



**INCORPORACIÓN DE GEOGEBRA, EN LA ENSEÑANZA DE ÁNGULOS Y
SUS MEDIDAS EN ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO DE LA INSTITUCIÓN
EDUCATIVA EVA TULIA QUINTERO.**

ANA HARLEY PALACIOS MOSQUERA

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
MANIZALES
2018**

**INCORPORACIÓN DE GEOGEBRA, EN LA ENSEÑANZA DE ÁNGULOS Y
SUS MEDIDAS EN ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO DE LA INSTITUCIÓN
EDUCATIVA EVA TULIA QUINTERO.**

Proyecto de grado para optar al título de Magister en enseñanza de las ciencias

Tutor

ALEXANDER RINCON ROJAS

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
MANIZALES**

2018

DEDICATORIA

A mis padres y hermanos por su apoyo incondicional.

Ana Harley

AGRADECIMIENTOS

Agradecimiento a Dios, por guiar mi camino y darme la suficiente fuerza para culminar este proceso.

A mis Padres por su apoyo incondicional, su constancia, paciencia, amor, cariño en todo este proceso.

A mis Hermanos por su paciencia, amor, comprensión por enseñarme el valor de las cosas y apoyarme en todos los momentos difíciles, gracias a sus palabras entendí que todos los sueños se pueden lograr y hacer realidad.

A la Universidad Autónoma de Manizales por los conocimientos adquiridos a lo largo del desarrollo del programa de maestría.

Al Magister, Alexander Rincón Rojas por su apoyo y orientación a través del desarrollo de la presente investigación.

A la Institución Educativa Eva Tulia Quintero de Cocorná, por permitirme desarrollar las actividades necesarias para la ejecución del proyecto.

Contenido

1.	INTRODUCCIÓN.....	14
1.1.	CONTEXTO Y MOTIVACIÓN	14
1.2	JUSTIFICACIÓN Y PROBLEMÁTICA	15
1.3.	PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN.....	21
1.4.	OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	21
1.4.1	Objetivo General.....	21
1.4.2	Objetivos Específicos	21
2.	MARCO TEÓRICO	23
2.1	ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN	23
2.2.1	Breve Reseña Histórica De La Geometría.....	26
2.2.2	¿Qué es Geogebra?	27
2.2.3	¿Por Qué es Interesante Utilizar Geogebra?	28
2.2.4	Formas De Trabajar Con Geogebra.....	31
2.2.5	Definiciones Y Clasificación De Los Ángulos.....	31
2.2	MARCO CONCEPTUAL	37
2.2.1	Procesos De Enseñanza y Aprendizaje.....	38
2.2.2	Uso De Las Tic En El Aprendizaje	39
2.2.3	Enseñanza Y Aprendizaje.....	40
2.2.4	Estrategias De Enseñanza Y De Aprendizaje.....	43
2.2.5	Desarrollo Del Pensamiento Matemático Y Geométrico	47
2.2.6	Teoría De Aprendizaje Relacionada.....	53
2.2.7	Análisis De Competencias Geométricas Pertinentes Para El Grado Sexto.	53
3.	MARCO METODOLÓGICO	55
3.1	ENFOQUE, ALCANCE Y DISEÑO	55
3.2.	POBLACIÓN	55
3.3.	CATEGORÍAS DE ANÁLISIS.	55
3.5.	PLAN DE ACCIÓN.	56
4.	ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	60
5.	CONCLUSIONES.....	126
6.	BIBLIOGRAFÍA	129

Lista de Ilustraciones

Ilustración 1 Vista gráfica y algebraica de GeoGebra.....	29
Ilustración 2 Vista grafica de GeoGebra en 3D.....	30
Ilustración 3 Lados del ángulo y Vértice.....	32
Ilustración 4 Clases de Ángulos	32
Ilustración 5 Ángulos según su amplitud	33
Ilustración 6 Instrumentos de Medición de Ángulos.....	34
Ilustración 7 Fotografía de un Sextante.....	35
Ilustración 8 Fotografía de un Goniómetro	35
Ilustración 9 el Compás	36
Ilustración 10 El transportador	36
Ilustración 11 Inclínómetro	36
Ilustración 12 Eclímetro	37
Ilustración 13 Categorías de Análisis	56
Ilustración 14 Proceso de Exploración, Intervención y Evaluación	59
Ilustración 15 Categorías de Análisis de Resultados.....	61
Ilustración 16.....	62
Ilustración 17.....	65
Ilustración 18.....	66
Ilustración 19 Fotografía de un Pictograma	67
Ilustración 20.....	68
Ilustración 21 Fotografía de uso de GeoGebra.....	69
Ilustración 22.....	71
Ilustración 23.....	73
Ilustración 24.....	75
Ilustración 25.....	78
Ilustración 26 Fotografía de una estudiante haciendo uso del transportador	78
Ilustración 27.....	80
Ilustración 28.....	83
Ilustración 29.....	85
Ilustración 30.....	87
Ilustración 31.....	90
Ilustración 32.....	91
Ilustración 33.....	93
Ilustración 34.....	95
Ilustración 35.....	98
Ilustración 36.....	98
Ilustración 37.....	100
Ilustración 38.....	102
Ilustración 39.....	104
Ilustración 40.....	106
Ilustración 41.....	108
Ilustración 42.....	108
Ilustración 43.....	110

Ilustración 44	110
Ilustración 45	112
Ilustración 46	114
Ilustración 47	116
Ilustración 48 Ruta de implementación al usar GeoGebra.	117
Ilustración 49 Captura de Pantalla Sistema GeoGebra.....	132

Lista de Tablas

Tabla 1 Estrategias de Enseñanza según (Díaz Barriga & Hernández Rójas, 1998).....	45
Tabla 2 Proceso de Enseñanza - Reconoce Elementos de construcción Angular	61
Tabla 3 Proceso de Enseñanza - Define el Concepto de Ángulo y lo representa.....	63
Tabla 4 Proceso de Enseñanza - Identifica Ángulos de un pictograma en GeoGebra	66
Tabla 5 Comunicación en el Proceso de Enseñanza – Representación de Ángulos en GeoGebra.....	68
Tabla 6 Comunicación en el Proceso de Enseñanza – Definir con palabras características de Grupos de ángulos	71
Tabla 7 Formular Y Resolver Problemas, Representar Mediante Ángulos Secuencias De Giros En GeoGebra	73
Tabla 8 Formular y Resolver problemas – Definiciones angulares con un reloj	75
Tabla 9 Formular y Resolver Problemas – Dibujar y Clasificar ángulos	76
Tabla 10 Razonamiento – Suma, medidas y definir qué clase de ángulo es.	80
Tabla 11 Razonamiento – Sumar medidas de ángulos	82
Tabla 12 Auto-regulación - Enumerar pasos para el uso de GeoGebra	84
Tabla 13 Autorregulación – Equivalencia de Ángulos.....	87
Tabla 14 Proceso Cognitivo Básico – Uso de GeoGebra para explicación de Problemas...	89
Tabla 15 Comunicación – Identificación de Variables de giro de ángulos	91
Tabla 16 Comunicación Identificación de tipos de Línea que identifican el Ángulo	93
Tabla 17 Comunicación Definición de trayectorias	94
Tabla 18 Formular y Resolver Problemas	96
Tabla 19 Proceso Cognitivo - Solución de problemas, uso de medios físicos y digitales..	100
Tabla 20 Comunicación – Identificación de puntos de giro	102
Tabla 21 Comunicación – Identificación de tipos de línea.	103
Tabla 22 Comunicación - Explicación de trayectorias.....	105
Tabla 23 Formular y Resolver Problemas – Representaciones gráficas de secuencias.....	107
Tabla 24 Formular y Resolver Problemas – representación de amplitudes con el reloj	109
Tabla 25 Razonamiento – Análisis de puntos fijos en ejemplos prácticos.....	111
Tabla 26 Razonamiento – representa amplitudes de ángulos.....	114
Tabla 27 Auto regulación – Ordenamiento de amplitudes de mayor a menor y viceversa.	116
Tabla 28 Ruta de Implementación.....	118

RESUMEN

La docencia, es una de las actividades más esenciales para la formación de seres humanos, enfrenta retos cada vez más complejos, y sobre todo el área de matemáticas, ya que algunos de los estudiantes adoptan preconcepciones negativas que generan barreras mentales obstaculizando el aprendizaje, lo que en ocasiones trastabilla el despliegue de sus conocimientos. Para resolver lo anterior, los pedagogos se han valido de diversos métodos; la tecnología actual ofrece soluciones efectivas y didácticas, que combinan el conocimiento con la tecnología. Con esta investigación se pretende interpretar como GeoGebra permite facilitar el aprendizaje de la geometría en los estudiantes de la Institución educativa Eva Tulia Quintero ubicada en el municipio de Cocorná-Antioquia, específicamente los estudiantes de grado sexto, igualmente intenta analizar aspectos concernientes a los proceso de enseñanza y aprendizaje, discriminado a través del análisis de subcategorías como son; comunicación, razonamiento, resolución de problemas, procesos cognitivos básicos y autorregulación.

Así mismo, se pretende analizar la necesidad imperante de buscar formas alternas de enseñanza para que los estudiantes ahonden en sus comprensiones y aprendizajes de su entorno, haciendo uso gradual y coordinado de las aplicaciones tecnológicas presentes en un mundo globalizado.

El Objetivo propuesto para esta investigación es, analizar la influencia que tiene el GeoGebra en el proceso de enseñanza de los ángulos y su medida en estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa Eva Tulia Quintero.

La metodología que se utilizó para obtener los datos de análisis, consistió en aspectos de investigación cualitativa-descriptiva, como lo manifiestan Hernández, Fernández, & Baptista (2014, pág. 7) la cual permite desarrollar preguntas e hipótesis antes, durante o después de la recolección y análisis de datos.; La población objeto de estudio está representada por estudiantes de grado sexto, cuyas edades oscilan entre 10 y 13 años. Estos estudiantes son procedentes de distintos centros educativos de las veredas aledañas con metodología escuela nueva; presentan dificultades en el manejo de herramientas ofimática. Para el proceso de investigación se seleccionará como unidad de análisis 4 estudiantes. De igual forma, para la obtención de la muestra de investigación se tomó como base conceptual una muestra no probabilística, esto según Hernández, Fernández y Baptista (2007) esto es, un subgrupo de la población en la que la elección de los elementos no

depende de la probabilidad, sino de las características de la investigación. En otros términos, el subgrupo seleccionado obedece al contexto de observación del proceso de aplicación de tecnologías en el aula de clase.

La presente investigación arroja grandes avances, tales como; la utilización de GeoGebra en el aula de clases, el cual fomenta la puesta en práctica del conocimiento de geometría y matemáticas. Además, mejora la apreciación espacial, el entendimiento métrico del entorno, donde se vinculan herramientas e incluso el propio cuerpo humano para el desarrollo de habilidades de razonamiento y aplicación del conocimiento. Igualmente, el uso de este programa fomenta un ambiente de clase didáctico y facilita el proceso de aprendizaje debido a que los estudiantes se muestran motivados por el uso del computador y el programa, generando entornos de cooperación y espacios de discusión, en donde el resultado es el cambio del paradigma de la matemática y la geometría como las asignaturas difíciles a asignaturas divertidas, prácticas e interesantes.

Palabras Claves: Incorporación, GeoGebra, Ángulos, Geometría Dinámica

ABSTRACT

Teaching, is one of the most essential activities for the formation of human beings, faces increasingly complex challenges, and especially the area of mathematics, full of preconceptions that generate mental barriers in the students, which sometimes falters the deployment of your knowledge. To solve the above, pedagogues have used different methods and current technology offers effective and didactic solutions that combine knowledge with technology. This research aims to demonstrate how the GeoGebra dynamic system facilitates the learning of geometry in the students of the Eva Julia Quintero educational institution, specifically the sixth grade students, and aims to analyze aspects concerning the teaching and learning process and analyze aspects such as motivation , the practicality, the adoption of computer skills for applications of geometry and the foundation of multiple intelligences that induce the student to use knowledge in the interpretation of their physical environment through mathematics.

The process aims to analyze the influence of the GeoGebra dynamic system on the teaching and learning processes of angles and their measurement in sixth grade students. It also studies the possibility of teaching geometry from the gradual use of technological tools such as GeoGebra to sixth grade students.

The aim is to analyze the prevailing need to look for alternative ways of teaching so that the students can deepen their understanding and learning of their environment, making gradual and coordinated use of the technological applications present in a globalized world. The objective proposed for this research is to analyze the influence that the GeoGebra Dynamic System has on the teaching and learning processes of the angles and their measurement in the sixth-grade students of the Educational Institution Eva Tulia Quintero.

Objective: Analyze the influence that the GeoGebra Dynamic System has on the teaching and learning processes of the angles and their measurement in the sixth-grade students of the Educational Institution Eva Tulia Quintero.

Methodology: The methodology used to obtain the analysis data consisted of the qualitative-descriptive, non-experimental research method, since there is no explicit control of variables. The information gathering techniques were, participant observation, unstructured interview and audio recording. The population of this study is represented by 105 sixth grade students whose ages range between 10 and 13. These students mostly come

from different educational centers of the surrounding villages with new school methodology; Most of them do not have mastery of basic mathematical competences, they also have very little use of computer tools. In this sense, of the 105 students of the sixth grade belonging to all the headquarters of the educational institution, 5 students from the Retiro headquarters will be selected as the unit of analysis, for the process and the research to be carried out. For the achievement of this sample was taken as a conceptual basis that is a non-probabilistic sample, this according to Hernández, Fernández and Baptista (2007) is based on. "Subgroup of the population in which the choice of the elements does not depend on the probability but on the characteristics of the research"

After analyzing the information collected, we were able to realize that the students' difficulties in learning geometry is due to the fact that they were immersed in multi-grade classrooms and had no continuity in the processes, since they focused their attention on others types of concepts and activities, alien to geometry and its potential, in the same way the teaching of geometry have been based on a traditional system of teaching, where teachers present the theory, develop examples and provide the exercises that must be solved by students. These activities emphasize the application of formulas and memory aspects, which has the consequence that visualization, argumentation and justification processes do not have a preponderant role in the teaching of the discipline.

Results:

In the results we hope to fulfill the general objective that is, to analyze the influence that the GeoGebra Dynamic System has on the teaching and learning processes of the angles and its measurement in the sixth-grade students.

That most students succeed in using the GeoGebra Dynamic System as an active, participatory resource in the classroom, to avoid geometric obstacles. That the use of GeoGebra favors multiple representations of geometric concepts. That students conceive Geometry as an easy subject to learn and relate it to everyday life. Teachers are expected to have a favorable position regarding the use of the GeoGebra Dynamic System in the teaching of geometry

Conclusion:

The use of the GeoGebra system in the classroom encourages the implementation of knowledge of geometry and mathematics. Improves the spatial appreciation, the metric understanding of the environment, where tools are linked and even the human body itself for the development of reasoning skills and use of knowledge.

The use of this program also fosters a didactic classroom environment and facilitates pedagogy, generating cooperative environments and discussion spaces where the result is the change from the paradigm of mathematics and geometry such as difficult subjects to fun, practical and practical subjects. Interesting.

Keywords: Incorporation, GeoGebra, Angles, Geometr

1. INTRODUCCIÓN

1.1. CONTEXTO Y MOTIVACIÓN

El proyecto de maestría, “Incorporación de GeoGebra, en la enseñanza de los ángulos y sus medidas en los estudiantes de sexto grado de la institución educativa Eva Tulia Quintero”, se sitúa en el área de investigación de Educación Matemática. Se enmarca en el programa de Maestría en Enseñanza de las Ciencias, de la Universidad Autónoma de Manizales. El objetivo comprende utilizar GeoGebra como mediador en el aprendizaje de la geometría, analizar la respuesta de los estudiantes frente al uso específico de este programa, a través de la observación y recolección de información clave, mediante la aplicación de una unidad didáctica, que contienen la aplicación del contenido curricular de la clase de geometría, y de esta manera analizar los avances y dificultades que presentan los estudiantes de sexto grado de la Institución educativa Eva Tulia Quintero, en 4 estudiantes.

Estas dificultades fueron observadas en la propia experiencia como profesora de matemáticas en educación básica y media, y se enfocan a tres aspectos fundamentales: dificultades en el reconocimiento de relaciones y propiedades de diversas figuras geométricas planas; ambientes de aprendizaje tecnológicos ajenos a las vivencias de los estudiantes en el aprendizaje de la geometría y dificultades en los procesos comunicativos referentes a la consolidación y expresión de los hallazgos que los estudiantes tienen a partir de su interacción con sistemas geométricos.

Así mismo, el presente trabajo pretende mostrar cómo, mediante GeoGebra, los estudiantes pueden acercarse de forma coordinada y progresiva al aprendizaje de las matemáticas y en particular a la geometría de una manera diferente a la tradicional, propiciando de esta forma, la autonomía en su aprendizaje y, por otro lado, constituirse como una herramienta para que los profesores a través del diseño de unidades didácticas, puedan transformar su práctica educativa en pro de mejorar los procesos de enseñanza.

La motivación que propicia la introducción GeoGebra en la clase de matemáticas, está vinculada a la mejora de los procesos de comprensión, de comunicación y de modelamiento

del espacio, constituyéndose en una herramienta para que los profesores puedan resolver problemas relacionados con el funcionamiento de sus clases, vinculando progresivamente las TIC¹ a los procesos de enseñanza, desvaneciendo de alguna manera la idea que sugiere que, las aplicaciones tecnológicas no pueden ser útiles en procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y en particular de la geometría.

Dentro de los resultados más significativos en esta investigación se encontró que mediante la aplicación de GeoGebra, en el proceso de enseñanza los estudiantes demostraron una actitud positiva frente a el uso de la tecnología, fomentando el aprendizaje de la geometría. Por otro lado, demostraron un incremento progresivo en la adopción de los conceptos y la puesta en práctica de estos. Así mismo, pudieron hacer comparaciones y extracciones de la teoría a la práctica utilizando su cuerpo, herramientas de medición y demostraron una comprensión significativa de los diferentes usos que la geometría tiene para la interpretación de su entorno físico natural e inmediato.

1.2 JUSTIFICACIÓN Y PROBLEMÁTICA

El conocimiento es dinámico, ya que se retroalimenta constantemente a través de la experiencia y se enriquece con los avances en pedagogía y sistemas. La razón que fundamenta esta investigación es analizar e interpretar la experiencia en clase, con respecto a la aplicación de las tecnologías, específicamente con el uso de GeoGebra. El propósito es visualizar el impacto que tiene esta aplicación dentro del desarrollo del proceso de aprendizaje. Perea afirma (2014) La comunicación a través del uso de las TIC fomenta la gestión administrativa, el uso lúdico, y el desarrollo cognitivo. Lo anterior se puede evidenciar a través de la práctica del uso del computador y ahora de los “Smart Phone²” los estudiantes se muestran receptivos y animados.

La didáctica y las matemáticas en aplicaciones TIC permiten profundizar algunos conocimientos, generar habilidades y competencias para el desempeño laboral en ambientes de conectividad, tales como laboratorios virtuales y conferencias académicas interinstitucionales en Internet. Rodríguez (2017). Todos estos beneficios están disponibles

¹ TIC: Tecnologías de la Información y las Comunicaciones

² Smarth Phone: Traducción del inglés al Español para teléfono Inteligente

para la institución educativa en la que se enmarca este estudio. El beneficio de analizar el uso tecnológico motiva a las directivas y docentes de la institución a implementar contenidos enriquecidos por estas aplicaciones.

Como lo aprecian Travieso y Planella (2008) en su artículo La alfabetización digital como factor de inclusión social: una mirada crítica, demarcan de manera coherente un beneficio real en el uso de las TIC para la implementación de la alfabetización digital, debido a que la implementación tecnológica permite el desarrollo de valores cooperativos y colectivos. La postura crítica frente a la condición del llamado darwinismo social (pág. 2) en un contexto capitalista pretende mostrar cualidades del enfoque de los principios de solidaridad social y comunitaria. A pesar del vacío tecnológico y la asimetría de la inclusión tecnológica al implementar en el aula programas educativos se rompen barreras que fomentan la inclusión social. Estos es una consecuencia positiva de los escenarios virtuales. Existe un creciente interés por parte de los actores formadores para reformular el enfoque de la alfabetización digital (pág. 6) para fomentar valores cooperativos. Al adoptar este pensamiento en la educación en los inicios de la educación secundaria el enfoque de su uso pasa de usuarios de herramientas tecnológicas a agentes activos en sociedades conectadas a través de Internet, con todos los retos y fenómenos sociales que ello genera.

La geometría es quizás uno de los campos más fructíferos y más cercanos al desarrollo del pensamiento de los seres humanos, puesto que a partir de su estudio y su comprensión los hombres han logrado resolver problemas relacionados con su diario vivir y proyectarse al futuro. Por ejemplo, se puede hacer mención de las reparticiones equitativas de espacios, acomodación de objetos, el aporte que hace a la predicción de fenómenos astronómicos y naturales que en cierto momento de la historia posibilitaron saber el tiempo de la siembra, el modelamiento del espacio para estructurar un lanzamiento espacial, las construcciones de edificios y carreteras, por mencionar algunos.

Desde esta perspectiva, la importancia de la geometría ha sido ampliamente reconocida por autores como: (Alameida, 2002), citado por, (Gamboa Araya & Ballesteros Alfaro, 2010), quienes señalan que existen algunos objetivos generales que todo ciudadano debía

alcanzar durante su formación básica: Tener una cultura geométrica con visión histórica interdisciplinaria, aplicar conocimiento geométrico para modelar, crear o resolver problemas reales, usar los diferentes lenguajes y representaciones.

En otros términos, la geometría se puede considerar como herramienta que le permite al ser humano resolver problemas de la vida cotidiana, desarrollar destrezas mentales, como la intuición espacial y comprender el mundo, al hacer representaciones que imita nuestro entorno; permitiendo el análisis de objetos geométricos, sus relaciones y su funcionalidad.

Igualmente, (Andonegui Zabala, 2006) citado por, (Vargas Vargas & Gamboa Araya, 2013) afirma que el estudio de la geometría ayuda a potencial habilidades de pensamiento de la información recibida a través de los sentidos y permite al estudiante desarrollar, a la vez muchas otras destrezas de tipo espacial que le permite comprender e influir en el espacio donde vive.

Atendiendo a las consideraciones anteriores en cuanto al carácter universal del conocimiento geométrico y su relación con la resolución de problemas es indispensable que todas las personas reconozcan en la geometría un alto potencial para el desarrollo del pensamiento, por ende, sea enseñada, comprendida y utilizada, siendo el mejor escenario para tal fin la escuela.

En concordancia con lo expuesto anteriormente y como acción directa para aprovechar y potencializar este conocimiento, la política pública de Colombia a través del Ministerio de Educación, sus decretos y sus consideraciones curriculares establece la necesidad de implementar dentro de los diferentes planes de estudio de las instituciones la enseñanza de la geometría enmarcada dentro del estudio del pensamiento espacial, en la cual se consideran las acciones que el sujeto debe afrontar de manera gradual a partir del establecimiento de relaciones de los sistemas geométricos para interactuar de diversas maneras con los objetos situados en el espacio.

En los lineamientos curriculares de matemática del, (MEN), en el año 1998 siguiendo la propuesta de, (Gardner, 1987), quien considera, en su teoría de las múltiples inteligencias; la inteligencia espacial, planteando que esta, es esencial para el pensamiento científico, además de adquirir una habilidad para la resolución de problemas, ubicación, orientación y distribución de espacios. Se estima que la mayoría de las profesiones científicas y técnicas, tales como el dibujo técnico, la arquitectura, las ingenierías, la aviación, y muchas disciplinas científicas como química, física, matemáticas, requieren personas que tengan un alto desarrollo de inteligencia espacial.

Es de exaltar que, en los lineamientos curriculares de matemáticas, nos indiquen, que para lograr una formalización de la comprensión del espacio se sugiere el enfoque de geometría activa que parte de la acción del alumno y su confrontación con el mundo. Es necesaria la educación en un contexto de globalización en donde el uso de herramientas tecnológicas facilita el aprendizaje. Es importante dar prioridad a la identificación de figuras y símbolos que encontramos en el entorno, para luego llevarlos al concepto y qué de esta manera, ellos puedan entender las relaciones entre diversos objetos y sus transformaciones en varios contextos.

En esta misma línea, la enseñanza de la geometría activa sugiere la incorporación de tecnologías que posibiliten ampliar las opciones de aprendizaje por parte de los estudiantes, lo cual implica el reconocimiento y uso de recursos en el aula que permitan visualizar y tener una percepción del espacio de formas diferentes. La necesidad de incorporar herramientas como GeoGebra como complemento a la instrucción tradicional, aquí se acopla con que no se puede olvidar los procesos de enseñanza y aprendizaje para tener una posibilidad de mejora continua.

María del Mar García López en su tesis doctoral evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir GeoGebra en el aula, García (2011) resalta aspectos significativos del uso de este software para la enseñanza de la geometría. una de las finalidades que García traza dentro de su investigación, se relaciona con su mejoramiento en la práctica docente. También resalta la importancia del papel del profesor en el proceso de enseñanza aprendizaje, las tareas en el aula y su aportación más

significativa se relaciona con el fomento del trabajo colaborativo en los estudiantes. Fue uno de los aspectos más relevantes de los resultados de esta investigación.

Por otra parte, la aplicación tecnológica también le permitió experimentar situaciones novedosas con los estudiantes y utilizar convenientemente las aplicaciones de los experimentos matemáticos y de esta manera dinamizar los tópicos contenidos en el plan curricular que impartió.

Por otro lado, en la Institución Educativa Eva Tulia Quintero, ubicada en el Municipio de Cocorná (Antioquia), los estudiantes de sexto grado poseen dificultades en el aprendizaje de la geometría, ya que ellos estaban inmersos en aulas multigrado, donde por necesidad se recurren a temas globales y transversales de las matemáticas, dedicándose especialmente a la parte algorítmica y descuidándose otros procesos y otros pensamientos matemáticos entre ellos el geométrico es a partir de aquí, que se identifica una desmotivación por los estudiantes frente a la clase de matemáticas y sobre todo de geometría por considerarla estática, sin vida, además no le encuentran relaciones con su desarrollo y el porque y para que se utiliza. Conjuntamente se observó que en los planes de área y en las mallas curriculares de la institución, los temas de geometría se planean de forma superficial y al final del año escolar; esto conlleva a que los tiempos de implementación o ejecución de las unidades temáticas correspondientes algunas veces no se desarrollan a cabalidad, lo cual conduce en la mayoría de los casos a la pérdida del potencial que confiere la geometría al desarrollo del pensamiento del individuo.

La institución cuentan con recursos tecnológicos, como son las salas de sistemas, tablets, televisores, estas herramientas son subutilizadas ya que solo se utilizan en clase de sistema, poniendo en desventaja a los estudiantes frente a una alfabetización digital.

Asimismo, se logró observar que las aplicaciones y software libres no son aprovechados en la institución por ningún profesor, mas bien la dedicación se hace a desarrollar prácticas tradicionales que no incluyen herramientas tecnológicas y mucho menos apps (software) para adquirir otras herramientas para aprender a aprender, en este sentido, también es válido decir que los estudiantes son excluidos de una educación globalizada y altamente tecnologizada por las prácticas de los maestros que no sabe y no quieren incorporar tecnología a sus aulas.

Ante el escenario expuesto y como medida para favorecer el aprendizaje de la geometría estableciendo ambientes propicios para su enseñanza, (Villani, 2005) afirma que es necesario apoyar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría con la utilización de un sistema de geometría dinámica a través del trabajo cooperativo en el aula de clase que permita al estudiante rodearse de un ambiente, motivador, creativo y de colaboración para obtener aprendizajes significativos, involucrando al docente a formarse e informarse sobre estos recursos y su didáctica hacia la geometría acorde con los avances de las nuevas tecnologías y las exigencias del nuevo milenio en cuanto a la educación y en especial, en la enseñanza de la geometría en la primera etapa de educación. Los estudiantes deben tener herramientas para aprender a aprender bajo principios de igualdad y oportunidad.

Desde la perspectiva de las competencias del alumnado Irazno & Fortuny (2009) a través de su Artículo la influencia conjunta del uso de GeoGebra y papel y lápiz en la adquisición de competencias del alumnado, interpretan el comportamiento de algunos estudiantes de bachillerato en cuanto a la resolución de problemas de geometría plana, con el uso de GeoGebra y su posterior aplicación con lápiz y papel.

Los investigadores se basaron en la instrumentalización y en las técnicas, mediante el uso de artefactos y esquemas mentales.

Para generar soluciones a los problemas del aprendizaje de la geometría plana, dividieron la investigación en grados de instrumentación y grados de instrumentalización. En la primera instancia encontraron la transformación de comandos, en acciones geométricas. El uso de un artefacto con un con un objetivo, por ejemplo, el uso de arrastre de prueba para validar una figura y también el uso de pocos comandos para construcciones geométricas elementales, donde no se encontraba ninguna dificultad técnica para aplicar comandos.

En los aspectos de instrumentalización el uso de la ventana geométrica y algebraica, y la manera en que se utilizó el conocimiento geométrico, esto complementado con la internacionalización de los comandos. Asimismo, coordinando el uso de la ventana algebraica y geométrica, para la aparición de inferencias figurales y los estudiantes se basan principalmente en propiedades de medida y no consideraron las propiedades geométricas. estas clasificaciones fueron alta, media o baja, según los resultados. La geometría es una ciencia exacta que permite un escenario de aprendizaje del mundo. Es por esto que•

GeoGebra es una herramienta de simulación donde los estudiantes pueden aprender del error y no ser castigados por hacerlo.

La conclusión central de Irazno & Fortuny (2009) es que GeoGebra ayuda a los estudiantes a visualizar problemas y superar obstáculos de índole geométrica. Las dificultades para el uso del software fueron pocas, promoviendo un pensamiento más geométrico y facilitando un soporte visual de la aplicación de los constructos. También se encontró que los alumnos generan una gran variedad de estrategias de resolución, y valores epistémicos de las técnicas instrumentadas. Con la herramienta GeoGebra se propicia el trabajo colaborativo y es considerada de apoyo para potencializar el trabajo desarrollado en clase.

De acuerdo con lo anterior, el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría podría ser apoyado con la utilización de sistemas de geometría dinámica, convirtiendo a esta investigación en algo pertinente para la comunidad de educación matemática, pues aborda un tema actual en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría a través del uso coordinado e intencional de herramientas dinámicas e interactivas.

1.3. PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

La situación descrita en los apartados anteriores lleva a plantear la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo influye el uso de GeoGebra, en la enseñanza de los ángulos y su medida en estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa Eva Tulia Quintero?

1.4. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.4.1 Objetivo General

- Analizar la influencia que tiene GeoGebra en los procesos de enseñanza y aprendizaje de ángulos y su medida, en los estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa Eva Tulia Quintero.

1.4.2 Objetivos Específicos

- Establecer las ideas previas que tienen los estudiantes acerca de los ángulos, su medida en contextos auténticos y/o dinámicos.
- Examinar y analizar las influencias de la incorporación progresiva de GeoGebra en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los ángulos y su medida en los estudiantes de sexto grado.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

En la revisión de la literatura en relación con el objeto de la investigación “Analizar la influencia que tiene GeoGebra en el proceso de enseñanza de los ángulos y su medida, en estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa Eva Tulia Quintero”, se encuentran algunas investigaciones en diferentes contextos, tanto a nivel mundial como local, cabe mencionar algunas de ellas.

