



**PROCESOS DE REGULACIÓN METACOGNITIVA (PLANEACIÓN,  
MONITOREO Y EVALUACIÓN) EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON  
DERIVACIÓN DE FUNCIONES**

**HENRY GARCÍA ARNEDO**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES**

**MAESTRÍA VIRTUAL EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS**

**DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS**

**CARTAGENA-BOLÍVAR**

**2019**

**PROCESOS DE REGULACIÓN METACOGNITIVA (PLANEACIÓN,  
MONITOREO Y EVALUACIÓN) EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON  
DERIVACIÓN DE FUNCIONES**

**HENRY GARCÍA ARNEDO**

**Tutora**

**SANDRA MARÍA QUINTERO CORREA**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES**

**MAESTRÍA VIRTUAL EN ENSEÑANAZA DE LAS CIENCIAS**

**DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS**

**CARTAGENA-BOLÍVAR**

**2019**

## **DEDICATORIA**

A Dios por todo lo que me ha ayudado y acompañado en todo éste proceso

A mis padres y esposa que siempre han estado apoyándome

A mis hijos Anyeline García y Gabriel Jesús García, que son el motor de mi vida y la motivación para seguir adelante en los momentos difíciles

## **AGRADECIMIENTOS**

A mi tutora Sandra María Quintero, por su acompañamiento permanente durante todo el proceso, por su calidez humana y su compromiso

A todos los docentes, tutores, y evaluadores de la maestría que con sus aportes permitieron culminar con éxito este logro profesional.

## CONTENIDO

|          |                                         |           |
|----------|-----------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>PRESENTACIÓN .....</b>               | <b>12</b> |
| <b>2</b> | <b>PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....</b> | <b>14</b> |
| 2.1      | Descripción del problema .....          | 14        |
| <b>3</b> | <b>PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN .....</b>  | <b>17</b> |
| <b>4</b> | <b>JUSTIFICACIÓN.....</b>               | <b>18</b> |
| <b>5</b> | <b>OBJETIVO GENERAL.....</b>            | <b>20</b> |
| 5.1      | Objetivos específicos .....             | 20        |
| <b>6</b> | <b>MARCO REFERENCIAL .....</b>          | <b>21</b> |
| 6.1      | Antecedentes.....                       | 21        |
| 6.1.1    | Regulación metacognitiva .....          | 21        |
| 6.1.2    | Resolución de Problemas .....           | 24        |
| <b>7</b> | <b>MARCO CONCEPTUAL.....</b>            | <b>27</b> |
| 7.1      | Metacognición .....                     | 27        |
| 7.2      | Planeación.....                         | 29        |
| 7.3      | Monitoreo .....                         | 29        |
| 7.4      | Evaluación .....                        | 29        |
| 7.5      | Resolución de problemas .....           | 30        |

|           |                                                |           |
|-----------|------------------------------------------------|-----------|
| 7.6       | Nivel de enseñanza de la derivada.....         | 34        |
| 7.7       | Tendencias de la enseñanza de la derivada..... | 34        |
| 7.8       | Enfoques para la enseñanza de la derivada..... | 34        |
| <b>8</b>  | <b>MARCO LEGAL.....</b>                        | <b>37</b> |
| <b>9</b>  | <b>REFERENTE METODOLÓGICO .....</b>            | <b>38</b> |
| 9.1       | Tipo de estudio .....                          | 38        |
| 9.2       | Contexto.....                                  | 38        |
| 9.3       | Población y muestra.....                       | 39        |
| 9.4       | Unidad de trabajo.....                         | 39        |
| 9.5       | Unidad de análisis.....                        | 39        |
| 9.6       | Técnicas e instrumentos de investigación.....  | 39        |
| 9.6.1     | Unidad didáctica.....                          | 39        |
| 9.6.2     | Entrevista semiestructurada.....               | 41        |
| 9.7       | Validación de los instrumentos.....            | 42        |
| 9.8       | Resultados y análisis de la información.....   | 42        |
| <b>10</b> | <b>ANÁLISIS DE RESULTADOS.....</b>             | <b>44</b> |
| 10.1      | Momento de ubicación .....                     | 44        |
| 10.1.1    | Análisis del momento de ubicación.....         | 45        |

|           |                                            |           |
|-----------|--------------------------------------------|-----------|
| 10.2      | Momento de desubicación .....              | 48        |
| 10.2.1    | Análisis del momento de desubicación ..... | 72        |
| 10.2.2    | Categoría resolución de problemas .....    | 72        |
| 10.2.3    | Categoría estrategias metacognitivas ..... | 74        |
| 10.3      | Momento de reenfoque .....                 | 76        |
| 10.3.1    | Entrevista semiestructurada.....           | 83        |
| 10.3.2    | Análisis del momento tres .....            | 87        |
| 10.3.3    | Categoría resolución de problemas .....    | 87        |
| 10.3.4    | Categoría estrategias metacognitivas ..... | 87        |
| <b>11</b> | <b>CONCLUSIONES .....</b>                  | <b>89</b> |
| <b>12</b> | <b>RECOMENDACIONES .....</b>               | <b>90</b> |
| <b>13</b> | <b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>    | <b>91</b> |
| <b>14</b> | <b>ANEXOS .....</b>                        | <b>96</b> |
| 14.1      | Anexo A. Momento de Ubicación .....        | 104       |
| 14.2      | Anexo B. Momento de Desubicación .....     | 108       |
| 14.3      | Anexo C. Momento de reenfoque.....         | 130       |

## LISTADO DE TABLAS

|                                                                                                                                           |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabla 1 Categorías, subcategorías e indicadores                                                                                           | 36 |
| Tabla 2 Instrumento 1. (Apliquemos nuestros conocimientos – Ideas previas)                                                                | 44 |
| Tabla 3 Instrumento 2. Elaboración Mapa conceptual                                                                                        | 48 |
| Tabla 4 Mapas elaborados por los estudiantes                                                                                              | 51 |
| Tabla 5 Instrumento 3. Realización Prueba en Línea                                                                                        | 53 |
| Tabla 6 Instrumento 4: Desarrollo de ejercicios sobre reglas de derivación                                                                | 59 |
| Tabla 7 Instrumento 5: Realización de un problema siguiendo la heurística de Miguel de Guzmán                                             | 63 |
| Tabla 8 Instrumento 6. Desarrollo de problemas utilizando la heurística de Miguel de Guzmán y las estrategias de Regulación Metacognitiva | 70 |
| Tabla 9 Instrumento 7. Actividad 1. Aplicación del Instrumento “Apliquemos nuestros conocimientos II”                                     | 77 |
| Tabla 10 Instrumento 8. Entrevista Semiestructurada                                                                                       | 83 |



## LISTADO DE ANEXOS

|                                                   |            |
|---------------------------------------------------|------------|
| <b>Anexo 1. Formato de Unidad Didáctica .....</b> | <b>96</b>  |
| <b>Anexo 2 .....</b>                              | <b>137</b> |
| <b>Anexo 3 .....</b>                              | <b>138</b> |
| <b>Anexo 4 .....</b>                              | <b>142</b> |

## RESUMEN

Este trabajo muestra los resultados de una investigación cuyo propósito consistió en analizar la incidencia que tiene la vinculación de los procesos de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación), en la resolución de problemas de derivación con los estudiantes de ingeniería de la Universidad del Sinú, ubicado en la ciudad de Cartagena-Bolívar

El estudio desarrollado tiene un enfoque de análisis cualitativo, la recolección de la información se realizó a través de la implementación de una Unidad Didáctica estructurada en tres momentos: Ubicación, Desubicación y Reenfoque, en ésta se articularon los procesos de regulación metacognitiva con el modelo de resolución de problemas de Miguel de Guzmán. Además, se utilizó como instrumento la entrevista estructurada

Los resultados mostraron que los estudiantes desarrollaron de manera significativa procesos de planeación, monitoreo y evaluación, los cuales les permitió tomar conciencia de los procesos que realizaron, identificando sus fortalezas y dificultades en la aplicación de sus conocimientos en la resolución de las situaciones planteadas. Además, lograron el fortalecimiento de sus procesos de razonamiento y de sus habilidades cognitivas y actitudinales, lo que conllevó al mejoramiento de las estrategias de resolución de problemas relacionados con la derivación de funciones

**Palabras Claves:** Metacognición, enseñanza, aprendizaje, estrategias, regulación, resolución de problemas, derivación de funciones

## **ABSTRACT**

This work shows the results of an investigation whose purpose was to analyze the incidence of linking metacognitive regulation processes (planning, monitoring and evaluation), in the resolution of problems with engineering students of the University of Sinú , located in the city of Cartagena-Bolívar

The study developed has a qualitative analysis approach, the information collection was carried out through the implementation of a Didactic Unit structured in three moments: Location, Dislocation and Refocusing, in this process the metacognitive regulation processes were articulated with the model of problem solving by Miguel de Guzmán. In addition, the structured interview was used as an instrument

The results showed that the students developed significantly planning, monitoring and evaluation processes, which allowed them to become aware of the processes they carried out, identifying their strengths and difficulties in the application of their knowledge in the resolution of the situations raised. In addition, they managed to strengthen their reasoning processes and their cognitive and attitudinal abilities, which led to the improvement of problem-solving strategies related to the derivation of functions

**Keywords:** Metacognition, teaching, learning, strategies, regulation, problem solving, derivation of functions

## **1 PRESENTACIÓN**

El presente estudio surgió a partir de la necesidad de implementar estrategias didácticas que conlleven a abordar de manera diferente los procesos de enseñanza y aprendizaje en el área de matemáticas, de tal forma que se garantice la participación activa de los estudiantes en los procesos que se realizan y se garantice la aplicabilidad de los conocimientos adquiridos en situaciones reales para encontrar sentido a la utilidad de las matemáticas

Teniendo en cuenta que la resolución de problemas, la metacognición y la argumentación son tres pilares de la formación de pensamiento crítico. Según Tamayo, Zona y Loaiza (2015): La formación del pensamiento crítico en los estudiantes es uno de los propósitos de la educación y...Profundiza en el estudio de tres dimensiones: solución de problemas, argumentación y metacognición, las cuales son centrales en la formación del pensamiento crítico de los estudiantes (p. 32)

El presente proyecto articula la utilización de estrategias de regulación metacognitiva con el método de solución de problemas de Miguel de Guzmán. Para la aplicación de la propuesta se diseñó una Unidad Didáctica según el modelo propuesto por Tamayo (2011), basada en tres momentos secuenciales (ubicación, desubicación y reenfoque). Este trabajo se llevó a cabo con 8 estudiantes de la Universidad del Sinú, ubicada en la ciudad de Cartagena

Inicialmente se aplicó un instrumento con el fin Identificar las ideas previas que tenían los estudiantes respecto a la resolución de problemas relacionados con la derivación de funciones y a la aplicación de estrategias metacognitivas. Posteriormente se realizaron actividades encaminadas a generar procesos donde se facilitará el aprendizaje de las derivadas, dando solución a las dificultades presentadas por los estudiantes. Así mismo se modelaron y desarrollaron algunas situaciones con el fin de familiarizar a los estudiantes respecto a la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán, asociando las estrategias de regulación metacognitiva en los procesos de resolución de las situaciones planteadas. Finalmente se aplicó un instrumento y una entrevista semiestructurada con el propósito de analizar la efectividad de las actividades planteadas en la Unidad Didáctica

respecto de la resolución de problemas y a la superación de las dificultades asociadas con las derivadas y a la aplicación de estrategias de regulación metacognitiva de planeación, monitoreo y evaluación durante dicha resolución

El presente estudio, se distribuye en 6 capítulos; el primer capítulo hace referencia al planteamiento y descripción de la problemática que hizo surgir la pregunta de investigación, la justificación y los objetivos de la propuesta. En el segundo capítulo, se presentan el marco referencial en el cual se describen los antecedentes y marco conceptual que fundamentan el proyecto investigativo, teniendo en cuenta como categorías principales la regulación metacognitiva y la resolución de problemas. En el tercer capítulo, se describe la metodología utilizada, el tipo de estudio, contexto, unidad de trabajo y análisis; así como las técnicas e instrumentos de investigación donde se plantea el diseño y aplicación de la Unidad Didáctica como estrategia de intervención didáctica a partir de tres momentos de Ubicación, Desubicación y Reenfoque. En el cuarto capítulo se realiza el análisis de los resultados de la información obtenida luego de la aplicación de los instrumentos diseñados en cada momento de la Unidad Didáctica. En el quinto capítulo se exponen las conclusiones a las que se llegó, una vez finalizado el proceso investigativo, finalmente en el sexto capítulo se presentan las recomendaciones orientadas a mejorar futuros procesos de investigación

A partir de los resultados arrojados durante el análisis de la información se logró evidenciar que con la articulación de estrategias de regulación metacognitiva y la heurística de Miguel de Guzmán en la solución de problemas, los estudiantes validan, mejoran y reevalúan los métodos utilizados en el análisis y resolución de estas situaciones, logrando aprendizajes más profundos

## **2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

### **2.1 Descripción del problema**

La enseñanza de las matemáticas, en especial el Cálculo Diferencial siempre ha sido motivo de reflexión por parte de los docentes del área, fundamentalmente al momento de analizar las dificultades que presentan los estudiantes al resolver los problemas que se les plantean

Siempre se les escucha a los jóvenes lo difícil que son las matemáticas, en éste caso el Cálculo Diferencial y lo cansado que están de realizar ejercicios sin sentido, expresando que eso no les va a servir en su vida laboral, ya que no les encuentran la aplicación en la vida cotidiana, ante esto García, (2011) afirma:

La mayoría de los individuos no gozan ni aprenden a disfrutar esta insistente presencia de la matemática en la vida escolar, la sufren y hasta llegan a odiarla y a culparla de sus fracasos o frustraciones, esto se debe a que los profesores no le dan la importancia necesaria a esta asignatura y continúan enseñando con métodos tradicionales (p.33)

La anterior situación problemática se observa con los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Sinú, ya que ellos no encuentran el sentido para estudiar el Cálculo Diferencial en su área de conocimiento y ven el hecho de resolver tantos ejercicios como un sin sentido que no les permite desarrollar el pensamiento lógico

Esto ha hecho que los estudiantes vean el Cálculo Diferencial como una asignatura muy aburrida y sin sentido, llevándolos a que tengan poco interés en reflexionar sobre la aplicación. Es por esto que actualmente, el docente se ha preocupado por cambiar su método de enseñanza dentro y fuera del aula, incluyendo en su didáctica, estrategias que le permitan al estudiante pensar y ver las matemáticas desde otra óptica, la cual no sea aburrida si no por el contrario atractiva, de acuerdo al nivel de escolaridad donde se encuentre, entre dichas estrategias está la lúdica y resolución de problemas mucho más contextualizados, que acerquen al estudiante a su realidad

Dentro de las estrategias anteriores, la resolución de problemas se considera esencial, ya que, por medio de ésta, los estudiantes aprecian la potencia y utilidad de las matemáticas en el mundo real y sobre todo en su área de conocimiento. De acuerdo a esto Alonso y Martínez (2003) afirman que:

La Resolución de Problemas no puede considerarse como una tendencia totalmente nueva en la enseñanza de las Matemáticas, pues ya desde la antigüedad los científicos se habían dado a la tarea de tratar de entender y enseñar habilidades necesarias para resolver problemas matemáticos (p.83)

Por esta razón es que en los últimos tiempos se ha considerado a la resolución de problemas como el método más adecuado dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, ya que se destaca en los “procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje, tomando los contenidos matemáticos, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces” (De Guzmán, 2007, p. 35). Estos procesos ayudan y motivan al estudiante a crear conciencia de lo que el docente le quiere dar a entender y a tener la capacidad de razonamiento lógico para resolver problemas matemáticos

Por otro lado, el MEN (2003) sustenta que “los problemas proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos” (p.52); El sacar las matemáticas del contexto del aula a un entorno cercano, como por ejemplo dentro y fuera de la escuela facilita el aumento del desarrollo de los procesos matemáticos del estudiante. Se trata de ubicar al estudiante directamente en el plano de su entorno, trabajando antes los contenidos en el aula y promoviendo a continuación las pertinentes salidas para experimentar significativamente los elementos presentes en su contexto, para de este modo trabajar desde éste los contenidos y sobre todo los procesos matemáticos (la resolución de problemas, la demostración y justificación de lo observado, la comunicación y la representación) que darán lugar a un aprendizaje significativo

Ahora bien, las estrategias metacognitivas son técnicas que guían la solución de problemas matemáticos en diferentes campos del conocimiento. Hernández (2002) muestra en sus estudios que las estrategias metacognitivas interactúan durante la solución de un problema matemático; también dice que para resolver problemas matemáticos se pueden usar dos tipos de estrategia metacognitivas: las generales y las específicas

En el proceso de aprendizaje de las derivadas es necesario que el estudiante ponga en marcha diversas estrategias metacognitivas, que le permitan resolver problemas contextualizados e interiorizar la nueva información que se le ofrece, para así convertirla en conocimientos útiles. Es de gran importancia contextualizar los problemas que se le dé al estudiante, ya que permite la imaginación de la situación planteada, esto lo lleva a la motivación y hace más eficiente el proceso de enseñanza aprendizaje



### **3 PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN**

Por todo lo anterior surge la siguiente pregunta de investigación:

¿Qué incidencia tienen los procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas de derivación de funciones, en estudiantes de segundo semestre de Ingeniería de la Universidad del Sinú?

## 4 JUSTIFICACIÓN

En la Universidad del Sinú se le da una gran importancia a la resolución de problemas en los cálculos en general; sin embargo, se notan algunas dificultades en los estudiantes a la hora de resolver un problema de cálculo, dado que, muchos de los problemas en los cuales se han enfrentado en el aula de clases no son contextualizados y esto los lleva a una desmotivación y a preguntarse ¿Para qué me sirve el cálculo en mi carrera? ¿Dónde uso esto en lo que estoy estudiando?

La enseñanza del cálculo dentro de la universidad se ha limitado al aprendizaje mecánico, utilizando fórmulas matemáticas, las cuales los estudiantes no le ven la aplicabilidad en un contexto real, causando en ellos un errado pensamiento de lo importante del Cálculo Diferencial en su área de conocimiento

Por otro lado, no se les ha enseñado a los estudiantes la manera de abordar un problema contextualizado, los pasos que debe seguir para poder resolverlo, plantear una estrategia e interpretar los resultados obtenidos de dicho problema

Es necesario incorporar procesos metacognitivos a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y en particular a la derivación, pues esto ayuda a una mejor comprensión de los temas desarrollados, en el caso concreto de la resolución de problemas

Flórez (2005) señala que “La metacognición se refiere a los conocimientos que las personas tienen sobre su propia cognición, motivándolas a prever acciones y a anticipar ayudas para mejorar su rendimiento y resolver mejor los problemas” (p.5). Dicho de otra manera, haciendo uso de la metacognición, el estudiante puede ser capaz de reflexionar y autorregular su proceso, podrá comprender y resolver de la mejor manera problemas que se le propongan

De igual forma, el implementar estrategias metacognitivas como son: la planeación, el monitoreo y la evaluación, permitirá que los estudiantes mejoren su rendimiento académico, además les ayudará a reflexionar sobre sus procesos cognitivos, permitiéndole

ser reguladores y hacedores de su propio aprendizaje. Según Tamayo (2004) “Sin lugar a duda si un alumno tiene desarrolladas estas capacidades, podrá representarse mentalmente y explicitar, de ser necesario, las acciones que debe llevar a cabo para culminar la tarea con éxito” (p. 6)

Por lo anterior, se llevará a cabo el diseño de una unidad didáctica donde se muestre la metacognición en la resolución de problemas de derivación, la cual beneficia de gran manera a los estudiantes de segundo semestre de la facultad de ingeniería, ya que permitirá que estos se sientan involucrados en fortalecer sus procesos de razonamiento. Con la aplicación de esta estrategia se busca facilitar el mejoramiento de sus habilidades cognitivas y de pensamiento

## **5 OBJETIVO GENERAL**

Analizar la incidencia que tienen los procesos de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) en la resolución de problemas con derivación de funciones, en los estudiantes de segundo semestre de la Universidad del Sinú

### **5.1 Objetivos específicos**

- ✓ Indagar acerca de la existencia y la forma en que se dan los procesos de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) en los estudiantes de segundo semestre de la Universidad del Sinú en la resolución de problemas de aplicación de la derivada
- ✓ Determinar los elementos que intervienen en los procesos de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) y los pasos a seguir en la resolución de problemas
- ✓ Evaluar los procesos de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) en la resolución de problemas de derivación, en los estudiantes de segundo semestre de la Universidad del Sinú

## **6 MARCO REFERENCIAL**

### **6.1 Antecedentes**

Para el desarrollo del presente trabajo se han definido dos categorías que serán desarrolladas a lo largo del proceso. En primer lugar, la regulación metacognitiva, con la cual se busca que los estudiantes tomen conciencia y sean cada vez más reflexivos de sus procesos de aprendizaje y, en segundo lugar, la resolución de problemas, con los cuales se pretende hacer evidente, la relación entre la vida cotidiana y las matemáticas

#### **6.1.1 Regulación metacognitiva**

En los últimos años, se destaca la importancia de la regulación metacognitiva en los procesos de enseñanza y aprendizaje. A continuación, se relacionan algunas investigaciones realizadas con respecto a esta categoría:

El trabajo titulado “Estrategias cognitivas y metacognitivas en la comprensión de un texto de ciencias” de las investigadoras Maturano, C., Soliveres, M. y Macías, A. (2002), quienes buscaron con su trabajo dar a conocer algunas estrategias cognitivas y metacognitivas que usan los alumnos universitarios de diferentes carreras en la comprensión de textos de carácter expositivo, extraído de un libro de física. A partir de este estudio de carácter descriptivo las autoras tratan de examinar, cómo procesan la información proporcionada por el texto por medio de un cuestionario de conocimiento

Como consecuencia de este análisis reflexivo de los resultados, destacan que es importante que los docentes sepan guiar a los estudiantes en la adquisición e implementación de actividades que les permitan mejor dominio de los textos tanto en los aspectos cognitivos como metacognitivos

Por otro lado, Osses Bustingorry, Sonia, & Jaramillo Mora, Sandra. (2008), publicaron su artículo titulado “Metacognición: un camino para aprender a aprender”. Con este trabajo, buscaron analizar la metacognición como una alternativa viable para formar alumnos autónomos. El trabajo nace por la preocupación de educadores y psicólogos por abordar el

problema del aprendizaje y del conocimiento desde la perspectiva de una participación activa de los sujetos, cuyo eje básico lo constituyen: la reflexividad, la autoconciencia y el autocontrol. El trabajo se construyó sobre la base de una educación que potencia la conciencia sobre los propios procesos cognitivos y la autorregulación de los mismos por parte de los estudiantes, de manera tal, que les conduzca a un "aprender a aprender", es decir, a autodirigir su aprendizaje y transferirlo a otros ámbitos de su vida

La metodología de trabajo implementada se dividió en cuatro etapas que incluyeron una instrucción explícita, una práctica guiada, una práctica cooperativa y una práctica individual. A partir de lo anterior los investigadores concluyeron como resultado que es posible afirmar que la meta-cognición es un camino viable para lograr un desarrollo más pleno de la autonomía de los estudiantes

Ugartetxea, J. (2001) da a conocer su artículo titulado “Motivación y metacognición, más que una relación”. El objetivo del autor fue realizar una reflexión para analizar la posible relación existente entre metacognición y motivación; para lograrlo, analiza aspectos como que la atribución de la causalidad, la localización del control y el establecimiento de expectativas de éxito, pueden estar condicionadas por el conocimiento metacognitivo de los alumnos. El estudio se desarrolló bajo una metodología descriptiva, la cual arrojó en sus resultados que la unión entre motivación y metacognición, con el concurso de la cognición, puede intervenir en la autonomía de aprendizaje

Con relación al peso de la Regulación Metacognitiva en la resolución de problemas, Gómez W. y Castillo E. (2016), realizaron un trabajo de investigación cuyo objetivo fue el de establecer las implicaciones que tienen la incorporación de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas con la adición de números enteros en los estudiantes grado 7°, e la Institución Educativa Rural (I.E.R) Jordán Güiria Municipio Valle del Guamuez- Departamento del Putumayo. Dicha investigación tuvo una metodología de carácter etnográfico, con un enfoque cualitativo descriptivo, el cual permitió hacer comprensible el dialogo entre la teoría, los antecedentes investigativos la experimentación y lo que expresó cada estudiante, encontrando sentido y significado a los hallazgos. Como trabajo de campo

se diseñó la unidad didáctica, que consta de una serie de actividades que se aplicaron de manera sistemática y progresiva. La información se recolectó a partir de entrevistas y el diario de campo

En ésta investigación se evidenció la importancia de la metacognición en la educación, puesto que permite que los estudiantes aprendan de forma autónoma y autorregulada. Por su parte, la Regulación Metacognitiva también tuvo mucho que ver en la eficacia del aprendizaje de los estudiantes, mostrando el cómo planea, monitorea y evalúa lo que aprenden permitiendo así una constante reflexión

A continuación, se encuentra el trabajo de investigación realizado por González, A. (2017). Titulado: "La regulación metacognitiva y la solución de problemas sobre proporcionalidad en estudiantes de media", cuyo objetivo principal fue la descripción de los cambios que se generan en los estudiantes, en el proceso de solución de problemas sobre proporcionalidad al emplear procesos de Regulación Metacognitiva. Esta investigación es de carácter cualitativo-descriptivo, del tipo estudio de casos. Su desarrollo fue la de elaborar una Unidad Didáctica (U. D) con tres momentos: (a) Ubicación; (b) Desubicación y (c) Reenfoque

En el momento de ubicación se aplicó un instrumento para identificar los diferentes obstáculos que presentaban los estudiantes al enfrentar situaciones problemas relacionadas con proporcionalidad

En los momentos de desubicación y reenfoque, se tuvo en cuenta el primer instrumento, el cual sirvió como guía para diseñar las actividades de estos dos momentos

Los trabajos mencionados anteriormente contribuyen a la presente investigación, ya que muestra la Regulación Metacognitiva como una herramienta fundamental para mejorar los procesos de resolución de problemas en el área de Matemáticas. La aplicación de esta estrategia permite que los estudiantes resuelvan problemas de una forma más organizada, fomentando así los procesos de reflexión en el momento de seleccionar la estrategia más

adecuada para su solución, identificando de la mejor manera los errores cometidos, para tenerlos en cuenta en la resolución de problemas posteriores

### **6.1.2 Resolución de Problemas**

En los últimos años, se destaca la importancia de la resolución de problemas en los procesos de aprendizaje. A continuación, se hará una descripción de algunas investigaciones realizadas con respecto a la resolución de problemas:

En la resolución de problemas mediante la aplicación del modelo de Miguel de Guzmán se encuentra el trabajo realizado por Arteaga, M. (2015). Esta investigación tuvo por objetivo fundamental dinamizar y lograr aprendizajes significativos de los estudiantes de 3er grado “A” de secundaria de la Institución Educativa “Virgen del Carmen” del distrito de San Jerónimo, mediante la resolución de problemas contextualizados. La metodología utilizada correspondió a una investigación cualitativa, de modalidad de Investigación Acción Pedagógica. El docente investigador participo como observador, autor del cambio y luego interpreto la realidad que reflejó el uso de las estrategias metodológicas en la resolución de problemas para favorecer los aprendizajes significativos de los estudiantes

