



TRANSFORMACIONES DE TRATAMIENTO EN LA SOLUCIÓN DE SITUACIONES
RELACIONADAS CON LA FRACCIÓN COMO MEDIDA A TRAVÉS DE PROCESOS DE
REGULACIÓN METACOGNITIVA

XYMENA CÉSPEDES

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
VILLAVICENCIO – META
2019

TRANSFORMACIONES DE TRATAMIENTO EN LA SOLUCIÓN DE SITUACIONES
RELACIONADAS CON LA FRACCIÓN COMO MEDIDA A TRAVÉS DE PROCESOS DE
REGULACIÓN METACOGNITIVA

Autor

XYMENA CÉSPEDES

Proyecto de grado para optar al título de Magister en Enseñanza de las Ciencias

Tutor

Mgr. JUAN PABLO MARÍN GRISALES

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
VILLAVICENCIO – META

2019

RESUMEN

Este artículo tiene como objetivo presentar los resultados obtenidos en la investigación “transformaciones de tratamiento en la solución de situaciones relacionadas con la fracción como medida a través de procesos de regulación metacognitiva” cuyo propósito fue realizar un proceso de intervención en estudiantes de grado séptimo para analizar los cambios en las transformaciones de tratamiento al involucrar y mejorar los procesos de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo, evaluación). La investigación se realizó bajo un enfoque cualitativo de tipo descriptivo – interpretativo para describir e interpretar información de los estudiantes. El análisis de datos se realizó en las diferentes fases del proyecto (exploración, profundización y evaluación), en estas se examinaron las subcategorías de planeación, monitoreo y evaluación, los registros de representación y el tratamiento de la fracción como medida. La información recogida en el cuestionario escrito y la entrevista no estandarizada fue organizada y clasificada mediante unidades de registro lo cual permitió analizar algunos casos que dan cuenta de las situaciones resueltas por los estudiantes. Entre los resultados se señala que al profundizar sobre los procesos de regulación metacognitiva los estudiantes verifican sus procedimientos, hacen uso de procesos de visualización en el tratamiento y comprueban sus planteamientos. La regulación metacognitiva y las transformaciones de tratamiento se relacionan en un punto donde la planeación, el monitoreo y la evaluación hacen frente a las acciones de los estudiantes en la fracción como medida. Ambos son colindantes y necesarios para solucionar cualquier situación en este contexto.

Palabras clave: Cognición; Semiótica; Matemáticas - Enseñanza

ABSTRACT

This article aims to present the results obtained in the research “treatment transformations in the solution of situations related to the fraction as a measure through metacognitive regulation processes” its purpose was to carry out an intervention process in seventh grade students to analyze changes in treatment transformations by involving and improving metacognitive regulation processes (planning, monitoring, evaluation). The research was carried out under a qualitative approach of descriptive - interpretive type to describe and interpret student information. The data analysis was carried out in the different phases of the project (exploration, development and evaluation), which it was examined the subcategories of planning, monitoring and evaluation, representation records and treatment of the fraction as a measure. The data collected in the questionnaire and the non-standardized interview was organized and classified by register data which allowed analyzing some cases that show situations solved by the students. Among the results, it is pointed out that, by going deeper into the metacognitive regulation processes, students verify their procedures, make use of visualization processes in the treatment and check their approaches. Metacognitive regulation and treatment transformations are related when the planning, monitoring and evaluation confront the actions of students in the fraction as a measure. Both are adjacent and necessary to solve any situation in this context.

Keywords: Cognition; Semiotics; Mathematics - Teaching

CONTENIDO

1	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	13
1.1	DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	13
1.1.1	Formulación Del Problema	14
2	JUSTIFICACIÓN	15
3	OBJETIVOS	17
3.1	OBJETIVO GENERAL	17
3.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	17
4	ANTECEDENTES	18
5	MARCO TEÓRICO.....	20
5.1	REGISTRO DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA:	20
5.2	TRANSFORMACIONES DE TRATAMIENTO	21
5.3	FRACCIÓN COMO MEDIDA.....	24
5.4	FRACCIONAMIENTO DE LA UNIDAD.....	25
5.5	CONMENSURABILIDAD	25
5.6	METACOGNICIÓN	26
5.7	REGULACIÓN METACOGNITIVA	26
6	METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	28
6.1	ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN	28
6.2	POBLACIÓN	28
6.3	UNIDAD DE ANÁLISIS	29
6.4	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS	29
6.4.1	Cuestionario Escrito.....	30
6.4.2	Entrevista No Estandarizada	34
6.5	PLAN DE ANÁLISIS	35