Los investigadores (Barrantes López, Balletbo Fernández, & Fernández Leno, 2014), en el Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación, mostraron algunas posturas sobre la enseñanza de la geometría en secundaria, reflexionaron sobre las metodologías, la resolución de problemas y sugirieron distintos recursos y actividades, para una enseñanza más significativa de la geometría.

El objetivo que establecieron se dio en torno a la forma en que las concepciones y creencias de los profesores, en formación y/o activos evolucionaban progresivamente en la medida que daban razón a las necesidades de utilizar diversos recursos y metodologías en el desarrollo de las clases y se obtenían mejores resultados por parte de los estudiantes.

Se determinó al alumno como protagonista de su aprendizaje, mientras que el docente formula situaciones y problemas con el propósito de generar interés en el estudiante, fomentando actividades creativas, donde la metodología fue la resolución de problemas. (pág. 4) El objetivo se enfocó en el cambio de las concepciones y creencias de los docentes hacia tendencias mas constructivistas, donde el alumno sea el eje del aprendizaje. (pág. 2). Concluyendo que es necesario hacer cambios en los contenidos y las metodologías en la enseñanza de la geometría. Lo anterior se conecta con la presente investigación, en la medida que se busca hacer uso de herramientas tecnológicas para actualizar los procedimientos pedagógicos.

De la misma manera, (Iranzo & Fortuny, 2009), realizaron una investigación con un grupo de estudiantes (10 alumnos de bachillerato tecnológico) e hizo una interpretación del comportamiento que ellos tuvieron en la resolución de problemas de geometría plana, cuyo objetivo principal fue el análisis de la relación entre el uso de GeoGebra, la resolución en

lápiz y papel y el pensamiento geométrico. La ejecución del estudio consistió en implementar 3 sesiones en cuatro horas, siendo de 2 horas la primera y de una la segunda y tercera. Se aplicaron cuestionarios en dos clasificaciones (A, relativo a la resolución con papel y lápiz y B, relativo a la resolución de GeoGebra) Hizo un análisis de los grados de adquisición de los procesos de instrumentación e instrumentalización de los alumnos, las estrategias de resolución en ambos medios y las interacciones entre los distintos agentes involucrados. La investigación estableció una relación entre las concepciones de los alumnos y las estrategias de resolución de problemas. La principal conclusión fue que los estudiantes a través de GeoGebra visualizaron el problema y evitaron obstáculos algebraicos, mejoras para superar los obstáculos cognitivos, facilitando el soporte visual, facilitando múltiples visualizaciones y ofreciendo múltiples representaciones de conceptos geométricos. Estos resultados fueron relevantes para la selección de GeoGebra como el software ideal para realizar la aplicación curricular y por ende la inmersión en la presente disertación.

A su vez se encuentra la investigación que realizó Aranguren (2015), la indagación tiene como objetivo el aprendizaje de la geometría a través de los sistemas dinámicos en primaria. En esta investigación se planteó una propuesta didáctica, que tenía como propósito centrarse en el aprendizaje de los ángulos, únicamente con herramientas TIC, para observar y comparar como se trabaja con un modelo de aprendizaje nuevo, basado en la tecnología se relaciona con la presente investigación en el aspecto práctico del uso tecnológico para la aplicación de conceptos de geometría.

(García Fajardo, 2014), García Fajardo en 2014 realizó una propuesta didáctica basada en GeoGebra para la enseñanza de Geometría con alumnos de octavo grado, para ello analizó primero el estado actual de los conocimientos de los alumnos en matemáticas y específicamente en geometría, esto lo hizo a través de la revisión de diversos informes internacionales. A su vez el autor propuso una metodología activa, de modo que favorezca la participación de los alumnos (García Fajardo, 2014). El objetivo de su investigación se centró en proponer una estrategia metodológica desde la ingeniería didáctica, aplicando la integración de GeoGebra con ecuaciones lineales. Se relaciona con esta investigación ya que también uso el sistema dinámico GeoGebra.

Sandoval y Moreno en 2012 Publicaron un artículo donde se reportan los resultados de

una investigación en la que se pretende analizar el papel de las tecnologías digitales como herramientas mediadoras entre la percepción y el aprendizaje del conocimiento matemático (Sandoval & Moreno, 2012). En particular, se discute sobre cómo el estudiante aborda un problema y lo resuelve en una ‘ecología digital’, a saber, la suministrada por la Geometría Dinámica. La perspectiva teórica se rige sobre dos principios: el primero, el cognitivo, establece que toda forma de conocimiento está mediada por la acción de una herramienta material o simbólica. El segundo, epistemológico, establece que la mediación de una herramienta nunca es neutra desde el punto de vista epistémico. La fase experimental se realizó con estudiantes mexicanos cuyas edades oscilan entre los 15 y los 18 años. Los resultados muestran como las representaciones dinámicas permiten construir objetos matemáticos cargados de significado, la correlación con la aplicación del constructo que aquí se analiza esta derivada con las metodologías de aplicación tecnológica en el aula de clase y los procedimientos, los cuales apoyaron el diseño del contenido de las unidades didácticas aplicadas a los estudiantes del grado Sexto que participaron en este estudio.

Peña en 2010 Realizó una investigación donde incorporó las TIC en el proceso enseñanza y aprendizaje de la geometría, mediante una propuesta donde se evaluaba su efecto en el rendimiento académico del estudiante (Peña, 2010). La comprobación de la importancia del conocimiento de la historia de la geometría por los estudiantes para que den cuenta de su origen y la existencia de otras geometrías constituye el aporte de esta investigación. Además, la historia de la geometría en los procesos de enseñanza y aprendizaje promueve un cambio de actitud de los estudiantes hacia esta parte de las matemáticas, incentiva la reflexión y una actitud crítica en el estudiante, es un recurso integrador de la geometría en otras disciplinas y aumenta el interés y la motivación de los estudiantes hacia su aprendizaje.

Otra referencia que se puede citar es la de (Murillo, 2000) la cual tiene como objetivo diseñar e implementar un sistema interactivo y colaborativo de enseñanza de la geometría, que permita al estudiante trabajar de forma autónoma e independiente o en interacción con el profesor u otros estudiantes, contribuyendo de esta manera a que la enseñanza se adapte al ritmo de aprendizaje de cada estudiante.

Alemán en el año 2009 Exploró las propiedades de los triángulos favoreciendo la visualización, experimentación y descubrimiento de nuevas relaciones geométricas a través

del uso del programa GeoGebra (Aleman, 2009). Este autor contribuye a reflexionar que cuando se aplica un modelo de la intervención de en la enseñanza y aprendizaje, se debe asumir responsabilidades de tal manera que le permitan al profesor organizar su trabajo, en forma graduada y sistemática, diseñar las actividades que se desea realizar en el aula; así como observar y registrar cómo los estudiantes están aprendiendo e incorporando nuevos conocimientos.

En Colombia se han realizado una serie de estudios experimentales, ejemplo de eso es el trabajo de investigación de (Angarita Molina, 2014), la cual se denomina, ‘propuesta didáctica para la enseñanza de ángulos y su medida a estudiantes de grado séptimo a partir de la recreación de algunos instrumentos de posicionamiento astronómico’, el propósito es, elaborar una propuesta didáctica para la enseñanza-aprendizaje de los ángulo y lo que ello involucra, su definición, notación, medición, clasificación y operaciones de suma y resta, así como, la relación que tienen con fenómenos astronómicos observables y medibles como por ejemplo el tiempo y el posicionamiento de los astros.

2.2.1 Breve Reseña Histórica De La Geometría

Los primeros conocimientos geométricos que tuvo el hombre consistía en un conjunto de reglas prácticas. Para que la Geometría fuera considerada como ciencia tuvieron que pasar muchos siglos, hasta llegar a los griegos. Es en Grecia donde se ordena los conocimientos empíricos adquiridos por el hombre a través del tiempo y, al remplazar la observación y la experiencia por deducciones racionales, se eleva la Geometría al plano rigurosamente científico.

Babilonia.

Los Babilonios fueron, hace cerca de 600 de años, los inventores de la rueda. Tal vez de ahí provino su afán por descubrir las propiedades de la circunferencia y éstos los condujo a que las relación ente la longitud de la circunferencia y su diámetro era igual a tres.

Los babilonios también, cultivaron la astronomía y conociendo que el año tiene aproximadamente 360 días, dividieron la circunferencia entre 360 partes iguales, obteniendo el grado sexagesimal.

Además, sabían trazar el hexágono regular inscrito y conocían una fórmula para hallar en área del trapecio rectángulo.

Egipto.

La base de la civilización en Egipto fue agricultura. La aplicación de los conocimientos geométricos a la medida de la tierra fue la causa de que se diera a esta parte de las matemáticas en nombre de Geometría que significa medida de la tierra.

Pero la necesidad de medir la tierra no fue el único motivo que tuvieron los egipcios para estudiar la matemáticas, pues sus sacerdotes cultivaron la geometría aplicándola a la construcción.

La matemática Egipcia la conocemos principalmente a través de los papiros.

Entre los problemas geométricos que aparecen resueltos en ellos se encuentra los siguientes:

- Área del triángulo isósceles
- Área del trapecio isósceles
- Área del círculo

Además en los papiros hay un estudio sobre los cuadrados que hace pensar que los egipcios conocían algunos casos particulares de la propiedad del triángulo rectángulo, que más tarde inmortalizó a Pitágoras.

Grecia

Los griegos, grandes pensadores, no se contentaron con saber reglas y resolver “problemas particulares”; no se sintieron satisfechos hasta obtener explicaciones racionales de las cuestiones en general y, especialmente, de las geométricas.

En Grecia comienza la geometría como ciencia deductiva. Aunque es probable que algunos matemáticos griegos como: Tales, Herodoto, Pitágoras, etc., fueran a Egipto a iniciarse en los conocimientos Geométricos ya existente en dicho país, su gran mérito está en que es a ellos a quienes se debe la transformación de la geometría en ciencia deductiva.

2.2.2 ¿Qué es Geogebra?

GeoGebra es un sistema dinámico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para la educación en todos sus niveles. Combina dinámicamente, geometría, álgebra, análisis y estadística en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente. Conjuntamente, ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada una de sus

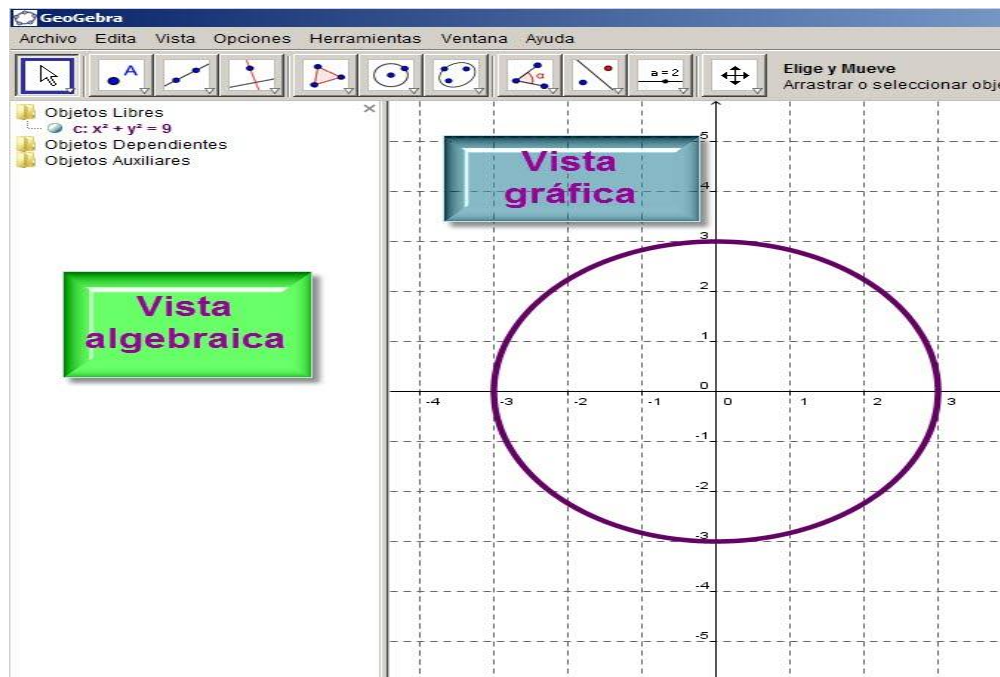
posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraicas, estadísticas y de organización en tablas y planillas, y hojas de datos dinámicamente vinculadas.

Igualmente, GeoGebra permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas, secciones cónicas como funciones que a posteriormente pueden modificarse dinámicamente. Además, GeoGebra tiene la potencia de manejarse con variables vinculadas a números, vectores y puntos; permite hallar derivadas e integrales de funciones y ofrece un repertorio de comandos propios del análisis matemático, para identificar puntos singulares de una función, como raíces o extremo.

2.2.3 ¿Por Qué es Interesante Utilizar Geogebra?

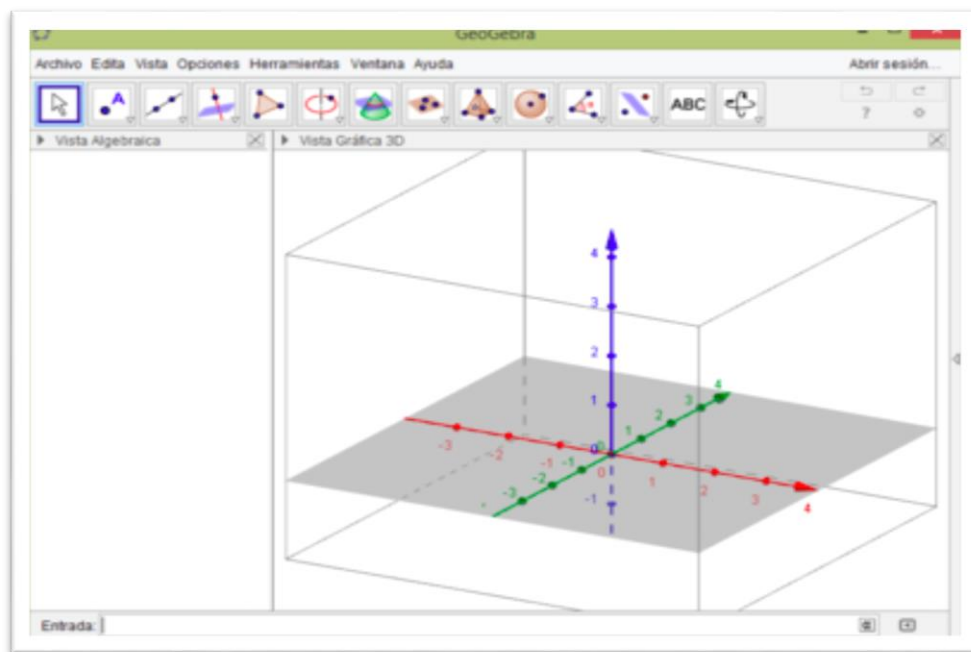
Además de la gratuidad y la facilidad de aprendizaje, la característica más destacable de GeoGebra es la doble percepción de los objetos, ya que cada objeto tiene dos representaciones, una en la Vista Gráfica (Geometría) y otra en la Vista Algebraica (Álgebra). De esta forma, se establece una permanente conexión entre los símbolos algebraicos y las gráficas geométricas.

Ilustración 1 Vista gráfica y algebraica de GeoGebra.



Fuente: Autora, Captura de pantalla de GeoGebra

Ilustración 2 Vista grafica de GeoGebra en 3D



Fuente: Autora, Captura de pantalla de GeoGebra

Además, posee características propias de los programas de Geometría Dinámica (DGS) pero también de los programas de Cálculo Simbólico (CAS). Incorpora su propia Hoja de Cálculo, un sistema de distribución de los objetos por capas y la posibilidad de animar manual o automáticamente los objetos.

Al mismo tiempo, Permite abordar la geometría y otros aspectos de las matemáticas, a través de la experimentación y la manipulación de distintos elementos, facilitando la realización de construcciones para deducir resultados y propiedades a partir de la observación directa.

- Es gratuito y de código abierto (GNU GPL).
- Está disponible en español, incluido el manual de ayuda.
- Presenta foros en varios idiomas, el castellano entre ellos.
- Ofrece una wiki en donde compartir las propias realizaciones con los demás.

- Usa la multiplataforma de Java, lo que garantiza su portabilidad a sistemas de Windows, Linux, Solaris o MacOS X.

2.2.4 Formas De Trabajar Con Geogebra

GeoGebra permite abordar la geometría desde una forma dinámica e interactiva que ayuda a los estudiantes a visualizar contenidos matemáticos que son más complicados de afrontar desde un dibujo estático.

También permite realizar construcciones de manera fácil y rápida, con un trazado exacto y real, que, además, revelarán las relaciones existentes entre la figura construida; también permitirá la transformación dinámica de los objetos que la componen.

Debido a estas dos características el profesorado y el alumnado pueden acercarse a GeoGebra de varias maneras, no excluyentes entre sí pero que a menudo están relacionadas con el nivel de capacitación que se tenga del programa.

Así, la tarea del docente es el diseño de estrategias de aprendizaje que incluya diferentes ambientes o espacios educativos, estas estrategias en matemáticas deben incluir métodos basados en la resolución de problemas, la simulación, el trabajo en equipo y el uso de las tecnologías.

2.2.5 Definiciones Y Clasificación De Los Ángulos.

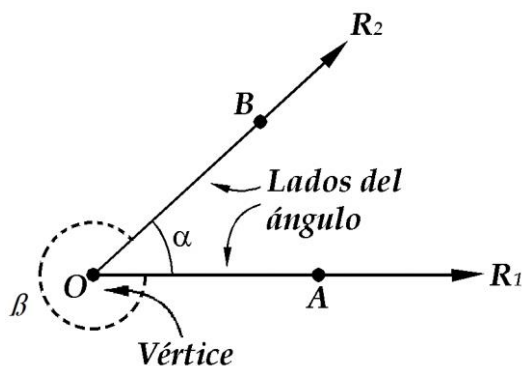
Existen básicamente dos formas de definir un ángulo en el plano:

Forma geométrica: Se le llama ángulo a la amplitud entre dos líneas de cualquier tipo que concurren en un punto común llamado vértice. Coloquialmente, ángulo es la figura formada por dos líneas con origen común. El ángulo entre dos curvas es el ángulo que forman sus rectas tangentes en el punto de intersección.

Forma trigonométrica: Es la amplitud de rotación o giro que describe un segmento rectilíneo en torno de uno de sus extremos tomado como vértice desde una posición inicial hasta una posición final. Si la rotación es en sentido levógiro (contrario a las manecillas del

reloj), el ángulo se considera positivo. Si la rotación es en sentido dextrógiro (conforme a las manecillas del reloj), el ángulo se considera negativo.

Ilustración 3 Lados del ángulo y Vértice

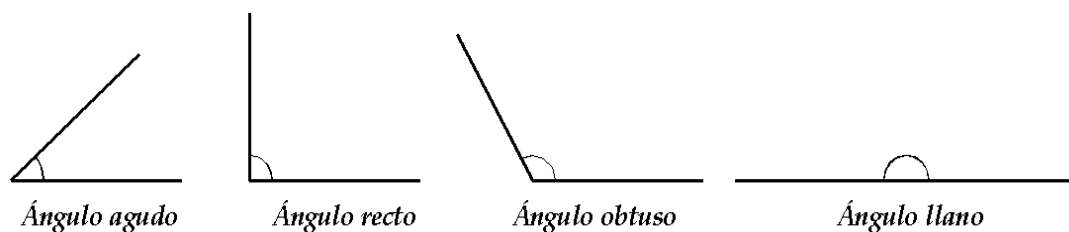


Fuente: Autora

Según su medida un ángulo se clasifica así:

- Ángulo agudo: es el que mide menos de 90° .
- Ángulo recto: es el que mide exactamente 90° .
- Ángulo obtuso: es el que mide más de 90° y menos de 180° .
- Ángulo llano: es el que mide 180° .

Ilustración 4 Clases de Ángulos



Fuente: Autora

Según su posición un ángulo se clasifica así:

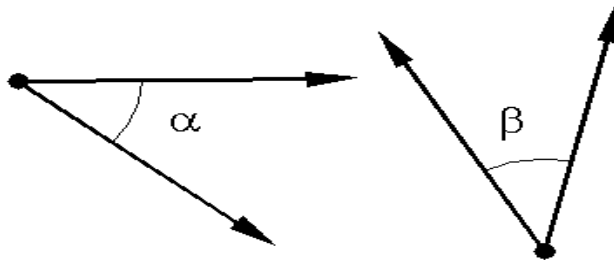
- Los ángulos consecutivos son los que comparten un lado y el vértice.

- Los ángulos adyacentes son los que tienen un vértice y un lado común, y los otros lados son semirrectas opuestas, pero no tienen ningún punto interior común, y suman 180° .
- Los ángulos opuestos por el vértice son aquellos cuyos lados son las semirrectas opuestas de los lados del otro.

Según su amplitud un ángulo se clasifica así:

- Ángulos congruentes: decimos que dos ángulos son congruentes si tienen la misma medida. Si α y β son congruentes, escribimos $\alpha \sim \beta$.

Ilustración 5 Ángulos según su amplitud



Los ángulos α y β son congruentes

Fuente: Autora del Proyecto

- Ángulos complementarios: decimos que dos ángulos son complementarios si la suma de sus medidas es 90° .
- Ángulos suplementarios: decimos que dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es 180° .
- Medida de ángulos.
- Medir un ángulo es compararlo con otro que se toma como unidad.

Consideremos una circunferencia de centro O dividida en 360 partes iguales. Un ángulo mide un grado sexagesimal, y escribimos 1° , si al situar su vértice en O, sus lados cortan dos divisiones consecutivas de la circunferencia. De acuerdo con esta definición de medida de ángulo, el ángulo que corresponde a una

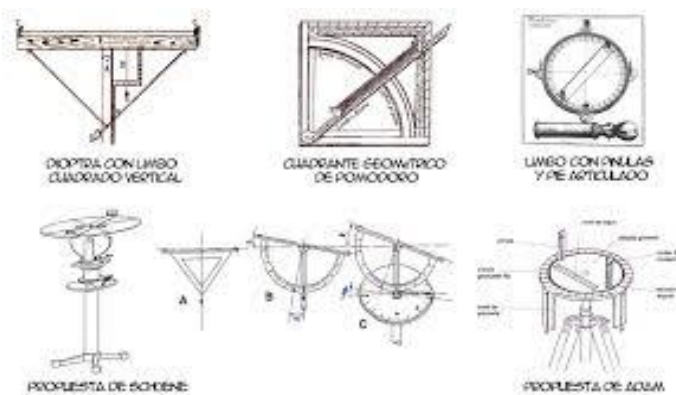
rotación completa alrededor del vértice O mide 360° . Para medir ángulos usamos el transportador.

2.2.11.1 Elementos de medición de ángulos.

Los instrumentos de medición se usan para comparar magnitudes físicas mediante un proceso de medición. Como unidades de medida se utilizan objetos y sucesos previamente establecidos como estándares o patrones, y de la medición resulta un número que es la relación entre el objeto de estudio y la unidad de referencia.

En la actualidad se encuentran una serie de instrumentos de medición de ángulos, los cuales son muy utilizados para diferentes tareas o trabajos, entre ellos tenemos:

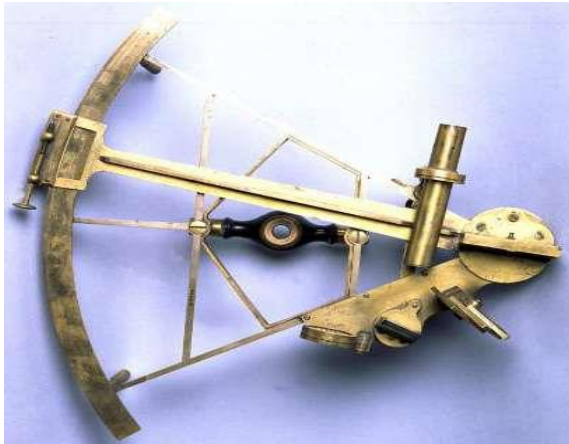
Ilustración 6 Instrumentos de Medición de Ángulos



Fuente: Autora

Sextante: El sextante es un instrumento que permite medir ángulos entre dos objetos tales como dos puntos de una costa o un astro y el horizonte. Esta determinación se efectúa con bastante precisión.

Ilustración 7 Fotografía de un Sextante



Fuente: <http://www.armada15001900.net/navegarynavegar.htm>

Goniómetro: Es un instrumento de medición con forma de semicírculo o círculo graduado en 180o o 360o, utilizado para medir o construir ángulos.

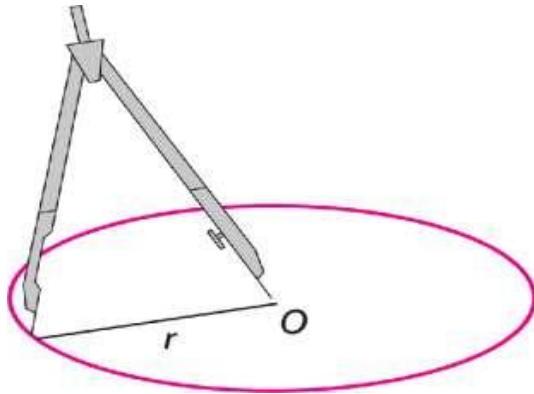
Ilustración 8 Fotografía de un Goniómetro



Fuente: <http://www.directindustry.es/prod/bocchi/product-53113-541211.html>

Compás: Un compás es un instrumento que se puede utilizar para realizar círculos, arcos de circunferencias. También se puede utilizar como una herramienta para tomar distancias, en particular en los mapas. Los compases se pueden utilizar en matemáticas, para dibujo, navegación y otros a fines.

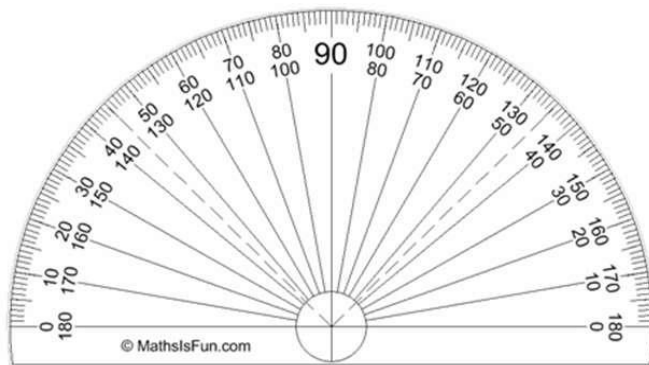
Ilustración 9 el Compás



Fuente: <http://la-tipografia.net/2012/10/uso-del-compas-en-dibujo-tecnico.html>

Transportador: Se utiliza para medir ángulos hasta 180 grados.

Ilustración 10 El transportador



Fuente: <https://www.mathsisfun.com/geometry/index.html>

Inclinómetro: Mide la inclinación de los ángulos respecto al suelo

Ilustración 11 Inclinómetro



Fuente: <https://articulo.mercadolibre.com.co/MCO-456438806-localizador-de-angulos-o-inclinometro-johnson-usa- JM>

Eclímetro: Nivel de mano para la medición de ángulos.

Ilustración 12 Eclímetro



Fuente: <https://www.geoeco.com.mx/resultados-busqueda.php?marca=Clis%C3%ADmetros%20y%20Niveles%20de%20Mano&categoria=Accesorios%20Topogr%C3%A1ficos>

2.2 MARCO CONCEPTUAL

El marco conceptual, expone las categorías conceptuales de la investigación, entre ellas tenemos, los procesos y las estrategias de enseñanza y aprendizaje, entendidas como el conjunto de acciones y reflexiones que se deben conocer para poner en práctica el sistema dinámico GeoGebra.

De la misma forma, se presentarán los procesos generales de las matemáticas aplicadas a la enseñanza de la geometría y los conceptos relacionados con la sustentación teórica del Sistema Dinámico GeoGebra, como herramienta para el estudio de la geometría.

Finalmente, el concepto de ángulo, su medida, su importancia, su representación y su aplicación.

2.2.1 Procesos De Enseñanza y Aprendizaje

Según la real academia de la lengua española, (RAE) la palabra proceso viene del vocablo *processus*, de *procederé*, que a su vez viene de *pro* (para adelante) y *cere* (caer, caminar), Es así que, proceso se define como la **sucesión de actos o acciones realizados con cierto orden y ciertos recursos para conseguir una finalidad, como también al conjunto métodos o estrategias organizadas en el tiempo, bajo unas condiciones y unos protagonistas para alcanzar un fin deseado.**

En este sentido, los procesos de enseñanza y aprendizaje serán entendidos como el conjunto de estrategias coordinadas en contextos educativos para construir conocimientos, regulados internamente por los individuos que son educados y externamente por los profesores quienes establecen las acciones de aprendizaje por medios de recursos, estrategias y tiempos. Quedando planteado que los procesos enseñanza aprendizaje como un “sistema de comunicación intencional que se produce en un marco institucional y en el que se generan estrategias encaminadas a provocar el aprendizaje” (Contreras Domingo, 1990).

Bajo este contexto se hace necesario entender que los procesos de enseñanza obedecen a unos principios y fines institucionales que regulariza el profesor a través de la planificación y práctica educativa en busca de promover el desarrollo del pensamiento, así como la aprehensión de diversos saberes. Mientras que los procesos de aprendizaje hacen referencia a los procesos internos que cada individuo experimenta para lograr comprender un fenómeno o concepto y “constituyen estrategias de aprendizaje que el individuo posee y emplea para aprender, recordar y usar la información”.

En los procesos de enseñanza y de aprendizaje las estrategias no pueden ser únicas, ya que ellas deberán responder a la diversidad de los estudiantes, a los contextos sociales, personales e institucionales, así como a las condiciones históricas.

2.2.1.1 Estrategias

Una estrategia es un conjunto de acciones que son planificadas de tal manera que contribuyan a lograr un fin u objetivo determinado previamente. (Uria, 2001) Señala:

Las estrategias han pasado a referirse a ese conocimiento acerca de la dirección de un asunto que nos capacita para tomar decisiones que lo conduzcan a buen término, se refiere a una serie organizada y secuenciada de acciones, que tiene como meta la solución de un problema o un conjunto de ellos. Así, las estrategias nos ayudan a resolver situaciones problemáticas en el aula, y a encontrar soluciones prácticas a los problemas educativos (Uria, pág. 13).

Esta definición aporta dos elementos a tener presente a la hora de formular las estrategias de orientación:

- (a) es un conjunto de acciones;
- (b) se aplican de manera secuenciada para resolución de problemas.

(Uria, 2001) Además, afirma que las estrategias en el entorno educativo, hacen referencia a un conjunto de actividades, diseñadas para lograr de forma eficaz y eficiente la consecución de los objetivos educativos esperados. Desde el enfoque constructivista esto consistirá en el desarrollo de competencias por parte de los estudiantes. Este diseño puede ser realizado tanto por el profesor como por el estudiante, los cuales pueden retroalimentarse mutuamente.