Por otro lado, Marín Á. (2015), pretendió establecer la incidencia de la resolución de problemas en el aprendizaje en profundidad de los estudiantes de grado noveno en la Institución Educativa San Francisco de Paula en el municipio de Chinchiná/ Caldas. La investigación (desde una perspectiva cualitativa) fue de tipo inductiva (se partió de los datos pasando por las sub-categorías de cómo resuelven problemas hasta llegar a la variable de resolución de problemas)

El estudio analizó también algunas dimensiones subjetivas como el pensamiento de los estudiantes sobre cómo éstos resuelven problemas, los usos del lenguaje y la metacognición en los estudiantes, para identificar las características del aprendizaje en profundidad. Para el desarrollo de la investigación se utilizaron tres instrumentos: Una unidad didáctica, 10 actividades que contienen un problema cualitativo y 2 entrevistas de grupo focal



Este estudio permitió evidenciar que los estudiantes participantes resuelven los problemas bajo un método exclusivamente tradicional; que hace que olviden los conocimientos que ya han adquirido en clase con facilidad, dando como resultado un aprendizaje basado en lo superficial

Además, se vio que los problemas cualitativos orientados bajo modalidad abierta y contextualizada con la institución y la realidad no incidieron en forma significativa en el aprendizaje en profundidad de los estudiantes involucrados en el proceso, ya que los estudiantes desconocen cómo enfrentar este tipo de situaciones, como abordarlos desde sus conceptos previos y relacionarlos con la clase o viceversa

Las investigaciones anteriores han sido abordadas, ya que son estudios relacionados con el interés investigativo del presente proyecto; por tanto se convierten en un punto de partida para el diseño de nuevas estrategias que facilitan el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y estén encaminadas a la formación del pensamiento crítico de los estudiantes, permitiéndoles ser más reflexivos y autónomos a la hora de enfrentarse a la solución de diversas situaciones aplicando las heurísticas de Miguel de Guzmán y las estrategias metacognitivas

Por otro lado, diversos autores han realizado aportes a la hora de definir la categoría de resolución de problemas, por ejemplo, Polya (1945), es un autor clásico en el tema de resolución de problemas, el cual plantea que el proceso de la resolución se lleva a cabo en cuatro etapas, las cuales son: la comprensión del problema, concepción de un plan, su ejecución y una visión retrospectiva. Por otro lado, Orton (1996), expresa que la resolución de problemas “se concibe como generadora de un proceso a través del cual quien aprende combina elementos del conocimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar solución a una situación nueva”. Por esta razón la resolución de problemas es de gran importancia en las matemáticas, ya que ayuda al estudiante a pensar, tener habilidades y competencias las cuales le permiten dar solución al problema

Se reconocen también los aportes de Guillén (2014), dice que “la resolución de problemas requiere poner en marcha estrategias cognitivas y metacognitivas (planificación, regulación y evaluación)” ( p. 32). Es por esto la implementación de estrategias metacognitivas en éste proyecto, ya que le permite al estudiante mejorar su rendimiento académico y facilitar la reflexión de los procesos cognitivos, llevándolos a ser autónomos, constructores y reguladores de su propio aprendizaje. Como dice Tamayo (2004) “sin lugar a duda, si un alumno tiene desarrolladas estas capacidades, podrá representarse mentalmente y explicitar, de ser necesario, las acciones que debe llevar a cabo para culminar la tarea con éxito” (p. 6)

## **7 MARCO CONCEPTUAL**

Para la realización de esta propuesta de investigación se hace necesario definir dos categorías conceptuales las cuales son: las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación; y la resolución de problemas. En esta parte del proyecto se plantea la contribución de algunos autores que han sido referentes en esta investigación

### **7.1 Metacognición**

La palabra metacognición es la capacidad que tienen las personas reflexionar sobre sus propios procesos de pensamiento y la forma en que aprenden. Además de esto, la metacognición les permite conocer y autorregular los procesos mentales que intervienen en su conocimiento. Flavell (1987) define la metacognición como “la habilidad para monitorear, evaluar y planificar nuestro propio aprendizaje”. Estas tres categorías son de gran importancia, ya que permiten primero, dar una información y las estrategias que se necesitan para llevar a cabo una actividad propuesta (esto en cuanto a la planificación); segundo, controlar el desarrollo de lo sucedido en la actividad realizada (esto en cuanto al monitoreo); y por último, determinar el valor de la actividad realizada, teniendo en cuenta diversos elementos (esto en cuanto a la evaluación)

La metacognición en la década de los 70 empezó a utilizarse consistentemente a la metamemoria (La metamemoria es el grado de conocimiento y memoria que se tiene acerca de nuestra propia memoria y de sus peculiaridades (Flavell y Wellman, 1977)) y según Tamayo (2006) afirma que “fue definida de forma más general por Flavell (1971)” (p2.). Las categorías que propone Flavell (1971) son: el conocimiento de variables personales, variables de tareas y variables de estrategias. La primera trata de los mayores conocimientos adquiridos, la segunda se refiere a como la persona tiene de cuál será la influencia que tendrá la naturaleza de una tarea sobre su realización y la tercera se refiere al

saber acerca del valor diferencial que poseen estrategias cognitivas y metacognitivas para cumplir con un objetivo propuesto

La metacognición trata de la capacidad que tienen las personas de reflexionar sobre sus de pensamiento y la forma en como aprenden. Por esta razón las personas pueden conocer y medir sus procesos mentales básicos que intervienen en su conocimiento

En procura del análisis de la implementación de la estrategia de metacognición, para la resolución de problemas en los estudiantes, se realiza el presente informe de lectura, donde se lleva a cabo un rastreo de los diversos estudios relacionados con el tema que se plantea, en diferentes zonas geográficas del mundo, iniciando desde el ámbito internacional, y luego llegando al regional (América Latina). Para desarrollarlo, se han tomado como referentes, artículos de diferentes autores que han tratado el tema de la metacognición y su desarrollo en la escuela, por ejemplo Ugartetxea, Maturano, Soliveres, Bustingorry, entre otros

Según Carretero (2001), la metacognición es el conocimiento construido del propio funcionamiento cognitivo, de esto se puede interpretar la metacognición como la capacidad de autorregular los procesos de aprendizaje

Según Flavell, J. (1985) define la metacognición como el “conocimiento que uno tiene acerca de los propios procesos y productos cognitivos o cualquier otro asunto relacionado con ellos” (p.232), esto se refiere al conocimiento que adquirido relacionado con la propia actividad cognitiva y el conocimiento de las estrategias, las cuales pueden ser usadas para la solución de determinados tipos de tareas

(Flavell, 1987). Schraw & Moshman (1995) elaboran una recopilación de las teorías metacognitivas y muestran que es posible evidenciar en la metacognición, dos componentes principales, los cuales son el conocimiento de la cognición y la regulación de la cognición

El conocimiento de la cognición hace referencia al conocimiento que tienen las personas sobre su propio conocimiento, tiene como subprocesos el conocimiento acerca de las cosas, el sobre cómo hacer las cosas y del por qué y al cuándo de las cosas

La regulación de la cognición es el aspecto de la metacognición que será estudiado en la presente investigación, se refiere a las estrategias metacognitivas que ayudan a controlar el aprendizaje, estas son la planeación, el monitoreo y la evaluación

## **7.2 Planeación**

Es entendida como aquellas acciones mediante las cuales el estudiante dirige y controla su conducta, Tesouro (2015). También se refiere al desarrollo de una estrategia general, la determinación de lo que se va a hacer y a la disciplina prescriptiva y no prescriptiva que trata de identificar acciones a través de una secuencia sistemática de toma de decisiones. Aquí se llevan a cabo actividades como: establecer las capacidades y metas del aprendizaje, tener en cuenta los conocimientos previos necesarios para llevar a cabo la actividad, descomponer en pasos sucesivos, programar un cronograma, tener en cuenta el tiempo, los recursos, el esfuerzo y seleccionar la estrategia adecuada a seguir

## **7.3 Monitoreo**

Hace referencia al proceso constante de recolectar, analizar y utilizar información para hacer seguimiento al progreso de una tarea. Se realiza durante la ejecución de la tarea, en esta etapa, el estudiante realiza actividades de verificación, rectificación y revisión de la estrategia propuesta, formulando preguntas, haciendo un seguimiento del plan trazado, ajustando el tiempo y el esfuerzo requerido para la tarea y seleccionando estrategias alternativas en caso de que las planteadas anteriormente no sean eficaces. Además, con estas acciones se puede comprobar la capacidad que tiene el estudiante para seguir el plan trazado y comprobar su eficacia (Tesouro, 2015)

## **7.4 Evaluación**

Es una apreciación sistemática de una actividad; la evaluación se centra en los logros esperados y alcanzados y permite verificar el proceso de aprendizaje, revisando los pasos estipulados, valorando si se han o no cumplido los objetivos. Es necesario realizarla, durante y al final del proceso (Tesouro, 2015)

En términos de Jorba & Sanmartí (1993) la evaluación, es considerada como el proceso de regular el aprendizaje, tanto en los docentes, como en los estudiantes. Debe ser un proceso en el que, a partir de la recolección de la información, se tomen las respectivas decisiones respecto a los cambios que se deben introducir en el proceso de aprendizaje. Para el caso de la resolución de problemas, debe dar la posibilidad más allá de una respuesta, la discusión acerca de cómo se ha llegado a la solución de dicho problema. En el caso de la no solución del problema se hace la búsqueda de otros caminos, más simples o la reflexión sobre el mismo proceso de pensamiento del estudiante

Estas estrategias metacognitivas permiten que el estudiante pueda optimizar o reevaluar las estrategias usadas a la hora de resolver algún problema, permitiendo así un aprendizaje mucho más profundo y potenciar el aprendizaje autónomo; dado que da posibilidad que el estudiante pueda encontrar las vías necesarias que lo lleven a la solución del problema, ensayando así distintas alternativas y aprovechando los errores cometidos como fortaleza para el aprendizaje

## **7.5 Resolución de problemas**

La resolución es el acto y el resultado de resolver, esto se refiere a encontrar una solución de algo; un problema es una situación, un inconveniente o una dificultad. Mientras que una resolución de problemas es el procedimiento que permite dar solución al problema o a la dificultad que se tenga

La resolución de problemas es la que permite reconocer señales que identifican la presencia de una dificultad. Estas señales llevan a la recolección de información necesaria para dar solución a los problemas detectados y así tomar las mejores alternativas de solución, ya sea de manera grupal o individual. Esto permite que los estudiantes sean capaces de mejorar continuamente el medio en forma activa y aprender de el

En los últimos años, el concepto resolución de problemas, usado comúnmente dentro los procesos cognitivos de la didáctica ha ido en crecimiento por ser una dimensión de

actividad de enseñanza-aprendizaje, ya que al hablar de “resolución de problemas se deben tener en cuenta diversas actividades que en muchas ocasiones dificultan su interpretación teórica” (Cohen 1977)

Para comprender la noción de resolución de problemas, se debe entender en un primer momento el concepto de problema como “cualquier situación prevista o espontánea que produce, por un lado, un cierto grado de incertidumbre y, por el otro, una conducta tendente a la búsqueda de su solución” (Perales, 1993, p.170). Por lo anterior se comprende que dentro de toda cotidianidad al resolver un problema se busca obtener un resultado; ahora “al hablar de resolución de problemas, debe referirse al proceso mediante el cual la situación incierta es clarificada, e implica en mayor o menor medida, la aplicación de conocimientos y procedimientos por parte del solucionador” (Gagné 1965, Ashmore et al. 1979). De acuerdo a lo anterior al hablar de resolución, se interpreta que el problema inicialmente se resuelve al comprender el enunciado, aplicando un tratamiento lógico-matemático a este, en búsqueda de lograr el proceso de resolución:

A través del tiempo, la didáctica ha permitido cambiar la forma de interacción maestro-estudiante en pro del mejoramiento de los procesos académicos, y para esto ha sido necesaria la implementación de estrategias que lo permitan

Al trabajar resolución de problemas en matemática, se destaca el cambio en la forma de trabajo del profesor y los alumnos, es una estrategia que permite lograr aspectos que le son de interés a la disciplina como: que los estudiantes “hablen” y “hagan” matemática; creen nuevo conocimiento; aprendan a saber que conocimientos, procedimientos y procesos heurísticos aplicar y cuando hacerlo; manejar el conocimiento condicional; entre otros Onrubia Cochera y Barberà, 2001, Schoenfeld, 1989 ( como se citó en Villareal, 2005)

De Guzmán, (2007) afirma que la resolución de problemas tiene como propósito transmitir de una manera sistemática, los procesos de pensamiento eficaces en la resolución de problemas y además considera que se tiene un verdadero problema al encontrarse en una situación en la cual se quiere o pretende llegar

La resolución de problemas permite que el estudiante pueda manipular objetos matemáticos, activar su capacidad mental, ejercitar la creatividad y reflexionar sobre su propio aprendizaje (metacognición) al tiempo que se prepara para otros problemas, con lo que adquiere confianza en sí mismo

Guzmán M. D. (1995) propone unas estrategias de apoyo que tienen como propósito generar hábitos mentales que permiten eliminar ciertos obstáculos e incentivar la creatividad en el momento de resolver problemas, entre estas están: la pregunta como actitud, hacer un listado de ideas y elementos sobre el problema

La presente investigación se ubicará desde la visión de Miguel de Guzmán, ya que este autor sostiene que los procesos de pensamiento pueden ser objeto de aprendizaje. El autor muestra una serie de estrategias de pensamiento, aplicables a distintos problemas, que son de mucha ayuda y sirven para que la persona explore y replantee sus reflexiones de forma organizada con el fin de seleccionar los obstáculos y así poder conseguir hábitos mentales eficaces

El método de Miguel de Guzmán consta de cuatro pasos, los cuales se mencionarán a continuación:

- **Familiarización con el problema**

Para familiarizarse con el problema es necesario leer, observar y entender el enunciado de dicho problema, esto permite obtener una idea clara, en la cual se determinarán los datos y la relación entre ellos, y a su vez la o las incógnitas a encontrarse

- **Búsqueda de estrategias**

Luego de familiarizarse con el problema, se hace necesario buscar estrategias, las cuales ayudarán a darle solución al problema. Para obtener buenos resultados en la búsqueda, se deben tener en cuenta los siguientes aspectos: empezar por lo fácil, hacer un esquema



(figura o diagrama), escoger un lenguaje adecuado, buscar un problema semejante, suponer el problema resuelto (o semejante) y considerar un caso particular

- **Llevar adelante la estrategia**

De todas las estrategias encontradas para la solución del problema, se debe escoger la que tenga mayor posibilidad de éxito. Una vez encontrada la solución adecuada al problema, es necesario explorar a fondo el proceso seguido para la solución del mismo y así determinar situaciones que ayudaran a la resolución de problemas posteriores o si existen otras formas de resolverlo

- **Revisar el proceso y sacar consecuencias**

Es de gran importancia revisar el proceso del problema y sacar consecuencias de él, haciendo las siguientes preguntas: ¿Cómo has llegado a la solución? Si no has sido capaz de resolver el problema, ¿por qué no has llegado a la solución? ¿Qué necesitas aprender? En esta fase es el momento de evaluar si la estrategia ha funcionado y porque y si se puede encontrar una forma más sencilla para resolver el problema, se sacan conclusiones para situaciones futuras

La resolución de problemas, no debe ser una simple mecanización ni aplicación memorística de fórmulas. Para que éste proceso sea práctico y aporte significativamente a los estudiantes, debe cumplir con una serie de pasos en los cuales el estudiante aplicara la reflexión y tomará conciencia del mejor y más adecuado camino a seguir en las situaciones propuestas

El modelo propuesto por Miguel de Guzmán, busca que el estudiante examine y remodele sus propias técnicas de pensamiento de forma sistemática, a fin de eliminar los obstáculos y llegar a establecer hábitos mentales eficaces

La aplicación de resolución de problemas en las matemáticas es importante, ya que permite al estudiante crear su propio conocimiento, el cual le será útil en el desarrollo de múltiples

habilidades. Además, la resolución de problemas permite un aprendizaje significativo, fomenta la autonomía, ejercita la competencia digital

## **7.6 Nivel de enseñanza de la derivada**

Para entender el nivel de enseñanza de la derivada, debemos hacer referencia a dos aspectos: las tendencias de la enseñanza de la derivada y los enfoques de la enseñanza de la derivada

## **7.7 Tendencias de la enseñanza de la derivada**

Para la enseñanza de la derivada existen dos tendencias: la primera con un enfoque clásico y la otra basada en la resolución de problemas

En este sentido Lozano (2011) hace referencia a lo expuesto por Dolores (2007) quien afirma que la orientación y enseñanza del concepto de la derivada han sido marcadas por dos tendencias. La primera desarrolla el enfoque clásico formal bajo la estructura del análisis matemático para finalmente buscar sus aplicaciones. La segunda busca el desarrollo del pensamiento matemático desde la resolución de problemas de modo que los conceptos básicos se forman a partir de la resolución de los mismos, como el problema de la tangente, razón de cambio y significados físicos

Siguiendo con las tendencias propuestas por Dolores (2011), tendencias se manifiestan mediante enfoques que priorizan la estructura del contenido tales como: algebraico, numérico, formal, infinitesimal, aproximación afín local e innovadores tales como: geométrico, variacional y computacional

## **7.8 Enfoques para la enseñanza de la derivada**

A parte de las tendencias se pueden mencionar diferentes enfoques para la enseñanza de la derivada. En este sentido Dolores (2007) citado en Lozano (2011) establece diferentes enfoques que se deben considerar para la enseñanza de la derivada

Enfoque Algebraico: Prioriza el trabajo con los algoritmos. Ejemplo límite del cociente incremental cuando  $\Delta x$  tiende a cero

Enfoque numérico: se caracteriza por el uso de sucesiones numéricas, al usar el límite de funciones

Enfoque formal: sigue la secuencia clásica de contenido. Iniciando con conjunto de los números reales; concepto de función; definición de límite; definición rigurosa de continuidad por medio del límite; para al final plantear los teoremas y algoritmos necesarios para llegar a la derivada como consecuencia del límite; reglas de derivación y por último las aplicaciones

Enfoque infinitesimal: la estructura de los contenidos básicos del cálculo se organiza mediante una especie de isomorfismos respecto de los contenidos tradicionales

Enfoque aproximación afín local: Para introducir el concepto de derivada se parte de la idea de coeficiente direccional (pendiente) de la recta para definir la pendiente de la secante. Para introducir la idea de tangente como el límite de una sucesión de secantes y con ello se establece la noción de aproximación afín

Enfoque geométrico: desde este punto de vista la derivada es la tasa de cambio a la que está cambiando  $f(x)$ , comparada con respecto a  $x$ , es decir, es la pendiente de la tangente a la gráfica de  $f$  en el valor  $x$ . Puede aproximarse encontrando la pendiente de la secante

Enfoque variacional: En el primer caso se propone remover el discurso matemático escolar desde el fondo, cambiando el papel principal que los cursos de cálculo confieren al concepto de límite y poniendo en su lugar a la variación física, de tal manera que no se sugiere tratar tan exhaustivamente las funciones, sino más bien las cantidades y las magnitudes. Al concretar estas ideas, se parte de las razones de cambio promedio obtenidas del estudio de fenómenos de la vida diaria y se arriba a la derivada como razón de cambio instantánea por medio de un manejo intuitivo del límite

Enfoque computacional: Los computadores han hecho realidad la posibilidad de la visualización dinámica del comportamiento gráfico de las funciones, de observar mediante simulaciones iterativas cómo la sucesión de secantes tiende a la tangente de racionalizar considerablemente el trabajo con los métodos numéricos

Tabla 1 Categorías, subcategorías e indicadores

| CATEGORÍAS               | SUBCATEGORÍAS                                            | INDICADORES                                                                                                                                                                                                                  |
|--------------------------|----------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Regulación metacognitiva | Planeación                                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Objetivo de aprendizaje</li> <li>• Conocimientos previos</li> <li>• Prever el tiempo</li> <li>• Seleccionar la estrategia a seguir</li> </ul>                                       |
|                          | Monitoreo                                                | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Formulación de preguntas</li> <li>• Seguimiento del plan trazado</li> <li>• Modificar y buscar estrategias</li> </ul>                                                               |
|                          | Evaluación                                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Revisión de los pasos seguidos</li> <li>• Valoración de los objetivos propuestos</li> </ul>                                                                                         |
| Resolución de problemas  | Heurística de resolución de problemas (Miguel de Guzmán) | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Familiarización con el problema</li> <li>• Búsqueda de estrategias diversas</li> <li>• Llevar adelante la estrategia</li> <li>• Revisar el proceso y sacar consecuencias</li> </ul> |

Fuente: Elaboración propia

## **8 MARCO LEGAL**

En los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, la resolución de problemas se considera como uno de los cinco procesos generales de la actividad matemática, porque permite:

“Desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas. Es importante abordar problemas abiertos donde sea posible encontrar múltiples soluciones o tal vez ninguna. También es muy productivo experimentar con problemas a los cuales les sobre o les falte información, o con enunciados narrativos o incompletos, para los que los estudiantes mismos tengan que formular las preguntas.” (P.52)

Se busca que el estudiante se enfrenta a situaciones que verdaderamente posean las características de un problema, que les motive a descubrir, razonar y crear, para así poder llegar a darle solución y a no trabajar de forma mecánica la situación problemática

## **9 REFERENTE METODOLÓGICO**

### **9.1 Tipo de estudio**

La presente investigación es un estudio cualitativo según Sampieri (2005), este

Se basa en métodos de recolección de los datos no estandarizados. No se efectúa una medición numérica, por tanto, el análisis no es estadístico. La recolección de los datos consiste en obtener las perspectivas y puntos de vista de los participantes (y) no se pretenden generalizar de manera probabilística los resultados a poblaciones más amplias. (p.20)

En esta investigación se centrará en observar y describir los cambios y avances metacognitivos que tendrán los estudiantes al aplicar una unidad didáctica donde se abordaran la resolución de problemas relacionados con problemas de derivación, utilizando las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, al igual que el modelo de resolución de problemas de Miguel de Guzmán y se centrará en observar y describir los cambios y avances metacognitivos que tendrán los estudiantes

### **9.2 Contexto**

El presente proyecto de investigación se llevará a cabo en la Universidad del Sinú, ubicada en la Avenida del Bosque, Transversal 54 N° 30-729 (sede Plaza Colón). La Universidad está conformada por dos sedes en la ciudad de Cartagena. Atiende a una población de 5200 estudiantes en total. La facultad de ingeniería cuenta con 500 estudiantes desde primero hasta octavo semestre

Los estudiantes pertenecen a los estratos socio-económicos 1 a 3 y provienen mayoritariamente de los Barrios marginados de la ciudad. Dentro de la población estudiantil se encuentran diferentes problemáticas como: inestabilidad familiar, falta de recursos económicos, consumo de sustancias psicoactivas, entre otros

La universidad procura la formación integral de las personas a través de la conservación, transmisión y desarrollo de la ciencia y de la cultura en busca de la verdad y generación de

conocimiento, para lograr la armonía e identidad del ser humano con el mismo, con la sociedad y su ambiente creando una sociedad global más libre, culta y justa

### **9.3 Población y muestra**

La población objeto de estudio está conformada por los estudiantes de ingeniería de la Universidad del Sinú, son 120 estudiantes distribuidos en cuatro grupos de 30 cada uno. Sin embargo, para efectos de tabulación se toma una muestra de 6 estudiantes, a los cuales se les aplica la unidad didáctica

### **9.4 Unidad de trabajo**

La aplicación de la Unidad Didáctica será con los estudiantes de segundo semestre de ingeniería de la universidad, en los que cada grupo cuenta con 30 estudiantes

### **9.5 Unidad de análisis**

La unidad de análisis de este trabajo se basa en el desarrollo de habilidades de regulación metacognitivas, en las subcategorías de planeación, monitoreo y evaluación, mientras resuelven problemas relacionados con derivación de funciones a estudiantes de segundo semestre de ingeniería

Los estudiantes que participarán en el proyecto se encuentran en segundo semestre de la facultad de ingeniería, en la jornada de la tarde, de este grupo se seleccionan seis estudiantes según su desempeño en el curso de cálculo diferencial

### **9.6 Técnicas e instrumentos de investigación**

#### **9.6.1 Unidad didáctica**

Según Tamayo (2006) y Sánchez & Valcárcel (1993), se entiende por unidad didáctica como un proceso flexible de planificación de la enseñanza de los contenidos relacionados con un campo del saber específico para construir procesos de aprendizaje en una comunidad determinada. Este concepto de unidad didáctica se aleja del modelo pedagógico

tradicional del docente y del papel neutral del estudiante, pretende desarrollar en ellos el pensamiento científico, crítico y reflexivo para la solución de situaciones en áreas como las ciencias y las matemáticas

Este modelo de unidad didáctica está conformado por cinco componentes: ideas previas, historia y epistemología de la ciencia, múltiples modos semióticos y TIC, reflexión metacognitiva, y evolución conceptual

La unidad didáctica a implementar está estructurada en tres momentos:

En el primer momento, se realizará la aplicación del cuestionario MAI JR (Metacognitive Assessment Inventory) para identificar si los estudiantes utilizan las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, a la hora de empezar una tarea; seguido a esto se les presentará una situación asociada a problemas de derivación (optimización), éste acompañado de un cuestionario con el que se busca determinar las estrategias metacognitivas presentes en los estudiantes en la resolución de la situación. Para concluir, se les pedirá que solucionen un problema, en el cual se les pedirá que escriban en cada momento lo que están realizando, para así determinar la forma en que abordan la solución del problema

En el segundo momento, a partir de los resultados obtenidos en las primeras actividades, se les enseñará sobre la heurística de resolución de problemas propuesta por Miguel de Guzmán, haciendo referencia a la relación que existe entre ésta y las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación

En el tercer momento, se verificará la manera en que los estudiantes abordan la solución de los problemas planteados. Esto se logra evidenciando cada una de las fases de la heurística de resolución de problemas y la muestra de los momentos de planeación, monitoreo y evaluación del proceso de aprendizaje; para esto, se procederá a realizar otra vez la aplicación del cuestionario MAI JR con el fin de realizar un contraste entre la primera aplicación y los resultados obtenidos al final de la intervención pedagógica, seguidamente



se realizará una entrevista con los estudiantes partícipes del estudio con el fin de indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la resolución de problemas de derivación y el desarrollo de las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación

En esta unidad didáctica se plantearán actividades relacionadas con la solución de problemas de derivación, aplicando estrategias metacognitivas

Se diseñará un instrumento de lápiz y papel cuyo propósito principal es identificar los procesos de Regulación Metacognitiva originados en la solución de problemas sobre problemas de derivación

