prueba con situaciones en las que deben explotar sus capacidades de razonamiento y observación para obtener propiedades que se mantienen al cambio y formular conjeturas que les permitan pasar de un mundo surrealista (software) a un mundo realista (el entorno) y aplicar las propiedades que se cumplen. En esta interacción los estudiantes logran matematizar aspectos que le permitan establecer representaciones o construir acciones mentales superiores. La

matematización es entendida como el proceso humano de transformar elementos de un contexto emergente a elementos geométricos que les permitan ser estudiados para establecer conjeturas (Hershkowitz , 2001).

El uso de la tecnología en el aula de clase es cada día más necesaria, en cuanto los estudiantes están más inmersos e interesados en los avances tecnológicos. Según Fiallo citado por (Castellanos I. , 2010). El uso de la tecnología en la geometría permite que el estudiante logre unificar ideas en cuanto este puede graficar, visualizar, explorar, comparar, analizar, plantear conjeturas refutarlas o construir demostraciones.

Si el uso de la tecnología en el aula de clase se realiza con frecuencia se obtendrán cambios en el razonamiento matemático de los estudiantes ya que un ambiente tecnológico permite que los estudiantes aprendan a identificar, examinar, comunicar y comprobar ideas matemáticas. Estos cambios se ven reflejados en el diario vivir del estudiante al momento de comunicarse y hacerlo lógicamente, además que el uso de la tecnología en el aprendizaje de la geometría permite un ambiente de descubrimiento y reflexión (Gamboa, 2007).

Markus Hohenwarter fue el creador del software interactivo Geogebra, como producto de su tesis en el año 2001. Este programa es de libre uso en colegios y universidades permitiendo un ambiente de aprendizaje tecnológico en las aulas de clase. Su nombre (Geogebra) hace referencia a una combinación de geometría con algebra que permite ver la relación presente entre las dos. En la parte de geometría el programa permite realizar construcciones geométricas en las que es posible arrastrar (mover), puntos, rectas, segmentos, entre otros, que dan cuenta de los invariantes y características de un objeto geométrico, para poder formular una conjetura a partir de lo observado.

La geometría ya no es considerada una materia secundaria, sino una disciplina importante en donde los contenidos dominan una gran parte del currículo en la educación secundaria, esta importancia está enfocada en obtener un conocimiento del espacio y sirve como fuente de modelos argumentativos que les sea útiles a los estudiantes en diversos contextos y contenidos matemáticos. Por lo tanto, expresan que la finalidad de la

enseñanza-aprendizaje es lograr vincular al estudiante con el mundo que lo rodea diariamente, debido a que el desarrollo de procesos geométricos como la visualización, la intuición, la relación, la comunicación, entre otras, son muy útiles en la cotidianidad.

Para Barreantes, Balletbo y Fernández (2014) una parte importante de la geometría está relacionada con la influencia que tiene en el desarrollo del estudiante, sobre todo en capacidades de comunicación y visualización. Esta materia especialmente en las edades de los estudiantes que están en secundaria busca que mediante la exploración y la manipulación de objetos geométricos puedan obtener capacidades matemáticas tales como la abstracción, visualización y formulación de conjeturas, por esta razón es indispensable el uso de las representaciones de los objetos geométricos. (Barrentes , Balletbo, & Fernández, 2014).

En este sentido, se consideran los tipos de representaciones semióticas expuestas por Duval, el cual expresa que tanto para pensar como analizar ideas matemáticas se necesita de algún tipo de representación, bien sea externas en donde se expresan mediante el lenguaje oral y natural, símbolos, gráficos, entre otros, o de manera interna donde se realiza una imagen en la mente que permite operar y llegar a conclusiones (Duval, 1993).

De esto se puede decir que se dan dos tipos de representaciones.

- Representaciones externas: son representaciones que se pueden plasmar en un papel, tablero o superficie adecuada con gráficos geométricos, figuras o trazos que le permitan tanto interpretar como comunicar en un lenguaje natural sus ideas.
- Representaciones internas: son las primeras imágenes que se vienen a la mente asociándolo a un término, palabra, objeto entre otros, que permiten tener una idea mental de lo que se está tratando.

“Para la construcción de conceptos matemáticos no basta trabajar las actividades dentro de un sistema de representaciones, sino también realizar las tareas de una conversión de una representación a otra, y viceversa” (Duval, 1993, pág. 23). Por lo tanto los dos tipos de representaciones se relacionan entre sí, ya que las representaciones

mentales son el producto de representaciones externas asociadas a otra situación. La relación entre estos dos tipos de representaciones permite el estudio y análisis de fenómenos o situaciones matemáticas al ser medios de comunicación entre los estudiantes y el profesor, ya que entre más estructuradas y fundamentadas estén estas representaciones quedara una mayor comprensión del tema.

Tabla 2. Categorías, subcategorías e indicadores.

Categoría	Subcategoría	Indicadores
Argumentación	Niveles de argumentación desde la teoría de Toulmin.	1. Argumentos que solo presentan afirmaciones o que presentan datos que no dan soporte a la conclusión. 2. Argumentos formados por conclusiones y al menos datos, justificaciones o apoyos. 3. Argumentos cuya estructura la constituyen las conclusiones con al menos datos, justificaciones o apoyos y alguna refutación débil. 4. Argumentos que muestran claramente una conclusión y una refutación. 5. Argumentos caracterizados por tener conclusiones y más de una refutación.
Resolución de problemas	Heurística de Miguel de Guzmán	- Familiarización con el problema. - Búsqueda y selección de una estrategia apropiada. - Puesta en marcha de la estrategia. - Reflexión acerca del camino seguido.

Fuente: Elaboración propia

6 OBJETIVOS

6.1 OBJETIVO GENERAL

Analizar las ventajas que ofrece la vinculación de los procesos de argumentación en geometría, hacia la resolución de problemas con la vinculación del programa Geogebra, para el aprendizaje del concepto de área y perímetro en estudiantes de grado séptimo del colegio Celestin Freinet de chia.

6.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Identificar los niveles de argumentación que presentan los estudiantes al resolver problemas relacionados con el concepto de área y perímetro.

Intervenir en los niveles de argumentación de los estudiantes en geometría para resolver situaciones que involucran el concepto de área y perímetro.

Evaluar la implementación de los niveles de argumentación en la resolución de problemas, que vinculan el concepto de área y perímetro, con la utilización del software Geogebra.

7 METODOLOGÍA

La presente investigación es de carácter cualitativo descriptivo, ya que se considera que la investigación cualitativa implica generar categorías de codificación en las que se almacena, organiza y recupera datos; además posibilita el estudio de la complejidad social (Osses Bustingorry, Sánchez Tapia, & Ibáñez Mansilla, 2006).

Por tanto se tomará como unidad de análisis la argumentación en los estudiantes cuando se enfrentan a situaciones con el concepto de área y perímetro de figuras geométricas.

Esta propuesta se llevará a cabo con estudiantes del colegio Celestin Freinet , Institución de carácter privado, ubicada en Chia, a la cual asisten un promedio de 400 estudiantes desde los grados transición a undécimo; pertenecientes a los estratos 1 y 2.

La unidad de trabajo de estudio está conformada por aproximadamente 40 estudiantes, de los cuales se seleccionarán aleatoriamente cinco de ellos para desarrollar la investigación, estos estudiantes son de grado séptimo del colegio Celestin Freinet, estos estudiantes se encuentran en edades entre los 14 y 16 años de los cuales 27 son mujeres y 23 son hombres, se encuentran en un estrato económico de vivienda entre 1 y 3.

La actitud que presentan los estudiantes frente a las clases de matemáticas es muy variada, hay estudiantes que les gustan las matemáticas y su desempeño académico es bueno, para otros la matemática es su peor materia porque siempre les ha ido mal y otros que la consideran fácil pero no les llama la atención porque no les gusta.

Para desarrollar la investigación se considerará el grado séptimo a quienes se les aplicara las diferentes actividades y evaluaciones propuestas en la unidad didáctica. Para el análisis de la información recolectada, se tomará a cinco estudiantes seleccionados a través de muestreo aleatorio simple. Inicialmente se analizará el nivel en que se encuentra dependiendo los argumentos que presenta, si no tiene fuerza y parecen más un reclamo que una respuesta se encuentran en el primer nivel, en caso de que presenten argumentos pero

carezcan de fuerza y sean débiles se encontraran el nivel 2, por el contrario si presentan argumentos válidos pero escasos se encontraran en el tercer nivel, en caso que se presenten varios argumentos sólidos y en respuesta hay una refutación clara se clasifican en un nivel 4 y por último el nivel 5 en donde los estudiantes presentan argumentos fuertes con la suficientes garantías para demostrar o refutar una tesis.

En la unidad didáctica se realizaran diferentes actividades relacionadas con conceptos y teoremas básicos de la geometría Euclidiana, buscando que los estudiantes logren argumentar postulados y teoremas que ellos mismos proponen a partir de la observación y exploración de las construcciones mediante el software Geogebra , desde la teoría de Toulmin. Esta intervención se realizó en tres momentos: ubicación, desubicación y reenfoque; donde se analizó diferentes categorías como la argumentación, uso de las tics y el concepto de área y perímetro.

En el primer momento de *ubicación* se desarrolló mediante dos problemas contextualizados, de manera que se identificará el aspecto de mayor interés para la presente investigación que es la habilidad argumentativa que poseen los estudiantes en el momento de resolver problemas; se plantearán una serie de preguntas relacionadas con el área y perímetro de figuras geométricas para identificar los argumentos que presentan los estudiantes, además de las garantías que apoyan y dan fuerza y validez a la tesis; también se pretende observar si los estudiantes reconocen los principales elementos que integran el concepto de área y perímetro de figuras geométricas.