2.2.2 Uso De Las Tic En El Aprendizaje

El uso de las TIC cada día es más recurrente dentro del aula de clase. Se requieren nuevas estrategias y procesos pedagógicos para implementar dentro en clase temáticas relacionadas con el uso de medios tecnológicos. Las posibilidades son infinitas debido a la gran cantidad de información que reposa en internet con respecto conceptos básicos de geometría, pero también el reto de utilizar estas tecnologías radica en la selección y depuración de los contenidos en la web.

Constantemente la información que se obtiene es alimentada por diversos investigadores desde varias ponencias a nivel global, lo anterior demanda una selección meticulosa de las aplicaciones o propuestas que los investigadores constantemente hacen acerca del uso del tic. Se menciona la investigación de Perea Aguayo (2014, pág. 27) y en donde en sus conclusiones encontraron que, mediante las TIC, en el uso de contextos escolares, existe un

papel muy activo tanto del profesorado como el alumnado. También comprobaron que la mayoría de los sujetos están de acuerdo que la formación del profesorado es imperante y que los recursos informáticos a pesar de ser adecuados requieren de un acompañamiento directo del maestro.

Así mismo afirma que debe haber un equilibrio entre el enfoque tradicional, para posibilitar una práctica pedagógica y poder hacer una interacción efectiva con las TIC, como lo pretende demostrar esta investigación, el uso de tecnologías favorece la motivación de los alumnos y en la actualidad estos últimos le dan una importancia significativa al uso de los medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje.

2.2.3 Enseñanza Y Aprendizaje

Es válido precisar que el aprendizaje es el proceso a través del cual se adquieren o modifican habilidades, destrezas, conocimientos, conductas o valores como resultado del estudio, la experiencia, la instrucción, el razonamiento y la observación. El aprendizaje es una de las funciones mentales más importantes, ya que a través del aprendizaje el ser humano ha alcanzado metas inimaginables en su desarrollo por su capacidad ilimitada de aprendizaje (Padilla & Ramos, 2002)

Así, el aprendizaje humano no sólo se orienta a una adquisición personal, sino que lleva a alcanzar objetivos de desarrollo colectivo; es por ello que debe estar orientado y de forma productiva, para garantizar logros que perpetúen el desarrollo. Aprender implica: conocer, comprender, memorizar, aplicar, analizar, sintetizar y valorar. Este proceso se sintetiza como lo señalan Padilla y Ramos (2002, pág. 2):

“El aprendizaje se identifica a partir de cambio en las funciones y actividades del organismo particular en un ambiente dado... como cambio, está profundamente ligado a la metáfora de la adquisición. Se habla de aprendizaje cuando alguien tiene algo adicional a lo que ya tenía. En este sentido aprender se vuelve sinónimo de adquirir algo nuevo”.

De esta forma el aprendizaje refiere ciertos tipos de cambios relacionados con el saber y el conocer. Es de enfatizar, que el proceso de aprendizaje es una actividad individual que se desarrolla en determinado contexto social y cultural. Aun cuando permite el desarrollo del

ser humano, parte de acciones individuales tanto en forma aislada como grupales, que producen procesos cognitivos individuales mediante los cuales se asimilan e interiorizan nuevas informaciones, es decir, hechos, conceptos, procedimientos y valores.

Considerando los conceptos, en su formación requiere de un cierto número de experiencias que tengan algo en común. Seguidamente, se construyen nuevos conocimientos, los cuales son representaciones mentales significativas y funcionales, que luego se pueden aplicar en situaciones diferentes a los contextos donde se aprendieron y generan otros aprendizajes, con ello se quiere expresar que es el aprendizaje es acumulativo y perfectible que puede estimular otros aprendizajes.

Cabe considerar los tipos de conocimiento, que según Mayer (2002) se clasifican en: conocimiento semántico, es decir la información verbal que se posee del mundo; conocimiento conceptual, se refiere a los conceptos de un sistema; conocimiento esquemático, es el conocimiento que tiene una persona sobre los diferentes tipos de problemas; conocimiento procedimental, es el conocimiento sobre algoritmos y pasos que una persona debe realizar en una situación específica.

Mayer (2002) Argumenta que también intervienen otros factores, como la maduración psicológica, la dificultad material, la actitud activa y la distribución del tiempo para aprender; sin embargo, son fundamentales los siguientes cuatro factores:

- Inteligencia, el individuo para poder aprender, debe estar en condiciones de hacerlo, es decir, tiene que disponer de las capacidades cognitivas para construir los nuevos conocimientos. La psicología del aprendizaje, considera una inteligencia intuitiva, donde se es consciente a través de los receptores en especial la vista y el oído, de datos procedentes del medio ambiente externo; y una inteligencia reflexiva, la cual es la comprensión introspectiva.

- Conocimientos previos, los cuáles sirven de base para adquirir nuevos conocimientos.

- Experiencia, es el saber aprender, ya que el aprendizaje requiere determinadas técnicas básicas tales como: técnicas de comprensión; conceptuales como organizar y seleccionar; repetitivas como recitar y copiar y exploratorias, como la experimentación.

- Motivación, consiste en querer aprender, se encuentra limitada por la personalidad y fuerza de voluntad de cada persona.

Por otra parte, es necesario acotar sobre la enseñanza, que es una de las formas de lograr impartir a los estudiantes, los conocimientos necesarios en el proceso de aprendizaje, su principal característica es la intencionalidad, ya que los estudiantes deben aprender los conocimientos que el profesor dirige. Este proceso se lleva a cabo con la interacción de tres elementos: un profesor, uno o más y el objeto a impartir. Los profesores necesitan fortalecerse con los elementos necesarios para enseñar en forma adecuada, considerando los siguientes aspectos:

- (a) Conocer la naturaleza del conocimiento que se imparte para utilizar los medios apropiados para que produzcan aprendizajes significativos.

- (b) Conocer los procesos internos que llevan a sus estudiantes a aprender significativamente. Dentro de este orden de ideas se mencionan las operaciones cognitivas asociados con el hecho de aprender son las siguientes:

- Recepción de datos, que supone un reconocimiento y una elaboración semántico-sintáctica de los elementos del mensaje; tales como palabras, iconos, sonido donde cada sistema simbólico exige la puesta en acción de distintas actividades mentales. Es de mencionar, que los textos activan las competencias lingüísticas; por otra parte, las imágenes las competencias perceptivas y espaciales, etc.

- Comprensión de la información recibida por parte del estudiante que, a partir de sus conocimientos anteriores, con los que establecen conexiones sustanciales, sus intereses, los cuales dan sentido para ellos a este proceso, y sus habilidades cognitivas, analizan, organizan y transforman la información recibida para elaborar conocimientos.

- Retención a largo plazo de esta información y de los conocimientos asociados que se hayan elaborado.

- Transferencia del conocimiento a nuevas situaciones para resolver con su concurso las preguntas y problemas que se planteen.

- Cultivar la capacidad de promover en sus estudiantes el aprendizaje. De esta manera, la enseñanza se basa en: el carácter y la jerarquía de los contenidos a impartir; la organización

de los contenidos, su estructura y secuenciación; el tiempo vinculado a la estructuración de los contenidos a impartir y los medios, las ayudas y los recursos didácticos a utilizar.

2.2.4 Estrategias De Enseñanza Y De Aprendizaje

(Uria, 2001) Afirma que, en un sentido general, las estrategias son técnicas para proyectar, ordenar y dirigir el proceso educativo, de tal manera, que se consiga el objetivo propuesto. Las estrategias educativas, son aquellas que permiten transformar la información en conocimiento a través de una serie de relaciones que, captadas y asimiladas por el estudiante, le van a permitir organizar la información y establecer nuevas relaciones entre diferentes contenidos, facilitando el proceso de aprender. Es de aclarar que las estrategias serán entendidas como parte fundamental de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Y el presente trabajo enmarca sus esfuerzos en las estrategias de tal forma que promuevan de una u otra forma el mejoramiento de estos procesos.

Dentro de las estrategias educativas podemos hacer mención al menos a tres: estrategias de enseñanza, estrategias de aprendizaje y estrategias de evaluación. Las primeras son encaminadas por el profesor para el logro del objetivo propuesto con sus estudiantes, mediante la reflexión continua sobre el proceso educativo y la adecuación de métodos, instrumentos y recursos para ello; las segundas hacen referencia a las estrategias que adoptan los estudiantes en pro de conseguir el objetivo planteado por el profesor y las estrategias de evaluación vinculan procesualmente las dos anteriormente manteniendo un flujo de información constante.

Por tanto, en todos los niveles educativos el profesor debe apropiarse de herramientas para promover en sus estudiantes el aprendizaje de los conocimientos que imparte. En este sentido, ha de considerarse la naturaleza del aprendizaje para poner medios de enseñanza eficaces que produzcan aprendizajes significativos; es de destacar lo argumentado por (Díaz , 2006), sobre el rol del profesor, el cual implica una combinación de lo siguiente:

- Maestro, proveedor de información.
- Motivador.

- Evaluador, remediador y fuente.

Basado en el análisis antes expuesto, se considerarán las estrategias de enseñanza como; “los procedimientos o recursos utilizados por el agente de enseñanza para promover aprendizajes significativos”.

A continuación se presentan algunas estrategias de enseñanza que (Díaz Barriga & Hernández Rójas, 1998, pág. 5) propone en un proceso de enseñanza para propiciar el desarrollo del pensamiento y tener aprendizajes significativos.

Tabla 1 Estrategias de Enseñanza según (Díaz Barriga & Hernández Rójas, 1998)

Objetivos	Enunciado que establece condiciones, tipo de actividad y forma de evaluación del aprendizaje del alumno. Generación de expectativas apropiadas en los alumnos.
Resumen	Síntesis y abstracción de la información relevante de un discurso oral o escrito. Enfatiza conceptos clave, principios, términos y argumento central.
Organizador previo	Información de tipo introductorio y contextual. Es elaborado con un nivel superior de abstracción, generalidad e inclusividad que la información que se aprenderá. Tiende un puente cognitivo entre la información nueva y la previa.
Ilustraciones	Representación visual de los conceptos, objetos o situaciones de una teoría o tema específico (fotografías, dibujos, esquemas, gráficas, dramatizaciones, etcétera).
Analogías	Proposición que indica que una cosa o evento (concreto y familiar) es semejante a otro (desconocido y abstracto o complejo).
Preguntas intercaladas	Preguntas insertadas en la situación de enseñanza o en un texto. Mantienen la atención y favorecen la práctica, la retención y la obtención de información relevante.
Pistas tipográficas y discursivas	Señalamientos que se hacen en un texto o en la situación de enseñanza para enfatizar y/u organizar elementos relevantes del contenido por aprender.
Mapas conceptuales y redes semánticas	Representación gráfica de esquemas de conocimiento (indican conceptos, proposiciones y explicaciones).
Uso de estructuras textuales	Organizaciones retóricas de un discurso oral o escrito, que influyen en su comprensión y recuerdo.

Fuente: (Díaz Barriga & Hernández Rójas, 1998, pág. 5)

Algunas de las anteriores estrategias de enseñanza se incorporaran a los procesos generales de las matemáticas, relacionados más adelante.

Por otro lado, las estrategias de aprendizaje hacen referencia como a la forma como el individuo, en nuestro caso el estudiante reconoce las diversas formas de aprender y las pone en funcionamiento para obtener un fin deseado. (González, 2008) señala:

“Las estrategias de aprendizaje se entienden como un conjunto interrelacionado de funciones y recursos, capaces de generar esquemas de acción que hacen posible que el estudiante se enfrente de una manera más eficaz a situaciones generales y específicas de su aprendizaje; que le permiten incorporar y organizar selectivamente la nueva información para solucionar problemas de diverso orden. El estudiante, al dominar estas estrategias, organiza y dirige su propio proceso de aprendizaje” (p.3).

González (2008) Indica, que promover de forma temprana y establecer la continuidad del uso de estrategias de aprendizaje al nivel escolar de la primaria, con la lógica adecuación que caracteriza la maduración por la edad de estos estudiantes; beneficiaría en el desarrollo escolar y constituiría un importante hábito valorable en toda la formación a lo largo de su vida académica.

A continuación, se presenta un esquema de como las estrategias de aprendizaje pueden influir en el desarrollo individual del estudiante. En este orden de ideas se mencionan las operaciones cognitivas asociados con el hecho de aprender y son las siguientes:

- Recepción de datos, que supone un reconocimiento y una elaboración semántico-sintáctica de los elementos del mensaje; tales como palabras, iconos, sonido donde cada sistema simbólico exige la puesta en acción de distintas actividades mentales. Es de mencionar, que los textos activan las competencias lingüísticas; por otra parte, las imágenes las competencias perceptivas y espaciales, etc.

- Comprensión de la información recibida por parte del estudiante que, a partir de sus conocimientos anteriores, con los que establecen conexiones sustanciales, sus intereses, los cuales dan sentido para ellos a este proceso, y sus habilidades cognitivas, analizan, organizan y transforman la información recibida para elaborar conocimientos.

- Retención a largo plazo de esta información y de los conocimientos asociados que se hayan elaborado.

- Transferencia del conocimiento a nuevas situaciones para resolver con su concurso las preguntas y problemas que se planteen.

En base al esquema anterior, se puede expresar que las estrategias de aprendizaje constituyen elementos y herramientas las cuales se utilizan para reforzar el aprendizaje de los estudiantes; la base del manejo de las estrategias para la enseñanza y el aprendizaje se fundamenta en la resolución de dos tareas principales: (a) Aprender a procesar y estructurar información y (b) Desarrollar actitudes de apertura y retroalimentación. Según propone (González, 2008)

- Aprender a formular cuestiones: implicar a establecer hipótesis, fijar objetivos y parámetros para una tarea, seguir una lectura a partir de planteamiento de preguntas, saber inferir nuevas cuestiones y relaciones de una situación inicial, etcétera.

- Saber planificarse: llevar al estudiante a determinadas tácticas y secuencias para aprender mediante la reducción de una tarea o un problema mediante sus partes integrantes, el control del propio esfuerzo, no dejar nada para último momento, etcétera.
- Estar vinculadas con el propio control del aprendizaje
- Facilitar la reflexión sobre los factores e inconvenientes de progreso en la tarea de aprendizaje.
- Conocer procedimientos para la comprobación de resultados obtenidos y de los esfuerzos empleados: reclamar la verificación de los pasos iniciales o de los resultados, de acuerdo con las exigencias externas, las posibilidades personales, la planificación realizada y la información que se ha dispuesto.
- Utilizar métodos y procesos para la revisión de las tareas y aprendizajes realizados, lo cual permite al estudiante y al profesor rehacer los objetivos propuestos y señalar otros nuevos, de tal manera que el análisis que se ha derivado de una actividad de aprendizaje sirva para construir otras con valor significativo en la siguiente situación. (p.4).

Dentro de este marco de ideas, la mejor forma de estructurar estrategias para promover el aprendizaje, consiste en considerar aquellas que inducen las conductas en los estudiantes, mencionadas anteriormente.

2.2.5 Desarrollo Del Pensamiento Matemático Y Geométrico

Los estándares básicos de competencias en matemáticas del ministerio de educación de Colombia se consolidan como una herramienta para establecer los diversos caminos en el enseñanza de las matemáticas. En este documento se muestra una visión sistémica para el desarrollo del pensamiento matemático, a través de categorización de cinco pensamientos (*numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional*) transversalizados por cinco procesos generales de las matemáticas (*formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos*). Esta distribución permite progresivamente conseguir comprensiones de los fenómenos y ser competitivo matemáticamente.

Por razones obvias se describirá el pensamiento espacial y los procesos generales de las matemáticas. Sin desconocer que la articulación de todos los pensamientos junto con los procesos y las estrategias de enseñanza y aprendizaje propiciarán un escenario más fructífero para el desarrollo de competencias.

El pensamiento espacial hace referencia a “el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales” (lineamientos curriculares de matemáticas). A partir de esto, los sistemas geométricos surgen como la formalización de los conceptos del espacio, en un lenguaje disciplinar coherente con la edad de los estudiantes, definiéndose a partir de los elementos constitutivos, las operaciones entre ellos y las transformaciones. Como se aprecia en estas definiciones, el estudio de lo espacial implica promover y desarrollar un tipo particular de pensamiento, que permite abstraer del mundo inmediato ideas matematizables y operables mentalmente.

El estudio del espacio y de los sistemas geométricos se desarrolla a partir de cinco procesos generales que se contemplaron en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y contribuyen al establecimiento de nuevas ideas, nuevas comprensiones y por tanto el desarrollo del pensamiento en general.

2.2.4.1 Formular y resolver problemas

Es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no es una actividad aislada y esporádica; más aún, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos. Estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad. La formulación, el tratamiento y la resolución de los problemas suscitados por una situación problema permiten desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de

estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas. Es importante abordar problemas abiertos donde sea posible encontrar múltiples soluciones o tal vez ninguna. También es muy productivo experimentar con problemas a los cuales les sobre o les falte información, o con enunciados narrativos o incompletos, para los que los estudiantes mismos tengan que formular las preguntas. Más bien que la resolución de multitud de problemas tomados de los textos escolares, que suelen ser sólo ejercicios de rutina, el estudio y análisis de situaciones problema suficientemente complejas y atractivas, en las que los estudiantes mismos inventen, formulen y resuelvan problemas matemáticos, es clave para el desarrollo del pensamiento matemático en sus diversas formas.

2.2.4.2 Modelar procesos y fenómenos de la realidad

Puede entenderse como un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible. Un modelo se produce para poder operar transformaciones o procedimientos experimentales sobre un conjunto de situaciones o un cierto número de objetos reales o imaginados, sin necesidad de manipularlos o dañarlos, para apoyar la formulación de conjeturas y razonamientos y dar pistas para avanzar hacia las demostraciones. En ese sentido, todo modelo es una representación, pero no toda representación es necesariamente un modelo, como sucede con las representaciones verbales y algebraicas que no son propiamente modelos, aunque pueden estarse interpretando en un modelo. Análogamente, todo modelo es un sistema, pero no todo sistema es un modelo, aunque cualquier sistema podría utilizarse como modelo, pues esa es la manera de producir nuevas metáforas, analogías, símiles o alegorías. La modelación puede hacerse de formas diferentes, que simplifican la situación y seleccionan una manera de representarla mentalmente, gestualmente, gráficamente o por medio de símbolos aritméticos o algebraicos, para poder formular y resolver los problemas relacionados con ella. Un buen modelo mental o gráfico permite al estudiante buscar distintos caminos de solución, estimar una solución aproximada o darse cuenta de si una aparente solución encontrada a través de cálculos numéricos o algebraicos sí es plausible y significativa, o si es imposible o no tiene sentido.

En una situación problema, la modelación permite decidir qué variables y relaciones entre variables son importantes, lo que posibilita establecer modelos matemáticos de distintos niveles de complejidad, a partir de los cuales se pueden hacer predicciones, utilizar procedimientos numéricos, obtener resultados y verificar qué tan razonable son éstos respecto a las condiciones iniciales.

2.2.4.3 Comunicar

A pesar de que suele repetirse lo contrario, las matemáticas no son un lenguaje, pero ellas pueden construirse, refinarse y comunicarse a través de diferentes lenguajes con los que se expresan y representan, se leen y se escriben, se hablan y se escuchan. La adquisición y dominio de los lenguajes propios de las matemáticas ha de ser un proceso deliberado y cuidadoso que posibilite y fomente la discusión frecuente y explícita sobre situaciones, sentidos, conceptos y simbolizaciones, para tomar conciencia de las conexiones entre ellos y para propiciar el trabajo colectivo, en el que los estudiantes compartan el significado de las palabras, frases, gráficos y símbolos, aprecien la necesidad de tener acuerdos colectivos y aun universales y valoren la eficiencia, eficacia y economía de los lenguajes matemáticos. Las distintas formas de expresar y comunicar las preguntas, problemas, conjeturas y resultados matemáticos no son algo extrínseco y adicionado a una actividad matemática puramente mental, sino que la configuran intrínseca y radicalmente, de tal manera que la dimensión de las formas de expresión y comunicación es constitutiva de la comprensión de las matemáticas

2.2.4.4 Razonar:

El desarrollo del razonamiento lógico empieza en los primeros grados apoyado en los contextos y materiales físicos que permiten percibir regularidades y relaciones; hacer predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar explicaciones coherentes; proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones. En los grados superiores, el razonamiento se va independizando de estos modelos y materiales, y puede trabajar directamente con proposiciones y teorías, cadenas

argumentativas e intentos de validar o invalidar conclusiones, pero suele apoyarse también intermitentemente en comprobaciones e interpretaciones en esos modelos, materiales, dibujos y otros artefactos. Es conveniente que las situaciones de aprendizaje propicien el razonamiento en los aspectos espaciales, métricos y geométricos, el razonamiento numérico y, en particular, el razonamiento proporcional apoyado en el uso de gráficas. Este proceso implica comprometer a los estudiantes en la construcción y ejecución segura y rápida de procedimientos mecánicos o de rutina, también llamados “algoritmos”, procurando que la práctica necesaria para aumentar la velocidad y precisión de su ejecución no oscurezca la comprensión de su carácter de herramientas eficaces y útiles en unas situaciones y no en otras y que, por lo tanto, pueden modificarse, ampliarse y adecuarse a situaciones nuevas, o aun hacerse obsoletas y ser sustituidas por otras. Uno de estos mecanismos es la alternación de momentos en los que prima el conocimiento conceptual y otros en los que prima el procedimental, lo cual requiere atención, control, planeación, ejecución, verificación e interpretación intermitente de resultados parciales. Así el docente decida practicar y automatizar un solo algoritmo para cada una de las operaciones aritméticas usuales, es conveniente describir y ensayar otros algoritmos para cada una de ellas, compararlos con el que se practica en clase y apreciar sus ventajas y desventajas.

2.2.4.5 Formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos

Este proceso implica comprometer a los estudiantes en la construcción y ejecución segura y rápida de procedimientos mecánicos o de rutina, también llamados “algoritmos”, procurando que la práctica necesaria para aumentar la velocidad y precisión de su ejecución no oscurezca la comprensión de su carácter de herramientas eficaces y útiles en unas situaciones y no en otras y que, por lo tanto, pueden modificarse, ampliarse y adecuarse a situaciones nuevas, o aun hacerse obsoletas y ser sustituidas por otras. Para analizar la contribución de la ejecución de procedimientos rutinarios en el desarrollo significativo y comprensivo del conocimiento matemático es conveniente considerar los mecanismos cognitivos involucrados en dichos algoritmos.

- Uno de estos mecanismos es la alternación de momentos en los que prima el conocimiento conceptual y otros en los que prima el procedimental, lo cual requiere

atención, control, planeación, ejecución, verificación e interpretación intermitente de resultados parciales.

- Otro mecanismo cognitivo clave es la automatización, que requiere de la práctica repetida para lograr una rápida, segura y efectiva ejecución de los procedimientos; esta automatización no contribuye directamente al desarrollo significativo y comprensivo del conocimiento, pero sí contribuye a adquirir destrezas en la ejecución fácil y rápida de cierto tipo de tareas. Estas destrezas dan seguridad al alumno y pueden afianzar y profundizar el dominio de dichos conocimientos, pero también pueden perder utilidad en la medida en que se disponga de ayudas tecnológicas que ejecuten dichas tareas más rápida y confiablemente.

- Otro mecanismo cognitivo involucrado es la reflexión sobre qué procedimientos y algoritmos conducen al reconocimiento de patrones y regularidades en el interior de determinado sistema simbólico y en qué contribuyen a su conceptualización. Esta reflexión exige al estudiante poder explicar y entender los conceptos sobre los cuales un procedimiento o algoritmo se apoya, seguir la lógica que lo sustenta y saber cuándo aplicarlo de manera fiable y eficaz y cuándo basta utilizar una técnica particular para obtener más rápidamente el resultado. Por ello, así el docente decida practicar y automatizar un solo algoritmo para cada una de las operaciones aritméticas usuales, es conveniente describir y ensayar otros algoritmos para cada una de ellas, compararlos con el que se practica en clase y apreciar sus ventajas y desventajas.

La importancia de la enseñanza de la geometría surge del hecho de poder complementar el conocimiento del ambiente externo del niño, guiándolo a la identificación del mundo que percibimos, con las formas geométricas y sus relaciones. Según (Bogisic, 2000, pág. 87) “La enseñanza de la geometría en la educación general básica le ha de servir al estudiante tanto para interpretar y analizar el mundo físico y actuar en su entorno, como para interpretar conceptos e imágenes propias de las matemáticas y otras ciencias [...]”.

(Saiz, 2004, pág. 20) Indica: “Buscamos que la enseñanza de la geometría se centre en la construcción del sentido de los conocimientos a través de su funcionamiento para resolver

problemas [...] cada niño tendrá que establecer ciertas relaciones, identificar ciertos elementos y datos”.

2.2.6 Teoría De Aprendizaje Relacionada

La utilización del Sistema Dinámica GeoGebra, para procesos de enseñanza y de aprendizaje de los ángulos y sus medidas, para niños de sexto grado, se fundamenta en el constructivismo. (Ramos, Liendo, & Ospina, 2005) argumenta en su trabajo sobre el constructivismo, como posición compartida por diferentes tendencias de la investigación psicológica y educativa.

2.2.7 Análisis De Competencias Geométricas Pertinentes Para El Grado Sexto.

El análisis de competencias en el pensamiento espacial y sistema geométrico se establecen desde los estándares básicos de las matemáticas, en este documento se explicitan las competencias finales para cada conjunto de grados (1 a 3; 4 a 5; 6 a 7; etc). Cada competencia hace referencia a uno o varios procesos generales de las matemáticas. Para los grados sexto y séptimo se tienen contempladas las siguientes competencias en el pensamiento espacial:

- Represento objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.
- Identifico y describo figuras y cuerpos generados por cortes rectos y transversales de objetos tridimensionales.
- Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.
- Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte.
- Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales.
- Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.

- Identifico características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica.

Como se observa al menos cuatro de las competencias explicitadas necesitan unos conceptos ya consolidados, en particular, la comprensión del concepto ángulo, su representación y dinámica en la aplicación de otros conceptos, procesos y procedimientos. Por ejemplo, para la competencia “Clasifico polígonos en relación con sus propiedades” es necesario que el estudiante tenga al menos el concepto de ángulo, el de medición de longitudes, relaciones de paralelismo y perpendicularidad. Por tanto, para poder desarrollar algunas de las competencias planteadas es necesario consolidar el concepto de ángulo, su clasificación y medida.

Es preciso recordar que las relaciones trigonométricas, los momentos de velocidad angular, los movimientos armónicos simples, entre otras, son definidos en otros grados a partir del reconocimiento de relaciones angulares y sus propiedades.

3. MARCO METODOLÓGICO

3.1 ENFOQUE, ALCANCE Y DISEÑO

El presente trabajo se suscribe bajo una investigación de tipo cualitativo de corte descriptivo, asumiendo un diseño metodológico interpretativo, procurando dar significados a partir de las interacciones del investigador con la población en contextos naturales siguiendo unas intencionalidades educativas y secuenciales. Es por esto que el estudio devela el sentido y la importancia desde las reflexiones que hace el investigador sobre las acciones propias y la de sus estudiantes bajo el desarrollo de actividades consolidadas en una unidad didáctica. En el ámbito educativo este enfoque y diseño aproxima su interés en ver las razones de las cosas o fenómenos desde los intereses, pensamientos, acciones y aspiraciones de los individuos (estudiantes y profesora), al recurrir a la unidad didáctica como elemento integrador e intencional.

3.2. POBLACIÓN

Los cuatros estudiantes seleccionados en el presente trabajo de investigación atendieron a las siguientes consideraciones; pertenecen al curso de sexto grado de la Institución Educativa Eva Tulia Quintero sede el retiro, sus edades oscilan en un rango de 10 a 12 años, tienen una asistencia regular al colegio y a la clase de matemáticas y tienen buen desempeño en el área de informática, por tanto, la selección se hizo dadas las cualidades idóneas de los educandos.

3.3. CATEGORÍAS DE ANÁLISIS.

El estudio analizó una categoría: Procesos de enseñanza referidos a todas las acciones intencionales que pre diseña, diseña, aplica y evalúa el profesor investigador para alcanzar los objetivos propuestos, bajo las consideraciones didácticas y conceptuales que rigen tanto el proceso como los procedimientos y conceptos matemáticos relacionados. (Ángulos).

Ilustración 13 Categoría de Análisis

CATEGORIA	SUBCATEGORIAS	INDICADORES
PROCESOS DE ENSEÑANZA (focalizados a generar desarrollo del pensamiento)	Comunicación	Define con sus palabras que entiende por un ángulo, cómo representarlo y cómo medirlo.
		Identifica ángulos dentro de un pictograma hecho en el sistema GeoGebra
		Representa ángulos en GeoGebra y en forma física siguiendo ciertas condiciones (mayor y menores amplitudes)
		Define con sus palabras las características de grupos de ángulos representados en GeoGebra
	Razonamiento	Establece cuando dos o mas ángulos son equivalentes mediante el uso de herramientas de medición físicas y en GeoGebra.
		Reconoce e infiere si la suma de la medida de un ángulo recto y un agudo es obtuso
		Refuta cuando dos o más ángulos no cumplen con condiciones solicitadas. (un ángulo sea el triple de otro, un ángulo sea la mitad de otro, etc.)
		Deduce cuando la suma de la medida de dos ángulos agudos es un ángulo obtuso
	Formular y resolver problemas	Duplica pictogramas de medios físicos al ambiente digital de GeoGebra.
		Dibuja ángulos físicamente y los clasifica
		Representa mediante ángulos secuencias de giros físicos a través de GeoGebra
	Procesos cognitivos básicos	En un reloj dos o más horas pueden dar el mismo ángulo
		Explicita las formas para solucionar problemas de duplicado de pictogramas de un medio físico a un medio digital haciendo uso de GeoGebra y herramientas de medición.
	Autorregulación	Justifica las acciones que adelanta para establecer equivalencias entre ángulos. Enumera el paso a paso para llegar a identificar ángulos, clasificarlos y representarlos haciendo uso de GeoGebra.

Fuente: Autora del Proyecto

3.5. PLAN DE ACCIÓN.

Para llevar a cabo este estudio se realizó un análisis descriptivo de las respuestas que aportó cada estudiante a las diversas preguntas que se formularon durante la ejecución de la unidad didáctica.

En una primera fase se exploraron las ideas previas de los estudiantes con respecto a los conceptos básicos de geometría vistos en clase mediante la ejecución de las siguientes actividades:

Actividad1: Concepto de amplitud, el propósito de esta actividad es explorar e identificar las ideas previas que tienen los estudiantes frente al concepto de abertura, inclinaciones, giros de ángulos, puntas y esquinas en diferentes situaciones; para la realizamos de la actividad los estudiantes deben salir al patio de la institución y llevar el cuaderno de matemáticas, lápiz y dos cuerdas o lazos de igual tamaño, se debe amarrar la

cuerda a un árbol a una altura de las manos de los estudiantes, dos estudiantes deben tomar los extremos sueltos de las cuerdas y se ubican en el mismo lugar, posteriormente uno de los estudiantes que está tomando las cuerdas camina tres pasos sin dejar de estirar la cuerda, el otro estudiante se queda quieto, los demás hacen una representación gráfica en el cuaderno de la primera posición, el mismo estudiante sigue caminando 6 pasos más, en seguida los demás hacen un análisis y las representaciones gráficas. A continuación, se toma la cuerda y se moverá desde un punto fijo, hasta dar dos pasos más que el anterior, los demás deben hacer el análisis y la representación gráfica de la nueva posición, como muestra el dibujo. Así, sucesivamente, seguirán pasando estudiantes teniendo en cuenta que cada uno debe dar un mayor número de pasos hasta que gire una vuelta completa. Al finalizar la actividad se hacen preguntas como: ¿Qué puntos permanecen fijos en las cuerdas?, ¿Dónde está el punto sobre el cual se giró?, ¿Cuántas líneas rectas formadas por las cuerdas aparecen en cada dibujo?, ¿Qué figura forma la trayectoria recorrida por el estudiante al complementar una vuelta completa?