Para esto se planteará una serie de situaciones acompañadas de preguntas cortas que pretende indagar sobre el procedimiento que ha utilizado para la resolución de las situaciones propuestas y si en dichos procesos ha hecho uso de estrategias metacognitivas

Lo anterior teniendo en cuenta que al sujeto le es más fácil describir situaciones específicas ligadas a su experiencia personal que entregar entrevista de lo realizado. (Mateos, 2001 p.55)

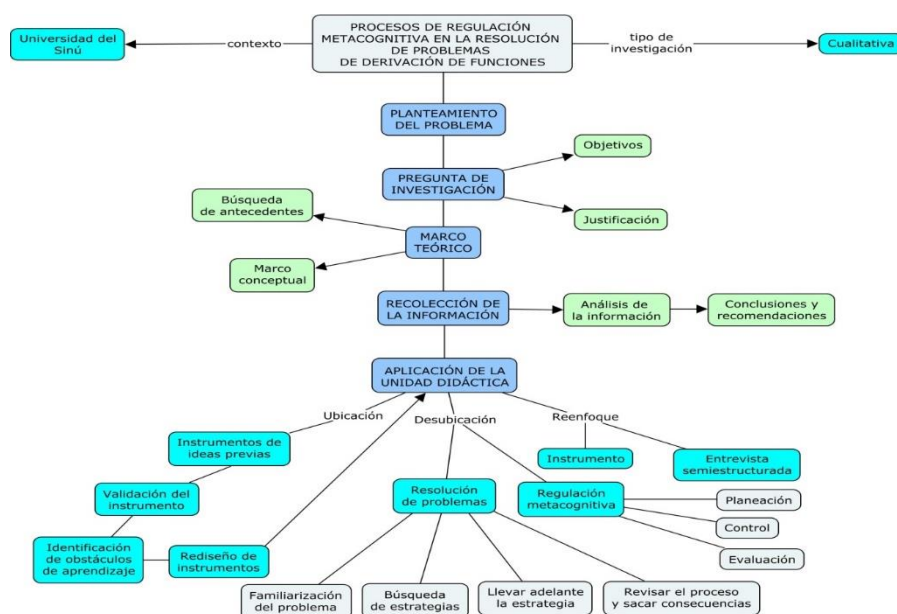
#### **9.6.2 Entrevista semiestructurada**

La entrevista es una técnica de gran utilidad en la investigación cualitativa para recabar datos; se define como una conversación que se propone un fin determinado distinto al simple hecho de conversar. Se considera que esta es más eficaz que el cuestionario porque permite obtener información más completa y respuestas útiles, porque durante el proceso se pueden aclarar dudas

Según Díaz-Bravo (2013) la entrevista semiestructurada parte de preguntas planeadas, que pueden ajustarse a los entrevistados. Su ventaja es la posibilidad de adaptarse a los sujetos con enormes posibilidades para motivar al interlocutor, aclarar términos, identificar ambigüedades y reducir formalismos. (p.123)

La entrevista semiestructurada se realizará al finalizar la implementación de la unidad didáctica y con ella se pretende indagar sobre la efectividad de las actividades propuestas con relación los problemas de derivación aplicando la regulación metacognitiva

Ilustración 1 Diseño metodológico (Diagrama de investigación)



## 9.7 Validación de los instrumentos

Los instrumentos aplicados para la recolección de la información pertinente para la investigación fueron validados mediante la realización de pruebas piloto y por la revisión de un grupo de expertos, recibiendo las respectivas sugerencias en cada caso y realizando los ajustes correspondientes de acuerdo a la información aportada teniendo en cuenta lo que se quería lograr con la aplicación de la Unidad Didáctica

## 9.8 Resultados y análisis de la información

Teniendo en cuenta la presentación y análisis de los resultados, Tamayo (2011), (citado por Hernández, 2016) marca que tienen por objetivo el resumen y la descripción de los hechos que han proporcionado la información y que por lo general toman la forma de tablas y gráficas

Teniendo en cuenta esto, en esta parte del trabajo se presenta el proceso del análisis de la información obtenida, a partir de la aplicación de cada una de las diferentes actividades diseñadas, con el propósito de hallar información que permitiera determinar cuál es la influencia de la aplicación de las estrategias de regulación metacognitiva en la resolución de problemas de derivación de funciones; además de esto, como este proceso le permite a los estudiantes ser más autónomos y eficaz a la hora de enfrentarse a la solución de las situaciones propuestas

Para la exposición de los resultados de la información recolectada, luego de aplicar cada una de las actividades de la Unidad Didáctica, se organizaron las respuestas obtenidas de los estudiantes en matrices, donde se presentan cada una de las preguntas realizadas correspondientes a los instrumentos diseñados en los diferentes momentos, con sus respectivas respuestas. Los estudiantes elegidos para el análisis, se identificaron como E1, E2, E3, E4, E5 y E6

Después de ser analizados cada uno de los instrumentos, se triangularon las respuestas de los estudiantes con el referente teórico propuesto en la investigación, con el fin de determinar la incidencia de la aplicación de las estrategias de regulación metacognitiva en la resolución de problemas relacionados con la derivación de funciones

Se presentan las siguientes tablas de sistematización, teniendo en cuenta los momentos de ubicación, desubicación y reenfoque, a la vez las subcategorías de la regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) y la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán

## 10 ANÁLISIS DE RESULTADOS

### 10.1 Momento de ubicación

En esta etapa se pretendía identificar las ideas previas y la forma como los estudiantes resuelven los problemas relacionados con la derivación de funciones, además detectar posibles dificultades respecto al reconocimiento de funciones y a la aplicación de la estrategia de regulación metacognitiva

Se realizó la aplicación de un instrumento donde se planteaba una situación que trataba de buscar una función la cual les serviría de ayuda para encontrar lo que el problema les pedía, con el fin de establecer la forma como los estudiantes solucionan la situación y evidenciar si aplican estrategias de regulación metacognitiva durante este proceso

A continuación, se muestran los resultados obtenidos después de la aplicación del instrumento:

**Instrumento 1.** Identificar la forma como los estudiantes resuelven problemas asociados al aprendizaje de la derivación (optimización)

Tabla 2 Instrumento 1. (Apliquemos nuestros conocimientos – Ideas previas)

| Se quiere construir una caja, sin tapa, partiendo de una lámina rectangular de 32 cm de larga por 24 de ancha. Para ello se recortará un cuadradito en cada esquina y se doblará. ¿Cuál debe ser el lado del cuadradito cortado para que el volumen de la caja resultante sea máximo? |                                              |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| PREGUNTAS                                                                                                                                                                                                                                                                             | RESPUESTAS                                   |
| 1. ¿Cómo resolverían el problema?                                                                                                                                                                                                                                                     | E1: Dibujando la caja                        |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                       | E2: Haciendo una representación del problema |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                       | E3: Analizando bien el problema              |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                       | E4: Haciendo una gráfica                     |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                       | E5: No entiendo el problema                  |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                       | E6: No se cómo hacer ese problema            |

|                                                                              |                                                          |
|------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| 2. ¿Pueden a partir de la situación problemática representar el problema?    | E1: Si, es cómo podríamos empezar a resolver el problema |
|                                                                              | E2: Si, así había explicado usted un problema            |
|                                                                              | E3: Creo que si                                          |
|                                                                              | E4: Si                                                   |
|                                                                              | E5: No se                                                |
|                                                                              | E6: No                                                   |
| 3. ¿Qué les está pidiendo el problema?                                       | E1: Un cuadrado                                          |
|                                                                              | E2: Lados de un cuadrado                                 |
|                                                                              | E3: Lados del cuadrado                                   |
|                                                                              | E4: Medida de los cuadrado                               |
|                                                                              | E5: Volumen máximo de la caja                            |
|                                                                              | E6: Los lados                                            |
| 4. ¿Encontraste alguna dificultad para resolver esta situación problemática? | E1: Si, ya que creo que falta información                |
|                                                                              | E2: Si, faltó información                                |
|                                                                              | E3: Si                                                   |
|                                                                              | E4: Si                                                   |
|                                                                              | E5: No lo entendí                                        |
|                                                                              | E6: No sé qué hay que hacer                              |

**Fuente:** Elaboración propia

### **10.1.1 Análisis del momento de ubicación**

En el instrumento 1, los estudiantes debían leer un problema y tener en cuenta los datos del problema, para luego intentar darle solución. Con esto se buscó identificar e indagar los

conceptos previos. De lo anterior, según Azcárate et al. (1996) menciona que la derivada es un concepto nuevo para los estudiantes y para comprender éste deben tener en cuenta los siguientes conocimientos, como son el de función, pendiente de una recta, velocidad media, tangente y secante a una curva, límite, uso de calculadora, y, operaciones algebraicas sencillas

Teniendo en cuenta lo dicho por el autor se observaron grandes dificultades como lo son ciertos conocimientos fundamentales por parte de la gran mayoría de los estudiantes para la interpretación del problema, tal como se describió anteriormente

En cuanto a la pregunta ¿Cómo resolverían el problema? fue evidente la frustración que sintieron algunos, tales como el E5 y el E6, donde manifestaron un poco de desespero al no entender el problema. De éste primer instrumento se evidenció que los estudiantes en su gran mayoría se encontraban en un bajo rendimiento académico, ya que no se evidenciaban las competencias evaluadas. En general, los estudiantes se mostraron abiertos, interesados a mejorar y receptivos a la explicación para no volver a cometer los mismos errores

Para la pregunta ¿Pueden a partir de la situación problémica representar el problema? se pudo ver que algunos estudiantes tienen en cuenta de que antes de resolver el problema se debe hacer una ilustración del mismo. Otros ni siquiera se preocuparon por entender el problema y tener en cuenta lo explicado en clases anteriores

De la pregunta ¿Qué les está pidiendo el problema? se vio que los estudiantes E2 y E3 tienen idea de lo que el problema les está pidiendo, mientras que el estudiante E1 tuvo algo de confusión en cuanto a lo que en realidad el problema les está pidiendo (son los lados, no como tal el cuadrado), mientras que el estudiante E5, se nota que no leyó bien la pregunta del problema y el estudiante E6 no da con claridad qué lados les está pidiendo el problema

Y por último, de la pregunta ¿Encontraste alguna dificultad para resolver esta situación problémica? se evidenció que la gran mayoría de los estudiantes, a pesar que algunos trataron de interpretar el problema de forma gráfica, manifestaron que le hacía falta

información al problema, otros ni siquiera entendieron, ni intentaron entender la situación problémica. Por lo visto, se puede decir según De Guzmán, que cuando se tiene alguna dificultad para dar solución a un problema, identificarlo o desglosarlo para llevarlo a algo más sencillo, se corre un alto riesgo de caer en estado de bloqueo, lo cual se puede percibir, según lo respondido por los estudiantes

Desde este punto de vista, se puede decir que la falta de éxito en los estudiantes a la hora de resolver un problema planteado se debe a que aún no son conscientes de que para ser más efectivos en la solución de las situaciones problémicas propuestas deben tomarse un tiempo antes de resolverlo. Para tener más claridad de cómo abordar y la forma de cómo se va a solucionar un problema, Tamayo (2006) plantea que: “Si un alumno tiene desarrolladas las capacidades de anticipación y planificación, podrá representarse mentalmente y explicitar, de ser necesario, las acciones que debe llevar a cabo para culminar la tarea con éxito” (p. 6)

El conocimiento que se tenga de la forma como abordar el problema le va a permitir al estudiante dominar las dificultades encontradas y adquirir más confianza para abordar las situaciones presentadas; además de reflexionar acerca de los pasos que deben planificar para escoger un camino adecuado para dar solución al problema, el cual le garantice tener éxito en la tarea propuesta. De acuerdo con De Guzmán (1995), quien afirma que: “una vez superadas las malas actitudes se ha de adquirir confianza, paz, tranquilidad y sin prisas, disposición de aprender y curiosidad, gusto en actividad mental por el reto y atención a los posibles bloqueos”. (p.31)

Lo anterior refuerza la idea de la importancia de incorporar en la resolución de problemas estrategias heurísticas y de regulación metacognitiva con el fin de garantizar mejores aprendizajes, donde se realicen procesos de reflexión constante para reconocer las fortalezas y debilidades con el fin de optimizar y fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje

## 10.2 Momento de desubicación

En este segundo momento se trabajaron situaciones las cuales mencionaremos a continuación

### Situación 1.

**Parte 1.** Aquí los estudiantes ingresaron al siguiente link <https://ekuatio.com/calculo-de-funciones-derivadas-ejemplos-y-ejercicios-resueltos/> que correspondía a una página que contiene toda la información relacionada con las derivadas. Los estudiantes exploraron la página y analizaron la información contenida

**Parte 2.** Cada estudiante realizó un mapa conceptual donde se debía presentar de manera clara y resumida la información presentada en la página anterior, sobre las reglas de derivación

Después de la realización del mapa conceptual, se les pidió a los estudiantes que describieran detalladamente los pasos o secuencias que llevaron a cabo para realizarlo y además que explicaran su respuesta. A continuación se muestran las respuestas de los estudiantes

Tabla 3 Instrumento 2. Elaboración Mapa conceptual

| PREGUNTAS                                                                                              |                                                                                                                                 | RESPUESTAS                                                                                                         |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Después de realizar el mapa conceptual. Cada estudiante debe contestar las siguientes preguntas</b> |                                                                                                                                 |                                                                                                                    |
| 1.                                                                                                     | Describe detalladamente los pasos o secuencias que vas a llevar a cabo para realizar el mapa conceptual. Justifica tu respuesta | <b>E1:</b><br><br><b>Paso1:</b> Identificar las ideas principales<br><br>Porque me orienta a realizar la actividad |
|                                                                                                        | <b>Paso 1:</b> ____                                                                                                             | <b>Paso 2:</b> Mirar cada concepto                                                                                 |
|                                                                                                        | <b>¿Por qué?</b>                                                                                                                | Porque me ayuda a organizar las cosas                                                                              |
|                                                                                                        | <b>Paso 2:</b> ____                                                                                                             |                                                                                                                    |



¿Por qué?

**Paso 3.** Ordenar los conceptos

**Paso 3:** \_\_\_\_\_

Porque me permite analizarlos mejor

¿Por qué?

**E2:**

**Paso1:** Tener en cuenta los conceptos principales

Porque da una mejor mirada a la actividad

**Paso 2:** Desglosar cada concepto

Porque mejoraría la manera de ubicarlos

**Paso 3.** Tomar los conceptos más relevantes

Porque ayuda a tomar los más generales a los más particulares

2. ¿Se le presentaron dificultades (u obstáculos), mientras realizaba el mapa conceptual? Si \_\_\_\_\_  
No \_\_\_\_\_ justifica tu respuesta: \_\_\_\_\_

**E1:** No. Ya que pude identificar las ideas principales y analizar cada uno de los conceptos

**E2:** No. Porque pude encontrar las ideas principales, desglosar los conceptos y tomar los conceptos más relevantes

3. Escribe ¿Cuáles fueron las principales dificultades (u obstáculos) que se presentaron, mientras realizabas el mapa conceptual?

**E1:** Ordenar los conceptos

**E2:** Tomar los conceptos más importantes y menos importantes

4. ¿Qué hiciste para superar el obstáculo o dificultad presentada?

**E1:** Leer varias veces para encontrar la lógica y poder ordenarlos de forma adecuada

**E2:** Analizar una y otra vez para ver que concepto era más importante y cuál era el menos importante

**Fuente:** Elaboración propia

Esta primera actividad se constituye en un primer acercamiento de los estudiantes a realizar procesos de planeación para el desarrollo de las actividades propuestas. Examinado cada mapa conceptual de los estudiantes, se observa que muy pocos realizaron (solo los estudiantes E1 y E2) este proceso a conciencia, la gran mayoría se preocuparon únicamente

por escribir cualquier cosa y no tuvieron un compromiso para con la actividad; además no se evidencio que en realidad hallan aplicado los pasos escritos en la elaboración del mapa conceptual

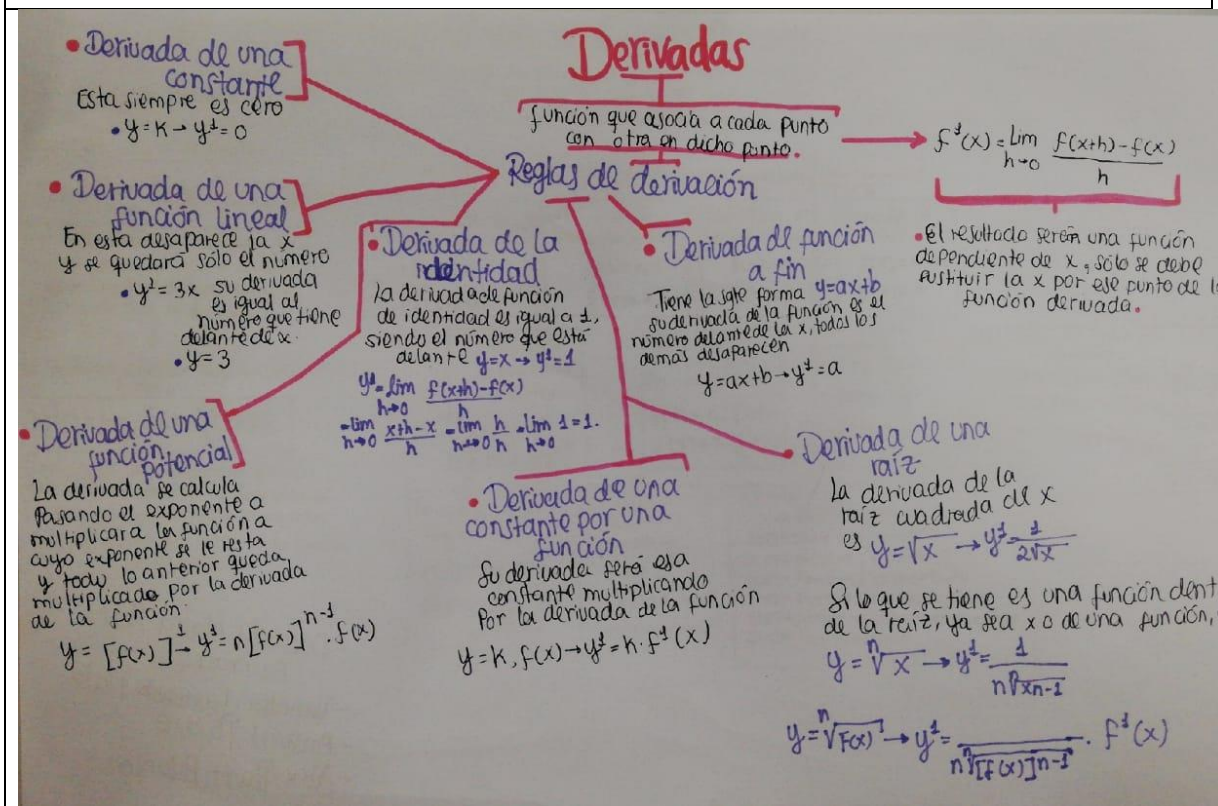
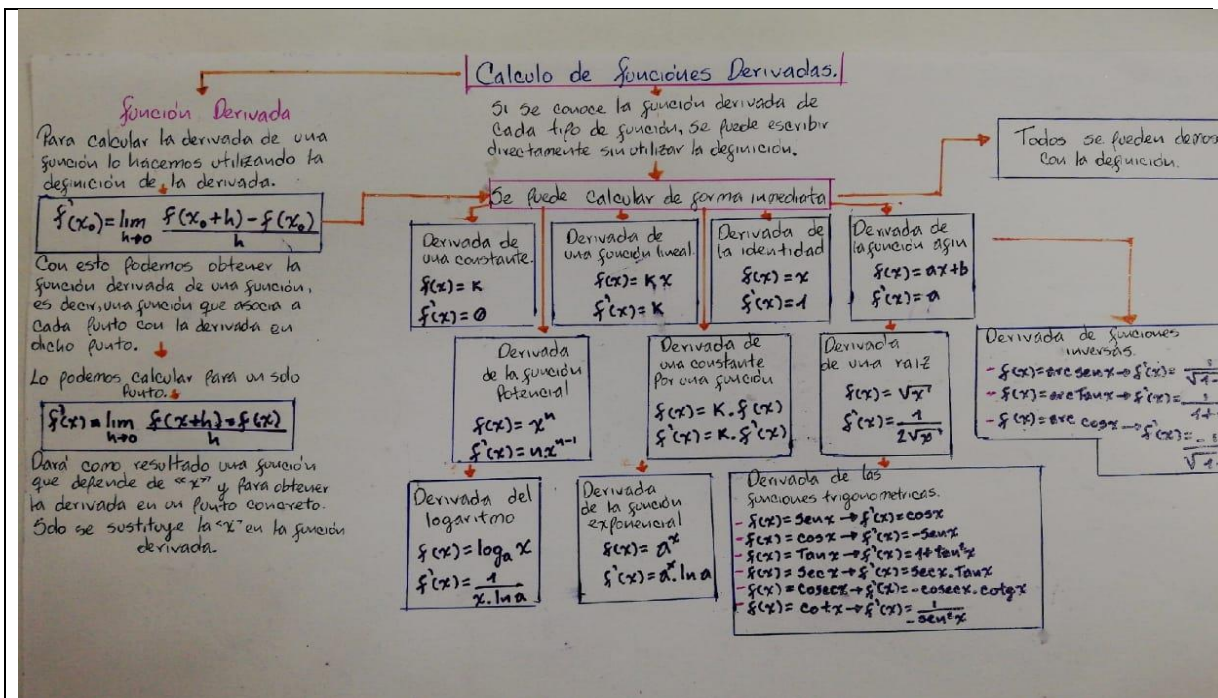
El análisis anterior, se sustenta con lo expuesto por De Guzmán (1995), (citado por Fandiño, 2018):

Dedican muy poco tiempo a la elaboración de representaciones mentales que les permitan una comprensión mucho mayor de las características del problema. En el novicio la representación inicial despierta tal vez esquemas escasos y pobres y con facilidad puede ser conducido a tratar de desarrollar esquemas que son inadecuados para lo que se pretende. (p.45)

Lo anterior expuesto es notorio en esta etapa del proyecto, ya que se observa que los estudiantes muchas veces no invierten el tiempo necesario para desarrollar las actividades de manera consiente y con la lógica que esto necesita

A continuación, se presentan algunos mapas elaborados por los estudiantes:

Tabla 4 Mapas elaborados por los estudiantes



**Fuente: Elaboración propia**

La elaboración de estos mapas, realizados por los estudiantes, fue un gran ejercicio, ya que la mayoría de ellos buscaron la forma de resolver dificultades como la de organizar los conceptos, además de esto se preocuparon en entregar trabajos buenos. Por último, también les sirvió para evidenciar que existen diferentes formas de organizar y representar la información para facilitar su comprensión

Por otro lado, de acuerdo a lo expuesto por Pérez (2006), quien considera que “Los mapas conceptuales no son una manera distinta de disponer o acomodar los contenidos. Los mapas representan una herramienta poderosa para desarrollar destrezas y capacidades cognitivas: para desarrollar el pensamiento” (p.7)

Así mismo De Guzmán (1996) considera que: “Las gráficas o imágenes contribuyen a la visualización de los conceptos: al aprendizaje de las matemáticas”. De esta manera se están generando y aplicando las respectivas estrategias que facilitan el aprendizaje de conceptos relacionados con el objeto matemático tratado; buscando de esta manera la superación de las dificultades obtenidas durante la aplicación del instrumento de ideas previas

**Parte 3.** En esta parte se realizó una prueba, en la cual los estudiantes debían mostrar lo aprendido sobre las reglas de derivación. La cual se muestra a continuación

|               |
|---------------|
| <b>PRUEBA</b> |
|---------------|

1. Un investigador está probando la acción de un fármaco sobre una bacteria. Ha averiguado que el número de bacterias,  $N$ , varía con el tiempo,  $t$  en horas, una vez suministrado el fármaco, según la función:

$$N(t) = 20t^3 - 510t^2 + 3600t + 2000$$

- ¿Cuántas bacterias había en el momento de suministrar el medicamento? ¿Y al cabo de 10 horas?
- En ese momento, ¿El número de bacterias está creciendo o disminuyendo?
- ¿En qué momento la acción del fármaco es máxima?
- ¿En qué momento empieza a notarse el efecto del fármaco?
- ¿En qué momento empieza a perder su efecto el medicamento?
- Represente gráficamente este proceso

2. Un analista de juegos de azar ha comprobado empíricamente que las ganancias, en euros, que proporciona cierto juego dependen del tiempo que se esté jugando según la función

$$G(t) = \frac{10000t}{t^2 + 400}$$

- ¿Qué ganancias se obtienen al cabo de 10 minutos? ¿Y de una hora?
- Represente la función
- Cuanto más tiempo se permanezca jugando, ¿es mayor la ganancia que se obtiene?
- ¿Cuándo se produce la mayor ganancia? ¿Cuál es esa ganancia?
- ¿A qué ritmo varía la función a los 10 minutos de juego? ¿Y a los 40 minutos? ¿Y a las 2 horas?
- ¿Puede ocurrir que si sobrepasa cierto tiempo, el juego dé pérdidas?