En el momento de *desubicación,* se implementará la Unidad Didáctica (UD), donde se presentan cinco actividades, en las cuales se evidencia la argumentación orientada hacia lo que presenta Toulmin. Estas actividades buscan ubicar los estudiantes en niveles de argumentación según las respuestas que presentan, además de identificar las garantías y las palabas que utilizan para justificar, si son convincentes o por el contrario presentan duda e incertidumbre. De esta manera el estudiante va evolucionando en el aprendizaje del concepto de área y perímetro de figuras geométricas.

En cada actividad se irá avanzando en el grado de complejidad en cuanto al planteamiento de preguntas, esto para que los estudiantes planteen razonamientos que permitan identificar aspectos propios de área y perímetro de figuras geométricas y de esta manera presente argumentos cada vez más sólidos y consistentes. Esto con el fin de identificar el proceso evolutivo que tienen los estudiantes en cuanto a los niveles de argumentación.

La UD también busca favorecer el desarrollo de la creatividad en los estudiantes ya que deben diseñar y decorar un apartamento cumpliendo con necesidades específicas con un área determinada para cada espacio, para el diseño de este apartamento los estudiantes deben argumentar porque consideran que la figura geométrica utilizada permite maximizar el espacio, además deben justificar la distribución del espacio y como esto logra que no queden espacios sin aprovechar, logrando de esta manera mejorar su habilidad argumentativa, en contextos más familiares para los estudiantes.

Por último, en el momento de *reenfoque*, se aplicará una entrevista semiestructurada a los estudiantes partícipes del estudio, con el fin de indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia el desempeño de las habilidades argumentativas con ayuda del programa Geogebra.

8 RESULTADOS

En el momento uno (ubicación) se identificó y analizaron las fortalezas y debilidades que presentaron los estudiantes en los procesos de argumentación al resolver problemas asociados al concepto de área y perímetro.

Se realizó la aplicación de un instrumento que plantea una situación asociada al área y perímetro de figuras geométricas, con el fin de establecer la forma en que los estudiantes argumentan la solución a problemas que están relacionados con este tema y evidenciar en qué nivel de argumentación se encuentran.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos después de la aplicación del instrumento:

En el instrumento 1 se pretende identificar la forma en que los estudiantes argumentan, aplicando el concepto de área y perímetro.

Tabla 3. Instrumento 1 de aplicación.

Situación 1. Observa la siguiente figura



El área de la figura 1 es más grande, más pequeña o es igual al área de la figura.

PREGUNTAS	RESPUESTAS	ANÁLISIS
¿Sin realizar ningún calculo, cual figura consideras que tiene mayor área? explica tu respuesta	**E1:** yo creo que la figura 1 tiene más área porque se ve que es más alta y además la otra es más bajita. **E2:** yo creo que no se puede	Los estudiantes tienen dificultad en reconocer a simple vista que las dos figuras tienen la misma área; esta situación encontrada se puede referir a lo expuesto por Torres &

	saber simple vista porque una es más alta pero la otra parece más larga. **E3:** la que tiene más área es la figura 1 **E4:** las dos áreas parecen ser iguales. **E5:** en la figura se ve que la primera es de mayor área.	Racedo (2014) quienes indican que "los estudiantes presentan dificultades en el reconocimiento de figuras con la misma área en cuanto las figuras que se presentan son estáticas lo que impide que el estudiante interactúe e identifique relaciones" (**p.6).** De acuerdo con esto como la figura se presenta de dos maneras diferentes los estudiantes consideran que al tener diferente forma tienen diferente área.
Realiza los cálculos necesarios para comprobar tu respuesta	**E1:** para la figura 1 como es un rectángulo el área es base por altura entonces es 5x2=10 y en la figura dos como también es un rectángulo se tiene que multiplicar la base que seria 5+5=10 por la altura que es 1 y eso da también 10. **E2:** Pues como las dos figuras son rectángulos entonces para la primera se multiplica 5x2=10 y en la segunda 10x1=10. **E3:** figura 1 2x5=10 figura 2	De acuerdo con las respuestas planteadas por los estudiantes se puede evidenciar que conocen la fórmula para calcular el área de un rectángulo y reconocen que las dos figuras son rectángulos, además de esto presentan algunos argumentos para justificar sus repuestas. Teniendo en cuenta a (Erduran, Simon, & Osborne, 2004) se puede establecer que los estudiantes se encuentran en niveles 1 y 2 ya que realizan la operación adecuada pero no relacionan ni justifican la relación entre la primera y segunda

	10x1=10 **E4:** tenía razón porque las dos dan 10 **E5:** me equivoque porque pensé que la figura uno tenía más área pero las dos dan 10.	pregunta.
¿Por qué crees que el área es igual o diferente?	**E1:** el área es igual porque son dos rectángulos. **E2:** yo creo que el área es igual porque cada figura tiene dos rectángulos pequeñitos iguales. **E3:** el área es igual porque al hacer la multiplicación de la bese por la altura da igual. **E4:** son iguales porque las dos dan 10. **E5:** no sé.	En esta parte del instrumento los estudiantes presentaron muchas dificultades en reconocer la posición de las dos figuras para establecer que eran dos rectángulos congruentes; se hace evidente que se encuentran en el nivel 1 de argumentación ya que prefirieron dejar la pregunta sin contestar o decir no sé, además de esto utilizan expresiones como "yo creo" o no justifican por qué las dos figuras son congruentes o que poseen la misma área. Dos estudiantes más contestaron. Teniendo en cuenta a (Erduran, Simon, & Osborne, 2004) se puede establecer que los estudiantes se mantienen en niveles 1 y 2 ya que no presentan argumentos claros.
¿Consideras que el	**E1:** yo creo que si son	En esta parte se presenta lo que

perímetro de cada figura presentará la misma regularidad? ¿Por qué?	iguales porque el área es igual. **E2:** creo que sí. **E3:** no estoy muy seguro pero si el área es igual y tienen diferente forma es posible que el perímetro también sea igual **E4:** creo que el perímetro es diferente pero no estoy seguro. **E5:** no sé.	para De Guzmán (1995) son los bloqueos de origen afectivo en cuanto los estudiantes por pereza o poca motivación solo responden "no sé" o "si, creo que es lo mismo" pero sin un argumento de fondo que sustente la idea.
Realiza los cálculos necesarios para comprobar tu respuesta y compárala con tu resultado anterior. Explica tu respuesta	**E1:** no recuerdo como calcular el perímetro de los rectángulos. **E2:** creo que para hallar el perímetro se deben sumar todos los lados entonces para la figura 1 seria 1+1+5= 7 y en la figura 2 es 5+5+1=11 entonces no son iguales. **E3:** no se puede saber con cálculos si son iguales porque en las dos figuras no dan todos los datos de los lados del triángulo y para saber el	En este caso se hace evidente que los estudiantes no conocen muy bien la fórmula para calcular el perímetro de una figura geométrica y más que la fórmula desconocen el concepto de perímetro. Esta situación se puede referir a lo expuesto por Torres & Racedo (2014), quienes indican que los estudiantes presentan dificultades en realizar generalizaciones en cuanto consideran cada proceso y concepto aislado y no realiza conexiones entre lo expuesto. En

	perímetro se deben sumar todos los lados. **E4:** creo que el perímetro es diferente pero no se puede saber porque ya que faltan algunos datos. **E5:** no entendí como hacer este punto.	este caso los estudiantes no logran identificar la medida de los otros lados del rectángulo porque desconocen o no asocian el paralelismo y congruencia entre los lados.

Fuente: Elaboración propia

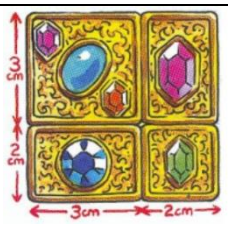
El momento dos (desubicación) consta de cinco actividades que buscan fortalecer los procesos de argumentacion de los estudiantes en los conceptos de area y perimetro de figuras geometricas.

En la primera actividad se proyecta en el televisor una situcion problema y se solicita a los estudiantes que lo lean, finalizada la lectura se pide el favor a uno de los estudiantes que relate con sus propias palabras de lo que trata el problema. El estudiante da un relato muy acertado y se procede a responder la primer pregunta. Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

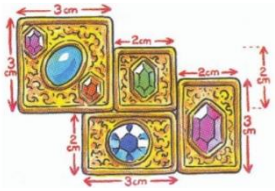
Determina regularidades en el área de figuras geométricas.

Tabla 4. Instrumento 2 de aplicación

Situación 1. Lee la situación
Se cuenta que hace mucho tiempo, en un lejano país, dos príncipes muy crueles y muy feos, Gniak y Geniuk querían casarse con la bella y dulce princesa Leila. Ella les muestra una joya cuadrada compuesta por cuatro piezas de oro, y les dice: "Me casaré con el que me ofrezca la joya de mayor área formada con estas cuatro piezas de oro. Pero, atención, no pueden dejar espacios entre las cuatro piezas.