En una segunda fase de implementación, donde los estudiantes a través de un trabajo guiado e intencional se introduce al manejo del sistema dinámico GeoGebra, para ello se utilizaron videos tutoriales sumado a las siguientes actividades:

Actividad 1: Mis primeros pasos con GeoGebra, el objetivo principal de la actividad es que los estudiantes conozcan y utilicen las funciones básicas de GeoGebra.

Para ello se realiza charla con los estudiantes sobre la importancia de incluir en el aula herramientas tecnológicas, posteriormente se observa un video de introducción a GeoGebra, donde se dan a conocer los comandos y el manejo básico del software, a continuación, los estudiantes observan una presentación en la pantalla del reflector de imágenes y luego la replican en el computador ya asignado.

Actividad 2: Familiarización con GeoGebra, el propósito de la actividad es experimentar con la interfaz gráfica y con el entorno interactivo del sistema dinámico GeoGebra.; mediante construcciones base para otras más elaboradas y por ende poner en práctica el uso de los comandos e instrucciones recibidas en el taller anterior.

Actividad 3: deslizamientos en el plano, el interés de la actividad es efectuar deslizamientos en el plano, realizando traslaciones, rotaciones, de terminar la medida de un segmento, determinar el área y calcular el perímetro de un polígono, trazar rectas perpendiculares y paralelas.

Mediante una guía o pautas se le dan las instrucciones, orientaciones y explicaciones en escritos, y por medio de imágenes e ilustraciones para que los estudiantes realicen paso a paso la actividad.

Actividad 4: Como hacer y medir ángulos en GeoGebra, el propósito de la actividad es identificar ángulos, reconocer sus elementos, medirlos y clasificarlos.

Mediante una guía o pautas se le dan las instrucciones, orientaciones y explicaciones en escritos, y por medio de imágenes e ilustraciones para que los estudiantes realicen paso a paso la actividad, al finalizar la actividad se les plantean a los estudiantes una serie de preguntas para afianzar el conocimiento.

Y, por último, la fase de evaluación donde los estudiantes ponen en juego sus conocimientos en la aplicación, las actividades planteadas en esta fase son:

La actividad 1, jugando con las manecillas del reloj, tiene como objetivo establecer el nivel de comprensión que tienen los estudiantes frente al concepto de ángulo, su representación y clasificación.

La actividad 2, trabajando con ángulos tiene como propósito establecer qué es un ángulo, cómo se representan y cómo se nombran.

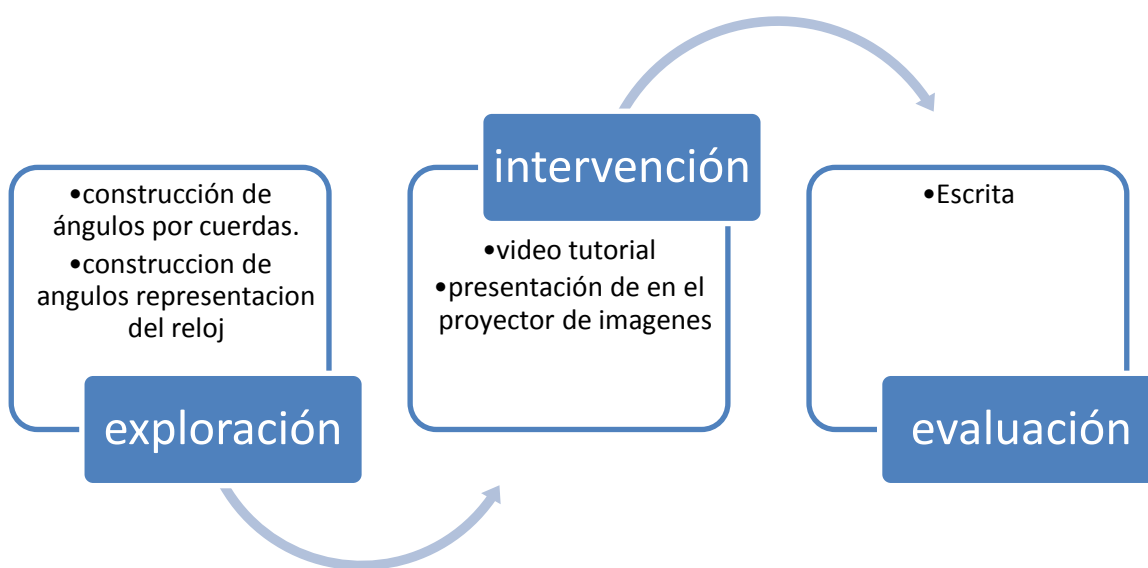
La actividad 3, trabajando con GeoGebra, tiene como propósito identificar ángulos a través de un pictograma.

Actividad 4, medir ángulos con el transportador y clasificar, tiene como objetivo aprender a medir ángulos utilizando el transportador y posteriormente clasificarlos.

Actividad 5 de razonamiento, tiene como objetivo identificar las propiedades de los ángulos, para clasificarlos y resolver situaciones problemas.

En cada una de las fases se registraron las respuestas de los diferentes estudiantes y se hicieron procesos de socialización del conocimiento a partir de preguntas de tipo metacognitivo (no necesariamente incluidos en la unidad didáctica) y de tipo procedimental. En las socializaciones se observó a los estudiantes participantes durante una clase en contexto natural y su forma de relacionarse.

Ilustración 14 Proceso de Exploración, Intervención y Evaluación



Fuente: Autora del Proyecto

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

El presente análisis de resultados se basa en las deducciones derivadas de la aplicación de los talleres durante el uso de GeoGebra en el aula de clase. Está directamente relacionado con los objetivos de la presente investigación, y se focaliza en los pensamientos matemáticos generales.

El segundo aspecto que se incluye dentro de los resultados es la apropiación de otros autores, los que han argumentado los beneficios del uso de la tecnología dentro del aula de clase, se analiza si el estudiante cumplió o no, acertadamente con el planteamiento y Se desarrollaron aspectos tales como la disciplina y la persistencia, al buscar una continuidad y enfoque dentro del desarrollo de la actividad; fomentar el auto aprendizaje, la reflexión y el análisis de la evolución del aprendizaje, el seguimiento juicioso de procedimientos, el uso de métodos preconcebidos, y el seguimiento de objetivos.

El énfasis se enfoca en el pensamiento matemático, y se coteja la aplicación de la herramienta con los lineamientos del MEN (Ministerio de Educación Nacional, 2006) en cuento al pensamiento numérico, el espacial, el métrico el aleatorio y el variacional. Estos pensamientos se combinan y se destacan algunos sobre puntos específicos del taller. La combinación con formular, resolver problemas, modelar procesos y fenómenos de la realidad, comunicar, razonar, formular y comparar, ejercitar procedimientos y algoritmos, se convierte en un proceso cíclico que se perfecciona y permite la afinación de resultados, otorgando al estudiante los elementos actitudinales para la aplicación del concepto geométrico.

A manera de síntesis se presenta la siguiente tabla que se elabora una vez los estudiantes realizaron las actividades iniciales N° 1 y 2 (indagación), concepto de amplitud y jugando con las manecillas del reloj y analizadas las respuestas dadas a las preguntas de las actividades frente a los ángulos, su medida en contextos auténticos y/o dinámicos, se puede establecer que:

Ilustración 15 Análisis de Resultados ideas previas.

CATEGORIA	PROCESOS DE ENSEÑANZA				
SUBCATEGORIA	COMUNICACIÓN	RAZONAMIENTO	FORMULACION Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	PROCESOS COGNITIVOS BASICOS	AUTOREGULACIÓN
ANALISIS GLOBAL Este análisis resulta de la síntesis de los análisis particulares a diferentes preguntas y actividades iniciales	Se ha identificado que los estudiantes tienen problemas a nivel comunicativo, puesto que aunque pueden tener una aproximación al concepto de ángulo, no relacionan sus partes constitutivas, y/o no lo relaciona como un elemento que se genera a partir de la rotación de una recta sobre un punto fijo. de igual forma los estudiantes tienen dificultad para expresar sus hallazgos a otros estudiantes con términos más cercanos a las matemáticas	Los estudiantes pueden establecer relaciones de orden entre ángulos con diferente amplitud cuando estos están en posición normal, pero se les dificulta establecer relaciones de igualdad o congruencia con ángulos que tengan dimensiones más pequeñas o más grandes o incluso estén en posiciones diferentes a la normal	Los estudiantes pueden formular alternativas para identificar aberturas de figuras pero no necesariamente generan estrategias para copiar a exactitud los pictogramas presentados inicialmente	Los estudiantes logran hacer comparaciones entre diversos ángulos pero no necesariamente los copian con exactitud ángulos	Los estudiantes están muy atentos a actividades al aire libre o frente al computador. Los estudiantes en escenarios interactivos se dedican más a las tareas que en ambientes naturales.

En este sentido, la tabla anterior determina el punto cero de la investigación, puesto que establece la síntesis de ideas previas de los estudiantes. A continuación, se presentan los análisis particulares que llevaron a la construcción de la tabla expuesta.

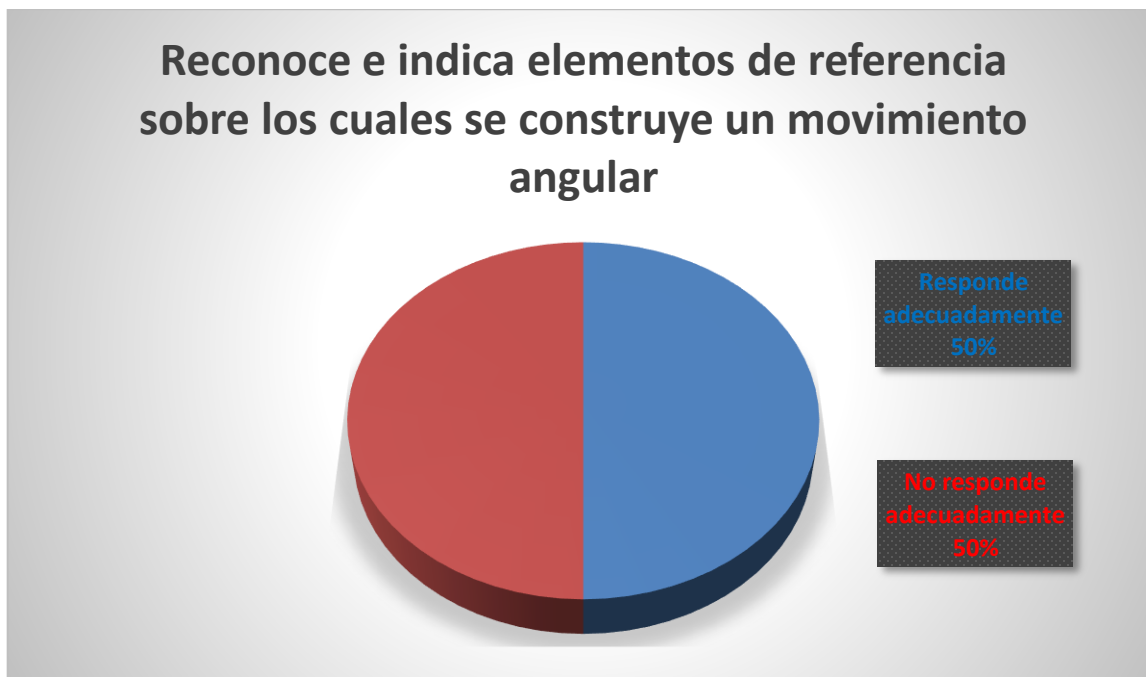
Tabla 2 Proceso de Enseñanza - Reconoce Elementos de construcción Angular

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	Comunicación en el proceso de enseñanza
INDICADOR	Reconoce e indica elementos de referencia sobre los cuales se construye un movimiento angular
ESTUDIANTE 1	El poste porque es el punto sobre el cual se gira y ese punto fue dónde amarraron las cuerdas
ESTUDIANTE 2	El punto sobre el cual se giro fue el palo o poste

Fuente: Autora con base en los resultados de la investigación

Dos de los estudiantes hacen referencia a objetos y elementos de referencia para la construcción de un movimiento angular y por ende de un ángulo, pero también se advierte que los dos restantes no tiene en cuenta estos elementos y tampoco los menciona en sus respuestas, se limitan a imitar las actividades sin mayor análisis.

Ilustración 16



Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

Análisis

Después de realizar la sistematización de la información recogida en las actividades A1 y A2 se puede establecer que los estudiantes reconocen elementos de referencia para un

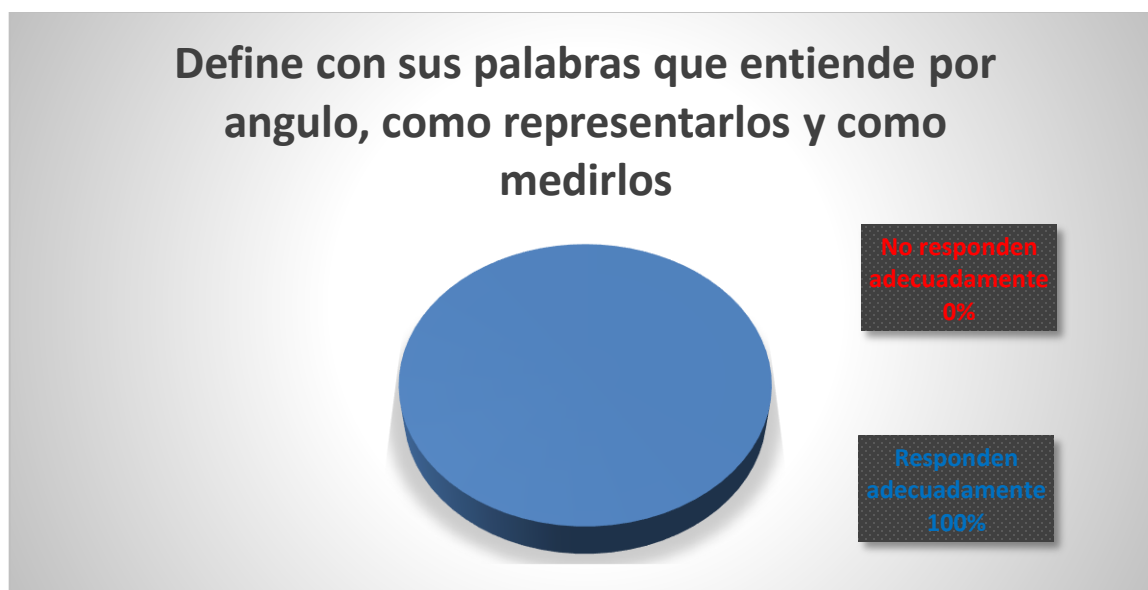
movimiento angular, como se aprecia en las respuestas dadas por los estudiantes E1, quien expresa: “El poste porque es el punto sobre el cual se gira y ese punto fue dónde amarraron las cuerdas” y el estudiante E2 que dice “El punto sobre el cual se giro fue el palo o poste”, esto indica que los estudiantes reconocen la existencia de puntos de referencia para la constitución de un giro y por ende de un movimiento angular, es de anotar que esto indica que dentro del proceso de enseñanza y en especial en la comunicación la actividad seleccionada y las respuestas dadas por los estudiantes nos aproximan a generar aprendizajes, tal como lo afirma Contreras, que expresa acerca de las actividades con relación a las formas de comunicación que es un “sistema de comunicación intencional que se produce en un marco institucional y en el que se generan estrategias encaminadas a provocar el aprendizaje” (1990, pág. 23), De la misma, forma se puede apreciar que las respuestas dadas y teniendo en cuenta los criterios de los estándares básicos (Ministerio de Educación Nacional, 1995, pág. 54) se aprecia que las respuestas citadas anteriormente nacen del contexto de lo significativo entre los estudiantes que realizaron la actividad, haciendo que compartan ideas no con el lenguaje técnico que se requiere pero aproximándolos a ello. Luego el trabajo a desarrollar en la unidad didáctica será entonces potencializar los procesos comunicativos con la utilización de terminos matemáticos acordes a la edad, a la escolaridad y a la transposición didáctica hecha por el profesor y consistente que aporten exactitud, de igual forma posibilitar la interpretación de otras formas de comunicarse a partir de gráficas, ecuaciones, problemas, etc. Los estudiantes han demostrado a través de su respuesta que dominan el pensamiento numérico y espacial.

Tabla 3 Proceso de Enseñanza - Define el Concepto de Ángulo y lo representa

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	Comunicación en el proceso de enseñanza
INDICADOR	Define con sus palabras que entiende por un ángulo, cómo representarlo y cómo medirlo
ESTUDIANTE 1	Un ángulo son las abertura de una figura geométrica, se puede representar con nuestro cuerpo y lo podemos medir con un transportador.
ESTUDIANTE 2	Un ángulo es una abertura que se encuentra entre dos semirrectas que parten de un vértice y lo podemos representar en un reloj y en otras cosas de la vida cotidiana. Lo podemos medir en el sistema sexagesimal con un transportador.
ESTUDIANTE 3	Un ángulo es una abertura formada por dos semirrectas que se unen en un punto en común. Lo representamos con letras mayúsculas y letras griegas. Lo medimos con el transportador, lo podemos encontrar en los relojes, en plano cartesiano, en la casa. Se clasifican según su medida y amplitud.
ESTUDIANTE 4	Un ángulo es una abertura formada por dos segmentos que se unen en un punto llamado vértice. Lo representamos con letras mayúsculas y letras griegas. Lo medimos con el transportador, lo podemos encontrar en las esquinas de una casa, una cancha y en muchas cosas de la vida cotidiana.

Fuente: Autora con base en los resultados de la investigación

Ilustración 17



Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

Análisis

Como lo menciona (Chevallard & Bosch, 2002) citado por (Acosta Gempeler, 2010) acerca de la Teoría antropológica y de la didáctica de las matemáticas, los conceptos pueden ser asumidos por el educando cuando al visualizar las aplicaciones geométricas asimila con su cuerpo la materialización del concepto y estimula su imaginación para comprender su entorno desde la visión geométrica.

Un aporte significativo que se imparte al estudiante se relaciona con lo que el estándar básico de competencia establecido por el (Ministerio de Educación Nacional, 2006, pág. 47) “alude al carácter utilitario ampliado del conocimiento matemático, en tanto que el mundo social y laboral fuertemente tecnologizado del Siglo XXI requiere cada vez más de herramientas proporcionadas por las matemáticas”. Por lo anterior se aprecia como los estudiantes asimilan la puesta en práctica de lo aprendido.

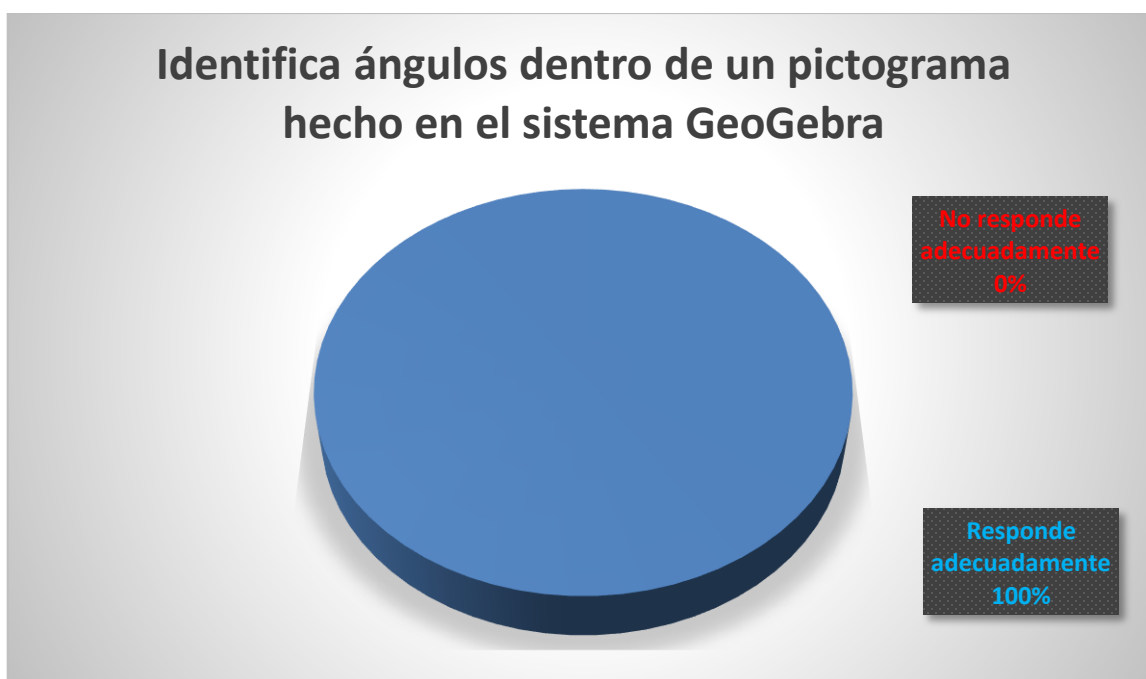
Con esta respuesta se evidencia que los estudiantes comprenden el uso de variables y emplean correctamente la visión sistémica.

Tabla 4 Proceso de Enseñanza - Identifica Ángulos de un pictograma en GeoGebra

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	Comunicación en el proceso de enseñanza
INDICADOR	Identifica ángulos dentro de un pictograma hecho en el sistema GeoGebra
ESTUDIANTE 1	En la imagen se aprecia como los estudiantes, representa y clasifican ángulos hechos en un pictograma utilizando el sistema dinámico GeoGebra.
ESTUDIANTE 2	En la imagen se aprecia como los estudiantes, representa y clasifican ángulos hechos en un pictograma utilizando el sistema dinámico GeoGebra.
ESTUDIANTE 3	En la imagen se aprecia como los estudiantes, representa y clasifican ángulos hechos en un pictograma utilizando el sistema dinámico GeoGebra.
ESTUDIANTE 4	En la imagen se aprecia como los estudiantes, representa y clasifican ángulos hechos en un pictograma utilizando el sistema dinámico GeoGebra.

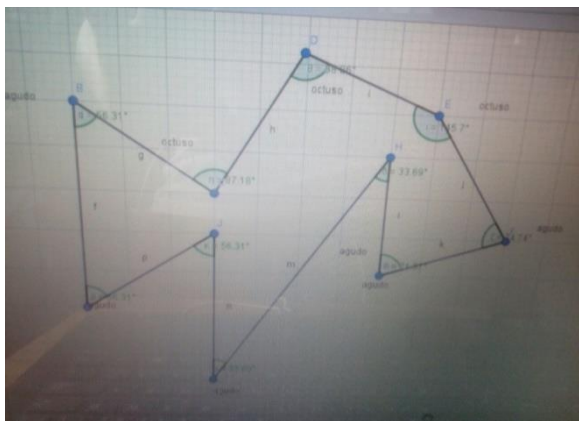
Fuente: Autora con base en los resultados de la investigación

Ilustración 18



Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

Ilustración 19 Fotografía de un Pictograma



Fuente: Autora en el trabajo de campo

ANÁLISIS

A través de GeoGebra los estudiantes pueden modificar los puntos de base de las semirrectas y visualizar los pictogramas, pueden desplazar los nodos en tiempo real y analizar los cambios de las aristas y de los ángulos, analizando los cambios de perímetro y área.

Son diversas las propuestas que docentes del área de matemáticas han aportado para la adopción de estrategias pedagógicas para viabilizar la transmisión del conocimiento del docente al educando, es así como Arenas (Arenas Avella, 2012) afirma “Para lograr que los procesos de enseñanza-aprendizaje sean más efectivos, es necesario una enseñanza más personalizada”. En este resultado se nota cómo el estudiante interactúa con la tecnología y a través de la orientación del docente percibe un ejercicio personalizado de aplicación del concepto. En concordancia con el objetivo que el estándar curricular del MEN (Ministerio de Educación Nacional, 2006, pág. 37) en cuanto a los medios de comunicación y los sistemas simbólicos en particular de los conceptos básicos de arquitectura, el educando se familiariza con planos básicos que a la postre podrá traducir en constructos imaginarios donde podrá proyectar casas o edificaciones.

Cabe resaltar que es necesario el acompañamiento del docente para que la categorización de los 5 pensamientos generales de la matemática sea holística. En este punto de la retroalimentación los estudiantes demostraron habilidades para comparar y ejercitar procedimientos. Aunque la aplicación es muy intuitiva se requiere del seguimiento del docente para que el educando maximice el uso de la app.

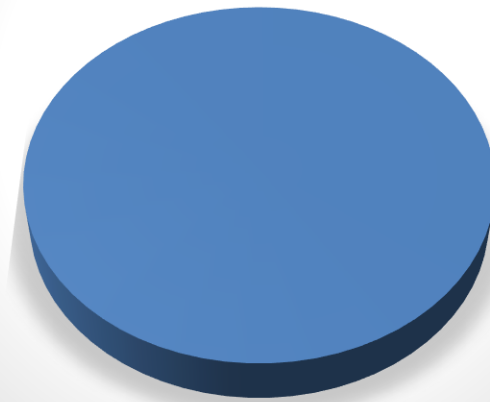
Tabla 5 Comunicación en el Proceso de Enseñanza – Representación de Ángulos en GeoGebra

CATEGORIA	Proceso de Enseñanza
SUBCATEGORIA	Comunicación en el proceso de Enseñanza
INDICADOR	Representa ángulos en GeoGebra y en forma física siguiendo ciertas condiciones mayores y menores
ESTUDIANTE 1	En la imagen se aprecia como los estudiantes, efectúan y clasifican ángulos hechos en el Sistema dinámico GeoGebra.
ESTUDIANTE 2	En la imagen se aprecia como los estudiantes, efectúan y clasifican ángulos hechos en el Sistema dinámico GeoGebra.
ESTUDIANTE 3	En la imagen se aprecia como los estudiantes, efectúan y clasifican ángulos hechos en el Sistema dinámico GeoGebra.
ESTUDIANTE 4	En la imagen se aprecia como los estudiantes, efectúan y clasifican ángulos hechos en el Sistema dinámico GeoGebra.

Fuente: Autora con base en los resultados de la investigación

Ilustración 20

Representa ángulos en GeoGebra y en forma física siguiendo ciertas condiciones (mayor y menores amplitudes)

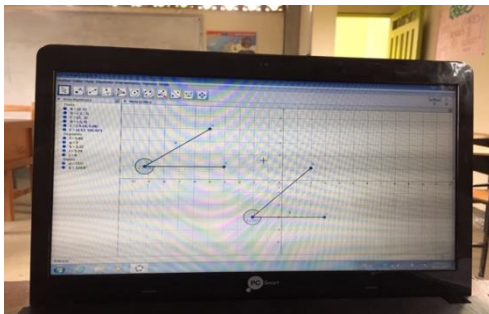


No responde
adecuadamente
0%

Responde
adecuadamente
100%

Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

Ilustración 21 Fotografía de uso de GeoGebra



Fuente: Autora en el trabajo de Campo

La totalidad de los estudiantes comprende el concepto de amplitud, basado en ciertas condiciones y la visualiza la forma física de los ángulos.

Análisis

Puede ver la correlación en el plano cartesiano en cuanto a las valoraciones de los ejes abscisa (X) ordenada (Y), modificando los diferentes rangos x, y o viceversa y analizando los cambios subsecuentes de aquellas modificaciones, lo cual le permite ubicarse en términos espaciales. Esto afianza su inteligencia espacial y le permite al estudiante adquirir

apreciaciones de modelamiento y le da los parámetros básicos para escalar dimensiones. Estos fundamentos podrán apoyar el concepto de eje z, ya que al dominar (x, y) que identifican dos dimensiones, le será más familiar la apreciación del tercer eje z.

Para atender a lo mencionado anteriormente, Arranz (2017) afirma “Para manejar bien el funcionamiento de Cabri 3D, es importante comprender el concepto de los planos.” Y este principio aplica para todos los programas de diseño y modelado en 3d, por lo que, se resalta la importancia de acercar al estudiante a la tecnología y al concepto aplicado.

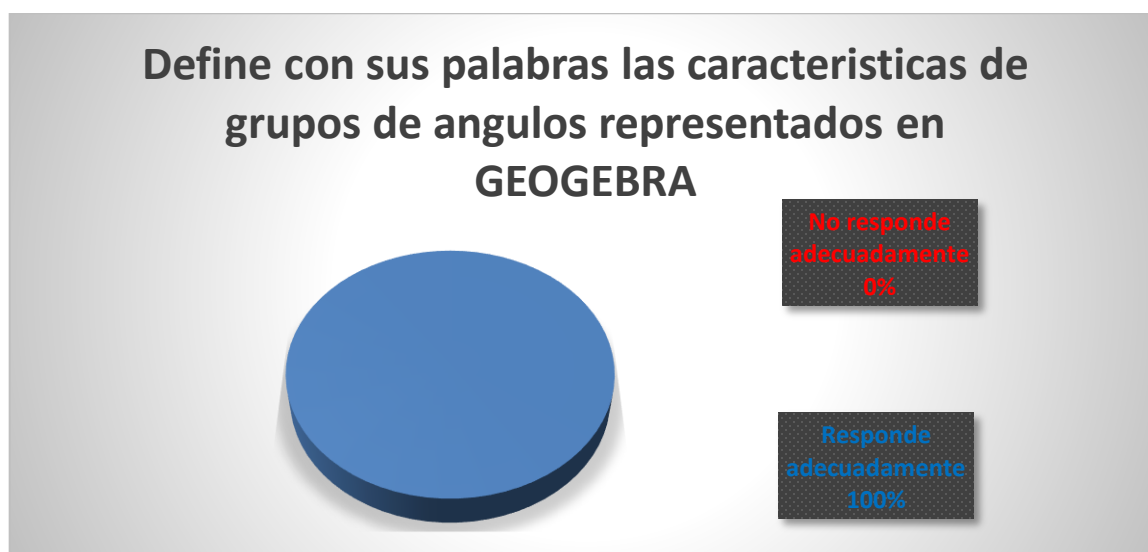
Todos los estudiantes han demostrado la comprensión espacial y métrica, dentro del uso de GeoGebra, pero también con elementos físicos, lo cual es una señal de avance en la resolución de problemas y en las habilidades comparativas.