Antes de realizar esta prueba los estudiantes contestaron la pregunta hecha en el Instrumento 3, que se muestra a continuación

Tabla 5 Instrumento 3. Realización Prueba en Línea

| PREGUNTAS                              | RESPUESTAS |
|----------------------------------------|------------|
| Antes de realizar la prueba, contesta: |            |

¿Tienes algún plan para realizar la prueba? Si:  
\_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_. ¿Cuál?: \_\_\_\_\_

**E1:** Sí, identificar la función y derivar

**E2:** Si, derivar la función dada

**E3:** Si, derivar

**E4:** Si, analizar la función que me dan y resolver

**E5:** Sí, derivar

**E6:** Sí, aplicar las reglas de derivación

**Al finalizar la prueba, contesta:**

**1.** ¿Cuántos ejercicios pudiste resolver?  
\_\_\_\_\_

**E1:** Pude realizar los dos, pero no completos

**E2:** Pude hacer los dos

**E3:** Solo hice uno, con todos sus puntos

**E4:** Hice los dos

**E5:** Hice los dos incompletos

**E6:** Hice los dos, pero no los termine todos

**2.** ¿Cuáles fueron los inconvenientes  
obtenido al resolver los  
problemas? \_\_\_\_\_

**E1:** La representación gráfica

**E2:** Hallar los máximos y mínimos

**E3:** Aplicar la regla de derivación apropiada en cada caso

**E4:** Realizar la grafica

**E5:** Identificar la regla de derivación que debía aplicar

**E6:** Comprender lo que se me pedía en cada caso

**3.** ¿Qué hiciste para superar estas  
dificultades? \_\_\_\_\_

**E1:** Leí detenidamente el problema

**E2:** Me concentre en lo que debía hacer

**E3:** Traté de recordar cada regla

**E4:** Me concentré

**E5:** Analice con detenimiento lo que me pedían

**E6:** Leer detalladamente

**Fuente: Elaboración propia**

Aquí se les preguntó que si tenían algún plan para realizar la prueba a lo que la mayoría respondió que sí, pero los estudiantes E1 y E4, tuvieron las ideas más claras, ya que a lo primero que atacaron fue a la función, puesto que la analizaron, a pesar que la prueba se trataba de derivación como lo interpretaron los estudiantes E2, E3, E5 y E6 no era solo lo que los problemas pretendían

Por otro lado, al finalizar la prueba se les realizaron a los estudiantes otras preguntas las cuales se evidencia en el Instrumento 3. En las respuestas a estas preguntas se puede ver que por lo general la mayoría de los estudiantes no pudieron realizar la actividad, solo se evidencia que el estudiante E2 pudo resolver los dos problemas propuestos. También se pudo notar que los estudiantes E3 y E5 tuvieron dificultad en aplicar las reglas de derivación, mientras que E1 y E4 en la representación gráfica, el estudiante a pesar que pudo hacer los dos manifiesta que tuvo inconvenientes en hallar los máximos y mínimos

Para superar estas dificultades manifestaron los estudiantes E1 y E6, que tuvieron que leer varias veces, mientras que el estudiante E5 manifiesta que analizó detenidamente lo que le pedían, para poder superar las dificultades. Además de esto los estudiantes E2 y E4 dijeron que tuvieron que concentrarse para superar las dificultades obtenidas

En esta actividad, que consistió en la presentación de una prueba con 2 dos problemas que contenían 6 preguntas cada uno relacionadas con funciones, reglas de las derivadas, máximos y mínimos para derivadas, se observó en general, que los estudiantes realizaron la prueba con mucho interés, se tomaron el tiempo necesario para leer, analizar y contestar las preguntas, además se mostraron muy motivados durante su realización, ya que le encontraron la aplicabilidad de la derivada en su área de conocimiento

Así mismo, con la realización de esta prueba, se pudieron detectar algunas dificultades en las preguntas relacionadas con la evaluación (o valor numérico de las funciones) y con la derivada de funciones. Lo anterior refuerza la idea que se deben seguir realizando actividades para la superación de estas dificultades relacionadas con el objeto de estudio, el cual es la derivación de funciones

En este sentido como lo afirma López (2005) citado en Gutiérrez et al. (2017), otra de los motivos que se muestra dentro de las dificultades en el aprendizaje del cálculo, se refieren a las estrategias didácticas empleadas por los docentes en el salón de clases, las cuales se pueden convertir en experiencias ya sean positivas o negativas para los estudiantes

De lo anterior expuesto, para superar ciertas dificultades de los estudiantes en el aprendizaje del cálculo diferencial, el docente debe tener ciertas estrategias didácticas, que puedan servir para la motivación de los estudiantes

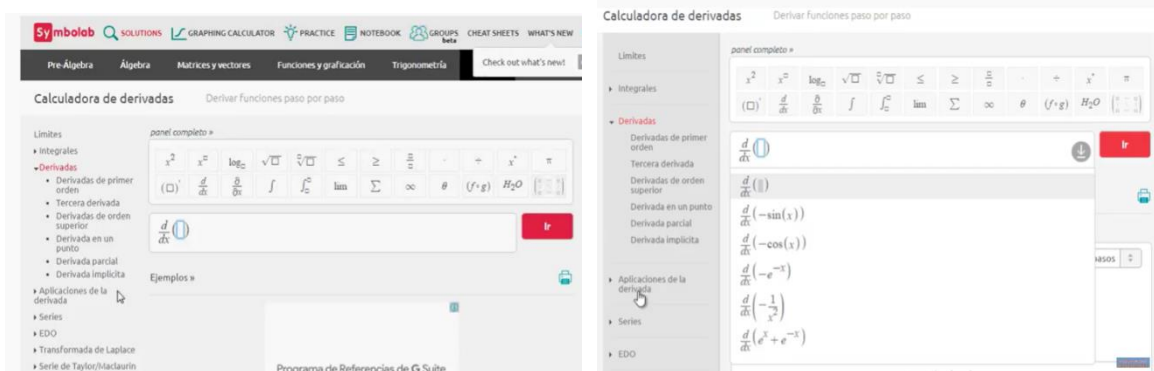
## **Situación 2.**

**Parte 1:** En esta parte los estudiantes visualizaron unos videos sobre el cálculo de la derivada de funciones en los cuales se muestra el software conocido como Symbolab

[https://www.youtube.com/watch?v=F\\_picGOsMRo](https://www.youtube.com/watch?v=F_picGOsMRo)

<https://www.youtube.com/watch?v=46Q3nQuApWw>





**Parte 2:** En esta parte los estudiantes realizaron una prueba con el fin de repasar y practicar las fórmulas necesarias para calcular derivada de funciones, la cual se presenta a continuación

## PRUEBA

La posición de un objeto que se lanza con una velocidad inicial  $v_0$  está dada por la función  $y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$  donde  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  es la aceleración de la gravedad y  $t$  es el tiempo. Si un objeto se lanza hacia arriba con una velocidad inicial de  $v_0 = 9,8 \frac{m}{s}$ , su función posición será  $y = 9,8t - 5t^2$

Construya la gráfica de espacio contra tiempo de la función anterior, haciendo uso de Symbolab

¿Cuál es la altura máxima que alcanza el cuerpo?

¿Cuánto tiempo tarda el cuerpo en alcanzar la altura máxima?

Observe la gráfica que construyó y determine para qué valores de la altura del objeto es nula

Usando la función de espacio contra tiempo halle la altura del cuerpo para los siguientes tiempos:

$$t = 0,2, t = 0,6, t = 0,2, t = 1, t = 1,4, t = 1,8, \text{ y } t = 2$$

¿Qué le ocurre al objeto cuando el tiempo es  $t > 1$

De acuerdo con la gráfica que construyó, halle el dominio de la función

De acuerdo con la gráfica que construyó, halle el rango de la función

Tabla 6 Instrumento 4: Desarrollo de ejercicios sobre reglas de derivación

| PREGUNTAS                                                                                                                           | RESPUESTAS                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| <b>Antes de realizar la actividad, responde:</b>                                                                                    |                                                                 |
| 1. Describa detalladamente, los pasos o secuencias que llevaste a cabo para responder los puntos anteriores. Justifica tu respuesta | <b>E1:</b>                                                      |
| Paso 1. _____                                                                                                                       | <b>Paso 1.</b> Leer bien el problema                            |
| ¿Por qué?: _____                                                                                                                    | <b>¿Por qué?</b> Es necesario para entender el problema         |
| Paso 2. _____                                                                                                                       | <b>Paso 2.</b> Comprender cuales son las variables del problema |
| ¿Por qué?: _____                                                                                                                    | <b>¿Por qué?</b> Para llevar a cabo la solución                 |
| Paso 3. _____                                                                                                                       | <b>Paso 3.</b> Utilizar las reglas de derivación                |
| ¿Por qué?: _____                                                                                                                    | <b>¿Por qué?</b> Es necesario para resolver el problema         |
|                                                                                                                                     | <b>E2:</b>                                                      |
|                                                                                                                                     | <b>Paso 1.</b> Leer cuantas veces sea necesario el problema     |
|                                                                                                                                     | <b>¿Por qué?</b> Es necesario para comprender el problema       |
|                                                                                                                                     | <b>Paso 2.</b> Hacer un gráfico del problema                    |
|                                                                                                                                     | <b>¿Por qué?</b> Para tener claridad del problema               |
|                                                                                                                                     | <b>Paso 3.</b> Utilizar lo aprendido en clases                  |
|                                                                                                                                     | <b>¿Por qué?</b> Es necesario para resolver el problema         |
|                                                                                                                                     | <b>E3:</b>                                                      |
|                                                                                                                                     | <b>Paso 1.</b> Analizar el problema                             |
|                                                                                                                                     | <b>¿Por qué?</b> Es necesario para trabajar el problema         |
|                                                                                                                                     | <b>Paso 2.</b> Graficar el problema                             |
|                                                                                                                                     | <b>¿Por qué?</b> Para entender el problema                      |

### Paso 3. Saber cómo derivar

**¿Por qué?** Si no se derivar no podré resolver lo que me pide el problema

#### Después de realizar la actividad, responde:

2. ¿Se le presentaron dificultades (u obstáculos), mientras realizaba la actividad? Si\_\_\_ No\_\_\_ justifica tu respuesta: \_\_\_\_

**E1:** No, porque comprendí muy bien el texto

**E2:** No, porque el texto de la página estaba claro

**E3:** No, ya que lo mostrado no era complicado para hacer el mapa

**E4:** No, puesto que la página detalla bien las reglas de derivación

**E5:** No, porque se entendía lo que había en la página

**E6:** No, ya que la página mostraba los conceptos claros de las reglas de derivación

3. Mencione las principales dificultades que se le presentaron durante el desarrollo de la actividad  
Primera\_\_\_\_  
Segunda\_\_\_\_\_

**E1:**

**Primera:** Organizar los datos

**Segunda:** Interpretar la velocidad inicial

**E2:**

**Primera:** Ordenar lo que me daba el problema

**Segunda:** Recordar el dominio de una función

**E3:**

**Primera:** Calcular el dominio

**Segunda:** Calcular el rango

4. ¿Qué hiciste para superar el obstáculo o dificultad presentada?

**E1:** Pedir orientación

**E2:** Pedir ayuda e interpretar el problema

**E3:** Pedirle al profesor orientación

---

**Fuente: Elaboración Propia**

Con la realización de esta actividad se pretendía que los estudiantes visualizaran otras formas de presentar la información sobre las reglas de derivación de funciones. Durante la realización de esta actividad, se evidenció que los estudiantes se sintieron motivados e interesados por la información mostrada, además tomaron apuntes sobre lo que consideraron importante y que les podía servir para realizar el problema propuesto

El uso de medios audiovisuales ayuda a que el estudiante se motive aún más con lo que está aprendiendo, según lo que afirma Cabrero 2007, (citado por Giraldo & Ruiz, 2015), se puede mostrar que: “la utilización de los medios audiovisuales con una finalidad formativa, constituyen el primer campo específico de la tecnología educativa”

Así mismo de acuerdo a lo expuesto por Giraldo & Ruiz (2014): “Las TIC constituyen instrumentos poderosos y versátiles que complementan el quehacer pedagógico y disponen del potencial para transformar las clases en un nuevo entorno de aprendizaje, en este caso virtual pero muy parecido a la realidad”. (p. 54)

En este sentido como lo expone Jonassen (citado por Giraldo & Ruiz, 2014):

El empleo de las TIC permite que el proceso del aprendizaje sea activo, constructivo, colaborativo, dialogado, contextualizado y reflexivo, al ofrecer estímulos de entrada a través de la presentación de contenidos en diferentes formatos, que son decodificados por los estudiantes. (p.54)

Después de ver los aplicativos y videos, se aplicó un instrumento donde se les solicitaba a los estudiantes que escribieran una secuencia de pasos para la solución de los ejercicios que se les iban a proponer, la mayoría de ellos escribieron una secuencia organizada de pasos, esta parte se realizó con el fin de que ellos se familiarizaran con los procesos de planeación cuando se vean enfrentando a una situación problema

Por otro lado, es importante hacer una planificación para resolver un problema, ya que esto permite entender más a fondo el problemas, sacando lo más importante para darle una mejor solución, como lo afirma Mateos (2001), (citado por Diaz, 2018):” La planificación

de la solución de un problema implica descomponer el problema en subproblemas y seguir una secuencia de pasos a seguir para acometer cada subproblema” (p.65). Este proceso requiere que el estudiante estructure y visualice la forma como va a resolver el problema

Por último, en esta actividad se realizó un taller con ejercicios de aplicación de las derivadas, se les daba a los estudiantes una hoja que contenían varios problemas, donde ellos debían interpretarlos, realizar un bosquejo y usar el software recomendado. Esto se puede observar en el Anexo 3

Los problemas sobre derivación de funciones fueron desarrollados de buena forma por los estudiantes, donde en la mayoría de los casos, pudieron identificar la función y hacer la gráfica de la función en el software. Los procedimientos fueron realizados paso a paso de tal forma que demostraron buena comprensión del problema e interpretación del mismo. Es importante señalar que las fórmulas utilizadas fueron extraídas de los videos, de los aplicativos utilizados y otras consultadas por los estudiantes. Estas fórmulas en ningún momento debían ser aprendidas de memoria, cada uno las tenían en sus apuntes y las podían consultar cuando lo consideraran pertinente, lo fundamental era lograr su análisis y comprensión, esto de acuerdo con el MEN (1998):” Se debe dar más énfasis al significado de las operaciones, a la evaluación razonable de los resultados y a la selección de procedimientos y estrategias adecuadas”. (p.89)

De acuerdo a lo anterior, se hace necesario seguir en la aplicación de estrategias de enseñanza y aprendizaje en las que se fortalezca el desarrollo del pensamiento espacial dando prioridad el uso adecuado de material manipulativo y de herramientas tecnológicas

## **Actividad 2.**

En éste momento de desubicación se realizó la modelación de la solución de un problema por parte de la docente, relacionado con la derivación de funciones utilizando la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán, asociando en el proceso habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación. Todo esto con el fin de que los

estudiantes, conocieran y se familiarizaran con la metodología propuesta. El problema se presentó con cada una de las etapas propuestas por De Guzmán (1985) como son: familiarización con el problema, búsqueda de una estrategia adecuada, puesta en marcha de la estrategia y la reflexión acerca del camino seguido. El propósito de esta actividad está de acuerdo a lo planteado por Troncoso (2013), quien afirma que:

Para que la metacognición sea efectiva en el aprendizaje de las matemáticas, se debe ceder progresivamente el control de la resolución de los problemas a los estudiantes. Dando una guía inicial y pasando a empoderarlos de sus propios procesos de aprendizaje se puede llegar a generar autonomía en los estudiantes y procesos de reflexión sobre el trabajo que realicen. (p.12)

Durante la explicación del docente, los estudiantes se mostraron interesados, preguntaron sobre lo que no entendían y manifestaron que no conocían la metodología propuesta, que era interesante pero que era un proceso muy largo

### Actividad 3.

**Parte 1.** Esta actividad consistió en la realización por parte de los estudiantes de un problema relacionado con la derivación, mediante la heurística de Miguel de Guzmán siguiendo paso a paso, las etapas propuestas, con una serie de preguntas que facilitaban el proceso de resolución de la situación planteada

Tabla 7 Instrumento 5: Realización de un problema siguiendo la heurística de Miguel de Guzmán

**Problema1.** Se tiene un alambre de 1 m de longitud y se desea dividirlo en dos trozos para formar con uno de ellos un círculo y con el otro un cuadrado. Determinar la longitud que se ha de dar a cada uno de los trozos para que la suma de las áreas del círculo y del cuadrado sea mínima

A partir de la situación planteada, responda individualmente los siguientes interrogantes:

**1. Familiarización con el problema:** Lee el enunciado del problema.

Subraya los datos más relevantes

¿Qué le piden hacer en la situación problema mostrada?

**E1:** Hallar la longitud que se necesita para hacer el círculo y el cuadrado

**E2:** Encontrar la función para poder hallar la longitud con la que puedo

diseñar el círculo y el cuadrado

**E3:** Encontrar la longitud

**E4:** Buscar las medidas para hacer el cuadrado y el círculo

**E5:** Calcular la longitud para poder diseñar el cuadrado y el círculo

**E6:** Determinar la longitud para el cuadrado y así poder hacer el círculo

¿Qué debe tener en cuenta para dar la respuesta?

**E1:** Encontrar una función y luego derivarla

**E2:** Hallar la función correspondiente y calcular la derivada

**E3:** Utilizar la derivada de una función para encontrar máximos y mínimos

**E4:** El concepto de derivada de una función

**E5:** Los criterios de las derivadas

**E6:** Encontrar la función del problema y usar el criterio de la primera derivada

¿Qué le hace entender el problema?

**E1:** Es muy claro el problema

**E2:** La forma de cómo está escrito

**E3:** La manera de cómo está diseñado el problema

**E4:** Está muy bien formulado

**E5:** Mucha claridad de lo que se pide

**E6:** Está contextualizado

¿Qué conocimientos son necesarios para abordar la situación planteada?

**E1:** Funciones y derivadas

**E2:** Funciones y criterios de derivación

**E3:** Máximos y mínimos para derivadas

**E4:** Funciones, reglas de derivación y criterios de derivadas



|                                                           |                                                   |
|-----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
|                                                           | <b>E5:</b> Derivadas                              |
|                                                           | <b>E6:</b> Derivadas y los criterios de derivadas |
| ¿Qué imagen puede representar del problema?               | <b>E1:</b> Cuadrado y círculo                     |
|                                                           | <b>E2:</b> Cuadrado y círculo                     |
|                                                           | <b>E3:</b> Cuadrado y círculo                     |
|                                                           | <b>E4:</b> Cuadrado y círculo                     |
|                                                           | <b>E5:</b> Cuadrado y círculo                     |
|                                                           | <b>E6:</b> Cuadrado y círculo                     |
| ¿Alguna vez se había enfrentado a este tipo de problemas? | <b>E1:</b> No                                     |
|                                                           | <b>E2:</b> Si                                     |
|                                                           | <b>E3:</b> No                                     |
|                                                           | <b>E4:</b> No                                     |
|                                                           | <b>E5:</b> Si                                     |
|                                                           | <b>E6:</b> No                                     |

## 2. Búsqueda de estrategias

Teniendo en cuenta lo que te pide el problema y los datos que conoces, entonces responde

|                                                              |                                                                                     |
|--------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| ¿Qué estrategias puede organizar para encontrar la solución? | <b>E1:</b> Leer el problema, interpretarlo y dar solución                           |
|                                                              | <b>E2:</b> Leer el problema, sacar las variables y derivar                          |
|                                                              | <b>E3:</b> Leer bien el problema, conocer las variables, sacar la función y derivar |
|                                                              | <b>E4:</b> Tener en cuenta la función y luego derivar para dar solución             |
|                                                              | <b>E5:</b> Sacar las variables del problema y derivar                               |
|                                                              | <b>E6:</b> Leer detenidamente el problema, sacar las variables y luego derivar      |

¿Considera que la forma de plantear el problema le ayudará a encontrar la respuesta?

E1: Si

E2: Si

E3: Si

E4: Si

E5: Si

E6: Si

### 3. Lleva adelante la estrategia

Describe el paso a paso de la estrategia que llevó a cabo para la solución del problema

E1: Leer, interpretarlo, obtener las variables y derivar

E2: Leer, interpretarlo, sacar las variables y derivar

E3: Conocer las variables, sacar la función y derivar

E4: Obtener la función y derivarla

E5: Sacar las variables, tener la función y derivar

E6: Leer, obtener la función y derivar

¿Habrá otros caminos para hallar la respuesta?  
¿Cuáles?

E1: Considero que no

E2: No

E3: No

E4: No

E5: Creo que no

E6: Solo ese

### 4. Revisión y sacar consecuencia

¿Considera que el camino que tomó es el mejor para resolver el problema? ¿Por qué?

E1: Si, porque dio respuesta a lo pedido por el problema

E2: Si, porque no había otro camino

|                                                                             |                                                           |
|-----------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
|                                                                             | <b>E3:</b> Si, porque era el único camino                 |
|                                                                             | <b>E4:</b> Si, porque me ayudó a resolver el problema     |
|                                                                             | <b>E5:</b> Si, porque es el único camino para la solución |
|                                                                             | <b>E6:</b> Si, porque fue el me llevó a la solución       |
| ¿Tiene en cuenta el tiempo cuando soluciona el problema?                    | <b>E1:</b> Si                                             |
|                                                                             | <b>E2:</b> Si                                             |
|                                                                             | <b>E3:</b> No                                             |
|                                                                             | <b>E4:</b> Si                                             |
|                                                                             | <b>E5:</b> Pues no mucho                                  |
|                                                                             | <b>E6:</b> No                                             |
| ¿Qué fortalezas e inconvenientes cree que tuvo en la solución del problema? | <b>E1:</b>                                                |
|                                                                             | Fortalezas: Lo aprendido por el profesor                  |
|                                                                             | Inconvenientes: Sacar la función                          |
|                                                                             | <b>E2:</b>                                                |
|                                                                             | Fortalezas: Lo aprendido en clases                        |
|                                                                             | Inconvenientes: Ninguno                                   |
|                                                                             | <b>E3:</b>                                                |
|                                                                             | Fortalezas: Lo sabido en clases                           |
|                                                                             | Inconvenientes: Interpretar el problema                   |
|                                                                             | <b>E4:</b>                                                |
|                                                                             | Fortalezas: Comprender el problema                        |

Inconvenientes: Ninguno

**E5:**

Fortalezas: Las reglas de derivación

Inconvenientes: Buscar la función

**E6:**

Fortalezas: Todo lo aprendido

Inconvenientes: Interpretar el problema

**Fuente: Elaboración propia**

En esta actividad se les preguntaba lo que le pedía el problema mostrado, en lo que la mayoría de ellos respondió de forma adecuada. Por otro lado, a la pregunta de qué deben tener en cuenta para dar respuesta a la situación los estudiantes entendieron que lo primero que tenían que hacer era hallar una función la cual les servía para maximizar o minimizar. Siguiendo con las preguntas, también contestaron que el problema estaba muy bien redactado y contextualizado. Por otro lado, la mayoría de ellos tenían claro lo que el problema representaba y por último manifestaron en su gran mayoría que no se habían enfrentado a un problema de ese tipo, a excepción de los estudiantes E2 y E5

De lo anterior se puede destacar el progreso que han tenido los estudiantes al resolver el problema, puesto que realizaron con detalle cada uno de los pasos, siguiendo una secuencia lógica lo cual los llevo al desarrollo con éxito del problema planteado. Es importante mostrar que los estudiantes luego de encontrar una manera de solucionar el problema, no realizan la búsqueda de una manera más simple para resolverlo, de hecho, según De Guzmán (1995), indica que:

Trata de entender no sólo que la solución es válida, sino también por qué los elementos de la solución se compenetrán del modo que lo hace para llegar a la solución. Mira si todo ello se puede

hacer de manera más simple. Esto te capacitará para llegar a ser capaz de resolver problemas semejantes y más difíciles. P. (221)

Al finalizar la actividad, los estudiantes reconocieron que al seguir todos los pasos les permitió entender de una forma más fácil la situación y darle solución, por lo que no tuvieron errores durante su desarrollo. Aquí de acuerdo con De Guzmán (citado en Fandiño, 2018): “el estudiante se dio cuenta de la información que le podía ayudar y el problema, aunque difícil al principio, perdió su hostilidad”. P (48)

**Parte 2.** En esta parte del momento, se les planteó a los estudiantes un problema asociado con la optimización de una función. En el proceso del planteamiento de problemas se tuvo un cuidado especial en el cual estos estuvieran relacionados con el contexto de los estudiantes. Lo anterior teniendo en cuenta lo planteado por el MEN (1998):

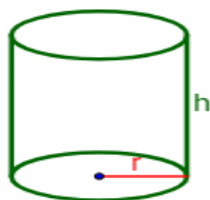
El acercamiento de los estudiantes a las matemáticas, a través de situaciones problemáticas procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias es el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas. (p.24)

El principal propósito de esta actividad era que los estudiantes se familiarizaran y practicasen la aplicación de las estrategias de regulación metacognitiva y la heurística de Miguel de Guzmán en la resolución de problemas, esto de acuerdo con Flórez, (citado por Vélez, 2016), quien afirma que:

Las actividades y procedimientos metacognitivos que ayudan al estudiante a resolver por sí mismo con mayor eficacia los problemas, se puede enseñar a los alumnos de manera intencional y explícita, y específicamente para cada problema, pues parece que las actividades reguladoras son más importantes para la comprensión del problema que las definiciones cognitivas y las declaraciones conceptuales. (p. 100)

Tabla 8 Instrumento 6. Desarrollo de problemas utilizando la heurística de Miguel de Guzmán y las estrategias de Regulación Metacognitiva

**Problema 2.** Para fabricar un depósito cilíndrico de agua se necesitan materiales distintos para las bases y el lateral. El precio por metro cuadrado del material de las bases es de \$2000 y el del lateral es de \$15000



Calcular la altura  $h$  y el diámetro  $d=2r$  para que el coste de un depósito de 10 mil litros de capacidad sea mínimo. ¿Cuál es el precio del depósito?