Geniak le ofreció la siguiente joya a la princesa:



PREGUNTAS	RESPUESTAS	ANÁLISIS
¿Es posible calcular el área de la joya que le ofreció Geniak a la princesa? explica tu respuesta	**E1:** si se puede porque nos dan todas las medidas y como son rectángulos solo toca multiplicar los dos lados y ya después se suman para saber el área total. **E2:** yo creo que no porque la figura total es muy rara y no sé si hay fórmula para calcular el área de esas figuras tan raras. **E3:** si se puede, pero no estoy seguro por qué. **E4:** sí, porque yo creo	En los comentarios que realizan los estudiantes y en las respuestas que muestran se hace evidente que según lo expuesto por (De Guzman, 2007) en cuanto a la resolución de problemas los estudiantes logran entender el problema y buscan la información que se brinda en este. En el caso del estudiante 1 genera una estrategia de solución donde presenta el paso a paso a seguir para dar solución al problema, pero no ejecuta y por tanto no genera conclusiones ni resultados que le permitan validar o rechazar las respuestas. En el caso del estudiante 2 , 3, 4 y 5 presentan una respuesta desde lo que consideran posible sin

	que si se puede. **E5:** no se puede.		buscar estrategias y ejecutarlas para saber si realmente la predicción que genera es válida o no. Una razón por la cual los estudiantes no generan estrategias de solución se debe a siguen teniendo dificultad al reconocer que son las mismas figuras pero distribuidas de diferente manera, es por esto que les cuesta establecer por qué es o no posible encontrar el área de la nueva figura, además algunos estudiantes no presentan argumentos o no explican el porqué de sus respuestas. Según lo expuesto por (Castellanos, 2010), los estudiantes de secundaria presentan problemas en la visualización de figuras geométricas, lo que conlleva a que su proceso de argumentación y formulación de estrategias de resolución de problemas se dificulte por no comprender visualmente el ejercicio, por lo tanto no reconocen características especiales entre figuras geométricas, como en este caso que los estudiantes no reconocen que son las mismas figuras con las mismas características solo que ubicadas de diferente manera.
	¿Cuál es el	**E1:** 3x3=9 3x2=6	En las repuestas que

área de la joya que ofreció Geniak?.	3x2=6 2x2=4 9+6+6+4=25 **E2:** no se puede calcular el área de esa figura. **E3:** toca sumar las áreas de cada rectángulo y de cada cuadrado. 6+6+4+9=25 **E4:** no sé cómo se hace. **E5:** el área no se puede calcular.	presentan los estudiantes se hace evidente que aunque conocen las fórmulas para calcular el área aún no reconocen el área como un espacio.
Geniuk piensa entonces que él ha ganado cuando le ofrece a la princesa una nueva joya. ¿Tiene razón en pensar que sí ganó? Si la respuesta es afirmativa, dibuje el diseño de Geniuk. Justifica tu respuesta.	**E1:** yo creo que si ganó pero no sé con cual figura porque parecen que dan la misma área **E2:** no ganó porque así se acomoden las fichas de otra manera siempre da la misma área. **E3:** yo hice otra figura, pero me dio la misma área entonces creo que no se pueden hacer más figuras.	En esta pregunta los estudiantes recortaron las figuras en papel y las ubicaron de diferente manera y lograron percibir que siempre van a sumar la misma área por lo tanto siempre será igual. Desde la teoría de (De Guzman, 2007) se puede determinar que los estudiantes lograron la cuarta etapa que se debe llevar en la solución de problemas, es decir, no solo validan los resultados, sino que además generalizan las estrategias para dar respuesta a otras preguntas y en los argumentos que

	E4: no sé cómo se hace la nueva figura para que el área sea mayor. **E5:** el área no cambia siempre es la misma porque el tamaño de las figuras nunca cambia solo su ubicación.	presentan se hace evidente que tratan de convencer y son un poco más sólidos, desde lo presentado en los niveles de argumentación de (Erduran, Simon, & Osborne, 2004) se puede clasificar estos argumentos como un nivel 2 en cuanto es un argumento sólido pero carente de garantías.

Fuente: Elaboración propia

Finalizada la actividad se recogieron esas ideas específicas que lograron obtener los estudiantes en cuanto al área de figuras geométricas, para precisar el concepto de área de una figura, entenderla no solo como la aplicación de la formula, sino como el espacio que cubre.

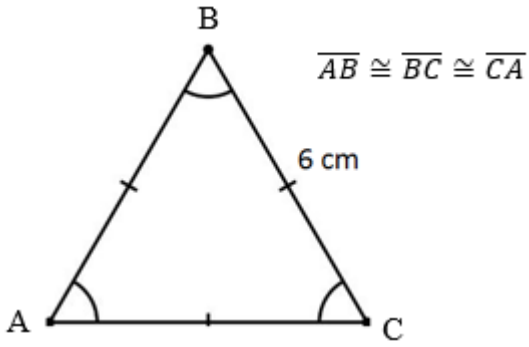
Esta primera actividad se constituye en un primer acercamiento de los estudiantes a realizar procesos de argumentación mediante la resolución de problemas al analizar las respuestas que se presentan se puede establecer que inicialmente la situación problema no causa conflicto en el estudiante ya que la se familiariza rápidamente, le llama la atención y puede expresar de que se trata reconociendo la información que brinda el problema y la pregunta que se plantea. Esto es lo que establece (De Guzman, 2007) como el primer paso a seguir en la solución de problemas, además de esto un estudiante logra presentar una estrategia de solución que sería el siguiente paso, pero el resto de estudiantes solo contestan desde su perspectiva dejando a un lado el paso a paso en la resolución de problemas y generando una solución carente de argumentos que la respalden, precisamente porque se quedaron en la predicción sin generar estrategias de solución que les permitieran establecer argumentos para defender o refutar su respuesta. Posteriormente los estudiantes realizan recortes con la forma de cada una de las figuras establecidas en la joya para dar respuesta a la última pregunta y muestran que realmente no se podía hacer una figura con mayor área pero aunque intentaron presentar argumentos aún son básicos.

Parte 2: Realización de instrumento 3

Identificar si los estudiantes reconocen las diferentes maneras de representar los elementos geométricos, para calcular el área

Tabla 5. Instrumento 3 de aplicación.

Situación 1. Observa la siguiente figura



Dado el triángulo equilátero ¿Consideras que es posible hallar el área del triángulo? Justifica tu respuesta

PREGUNTAS	**RESPUESTAS**	**ANÁLISIS**
¿Consideras que es posible hallar el área del triángulo? Justifica tu respuesta	**E1:** yo creo que no porque solo nos dan un valor que es un lado y no nos dicen nada más de la figura.	Los estudiantes siguen presentando ideas sueltas para justificar sus procedimientos, es decir sus argumentos siguen siendo débiles y sin fundamento.
	E2: yo creo que si porque como es un triángulo equilátero entonces tiene todos sus lados iguales.	Por otro lado, no reconocen las diferentes maneras de representar los elementos de la geometría como la congruencia entre los segmentos, tampoco la marca en cada segmento que indican que tienen la misma

	E3: para calcular el área de un triángulo se debe tener la base y la altura para multiplicarlos y luego ese resultado se divide entre dos, pero en este caso no nos dan ni la base ni la altura por eso no se puede calcular el área. **E4:** no se puede calcular el área porque falta la altura de la figura. **E5:** no se puede porque faltan datos.	medida, algunos de los estudiantes se acercaron a preguntar qué significaba el símbolo ≅ a lo cual se les contesto que era congruente, ellos contestaron "aa…" sin profundizar en la pregunta. El estudiante dos reconoció que la medida de todos sus lados era 6 cm pero porque en el enunciado se dice que es un triángulo equilátero. Como bien expone Gutierrez (2011). Los estudiantes no logran relacionar conceptos ni extraer información de gráficos si tienen representaciones de un objeto o un concepto incompletos, carentes de significado o erróneas.



Figura 1

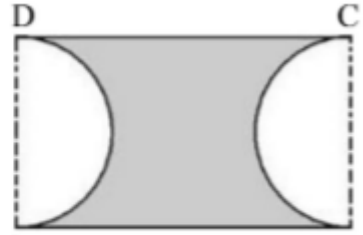


Figura 2

Sea ABCD un rectángulo con $\overline{AB} = 9cm$ y con $\overline{BC} = 6cm$

¿Crees que el área sombreada en las dos figuras es igual?	**E1:** no, el área de la figura 1 es mayor que la figura dos porque a la figura dos le hacen falta	Los estudiantes coincidieron en que la figura 1 tiene mayor área a simple vista; es decir, ya reconocen el área como un espacio e identifican

Justifica tu respuesta. Realiza los cálculos necesarios para comprobar tu respuesta.	dos pedacitos. El área de la figura 1 se calcula multiplicando 9 por 6 que es 54 pero no sé cómo se hace la otra figura pero es menos que 54. **E2:** la figura 1 tiene mayor área porque el área es de 54 cm pero la figura dos le faltan dos pedazos que toca restarle a 54 cm.	visualmente la de mayor o menor área. En el momento de realizar los cálculos necesarios para justificar se complicaron porque la mayoría coincide en que no es posible hallar el área a figuras curvas o en este caso a la media circunferencia.

Fuente: Elaboración propia

Al finalizar esta actividad se realizó una mesa redonda en donde los estudiantes compartían las respuestas de cada pregunta, esto con el fin de solventar vacíos conceptuales y brindar herramientas para argumentar mejor sus ideas y defender sus tesis. En la primera pregunta, debido a que se generó tanta dificultad la docente realizó una intervención explicando las diferentes maneras de representar un segmento, así como la congruencia entre ellos; además, otros elementos como la perpendicularidad, el paralelismo, los ángulos, la congruencia entre triángulos entre otros, finalmente la docente aclaró a los estudiantes el teorema de Pitágoras para calcular la altura de un triángulo y resolver el ejercicio.