Tabla 6 Comunicación en el Proceso de Enseñanza – Definir con palabras características de Grupos de ángulos

CATEGORIA	Proceso de Enseñanza
SUBCATEGORIA	Comunicación en el proceso de Enseñanza
INDICADOR	Definir con sus palabras las características de los grupos de ángulos representados en GeoGebra
ESTUDIANTE 1	Los grupos de ángulos que se representan en GeoGebra son: agudos, rectos, obtusos, llanos, cóncavo, convexo cada uno tiene diferente medida, agudo mide más de 0 y menos de 90, recto mide exactamente 90 grados, obtuso mide más de 90 y menos de 180, llanos mide exactamente 180 grados, cóncavo mide más de 180 y 360 grados, convexo mide exactamente 360 grados.
ESTUDIANTE 2	En GeoGebra encontramos distintas clases de ángulos como ángulos agudos, rectos, obtusos, llanos, cóncavo, convexo y estos ángulos se identifican porque unos tienen mayor abertura que los otros.
ESTUDIANTE 3	En GeoGebra se podemos representar distintas clases de ángulos como, ángulos agudos, rectos, obtusos, llanos, cóncavo, convexo etc. Los ángulos llanos son los que miden exactamente 180°, los ángulos obtusos son los que mide más de 90° y menos de 180°, el ángulo recto es el que mide exactamente 90°.
ESTUDIANTE 4	No respondió

Fuente: Autora con base en los resultados de la investigación

Ilustración 22



Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

Análisis

Esto demuestra que, a pesar de la personalización, en un grupo reducido los estudiantes asumen de manera diferente los conceptos, los expresan con diferentes perspectivas y sé de qué algunos de ellos, como en este caso no responde la pregunta. Lo anterior induce a pensar en los métodos de enseñanza, la didáctica y pedagogía, pero también en la intencionalidad de la evaluación.

Barrantes expresa: “Dentro de las metodologías de resolución de problemas o de laboratorio, son importantes también los recursos manipulativos, pues el alumno de Secundaria debe seguir manipulando para poder abstraer los conceptos que aprende” (Barrantes López, Balletbo Fernández, & Fernández Leno, 2014). La manipulación de programas y la presentación de resultados de evaluación están supeditadas a errores, o inobservancia por parte de los educandos. De allí la importancia de la retroalimentación y la reiteración de instrucciones e incluso de del re-afirmamiento de los conceptos sobre el estudiante.

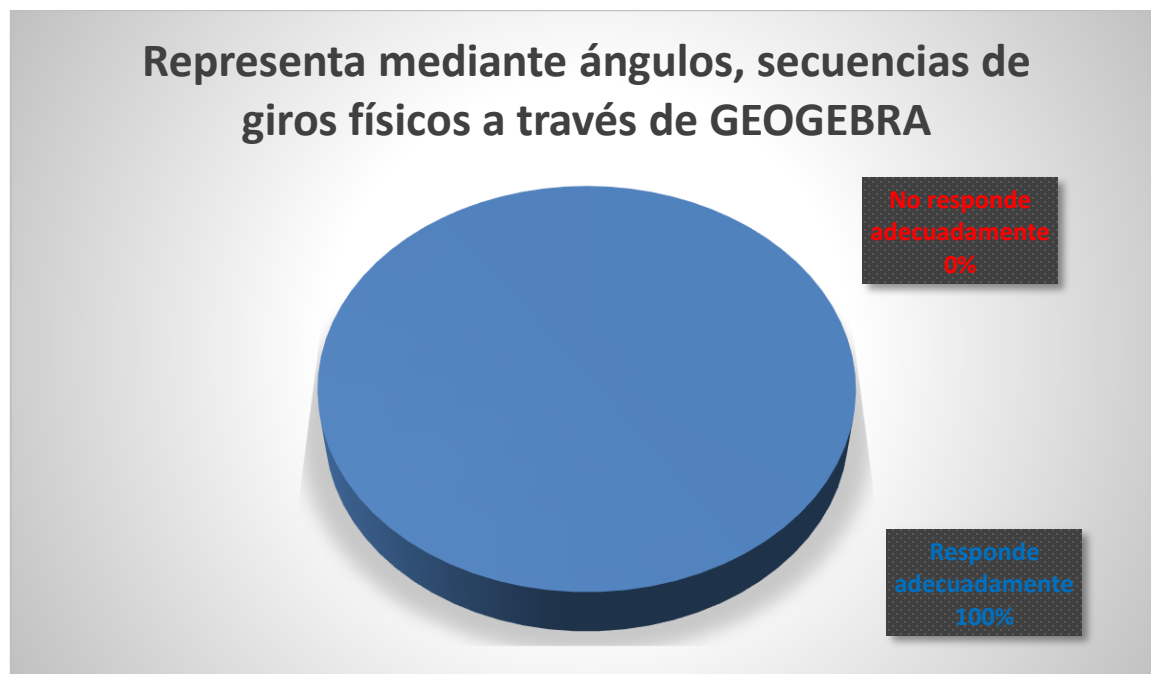
En este apartado los estudiantes demostraron sus habilidades de comunicación y su capacidad de resolver problemas. Es interesante notar como manipulan las variables y en ocasiones surgen ciertas inquietudes y a pesar de algunas dificultades avanzan en la aplicación del concepto.

Tabla 7 Formular Y Resolver Problemas, Representar Mediante Ángulos Secuencias De Giros En GeoGebra

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	Formular y Resolver Problemas
INDICADOR	Representa mediante ángulos, secuencias de giros físicos a través de geogebra
ESTUDIANTE 1	sí, porque al coger varias horas me dan ángulos iguales. por ejemplo, las 12:01 y las 2:03
ESTUDIANTE 2	Si, ya que hay horas que pueden marcar en el reloj los mismos puntos. Como son las 6:00 y las 12:00 que nos dan ángulos llanos.
ESTUDIANTE 3	Si, ya que hay horas que pueden dar el mismo ángulo. Como por ejemplo las 12:05 y las 7:30 que nos dan un ángulo agudo.
ESTUDIANTE 4	Si, ya que hay horas que pueden dar el mismo ángulo. Como por ejemplo las 9:00 y las 3:00 que nos dan un ángulo recto.

Fuente: Autora de la investigación

Ilustración 23



Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

La totalidad de los estudiantes efectúan y clasifican los ángulos, e interactúan con otras aplicaciones del computador y otros programas como Word. Esto se traduce como un avance en su conocimiento ya que amplifica sus habilidades para la presentación de resultados.

Análisis

Al sostener los criterios de clasificación, el estudiante afina su percepción espacial, esto en concordancia con los postulados del MEN (Ministerio de Educación Nacional, 2006) “la geometría euclidiana es un campo muy fértil para el cultivo de la abstracción, la generalización, la definición, la axiomatización y, ante todo, de la deducción formal a partir de axiomas” en términos de resolución de problemas equipa la percepción, el razonamiento y el pensamiento para la búsqueda de soluciones. La Geometría tiene una gran influencia en el desarrollo del alumno, sobre todo en las capacidades relacionadas con la comunicación y la relación con el entorno (Barrantes López, Balletbo Fernández, & Fernández Leno, 2014, pág. 3).

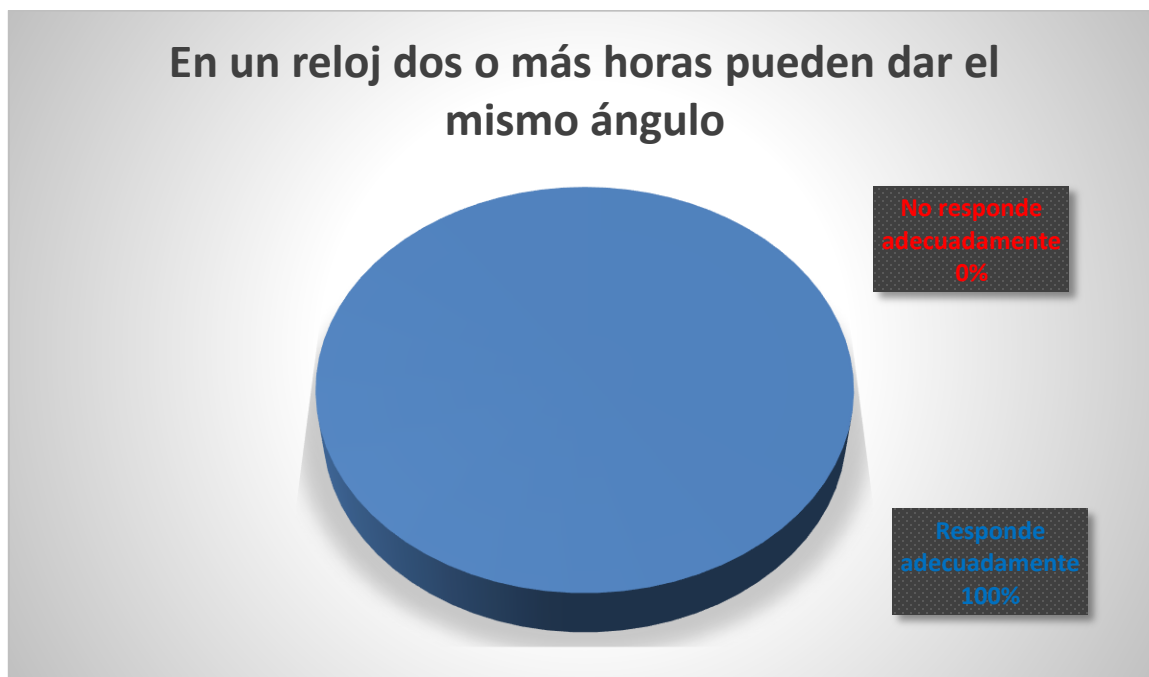
En este apartado los estudiantes demuestran la manipulación adecuada de variables y el uso secuencial de los conceptos. Demuestran mejoría en el uso de la aplicación y mejoran en el modelamiento del proceso de aplicación del pensamiento matemático.

Tabla 8 Formular y Resolver problemas – Definiciones angulares con un reloj

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	Formular y Resolver Problemas
INDICADOR	En un reloj dos o más horas pueden dar el mismo ángulo
ESTUDIANTE 1	sí, porque al coger varias horas me dan ángulos iguales. por ejemplo, las 12:01 y las 2:03. Contesto la afirmación correctamente más no el ejemplo.
ESTUDIANTE 2	también falló al responder; Si, ya que hay horas que pueden marcar en el reloj los mismos puntos. Como son las 6:00 y las 12:00 que nos dan ángulos llanos. Por cuanto las 6 si es un ángulo llano, mientras las 12 no, porque tanto la manecilla de la hora como la manecilla del minuterero están en la misma posición y no generan ningún ángulo.
ESTUDIANTE 3	Si, ya que hay horas que pueden dar el mismo ángulo. Como por ejemplo las 12:05 y las 7:30 que nos dan un ángulo agudo.
ESTUDIANTE 4	Si, ya que hay horas que pueden dar el mismo ángulo. Como por ejemplo las 9:00 y las 3:00 que nos dan un ángulo recto

Fuente: Autora de la investigación

Ilustración 24



Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

En este punto de la observación se intervino con dos variables, una respuesta afirmativa o negativa y un ejemplo, el estudiante E1 contesto o la afirmación correctamente más no el

ejemplo. Mientras que E2 también falló al responder; Si, ya que hay horas que pueden marcar en el reloj los mismos puntos. Como son las 6:00 y las 12:00 que nos dan ángulos llanos. Por cuanto las 6 si es un ángulo llano, mientras las 12 no, porque tanto la manecilla de la hora como la manecilla del minuterero están en la misma posición y no generan ningún ángulo. E3 y E4 acertaron las dos variables.

Análisis

Se puede deducir que ciertas aplicaciones, sobre todo con el uso del reloj, y donde intervienen al menos dos variables la profundización analítica juega un papel importante para la deducción cognitiva.

La Doctora Leonor Camargo (2010, pág. 41) en su obra doctoral cita a Healy y Hoyles (2001) reportan un estudio en el que tienen como hipótesis las explicaciones dadas por los estudiantes, derivadas de la interacción con un programa de geometría dinámica, son más fáciles de sistematizar en una demostración deductiva que aquellos productos del trabajo con figuras hechas en papel.

Dentro de las actividades de observación se encontró que los estudiantes se ven más animados por el uso de la tecnología frente a otros métodos de enseñanza. Esto también lo corrobora Hermosa del Vasto (2015, pág. 10) “La utilización de las TIC permite que la educación se transforme de manera positiva para los centros escolares, profesores, alumnos y padres.”.

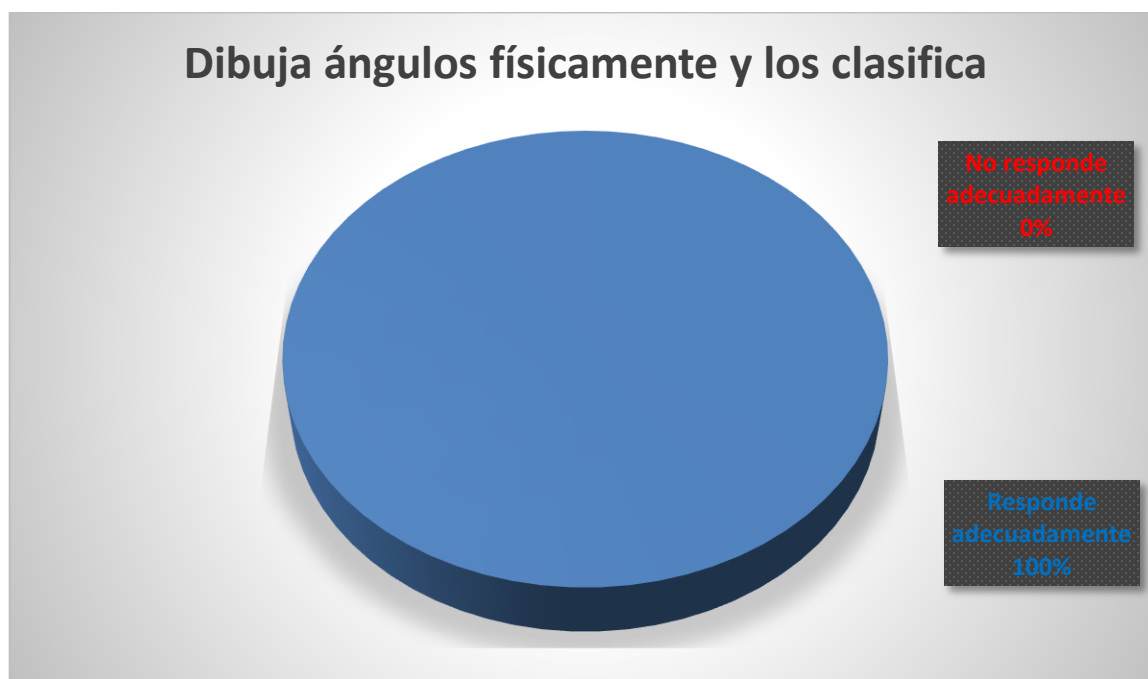
Además de motivar al estudiante, este se familiariza con elementos útiles para su vida. Este punto del cuestionario enfatiza las habilidades espaciales y métricas, así como también habilidades comparativas y de ejercicios de algoritmos.

Tabla 9 Formular y Resolver Problemas – Dibujar y Clasificar ángulos

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	Formular y Resolver Problemas
INDICADOR	Dibuja ángulos físicamente y los clasifica
ESTUDIANTE 1	En la imagen se aprecia como los estudiantes, efectúan ángulos físicamente utilizando herramientas de medición como el transportador.
ESTUDIANTE 2	En la imagen se aprecia como los estudiantes, efectúan ángulos físicamente utilizando herramientas de medición como el transportador.
ESTUDIANTE 3	En la imagen se aprecia como los estudiantes, efectúan ángulos físicamente utilizando herramientas de medición como el transportador.
ESTUDIANTE 4	En la imagen se aprecia como los estudiantes, efectúan ángulos físicamente utilizando herramientas de medición como el transportador.

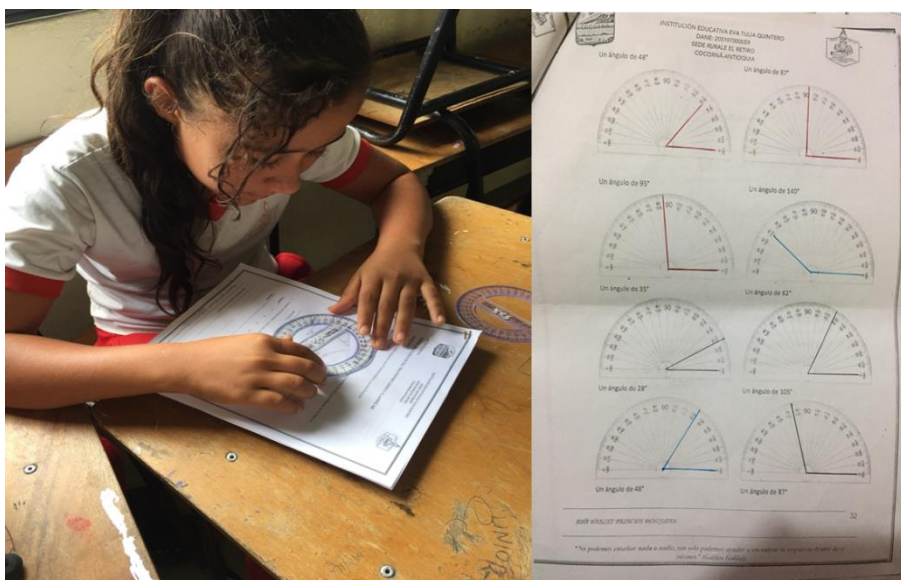
Fuente: Autora de la investigación

Ilustración 25



Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

Ilustración 26 Fotografía de una estudiante haciendo uso del transportador



ANÁLISIS

Dentro de la subcategoría de formulación y resolución de problemas los educandos reciben un proceso de aprestamiento en el uso del transportador, lo que complementa el uso del computador. Esto le imparte aptitudes interpretativas y lo aproxima a herramientas tradicionales de medición. (Barrantes López, Balletbo Fernández, & Fernández Leno, 2014) Afirman; podemos observar que ésta (La Geometría) se caracterizaba por una fuerte tendencia a la memorización de conceptos y propiedades. El transportador es una de las herramientas básicas para la medición manual de ángulos.

El uso de herramientas físicas le da motivación al estudiante, ya que le permite pasar del conocimiento teórico al práctico y le permite interpretar y aplicar conceptos para soluciones tangibles.

Al respecto de la Geometría y su directa relación con el pensamiento lógico y matemático, el uso de este tipo de herramientas potencializa el pensamiento físico, es decir la interpretación de conceptos en aplicaciones de la vida real, para la interpretación del entorno. Esta funcionalidad sensorial le otorga al estudiante la posibilidad de argumentar con base en su aplicación tangible del concepto, esto a nivel deductivo, le permite contextualizar de una mejor manera el conocimiento y de esta manera recordará con efectividad la experiencia.

El MEN expresa que uno de los aportes significativos de la geometría es la interpretación de la topología; “una ciencia abstracta del espacio (llamada “topología” por la palabra griega para el espacio o el lugar, “topos”)” (Ministerio de Educación Nacional, 2006, pág. 57) donde el pensamiento métrico complementa el numérico y espacial. De ahí la importancia de enseñar al estudiante el uso de las herramientas básicas cómo el transportador.

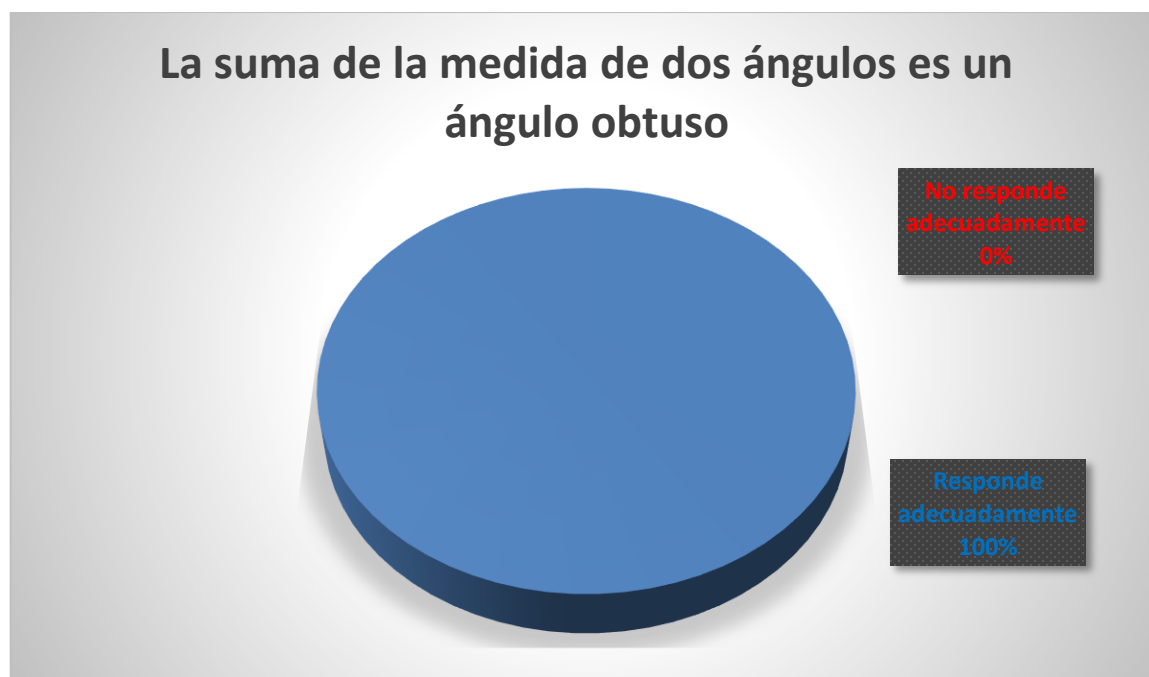
En esta parte del proceso los estudiantes demostraron sus capacidades de modelamiento, también el uso del transportador, en donde interpretan variables métricas y se complementa con el ejercicio del procedimiento. En resumen la habilidad transversal del desarrollo del sistema se basa en el razonamiento matemático.

Tabla 10 Razonamiento – Suma, medidas y definir qué clase de ángulo es.

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	Razonamiento
INDICADOR	La suma de la medida de dos ángulos agudos es un ángulo obtuso
ESTUDIANTE 1	No siempre porque hay ángulos agudos que miden 15 grados y otros que miden 40 grados y al sumarlos no me dan ángulo obtuso.
ESTUDIANTE 2	Si porque al sumar $80+80$ que son ángulos agudos da como resultado 140 grados que es un ángulo obtuso.
ESTUDIANTE 3	Es verdadero porque si tengo un ángulo de 40 grados y otro de 80 al sumarlo me da 120 grados que es obtuso
ESTUDIANTE 4	Para algunos casos es verdaderos en otros es falso por ejemplo los ángulo de $45 + 45$ son agudo y la suma da un ángulo recto y la suma de los ángulos de $85+45$ y es obtuso

Fuente: Autora de la investigación

Ilustración 27



Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

ANÁLISIS

Las conclusiones de los estudiantes demuestran que la Evaluación formativa según (Díaz Barriga & Hernández Rójas, 1998) definida como; la manera en que “interesa cómo está ocurriendo el progreso de la construcción de las representaciones logradas por los alumnos” en otras palabras aquí se regula el proceso de enseñanza – aprendizaje, se supervisa que el estudiante aplique el conocimiento y pueda demostrar el concepto. También se nota la diversidad en las respuestas y se analiza el carácter deductivo de cada uno de los educandos. Estas variables de evaluación se complejizan cuando los grupos de estudiantes son más numerosos y el análisis de los resultados se hace dificultoso.

Las tres regulaciones de la educación formativa; Interactiva, retroactiva y proactiva (Díaz Barriga & Hernández Rójas, 1998, pág. 407) en donde la primera surge del proceso de instrucción, la segunda en la programación de actividades y la tercera en la práctica de instrucciones futuras se relaciona con los lineamientos de aplicación del uso de GeoGebra, ya que el proceso de acompañamiento facilita la instrucción y la observación de los resultados. Como en este ejemplo se puede notar que dos de los estudiantes aciertan, mientras que dos de ellos no. Esto ofrece al docente la posibilidad de hacer las orientaciones y correcciones pertinentes para que el estudiante reevalúe sus propias aplicaciones, reflexione y corrija los cimientos conceptuales a implementar.

Estos tres tipos de regulaciones complementan el proceso, si alguno es insuficiente, el otro le complementa para lograr el objetivo de aprendizaje. Otra apreciación acerca de la utilidad didáctica de GeoGebra lo manifiestan (Barrantes López, Balletbo Fernández, & Fernández Leno, 2014, pág. 8) “Actualmente es imprescindible trabajar en el aula con un programa libre como GeoGebra o comercializado como Cabri y sus distintas ampliaciones”. A su vez es notorio cómo ciertos aspectos del aprendizaje se relacionan con la didáctica, nuevamente Barrantes y demás citando a Laranzo y Fortuny concluyen;

Utilizando GeoGebra, Laranzo y Fortuny (2009) analizan parte de una investigación sobre la interpretación del comportamiento de los estudiantes de Bachillerato en la resolución de problemas de geometría plana, mediante el análisis de la relación entre el uso de GeoGebra.

Este punto demostró que los estudiantes son capaces de resolver problemas y de formular conclusiones con sus propias palabras. Al comparar los ángulos también comparan variables y deben revisar el procedimiento que están ejecutando.

Tabla 11 Razonamiento – Sumar medidas de ángulos

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	Razonamiento
INDICADOR	La suma de la medida de un ángulo recto y un agudo es obtuso
ESTUDIANTE 1	Si es verdadero porque si tenemos el ángulo 90 grado y uno 47 grado al sumarlo da 137 grado que es obtuso.
ESTUDIANTE 2	No siempre porque la suma de los ángulos rectos $90+90$ da como resultado un ángulo de 180 grado llano.
ESTUDIANTE 3	Si es verdad, porque los ángulos obtusos son mayores de 90 y si lo sumamos con un ángulo agudo entonces nos da mayor de 90 grados.
ESTUDIANTE 4	si, siempre porque si tengo 90 grados y lo sumo con 20 grado me da 110 grados que es un ángulo obtuso

Fuente: Autora de la investigación

Ilustración 28



Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

ANÁLISIS

En este punto del taller se analiza la correlación de dos variables para la obtención de un resultado. Tres respuestas fueron afirmativas, una negativa. El carácter analítico y deductivo, y el uso de la visualización gráfica, permite que el estudiante corrobore los conceptos. Otros elementos que se pueden tener en cuenta para la impartición del conocimiento, y que son aspectos relevantes no registrables en el método tradicional se relacionan con que Laranzo y Fortuny observaron en su investigación con los estudiantes;

a) sus estrategias heurísticas (se remiten a propiedades geométricas, se basan en el uso de herramientas algebraicas y de medida, hacen uso de ambas, estrategias de resolución, etc.); b) la influencia de GeoGebra (visualización, conceptos geométricos, superación de obstáculos); c) sus características cognitivas (información proporcionada por el profesor y por la experimentación); y d) los obstáculos encontrados en ambos medios (conceptuales, algebraicos, de visualización, técnicos, etc.) (Iranzo & Fortuny, 2009, pág. 437)

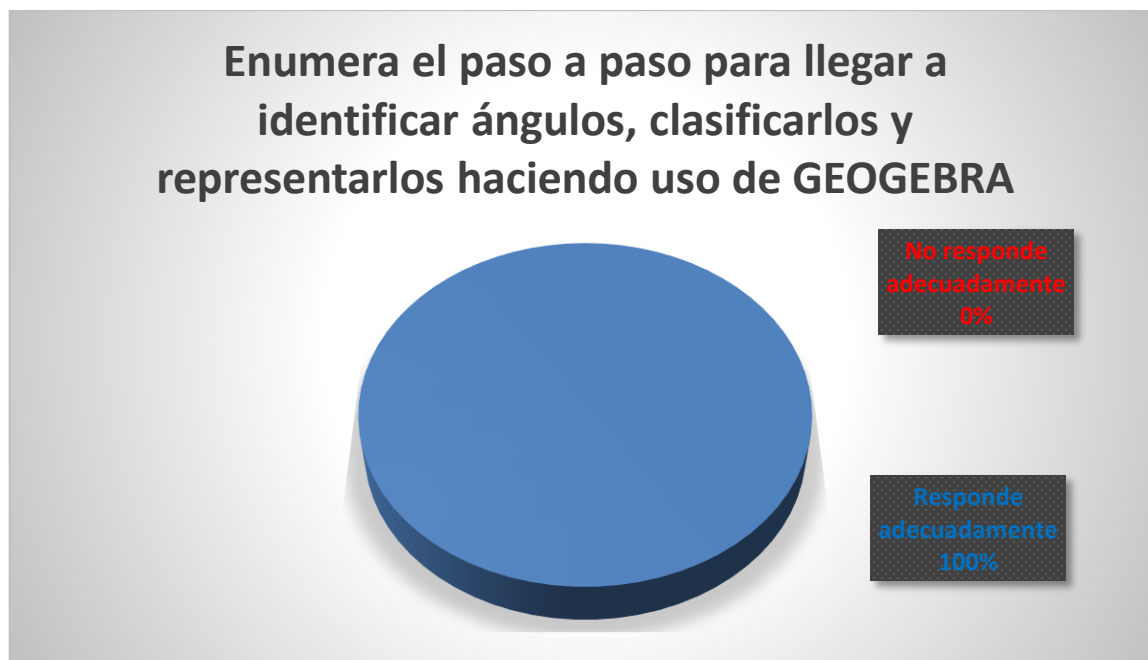
Lo anterior explica las respuestas de los estudiantes mediante las cuales su conocimiento es puesto a consideración y se hacen los ajustes a que haya lugar. Al considerar las posibles desviaciones se generan aspectos del aprendizaje autónomo, en donde el estudiante reflexiona acerca de su análisis, nota sus errores y, revisa el concepto, vuelve y analiza y aplica correctamente el uso e interpretación del concepto. En este punto uno de los estudiantes (E2) no completo adecuadamente la pregunta, lo que indica que en algunos casos es necesario revisar el procedimiento e incluso la interpretación del estudiante acerca de la pregunta.

Tabla 12 Auto-regulación - Enumerar pasos para el uso de GeoGebra

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	Autoregulación
INDICADOR	Enumera el paso a paso para llegar a identificar ángulos, clasificarlos y representarlos haciendo uso de GeoGebra
ESTUDIANTE 1	primero abrí el programa de GeoGebra y grafiqué muchos ángulos luego con la herramienta de ángulos de GeoGebra los medí para poder clasificarlos, en agudos, llanos, obtusos, cóncavo, convexo.
ESTUDIANTE 2	Para yo clasificarlos primero me metí a GeoGebra, después hice clic en herramienta ángulos, grafique varios ángulos y según su abertura determine la clase de ángulo que era, algunos eran obtusos, llanos, agudos, cóncavo, convexo..
ESTUDIANTE 3	Abrí el programa GeoGebra y estando allí grafique varios ángulos, para luego medirlos con el medidor de ángulos del programa y los clasifique, luego tome unos payasos a los ángulos y les coloqué los nombres según su abertura, algunos eran; agudos, llanos, obtusos, cóncavo, convexo.
ESTUDIANTE 4	Primero la profesora nos explicó a graficar ángulos y como medirlos, luego fui a GeoGebra hice clic en herramientas para graficar varios ángulos, luego grafiqué, los medí con el medidor de ángulos de GeoGebra para saber su tamaño y hubo (agudos, obtusos, llanos, rectos cóncavos, convexo).

Fuente: Autora de la investigación

Ilustración 29



Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

ANÁLISIS

Los aspectos metodológicos del uso de GeoGebra también incentivan el proceso, ya que las condiciones variables están antecedidas por los pasos tales como la inserción de los valores numéricos, el análisis gráfico, el análisis métrico, etc. LA autorregulación juega un papel fundamental dentro del proceso analítico, ya que le brinda la oportunidad al estudiante de tomar decisiones con respecto a las aplicaciones del conocimiento. Así mismo le da discreción para la selección de ciertos datos, y todo esto es el resultado de un proceso estratégico que se subdivide en aspectos operacionales de la praxis en los diferentes ejercicios aplicativos.