6.6	INTRODUCCIÓN	38
6.7	ANÁLISIS FASE DE EXPLORACIÓN	38
6.7.1	Análisis En Cuanto Al Tratamiento:.....	38
6.7.2	Análisis Procesos De Regulación Metacognitiva:	44
6.8	ANÁLISIS FASE PROFUNDIZACIÓN.....	47
6.9	ANÁLISIS FASE DE EVALUACIÓN	50
6.9.1	Análisis En Cuanto Al Tratamiento:.....	50
6.9.2	Análisis De Regulación Metacognitiva	55
6.10	ANÁLISIS GENERAL ENTRE LAS FASES DE EXPLORACIÓN Y EVALUACIÓN	57
7	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	64
7.1	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES FRENTE A LOS PROCESOS DE REGULACIÓN METACOGNITIVA	64
7.2	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES FRENTE AL TRATAMIENTO EN SITUACIONES DE LA FRACCIÓN COMO MEDIDA	65
7.3	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES FRENTE A LA RELACIÓN ENTRE LOS PROCESOS DE REGULACIÓN METACOGNITIVA Y TRATAMIENTO.	68
8	REFERENCIAS.....	69
9	ANEXO A.....	74

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Modificación mereológica e intrínseca al interior del registro de tratamiento del estudiante SB4	40
Figura 2 Modificación mereológica e intrínseca al interior del registro de tratamiento del estudiante JG5.....	40
Figura 3 Modificación óptica y registro verbal al interior del registro de tratamiento del estudiante MB3	41
Figura 4 Proceso de descomposición al interior del registro de tratamiento del estudiante VE6.	41
Figura 5 Proceso pictórico al interior del registro de tratamiento del estudiante JG5.....	43
Figura 6 Proceso del lenguaje aritmético al interior del registro de tratamiento del estudiante JR1	44
Figura 7 Proceso de planeación del estudiante AG2	45
Figura 8 Proceso de monitoreo del estudiante VG6	46
Figura 9 Modificaciones mereológicas en el proceso de tratamiento del estudiante KH7	51
Figura 10 Modificación posicional en el proceso de tratamiento del estudiante JR1.....	52
Figura 11 Modificaciones intrínsecas en el proceso de tratamiento KH7	52
Figura 12 Modificaciones de descomposición en el proceso de tratamiento del estudiante JG5.	52
Figura 13 Registro pictórico en el proceso de tratamiento del estudiante JR1	53
Figura 14 Modificación operacional y lenguaje aritmético en el proceso de tratamiento del estudiante JG5.....	54
Figura 15 Registro del lenguaje verbal y planeación en el proceso de tratamiento del estudiante JR1	54
Figura 16 Proceso de planeación en la fase de evaluación del estudiante AA8	55
Figura 17 Proceso de monitoreo en la fase de evaluación del estudiante MB3.....	56
Figura 18 Proceso de planeación en la fase de evaluación del estudiante VE6.....	57

LISTA DE IMAGEN

Imagen 1 Transformación de tratamiento al interior del mismo registro en el lenguaje aritmético de la escritura fraccionaria a la escritura decimal y de la escritura fraccionaria a la escritura exponencial	21
Imagen 2 Transformación de representaciones.....	22
Imagen 3 Categoría de análisis organizada en subcategorías, modificaciones y procesos.....	23
Imagen 4 Concepto de Metacognición	26
Imagen 5 Situación 1 de la fase de exploración de la unidad didáctica de la investigación.....	31
Imagen 6 Situación 2 de la fase profundización de la unidad didáctica de la investigación	32
Imagen 7 Situación de la unidad didáctica de la fase de evaluación	33

LISTA DE LOS GRÁFICOS

Gráfico 1 Modificaciones operatorias y procesos de tratamiento en la fase de exploración	39
Gráfico 2 Registros de representación del tratamiento en la fase de exploración	43
Gráfico 3 Procesos de regulación metacognitiva en la fase de exploración	44
Gráfico 4 Modificaciones operatorias y procesos de tratamiento en la fase de evaluación	50
Gráfico 5 Registros de representación del tratamiento en la fase de evaluación.....	53
Gráfico 6 Procesos de regulación metacognitiva en la fase de evaluación.....	55
Gráfico 7 Comparación de las modificaciones operatorias y procesos de tratamiento en las fases de exploración y evaluación.....	58
Gráfico 8 Comparación de los registros de representación en el proceso de tratamiento en la fase de exploración y evaluación.....	60
Gráfico 9 Comparación de los registros de representación en el proceso de tratamiento en la fase de exploración y evaluación.....	61

LISTA DE TABLAS

Tabla 1	Modificaciones operatorias presentes en la categoría de tratamiento.....	24
Tabla 2	Categoría y subcategorías de la regulación metacognitiva.....	34
Tabla 3	Códigos para entrevistas	35
Tabla 4	Transcripción de registro escrito y verbal de estudiantes	36
Tabla 5	Transformaciones de tratamiento, tipos de registro, procesos de regulación metacognitivo en el estudiante.....	36
Tabla 6	Interpretación del investigador a partir de los datos obtenidos en su diario de campo en la fase de profundización	36
Tabla 7	Interpretación del investigador a partir de los datos obtenidos en su diario de campo en la fase de evaluación	37
Tabla 8	Análisis general por estudiante de la regulación metacognitiva.....	47

INTRODUCCIÓN

Esta investigación tiene como propósito fortalecer los procesos de regulación metacognitiva en los estudiantes del grado séptimo de la Institución educativa Francisco Torres León para mejorar las transformaciones de tratamiento al solucionar situaciones de la fracción como medida.