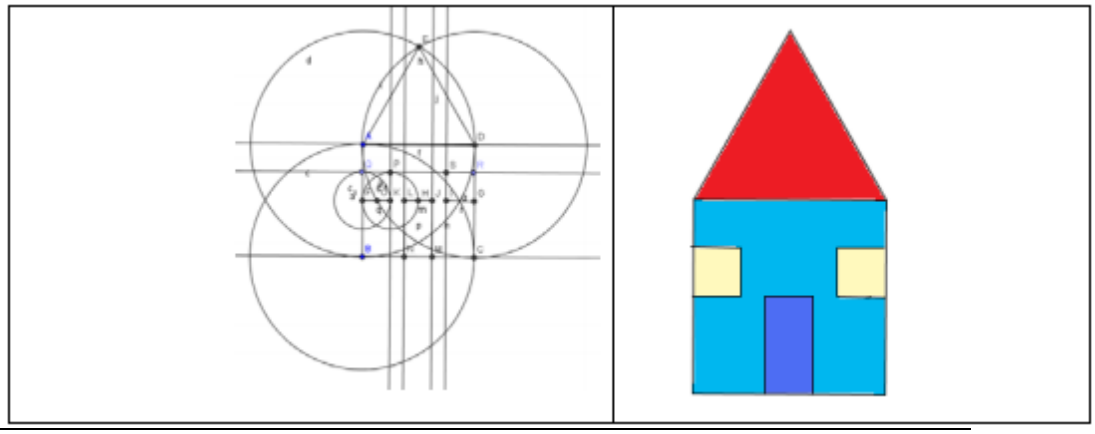
En el segundo punto de la actividad la docente explicó la fórmula para calcular el área de una circunferencia y los estudiantes manifestaron la dificultad de reconocer que eran dos medias circunferencias las partes que se quitaban en la figura, razón por la cual no habían podido calcular el área de la figura 2, Además se analizaron los argumentos que utilizan para justiciar sus ideas, precisando en la importancia de no empezar con las

palabras “yo creo” porque muestran inseguridad y generan duda, no convencen la contraparte y utilizar argumentas más sólidos con mayor fundamento, con garantías que comprueben lo que se dice y no solo ideas en el aire.

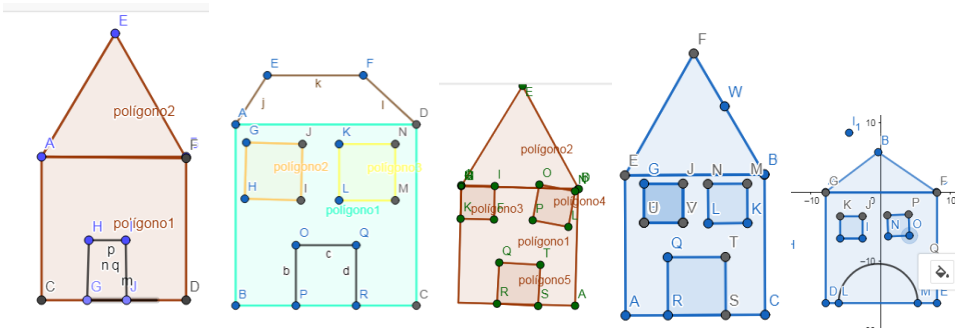
En esta actividad se evidenció que los estudiantes presentaron gran dificultad en su desarrollo, en cuanto no tenían claro la simbología o las diferentes representaciones que se presentan en geometría, lo que causaba que descartaran información útil para resolver el ejercicio.

En la Parte 3 se busca reconocer, explorar y realizar construcciones en el programa Geogebra. Inicialmente se realiza una exploración del programa, de las diferentes herramientas que brinda y las construcciones que se pueden realizar en este. Finalizada la exploración del programa se pide a los estudiantes realizar la siguiente construcción

Tabla 6. Instrumento 4 de aplicación.

Utilizando tres cuadrados, un triángulo equilátero y un rectángulo (puerta) construir la figura adjunta. Esta “casita” cumple las siguientes condiciones: a) El borde inferior de cada ventana debe estar a la misma altura que el borde superior de la puerta. b) La puerta tiene la mitad de la altura de la casa (sin considerar el techo). c) La puerta debe estar a igual distancia de las ventanas. d) El ancho de cada ventana debe ser la cuarta parte del ancho de la casa.


las siguientes imágenes corresponden a las construcciones creadas por los estudiantes



Fuente: Elaboración propia

Las construcciones realizadas por estudiantes no cumplen en su mayoría las condiciones dadas en el ejercicio ya que cada estudiante prefirió darle su "toque especial" como algunos lo llamaron que para que se viera más bonita, pero a pesar de esto, resulto ser un buen ejercicio, en cuanto los estudiantes dejaron de interpretar las figuras geométricas como estáticas y empezaron a buscar regularidades en estas que iban analizando, no solo con temas relacionados al área y el perímetro sino también a transformaciones geométricas como la traslación, rotación y reflexión esto se evidenciaba cuando hacían comentarios como:

- E1: profe, mira esto es un cuadrado, pero si muevo este punto y lo ubico así se convierte en un rombo y además tienen la misma área, pero te digo porque profe, es que descubrí que un cuadrado también es un rombo solo que girado.

De acuerdo a lo expuesto por Castellanos (2010) el uso del software Geogebra permite desarrollar habilidades de visualización y generalización en los estudiantes además de generar interés y motivación.

Después de realizar las construcciones los estudiantes debían responder la

siguiente pregunta.

PREGUNTAS	RESPUESTAS	ANÁLISIS
¿Qué relación hay entre el área de cada ventana y el área de la casa?	**E1:** el área de la ventana es menor porque se encuentra dentro del cuadrado que abarca la casa, además como en el programa se puede calcular el área entonces pues la calcule y el área de una de las ventanas es 0,40 mientras que el área de toda la casa es 12,04 esto muestra que el área de la casa es mucho más grande que el área de solo una ventana. **E2:** pues claramente el área de la casa es mayor que la de la ventana porque la casa ocupa más espacio que solo la ventana, además al hallar el área de toda la casa con la herramienta del programa da 16,85 mientras que la ventana es de solo 0,81 ni siquiera es 1, se podría decir que el área de la casa es aproximadamente 20 veces más grande que la ventana. **E3:** el área de la ventana siempre va a ser más pequeña que el área de la casa porque la ventana solo es una parte de la casa y la casa tiene artas partes como otra ventana y además la puerta, el techo y las paredes, entonces el área de	En este ejercicio se evidenció que los estudiantes ya hacen un mayor esfuerzo por argumentar sus resultados en cuanto no solo contestan, sino que presentan varios argumentos que sustentan su idea, además ya no empiezan sus argumentos con las palabras "yo creo que…" ahora se expresan más seguros de sus opiniones. Teniendo en cuenta lo expuesto por Erduran, Simon y Osborne (2004), se puede establecer que los estudiantes presentan argumentos equivalentes a un nivel 2 y 3 en los que se presentan argumentos sólidos que sustentan la tesis con más de una garantía.

	la casa es mucho más grade que la de la ventana y haciendo los cálculos con el programa el área de la ventana no llega ni a 1 mientras que el área de la casa es más de 10. Otra razón por la cual puedo justificar mi respuesta es que mi programa tiene cuadricula entonces la ventana es de grande como un cuadrito y toda la casa tiene en total 17 cuadritos.
	E4: si se observa la figura es fácil ver que la casa es mucho más grande que la ventana porque al contar todos los cuadritos de la casa son 16 mientras que la ventana solo es un cuadro. También se puede saber que la ventana es más pequeña porque no ocupa tanto espacio como la casa.

Fuente: Elaboración propia

Este ejercicio permitió que los estudiantes compararan áreas y de esta manera establecieran cuál era mayor y en qué relación, además que mejoraran su proceso de argumentación y deducción fortaleciendo sus capacidades de visualización. Como lo expresa (Castellanos I. , 2010) los estudiantes pueden lograr un entendimiento más profundo de las matemáticas mediante el uso adecuado de la tecnología permitiéndoles focalizar su atención en la toma de decisiones, en reflexionar, razonar y además resolver problemas.

Inicialmente se presenta un video que expone algunos aparta-estudios y muebles que ayudan a maximizar el espacio en ciudades que presentan sobrepoblación, con estas ideas se planteó una situación problema a los estudiantes que debían resolver en grupos de máximo 3 personas. Dicho problema consistía en realizar los planos de su propio apartamento, teniendo en cuenta que debido a la sobrepoblación que ha venido presentando el municipio a causa de ser aledaño a la ciudad de Bogotá, el área máxima que pueden abarcar es de 36 m^2 y que en dicho lugar deben vivir mínimo 3 personas cubriendo sus necesidades básicas (baño, cocina, zona de lavado, zona de descanso). Para la realización de los planos se debía tener en cuenta la escala que fue 1m/3cm.

Tabla 7. Instrumento 5 de aplicación.

Escoge una figura geométrica para diseñar el apartamento cuya área no supere los 36 metros cuadrados. Dicha figura geométrica debe permitir maximizar el área del apartamento. Algunas construcciones realizadas por los estudiantes se encuentran a continuación.


Fuente: Elaboración propia

Después de realizar las construcciones los estudiantes debían responder la siguiente pregunta.