Ahora se analizará un aspecto de las inteligencias múltiples. Uno de los retos de los educadores es generar en los estudiantes la motivación correcta, para que estos disfruten del tiempo en el aula y sea para ellos un placer aprender. Al respecto René Díaz (2006, pág. 53) menciona en su experiencia en clase que sentía un faltante en su método de enseñanza. Cuenta que incluso intento contarles chistes, prepara juiciosamente los contenidos de las clases, pero no sentía una conexión directa con ellos. “Algo faltaba” menciona. En este

punto intento culpar a otros, incluso a la sociedad por esa divergencia, pero lo que hizo fue tomar ciertos riesgos para encontrar respuestas.

Díaz (2006) reflexionó acerca de sus antecedentes de aprendizaje y notó que seguía el mismo patrón de su proceso de aprendizaje y lo impartía a sus educandos. “Enseñamos como nos enseñaron, calificamos como nos calificaron”. A través de un estudio que realizó en Glendale Community College durante dos años experimentó con una variedad de estudiantes, recogió, analizó y evaluó los datos y de allí empezó a descubrir otras posiciones acerca de las inteligencias múltiples.

A pesar de que nuestro enfoque en la impartición de las teorías de la geometría se basa en la inteligencia lógica matemática, esta se relaciona con las demás inteligencias porque los aspectos de cada paso y en particular de la autorregulación también lo dota para la interpretación de su entorno natural, a través de la visualización y la comprensión espacial. También debe expresar lo que piensa, y es donde aparece la inteligencia lingüística y verbal, la que está antecedida por la interpersonal. También los resultados, positivos o negativos influenciarán en su inteligencia intrapersonal. De ahí la importancia del seguimiento, ya que el docente en el acompañamiento potencializará la relación de estas inteligencias.

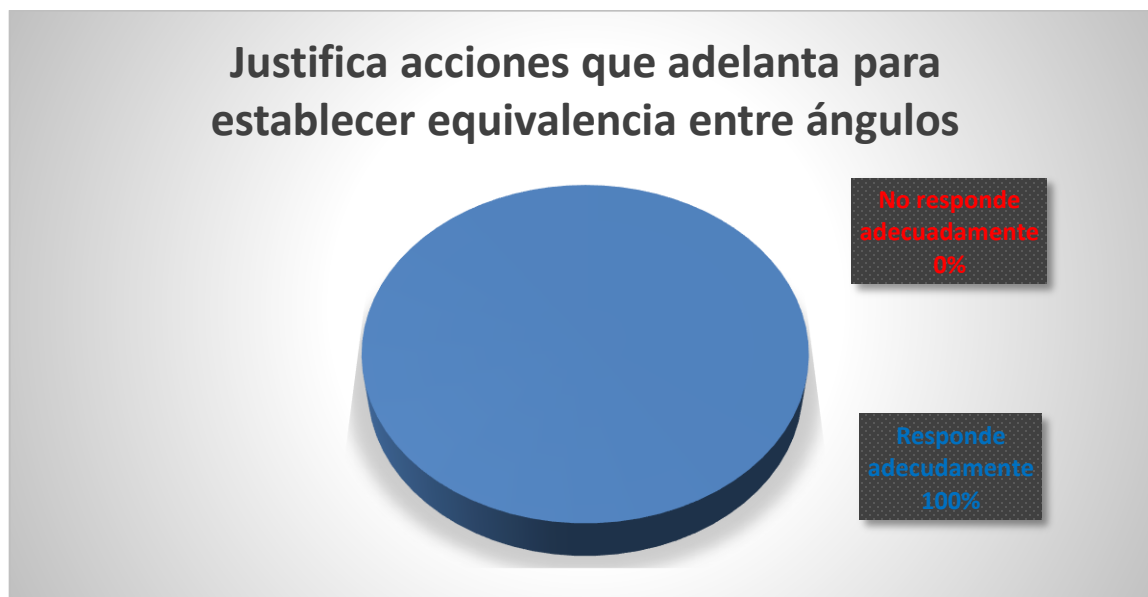
La intención de este punto es corroborar la habilidad de aplicación del proceso y también ejercitar el procedimiento, tanto matemático como del aplicativo.

Tabla 13 Autorregulación – Equivalencia de Ángulos

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	Autoregulación
INDICADOR	Justifica las acciones que adelanta para establecer equivalencia entre ángulos
ESTUDIANTE 1	Para saber si dos ángulos son iguales necesitamos saber la amplitud que tiene el ángulo, para eso debemos tomar las medidas con un transportador, hay nos daremos cuenta que clase de ángulo es.
ESTUDIANTE 2	Para saber que si dos ángulos son iguales debemos medirlos con el transportador y luego escribir su nombre según corresponda a su medida.
ESTUDIANTE 3	Dos ángulos son iguales si tienen la misma amplitud, pero para saber si son exactamente iguales los debo medir con el transportador.
ESTUDIANTE 4	Para saber que dos ángulos son iguales debo medir con un transportador o con el programa de GeoGebra también los puedo medir o según su amplitud calculo más o menos la medida del ángulo.

Fuente: Autora de la investigación

Ilustración 30



Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

ANÁLISIS

Conexión, es una de las cualidades racionales que le permiten al estudiante analizar, abstraer y concluir. ¿Que se conecta? El concepto, su aplicación y la obtención de un resultado. En este caso los relacionado con la equivalencia de los ángulos. Los cuatro estudiantes argumentan verdades conjuntas; el primero alude proceso, amplitud, medición y comparación. El segundo enfatiza la nomenclatura y por su parte, el tercero valida la información del primero y el segundo. El cuarto añade la funcionalidad de medición de GeoGebra. Por lo anterior se concluye que los resultados son positivos.

(Fiallo, Camargo , & Gutierrez, 2013) A través de su investigación Acerca de la enseñanza y el aprendizaje de la demostración en matemáticas enfatiza en las capacidades que el estudiante debe tener para la demostración matemática;

“reconocer el razonamiento y la demostración como aspectos fundamentales de las matemáticas; formular e investigar conjeturas matemáticas; desarrollar y evaluar argumentos matemáticos y demostraciones; elegir y utilizar varios tipos de razonamiento y métodos de demostración” (Fiallo, Camargo , & Gutierrez, 2013).

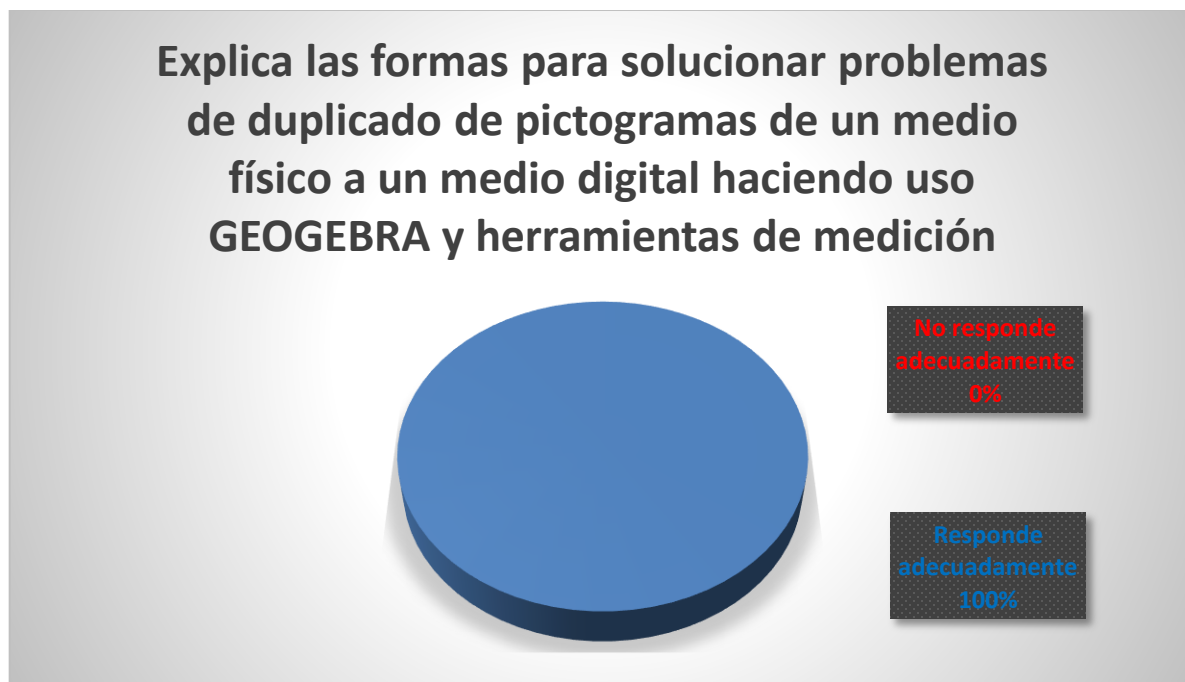
En esta pregunta se puede analizar el proceso que los estudiantes demuestran su comprensión y aceptabilidad de las verdades matemáticas. También se pudo constatar que corrobora y justifica sus respuestas, lo cual es el resultado de analizar, deducir, argumentar y reflexionar. Es comparable con un ciclo, donde se parte de la observación, se compara con el concepto, se implementa el proceso, se analiza el resultado y se obtiene la respuesta. Este punto comprende los cinco pensamientos generales matemáticos con énfasis en el espacial.

Tabla 14 Proceso Cognitivo Básico – Uso de GeoGebra para explicación de Problemas

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	proceso cognitivo básico
INDICADOR	Explica las formas para solucionar problemas de duplicado de pictogramas de un medio físico a un medio digital haciendo uso de GeoGebra y herramientas de medición.
ESTUDIANTE 1	Primero me metí a GeoGebra y luego fui a la barra de menú y seleccione la herramienta polígono con la cual dibuje el pictograma y luego fui a vista gráfica y lo dibuje después de estar dibujado volví a la barra de menú y seleccione la herramienta ángulo con las que pude saber las medidas de los ángulos del pictograma, también medí los ángulos del pictograma de la hoja con un transportador, ya sabiendo estas medidas, me metí en GeoGebra otra vez y modifique las medidas de los ángulos del pictograma, fui a la barra de menú y seleccione la herramienta, elegí y mueve con la cual moví los puntos del pictograma asta hallar las mismas medidas de los ángulos de este pictograma a las medidas de los ángulos del pictograma de la hoja.
ESTUDIANTE 2	Primero me dio un taller con un pictograma para hacerlo en el programa de GeoGebra, primero calcule las medidas del pictograma con una regla y luego hice el pictograma en GeoGebra con las mismas medidas, realice y clasifique los ángulos que en él se encontraba y le di color a mi trabajo.
ESTUDIANTE 3	Primero me dio un taller con un pictograma, para hacerlo en el computador en el programa de GeoGebra comencé haciendo el pictograma viendo medidas, luego hice el pictograma con las medidas exactas que tenía el taller, graficamos los ángulos internos y externo que tenía el pictograma
ESTUDIANTE 4	Lo primero que hice fue abrir GeoGebra y graficar el pictograma casi igual que el que tenía en la hoja, después que grafique el pictograma calcule todos los ángulos que tenía el pictograma, luego le dimos color a los ángulos

Fuente: Autora de la investigación

Ilustración 31



Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

ANÁLISIS

E1 hizo un detallado recuento del proceso, se resalta el hecho del manejo del concepto de pictograma, demuestra un manejo claro del proceso de construcción gráfica. Atiende la instrucción con precisión E2 manifiesta hacer un proceso manual inicial con el uso de la regla, luego procede a ejecutar la operación en el programa, clasifica los ángulos, y aplica los colores. E3 describe un proceso similar a E2, pero simplifica la respuesta. E4, por su parte, también es muy sintético, pero describe los pasos requerido para el desarrollo del taller.

Se parte desde la instrucción básica para desarrollar el taller y aplicarlo al programa. La relación directa de esta aplicación con los lineamientos básicos curriculares se refiere al pensamiento espacial, la representación de objetos, en este caso bidimensionales, la resolución de problemas usando modelos geométricos, cualidades de ubicación de objetos

en planos cartesianos y su interpretación de ángulos, medida y duplicación de elementos. En cuanto al pensamiento numérico, los estudiantes aplicaron la variación de medidas, los cambios posicionales, pertinencia de los cálculos, discriminación a través de colores, relaciones numéricas de simetría y transición.

El MEN (Ministerio de Educación Nacional, 2006, pág. 84) los especifica y también plantea tres pensamientos que se aplican en este ejercicio (2006, pág. 79) pensamiento numérico, el geométrico y el aleatorio.

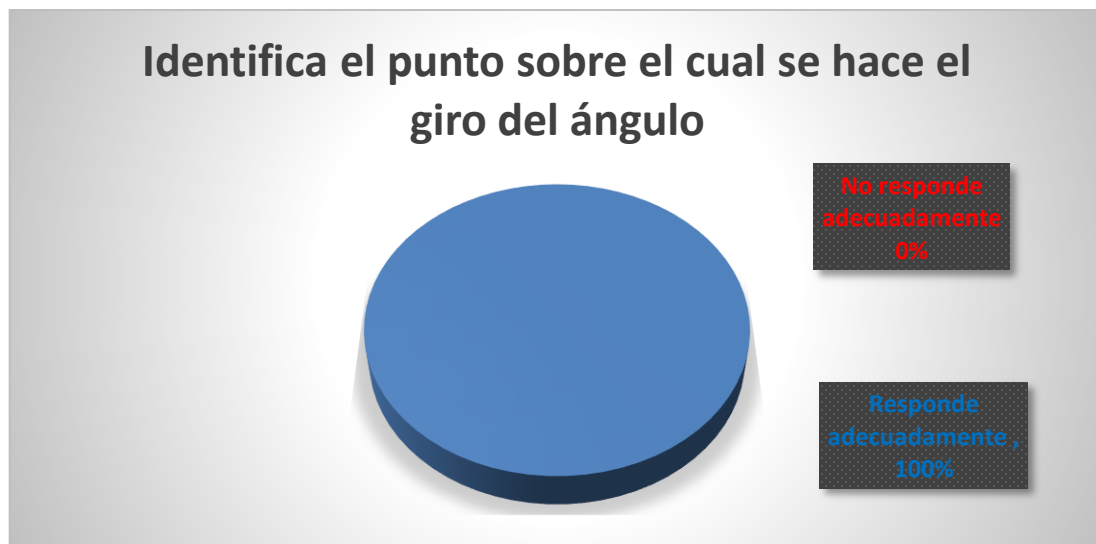
En este punto se desarrollan los 5 pensamientos con énfasis en el métrico y con el proceso comunicacional, donde se interrelacionan las variables físicas con las virtuales. El proceso de abstracción es significativo y los 4 estudiantes demuestran satisfactoriamente el manejo del concepto de ángulo.

Tabla 15 Comunicación – Identificación de Variables de giro de ángulos

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	Comunicación
INDICADOR	Identifica el punto sobre el cual se hace el giro del ángulo
ESTUDIANTE 1	El poste porque es el punto sobre el cual se gira y ese punto fue dónde amarraron las cuerdas
ESTUDIANTE 2	El punto sobre el cual se giro fue el palo o poste
ESTUDIANTE 3	El punto sobre el cual se giro es el palo, ya que es el punto de origen de las dos semirrectas
ESTUDIANTE 4	El punto dónde estaba amarrada la cuerda

Fuente: Autora de la investigación

Ilustración 32



Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

ANÁLISIS

En este punto del taller, se puede analizar un aspecto del aprendizaje significativo, a través de las ilustraciones. Se estimula al estudiante para que pueda imaginar una acción abstracta, y pragmatizar un concepto. En términos de (Díaz Barriga & Hernández Rójas, 1998) la ilustración facilita la codificación visual de la información. Aunque es uno de los aspectos de las estrategias de enseñanza donde el proceso sucede en antes (pre instruccionales), durante (construccionales) o después (pos instruccionales) de un contenido curricular específico, lo que activa el conocimiento y la experiencia generando un punto focal. En términos de Neurociencia se hace apertura del proceso sináptico y por medio de la repetición se genera la ruta consiente del constructo del pensamiento.

Habilidades como la observación y la clasificación de ideas son necesarias para el aprestamiento espacial. Otro aspecto que se resalta es el hecho que al implementar el uso de tecnología se cambia el proceso tradicional que describe (Gamboa Araya & Ballesteros Alfaro, 2010) “el sistema tradicional de enseñanza, donde docentes presentan la teoría, desarrollan ejemplos y aportan los ejercicios que deben ser resueltos por estudiantes” aunque estos tres aspectos son reiterativos en el taller el valor agregado se refiere a la aplicación de actividades físicas pero a través del software el estudiante puede ver los cambios de variable en tiempo real, lo que le permite apreciar y cotejar variables.

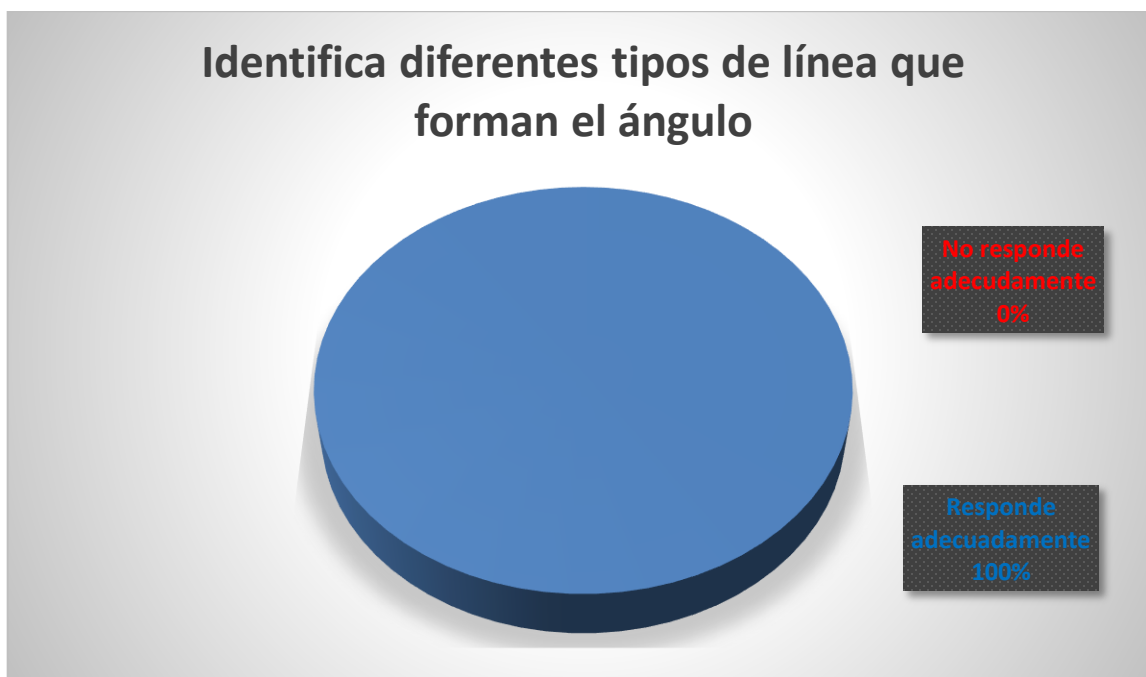
Con respecto a las inteligencias generales matemáticas se enfatiza la correlación con fenómenos reales, donde el pensamiento espacial es puesto a prueba, así mismo como el espacial y variacional. Los 4 estudiantes demostraron en este punto un uso adecuado del concepto.

Tabla 16 Comunicación Identificación de tipos de Línea que identifican el Ángulo

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	Comunicación
INDICADOR	Identifica diferentes tipos de línea que forman el ángulo.
ESTUDIANTE 1	si, son líneas rectas, paralelas.
ESTUDIANTE 2	si, líneas paralelas porque no se cortan.
ESTUDIANTE 3	Líneas paralelas y rectas
ESTUDIANTE 4	Si, líneas paralelas porque no se cortan en ninguna parte.

Fuente: Autora de la investigación

Ilustración 33



Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

ANÁLISIS

Esta sección analiza la comunicación desde una formulación simple. Los estudiantes describen los tipos de línea que forman un ángulo. (Gamboa Araya & Ballesterio Alfaro, 2010) Destacan que la geometría contribuye al desarrollo de habilidades para visualizar, pensar críticamente, intuir, resolver problemas, conjeturar, razonar deductivamente y argumentar de manera lógica en procesos de prueba o demostración. Y al respecto de la reflexión acerca de las estrategias de enseñanza (Gamboa Araya & Ballesterio Alfaro, 2010) afirman que:

“Para realizar ese cambio efectivo que permita un mayor aprendizaje es necesario tener una visión general del contexto actual de la enseñanza y aprendizaje de la geometría, lo cual permitirá tomar acciones tendientes a mejorar y corregir los posibles errores”.

Con la aplicación tecnológica se transforma la visión de tradicional de “Receta” (Gamboa Araya & Ballesterio Alfaro, 2010, pág. 139) de la geometría y se da paso a una visión útil para el entendimiento del entorno en términos algebraicos y de interpretación de elementos con los que el estudiante se relaciona en su vida cotidiana.

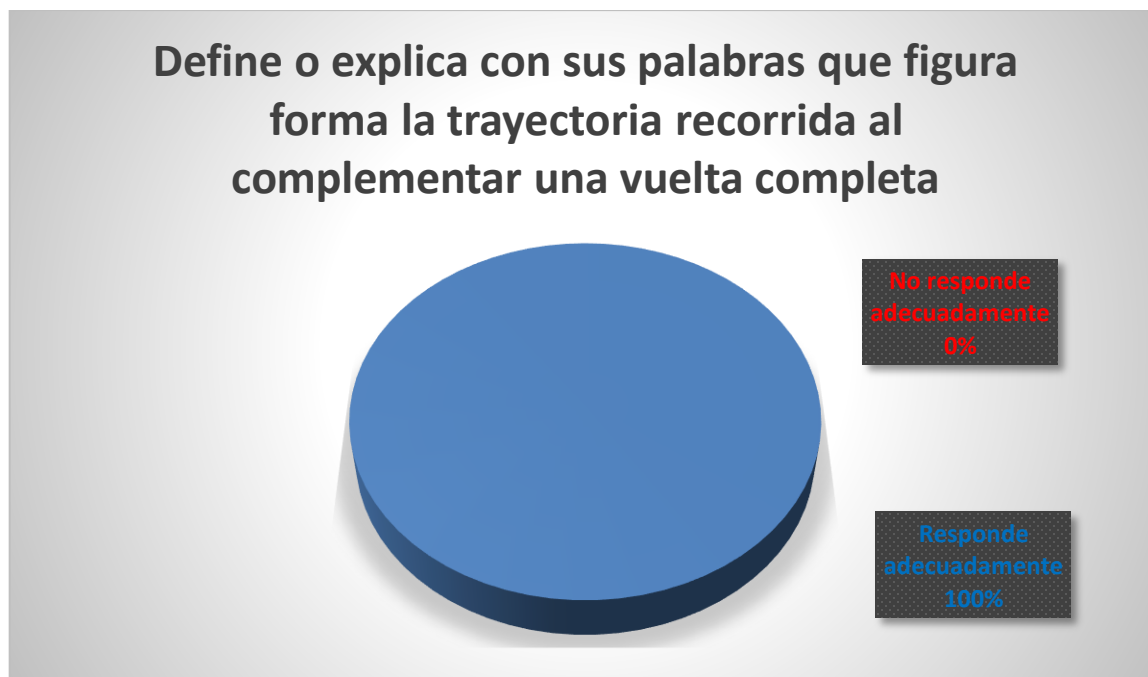
El objetivo de este punto del taller consistió en verificar aptitudes de observación, donde el pensamiento métrico es el indicado para la identificación de la respuesta correcta. Los 4 estudiantes demostraron adecuadamente el dominio del concepto.

Tabla 17 Comunicación Definición de trayectorias

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	Comunicación
INDICADOR	Define o explica con sus palabras que figura forma la trayectoria recorrida al complementar una vuelta completa
ESTUDIANTE 1	Un círculo porque al dar la vuelta completa, lo hace como las manecillas del reloj al dar todas las horas forma una circunferencia
ESTUDIANTE 2	La trayectoria formó un círculo porque al dar toda la vuelta hace el círculo
ESTUDIANTE 3	una circunferencia o círculo porque da la vuelta completa
ESTUDIANTE 4	En la trayectoria recorrida por el estudiante al completar la vuelta se forma un círculo.

Fuente: Autora de la investigación

Ilustración 34



Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

ANÁLISIS

Los estudiantes llevan a otro nivel su nivel interpretativo. Nota que con actividades motrices y con su propio cuerpo puede hacer aplicaciones geométricas. Lo anterior también lo faculta para superar dificultades y le permite hacer comparaciones teórico prácticas. Se reitera la intención contextual, en donde aspectos clave de la comunicación le permiten expresar sus ideas y llegar a las conclusiones.

(Londoño Martínez & Calvache López, 2010) presentan un concepto de lo que la comunicación hace cuando una estrategia docente está bien planeada y ejecutada;

La gestión con calidad y calidez de la enseñanza y del aprendizaje se garantiza cuando el maestro, dadas las condiciones científico-técnicas del conocimiento, implementa alternativas metodológicas innovadoras, estrategias de enseñanza pertinentes y rentables, estrategias dinámicas y colaborativas de enseñanza para cualificar su quehacer y así asegurar la calidad en la educación y la formación integral de la persona. (Londoño Martínez & Calvache López, 2010, pág. 11)

Desde la práctica docente se elige la innovación a través de GeoGebra con el propósito de que el estudiante amplíe su percepción y su proceso sea más amigable, atractivo y fácil.

El pensamiento principal en este punto es el espacial, los 4 estudiantes demostraron dominio del concepto y las respuestas fueron homogéneas.

Tabla 18 Formular y Resolver Problemas

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	Formular y Resolver Problemas
INDICADOR	Representa gráficamente secuencias de giros físicos.
ESTUDIANTE 1	En la imagen se aprecia como los estudiantes, representan mediante gráficos los giros que personificaron con su cuerpo haciendo las veces de las manecillas del reloj y a su vez representando diferentes horas.
ESTUDIANTE 2	En la imagen se aprecia como los estudiantes, representan mediante gráficos los giros que personificaron con su cuerpo haciendo las veces de las manecillas del reloj y a su vez representando diferentes horas.
ESTUDIANTE 3	En la imagen se aprecia como los estudiantes, representan mediante gráficos los giros que personificaron con su cuerpo haciendo las veces de las manecillas del reloj y a su vez representando diferentes horas.
ESTUDIANTE 4	En la imagen se aprecia como los estudiantes, representan mediante gráficos los giros que personificaron con su cuerpo haciendo las veces de las manecillas del reloj y a su vez representando diferentes horas.

Fuente: Autora del Proyecto

Representaciones gráficas de giros

Ilustración 35



Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

Ilustración 36

INSTRUCIÓN EDUCATIVA PARA EL ALUMNO
Código: 200-100-000000
Nivel: Primaria
Ciclo: Segundo
Carrera: Educación Física

La actividad se realizará en grupos de tres personas. Dos hacen el ejercicio en el piso y la tercera representa con flechas el movimiento pedido. Se deben turnar para hacer la figura, el movimiento y el cambio.

Horario	Figura	Horario	Figura
3:00		5:30	
12:30		3:30	
5:15		11:00	
9:00		12:20	
8:00		6:30	
9:15		12:00	

¿En qué se diferencian y asemejan las anteriores figuras además de representar diferentes horas?

SEMEJANZAS	DIFERENCIAS
Las figuras dibujadas tienen la misma amplitud. Explica la respuesta. Dibuja diferentes horas cuya representación tengan la misma amplitud. (al menos dos ejemplos diferentes)	

¿Qué hora?

¿Representación?

21

"No podemos enseñar nada a nadie, nos sólo podemos ayudar a encontrar la respuesta dentro de sí mismos." (Proverbio hindú)

ANÁLISIS

En este apartado del taller se les pidió a los estudiantes que usaran su propio cuerpo para representar las manecillas del reloj. Durante la ejecución de esta actividad se presentó un ambiente de juego y alegría. Esto hace que el aprendizaje sea una experiencia grata, y genera aspectos interpersonales, de colaboración y reflexión conjunta. Sacar a los

estudiantes de la rutina de clase les permite acceder a otras dimensiones de la aplicabilidad de los conocimientos.

Los lineamientos básicos del MEN describen este aspecto; Las nuevas expectativas sociales exigían que el sistema educativo fuera más allá de garantizar escolaridad universal, y ofreciera a todos los estudiantes, independientemente de su procedencia, oportunidades para desarrollar las habilidades y valores necesarios para vivir, convivir, ser productivo y seguir aprendiendo a lo largo de la vida (Ministerio de Educación Nacional, 2006, pág. 8).

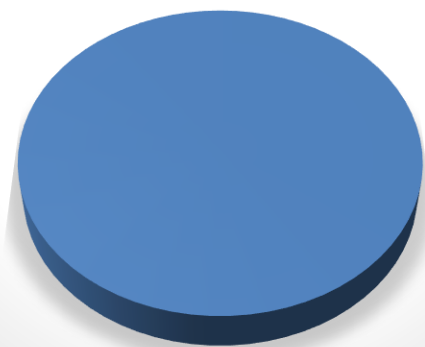
Este apartado enfatiza el pensamiento espacial. También le permite comparar y ejercitar el procedimiento. Los 4 estudiantes demostraron un uso adecuado del concepto y la abstracción espacial. También alienta otras habilidades como el dibujo a mano alzada.

Tabla 19 Proceso Cognitivo - Solución de problemas, uso de medios físicos y digitales

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	proceso cognitivo básico
INDICADOR	Explica las formas para solucionar problemas de duplicado de pictogramas de un medio físico a un medio digital haciendo uso de GeoGebra y herramientas de medición.
ESTUDIANTE 1	Primero me metí a GeoGebra y luego fui a la barra de menú y seleccione la herramienta polígono con la cual dibuje el pictograma y luego fui a vista gráfica y lo dibuje después de estar dibujado volví a la barra de menú y seleccione la herramienta ángulo con las que pude saber las medidas de los ángulos del pictograma, también medí los ángulos del pictograma de la hoja con un transportador, ya sabiendo estas medidas, me metí en GeoGebra otra vez y modifique las medidas de los ángulos del pictograma, fui a la barra de menú y seleccione la herramienta, elegí y mueve con la cual moví los puntos del pictograma asta hallar las mismas medidas de los ángulos de este pictograma a las medidas de los ángulos del pictograma de la hoja.
ESTUDIANTE 2	Primero me dio un taller con un pictograma para hacerlo en el programa de GeoGebra, primero calcule las medidas del pictograma con una regla y luego hice el pictograma en GeoGebra con las mismas medidas, realice y clasifique los ángulos que en él se encontraba y le di color a mi trabajo.
ESTUDIANTE 3	Primero me dio un taller con un pictograma, para hacerlo en el computador en el programa de GeoGebra comencé haciendo el pictograma viendo medidas, luego hice el pictograma con las medidas exactas que tenía el taller, graficamos los ángulos internos y externo que tenía el pictograma
ESTUDIANTE 4	Lo primero que hice fue abrir GeoGebra y graficar el pictograma casi igual que el que tenía en la hoja, después que grafique el pictograma calcule todos los ángulos que tenía el pictograma, luego le dimos color a los ángulos

Fuente: Autora con base en los resultados de la investigación

Explica las formas para solucionar problemas de duplicado de pictogramas de un medio físico a un medio digital haciendo uso de GEOGEBRA y herramientas de medición.