A partir de la situación planteada y lo visto en la realidad, individualmente aplica el método de Miguel de Guzmán sugerido. Tenga en cuenta:

|                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|-------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ¿Qué pide el problema que le plantean?                                        | <p><b>E1:</b> Calcular el precio del depósito</p> <p><b>E2:</b> Precio del depósito</p> <p><b>E3:</b> Calcular altura, radio y precio del depósito</p> <p><b>E4:</b> Hallar la altura <math>h</math> el diámetro <math>d</math> y el precio</p> <p><b>E5:</b> Encontrar el precio del depósito, la altura y el radio</p> <p><b>E6:</b> Buscar la altura, precio y diámetro del depósito</p>                                                                     |
| ¿Qué estrategia llevó a cabo para solucionar el problema?                     | <p><b>E1:</b> Leer el problema, interpretarlo y dar solución</p> <p><b>E2:</b> Leer el problema, sacar las variables y derivar</p> <p><b>E3:</b> Leer bien el problema, conocer las variables, sacar la función y derivar</p> <p><b>E4:</b> Tener en cuenta la función y luego derivar para dar solución</p> <p><b>E5:</b> Sacar las variables del problema y derivar</p> <p><b>E6:</b> Leer detenidamente el problema, sacar las variables y luego derivar</p> |
| ¿Describa la secuencia de pasos que tuvo en cuenta para resolver el problema? | <p><b>E1:</b> Leer el problema, interpretarlo, obtener las variables y derivar</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |

---

|                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                    | <b>E2:</b> Leer el problema, interpretarlo, sacar las variables y derivar                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|                                                                                                                                                                                                    | <b>E3:</b> Conocer las variables, sacar la función y derivar                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|                                                                                                                                                                                                    | <b>E4:</b> Obtener la función y derivarla                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|                                                                                                                                                                                                    | <b>E5:</b> Sacar las variables, tener la función y derivar                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|                                                                                                                                                                                                    | <b>E6:</b> Leer, obtener la función y derivar                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| ¿Qué tiene en cuenta para revisar la secuencia de pasos que llevó a cabo para resolver el problema? A partir de ésta revisión saca tus propias conclusiones y reflexiones de la situación mostrada | <b>E1:</b> Que el problema esté claro<br><br>Conclusiones y reflexiones: Es un problema muy interesante ya que se ve la aplicabilidad de las derivadas a problemas reales<br><br><b>E2:</b> Claridad en el problema<br><br>Conclusiones y reflexiones: Los problemas planteados ayudan a saber que las derivadas tienen aplicaciones a lo que estoy estudiando<br><br><b>E3:</b> Redacción en el problema<br><br>Conclusiones y reflexiones: Los problemas de esta manera me ayudan a comprender las derivadas<br><br><b>E4:</b> Muy buen planteamiento del problema<br><br>Conclusiones y reflexiones: Estos problemas me dan a entender que las derivadas tienen aplicaciones en la vida real<br><br><b>E5:</b> Redacción y claridad en el problema<br><br>Conclusiones y reflexiones: Las matemáticas si tienen aplicación en la vida real<br><br><b>E6:</b> Claridad del problema<br><br>Conclusiones y reflexiones: Antes pensaba que las matemáticas no servían y con estos problemas me doy cuenta de que si tienen aplicación |

---

**Fuente:** Elaboración propia

En el Instrumento 6 se muestra un problema relacionado con la derivación (optimización), aplicando la heurística de Miguel de Guzmán, asociando en el proceso las estrategias de regulación metacognitiva. En este problema la gran mayoría de los estudiantes, supieron entender lo que les pedía el problema; además llevaron buenas estrategias como lo son el leer bien el problema, tener en cuenta las variables para encontrar la función a minimizar, para dar solución al problema. Por último, manifestaron que el problema era muy claro y contextualizado, para llevar la secuencia de pasos que habían aprendido

### **10.2.1 Análisis del momento de desubicación**

### **10.2.2 Categoría resolución de problemas**

Subcategoría heurística de resolución de problemas (Miguel de Guzmán)

#### **Familiarización con el problema**

En el desarrollo de la actividad se vio que los estudiantes respondieron de forma adecuada las preguntas realizadas sobre el problema propuesto, haciendo un bosquejo del problema y, relacionando los datos y la información de la situación presentada. También reconocieron la información que se daba y lo que se requería encontrar en cada problema llegando en algunos casos a escribir con sus propias palabras lo que le pedía el problema. Esto lo hicieron mediante la lectura, imaginando la situación, compartiendo lo que aprendieron, teniendo en cuenta sus saberes previos, lo anterior con el fin de dar evidencias de la familiarización con el problema

De acuerdo a lo dicho por De Guzmán (2007), en esta fase de familiarización con el problema, los estudiantes realizaron una manipulación autónoma que les permitió reconocer la información relevante, las dificultades que presentaba el problema y llevar a cabo un análisis de su estructura, con el fin de revisar si ya se había trabajado un problema similar

#### **Búsqueda de estrategias**



Para la elaboración de cada paso requerido en la solución de las situaciones problemáticas propuestas, muchos de los estudiantes accedieron al ensayo y error para encontrar las operaciones más adecuadas y consignarlas en los instrumentos descritos

De esta manera, para abordar una situación es importante manipularla; como lo explica De Guzmán (1995): “se puede hablar sobre diferentes formas de explorar y analizar el mismo. Podemos indicar las siguientes: esquemas, procesos de ensayo y error, utilizar un lenguaje adecuado, etc. Todas ellas se analizan en la fase de búsqueda de estrategias” (p. 29)

En la mayor parte de los estudiantes se les vio avances positivos en cuanto a la búsqueda de estrategias para atacar un problema planteado. Además realizaron una secuencia lógica de pasos los cuales fueron explicados, lo que les facilitó dar con la solución del problema planteado

### **Puesta en marcha de la estrategia**

Siguiendo el proceso, los estudiantes cumplieron de forma adecuada cada uno de los pasos propuestos. Además es resaltar que luego de encontrar una manera de dar solución al problema, no realizan la búsqueda de una manera más simple para resolverlo, de acuerdo con De Guzmán (1995), el cual referencia que:

Trata de entender no sólo que la solución es válida, sino también por qué los elementos de la solución se compenetrán del modo que lo hace para llegar a la solución. Mira si todo ello se puede hacer de manera más simple. Esto te capacitará para llegar a ser capaz de resolver problemas semejantes y más difíciles. (p.221)

Al final se vio que los estudiantes lograron hallar una adecuada estrategia, la cual les permitió dar solución al problema, realizando el plan de acción que la estrategia requería (De Guzmán, 1995)

### **Reflexión acerca del camino seguido**

En esta etapa de la resolución de los problemas, gran parte de los estudiantes manifestó que en el camino se les presentaron dificultades en la forma como solucionaron las situaciones. Además, pudo ver muchas veces que la mayoría de los estudiantes mostraron mucho afán por terminar las actividades sin dar ninguna reflexión sobre la forma como se llevó a cabo, si la estrategia fue o no la adecuada y en ocasiones sin verificar si la solución obtenida era veraz o no

En el caso del problema 2, los estudiantes E1, E2 y E3 no realizaron la respectiva verificación de lo obtenido, de acuerdo a lo anterior se puede concluir que los estudiantes por lo general no realizan un proceso de reflexión profundo porque según De Guzmán (1995): “En la fase de revisión del proceso se debe hacer una reflexión sobre el camino seguido; analizar si se puede encontrar un camino más simple, entender la razón por la cual funciona y revisar que otros resultados se podrían obtener”. (p.133)

### **10.2.3 Categoría estrategias metacognitivas**

#### **Subcategoría planeación**

La planeación se encarga de especificar las metas a alcanzar, gracias a esto es posible definir qué hacer y con qué recursos y estrategias contar. Es así como Brown (citado por Tamayo, 2006), establece que la planeación implica:

Selección de estrategias apropiadas y la localización de factores que afectan el rendimiento; la predicción, las estrategias de secuenciación y la distribución del tiempo o de la atención selectiva antes de realizar la tarea; consiste en anticipar las actividades, prever resultados, enumerar pasos. (p.3)

De aquí, por lo observado durante el desarrollo de los problemas presentados, se evidenció una mejoría comparada con los procesos de planeación hechos en actividades previas, esto le permitió a los estudiantes tener claro en lo que se les estaba pidiendo y el ser un poco más conscientes de las situaciones problemáticas a resolver. Para los demás problemas se

evidenció que realizaron una planeación estructurada, teniendo en cuenta los pasos con sus respectivas justificaciones

No está demás destacar que en esta etapa se logró ver lo planteado por Mateos (2001), quien considera que:

La planificación de la solución de un problema implica descomponer el problema en subproblemas y diseñar una secuencia de pasos a seguir para acometer cada subproblema. La planificación es una etapa que marca la diferencia entre expertos y novatos y, normalmente son los expertos que dedican más tiempo a esta fase cuando se enfrentan, por ejemplo, con problemas nuevos. En cambio, los novatos tienden a lanzarse directamente a una acción sin planificarla previamente (p.85-6)

### **Subcategoría monitoreo**

Durante el desarrollo de la actividad, se ve como los estudiantes revisan los procesos que se están llevando a cabo para ajustar las estrategias seleccionadas, viendo los obstáculos encontrados al momento de resolver los problemas propuestos. Brown (citada por Tamayo 2006) establece que el monitoreo “Se refiere a la posibilidad que se tiene, en el momento de realizar la tarea, de comprender y modificar su ejecución, por ejemplo, realizar autoevaluaciones durante el aprendizaje, para verificar, rectificar y revisar las estrategias seguidas”. (p.2)

En el desarrollo de las respuestas de los estudiantes se ve que durante el proceso de la resolución de los problemas, realizan un monitoreo centrado en las dificultades, manifestando así que estas se presentan en el manejo, reconocimiento y aplicación de las fórmulas requeridas en cada caso. Se puede ver aquí, que el monitoreo realizado no es el más propicio, ya que aunque reconocen las dificultades, no verifican las tareas propuestas. Por otro lado, también se evidencia que en su mayoría los estudiantes no van más allá para encontrar otras maneras que posiblemente sean mucho más convenientes para dar solución a los problemas propuestos

Como lo afirman Buitrago y García (2012): “los estudiantes son incapaces de describir o explicar las acciones de verificación que realizan para seguir la estrategia propuesta, a pesar de su uso evidente” (p.98)

### **Subcategoría evaluación**

La evaluación es un proceso que debe llevarse a cabo de manera continua y además de esto tratar de que sea personalizada; la evaluación tiene como principal objetivo apreciar los resultados de las estrategias seguidas. Brown (citada por Tamayo, 2006) propone que: “La evaluación es realizada al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz; evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia” (p. 3)

Teniendo en cuenta el análisis de las respuestas dadas por los estudiantes en esta subcategoría, se ve que muestran ciertos elementos de evaluación, aunque en su gran mayoría relacionados con las respuestas encontradas al problema. Esto se relaciona con lo planteado por Buitrago y García (2012) donde afirman que: “la mayoría de educadores matemáticos se han enfocado por tradición más hacia la respuesta que hacia los procesos de comprensión”. (p.57)

Cabe señalar que las preguntas relativas permitieron que los estudiantes reconocieran la necesidad de evaluar el proceso llevado a cabo cuando se resuelven problemas de derivación, de realizar una revisión en cada uno de los pasos utilizados. Se puede decir que esto es un primer contacto a que los procesos de evaluación que se realicen de aquí en adelante sean más a fondo y que conlleven a los estudiantes a identificar si las estrategias empleadas fueron eficaces, si tuvieron errores o si quedaron cosas por realizar y además saber cuál es el grado de motivación frente al tema

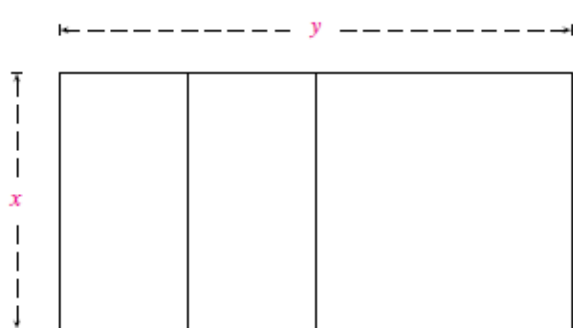
## **10.3 Momento de reenfoque**

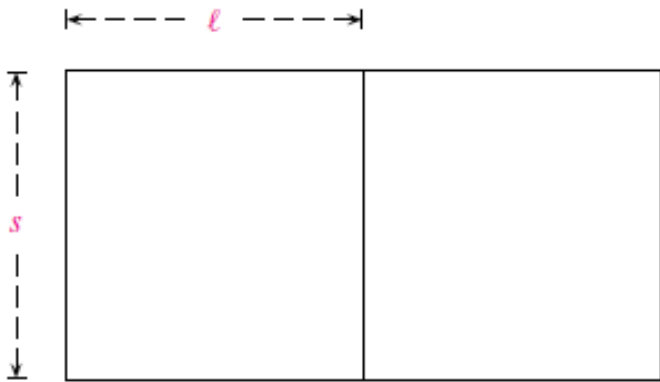
### **Actividad 1.**

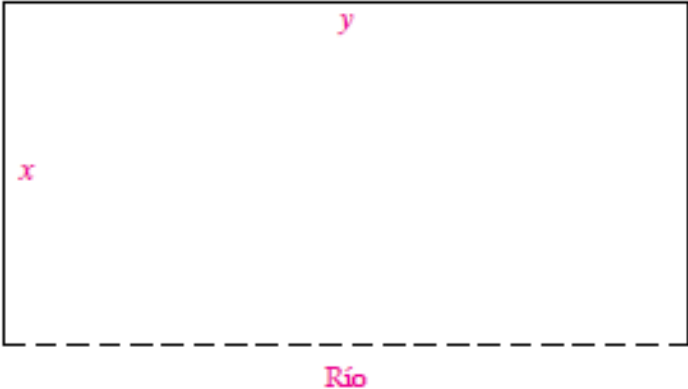
Esta actividad consistió en la aplicación del instrumento “Apliquemos nuestros conocimientos II”, la situación planteada correspondió a la presentada en el primer instrumento, el cual consistió en la indagación de ideas previas. La situación propuesta se trabajó haciendo uso de la herramienta formularios de Google y los estudiantes la debían realizar en línea

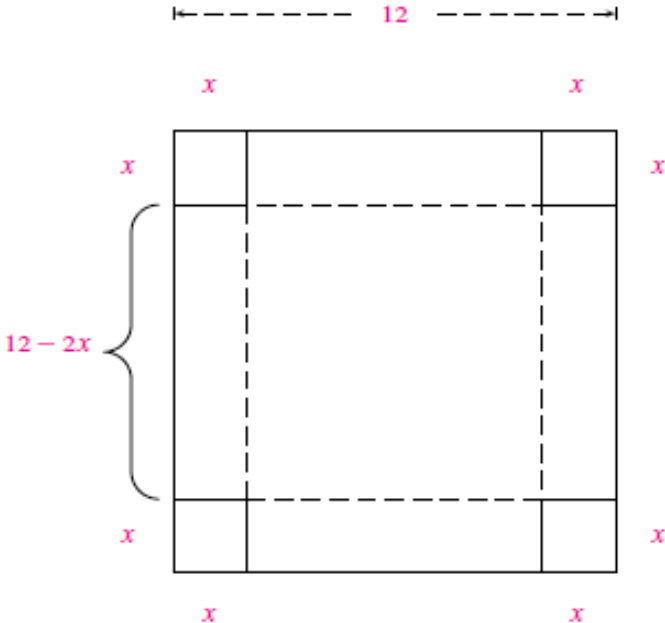
Al problema planteado inicialmente se le realizaron algunos cambios, integrando en ella preguntas que articularon la aplicación de la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán y las estrategias de regulación metacognitiva, esto con el propósito principal de establecer si los estudiantes habían tenido cambios en la forma de resolver problemas, mostrados en el momento de ubicación

Tabla 9 Instrumento 7. Actividad 1. Aplicación del Instrumento “Apliquemos nuestros conocimientos II”

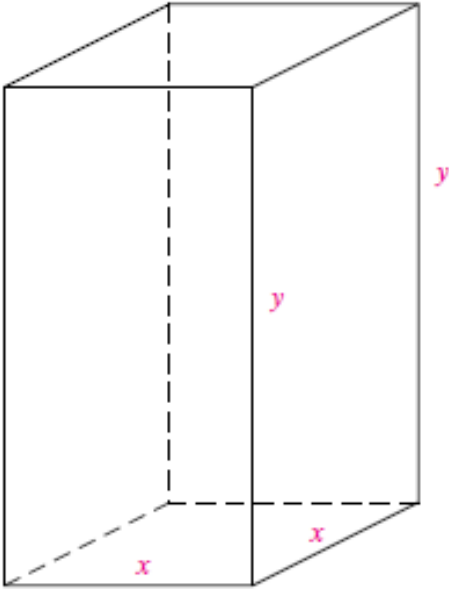
| <p>1. Un granjero que tiene 24 m de cerca desea encerrar un área rectangular y dividirla en tres corrales, colocando cercas paralelas a uno de los lados del rectángulo. Calcule el área total máxima posible de los tres corrales</p>  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| PREGUNTAS                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | RESPUESTAS                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| ¿Cómo podrías encontrar la función del área a maximizar?                                                                                                                                                                                                                                                                    | <p><b>E1:</b> Sabiendo la fórmula del área</p> <p><b>E2:</b> Conociendo la fórmula del área</p> <p><b>E3:</b> Teniendo conocimiento del área de un rectángulo</p> <p><b>E4:</b> Conociendo las fórmulas de área y perímetro</p> <p><b>E5:</b> Sabiendo el perímetro y el área de un rectángulo</p> |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <b>E6:</b> Teniendo en cuenta el perímetro y el área de un rectángulo                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Si te piden hallar las dimensiones de la cerca ¿Cómo lo harías?                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <b>E1:</b> Haciendo uso del perímetro dado y del área<br><b>E2:</b> Encontrando la función del área y derivarla<br><b>E3:</b> Buscando la función área y derivando<br><b>E4:</b> Despejando el perímetro, buscar la función del área y derivando<br><b>E5:</b> Teniendo la función del área y luego maximizar o minimizar<br><b>E6:</b> Teniendo en cuenta el perímetro dado, despejándolo, reemplazarlo en el área y luego usar los criterios de la derivada |
| <p>2. Un rancho quiere bardear dos corrales rectangulares adyacentes idénticos, cada uno de 300 m<sup>2</sup> de área como se muestra en la figura</p>  <p>The diagram shows two identical rectangular corrals placed side-by-side. A vertical dashed line with arrows at both ends is labeled with a pink 's', representing the width of one corral. A horizontal dashed line with arrows at both ends is labeled with a pink 'l', representing the length of one corral.</p> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| PREGUNTAS                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | RESPUESTAS                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| ¿Cómo podrías encontrar la función de la barda a minimizar?                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | <b>E1:</b> Sabiendo la fórmula del área<br><b>E2:</b> Sabiendo la fórmula del área<br><b>E3:</b> Conociendo la fórmula del área de un rectángulo<br><b>E4:</b> Usando las fórmulas de área y perímetro<br><b>E5:</b> Conocer el perímetro y el área de un rectángulo                                                                                                                                                                                          |

|                                                                                                                                                                                                                                         | <b>E6:</b> Teniendo en cuenta el perímetro y el área de un rectángulo                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Si te piden hallar las dimensiones de los dos corrales<br>¿Cómo lo harías?                                                                                                                                                              | <b>E1:</b> Sabiendo la fórmula del área<br><br><b>E2:</b> Conociendo la fórmula del área<br><br><b>E3:</b> Teniendo conocimiento del área de un rectángulo<br><br><b>E4:</b> Conociendo las fórmulas de área y perímetro<br><br><b>E5:</b> Sabiendo el perímetro y el área de un rectángulo<br><br><b>E6:</b> Teniendo en cuenta el perímetro y el área de un rectángulo |
| <p>3. Un ganadero desea cercar un prado rectangular junto a un río. El prado ha de tener 180000 m<sup>2</sup> para proporcionar suficiente pasto</p>  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| PREGUNTAS                                                                                                                                                                                                                               | RESPUESTAS                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| ¿Cómo podrías encontrar la función del perímetro a minimizar?                                                                                                                                                                           | <b>E1:</b> Sabiendo la fórmula del área<br><br><b>E2:</b> Conociendo la fórmula del área<br><br><b>E3:</b> Teniendo conocimiento del área de un rectángulo<br><br><b>E4:</b> Conociendo las fórmulas de área y perímetro<br><br><b>E5:</b> Sabiendo el perímetro y el área de un rectángulo<br><br><b>E6:</b> Teniendo en cuenta el perímetro y el área de un rectángulo |

| <p>Si te piden hallar las dimensiones de los lados a cercar<br/>¿Cómo lo harías?</p>                                                                                                                                                                                                       | <p><b>E1:</b> Haciendo uso del perímetro dado y del área</p> <p><b>E2:</b> Encontrando la función del área y derivarla</p> <p><b>E3:</b> Buscando la función área y derivando</p> <p><b>E4:</b> Despejando el perímetro, buscar la función del área y derivando</p> <p><b>E5:</b> Teniendo la función del área y luego maximizar o minimizar</p> <p><b>E6:</b> Teniendo en cuenta el perímetro dado, despejándolo, reemplazarlo en el área y luego usar los criterios de la derivada</p> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>4. Se desea hacer una caja abierta con una pieza cuadrada de material de 12 cm de lado, cortando cuadritos iguales de cada esquina. Hallar el máximo volumen que puede lograrse con una caja así</p>  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| PREGUNTAS                                                                                                                                                                                                                                                                                  | RESPUESTAS                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <p>¿Cómo podrías encontrar la función del volumen a maximizar?</p>                                                                                                                                                                                                                         | <p><b>E1:</b> Sabiendo la fórmula del volumen</p> <p><b>E2:</b> Conociendo la fórmula del volumen</p> <p><b>E3:</b> Teniendo conocimiento de volumen de una caja</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |



|                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                         | <p><b>E4:</b> Conociendo la fórmula del volumen de una caja</p> <p><b>E5:</b> Sabiendo el volumen de una caja</p> <p><b>E6:</b> Teniendo en cuenta el volumen de una caja rectangular</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <p>Si te piden hallar las dimensiones de los lados de la caja<br/>¿Cómo lo harías?</p>                                                                                                                                                                  | <p><b>E1:</b> Haciendo uso del área y del volumen</p> <p><b>E2:</b> Encontrando la función del volumen y derivarlo</p> <p><b>E3:</b> Buscando la función del volumen y derivando</p> <p><b>E4:</b> Despejando el área, buscar la función del volumen y derivando</p> <p><b>E5:</b> Teniendo la función del volumen de la caja y luego maximizar o minimizar</p> <p><b>E6:</b> Teniendo en cuenta el área dada, despejándola, reemplazarla en el volumen y luego usar los criterios de la derivada</p> |
| <p>5. Una caja con base y tapa cuadradas debe tener un volumen de 50 cm<sup>3</sup>. Las dimensiones de la caja que minimizan la cantidad de material usado es:</p>  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| <b>PREGUNTAS</b>                                                                                                                                                                                                                                        | <b>RESPUESTAS</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |

|                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ¿Cómo podrías encontrar la función del volumen a minimizar?                 | <p><b>E1:</b> Sabiendo la fórmula del volumen</p> <p><b>E2:</b> Conociendo la fórmula del volumen</p> <p><b>E3:</b> Teniendo conocimiento de volumen de una caja</p> <p><b>E4:</b> Conociendo la fórmula del volumen de una caja</p> <p><b>E5:</b> Sabiendo el volumen de una caja</p> <p><b>E6:</b> Teniendo en cuenta el volumen de una caja</p>                                                                                                                                           |
| Si te piden hallar las dimensiones de los lados de la caja ¿Cómo lo harías? | <p><b>E1:</b> Haciendo uso del área y del volumen</p> <p><b>E2:</b> Encontrando la función del área y derivarlo</p> <p><b>E3:</b> Buscando la función del área y derivando</p> <p><b>E4:</b> Despejando el volumen, buscar la función del área y derivando</p> <p><b>E5:</b> Teniendo la función del área de la caja y luego maximizar o minimizar</p> <p><b>E6:</b> Teniendo en cuenta el volumen dado, despejándolo, reemplazarlo en el área y luego usar los criterios de la derivada</p> |

**Fuente:** Elaboración propia

En la aplicación del Instrumento 7 dentro de la implementación de la Unidad Didáctica, fue de gran importancia, ya que para su desarrollo se hizo uso de las TICs, donde se hizo uso de la herramienta de Google: formularios. Esto generó gran expectativa e interés de parte de los estudiantes, ya que era primera vez que la habían usado. Tal como lo plantea Tamayo (2011):

La utilización de las TIC en los procesos de enseñanza y aprendizaje puede agregar valor a la construcción de conocimiento, en la medida que apoya el individuo y al grupo en la creación de representaciones mentales y sociales respectivamente. Asimismo, contribuyen al desarrollo de

competencias para la toma de decisiones a la solución de problemas y, a la vez, facilitan el intercambio de conocimientos y experiencias, dadas las sinergias propias de las redes de aprendizaje mediadas por tecnología. (p. 100)

Analizando éste instrumento se pudo notar que los estudiantes tenían ya cierta capacidad de organizar el problema, siguiendo los pasos adecuados para su solución. Además se puede ver que encontraban con facilidad la función a maximizar o minimizar, teniendo conocimiento de lo que les daba y pedía el problema, también recordaban con facilidad el tipo de figuras dadas y su área o volumen, según el caso

### 10.3.1 Entrevista semiestructurada

Al culminar las actividades de la unidad didáctica se ejecutó una entrevista semiestructurada a 6 estudiantes, los cuales participaron en el estudio. A quienes se les preguntó acerca de la efectividad de las actividades enfocadas hacia la resolución de problemas, la forma como lograron superar los bloqueos que presentaban al inicio de las actividades y la aplicación de las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, las cuales utilizaron para resolver los problemas relacionados con la derivación de funciones

Tabla 10 Instrumento 8. Entrevista Semiestructurada

| PREGUNTAS                                                                                                                                      | RESPUESTAS                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿utilizaba alguna secuencia de pasos para la solución de un problema? Sí ___ No ___ ¿Por qué? | <p><b>E1:</b> No, solo respondía lo que pensaba y ya</p> <p><b>E2:</b> No, trataba de medio entender para resolver el problema</p> <p><b>E3:</b> No, me limitaba a resolver problema y ya</p> <p><b>E4:</b> No, porque no prestaba atención a las clases y respondía lo que me parecía que estaba bien</p> <p><b>E5:</b> No, ya que solo tenía en cuenta lo que me daba el problema y lo intentaba resolver</p> <p><b>E6:</b> No, porque lo intentaba resolver de forma mecánica</p> |

|                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>2. Después de realizar las actividades de la UD, ¿considera necesario la búsqueda de estrategias y la elaboración de un plan, para la solución de un problema?</p> | <p><b>E1:</b> Si, porque si tengo en cuenta una secuencia de pasos será mucho más fácil resolver el problema</p> <p><b>E2:</b> Si, porque si se hace un método antes, será mucho más fácil la solución del problema</p> <p><b>E3:</b> Si, porque se necesita tener una secuencia de pasos, los cuales me facilitan dar solución del problema</p> <p><b>E4:</b> Si, porque se me hace más fácil darle solución</p> <p><b>E5:</b> Si, porque es necesario para resolver el problema</p> <p><b>E6:</b> Si, porque las estrategias me ayudan mucho para dar solución a un problema</p> |
| <p>3. Luego de las actividades realizadas en la UD, ¿qué actividades realiza para hacerle seguimiento al plan de trabajo planteado?</p>                               | <p><b>E1:</b> Reviso todos los pasos para saber si estos se están dando correctamente</p> <p><b>E2:</b> Reviso cada paso</p> <p><b>E3:</b> Reviso detenidamente los pasos realizados</p> <p><b>E4:</b> Verifico si lo que estoy haciendo está correcto</p> <p><b>E5:</b> Miro cada paso nuevamente para que todo salga bien</p> <p><b>E6:</b> Reviso cada paso planteado para ver si los estoy siguiendo correctamente</p>                                                                                                                                                         |
| <p>4. Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿evaluaba su desempeño en la resolución de un problema? Sí ___ No ___ ¿Por qué?</p>                               | <p><b>E1:</b> No, porque me preocupaba por terminarla sin importar que estuviera o no buena</p> <p><b>E2:</b> No, porque lo único que me importaba era terminar el problema</p> <p><b>E3:</b> No, porque no me importaba si estaba bueno o no</p> <p><b>E4:</b> No, porque solo entregaba para cumplir y ya</p> <p><b>E5:</b> No, porque solo realizaba los problemas sin importar si estaban buenos</p> <p><b>E6:</b> No, porque quería terminar rápido</p>                                                                                                                       |

---

|                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5. ¿Considera que las actividades desarrolladas en la UD han sido de gran utilidad para su proceso formativo? Sí ___ No ___ ¿Por qué? ___ | <p><b>E1:</b> Si, porque aprendí la importancia del cálculo diferencial en mi carrera</p> <p><b>E2:</b> Si, ya que entendí el concepto de derivadas</p> <p><b>E3:</b> Si, porque me di cuenta que las matemáticas tienen aplicabilidad en la vida real</p> <p><b>E4:</b> Si, puesto que se entendieron mejor las derivadas</p> <p><b>E5:</b> Si, puesto que comprendí las derivadas de una mejor manera</p> <p><b>E6:</b> Si, ya que me hicieron dar cuenta lo importante que son las matemáticas en nuestra carrera</p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

---

**Fuente: Elaboración propia**

En esta entrevista se pudo notar que la mayoría de los estudiantes no hacían uso de una secuencia de pasos para resolver un problema, por ejemplo los estudiantes E1, E2, E3, E5 y E6 por lo general respondían lo que pensaban, tratando de medio resolver el problema o de trabajarlo de forma mecánica; mientras que el estudiante E4 manifiesta que en ocasiones no prestaba atención y le daba poca importancia a lo que el profesor le explicaba