PREGUNTAS	RESPUESTAS	ANÁLISIS
¿Por qué consideras que la figura que elegiste te permite aprovechar el espacio? Justifica tu respuesta.	**E1:** La figura que elegimos es un rectángulo, porque nos cuadra apenas la habitación con el baño en lo ancho, a lo largo ubicamos la cocina y el patio de ropa como para poner la lavadora y extender la ropa, un pasillo y por el otro lado dos habitaciones más, así se aprovecha mejor el espacio porque no que espacios sin usar constantemente. **E2:** la figura que elegimos como grupo fue un cuadrado que por cada lado mide 6 m para que apenitas completemos el área que se puede usar de 36 metros cuadrados, entonces loa partimos a la mitad para ubicar dos habitaciones igual de grandes en la otra mitad pusimos el baño y en una esquinita dejamos el patio de ropa hay solo va a estar la lavadora y encima la secadora para no tener que ocupar más campo para	Este ejercicio fue bueno para los estudiantes en cuanto llevaron sus conocimientos a aplicaciones reales como la creación de un apartamento en el que ellos debían vivir, teniendo como base la problemática del espacio que debían usar. Se sentían animados y propositivos, mostrando avances en los argumentos que presentaban, en cuanto se esforzaron por presentar cada vez más garantías para darle fuerza a sus argumentos. Desde la teoría expuesta por Erduran, Simon y Osborne (2004), se puede establecer que los estudiantes continúan en niveles de argumentación entre 2 y 3, presentando

	extender la ropa, el resto de espacio lo dejamos como cocina comedor y pues sala. Con este diseño se maximiza el espacio porque no tenemos pasillos lo que hace ver más grande el espacio de la sala o el comedor. **E3:** Nosotras elegimos un rectángulo larguito para que se vea grande nuestro apartamento, dejando al fondo dos habitaciones juntas, después el baño y otra habitación, en la entrada dejamos la sala con la cocina y un espacio pequeñito par el patio. Aprovechamos mejor el espacio porque los pasillos también hacen parte de la sala y del comedor entonces hace que se vea grande.	argumentos sólidos y aplicando sus vivencias o experiencias para fortalecer sus opiniones.

Fuente: Elaboración propia

Al iniciar esta actividad y teniendo en cuenta lo expuesto por (De Guzman, 2007) en el paso a paso de la resolución de problemas se puede establecer que los estudiantes entendieron el problema y además lo asociaban a experiencias reales en su comunidad, pero les generó inconvenientes generar estrategias de solución en las que no excedieran el área de 36 m^2, ya que querían asignar una zona de piscina, yacusi en otros casos un gimnasio o un salón de juegos y video juegos, al ir desarrollando la actividad se insistió en tener en cuenta el espacio que podían ocupar y se marcó en el salón con una cinta que abarcaba un metro cuadrado para que dimensionaran el espacio que asignaban a

cada lugar porque algunos baños estaban de un metro cuadrado. Este ejercicio sirvió para focalizar a los estudiantes en la aplicación en la vida real y se empezaron a escuchar comentarios como.

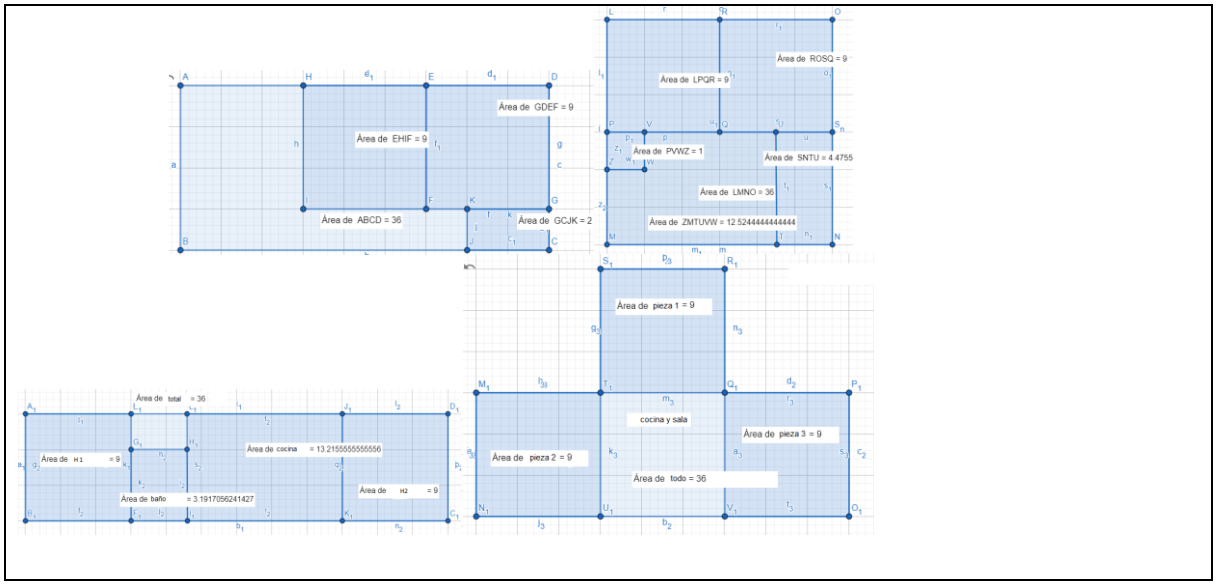
- "*como así solo ese pedacito es un metro cuadrado entonces lo estamos haciendo mal por mire nuestra habitación es disque de dos metros cuadrados hay no cabe ni una cama*"
- "*no… un metro cuadrado no es nada jaja… nuestro baño es así de grande, hay no nos va a caber ni el lavamanos mucho menos una tina en la ducha jajaja… "*
- *"nos toca cambiar todo porque estamos dejando todo muy pequeño y tenemos muchas cosas en la casa"*

Después de este ejercicio algunos estudiantes cambiaron sus planos teniendo en cuenta los espacios que debían manejar, cumpliendo así el segundo paso en la resolución de problemas.

Este ejercicio esta enlazado con la actividad anterior apuntando al paso 3 en la resolución de problemas desde lo que expone (De Guzman, 2007), En este ejercicio los estudiantes debían pasar los planos realizados en papel al programa Geogebra y verificar que las áreas asignadas y el área total cumplían las condiciones establecidas manejando la misma escala de 1m/3cm.

A continuación, se presentan algunos planos realizados por los estudiantes:

Tabla 8. Instrumento 6 de aplicación.



Fuente: elaboración propia

La elaboración de los planos del apartamento en Geogebra por parte de los estudiantes, resultó un ejercicio enriquecedor en cuanto estos verificaron que los espacios asignados eran correctos o debían hacer cambios y cumpliendo de esta manera el paso a paso en la resolución de problemas. Finalizada esta actividad, se realizó una mesa redonda para que los estudiantes comentaran la experiencia que tuvieron al usar el programa, algunas de sus opiniones fueron:

"*profe, pues cuando nosotros pasamos nuestros planos nos dimos cuenta que estaban mal porque teníamos dos baños porque una era privado en una pieza, pero cada baño era solo de un cuadrito entonces era muy pequeñito nos tocó quitar un baño y la zona de lavandería también estaba muy pequeña porque era muy delgadita y hay no cabe una lavadora entonces nos tocó quitar una pieza agrandar la zona de lavado y el baño para que lo podamos usar los tres y Julieta con Sara van a compartir la habitación*"

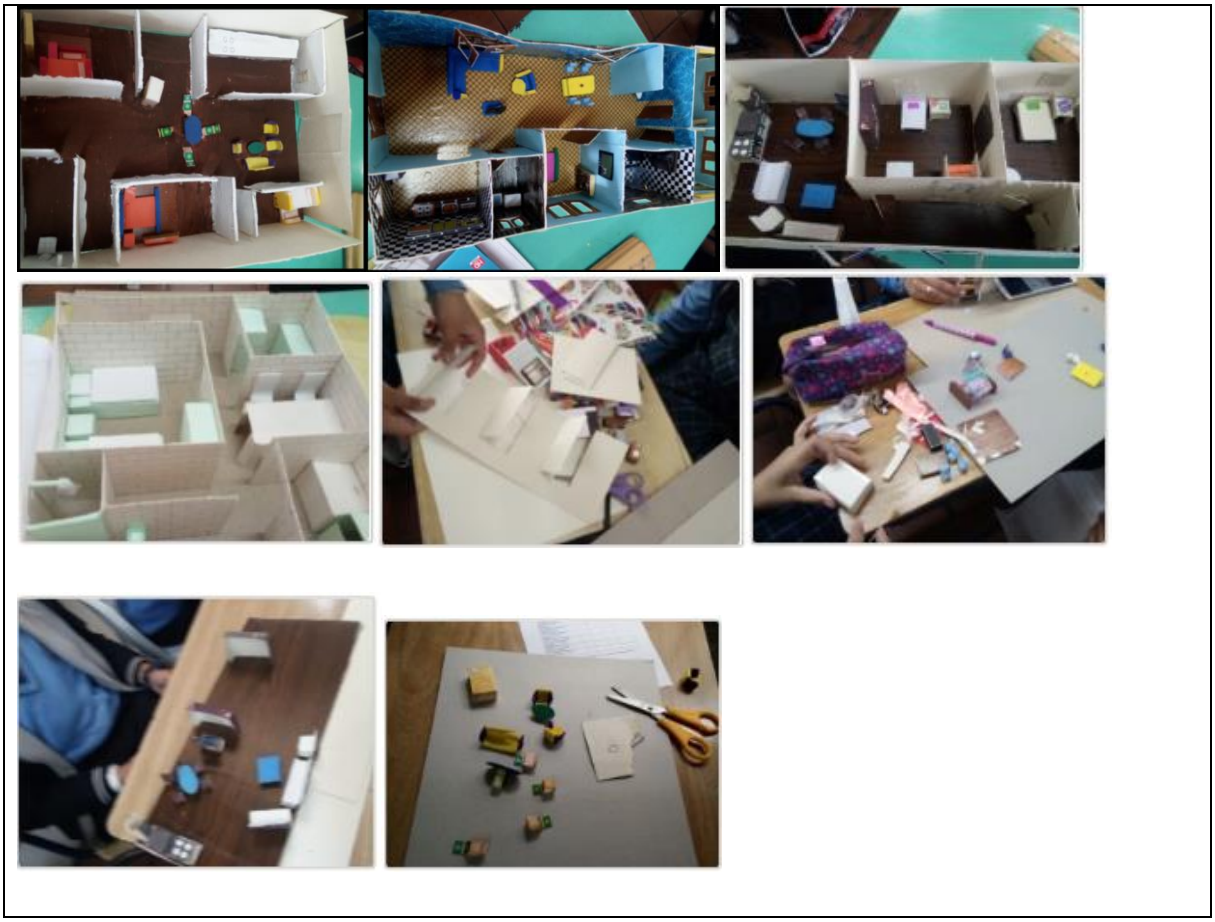
- "*profe nosotros lo teníamos bien organizado cuando calculamos el área pues era grande todo, pero nos tocó hacer un pequeño cambio porque no habíamos pensado en la entrada del apartamento ni tampoco la entrada del baño, entonces nos tocó modificar unas pequeñas modificaciones"*