NO Responde
adecuadamente
0%

Responde
adecuadamente
100%

Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

ANÁLISIS

E1 hizo un detallado recuento del proceso, se resalta el hecho del manejo del concepto de pictograma, demuestra un manejo claro del proceso de construcción gráfica. Atiende la instrucción con precisión E2 manifiesta hacer un proceso manual inicial con el uso de la regla, luego procede a ejecutar la operación en el programa, clasifica los ángulos, y aplica los colores. E3 describe un proceso similar a E2, pero simplifica la respuesta. E4, por su parte, también es muy sintético, pero describe los pasos requerido para el desarrollo del taller.

Se parte desde la instrucción básica para desarrollar el taller y aplicarlo al programa. La relación directa de esta aplicación con los lineamientos básicos curriculares se refiere al pensamiento espacial, la representación de objetos, en este caso bidimensionales, la resolución de problemas usando modelos geométricos, cualidades de ubicación de objetos en planos cartesianos y su interpretación de ángulos, medida y duplicación de elementos. En cuanto al pensamiento numérico, los estudiantes aplicaron la variación de medidas, lo cambios posicionales, pertinencia de los cálculos, discriminación a través de colores, relaciones numéricas de simetría y transición.

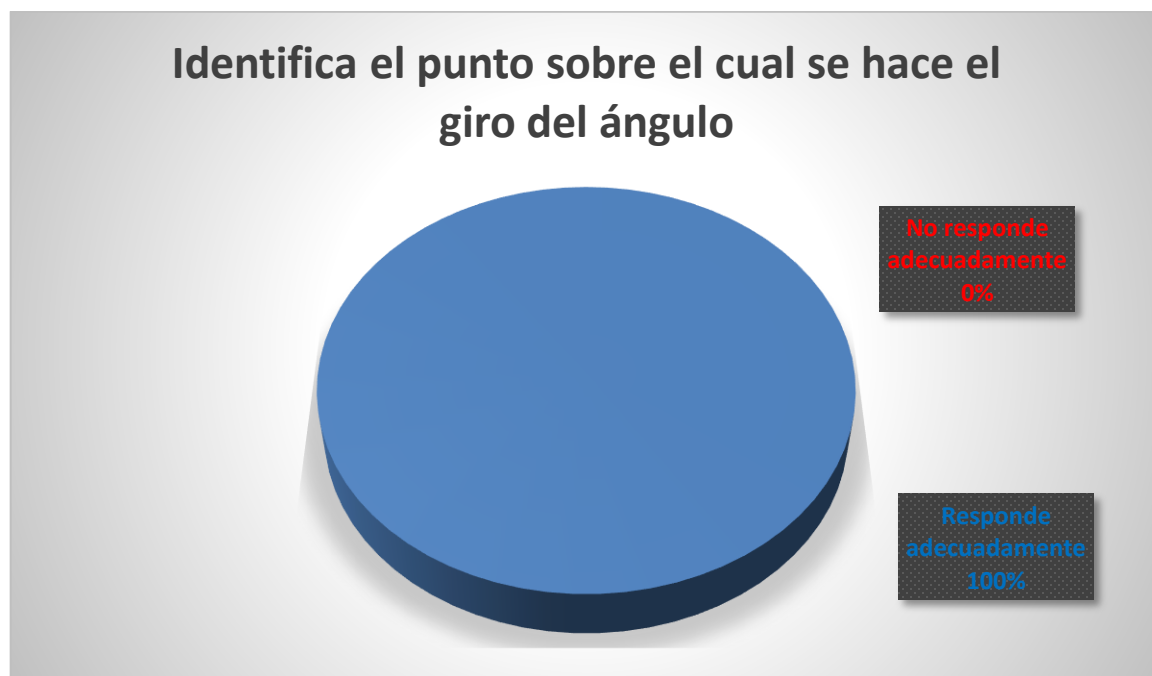
El MEN (Ministerio de Educación Nacional, 2006, pág. 84) los especifica y también plantea tres pensamientos que se aplican en este ejercicio (2006, pág. 79) pensamiento numérico, el geométrico y el aleatorio.

Tabla 20 Comunicación – Identificación de puntos de giro

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	Comunicación
INDICADOR	Identifica el punto sobre el cual se hace el giro del ángulo
ESTUDIANTE 1	El poste porque es el punto sobre el cual se gira y ese punto fue dónde amarraron las cuerdas
ESTUDIANTE 2	El punto sobre el cual se giro fue el palo o poste
ESTUDIANTE 3	El punto sobre el cual se giro es el palo, ya que es el punto de origen de las dos semirrectas
ESTUDIANTE 4	El punto dónde estaba amarrada la cuerda

Fuente: Autora de la investigación

Ilustración 38



Valoración: 100 = si, 1 = No

Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

ANÁLISIS

En este punto del taller, se puede analizar un aspecto del aprendizaje significativo, a través de las ilustraciones. Se estimula al estudiante para que pueda imaginar una acción abstracta, y pragmatizar un concepto. En términos de (Díaz Barriga & Hernández Rójas, 1998) la ilustración facilita la codificación visual de la información. Aunque es uno de los aspectos de las estrategias de enseñanza donde el proceso sucede en antes (preinstruccionales), durante (co instruccionales) o después (posinstruccionales) de un contenido curricular específico, lo que activa el conocimiento y la experiencia generando un punto focal. En términos de Neurociencia se hace apertura del proceso sináptico y por medio de la repetición se genera la ruta consiente del constructo del pensamiento.

Habilidades como la observación y la clasificación de ideas son necesarias para el aprestamiento espacial. Otro aspecto que se resalta es el hecho que al implementar el uso de tecnología se cambia el proceso tradicional que describe (Gamboa Araya & Ballesteros Alfaro, 2010) “el sistema tradicional de enseñanza, donde docentes presentan la teoría, desarrollan ejemplos y aportan los ejercicios que deben ser resueltos por estudiantes” aunque estos tres aspectos son reiterativos en el taller el valor agregado se refiere a la aplicación de actividades físicas pero a través del software el estudiante puede ver los cambios de variable en tiempo real, lo que le permite apreciar y cotejar variables.

Aquí la habilidad de razonamiento se enfatiza, debido que requiere analizar el punto de giro y la variación angular con respecto a un punto fijo. La comunicación requiere un énfasis en la aplicación de la actividad, parte de enunciar adecuadamente el cuestionamiento y busca que los estudiantes analicen las variaciones de acuerdo con la posición. Los 4 estudiantes demostraron un manejo adecuado del concepto.

Tabla 21 Comunicación – Identificación de tipos de línea.

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	Comunicación
INDICADOR	Identifica diferentes tipos de línea que forman el ángulo.
ESTUDIANTE 1	si, son líneas rectas, paralelas.
ESTUDIANTE 2	si, líneas paralelas porque no se cortan.
ESTUDIANTE 3	Líneas paralelas y rectas
ESTUDIANTE 4	Si, líneas paralelas porque no se cortan en ninguna parte.

Fuente: Autora de la investigación

Ilustración 39



Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

ANÁLISIS

Esta sección analiza la comunicación desde una formulación simple. Los estudiantes describen los tipos de línea que forman un ángulo. (Gamboa Araya & Ballesterio Alfaro, 2010) Destacan que la geometría contribuye al desarrollo de habilidades para visualizar, pensar críticamente, intuir, resolver problemas, conjeturar, razonar deductivamente y argumentar de manera lógica en procesos de prueba o demostración. Y al respecto de la reflexión acerca de las estrategias de enseñanza (Gamboa Araya & Ballesterio Alfaro, 2010) afirman que:

“Para realizar ese cambio efectivo que permita un mayor aprendizaje es necesario tener una visión general del contexto actual de la enseñanza y aprendizaje de la geometría, lo cual permitirá tomar acciones tendientes a mejorar y corregir los posibles errores”.

Con la aplicación tecnológica se transforma la visión de tradicional de “Receta” (Gamboa Araya & Ballesterio Alfaro, 2010, pág. 139) de la geometría y se da paso a una visión útil para el entendimiento del entorno en términos algebraicos y de interpretación de elementos con los que el estudiante se relaciona en su vida cotidiana.

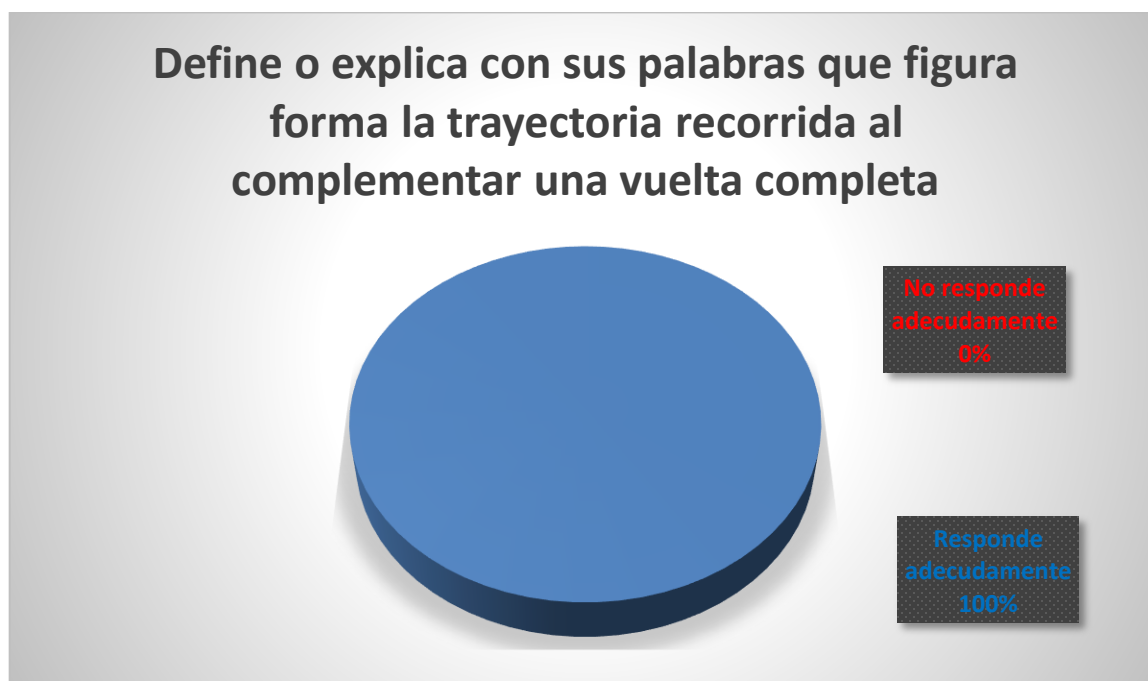
En este apartado los estudiantes demostraron sus habilidades para modelar el proceso, el razonamiento es fundamental para este punto. Los 4 estudiantes demostraron un uso adecuado del concepto.

Tabla 22 Comunicación - Explicación de trayectorias

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	Comunicación
INDICADOR	Define o explica con sus palabras que figura forma la trayectoria recorrida al complementar una vuelta completa
ESTUDIANTE 1	Un círculo porque al dar la vuelta completa, lo hace como las manecillas del reloj al dar todas las horas forma una circunferencia
ESTUDIANTE 2	La trayectoria formó un círculo porque al dar toda la vuelta hace el círculo
ESTUDIANTE 3	una circunferencia o círculo porque da la vuelta completa
ESTUDIANTE 4	En la trayectoria recorrida por el estudiante al completar la vuelta se forma un círculo.

Fuente: Autora de la investigación

Ilustración 40



Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

ANÁLISIS

Los estudiantes llevan a otro nivel su nivel interpretativo. Nota que con actividades motrices y con su propio cuerpo puede hacer aplicaciones geométricas. Lo anterior también lo faculta para superar dificultades y le permite hacer comparaciones teórico prácticas. Se reitera la intención contextual, en donde aspectos clave de la comunicación le permiten expresar sus ideas y llegar a las conclusiones.

(Londoño Martínez & Calvache López, 2010) Presentan un concepto de lo que la comunicación hace cuando una estrategia docente está bien planeada y ejecutada;

La gestión con calidad y calidez de la enseñanza y del aprendizaje se garantiza cuando el maestro, dadas las condiciones científico-técnicas del conocimiento, implementa alternativas metodológicas innovadoras, estrategias de enseñanza pertinentes y rentables, estrategias dinámicas y colaborativas de enseñanza para cualificar su quehacer y así asegurar la calidad en la educación y la formación integral de la persona. (Londoño Martínez & Calvache López, 2010, pág. 11)

Desde la práctica docente se elige la innovación a través de GeoGebra con el propósito de que el estudiante amplíe su percepción y su proceso sea más amigable, atractivo y fácil.

Este punto evalúa la forma de comunicar el resultado. Los 4 estudiantes completaron satisfactoriamente el proceso.

Tabla 23 Formular y Resolver Problemas – Representaciones gráficas de secuencias

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	Formular y Resolver Problemas
INDICADOR	Representa gráficamente secuencias de giros físicos.
ESTUDIANTE 1	En la imagen se aprecia como los estudiantes, representan mediante gráficos los giros que personificaron con su cuerpo haciendo las veces de las manecillas del reloj y a su vez representando diferentes horas.
ESTUDIANTE 2	En la imagen se aprecia como los estudiantes, representan mediante gráficos los giros que personificaron con su cuerpo haciendo las veces de las manecillas del reloj y a su vez representando diferentes horas.
ESTUDIANTE 3	En la imagen se aprecia como los estudiantes, representan mediante gráficos los giros que personificaron con su cuerpo haciendo las veces de las manecillas del reloj y a su vez representando diferentes horas.
ESTUDIANTE 4	En la imagen se aprecia como los estudiantes, representan mediante gráficos los giros que personificaron con su cuerpo haciendo las veces de las manecillas del reloj y a su vez representando diferentes horas.

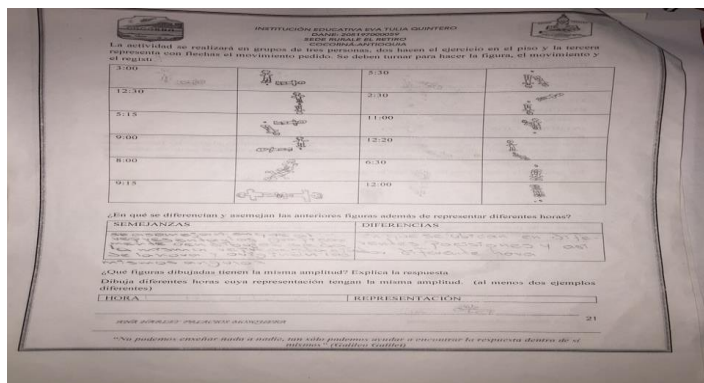
Fuente: Autora de la investigación

Ilustración 41



Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

Ilustración 42



ANÁLISIS

En este apartado del taller se les pidió a los estudiantes que usaran su propio cuerpo para representar las manecillas del reloj. Durante la ejecución de esta actividad se presentó un ambiente de juego y alegría. Esto hace que el aprendizaje sea una experiencia grata, y genera aspectos interpersonales, de colaboración y reflexión conjunta. Sacar a los estudiantes de la rutina de clase les permite acceder a otras dimensiones de la aplicabilidad de los conocimientos.

Los lineamientos básicos del MEN describen este aspecto;

Las nuevas expectativas sociales exigían que el sistema educativo fuera más allá de garantizar escolaridad universal, y ofreciera a todos los estudiantes, independientemente de su procedencia, oportunidades para desarrollar las habilidades y valores necesarios para vivir, convivir, ser productivo y seguir aprendiendo a lo largo de la vida (Ministerio de Educación Nacional, 2006, pág. 8).

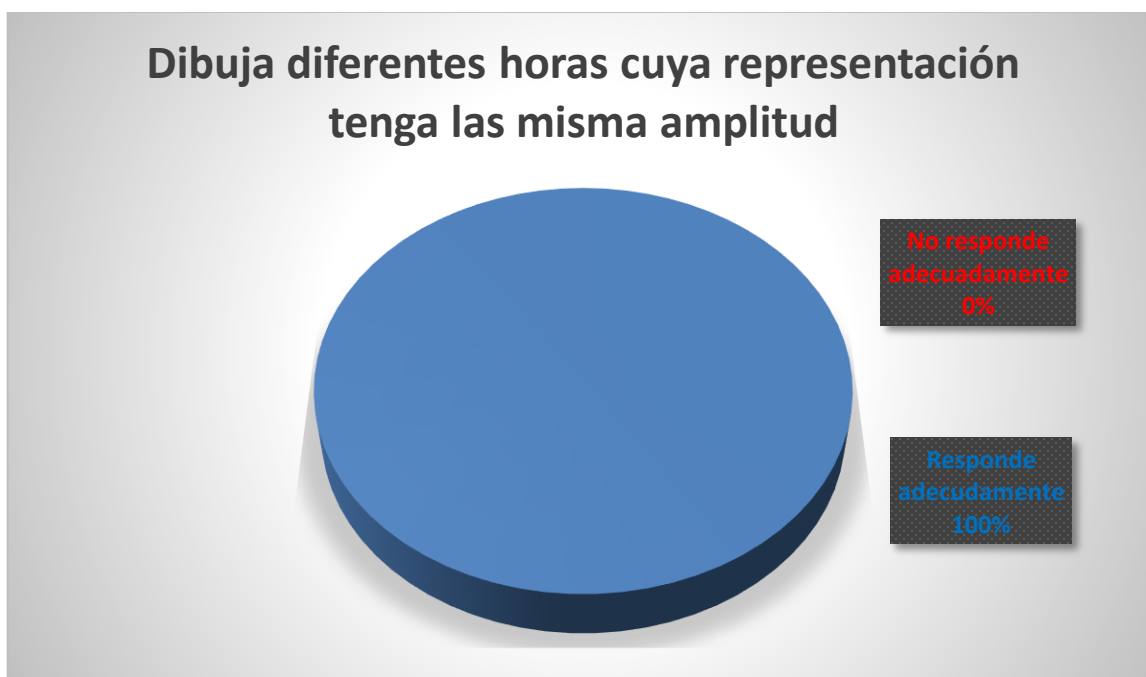
Este punto analiza el razonamiento, el pensamiento espacial y requiere de habilidades de representación. Aun cuando algunos de ellos no tienen habilidades en el dibujo se esforzaron por representar adecuadamente las variaciones en los giros.

Tabla 24 Formular y Resolver Problemas – representación de amplitudes con el reloj

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	Formular y Resolver Problemas
INDICADOR	Dibuja diferentes horas cuya representación tenga la misma amplitud.
ESTUDIANTE 1	En la imagen se aprecia como los estudiantes, representan mediante gráficos y con su cuerpo distintas horas que forman ángulos iguales.
ESTUDIANTE 2	En la imagen se aprecia como los estudiantes, representan mediante gráficos y con su cuerpo distintas horas que forman ángulos iguales.
ESTUDIANTE 3	En la imagen se aprecia como los estudiantes, representan mediante gráficos y con su cuerpo distintas horas que forman ángulos iguales.
ESTUDIANTE 4	En la imagen se aprecia como los estudiantes, representan mediante gráficos y con su cuerpo distintas horas que forman ángulos iguales.

Fuente: Autora de la investigación

Ilustración 43



Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

Ilustración 44

INSTITUCIÓN EDUCATIVA EVA TULIA QUINTERO
DANE: 205197000059
SEDE RURALE EL RETIRO
COCORNÁ-ANTIOQUIA

Hora	Representación
8:30	
10:00	
2:50	
4:25	

Las representaciones anteriores según su amplitud.
El grupo dirá una hora diferente, se registrará y luego se representará

Las representaciones anteriores según su amplitud.
En unas horas diferentes

Hora

ANÁLISIS

Otra habilidad que estos talleres generan en los estudiantes se relaciona con el dibujo. Claramente no todos tienen ese talento, pero si los induce a usar su creatividad donde convergen tanto las inteligencias visuales – espacial y corporal cinestésica. Los sistemas simbólicos juegan un papel importante dentro de la actividad descriptiva.

Al respecto los lineamientos del MEN exponen la apropiación conceptual:

Lo que el individuo hace, gracias al lenguaje, consiste en relacionar un contenido (la idea o concepto que construye de flor o de triángulo, por ejemplo) con una forma (una palabra, un dibujo, una caracterización corporal)³, con el fin de representar dicho contenido y así poder evocarlo, guardarlo en la memoria, modificarlo o manifestarlo cuando lo desee y requiera (Ministerio de Educación Nacional, 2006, pág. 19).

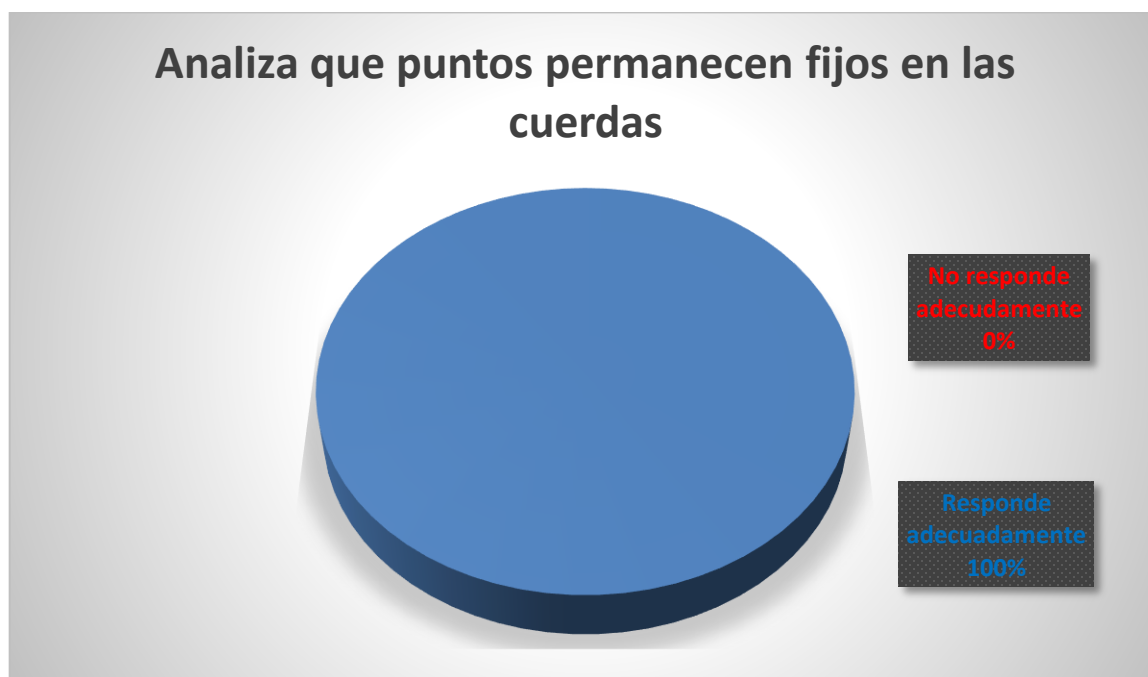
En este punto del taller se involucran los cinco pensamientos generales matemáticos con énfasis en espacial y métrico. Los 4 estudiantes contestaron adecuadamente el cuestionamiento realizado.

Tabla 25 Razonamiento – Análisis de puntos fijos en ejemplos prácticos

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	Razonamiento
INDICADOR	Analiza que punto permanecen fijos en las cuerdas
ESTUDIANTE 1	El punto que permanece fijo en la cuerda es el del estudiante que no se mueve.
ESTUDIANTE 2	El estudiante número uno porque se queda quieto.
ESTUDIANTE 3	El estudiante número uno permaneció fijo en su lugar, entonces ese es el punto fijo.
ESTUDIANTE 4	El estudiante número uno porque se queda quieto o fijo.

Fuente: Autora de la investigación

Ilustración 45



Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

ANÁLISIS

Se podría pensar que estos ejercicios son muy básicos, y su aplicación sencilla. Pero en el trasfondo el estudio y aplicación de la geometría dotan al estudiante con las siguientes visiones de la geometría, (Gamboa Araya & Ballesterero Alfaro, 2010, pág. 126) los presenta en su investigación:

La ciencia del espacio vista esta como una herramienta para describir y medir figuras, como base para construir y estudiar modelos del mundo físico y fenómenos del mundo real.

- Un método para las representaciones visuales de conceptos y procesos de otras áreas en matemáticas y en otras ciencias; por ejemplo, gráficas y teoría de gráficas, histogramas, entre otros.
- Un punto de encuentro en una matemática teórica y una matemática como fuente de modelos.
- Una manera de pensar y entender.

- Un ejemplo para la enseñanza del razonamiento deductivo.
- Un modelo para la enseñanza del razonamiento deductivo.
- Una herramienta en aplicaciones, tanto tradicionales como innovadoras, como, por ejemplo, gráficas por computadora, procesamiento y manipulación de imágenes, reconocimiento de patrones, robótica, investigación de operaciones.

De allí la importancia de que el estudiante se apropie del conocimiento y de esta manera se forja aptitudes que podrían definir sus elecciones profesionales para el desarrollo laboral de su vida. El pensamiento métrico fue el principal en esta deducción, también el proceso interpretativo en donde analiza fenómenos reales con aplicaciones geométricas. Los 4 estudiantes realizaron la actividad satisfactoriamente.

Tabla 26 Razonamiento – representa amplitudes de ángulos

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	Razonamiento
INDICADOR	Representa diferentes amplitudes de ángulos gráficamente
ESTUDIANTE 1	En la imagen se aprecia como los estudiantes, representa diferentes amplitudes de ángulos gráficamente, cuando sus compañeros dan giros sucesivos, utilizando una cuerda y un poste como punto fijo.
ESTUDIANTE 2	En la imagen se aprecia como los estudiantes, representa diferentes amplitudes de ángulos gráficamente, cuando sus compañeros dan giros sucesivos, utilizando una cuerda y un poste como punto fijo.
ESTUDIANTE 3	En la imagen se aprecia como los estudiantes, representa diferentes amplitudes de ángulos gráficamente, cuando sus compañeros dan giros sucesivos, utilizando una cuerda y un poste como punto fijo.
ESTUDIANTE 4	En la imagen se aprecia como los estudiantes, representa diferentes amplitudes de ángulos gráficamente, cuando sus compañeros dan giros sucesivos, utilizando una cuerda y un poste como punto fijo.

Fuente: Autora de la investigación

Ilustración 46



Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

ANÁLISIS

La representación gráfica también incentiva el razonamiento, ya que caracteriza las propiedades de las figuras geométricas, para este caso la amplitud; también está presente la clasificación de los ángulos. Esta actividad generó interés en ellos, de manera que se sintieron motivados a realizar con una cuerda este punto del taller y de esta manera comprobar tangiblemente el concepto.

Existen 4 aspectos beneficiosos de esta racionalización, descritos por (Gamboa Araya & Ballesterero Alfaro, 2010)

Analizar las características y propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones y desarrollar razonamientos matemáticos sobre relaciones geométricas.

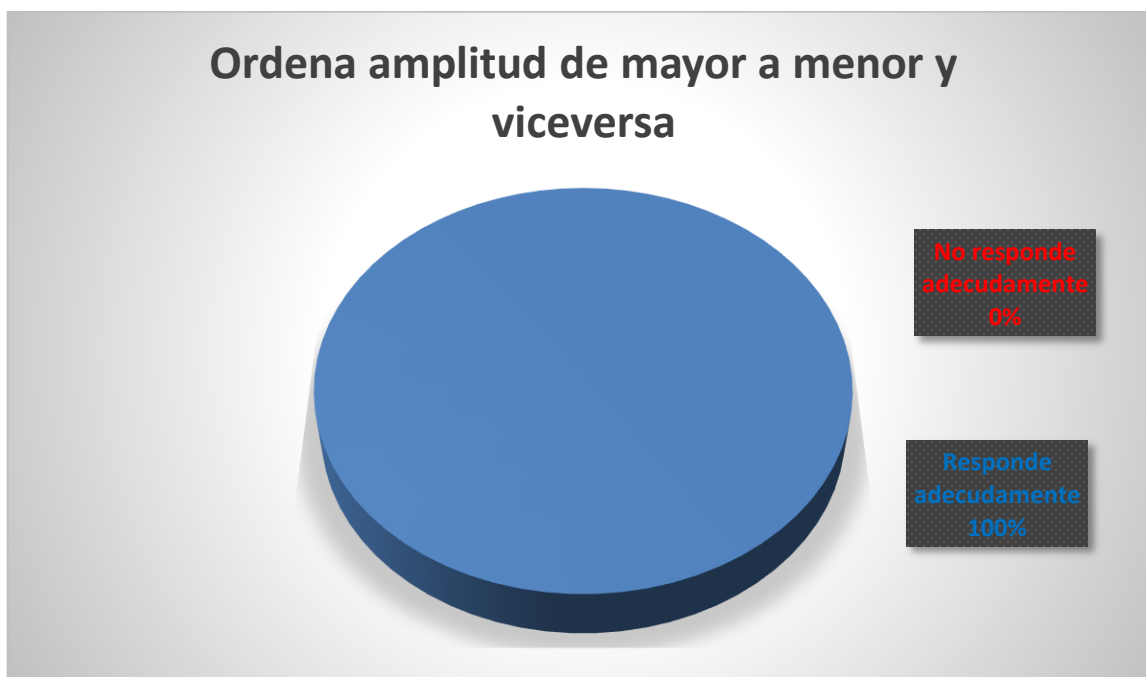
- Localizar y describir relaciones espaciales mediante coordenadas geométricas y otros sistemas de representación.
- Aplicar transformaciones y usar la simetría para analizar situaciones matemáticas.
- Utilizar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización geométrica para resolver problemas.

Tabla 27 Auto regulación – Ordenamiento de amplitudes de mayor a menor y viceversa

CATEGORIA	Proceso de enseñanza
SUBCATEGORIA	Autoregulación
INDICADOR	Ordena amplitudes de mayor a menor y viceversa
ESTUDIANTE 1	Teniendo en cuenta su abertura y su medida podemos identificar que amplitud es mayor o menor.
ESTUDIANTE 2	Cuando hice los dibujos me di cuenta, cual tenía mayor amplitud y menor amplitud. Por ejemplo, cuando se empezó a girar la amplitud era menor, pero cuando se fueron dando más paso se pudo identificar una mayor amplitud.
ESTUDIANTE 3	Cuando realizamos las gráficas, me pude dar cuenta, que cuando empezamos la amplitud era pequeña y a medida que mi compañero iba girando la amplitud era más grande
ESTUDIANTE 4	Mediante el proceso me di cuenta de que las primeras amplitudes eran más pequeña, pero a medida que íbamos girando o cuando daban pasos la amplitud se fue poniendo mas grande.

Fuente: Autora de la investigación

Ilustración 47



Fuente: Autora con base en la tabulación de resultados.

ANÁLISIS

El estudiante descubre las implicaciones de los cambios en las variables de entrada. Puede hacer las comparaciones y comprende el concepto de amplitud. También reitera la propiedad matemática y la ordenación. La comprensión lectora es indispensable para que los resultados de la evaluación sean pertinentes. Un aspecto metodológico positivo es que las inquietudes del estudiante pueden ser atendidas en el proceso de implementación, esto es que cuando el estudiante desarrolla el taller interactúa con el docente en miras de resolver los diferentes problemas y fomenta la comunicación asertiva.