Al preguntar que si considera necesario la búsqueda de estrategias y la elaboración de un plan para resolver un problema, todos respondieron que si ya que se hace necesario diseñar un plan y buscar estrategias, puesto que así se les facilitaría darle solución al problema

Por otro lado a la pregunta de qué actividades realizaban para hacerle seguimiento al plan de trabajo planteado, los estudiantes E1, E2 y E3, dan una revisión de todos los pasos para saber si estos se están dando correctamente; por su parte los estudiantes E4, E5 y E6 manifiestan que verifican cada paso para saber si lo que están haciendo es correcto

Para la siguiente pregunta de que si evaluaban su desempeño en la resolución del problema, todos contestaron que no, ya que por lo general solo se preocupaban por terminar rápido el problema y cumplir, sin importarle si estaba bueno o no

Por último, en cuanto a la pregunta que si consideraban que las actividades desarrolladas en la UD habían sido de gran utilidad para su proceso formativo, todos dijeron que si ya que encontraron la aplicabilidad del cálculo a su área de conocimiento y entendieron mejor el concepto de las derivadas y su uso en el campo real

De acuerdo a las respuestas dadas por los estudiantes se puede observar que en la solución de problemas no daban seguimiento a una secuencia de pasos, solo se limitaban, y no todos, a la lectura del problema a solucionarlo inmediatamente. Tal como lo afirma Mateos (2001):

“La planificación es una etapa que marca la diferencia entre expertos y novatos y, normalmente son los expertos que dedican más tiempo a esta fase cuando se enfrentan, por ejemplo, con problemas nuevos. En cambio, los novatos tienden a lanzarse directamente a una acción sin planificarla previamente” (p.85)

Siguiendo con el análisis, los estudiantes manifiestan la necesidad de buscar ciertas estrategias y elaborar un plan previo para dar solución a un problema. Esto lo consideran necesario, puesto que se les facilita darle solución, de acuerdo con Tamayo (2006), “si un alumno tiene desarrolladas las capacidades de anticipación y planificación, podrá representarse mentalmente y explicitar, de ser necesario, las acciones que debe llevar a cabo para culminar la tarea con éxito” (p. 6)

También se pudo evidenciar que los estudiantes antes de realizar las actividades de la UD, no consideraban necesario la evaluación de su desempeño, ya que solo se preocupaban por realizar el problema y entregarlo, para cumplir lo pedido por el profesor. Como lo afirma Fernández (1993), que es importante que el estudiante busque la ayuda de los compañeros, del profesor o de otros adultos, ya que de esta manera pueden reconocer información que no se ha tenido en cuenta y superar las dificultades que se les han presentado

Por último, los estudiantes consideraron que la metodología utilizada para la resolución de problemas, les pareció bastante buena, ya que recordaron cosas que se les habían olvidado, aprendieron cosas nuevas y se les hizo fácil el aprendizaje de las situaciones planteadas. Se

resalta aquí lo expuesto por Vargas 2012, quien considera que:” la utilización de las estrategias heurísticas permite transformar el problema en una situación que nos aproxime a la solución. Incluso, pueden ser útiles para superar momentos de bloqueo”. (p.2)

### **10.3.2 Análisis del momento tres**

### **10.3.3 Categoría resolución de problemas**

#### **Subcategoría heurística de resolución de problemas (Miguel de Guzmán)**

Para este último momento se vio que ya los estudiantes habían superado las dificultades encontradas en los primeros momentos, por lo que se logró mayor confianza en el momento de abordar los problemas propuestos; además realizaron mejores procesos de reflexión acerca de los pasos que debían plantear para así poder escoger el mejor camino que les garantizara dar solución al problema propuesto

La aplicación de la heurística de Miguel de Guzmán a los estudiantes les ayudó a reconocer todos los datos dados en los problemas, establecer que se les pedía en cada caso y encontrar la forma efectiva de solución de cada situación problémica. De acuerdo con De Guzmán (1995), quien afirma que: “una vez superadas las malas actitudes se han de adquirir las siguientes: confianza, paz, tranquilidad y sin prisas, disposición de aprender y curiosidad, gusto en actividad mental y por el reto y atención a los posibles bloqueos”. (p.31)

### **10.3.4 Categoría estrategias metacognitivas**

#### **Subcategoría planeación**

En cuanto a la planeación como primer paso del proceso en la solución de los problemas propuestos, permitió diseñar una secuencia organizada de pasos a los estudiantes, estos con el fin de poder darle una solución de forma adecuada al problema. Iniciando como primera medida una lectura detenida al problema, para así identificar los datos (o variables), reconociendo cada regla de derivación a aplicar, haciendo uso de un bosquejo del

problema, para así saber con seguridad cómo y por donde atacarlo para así poder darle solución al mismo

### **Subcategoría Monitoreo**

En cuanto al monitoreo, este busca contribuir a la solución de problemas mediante un seguimiento adecuado el cual permite encontrar con certeza los datos que se requieren para dar solución al problema. Este monitoreo les fue de gran ayuda a los estudiantes, y que pudieron revisar el proceso realizado, detectar y corregir errores en cuanto al manejo efectivo de las fórmulas y de los procesos realizados en la aplicación de las mismas, además leer hasta lograr entender el problema y en algunos casos replantear sus estrategias para poder dar solución al mismo

### **Subcategoría Evaluación**

En cuanto a la evaluación, ofrece posibilidades para fortalecer, consolidar los aprendizajes y evidenciar cuales son las necesidades prioritarias que se deben atender. La evaluación permitió que los estudiantes pudieran reconocer sus fortalezas y dificultades, comprobar si se habían cumplido o no los objetivos propuestos, examinar sus aciertos y desaciertos en los procesos llevados a cabo, evaluando la efectividad de los pasos propuestos y realizados

Al culminar la aplicación de la UD, se observó que los estudiantes adquirieron herramientas muy importantes las cuales le sirvió en sus procesos de regulación metacognitiva y de la heurística de Miguel de Guzmán en el momento de resolver problemas derivación y haciendo uso de sus reglas de. Esta metodología usada permitió a los estudiantes plantear mejores estrategias para dar solución a los problemas planteados. De igual manera, a reconocer lo importante que es llevar a cabo un seguimiento a los procesos realizados, con el fin de hacer las correcciones pertinentes en el momento adecuado y hacer uso de la evaluación como un recurso muy importante que permite reconocer dificultades, verificar procedimientos y culminar con éxito cada una de las situaciones planteadas



## 11 CONCLUSIONES

La realización de éste trabajo investigativo fue de gran importancia, ya que dio a conocer lo significativo que es tanto para los estudiantes, como para los docentes tener en cuenta las ideas previas traídas por parte de los estudiantes. Lo cual permitió identificar las fortalezas y debilidades de los estudiantes en su proceso de aprendizaje. También se mostraron las dificultades que tenían los estudiantes en dar solución a un problema, tales como la falta de interpretación y el concepto claro en ciertas temáticas

Por otro lado, para la realización de éste trabajo fue de gran utilidad la metodología de Miguel de Guzmán para la resolución de problemas, ya que permitió en los estudiantes el desarrollo de ciertas habilidades de pensamiento, a través del análisis, reflexión y discusión de diferentes estrategias hacia una solución segura y eficaz

Además, la unidad didáctica fue un instrumento de gran utilidad, ya que permitió la vinculación de estrategias de regulación metacognitiva hacia la resolución de problemas, lo cual facilitó la construcción de nuevos conocimientos mediante la utilización de material concreto y el uso de las TIC's

Así mismo, la planeación, monitoreo y evaluación fue de gran ayuda ya que permitió el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas de derivación de funciones, puesto que dio la posibilidad de la toma de diferentes caminos de resolución y dio lugar a la participación activa de los estudiantes

Por último, la implementación de la UD en donde se articuló el uso de la metodología de Miguel de Guzmán y las estrategias de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) en la resolución de problemas relacionados con la derivación de funciones, sirvió de gran ayuda de manera significativa en el mejoramiento de los resultados académicos de los estudiantes participantes de la Universidad del Sinú

## **12 RECOMENDACIONES**

Dentro de la Universidad del Sinú, es indispensable propiciar espacios de investigación que permitan la identificación de obstáculos y dificultades presentes en los estudiantes, tanto en la comprensión lectora (para la interpretación de problemas), como en los procesos de resolución de problemas, con el fin de buscar metodologías, que ayuden a los estudiantes en su proceso de aprendizaje

Se les recomienda a los docentes de Básicas Exactas que mejoren el proceso de comunicación, primero teniendo en cuenta las ideas o conceptos previos para así buscar estrategias que les permitan saber cómo entrar a la nueva temática que quiere implementar; segundo llevar a sus clases situaciones problémicas que les permita a los estudiantes analizarlos y tratar de resolverlos, llevando una serie de pasos para darle solución. Después de todo esto, se recomienda a los docentes realizar la retroalimentación necesaria para que los estudiantes observen en donde tuvieron errores y así los puedan corregir

### 13 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alonso, I. y Martínez, N. (2003) La resolución de problemas matemáticos. Una caracterización histórica de su aplicación como vía eficaz para la enseñanza de la matemática
- Arteaga, M. (2015). Aplicación del “modelo Miguel de Guzmán en la resolución de situaciones problemáticas”, para el logro de aprendizajes significativos del área de matemática en los estudiantes del 3° “a” de nivel secundario de la Institución Educativa “Virgen del Carmen” del distrito de San Jerónimo, Provincia de Andahuaylas, Departamento de Apurímac 2013-2015. (Tesis de grado especialización en Didáctica de la Matemática Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa) Arequipa – Perú. Recuperado de:  
<http://repositorio.unsa.edu.pe/bitstream/handle/UNSA/4893/EDarmamh.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Azcárate, C., et al. (D.L. 1996). *Cálculo diferencial e integral*. Madrid: Síntesis
- Buitrago, S. y García, L. (2012). Proceso de regulación metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos
- Carretero M. (2001). Metacognición y educación. Buenos Aires: Aique
- COHEN, G., 1977. The psychology of cognition. (Academic Press: Londres). Trad. española: 1983, Psicología cognitiva. (Alhambra: Madrid)
- De Guzmán, M. D. (1995). Para pensar mejor: desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos (No. 153.42 G993p). Madrid, ES: Edit. Pirámide
- De Guzmán, M. (2007). Y la matemática. Revista iberoamericana de educación, 43, 19-58

- Díaz, D. (2013). ¡Tienes las herramientas! ¡Aprende a utilizarlas! Estrategias y consejos para maestros, padres y estudiantes: para un efectivo proceso de enseñanza aprendizaje. Estados Unidos: Editorial Palibrio LLC
- Flavell, J. H. y Wellman, H. (1977): Metamemory. En R. Kail y J. Hagen (Eds.), Perspectives on the development of memory and cognition
- Flavel, J. (1985). *El desarrollo cognoscitivo*. Madrid: Visor
- Flavell, J. (1987). Speculations About the Nature and Developnt of Metacognition
- Flórez, R., Torrado, M, Arévalo, I., Mesa, C., Mondragón, S. & Pérez, C. (2005). Habilidades metalingüísticas, operaciones metacognitivas y su relación con los niveles de competencia en lectura y escritura: un estudio exploratorio. Forma y Función, 18, 15-44
- García, M. (2011). La enseñanza tradicional de la matemática y su influencia en el aprovechamiento escolar de los alumnos de nivel primaria. Recuperado de <http://200.23.113.51/pdf/28757.pdf>
- Gómez, W. & Castillo E. (2016). Influencia de la regulación Metacognitiva en la resolución de problemas con adición de números enteros en estudiantes de 7º. (Tesis de Maestría de enseñanza de las ciencias. Universidad Autónoma de Manizales) recuperado de: <http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/bitstream/11182/1048/1/Tesis%20Wilson%20Gomez%20y%20Edwin%20Castillo.pdf>
- González, A. (2017) La regulación metacognitiva y la resolución de problemas sobre proporcionalidad en estudiantes de media. (Tesis de Maestría en enseñanzas de las ciencias. Universidad Autónoma de Manizales) [consultado febrero de 2017] recuperado de:

<http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/bitstream/11182/1056/1/Informe%20Final%20Maestria.pdf>

Guillén, E. (2014). Procedimientos matemáticos y aprendizaje conceptual en física en nivel secundaria (Tesis de maestría). Universidad de Ciencias y Artes de Chiapas, México

Guitérrez Mendoza, L., Buitrago Alemán, M. R. & Ariza Nieves, L. M. (2017, julio-diciembre). Identificación de dificultades en el aprendizaje del concepto de la derivada y diseño de un OVA como mediación pedagógica. *Rev. Cient. Gen. José María Córdova*, 15(20), 137-153. DOI: <http://dx.doi.org/10.21830/19006586.170>

Hernández, O. (2002) Procesos cognoscitivos y metacognoscitivos en la solución de problemas matemáticos. *Focus I*, 2. p.p. 59-72

Jorba, J., & Sanmartí, N. (1993). La función pedagógica de la evaluación. *Aula de innovación educativa*, 20, 20-30

Maturano, C., Soliveres, M. y Macías, A. (2002). Estrategias cognitivas y metacognitivas en la comprensión de un texto de ciencias. *Enseñanza de las ciencias*, 20 (3), 415-425

Marín, A. (2015). Aprendizaje profundo a través de la resolución de Problemas en estudiantes de noveno grado en la institución Educativa San Francisco De Paula. (Tesis de Maestría en educación. Universidad Tecnológica de Pereira) Recuperado de:  
<http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/handle/11059/6151/15343M337.pdf?sequence=1>

Ministerio de Educación Nacional. (2003). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá: MEN

- Multimedia learning material to increase metacognitive reading comprehension strategies. *Perfiles educativos*, 40(159), 144-159. Recuperado en 22 de mayo de 2018, de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0185-26982018000100144&lng=es&tlng=en](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-26982018000100144&lng=es&tlng=en)
- Onrubia, J. Cochera, M. J.; Barberá, E. (2001) La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva psicológica. En C. Coll; J. Palacios; A. Marchesi Desarrollo psicológico y educación, 2. Psicología de la educación escolar. Madrid. Psicología y educación. Alianza Editorial
- Orton A. (1.996). Didáctica de las matemáticas. Cuestiones, teoría y práctica en el aula. Madrid: Ediciones Morata
- Perales, F.J. (1993). "La resolución de problemas: Una revisión estructurada". Enseñanza de las Ciencias. p170
- Polya, G. (1970) How to solve it, Editorial Trillas
- Sampieri, R. (2005). Metodología de la investigación
- Schraw, G. & Dennison, R. (1994). 'Assessing metacognitive awareness'. Contemporary Educational Psychology [19, 460-475]. Recuperado el 12 de enero de 2017 de: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0361476X84710332>
- Tamayo, O. Eugenio., Villada Diego y Cols., (2005). Diseño y validación de unidades didácticas para la enseñanza de las ciencias. Departamento de Estudios educativos, Universidad de Caldas, Manizales
- Tamayo, O. (2006). La Metacognición en los Modelos para la Enseñanza y el Aprendizaje de las Ciencias
- Tesouro, M. (2015). *La metacognición en la escuela: la importancia de enseñar a pensar*. Girona: Aula intelimundo. Recuperado el 15 de octubre de 2016 de

<http://blog.aulaintelimundo.com/la-metacognicion-en-la-escuela-la-importancia-de-ensenar-a-pensar/>

Ugartetxea, J. (2001). Motivación y metacognición, más que una relación. Revista ELección de Investigación y EValuación Educativa. Recuperado de [https://www.uv.es/relieve/v7n2/RELIEVEv7n2\\_1.htm](https://www.uv.es/relieve/v7n2/RELIEVEv7n2_1.htm)

## **14 ANEXOS**

### **Anexo 1. Formato de Unidad Didáctica**

#### **PROCESOS DE REGULACIÓN METACOGNITIVA (PLANEACIÓN, MONITOREO Y EVALUACIÓN) EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON DERIVACIÓN DE FUNCIONES**

##### **Introducción**

La presente unidad didáctica se centra en la resolución de problemas relacionados con la derivación haciendo uso de la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán, asociando en el proceso habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación. Se pretende motivar a los estudiantes al utilizar una nueva estrategia metodológica que les permita tomar conciencia de los procesos que realizan, identificar las dificultades y aciertos en la aplicación de los conocimientos adquiridos en situaciones de su entorno. Además de todo esto, afianzar los conocimientos sobre el tema, permitiendo que se sientan involucrados en fortalecer sus procesos de razonamiento, facilitando el mejoramiento de sus habilidades, no solo cognitivas, sino actitudinales que los conlleven a la obtención de mejores resultados académicos tanto en el cálculo diferencial, como en otras áreas de su conocimiento

La unidad didáctica se entiende como un proceso flexible de planificación de la enseñanza de los contenidos relacionados con un campo del saber específico para construir procesos de aprendizaje en una comunidad determinada, según Tamayo (2006) y Sánchez & Valcárcel (1993). Este concepto, se aleja mucho del modelo tradicional del docente y el del papel pasivo que manejan los estudiantes; además pretende desarrollar en ellos el pensamiento científico, crítico y reflexivo para la resolución de problemas matemáticos en su área de conocimiento



Este modelo de UD vincula cinco componentes, lo cuales son: ideas previas, historia y epistemología de la ciencia, múltiples modos semióticos y TIC, reflexión metacognitiva, y evolución conceptual. La unidad didáctica que se pretende implementar estará estructurada en tres momentos: ubicación, desubicación y reenfoque. En ella se plantearán actividades relacionadas con la solución de problemas derivación, aplicando estrategias de regulación metacognitiva

La Unidad Didáctica va dirigida a estudiantes segundo semestre de ingeniería, en su implementación se tienen en cuenta los contenidos del Syllabus de la universidad, se plantea como una estrategia motivadora para el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas, tomando como eje temático, la derivada y su aplicación a situaciones problemáticas de la cotidianidad

### **Tiempo de ejecución de la unidad didáctica**

La unidad didáctica se implementará durante 5 semanas, tres horas semanales. Las semanas serán distribuidas de la siguiente manera:

Momento de ubicación: Una semana

Momento de Desubicación: tres semanas

Momento de Reenfoque: dos semanas

### **Unidad de trabajo**

La unidad de trabajo objeto de estudio está conformada por los estudiantes de segundo semestre de la facultad de ingeniería de la universidad, son 30 estudiantes de genero mixto

### **Formas de trabajo en el aula**

En los dos primeros momentos las actividades son individuales, en el tercer momento hay algunas actividades individuales y otras grupales.

**Estándar:**

Calculo la derivada de una función usando los métodos adecuados y la empleo para estudiar situaciones reales y resolver problemas

**Contenidos**

| CONCEPTUALES                                                                                 | PROCEDIMENTALES                                                                                                                                                                                                                                                | ACTITUDINALES                                                                                                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Derivación</b><br><br>- Concepto<br><br>- Reglas<br><br>- Criterios<br><br>- Optimización | - Identifico situaciones de aplicabilidad de las reglas de la suma, producto, cociente y de la cadena<br>- Calculo puntos críticos, máximos y mínimos de una función<br>- Aplico métodos para resolver problemas, haciendo uso de la optimización de funciones | - Valoro de forma positiva la aplicación de la derivada en situaciones de la vida cotidiana<br>- Reconozco la regulación metacognitiva como estrategia para la resolución de problemas |

## UNIDAD DIDÁCTICA

### Objetivo general:

Usar la derivada para resolver problemas de optimización relacionado con su área de conocimiento

| MOMENTO                | OBJETIVOS                                                                                                                                              | ACTIVIDADES                                                                                                           | PROPÓSITO                                                                                                                                                                                               | DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES                                                                                                                                                                                            | TIEMPO                                |
|------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|
| <b>1. Ubicación</b>    | Identificar los conceptos previos que poseen los estudiantes respecto a la forma de resolver problemas                                                 | <b>Actividad 1.</b><br><br>Identificación de los conceptos previos sobre la forma de resolver problemas de derivación | Evidenciar la forma en que los estudiantes aprenden a resolver problemas de derivación, cuando se involucran conceptos tales como figuras geométricas, funciones y derivación junto con sus propiedades | Se realiza la aplicación del primer instrumento, el cuál comprende lo siguiente:<br><br>Calcula la derivada de una función usando los métodos adecuados y la emplea para estudiar situaciones reales y resolver problemas | <b>2 horas de clase (120 minutos)</b> |
|                        | Observar los procesos de regulación metacognitiva en cuánto a actividades de planeación, monitoreo y evaluación a partir de la resolución de problemas | <b>Actividad 2.</b>                                                                                                   | Tener en cuenta la regulación metacognitiva, en cuanto a estrategias de planeación, monitoreo y evaluación que generen los estudiantes en la resolución de estos problemas                              | Utiliza medios tecnológicos adecuados para representar y analizar el comportamiento local y global de las funciones<br><br>Resolución de un problema contextualizado<br><br>Ver Anexo A.                                  |                                       |
| <b>2. Desubicación</b> | Generar procesos donde se facilite el aprendizaje de la                                                                                                | <b>Actividad 1.</b> Construcción y aplicación de un instrumento con situaciones asociadas al                          | Diseñar y aplicar estrategias que generen en el estudiante la necesidad de aprender el objeto matemático de las derivadas                                                                               | <b>Situación 1.</b><br><br>Los estudiantes ingresaran al siguiente link <a href="http://www.uacj.mx/CGTI/CDTE/JPM/Docu">http://www.uacj.mx/CGTI/CDTE/JPM/Docu</a>                                                         |                                       |



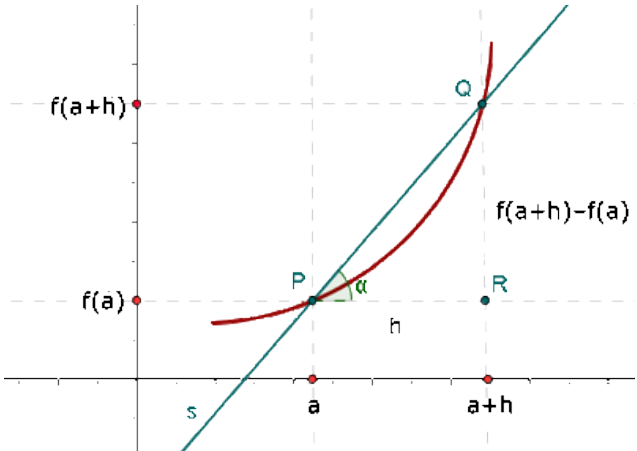
|  |                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                            |                                              |
|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
|  | <p>Ilustrar a los estudiantes respecto a la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán, asociando las estrategias de regulación metacognitiva en los procesos de resolución de las situaciones planteadas</p> | <p><b>Actividad 2.</b></p> <p>Modelación de la solución de problemas por parte del docente, relacionados con la derivación, utilizando la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán, asociando en el proceso habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación</p> | <p>Instruir a los estudiantes en la heurística de resolución de problemas de Miguel De Guzmán, asociando las habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación</p> | <p>El docente presenta a sus estudiantes un problema de optimización, solucionado y modelado mediante la heurística de Miguel de Guzmán, aplicando en el proceso de resolución estrategias de regulación metacognitiva</p> | <p><b>2 horas de clase (120 minutos)</b></p> |
|  |                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                            | <p><b>5 horas de clase (300 minutos)</b></p> |

|  |                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                              |
|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
|  |                                                                                                                                                                                                                           | <p><b>Actividad 3.</b></p> <p>Solución de problemas relacionados con la derivación (optimización), aplicando la heurística de Miguel de Guzmán, asociando en el proceso las estrategias de Regulación Metacognitivas</p> | <p>Evidenciar la evolución conceptual de los estudiantes en la aplicación de la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán, así como el avance en la aplicación de las estrategias de regulación metacognitiva de planeación, monitoreo y evaluación al resolver situaciones propuestas</p> | <p>Planteamiento y solución de problemas para analizar la comprensión lograda en los estudiantes relacionada con la heurística de resolución de problemas de Miguel De Guzmán. Se plantearán preguntas que permitan identificar la planeación, revisión y reflexión metacognitiva en la solución de los problemas abordados</p> <p>Estos deben ser analizados y discutidos por parte de los estudiantes tratando de encontrar la solución efectiva del problema Además, deben reflexionar sobre los errores cometidos, los cuales deben ser corregidos oportunamente</p> |                                              |
|  | <p>Analizar la efectividad de las actividades planteadas en la unidad didáctica respecto de la resolución de problemas y a la superación de los bloqueos afectivos y cognoscitivos asociados con la derivación y a la</p> | <p><b>Actividad 1</b></p> <p>Aplicación del instrumento “Apliquemos nuestros conocimientos II”</p>                                                                                                                       | <p>Indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la forma de resolver problemas y a partir de dicha resolución evidenciar el avance en la aplicación de las estrategias de regulación metacognitiva de planeación, monitoreo y evaluación</p>                                    | <p>Aplicación del instrumento:” Apliquemos nuestros conocimientos II” realizando algunas modificaciones con respecto al instrumento, inicial, con el fin de establecer los cambios en la forma de resolver problemas aplicando la heurística de Miguel de Guzmán y las estrategias de regulación metacognitiva</p>                                                                                                                                                                                                                                                       | <p><b>2 horas de clase (120 minutos)</b></p> |

|              |                                                                                                            |                                                       |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                       |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|
| 3. Reenfoque | aplicación de estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación durante de dicha resolución |                                                       |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                       |
|              |                                                                                                            | <b>Actividad 2</b><br><br>Entrevista semiestructurada |  | Se realiza entrevista a 5 estudiantes a quienes se les indaga acerca de la efectividad de las actividades enfocadas hacia la resolución de problemas, la forma como lograron superar sus bloqueos que presentaban al inicio de las actividades y la aplicación de las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación que utilizaron al resolver los problemas relacionados con la derivación | <b>4 horas de clase (240 minutos)</b> |