- *“profe a nosotros nos tocó cambiar casi todo porque dejamos muy largo el apartamento y si lo dejábamos así tendríamos que pasar por las piezas para llegar a la cocina o al baño ósea solo una habitación quedaba privada entonces lo dejamos un poco más anchito y más cortico para que las habitaciones fueran privadas y no quedar tan amontonadas”*
- *“profe como no importaba la forma nosotros decidimos dejarlo como una T cortica como esas figuras de tectriz para que nos quedaran las tres piezas y en el centro la sala y la cocina”*

Con la ayuda del programa los estudiantes pudieron corregir algunos errores en las medidas y distribución de espacios que aun persistían después de las anteriores modificaciones a algunos les toco cambiar todo y pensar en nuevos diseños. En general se veían muy animados tanto en la realización de la actividad como el uso de ayudas como Geogebra porque les permitió por medio de la cuadricula ser exactos en la cantidad de metros cuadrados asignados para cada espacio. Al llevar los conceptos de área y perímetro a un contexto real como lo es la creación de un apartamento en el que los estudiantes vivirían, hace que adquieran mayor apropiación de los conceptos que se manejan y logra que los estudiantes tengan una visión diferente frente a las matemáticas orientándolas hacia la aplicación en la vida cotidiana (Sánchez Moreno, 2013).

Manejando una escala 1m/5cm realizar el apartamento diseñado en los planos teniendo en cuenta el material necesario para construir el apartamento, calculando el área superficial divisiones y pisos.

Tabla 9. Instrumento 7 de aplicación.



Fuente: Elaboración propia

Al finalizar la fabricación del apartamento a escala se realizó una mesa redonda donde los estudiantes compartieran la experiencia y mostraran sus trabajos a os compañeros. Algunas opiniones y presentaciones de los trabajos fueron:

- "*profe, a mi gusto mucho realizar esta actividad porque es como si pudiéramos crear y diseñar el lugar donde uno quiere vivir, tu sabes profe que no soy muy buena en las matemáticas pero en mi grupo yo estuve muy pendiente de que los espacios o las áreas asignadas fueran correctas para que no nos quedaran ni muy grandes ni muy pequeñas, en algunos momentos fue difícil ponerme de acuerdo con mis compañeros porque digamos juanita quería que cada cuarto tuviera baño privado y un closet de esos que uno se puede cambiar adentro y todo con mi otra compañera nos tocó explicarle por*

qué no podíamos tener todo eso. Por otro lado nose profe creo que quedamos como un poco psicosiadas porque cualquiera que opinará algo las otras dos le contestábamos y ¿Por qué? y para todo ya uno se está preguntando la razón de todo a veces iba a decir algo y hasta yo misma en la mente me preguntaba el ¿Por qué? Para saber que contestar cuando mis compañeras me preguntaran algo"

- "*pues a mí también me gustó mucho la actividad y como dice Layla ya parecemos enfermos mentales en mi grupo también nos preguntábamos mucho el ¿ por qué? y creábamos unas discusiones, eso era el que más se podía defender lo bueno era que eran argumentos convincentes por ejemplo Santiago quería que hiciéramos tres habitación y Juan decía que solo dos, pues yo también quería tres habitaciones para que cada uno tuviera la suya pero al final nos convenció Juan de hacer solo dos es que nos dijo muchas cosas que nos hizo pensar y cambiar de opinión y aunque nosotros también teníamos razones él nos ganó porque decidimos hacer solo dos habitaciones*"

En esta última actividad del momento 2 se observó que los argumentos que muestran los estudiantes son de un nivel 3 desde la teoría de Erduran, Simon y Osborne (2004), ya que presentan varias garantías para convencer que su argumento es válido, ya no utilizan palabras que crean incertidumbre como "yo creo", "tal vez", "de pronto " por el contrario se esfuerzan para apoyar o refutar una tesis; además de esto, se evidenció que los estudiantes sacaron del aula estos conocimientos para aplicarlos en su entorno.

El momento tres de reenfoque consistió en la aplicación de una entrevista a 5 estudiantes a quienes se les cuestionó respecto a la efectividad de las actividades enfocadas hacia la argumentación, la forma como lograron superar los obstáculos epistemológicos que presentaban al inicio de las actividades sobre área y perímetro. Dicha entrevista se realizó de manera oral y se grabó únicamente la voz.

Tabla 10. Resultados de la entrevista.

PREGUNTAS	RESPUESTAS	ANÁLISIS
¿Consideras que las actividades realizadas te ayudaron a mejorar tu capacidad argumentativa? ¿Justifica tu respuesta?	**E1:** Considero que las actividades que realizamos para el proyecto si me ayudaron a argumentar mejor porque antes cuando me decían justifica tu respuesta lo que hacía era contestar si porque el texto lo dice ó si porque la operación da cosas así pero ahora lo pienso mejor aunque profe te debo confesar que no es fácil convencer a otra persona de que tienes la razón y es mucho más difícil convencer a alguien de que no tiene la razón. Entonces le toca a uno pensar mucho como convencerlos, antes cuando me preguntaban algo yo contestaba sí o no y ya si alguien me preguntaba ¿Por qué? y le decía hay pues porque si o porque es así pero ahora sé que cuando me pregunten algo debo esforzarme por convencer al otro, además así siento que aprendo más. **E2:** las actividades si me ayudaron a argumentar mejor porque antes contestaba cosas como si, no, no sé sin preguntarme en él porque es o no un resultado o cualquier cosa, pero	En esta etapa los estudiantes hablaban con propiedad expresando lo que pensaban acerca de las actividades realizadas y lo que lograron con la resolución de estas. En cuanto a los argumentos que presentaban ya no se limitaban a contestar si o no, en lugar a esto expresaban cada vez más argumentos y garantías que les diera fuerza. Desde la teoría de Erduran, Simon y Osborne (2004), se puede establecer que los argumentos que presentan los estudiantes son equivalentes a un nivel 4 ya que presentan argumentos sólidos y son capaces de refutar o aceptar claramente una apreciación.

	ahora así no me lo pregunten me pregunto ¿será que es así? Lo que me hace pensar en todo el proceso para convencerme y esto me ayuda porque en ocasiones algunos ejercicios me quedan mal y los puedo arreglar. Además esto me ha servido mucho no solo en matemáticas si no en otras materias porque a veces cuando un profe explica algo le pregunto profe pero ¿porque pasa eso? Y nos explican como lo que hay detrás de cada cosa que hace que pueda entender mejor el tema.	
¿Consideras que antes de realizar las actividades tenías errores conceptuales frente al área y perímetro de figuras geométricas? Justifica tu respuesta	**E1:** Pues antes de hacer estas actividades yo si sabía las fórmulas del área y del perímetro de varias figuras es que al principio lo difícil era justificar porque pues yo hacia la operación y ya pero hacían preguntas como sin hacer cálculos justifique cual figura puede tener más área y eso pues como que no entendía bien, pero en cuanto a las formulas y la aplicación yo tenía errores. **E2:** profe pues yo no es que tuviera errores solo que en ocasiones se me olvidan las formulas pero las de figuras redondas como las	Los estudiantes tenían algunas ideas previas que para algunos eran herramientas de trabajo que les permitían realizar un acercamiento a la solución que se quería lograr, pero para otros estudiantes las ideas previas eran un obstáculo que creaba confusión y desanimo frente a los conceptos trabajados. Después de realizar las diferentes actividades y socializaciones se logró que esas ideas previas se consolidaran y los estudiantes comprendieran los conceptos de área y perímetro

	circunferencias esas fórmulas son difíciles pero las otras las tenía bien. A veces si me equivocaba era en los números o no sabía cómo hacer los ejercicios porque daban muy poquita información y debía recordar muchas cosas eso era lo más difícil y pues tuve errores cuando justificaba porque para mí eran como tan obvias las repuestas que no sabía ni que decir.	para trabajar en posteriores actividades con una misma idea sobre estos conceptos.

Fuente: Elaboración propia

9 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

El propósito de la aplicación del instrumento 1 de indagación de ideas previas, era investigar acerca de las ideas previas que tienen los estudiantes respecto a la forma como resuelven situaciones relacionadas con el área y perímetro de figuras geométricas, además de detectar las características de los argumentos que presentan los estudiantes para determinar el posible nivel en que se encuentran según la teoría de (Erduran, Simon, & Osborne, 2004).