El proceso de la comprensión lectora según (Córdoba, Mejía, & Oviedo, 2010, pág. 104) Se organiza la enseñanza desde la perspectiva del adulto, de lo más simple a lo más complejo, de las palabras aisladas a las oraciones, luego a la comprensión literal y más tarde a la evaluación y a la lectura crítica o de aplicación. Este proceso se ve claramente aplicado en la resolución del taller. El pensamiento matemático principal en este punto es el espacial y el proceso el de comparación los cuatro estudiantes ordenaron adecuadamente el requerimiento demostrando el manejo del concepto.

A continuación, se expone la ruta de implementación, que se llevó a cabo y que se sugiere tener en cuenta al usar GeoGebra en la enseñanza de ángulos,
Ilustración 48 Ruta de implementación al usar GeoGebra.

Tabla 28 Ruta de Implementación

TIEMPO	ACTIVIDAD	METODOLOGÍA	RECURSO
120 minutos	Concepto de amplitud Jugando con las manecillas del reloj	Para esta sesión se diseñarán 2 actividades, la primera tenía como objetivo identificar las ideas previas en los estudiantes a través de ángulos en giros, aberturas inclinaciones putas y esquina en diferentes situaciones, en la actividad dos, jugando con las manecillas del reloj, tenía como objetivo principal, establecer el nivel de comprensión que tienen los estudiantes frente al concepto de ángulos, su representación y clasificación. Las actividades se realizaron al aire libre en el patio, al finalizar la actividad se le planteaban algunas preguntas de retroalimentación sobre el tema.	cuaderno o hoja de papel, lápiz, borrador, cuerdas o lazos y reloj.
60 minutos	Introducción a los comandos de GeoGebra	En la segunda actividad o sesión, se presenta una introducción al sistema dinámico GeoGebra a los alumnos, el cual se hizo en el aula taller de informática. El objetivo de esta segunda actividad era introducir a los comandos que se utilizaron en el sistema dinámico, para ello se le asignó a cada estudiante una computadora y se preparó una presentación que ellos debían seguir. La respuesta por parte de los estudiantes fue excelente, se les noto la motivación y la disposición para realizar la actividad.	Computador, sistema dinámico GeoGebra y proyector de imágenes.
60 minutos	trabajando con ángulos	La actividad tres, trabajando con ángulos tenían como objetivo que los estudiantes establecieron que es un ángulo, como se representan y como nombrarlos. Para ello la docente en el aula de clase con ayuda de un reloj gigante dispuesto en el tablero selecciona diferentes horas con ayuda de las flechas, y mediante las figuras explica que es un ángulo, como se originan y sus características. A los alumnos se les nota motivados, ya que ellos mismos fueron descubrimientos mediante la interacción con el reloj que era un ángulo y sus características primordiales.	Un reloj gigante, flechas y ángulos
60 minutos	trabajando con GeoGebra	Esta sesión tiene como propósito, identificar ángulos y clasificarlos utilizando un pictograma en el sistema dinámico GeoGebra. Cada estudiante en su computador debía construir en GeoGebra un pistograma, luego medir con la	Computador, sistema dinámico GeoGebra y plantilla en GeoGebra

		herramienta medir ángulos de GeoGebra, los ángulos internos y externos del pistograma. Al finalizar la actividad fueron capaces de nombrar los ángulos internos del pictograma, pero no fueron capaces de identificar los ángulos externos. La docente utilizando el proyector y el sistema dinámico GeoGebra explicó a través del pictograma como se logra medir ángulos externos los estudiantes lo replicaron en sus computadores. Finalmente se logro el objetivo de la actividad que era medir y clasificara ángulos, los estudiantes manifiestan que les gusta mucho trabajar con el sistema dinámico GeoGebra porque les permite realizar construcciones en forma precisa y rápida, sin tener que dibujar y borrar.	
120 minutos	medir ángulos con el transportador y clasificar	Para esta sesión, se diseño una actividad para que los alumnos pusieran en practica el uso del transportador, la actividad tenia como objetivo aprender a medir ángulos utilizando el transportador. Se le entrega una guía con figuras geométricas y ángulos para que establecieran la medida de cada uno de los ángulos, luego clasificarlos en agudos, rectos, obtusos. Se observó que, en su totalidad los alumnos rápidamente realizaron la actividad sin dificultades. Al finalizar manifiestan que es mas fácil y rápido y divertido medir los ángulos en GeoGebra y que hacerlo con papel y lápiz.	Guia, Transportador y lápiz
60 minutos	perímetro, área de un polígono y ángulos	Los estudiantes debían efectuar un polígono, en el sistema dinámico GeoGebra, posteriormente, calcular su perímetro, área y ángulos. Como los estudiantes ya estaban familiarizados con el software, se les hizo fácil la construcción del polígono con las instrucciones dadas a través de la guia. La actividad se realiza en el laboratorio de tecnología los estudiantes participaron activamente, al finalizar la actividad los estudiantes manifiestan que se les hace mas sencillo realizar este tipo de trabajos en el sistema dinámico GeoGebra, que, con lápiz y papel, porque les permite mover, ampliar, colorear y realizar cálculos con mas exactitud.	Guia, computador y el sistema dinámico GeoGebra
60 minutos	Razonamiento	Para finalizar se realizó una actividad de razonamiento para identificar los conocimientos y falencias que tenían los estudiantes sobre las propiedades de los ángulos, su clasificación y si tenían la destreza de resolver situaciones o	Guia.

		problemas con ángulos. Para cumplir con el objetivo se diseñó un cuestionario con una serie de preguntas donde los estudiantes debían poner en práctica todos los conocimientos adquiridos. Además, debían demostrar los razonamientos que consideraban verdaderos. La actividad se desarrolló en el aula de clases El resultado de la actividad fue exitoso, a pesar de que todos los estudiantes no pudieron contestar con éxito todos los razonamientos o propiedades que se intentaban verificar.	
--	--	---	--

Fuente: Autora de la Investigación.

Como se observa en la tabla anterior, las actividades no recaen exclusivamente en GeoGebra, sino que combina la instrucción tradicional con el uso del software.

Análisis de resultados de las Categorías y Subcategorías en la aplicación de GeoGebra

Categoría enseñanza

Esta categoría parte de los procesos de instrucción, impartición y si se quiere mencionar desde una perspectiva neurocientífica, se puede afirmar que la enseñanza es el modelamiento de los procesos sinápticos en torno al conocimiento y la puesta en práctica de los constructos, en esta oportunidad los relacionados con la geometría e interpretación de entornos con base al concepto matemático, espacial y geométrico. Con otras palabras, escuetas, se trata de que el estudiante reciba el conocimiento y tenga las herramientas conceptuales para ponerlo en práctica. De esta manera puede interpretar su entorno y hacer reflexiones útiles para su razón de lo que ve dentro del aula de Clase.

En el caso del uso de GeoGebra, la interacción entre el docente y el estudiante empieza a ser relevante en el sentido pedagógico y también didáctico. La aplicación demostró que facilita el proceso, debido a que vincula el elemento tecnológico y facilita la visualización de las variables y los efectos en los cambios numéricos, lo que abre un umbral a nivel del pensamiento y le permite apreciar de una manera sencilla la complejidad del cambio operacional.

Subcategoría comunicación

A pesar de que la comunicación es un elemento obvio dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje, uno de los retos más recurrentes para el docente es lograr una comunicación didáctica. En el marco del aula de clase al respecto el uso de tecnologías demanda que la comunicación fluya en el sentido conceptual y también en el sentido consensual, de manera que el estudiante pueda asimilar la metodología y los pasos que deben aprender para utilizar la herramienta correctamente. Al respecto Beltrán (1992) afirma que desde el punto de vista filosófico y educativo el ser humano se diferencia de los animales por una serie de características esenciales, en las cuales se destacan la forma de aprender. También que el ser humano depende de sus padres durante mucho más tiempo que el resto de los animales y la educación del ser humano resulta ser prolongada, lo cual permite que desarrolle sus múltiples facultades naturales, pero esto se debe a que el ser humano posee una capacidad ilimitada de aprendizaje. De lo anterior se deduce la importancia de la comunicación en el proceso educativo ya que es el punto o la herramienta esencial en la cual se cimentará todo el proceso de transmisión del conocimiento.

Subcategoría formular y resolver problemas

La solución de problemas busca que el estudiante encuentre alternativas conceptuales y se deriva de una estrategia didáctica, en donde el proceso de aprendizaje se descompone en eslabones y se puede enunciar en un ciclo de tres fases; tres momentos principales en la actividad de la resolución de problemas. El primero es la orientación en donde el docente le demuestra al estudiante cuál es el concepto y los pasos que debe seguir para resolver un problema, especialmente en matemáticas. El segundo es la ejecución de estos pasos Y por último el control Hernández, (2013).

Estas tres fases también requieren de una preparación y se pueden enmarcar en una dinámica de proceso. Se completan con la evaluación al revisar y analizar la aplicación de los conceptos para la resolución del problema. En la primera fase donde encontramos la preparación se considera el diseño y la proyección del proceso de aprendizaje, en la segunda fase donde está la dinámica del proceso se desglosan los eslabones y el resultado es el conocimiento y el análisis de la actitud científica. La tercera fase donde está la

evaluación se presenta durante todo el proceso y requiere de una relación expresa y un proceso de retroalimentación para que el estudiante demuestre la adopción del concepto.

Subcategoría razonamiento

En cuanto al razonamiento, Camargo y Samper (2018) afirman que el apoyo fundamental es identificar elementos particulares que se derivan según los esposos Van Halen 1957 (Gutierrez, 1989) los profesores de matemáticas en colegios de secundaria en Holanda preocupados porque los estudiantes lograron una comprensión de los conceptos, en lugar de solamente memorizar definiciones demostraciones o algoritmos, ejecutaron un trabajo y una investigación donde los procesos de aprendizaje en el área de geometría concluyó con tesis doctorales en el año de 1957. Estas presentan un modelo donde se explica el origen del interés por el tema

Cuando empecé mi carrera como profesor de matemáticas pronto me di cuenta que era una profesión difícil había partes de la materia en cuestión que yo podía explicar y explicar y aun así los alumnos no entendían. Podía ver que ellos lo intentaban realmente pero no tenían éxito especialmente al comienzo de la geometría cuando había que demostrar cosas muy simples podía ver que ellos daban el máximo decir la materia parecía ser demasiado difícil de pronto parecía que comprendían la materia en cuestión podían hablar de ella con bastante sentir y a menudo decían no es tan difícil porque no lo explico usted de forma tan complicada en los años que siguieron cambié mi explicación muchas veces pero las dificultades Se mantenían parecía como si siempre estuviera hablando en una lengua distinta y consideran esta idea descubrí la solución los diferentes niveles del pensamiento. (Gutierrez, 1989)

Esta tesis doctoral nos demuestra que es posible encontrar diferentes niveles de perfección en el razonamiento de los estudiantes. Con respecto a la geometría un estudiante sólo podrá comprender realmente aquellas partes de la matemática que el profesor pueda poner en el nivel del razonamiento del estudiante, y si la relación matemática no puede ser expresada de forma comprensible para el nivel de razonamiento actual del estudiante, es necesario esperar a que éstos alcancen un nivel de razonamiento superior para presentársela. También que no se puede enseñar a una persona a razonar de una misma manera, sino que se aprende a razonar a través de la experiencia, se puede ayudar a esta persona a adquirir la experiencia necesaria para que razone de manera correcta.

Aprendizaje

En definición el aprendizaje es el proceso de adquisición de conocimientos, habilidades valores y actitudes que se posibilita mediante el estudio, la enseñanza, o la experiencia. Este proceso puede ser entendido a partir de diversas posturas. Lo que implica que existen diferentes teorías vinculadas al hecho de aprender. La primera es la psicología conductista la cual describe que el aprendizaje está supeditado a los cambios que se observan en la conducta de un sujeto. El proceso fundamental del aprendizaje es la imitación, esto es repetir un proceso que ha sido previamente observado, para los elementos del aprendizaje se requiere del tiempo, el espacio, las habilidades y otros recursos. En este punto el programa de GeoGebra demuestra ser muy útil en el proceso de aprendizaje, debido a que el estudiante puede de una manera simple anexar en los cuadros de variables los valores numéricos y al tener su representación gráfica le permite visualizar en tiempo real el resultado de la manipulación de las variables. Así mismo, lo puede cotejar con los conceptos inicialmente impartidos por el docente y puede corroborar aspectos esenciales de los resultados, ya que los cambios en las variables se presentan en los gráficos que el estudiante está visualizando (Perez Porto & Gardey, 2012).

Subcategoría autorregulación

En geometría la autorregulación es un proceso auto dirigido mediante el cual los aprendices transforman sus capacidades tanto cognitivas como afectivas. Estas habilidades académicas son puestas para lograr los objetivos de aprendizaje. Estos procesos implican diversos componentes como la afectividad y el intelecto, y generar momentos de tensión.

Durante el aprendizaje en donde se atraviesa por unos resultados intermedios, para lograr un resultado final, es interesante saber cómo una derivación para la enseñanza forma que la información y la retroalimentación del contexto afecta el espacio que el proceso induce a la autodirección.

Se identifican tres momentos en los cuales se presenta la autorregulación el primero es el premeditación quiere explicar que los procesos y las creencias influyen y preceden a los esfuerzos por aprender y preparar el terreno de aprendizaje. Este punto es donde el conocimiento y los objetivos convergen para generar el proceso de aprendizaje y cotejar la utilidad del aprendizaje frente al concepto del segundo es la ejecución o el control voluntario que es cuando el alumno lleva a práctica el plan y afecta la concentración y la

ejecución. Ahí interactúa el contexto de la enseñanza dónde viene el sentido institucional y aquí en este punto podemos mencionar también la herramienta tecnológica, los docentes, la interacción con los compañeros y todo el ambiente general del aula. El último momento es la auto reflexión, son los pasos mediante los cuales se ha ejecutado el proceso de aprender e influye sobre lo que el estudiante está asimilando. Esta premeditación es un resultado de esfuerzos de aprendizaje en los cuales la autorregulación se relaciona con el momento en el concepto y se denomina metacognición (Zangara & Zans, 2015).

En el sentido práctico GeoGebra permite que el estudiante tenga procesos en tiempo real de autorregulación debido a la forma al cambio de las variables el estudiante puede observar los resultados de manera inmediata lo que le permite cotejar en ocasiones con sus compañeros los resultados de la manipulación de las variables Y en este punto retorna un punto de reflexión y corrección en caso de que haya fallado en la manipulación de las variables aquí aprende a autorregularse y a premeditar en la forma correcta de aplicar los conceptos.

Subcategoría proceso cognitivo

En cuanto a los procesos cognitivos podemos Resaltar que GeoGebra permite conocer y captar el concepto geométrico desde ya su naturaleza y demanda que el estudiante desarrolle ciertas facultades mentales estas capacidades le permiten interpretar el mundo exterior y requieren el uso de su imaginación en el caso de GeoGebra se puede Resaltar que los procesos cognitivos tales como la percepción la atención la memoria el pensamiento y el lenguaje son relevantes en el proceso de aplicación del conocimiento en un principio la percepción es cuando el estudiante toma el concepto y lo introducen de manera dinámica en el programa para lo cual también requiere de la atención mediante la cual Busca hacer el acceso de las variables de manera correcta pero también implica que repita reiteradas veces un proceso lo que influye En su memoria luego viene el pensamiento en donde interpreta las variables visuales las coteja con sus conceptos y si vamos a un punto de vista neurocientífico transita por los procesos sinápticos que ha guardado desde el proceso perceptivo Y por último enriquece el lenguaje ya que el estudiante debe interpretar con Claridad la respuesta que se demanda en cada uno de los talleres esto permite que el

proceso de retroalimentación sea relevante y que el proceso cognitivo se cumpla en su totalidad.

5. CONCLUSIONES

El uso del sistema GeoGebra en el aula de clase ha sido muy gratificante. Ha facilitado el aprestamiento con el manejo de diversas herramientas y fortalecido diversas estrategias. Lo anterior se relaciona directamente con la pregunta de esta investigación, es decir influye positiva y efectivamente el proceso de enseñanza aprendizaje. No solamente se lleva a la vida cotidiana el conocimiento, lo cual, valida la intención del objetivo general de esta investigación, sino que también se adhieren habilidades tecnológicas que permiten que a los estudiantes tener una preparación más relevante y acercarlos a descubrir y desarrollar habilidades, tanto innatas como aprendidas.

Los procesos de Enseñanza – Aprendizaje en los estudiantes objeto del estudio han demostrado mejoras notables. Se puede evidenciar en los resultados arrojados, ya que cumplieron satisfactoriamente con la aplicación de los conceptos y en la mayoría de las respuestas identificaron acertadamente las variables en cuestión. Al vincular la geometría a su vida cotidiana los estudiantes han contextualizado los conceptos, lo que les ha permitido aumentar sus perspectivas frente a la asimilación de constructos. En reiteradas ocasiones el ambiente de clase se tornó dinámico, alegre y de trabajo en equipo. Se evidenció a través de la aplicación de los talleres y la reacción positiva de los estudiantes. Así mismo a través de la comunicación asertiva, los estudiantes pudieron exponer sus dudas e incluso ellos mismos buscaron alternativas para solucionar obstáculos en el desarrollo de las diversas tareas que pedían poner a prueba sus habilidades en el manejo del programa y de las herramientas de medición.

Otra Conclusión muy importante del uso de tecnologías y en particular del programa GeoGebra es que los estudiantes fueron influenciados positivamente en el proceso de aprendizaje, debido a que pudieron identificar con mayor eficiencia las propiedades de diversas figuras geométricas, manipulando variables tales como, relaciones, cualidades espaciales, equivalencia de ángulos y la coordinación progresiva del aprendizaje de las matemáticas como tal. Esto demuestra que los estudiantes aplican sus ideas en la pragmatización del conocimiento en contextos dinámicos.

En cuanto a los aspectos didácticos se puede afirmar que los estudiantes demostraron un interés natural por la manipulación de las variables de entrada, y así mismo, pudieron comprobar a través del ensayo y el error las modificaciones en tiempo real de dichas variables, visualizando los cambios gráficos en la pantalla del computador. Complementa efectivamente la concepción tradicional y empodera a los estudiantes a interacciones con herramientas de vanguardia, lo cual le permite prospectarse a través de habilidades como el razonamiento abstracto, el sentido común, el pensamiento matemático, principios matemáticos de la interpretación de su entorno.

Recomendaciones

A través de esta experiencia se ha demostrado que la vinculación de los estudiantes con la tecnología va mucho más allá de una necesidad, es una estrategia de enseñanza aprendizaje altamente efectiva. Dentro los beneficios se encuentran; el interés por parte los estudiantes, motivación por el uso del computador para fines académicos, el trabajo en equipo, la cooperación para la racionalización de conceptos, la estimulación visual para la contextualización del conocimiento, la aplicación tecnológica de herramientas manuales, la afirmación de conceptos básicos de matemáticas, el fomento de la comunicación y la generación de ambientes de aprendizaje didácticos y cooperativos.

El uso de GeoGebra para la aplicación de conceptos de geometría es muy recomendable, ya que estos programas tecnológicos son muy fáciles de usar y son accesibles para la comunidad educativa. Otro aspecto para destacar es que permite la asimilación tecnológica de manera progresiva, y genera en los estudiantes habilidades específicas que lo pueden inducir a las profesiones tales como la ingeniería, la arquitectura, el diseño, entre otras ramas muy necesarias para el desarrollo social de una nación.

6. BIBLIOGRAFÍA

- Acosta Gempeler, M. E. (2010). Dificultades de los profesores para integrar el uso de Cabri en clase de geometría. Experiencias de un curso de formación docente. *REVistas Universidad PEDagógica*, 2.
- Alameida, M. (2002). Desarrollo Profesional Docente en Geometría: análisis de un proceso de Formación a Distancia. *Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas*.
- Aleman, J. (2009). *La Geometria con Cabri, una visualizacion a las propiedades de los triangulos*. Tegucigalpa.
- Andonegui Zabala, M. (2006). *Serie desarrollo del pensamiento matemático*. Caracas: Unesco.
- Angarita Molina, G. O. (2014). *Propuesta Didáctica Para La Enseñanza De Ángulos Y Su Medida A Estudiantes De Grado Séptimo A Partir De La Recreación De Algunos Instrumentos De Posicionamiento Astronómico*. Bogotá: Biblioteca digital Universidad Nacional de Colombia.
- Aranguren López, E. (2015). *El uso de las TIC para el aprendizaje de la Geometría*. Valladolid: Repositorio Documental UVA Universidad de Valladolid Biblioteca Universitaria.
- Arenas Avella, M. (2012). *Propuesta didáctica para la enseñanza de áreas y perímetros en figuras planas*. Universidad Nacional de Colombia, Medellín.
- Arranz San José, J. (2017). *INICIACIÓN A LA GEOMETRÍA ESPACIAL CON CABRI 3D*. Madrid: Carilog.
- Barrantes López, M., Balletbo Fernández, I., & Fernández Leno, M. (2014). *Enseñar Geometría en Secundaria*. Buenos Aires: Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación.
- Beltran Llera, J. (1992). *Psicología de la Educación*. La Rioja: Eudema Universidad.
- Bogisic, B. (2000). *Razones para enseñar geometría en la educación básica: mirar, construir, decir y pensar*. Buenos Aires: Noveduc Libros.
- Camargo Uribe, L. (2010). *Descripción y análisis de un caso de enseñanza y aprendizaje de la demostración en una comunidad de práctica de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria*. Valencia: Departament de Didàctica de la Matemàtica, UNIVERSITAT DE VALÈNCIA .
- Camargo Uribe, L., & Samper de Caicedo, C. (2018). *Desarrollo del Pensamiento Deductivo a Través de la Geometría Euclidiana*. Bogotá: Revistas Universidad Pedagógica.
- Chevallard, Y., & Bosch, M. (2002). Organiser l'étude, 2. Théories et Empiries. *Actes de la 11 Ecole d'été de didactique des Mathématiques*.
- Contreras Domingo, J. (1990). *Enseñanza, currículum y profesorado introducción crítica a la didáctica*. Madrid: Ediciones AKAL S.A.
- Córdoba, S., Mejía, D., & Oviedo, A. (2010). *FORMAS DE ENSEÑANZA DE LA COMPRENSIÓN LECTORA DE TEXTOS NARRATIVOS EN GRADO QUINTO DE LAS INSTITUCIONES EDUCATIVAS DE LA COMUNA 10 DE LA CIUDAD DE PASTO*. Pasto: Convenio Cesmag unisalle.
- Dessler, G. (2001). *Administración de Personal*. México: Pearson Education.
- Díaz, R. L. (2006). *Inteligencias Múltiples ¡Despierte el potencial de aprendizaje!* Phoenix Arizona: Orbis Press.

- Díaz Barriga , A. F., & Hernández Rójas, G. (1998). *Estrategias de enseñanza para la promoción de aprendizajes significativos*. México: McGraw Hill.
- Fiallo, J., Camargo , L., & Gutierrez, Á. (2013). Acerca de la enseñanza y el aprendizaje de la demostración en matemáticas. *Revista Integración, Escuela de Matemáticas Universidad Industrial de Santander*, 181 - 205.
- Gallego, J., Palmero, E., & Val, C. (2007). *La investigación social del turismo: perspectivas y aplicaciones*. Madrid: Paraninfo.
- Gamboa Araya , R., & Ballesteros Alfaro, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria. *Revista Electrónica Educare* , 125-142.
- Gamboa Araya, R., & Ballesteros Alfaro, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista Electrónica Educare Vol. XIV*, 125.
- García Fajardo, V. A. (2014). *Una secuencia didáctica que integra geogebra para la enseñanza de ecuaciones lineales en grado octavo*. Bogotá: Biblioteca Digital Universidad Nacional de Colombia.
- García López, M. (2011). *Evolución De Actitudes Y Competencias Matemáticas En Estudiantes De Secundaria Al Introducir Geogebra En El Aula*. Almería: Publicaciones Universidad de Almería Facultad de Ciencias de la Educación Departamento de Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales.
- Gardner, H. E. (1987). *La teoría de las inteligencias múltiples*. Mexico: Paidós Iberica.
- González, V. (2008). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje pedagogía dinámica*. Mexico: Pax.
- Gutierrez, J. (1989). Bibliografía sobre el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele. *Revista Enseñanza de las Ciencias*, 89 - 95.
- Healy, L., & Hoyle, C. (2001). *Software tools for geometrical problem solving: potentials and pitfalls*. International journal of computer for Mathematical.
- Hermosa del Vasto, P. M. (2015). *Influencia de las tecnologías de información y comunicación (TIC) en el proceso enseñanza-aprendizaje: una mejora de las competencias digitales*. Bogotá: Rev. Cient. Gen. José María Córdova.
- Hernández Córdova, A. (2013). *Estrategias de solución de problemas matemáticos en estudiantes*. Caracas: Informe 1er congreso de educación matemática en América Central y el Caribe.
- Hernandez Sampieri , R., Fernández Collado , C., & Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. México: Mc Graw Hill.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio , P. (2007). *Metodología de La investigación*. México: Mc Graw Hill.
- Hernández, R., Fernández , C., & Baptista, P. (2007). *Metodología de la investigación*. México: Editorial Mc Graw Hill.
- Iranzo, N., & Fortuny, J. M. (2009). *LA INFLUENCIA CONJUNTA DEL USO DE GEOGEBRA Y LÁPIZ Y PAPEL EN LA ADQUISICIÓN DE COMPETENCIAS DEL ALUMNADO*. Barcelona: Departament de Didàctica de les Matemàtiques. Universitat Autònoma de Barcelona.
- Irazno, N., & Fortuny, J. M. (2009). *La Influencia Conjunta Del Uso De Geogebra Y Lápiz Y Papel En La Adquisición De Competencias Del Alumnado*. Barcelona: Investigación Didáctica Departament de Didàctica de les Matemàtiques. Universitat Autònoma de Barcelona.

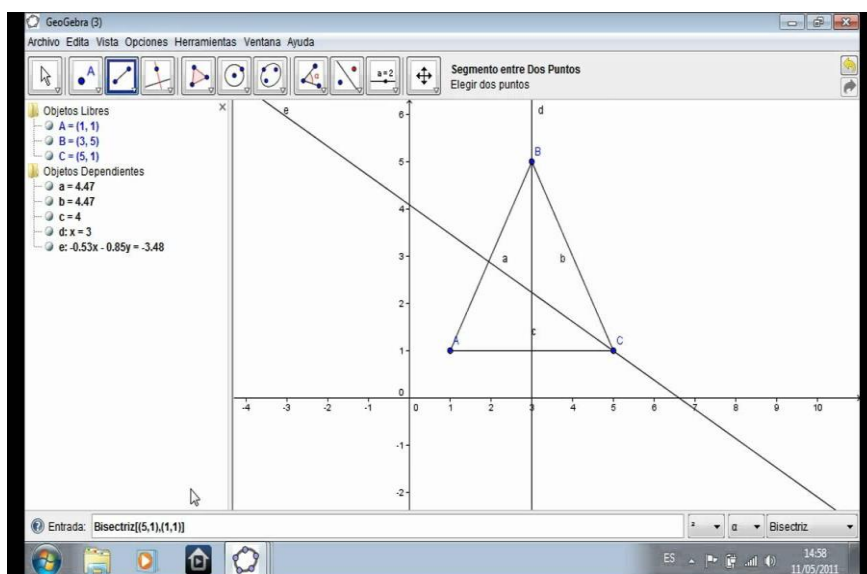
- Londoño Martínez, P., & Calvache López, J. E. (2010). *Las Estrategias de Enseñanza*. Bogotá D.C.: kimpres Universidad del La Salle.
- Mayer, E. (2002). *Psicología de la educación: el aprendizaje en las áreas de conocimiento*. Mexico: Pearson Educativo.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias, en Lenguaje, Matemáticas y Ciencias Ciudadanas, Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Murillo, J. (2000). *Un entorno interactivo de aprendizaje con cabri actividades aplicado a la enseñanza de la geometría en la E.S.O.* Barcelona.
- Padilla, G., & Ramos, M. (2002). *Psicología del aprendizaje*. Madrid: El Manual Moderno S.A.
- Peña, A. (2010). *Enseñanza de la Geometría con TIC*.
- Perea Aguayo, A. (2014). *Importancia De Los Recursos Tecnológicos en el Aula, Formación de Los Docentes y Manejo de Herramientas Tecnológicas*. Jaén: Investigaciones Universidad de Jaén Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación.
- Perez Porto, J., & Gardey, A. (2012). *Definición* . Recuperado el 17 de 07 de 2018, de <https://definicion.de/aprendizaje/>
- Planella, J., & Travieso, J. (2008). La alfabetización digital como factor de inclusión social: una mirada Crítica. *Publicaciones Universitat Oberta de Catalunya UBC papers* Nro. 6, 1 - 2.
- Ramos, A., Liendo, F., & Ospina, R. (2005). *Teoría del Constructivismo Social*.
- Rodríguez Contreras, J. (2017). Importancia de las Tic en la Enseñanza de las Matemáticas. *Revista del Programa de Matemáticas Universidad del Atlántico*, 1-3.
- Saiz, I. (2004). *Enseñar matemática: números, formas, cantidades y juegos*. Buenos Aires: Noveduc Libros.
- Sandoval, I. T., & Moreno, L. E. (2012). Tecnología digital y cognición matemática: retos para la educación. . *Horizontes pedagogicos*.
- Uria, M. E. (2001). *Estrategias Didáctico-Organizativas para Mejorar los Centros Educativos*. Madrid: Editorial Narcea Ediciones S.A.
- Vargas Vargas, G., & Gamboa Araya, R. (2013). El modelo de Van Hiele en la enseñanza de la Geometría. *Redalyc*, 94.
- Villani, V. (2005). Por qué un estudio en geometría. *Dipartimento di Matematica Università di Pisa Via Bounarroti 2. Italia*.
- Zangara, A., & Zans, C. (2015). *Importancia de las estrategias de autorregulación en el aprendizaje y sus derivaciones para la enseñanza. Análisis de un caso en Educación Superior Universitaria*. Argentina: X Congreso de Tecnología en Educacion & Educacion en Tecnología.

ANEXOS

Introducción

En la clase de hoy realizaremos una explicación del tutorial del sistema dinámico GeoGebra. GeoGebra es un estupendo programa para "hacer Geometría" de forma práctica, visual e interactiva. El programa es fácil de usar y manipular.

Ilustración 49 Captura de Pantalla Sistema GeoGebra



Fuente: Captura de pantalla durante la aplicación de la tarea #2

Descripción de la tarea

- I. Lo primero que se hará, será entregar a los estudiantes un ordenador con el sistema dinámico GeoGebra previamente instalado.
- II. Cada estudiante explorará, manipulará el sistema dinámico GeoGebra de acuerdo con los conocimientos anteriores que posean sobre el manejo de software.
- III. Se le entrega una cartilla previamente elaborada con todas las instrucciones e información sobre el manejo del sistema dinámico GeoGebra.
- IV. Luego se presentará formalmente el sistema dinámico GeoGebra, se les explicará los beneficios, cualidades principales y les mostraremos el uso básico del programa.