## 14.1 Anexo A. Momento de Ubicación

### Actividad 1.

|                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|-------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Concepto a desarrollar</b> | <p><b>Enseñanza de las derivadas</b></p> <p>Antes de hablar de las derivadas, analizaremos el concepto de tasa variacional y tasa de variación media:</p> <p><b>Tasa variacional</b></p> <p>Consideremos una función <math>y = f(x)</math> y también dos puntos próximos sobre el eje de abscisas <math>x</math> y <math>a + h</math>, siendo <math>h</math> un número real que corresponde al incremento de <math>x</math>. Como lo muestra la siguiente figura</p>  <p>El gráfico muestra una curva roja en un sistema de coordenadas. Se seleccionan dos puntos en la curva: P en <math>x = a</math> y Q en <math>x = a + h</math>. Una línea recta azul (la secante) conecta P y Q. El ángulo de inclinación de esta secante con la horizontal se indica como <math>\alpha</math>. Las proyecciones de P y Q sobre el eje x están marcadas como 'a' y 'a+h' respectivamente. Las proyecciones sobre el eje y están marcadas como 'f(a)' y 'f(a+h)'. El incremento horizontal es etiquetado como 'h' y el incremento vertical como 'f(a+h)-f(a)'. La ecuación de la secante se muestra como 's'.</p> <p>El gráfico fue extraído de:<br/><a href="https://www.ditutor.com/funciones/images/tvm_2.gif">https://www.ditutor.com/funciones/images/tvm_2.gif</a></p> <p>Se llama tasa de variación (T.V.) de la función en el intervalo <math>[a, a + h]</math>, que se representa por <math>\Delta y</math> a la diferencia entre las</p> |
|-------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|



ordenadas correspondientes a los puntos de abscisas  $a$  y  $a + h$

En símbolos:

$$\Delta y = [f(a + h) - f(a)]$$

### **Tasa de variación media**

Se llama tasa de variación media (T.V.M.) en intervalo  $[a, a + h]$ , y se representa por  $\frac{\Delta y}{h}$  ó  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ , al cociente entre la tasa de variación y la amplitud del intervalo considerado sobre el eje de abscisas,  $h$  ó  $\Delta x$ , esto es:

$$T.V.M. [a, a + h] = \frac{f(a + h) - f(a)}{h}$$

### **Interpretación geométrica de la tasa de variación media**

La expresión anterior coincide con la pendiente de la recta secante a la función  $f(x)$ , que pasa por los puntos de abscisas  $a$  y  $a + h$

$$m = \frac{f(a + h) - f(a)}{h}$$

Puesto que en el triángulo  $PQR$  se puede observar que:

$$\tan \alpha = \frac{f(a + h) - f(a)}{h}$$

### **Concepto de derivada**

La derivada o diferenciación de una función, sea esta  $y = f(x)$  en

|                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                    | <p><math>x = a</math> se definir como el límite (si existe) del cociente incremental cuando el incremento de la variable tiende o se aproxima a cero.</p> <p>Esto es</p> $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <b>Objetivo</b>                                    | Identificar los procesos de resolución de problemas de los estudiantes en problemas de derivación                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>Nombre de la actividad</b>                      | Instrumento para la búsqueda de ideas previas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <b>Descripción de las estrategias de enseñanza</b> | <p>Para dar inicio al estudio de la optimización, es importante que los estudiantes manejen ciertos conceptos, es así que la primera clase se hará un recorrido por los diferentes temas que necesitarán para la mejor comprensión de problemas de optimización</p> <p>Como primera medida, se trabajará el concepto de función, teoremas del seno y coseno, áreas y volúmenes de figuras geométricas, razones y proporciones y factorización, luego se plantearán situaciones que involucren estos conceptos</p> <p>Entre los ejemplos, se recomienda el siguiente:</p> <p>Se quiere construir una caja, sin tapa, partiendo de una lámina rectangular de 32 cm de larga por 24 de ancha. Para ello se recortará un cuadradito en cada esquina y se doblará. ¿Cuál debe ser el lado del cuadradito cortado para que el volumen de la caja resultante sea máximo?</p> <p>1. ¿Cómo resolverían el problema? _____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> |

|                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                      | <p>2. ¿Pueden a partir de la situación problémica representar el problema? _____</p> <p>_____</p> <p>3. ¿Qué les está pidiendo el problema? _____</p> <p>_____</p> <p>4. ¿Encontraste alguna dificultad para resolver esta situación problémica? _____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> |
| <b>Posibles dificultades que tendrá el estudiante en la comprensión de este tema</b> | Entre las principales dificultades para la comprensión de ésta temática se pueden mencionar operaciones algebraicas (suma y resta), factorización, productos notables y la propiedad distributiva del producto respecto a la suma                                                    |
| <b>¿Qué aspectos pretende evaluar?</b>                                               | Maximizar y minimizar funciones                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <b>¿Qué métodos e instrumentos de evaluación utilizará?</b>                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Procedimientos evaluativos: Pruebas y Observación</li> <li>• Instrumentos de evaluación: Prueba Escrita y. Lista de Cotejo</li> </ul>                                                                                                       |

## 14.2 Anexo B. Momento de Desubicación

**Actividad 1.** Elaboración y aplicación de un Instrumento con situaciones asociadas al reconocimiento de las reglas de derivación

**Propósito 1:** Diseñar y aplicar estrategias que generen en el estudiante la necesidad de aprender el objeto matemático de las reglas de derivación

### Situación 1.

#### Parte 1.

|                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Concepto a desarrollar</b>                                                        | Reglas prácticas de derivación                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| <b>Objetivos</b>                                                                     | <ul style="list-style-type: none"><li>• Aplicar las reglas prácticas de derivación para derivar funciones</li><li>• Identifica cuando es necesario aplicar las reglas prácticas de derivación</li><li>• Construye una tabla sobre reglas prácticas de derivación</li></ul>                                                                                                                                                                             |
| <b>Nombre de la actividad</b>                                                        | La derivada y sus reglas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <b>Descripción de las estrategias de enseñanza</b>                                   | Para el desarrollo de este contenido, los estudiantes ingresaran al siguiente link <a href="https://ekuatío.com/calculo-de-funciones-derivadas-ejemplos-y-ejercicios-resueltos/">https://ekuatío.com/calculo-de-funciones-derivadas-ejemplos-y-ejercicios-resueltos/</a> el cual corresponde a una página que contiene toda la información relacionada con las reglas de derivación. Deben explorar la página y analizar la información allí contenida |
| <b>Posibles dificultades que tendrá el estudiante en la comprensión de este tema</b> | En el desarrollo de este contenido, los alumnos tienen dificultades para identificar los tipos de funciones. Si bien los ejercicios son sencillos y pueden valerse de una tabla, a los estudiantes les cuesta clasificar las funciones                                                                                                                                                                                                                 |
| <b>¿Qué aspectos pretende</b>                                                        | Se pretende evaluar la capacidad de los alumnos para identificar el                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |

|                                                             |                                                                                                                                                                               |
|-------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>evaluar?</b>                                             | tipo de función y la regla correspondiente para derivarlas                                                                                                                    |
| <b>¿Qué métodos e instrumentos de evaluación utilizará?</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Procedimientos evaluativos: Pruebas y Observación</li> <li>• Instrumentos de evaluación: Prueba Escrita y Lista de Cotejo</li> </ul> |

## Parte 2.

Cada estudiante debe realizar un mapa conceptual donde presente de manera clara y resumida la información presentada en la página sobre las reglas de derivación. Después de realizar el mapa conceptual. Cada estudiante debe contestar las siguientes preguntas:

**A.** Describa detalladamente, los pasos o secuencias que vas a llevar a cabo para realizar el mapa conceptual. Justifica tu respuesta

Paso 1:

---



---

¿Por qué?

---



---

Paso 2:

---

¿Por qué?

---



---

Paso 3:

---

---

¿Por qué?

---

---

**B.** ¿Se le presentaron dificultades (u obstáculos), mientras realizaba el mapa conceptual? Si\_\_\_ No\_\_\_ justifica tu respuesta:

---

---

---

---

**C.** Escribe ¿Cuáles fueron las principales dificultades (u obstáculos) que se presentaron, mientras realizabas el mapa conceptual?

Primera\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_Segunda\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**D.** ¿Qué hiciste para superar el obstáculo o dificultad presentada?

---

---

---

**Parte 3.**

Cuando los estudiantes terminen de explorar la página sobre las reglas de derivación y realizar el mapa conceptual, se preguntarán: ¿qué he aprendido sobre las reglas de derivación?

Para comprobar mis conocimientos realizo la siguiente prueba sobre las reglas de la derivación presentada a continuación

3. Un investigador está probando la acción de un fármaco sobre una bacteria. Ha averiguado que el número de bacterias,  $N$ , varía con el tiempo,  $t$  en horas, una vez suministrado el fármaco, según la función:

$$N(t) = 20t^3 - 510t^2 + 3600t + 2000$$

- g. ¿Cuántas bacterias había en el momento de suministrar el medicamento? ¿Y al cabo de 10 horas?
  - h. En ese momento, ¿El número de bacterias está creciendo o disminuyendo?
  - i. ¿En qué momento la acción del fármaco es máxima?
  - j. ¿En qué momento empieza a notarse el efecto del fármaco?
  - k. ¿En qué momento empieza a perder su efecto el medicamento?
  - l. Representa gráficamente este proceso
4. Un analista de juegos de azar ha comprobado empíricamente que las ganancias, en euros, que proporciona cierto juego dependen del tiempo que se esté jugando según la función

$$G(t) = \frac{10000t}{t^2 + 400}$$

- g. ¿Qué ganancias se obtienen al cabo de 10 minutos? ¿Y de una hora?
- h. Represente la función
- i. Cuanto más tiempo se permanezca jugando, ¿es mayor la ganancia que se obtiene?

- j. ¿Cuándo se produce la mayor ganancia? ¿Cuál es esa ganancia?
- k. ¿A qué ritmo varía la función a los 10 minutos de juego? ¿Y a los 40 minutos?  
¿Y a las 2 horas?
- l. ¿Puede ocurrir que si sobrepasa cierto tiempo, el juego dé pérdidas?
- A. ¿Cuántos ejercicios pudiste resolver? \_\_\_\_\_
- B. ¿Pensaste en algún plan para resolver los problemas? Si\_\_\_\_\_ No\_\_\_\_\_
   
¿Cuál?\_\_\_\_\_
   
\_\_\_\_\_
   
\_\_\_\_\_
- C. ¿Cuáles fueron los inconvenientes obtenido al resolver los problemas?:\_\_\_\_\_
   
\_\_\_\_\_
- D. ¿Qué hiciste para superar estas dificultades?:\_\_\_\_\_
   
\_\_\_\_\_
   
\_\_\_\_\_

**Situación 2.** Utilización del software Symbolab, para el reconocimiento de las diferentes funciones y sus derivadas

**Parte 1.** Symbolab es una herramienta avanzada de educación matemática, la cual le permite al estudiante aprender, practicar y descubrir temas matemáticos utilizando símbolos matemáticos y notaciones científicas, así como texto. Symbolab proporciona soluciones automatizadas paso a paso para los temas algebraicos, trigonométricos y de cálculo que abarcan. Además ofrece una gran cantidad de calculadoras inteligentes que incluyen: ecuaciones, ecuaciones simultáneas, desigualdades, integrales, derivadas, límites, línea tangente, ecuaciones trigonométricas, funciones y más. A continuación se muestra un ejemplo de las riquezas de éste software calculando la derivada de  $y = 5t - 5t^2$



**Symbolab** SOLUTIONS GRAPHING CALCULATOR PRACTICA NOTEBOOK GROUPS beta HOJAS DE REFERENCIA

Pre-Álgebra Álgebra Precálculo **Cálculo** Funciones Matrices y vectores Geometría Trigonometría Estadística

### Calculadora paso por paso

Resolver problemas algebraicos, trigonométricos y de calculo paso por paso

Pre-Álgebra  
Álgebra  
Precálculo  
Cálculo  
Funciones  
Matrices y vectores  
Geometría  
Trigonometría

panel completo »

|              |                |                               |                  |                            |        |          |                           |          |               |             |                                                                                            |
|--------------|----------------|-------------------------------|------------------|----------------------------|--------|----------|---------------------------|----------|---------------|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| $x^2$        | $x^{\square}$  | $\log_{\square}$              | $\sqrt{\square}$ | $\sqrt[n]{\square}$        | $\leq$ | $\geq$   | $\frac{\square}{\square}$ | $\cdot$  | $\div$        | $x^{\circ}$ | $\pi$                                                                                      |
| $(\square)'$ | $\frac{d}{dx}$ | $\frac{\partial}{\partial x}$ | $\int$           | $\int_{\square}^{\square}$ | lim    | $\Sigma$ | $\infty$                  | $\theta$ | $(f \circ g)$ | $H_2O$      | $\begin{pmatrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{pmatrix}$ |

Most Used Actions

simplificar
solve for
inversa
tangent
recta
See All ▼

Ir

Ejemplos »

[?](#) [X](#)

**Symbolab** SOLUTIONS GRAPHING CALCULATOR PRACTICA NOTEBOOK GROUPS beta HOJAS DE REFERENCIA

Pre-Álgebra Álgebra Precálculo **Cálculo** Funciones Matrices y vectores Geometría Trigonometría Estadística

### Calculadora de Cálculo

Calcular límites, integrales, derivadas y series paso por paso

Derivadas

- Derivadas de primer orden
- Segunda derivada
- Tercera derivada
- Derivadas de orden superior
- Derivada en un punto
- Derivada parcial
- Derivada implícita
- Segunda Derivada implícita (new)

Aplicaciones de la derivada
Límites
Integrales
Aplicaciones de la integral (new)

panel completo »

|              |                |                               |                  |                            |        |          |                           |          |               |             |                                                                                            |
|--------------|----------------|-------------------------------|------------------|----------------------------|--------|----------|---------------------------|----------|---------------|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| $x^2$        | $x^{\square}$  | $\log_{\square}$              | $\sqrt{\square}$ | $\sqrt[n]{\square}$        | $\leq$ | $\geq$   | $\frac{\square}{\square}$ | $\cdot$  | $\div$        | $x^{\circ}$ | $\pi$                                                                                      |
| $(\square)'$ | $\frac{d}{dx}$ | $\frac{\partial}{\partial x}$ | $\int$           | $\int_{\square}^{\square}$ | lim    | $\Sigma$ | $\infty$                  | $\theta$ | $(f \circ g)$ | $H_2O$      | $\begin{pmatrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{pmatrix}$ |

Most Used Actions

simplificar
solve for
inversa
tangent
recta
See All ▼

Ir

Ejemplos »

Symbolab

SOLUTIONS

GRAPHING CALCULATOR

PRACTICA

NOTEBOOK

GROUPS beta

HOJAS DE REFERENCIA

Pre-Álgebra

Álgebra

Precálculo

Cálculo

Funciones

Matrices y vectores

Geometría

Trigonometría

Estadística

Calculadora de derivadas de primer orden

Derivar funciones paso por paso

Derivadas

Derivadas de primer orden

Segunda derivada

Tercera derivada

Derivadas de orden superior

Derivada en un punto

Derivada parcial

Derivada implícita

Segunda Derivada implícita (new)

Aplicaciones de la derivada

Límites

Integrales

Aplicaciones de la integral (new)

panel completo »

$x^2$ 
 $x^{\square}$ 
 $\log_{\square}$ 
 $\sqrt{\square}$ 
 $\sqrt[n]{\square}$ 
 $\leq$ 
 $\geq$ 
 $\frac{\square}{\square}$ 
 $\cdot$ 
 $\div$ 
 $x^{\circ}$ 
 $\pi$

$(\square)'$ 
 $\frac{d}{dx}$ 
 $\frac{\partial}{\partial x}$ 
 $\int$ 
 $\int_{\square}^{\square}$ 
 $\lim$ 
 $\Sigma$ 
 $\infty$ 
 $\theta$ 
 $(f \circ g)$ 
 $H_2O$ 
 $\begin{pmatrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{pmatrix}$

Most Used Actions

simplificar

solve for

inversa

tangent

recta

See All ▾

$\frac{d}{dx}$ 

Ir

Ejemplos »

Content You May Like

Sponsored Links by Taboola

Symbolab

SOLUTIONS

GRAPHING CALCULATOR

PRACTICA

NOTEBOOK

GROUPS beta

HOJAS DE REFERENCIA

Pre-Álgebra

Álgebra

Precálculo

Cálculo

Funciones

Matrices y vectores

Geometría

Trigonometría

Estadística

Calculadora de derivadas de primer orden

Derivar funciones paso por paso

Derivadas

Derivadas de primer orden

Segunda derivada

Tercera derivada

Derivadas de orden superior

Derivada en un punto

Derivada parcial

Derivada implícita

Segunda Derivada implícita (new)

Aplicaciones de la derivada

Límites

Integrales

Aplicaciones de la integral (new)

panel completo »

$x^2$ 
 $x^{\square}$ 
 $\log_{\square}$ 
 $\sqrt{\square}$ 
 $\sqrt[n]{\square}$ 
 $\leq$ 
 $\geq$ 
 $\frac{\square}{\square}$ 
 $\cdot$ 
 $\div$ 
 $x^{\circ}$ 
 $\pi$

$(\square)'$ 
 $\frac{d}{dx}$ 
 $\frac{\partial}{\partial x}$ 
 $\int$ 
 $\int_{\square}^{\square}$ 
 $\lim$ 
 $\Sigma$ 
 $\infty$ 
 $\theta$ 
 $(f \circ g)$ 
 $H_2O$ 
 $\begin{pmatrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{pmatrix}$

Most Used Actions

simplificar

solve for

inversa

tangent

recta

See All ▾

$\frac{d}{dt}$ 

Ir

Ejemplos »

Content You May Like

Sponsored Links by Taboola

superior  
Derivada en un punto  
Derivada parcial  
Derivada implícita  
Segunda Derivada implícita (new)

Aplicaciones de la derivada  
Límites  
Integrales  
Aplicaciones de la integral (new)  
Series  
EDO  
Transformada de Laplace  
Serie de Taylor/Maclaurin

simplificar solve for inversa tangent recta See All

$\frac{d}{dt}(5t - 5t^2)$  Ir

Gráfica » Ejemplos »

Solución

Mostrar pasos

$\frac{d}{dt}(5t - 5t^2) = 5 - 10t$

**Pasos**

$\frac{d}{dt}(5t - 5t^2)$

Aplicar la regla de la suma/diferencia:  $(f \pm g)' = f' \pm g'$

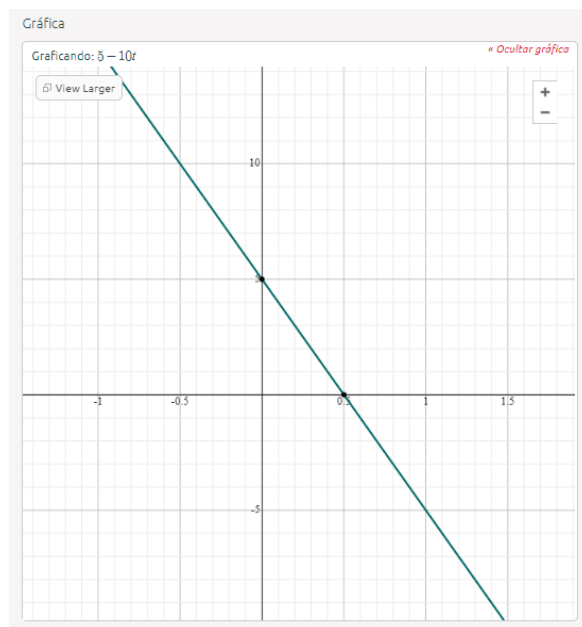
$= \frac{d}{dt}(5t) - \frac{d}{dt}(5t^2)$

$\frac{d}{dt}(5t) = 5$  Mostrar pasos

$\frac{d}{dt}(5t^2) = 10t$  Mostrar pasos

$= 5 - 10t$

[click here to practice derivatives »](#)



**Parte 2.** Cada estudiante debe hacer uso del software Symbolab para graficar algunas funciones y sus respectivas derivadas

La posición de un objeto que se lanza con una velocidad inicial  $v_0$  está dada por la función  $y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$  donde  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  es la aceleración de la gravedad y  $t$  es el tiempo. Si un objeto se lanza hacia arriba con una velocidad inicial de  $v_0 = 9,8 \frac{m}{s}$ , su función posición será  $y = 9,8t - 5t^2$

Construya la gráfica de espacio contra tiempo de la función anterior

¿Cuál es la altura máxima que alcanza el cuerpo?

¿Cuánto tiempo tarda el cuerpo en alcanzar la altura máxima?

Observe la gráfica que construyó y determine para qué valores de la altura del objeto es nula

Usando la función de espacio contra tiempo halle la altura del cuerpo para los siguientes tiempos:

$t = 0,2$ ,  $t = 0,6$ ,  $t = 0,2$ ,  $t = 1$ ,  $t = 1,4$ ,  $t = 1,8$ , y  $t = 2$

¿Qué le ocurre al objeto cuando el tiempo es  $t > 1$

De acuerdo con la gráfica que construyó, halle el dominio de la función

De acuerdo con la gráfica que construyó, halle el rango de la función

**A.** Describa detalladamente, los pasos o secuencias que llevaste a cabo para responder los puntos anteriores. Justifica tu respuesta

Paso 1.

---

---

¿Por qué?

---

---

Paso 2.

---

---

¿Por qué?

---

---

Paso 3.

---

---

¿Por qué?

**B.** ¿Se le presentaron dificultades (u obstáculos), mientras realizaba la actividad?

---

---

---

---

**C.** Mencione las principales dificultades qué se le presentaron durante el desarrollo de la actividad

Primera\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Segunda\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**D.** ¿Qué hiciste para superar el obstáculo o dificultad presentada?\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Actividad 2.** Modelación de la solución de problemas por parte del docente, relacionados con la derivación, utilizando la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán, asociando en el proceso habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación

|                                                    |                                                                                                                                                     |
|----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Concepto a desarrollar</b>                      | Resolución de problemas                                                                                                                             |
| <b>Objetivos</b>                                   | Aplica la heurística de resolución de problemas de miguel de Guzmán, asociando las habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación |
| <b>Nombre de la actividad</b>                      | Problemas de optimización                                                                                                                           |
| <b>Descripción de las estrategias de enseñanza</b> | En esta clase, el estudiante se centrará en la resolución de problemas de derivación (optimización), haciendo uso de la heurística de               |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>Miguel De Guzmán</p> <p>Para esto se tiene el siguiente</p> <p><b>Problema 1.</b></p> <p>Se tiene un alambre de 1 m de longitud y se desea dividirlo en dos trozos para formar con uno de ellos un círculo y con el otro un cuadrado. Determinar la longitud que se ha de dar a cada uno de los trozos para que la suma de las áreas del círculo y del cuadrado sea mínima</p> <p>A partir de la situación planteada, responda individualmente los siguientes interrogantes:</p> <p><b>1. Familiarización del problema</b></p> <p>¿Qué le piden hacer en la situación problema mostrada?_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>¿Qué debe tener en cuenta para dar la respuesta?_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>¿Qué le hace entender el</p> |
|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

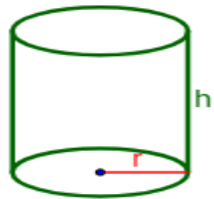
|                                                                   |                                                                             |
|-------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
|                                                                   | problema?_____                                                              |
|                                                                   | _____                                                                       |
|                                                                   | _____                                                                       |
|                                                                   | _____                                                                       |
|                                                                   | ¿Qué conocimientos son necesarios para abordar la situación planteada?_____ |
|                                                                   | _____                                                                       |
|                                                                   | _____                                                                       |
|                                                                   | _____                                                                       |
|                                                                   | ¿Qué imagen puede representar del problema?_____                            |
|                                                                   | _____                                                                       |
|                                                                   | _____                                                                       |
|                                                                   | _____                                                                       |
|                                                                   | ¿Alguna vez se había enfrentado a este tipo de problemas?_____              |
|                                                                   | _____                                                                       |
|                                                                   | _____                                                                       |
| 2. Búsqueda de estrategias diversas:                              |                                                                             |
| ¿Qué estrategias puede organizar para encontrar la solución?_____ |                                                                             |
| _____                                                             |                                                                             |
| _____                                                             |                                                                             |
| _____                                                             |                                                                             |
| ¿Considera que la forma de plantear el problema le ayudará a      |                                                                             |



|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>encontrar la<br/> respuesta?_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p><b>3. Lleva adelante tu estrategia</b></p> <p>Describe el paso a paso de la estrategia que llevó a cabo para la<br/> solución del<br/> problema:_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>¿Habrá otros caminos para hallar la respuesta?<br/> ¿Cuáles?_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p><b>4. Revisión y sacar consecuencia</b></p> <p>¿Considera que el camino que tomó es el mejor para resolver el<br/> problema? ¿Por<br/> qué?_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                      | <p>¿Tiene en cuenta el tiempo cuando soluciona el problema?_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>¿Qué fortalezas e inconvenientes cree que tuvo en la solución del problema?_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>                                                                                                                                                               |
| <b>Posibles dificultades que tendrá el estudiante en la comprensión de este tema</b> | Las posibles dificultades para el desarrollo de este tema podrían ser: comprensión del enunciado del problema, dificultades algebraicas y la verificación de los resultados                                                                                                                                                                                                                                           |
| <b>¿Qué aspectos pretende evaluar?</b>                                               | Se pretende evaluar la habilidad de los estudiantes para resolver problemas de la vida cotidiana aplicando el concepto de derivada                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <b>¿Qué métodos e instrumentos de evaluación utilizará?</b>                          | <p>Se tendrán en cuenta, los siguientes criterios:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar los datos y variables del problema</li> <li>• Planteamiento correcto del problema</li> <li>• Aplicación del concepto de derivada en la solución del problemas</li> <li>• Utilización de procedimientos adecuados para resolver problemas</li> <li>• Llegar a la solución correcta del problema</li> </ul> |

**Actividad 3.** Solución de problemas relacionados con la derivación (optimización), aplicando la heurística de Miguel de Guzmán, asociando en el proceso las estrategias de Regulación Metacognitiva

|                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Concepto a desarrollar</b>                      | Resolución de problemas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <b>Objetivos</b>                                   | Aplica la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán, asociando las habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <b>Nombre de la actividad</b>                      | Problemas de optimización                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| <b>Descripción de las estrategias de enseñanza</b> | <p>En esta clase, el estudiante se centrará en la resolución de problemas de derivación (optimización), haciendo uso de la heurística de Miguel De Guzmán</p> <p>Para esto se tiene el siguiente</p> <p>Para fabricar un depósito cilíndrico de agua se necesitan materiales distintos para las bases y el lateral. El precio por metro cuadrado del material de las bases es de \$2000 y el del lateral es de \$15000</p>  <p>Calcular la altura <math>h</math> y el diámetro <math>d=2r</math> para que el coste de un depósito de 10 mil litros de capacidad sea mínimo. ¿Cuál es el precio del depósito?</p> <p>A partir de la situación planteada y lo visto en la realidad, individualmente aplica el método de Miguel de Guzmán sugerido.</p> |

|                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                      | <p>Tenga en cuenta:</p> <p>¿Cómo identifica el problema que le plantean?_____</p> <p>_____</p> <p>¿Qué estrategia llevó a cabo para solucionar el problema?_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>¿Describa la secuencia de pasos que tuvo en cuenta para resolver el problema?_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>¿Qué tiene en cuenta para revisar la secuencia de pasos que llevó a cabo para resolver el problema? A partir de ésta revisión saca tus propias conclusiones y reflexiones de la situación mostrada_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> |
| <b>Posibles dificultades que tendrá el estudiante en la comprensión de este tema</b> | <p>Las posibles dificultades para el desarrollo de este tema podrían ser: comprensión del enunciado del problema, dificultades algebraicas y la verificación de los resultados</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |

|                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>¿Qué aspectos pretende evaluar?</b>                      | Se pretende evaluar la habilidad de los estudiantes para resolver problemas de la vida cotidiana aplicando el concepto de derivada                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| <b>¿Qué métodos e instrumentos de evaluación utilizará?</b> | <p>Se tendrán en cuenta, los siguientes criterios:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar los datos y variables del problema</li> <li>• Planteamiento correcto del problema</li> <li>• Aplicación del concepto de derivada en la solución de los problemas</li> <li>• Utilización de procedimientos adecuados para resolver problemas</li> <li>• Llegar a la solución correcta del problema</li> </ul> |

## Hoja guía para resolver problemas

Pautas para analizar y evaluar el proceso de resolución de problemas

### 1. Familiarización con el problema

Lee el enunciado del problema. Subraya los datos más importantes.