De acuerdo al análisis de las respuestas presentadas por los estudiantes se pudo observar que la mayoría de los estudiantes reconocen la fórmula de área de un rectángulo, pero se les dificulta establecer semejanzas o congruencias entre dos figuras a simple vista, además tienen dificultad en reconocer el concepto de perímetro en una figura geométrica. En cuanto a la manera en que justifican sus procedimientos se evidencia que los argumentos que presentan son escasos o parecen más una pregunta que una afirmación, también se hace evidente la duda en las respuestas que presentan en cuanto inician su justificación con las palabras “yo creo que…” aunque es importante reconocer que en su mayoría intentaron expresar un argumento que sustentará sus resultados.

Desde esta perspectiva se puede establecer que los estudiantes utilizan argumentos débiles y en ocasiones suenan a reclamos o preguntas, teniendo en cuenta esto y lo presentado por Erduran, Simon, & Osborne (2004), en donde indican que en los primeros niveles de argumentación se presentan argumentos sin fuerza, que no permite refutar o aceptar la tesis, sino que permite que cualquiera de las respuestas sea válida por falta de fundamentos procedimentales o teóricos, se puede establecer que los estudiantes se encuentran en niveles 1 y 2 en cuanto cumplen las caracteristicas de estos niveles.

Lo anterior refuerza la idea de incorporar en los procesos de aprendizaje,elementos para mejorar los procesos de argumentación en la resolucion de problemas que les permita a los estudiantes establecer mejores argumentos con fundamentos solidos que acepten o rechacen una tesis.

Durante el desarrollo de la actividad se evidencio que los estudiantes respondieron acertadamente a la mayoría de preguntas realizadas, presentando cada vez mayores evidencias y garantías de sus argumentos, además asociaron el área con un espacio que cubre determinada figura. También reconocieron la presentación de la información desde diferentes representaciones para lograr extraer la información conveniente para resolver una situación o calcular el área y perímetro de una figura geométrica. Esto de acuerdo a lo expuesto por Duval (1993) el cual expresa que tanto para pensar como analizar ideas matemáticas se necesita de algún tipo de representación, bien sea externa en donde se expresan mediante el lenguaje oral y natural, símbolos, gráficos, entre otros, o de manera interna donde se realiza una imagen en la mente que permite operar y llegar a conclusiones. En esta fase los estudiantes lograron enriquecer los distintos tipos de representaciones de un objeto geométrico y manejar una escala que les permitiera tener una concordancia entre el espacio real y el utilizado en la creación de los planos.

Es importante señalar que las ayudas tecnológicas (Geogebra), permitieron enlazar de cierta manera el cambio de escala que manejaron los estudiantes con el programa y lo establecido en el papel ya que lograron tener mayor claridad en el espacio que ocupaban los elementos de la casa, además de realizar comparaciones entre las áreas de los diferentes espacios del apartamento. También fue productivo la exploración de las diferentes habilidades que poseen los estudiantes porque se expresaron mediante el arte en la creación y fabricación en escala del apartamento; explotando destrezas que ni ellos se conocían, logrando de esta manera encontrar relaciones y diferencias entre el área y perímetro de figuras geométricas. Además se logró que algunos estudiantes aplicaran estos conocimientos en un contexto real y fuera del aula, como lo expone sanchez (2013) cuando el estudiante aplica sus conocimientos en contextos reales vivencia y se apropia del concepto aplicándolo constantemente en diversas acciones cotidianas, teniendo conciencia del concepto que aplica para dicha tarea.

En este último momento de la intervención didáctica se evidenció que los estudiantes superaron las dificultades encontradas en los primeros momentos, por lo que se adquirió mayor confianza en el momento de abordar ejercicios relacionados con área y

perímetro de figuras geométricas, además realizaron mejor los procesos de argumentación presentando diferentes garantías que lo respaldan.

En esta última actividad también se evidenció que los estudiantes perdieron el temor a expresarse y compartir sus opiniones frente algún tema o pregunta, además se sentían seguros frente a sus argumentos y entendieron que se deben presentar garantías que le den fuerza al argumento que una no es suficiente y por esto en las respuestas que presentaban usaban y relacionaban conceptos con experiencias vividas para justificar mejor sus ideas y pensamientos.

10 CONCLUSIONES

Los resultados de esta investigación muestran que cuando se trabajan actividades que relacionan el contexto del estudiante se logra que se hagan participes de su aprendizaje, que apliquen sus conocimientos no solo dentro del aula sino en espacios exteriores a esta y logren mejorar sus capacidades argumentativas, además de ser motivador e interesante para el estudiante.

Partiendo de los resultados del análisis en esta investigación se evidenció un avance en los procesos de argumentación de los estudiantes ya que utilizan el lenguaje natural y simbólico para llegar a la conclusión de un argumento, expresando diferentes garantías que dan fuerza a la tesis. También se evidencia que tanto para los estudiantes como para el maestro no es fácil trabajar con la argumentación y resolución de problemas pero que se hace realmente necesario para los estudiantes.

Los resultados de la investigación muestran que los estudiantes lograron mejorar su nivel de argumentación en la resolución de problemas ya que inicialmente se encontraban en niveles entre 1 y 2 a medida que se fueron desarrollando las actividades terminaron en niveles 3 y 4 desarrollando el paso a paso en la resolución de problemas lo que fue favorable para los estudiantes.

11 RECOMENDACIONES

Dentro de la Institución Celestin Freinet de Chia , se hace indispensable propiciar espacios de investigación que permitan la identificación obstáculos y dificultades presentes en los estudiantes en los procesos de argumentación, con el fin de ajustar las metodologías y actividades de acuerdo a las necesidades e intereses de los mismos.

Es necesario que todos los docentes realicen actividades que les permitan a los estudiantes ir más allá del aula y fortalecer sus procesos de argumentación, que este tipo de actividades no se realicen solo en un área sino en general.

A los pares académicos se les recomienda tener en cuenta las ideas previas de los estudiantes y con base en estas realizar estrategias que les permita superar obstáculos y le brinde herramientas para mejorar las capacidades de argumentación.

Para futuras investigaciones se recomienda proponer actividades que estén en el contexto del estudiante, para lograr que estos posibiliten el proceso de argumentación desde la experiencia con sus vivencias. También se recomienda proponer más actividades de argumentación hacia la resolución de problemas en matemáticas.

12 REFERENCIAS

Álvarez Alfonso, I., Bautista, L., Carranza Vargas, E., & Soler, M. N. (2014). Actividades Matemáticas: Conjeturar y Argumentar. *Números*, 75-90.

Álvarez, O. D. (2013). *Las unidades didácticas en la enseñanza de las Ciencias Naturales, Educación Ambiental y Pensamiento Lógico Matemático.* Bogotà D.C.: Minerario Educativo.

Amador Lesmes, B. H., & Vélez Díaz, J. F. (2017). *Argumentación y desarrollo del pensamiento crítico en entornos virtuales de aprendizaje.* Bogotá: Sello Editorial UNAD.

Barrentes , M., Balletbo, I., & Fernández, M. (2014). Enseñar geometría en secundaria. *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*.

Castellanos , I. (2010). *Visualización y razonamiento en la construcciones geométricasutilizando el software Geogebra* . Tegucigalpa.

Castellanos, I. (2010). *visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software geogebra.* Tegucigalpa .

Díaz, L., Torruco, U., Martínez, M., & Varela, M. (2013). *La entrevista, recurso flexible y dinámico.* México D.F., México.

Duval, R. (1993). Representación y Comprención en la Investigación de la Didáctica de la Matemática.

Erduran, S., Simon, S., & Osborne, J. (2004). *TAPping into Argumentation: Developments in the Application of Toulmin's Argument Pattern for Studying Science Discourse.* London: Wiley InterScience.

Gamboa Araya, R., & Ballestero, E. (2010). *La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria.* Educare.

Gamboa, R. (2007). *Uso de la Tecnología en la enseñanza de las Matemáticas.* Cuadernos de Investigación y Formación en educación Matamática.

García Peña, S., & López Escudero, O. (2008). La enseñanza de la Geometría. En M. Aguilar R, *Materiales para apoyar la práctica educativa* (pág. 177). México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.

Garrido Bermúdez, E. (2015). *La enseñanza del concepto de área y perímetro de polígonos a través del Geoplano, para el desarrollo de la competencia matemática en resolución de problemas del grado séptimo en el Colegio María Antonia Cerini.* Medellín, Colombia: Universidad Nacional de Colombia.

Gutiérrez, Á., & Jaime, A. (2011). Reflexiones sobre la enseñanza de la geometría en primaria y secundaria. *memorias del XX Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones, Universidad Pedagógica Nacional*, 16.

Guzmán, D. (1995). *Para pensar mejor, desarrollo de la creatividad a través de procesos matemáticos.* Madrid, España. : ediciones Pirámide.

Hershkowitz , R. (2001). *Acerca del Razonamiento en Geometría.* (V. Hernández, & M. Villalba, Trads.) PMME-UNISON.

López López , M. (1990). *Saber enseñar a describir, definir, argumentar.* La habana - Cuba : pueblo y educación .

Osses Bustingorry, S., Sánchez Tapia, I., & Ibáñez Mansilla, F. M. (2006). *INVESTIGACIÓN CUALITATIVA EN EDUCACIÓN: HACIA LA GENERACIÓN DE TEORÍA A TRAVÉS DEL PROCESO ANALÍTICO.* Valdivia, Chile: Universidad Austral de Chile.