¿Qué te pide el problema?

---

¿Qué datos del enunciado son los más importantes?:

\_\_\_\_\_

¿Qué magnitud te piden encontrar?

---

¿Qué datos conoces? Anótalos brevemente

\_\_\_\_\_

---

---

Escribe los datos que tienes que encontrar para solucionar el problema:

\_\_\_\_\_

---

---

### 2. Búsqueda de estrategias

Teniendo en cuenta lo que te pide el problema y los datos que conoces, entonces responde.

¿Qué datos se necesitan para poder contestar la pregunta del problema:

---

---

---

¿Qué debes hacer para solucionar el problema? :\_\_\_\_\_

---

---

Explica de manera organizada cómo vas a resolver el problema:

---

---

---

¿Este plan es suficiente para obtener todos los datos que tienes que encontrar? Sí\_\_\_\_\_

No\_\_\_\_\_ ¿Por

qué?:\_\_\_\_\_

---

---

---

### **3. Llevar adelante la estrategia**

Ejecuta el plan trazado:

Escribe los pasos que vas a seguir para resolver la situación planteada. Escribe con una frase breve lo que se pretende calcular en cada uno de ellos.

PASO 1:

---

---

¿Por

qué?:

---

---

PASO 2:

---

---

¿Por

qué?:

---

---

\_\_\_\_ PASO 3:

---

\_\_\_\_ ¿Porqué?:

---

---

Escribe al final del último paso, la solución como una respuesta completa a la pregunta del problema

#### **4. Revisión del proceso y conclusiones**

¿Has conseguido encontrar la solución del problema? \_\_\_\_ ¿Por qué? Explica tu respuesta:

---

---



---

---

¿Has encontrado algún error en el proceso realizado?: \_\_\_\_\_

¿Qué error encontraste

---

---

¿Cómo puedes evitar en el futuro cometer este tipo de error?

---

---

---

¿Alguna de las partes del problema se podría calcular de alguna otra manera?

¿Cómo?: \_\_\_\_\_

---

---

### 14.3 Anexo C. Momento de reenfoque

#### **Actividad 1.** Aplicación del instrumento “Apliquemos nuestros conocimientos II”

**Propósito:** Indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la forma de resolver problemas y a partir de dicha resolución evidenciar el avance en la aplicación de las estrategias de regulación metacognitiva de planeación, monitoreo y evaluación

Aplicación del instrumento:” Apliquemos nuestros conocimientos II” realizando algunas modificaciones con respecto al instrumento, inicial, con el fin de establecer los cambios en la forma de resolver problemas aplicando la heurística de Miguel de Guzmán y las estrategias de regulación metacognitiva. El problema fue elaborado utilizando la herramienta formularios de Google y debe ser realizado en línea. El problema se encuentra en el siguiente link:

<https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSdJRFZEU5UawVVy2f9DpnHyWMg4Ht4xCek7qoelzv0jTwtKxg/viewform?vc=0&c=0&w=1>

#### **Actividad 1.** Aplicación del instrumento “Apliquemos nuestros conocimientos II”

**Propósito:** Indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la forma de resolver problemas y a partir de dicha resolución evidenciar el avance en la aplicación de las estrategias de regulación metacognitiva de planeación, monitoreo y evaluación

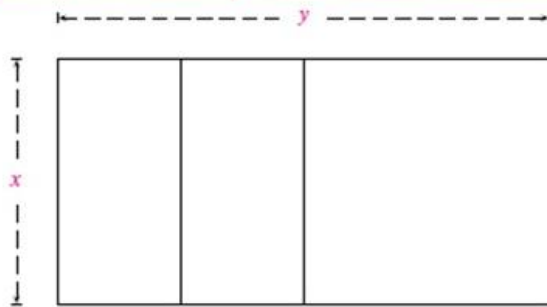
#### **Aplicación del Instrumento Apliquemos nuestros conocimientos**

## APLIQUEMOS NUESTROS CONOCIMIENTOS II

\*Obligatorio

A continuación encontrarás situaciones problemáticas, relacionadas con la derivación de funciones, elige la opción correcta \*

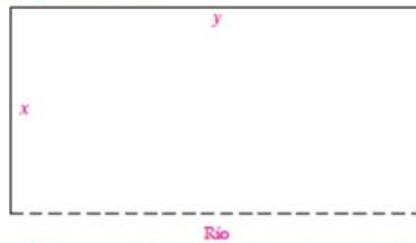
Un granjero que tiene 24 m de cerca desea encerrar un área rectangular y dividirla en tres corrales, colocando cercas paralelas a uno de los lados del rectángulo



El área total máxima posible de los tres corrales es

- ☐ 18 metros cuadrados
- ☐ 16 metros cuadrados
- ☐ 14 metros cuadrados
- ☐ 12 metros cuadrados

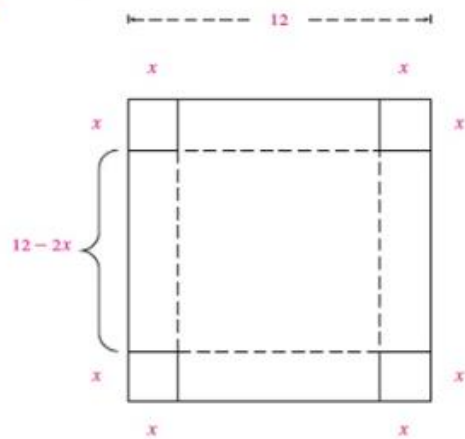
Un ganadero desea cercar un prado rectangular junto a un río. El prado ha de tener 180 000 m<sup>2</sup> para proporcionar suficiente pasto



¿Qué dimensiones debe tener el prado para que requiera la menor cantidad de cerca posible, teniendo en cuenta que no hay que cercar en el lado que da al río?

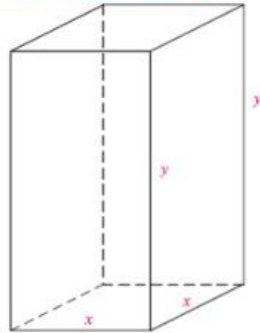
- ☐  $x=300$  m y  $y=600$  m
- ☐  $x=200$  m y  $y=600$  m
- ☐  $x=300$  m y  $y=500$  m
- ☐  $x=200$  m y  $y=500$  m

Se desea hacer una caja abierta con una pieza cuadrada de material de 12 cm de lado, cortando cuadrillos iguales de cada esquina. Hallar el máximo volumen que puede lograrse con una caja así



- ☐ 18 cm<sup>3</sup>
- ☐ 16 cm<sup>3</sup>
- ☐ 14 cm<sup>3</sup>
- ☐ 12 cm<sup>3</sup>

Una caja con base y tapa cuadradas debe tener un volumen de 50 cm<sup>3</sup>. Las dimensiones de la caja que minimizan la cantidad de material usado es:



$$x = \sqrt[3]{60}, \quad y = \sqrt[3]{60}$$

☐ Opción 4

$$x = \sqrt[3]{30}, \quad y = \sqrt[3]{30}$$

☐ Opción 2

$$x = \sqrt[3]{20}, \quad y = \sqrt[3]{20}$$

$$x = \sqrt[3]{50}, \quad y = \sqrt[3]{50}$$

Un rancho quiere bardear dos corrales rectangulares adyacentes idénticos, cada uno de 300 m<sup>2</sup> de área como se muestra en la figura



¿Cuánto deben medir  $s$  y  $l$  para que se utilice la mínima cantidad de barda?

- ☐  $s=20$  metros y  $l=15$  metros
- ☐  $s=18$  metros y  $l=15$  metros
- ☐  $s=20$  metros y  $l=13$  metros
- ☐  $s=18$  metros y  $l=13$  metros

ENVIAR

## Actividad 2. Entrevista semiestructurada

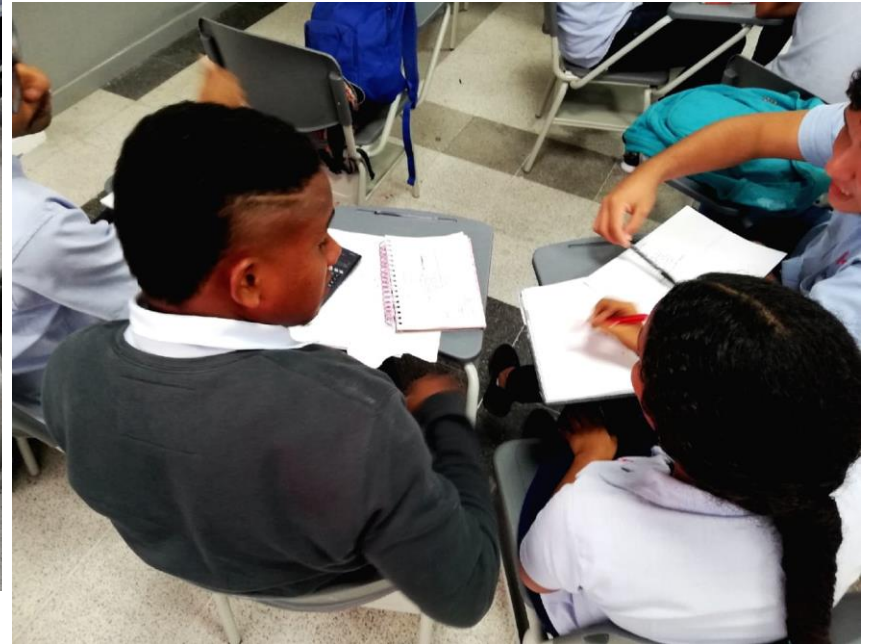
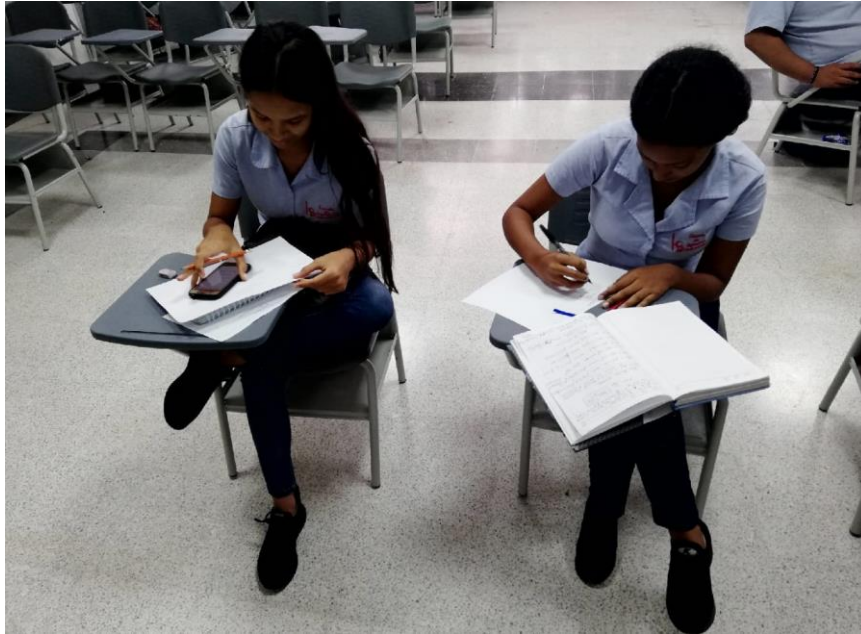
**Propósito:** Indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la resolución de problemas vinculando las habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación

1. Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿utilizaba alguna secuencia de pasos para la solución de un problema? Sí \_\_\_ No \_\_\_ ¿Por qué?
2. Después de realizar las actividades de la UD, ¿considera necesario la búsqueda de estrategias y la elaboración de un plan, para la solución de un problema?
3. Luego de las actividades realizadas en la UD, ¿qué actividades realiza para hacerle seguimiento al plan de trabajo planteado?
4. Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿evaluaba su desempeño en la resolución de un problema? Sí \_\_\_ No \_\_\_ ¿Por qué?

5. ¿Considera que las actividades desarrolladas en la UD han sido de gran utilidad para su proceso formativo? Sí \_\_\_ No \_\_\_ ¿Por qué?



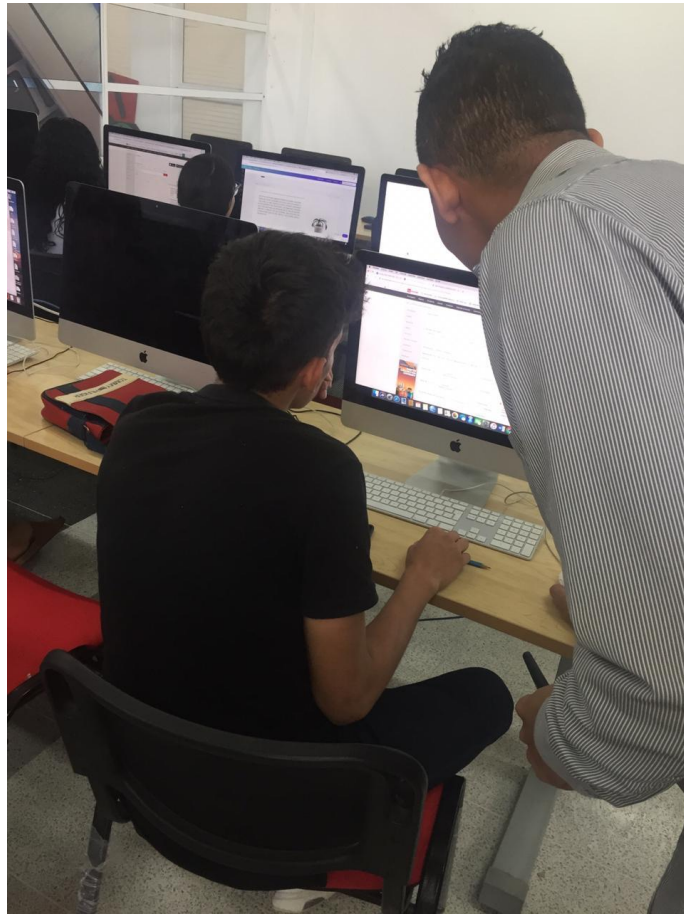
Anexo 2



### Anexo 3

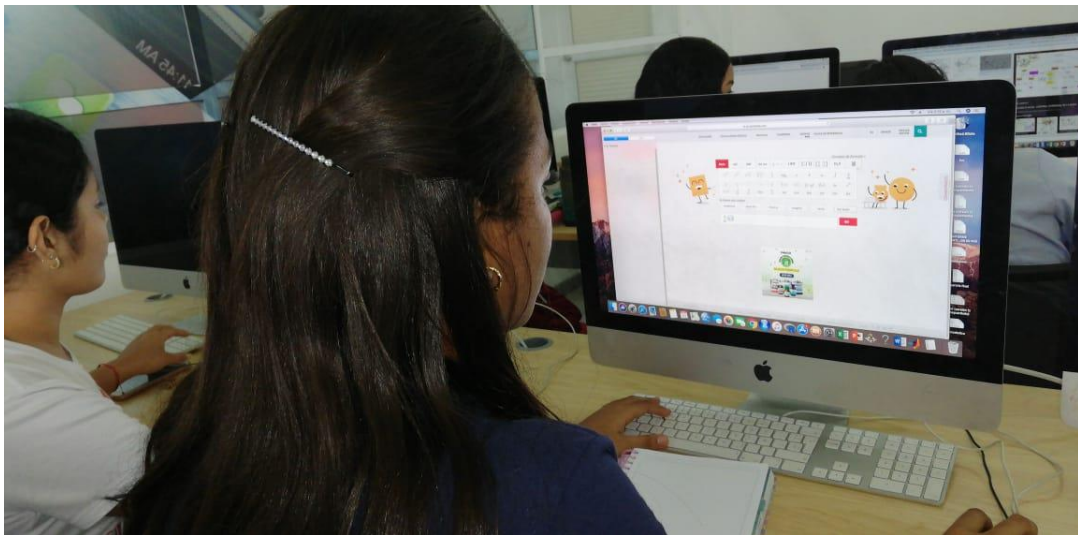
Actividad con la derivada haciendo uso del software symbolab



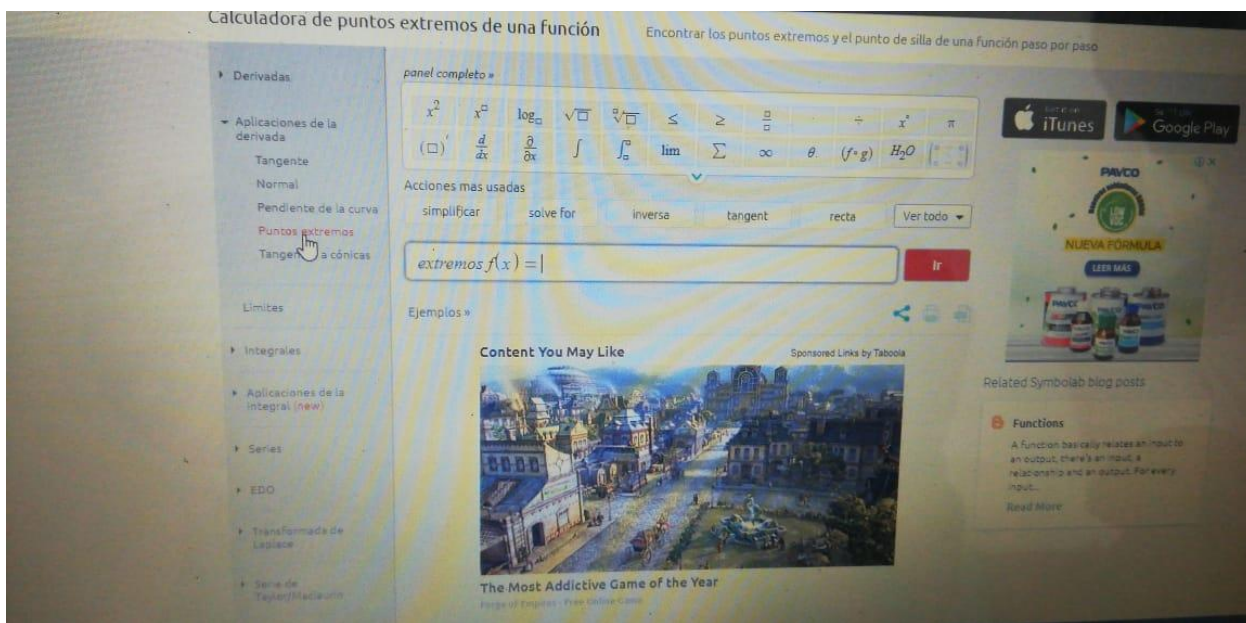
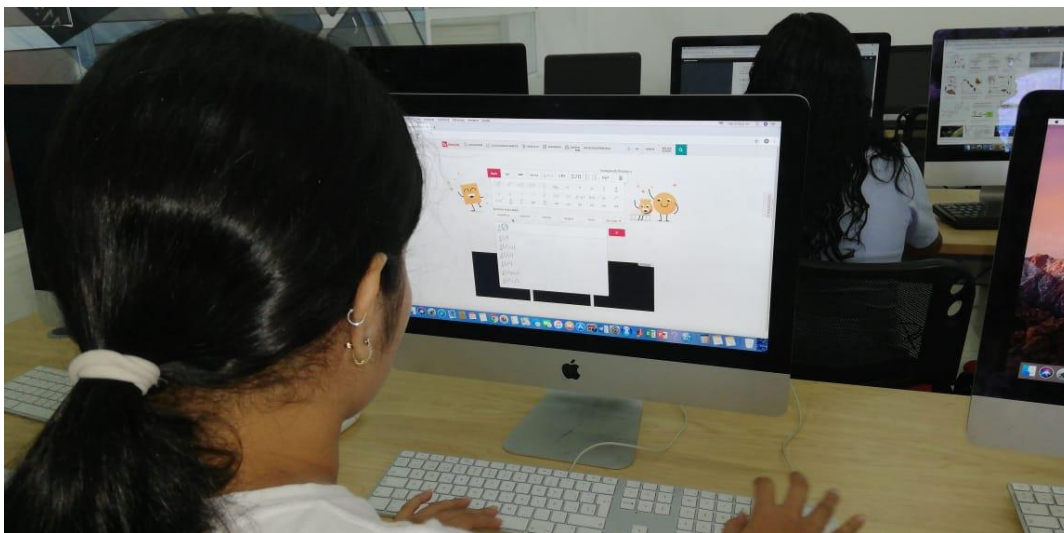












Anexo 4

### Entrevista Semiestructurada

**Propósito:** Indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la resolución de problemas de derivación con el desarrollo de las habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación

1. Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿utilizaba alguna secuencia de pasos para la solución de un problema? Si ☐ No ☒ ¿Por qué?

Solo respondia lo que pensaba y ya

2. Después de realizar las actividades de la UD, ¿considera necesario la búsqueda de estrategias y la elaboración de un plan, para la solución de un problema?

Si, Porque si tengo en cuenta una secuencia de pasos sera mucho mas facil resolver el problema.

3. Luego de las actividades realizadas en la UD, ¿qué actividades realiza para hacerle seguimiento al plan de trabajo planteado?

Reviso todos los pasos para saber si estos estan dando correctamente.

4. Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿evaluaba su desempeño en la resolución de un problema? Si ☐ No ☒ ¿Por qué?

Porque me preocupaba por terminarla sin importar que estovera o no buena

5. ¿Considera que las actividades desarrolladas en la UD han sido de gran utilidad para su proceso formativo? Si ☒ No ☐ ¿Por qué?

Porque aprendí la importancia del calculo diferencial en mi carrera

### Entrevista Semiestructurada

**Propósito:** Indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la resolución de problemas de derivación con el desarrollo de las habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación

1. Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿utilizaba alguna secuencia de pasos para la solución de un problema? Si ☐ No ☒ ¿Por qué?

Trataba de medir entender ~~para~~ resolver el problema

2. Después de realizar las actividades de la UD, ¿considera necesario la búsqueda de estrategias y la elaboración de un plan, para la solución de un problema?

Sí, porque si se hace antes será mucho más fácil la solución del problema

3. Luego de las actividades realizadas en la UD, ¿qué actividades realiza para hacerle seguimiento al plan de trabajo planteado?

Levito cada paso

4. Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿evaluaba su desempeño en la resolución de un problema? Si ☐ No ☒ ¿Por qué?

Porque lo único que me importaba era terminar el problema

5. ¿Considera que las actividades desarrolladas en la UD han sido de gran utilidad para su proceso formativo? Si ☒ No ☐ ¿Por qué?

Ya que entendí el concepto de derivada



### Entrevista Semiestructurada

**Propósito:** Indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la resolución de problemas de derivación con el desarrollo de las habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación

1. Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿utilizaba alguna secuencia de pasos para la solución de un problema? Sí ☐ No ☒ ¿Por qué?

*Me Limitaba a resolver el problema y ya*

2. Después de realizar las actividades de la UD, ¿considera necesario la búsqueda de estrategias y la elaboración de un plan, para la solución de un problema?

*Sí, Porque se necesita tener una secuencia de pasos los cuales me facilitan dar solución del problema*

3. Luego de las actividades realizadas en la UD, ¿qué actividades realiza para hacerle seguimiento al plan de trabajo planteado?

*Reviso detenidamente los pasos realizados*

4. Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿evaluaba su desempeño en la resolución de un problema? Sí ☐ No ☒ ¿Por qué?

*Porque no me importaba si estaba bien o no*

5. ¿Considera que las actividades desarrolladas en la UD han sido de gran utilidad para su proceso formativo? Sí ☒ No ☐ ¿Por qué?

*Porque me di cuenta que las matemáticas tienen aplicabilidad en la vida real*

### Entrevista Semiestructurada

**Propósito:** Indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la resolución de problemas de derivación con el desarrollo de las habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación

1. Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿utilizaba alguna secuencia de pasos para la solución de un problema? Si ☐ No ☒ ¿Por qué?

*Porque no prestaba atención a los pasos y respondía lo que me parecía que estaba bien.*

2. Después de realizar las actividades de la UD, ¿considera necesario la búsqueda de estrategias y la elaboración de un plan, para la solución de un problema? *Sí.*

*Porque me parecía más fácil dar la solución.*

3. Luego de las actividades realizadas en la UD, ¿qué actividades realiza para hacerle seguimiento al plan de trabajo planteado?

*Verifico si lo que estoy haciendo es lo correcto.*

4. Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿evaluaba su desempeño en la resolución de un problema? Si ☐ No ☒ ¿Por qué?

*Porque solo entregaba. Pero cumplí y ya.*

5. ¿Considera que las actividades desarrolladas en la UD han sido de gran utilidad para su proceso formativo? Si ☒ No ☐ ¿Por qué?

*Porque se entendieron mejor los derivados.*

### Entrevista Semiestructurada

**Propósito:** Indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la resolución de problemas de derivación con el desarrollo de las habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación

1. Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿utilizaba alguna secuencia de pasos para la solución de un problema? Sí ☐ No ☒ ¿Por qué? *ya que solo tenía en cuenta lo que me daba el problema y lo intentaba resolver.*
2. Después de realizar las actividades de la UD, ¿considera necesario la búsqueda de estrategias y la elaboración de un plan, para la solución de un problema? *Si, porque es necesario para resolver el problema.*
3. Luego de las actividades realizadas en la UD, ¿qué actividades realiza para hacerle seguimiento al plan de trabajo planteado? *Miro cada paso nuevamente para que todo salga bien*
4. Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿evaluaba su desempeño en la resolución de un problema? Sí ☐ No ☒ ¿Por qué? *porque solo realizaba los problemas. Sin importar si estaban buenos.*
5. ¿Considera que las actividades desarrolladas en la UD han sido de gran utilidad para su proceso formativo? Sí ☒ No ☐ ¿Por qué? *Puesto que comprendí las derivadas de mejor manera*

### Entrevista Semiestructurada

**Propósito:** Indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la resolución de problemas de derivación con el desarrollo de las habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación

1. Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿utilizaba alguna secuencia de pasos para la solución de un problema? Si ☐ No ☒ ¿Por qué?

Porque lo intentaba resolver de forma mecánica

2. Después de realizar las actividades de la UD, ¿considera necesario la búsqueda de estrategias y la elaboración de un plan, para la solución de un problema?

Sí porque las estrategias me ayudan mucho para dar solución a un problema.

3. Luego de las actividades realizadas en la UD, ¿qué actividades realiza para hacerle seguimiento al plan de trabajo planteado?

Reviso cada paso planteado para ver si lo estoy siguiendo correctamente

4. Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿evaluaba su desempeño en la resolución de un problema? Si ☐ No ☒ ¿Por qué?

Porque quiero terminar rápido

5. ¿Considera que las actividades desarrolladas en la UD han sido de gran utilidad para su proceso formativo? Sí ☒ No ☐ ¿Por qué?

Ya que me hicieron dar cuenta lo importante que son las matemáticas en nuestra carrera.