Perelman, C., & Olbrechts-Tyteca, L. (1989). *Tratado de la argumentación.* Madrid : GREDOS .

Sánchez, L., González, J., & García, Á. (2013). La argumentación en la enseñanza de las ciencias. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (Colombia)*, 11-28.

Sánchez Moreno, S. E. (2013). Una propuesta de enseñanza del área y perímetro para estudiantes de 4° en un contexto rural. *Educación científica y tecnológica*.

Sombra del Río, L. (2011). GeoGebra como instrumento de modelización matemática en la enseñanza de la noción de función. *Universidad Nacional de la Plata*.

Toro Uribe, J., & Samper, C. (2014). Acercamiento a la argumentación en un ambiente de geometría dinámica: grado octavo. *RECME: Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 6.

Toro, J. (2014). *Acercamiento a la argumentación en un ambiente de geometría dinámica: grado octavo.* Medellin.

Torres Rodriguez , C. A., & Racedo Lobo, D. M. (2014). *estrategia didáctica mediada por el software Geogebra para fortalecer la enseñanza-aprendizaje de la gometria en estudiantes de 9º de básica secundaria.* Barranquilla .

Toulmin, S. (2007). *Los usos de la argumentación.* Barselona: Edisiones Península.

13 ANEXOS

Anexo1.

Identificación de la forma como los estudiantes argumentan, aplicando el concepto de área y perímetro.

Descripción de las actividades. A continuación, se presentan una serie de situaciones, por medio de las cuáles se pretende conocer la forma en que los estudiantes argumentan resultados. En cada situación se debe contestar una serie de preguntas cortas, en el tiempo estipulado, teniendo en cuenta la orientación del docente:

Materiales: Fotocopias, cuaderno, lápiz y borrador.

Situación problema 1. Área y perímetro de figuras geométricas.

El área de la figura 1 es más grande, más pequeña o es igual al área de la figura 2, explica tu respuesta.

¿Sin realizar ningún calculo, cual figura consideras que tiene mayor área? explica tu respuesta

Realiza los cálculos necesarios para comprobar tu respuesta

¿Por qué crees que ocurre esto con el área?

¿Consideras que el perímetro de cada figura presentará la misma regularidad? ¿Por qué?

Realiza los cálculos necesarios para comprobar tu respuesta

Porque crees que la regularidad se mantiene o no mantiene para el perímetro de la figura"

Situación 2. Área y perímetro de figuras geométricas. Determina regularidades en el área de figuras geométricas.

Se cuenta que hace mucho tiempo, en un lejano país, dos príncipes muy crueles y muy feos, Gniak y Geniuk querían casarse con la bella y dulce princesa Leila. Elle les muestra una

joya cuadrada compuesta por cuatro piezas de oro, y les dice: "Me casaré con el que me ofrezca la joya de mayor área formada con estas cuatro piezas de oro. Pero, atención, no pueden dejar espacios entre las cuatro piezas.

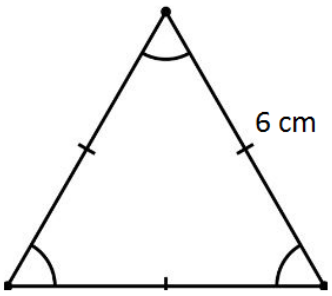
Geniak le ofreció la siguiente joya a la princesa:
¿Cuál es el área de la joya que ofreció Geniak?.
¿Ha tenido éxito Geniak? Justifica tu respuesta.
Geniuk piensa entonces que él ha ganado cuando le ofrece a la princesa una nueva joya.
¿Tiene razón en pensar que sí ganó?. Si la respuesta es afirmativa, dibuje el diseño de Geniuk. Justifica tu respuesta.

Situación 3. Determinar si los estudiantes asocian partes de una figura geométrica con la figura inicial

¿Crees que se puede hallar el perímetro de la figura? Si tu respuesta es afirmativa explica y calcúlalo, en caso de ser negativa explica porque no es posible.

Finalizada la actividad se realizará una socialización con el grupo en donde los estudiantes que deseen compartirán lo que contestaron a cada pregunta y los otros compañeros deben establecer si están de acuerdo o no según los resultados a las pruebas de cada uno.

Anexo 2.



Fuente: Elaboración propia

Dado el triángulo equilátero contesta:

¿Consideras que es posible hallar el área del triángulo? Justifica tu respuesta

1. Sea ABCD un rectángulo con $\overline{AB} = 9cm$ y con $\overline{BC} = 6cm$



Figura 1

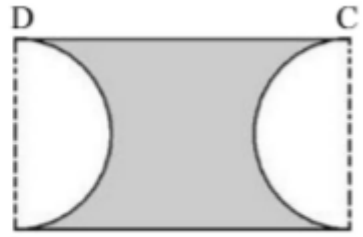


Figura 2

Fuente: Elaboración propia

¿Crees que el área en las dos figuras es igual? Justifica tu respuesta.

Realiza los cálculos necesarios para comprobar tu respuesta

¿Consideras que el perímetro cambia? ¿Por qué?

Realiza los cálculos necesarios para comprobar tu respuesta

2. Dado el cuadrado ABCD de lado 10 cm

¿Consideras que el área sombreada es mayor, igual o menor al área de la circunferencia? Justifica tu respuesta

Realiza los cálculos necesarios para comprobar tu respuesta.

Finalizada la actividad se realizara una socialización con todo el grupo con el fin de concretar ideas que se tengan sobre la representación de objetos geométricos y como utilizan la simbología para reconocer elementos importantes al momento de calcular áreas y perímetros.

Anexo 3

Antes de hacer construcciones se hará un recorrido por las diferentes opciones que brinda el menú del GeoGebra:

1. Dibujando rectas, segmentos, ángulos y círculos A.
   Utilizando el menú de la parte superior de la pantalla construya:
   • Una recta $\overleftrightarrow{AB}$

   • Otra recta $\overleftrightarrow{DE}$ que interseque a la recta anterior en un punto C.

   • El segmento $\overline{AE}$

   Solicitar a los participantes que tracen las imágenes correspondientes a los siguientes ejercicios: 1. Utilizando tres cuadrados, un triángulo equilátero y un rectángulo (puerta) construir la figura adjunta. Esta "casita" cumple las siguientes condiciones: a) El borde inferior de cada ventana debe estar a la misma altura que el borde superior de la puerta. b) La puerta tiene la mitad de la altura de la casa (sin considerar el techo). c) La puerta debe estar a igual distancia de las ventanas. d) El ancho de cada ventana debe ser la cuarta parte del ancho de la casa.

   1. Construir un cuadro y una circunferencia que tengan aproximadamente la misma área
   ¿Consideras que las dos figuras tendrán el mismo perímetro justifica tu respuesta?
   Con la herramienta perímetro encuentra el perímetro de cada figura y comprueba tu respuesta.
   2. Construir dos figuras que tengan el mismo perímetro
   ¿Consideras que el área de los dos polígonos es igual? Justifica tu respuesta
   Con la herramienta área justifica tu respuesta

   3. Construye dos polígonos diferente y calcula su área

¿Es posible predecir un valor aproximado para el perímetro de cada figura a partir del área? Justifica tu respuesta

4. Construye un rectángulo y calcula el área y el perímetro, con la opción mover, arrastra un de los puntos y observa que sucede con el área y el perímetro.
¿Puedes hallar alguna regularidad entre estos dos conceptos? Justifica tu respuesta.

Finalizada la actividad los estudiantes compartirán con sus compañeros la experiencia que tuvieron con el manejo del programa geogebra contestando preguntas como:

- ¿Qué lograste hacer con el programa?
- ¿Qué te gusto o disgusto al usar geogebra?
- ¿Que más te gustaría poder hacer?

¿Te pareció fácil o difícil el uso de geogebra?

Anexo 4

Se iniciará la clase presentando un video que expone algunos aparta-estudios y muebles que ayudan a maximizar el espacio.

Diseñar un aparta-estudio cuya área sea 25 metros cuadrados manejando una escala de 1m/3cm

1. Escoge una figura geométrica para diseñar el aparta-estudio cuya área no supere los 25 metros cuadrados. Dicha figura geométrica debe permitir maximizar el área del aparta-estudio. ¿Por qué consideras que la figura que elegiste te permite aprovechar el espacio? Justifica tu respuesta.
2. Distribuye los espacios para cada sección del apartamento y justifica porque asignaste ese espacio a cada sección.

Al finalizar la actividad se solicitara a algunos estudiantes que argumenten por qué creen que sus planos y distribución de espacios son los más adecuados para aprovechar al máximo es espacio asignado.

Anexo 5.

“diseño de planos en geogebra”

1. Realiza los planos en geógebra, halla sus respectivas áreas yperímetros. Verifica si el espacio asignado es el adecuado o debes realizar algunos cambios. Justifica tu respuesta. Los estudiantes deberán compartir la experiencia que tuvieron al crear los planos en geogebra y si tuvieron que reubicar alguna sección del apartaestudio o si no fue necesario.

Anexo 6.

“fabricación de aparta-estudio a escala”

Manejando una escala 1m/5cm calcular el material necesario para construir el aparta-estudio, calculado el área superficial divisiones y pisos.

Finalizada la actividad los estudiantes deberán explicar a sus compañeros la maqueta final asi como las dificultades y fortalezas que tuvieron en el desarrollo del proyecto, además de compartir a sus compañeros que les pareció el proyecto, que fue lo más fácil y difícil al momento de desarrollar cada sección.