El estudio surge a partir de algunas observaciones de clase realizadas que permitieron evidenciar en los estudiantes dificultades en cuanto al proceso de aprendizaje del objeto matemático fracción y las transformaciones de tratamiento. Se resolvió estudiar la fracción desde el contexto de la medida a través del planteamiento de situaciones y tareas que involucraron la comprensión del espacio, la longitud y la superficie y facilitar los procesos de comprensión y desarrollo de pensamiento lógico en relación con la fracción como medida.

La investigación obedece a una metodología cualitativa de tipo descriptiva interpretativa y se realiza con ocho estudiantes del grado séptimo a partir de un estudio de caso. La investigación es presentada con los siguientes capítulos:

Capítulo I: Comprende planteamiento del problema, la justificación, el objetivo general y los objetivos específicos.

Capítulo II: Trata referentes teóricos y antecedentes que soportan teóricamente la investigación.

Capítulo III: Presenta elementos metodológicos de la investigación como: el enfoque de investigación, el diseño metodológico, las unidades de análisis, las técnicas e instrumentos y el plan de análisis.

Capítulo IV: Muestra el análisis de los datos desde la regulación metacognitiva, el tratamiento, la organización de datos con tablas comparativas, gráficos de barras y respuestas escritas y verbales de algunos estudiantes.

Capítulo V: Presenta las conclusiones y recomendaciones que aparecen del análisis, interpretación de datos y metodología de la investigación. Este capítulo muestra las recomendaciones y conclusiones organizadas de la siguiente forma: frente a la regulación metacognitiva, al tratamiento y relación entre la regulación metacognitiva y el tratamiento.

1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

“Necesitamos dedicar la educación básica a desarrollar en los estudiantes el pensamiento, la creatividad, la resolución de problemas, el análisis y las competencias para comunicarse y convivir”

De Zubiría (2014)

La experiencia en el aula ha permitido analizar dificultades que tienen los estudiantes de grado séptimo en la comprensión y aprehensión del objeto matemático fracción, en especial en la resolución de problemas en el contexto de la medida y en la definición de regiones sombreadas. Estas dificultades se han evidenciado principalmente en situaciones donde el estudiante debe generar transformaciones de tratamiento, entendida como la representación al interior del mismo registro (pictórico, común, aritmético), en donde se debe planear, controlar y evaluar sus procedimientos.

Marín (2017), evidenció que este tipo de dificultades en el aprendizaje del objeto matemático fracción, en cuanto a los tratamientos, sentidos y significados, están vinculadas con el hecho de presentar dificultades al comparar dimensiones de un objeto con la unidad, contrastar tamaños y definir el área de una región sombreada a partir de la fracción.

Según Duval (1999):

El pasaje de un sistema de representación a otro, o la movilización simultánea de varios sistemas de representación en el transcurso de un mismo recorrido intelectual, fenómenos tan familiares y tan frecuentes en la actividad matemática, para nada son evidentes o espontáneos para la mayoría de alumnos. (p.16)

Esto quiere decir que, para los estudiantes no es tan sencillo identificar registros de un mismo objeto matemático, ni las modificaciones y generar procedimientos efectivos, lo que significa que además las acciones desarrolladas por los estudiantes evidencian que están lejos de apropiarse

procesos de regulación metacognitiva en la resolución de situaciones que involucran el uso de la fracción.

Cabe señalar que, dentro de los problemas evidenciados en los procesos de regulación metacognitiva, está el desconocimiento que los estudiantes tienen para identificar y trabajar planes efectivos de solución, la confusión frente a las acciones que deben llevar a cabo para planificar la solución a un problema específico, revisar la estrategia y evaluar la solución, quedándose solo con acciones que se alejan de un análisis sistemático y consciente

Por lo tanto, dichas problemáticas conllevan a estudiar las transformaciones de tratamiento, en la solución de situaciones relacionadas con la fracción como medida a través del desarrollo de procesos de regulación metacognitiva y la incidencia que los procesos puedan tener.

1.1.1 Formulación Del Problema

¿De qué manera el desarrollo de procesos de regulación metacognitiva interviene en las transformaciones de tratamiento para solucionar situaciones en el contexto de la fracción como medida?

2 JUSTIFICACIÓN

Trabajar en dirección a los procesos de regulación metacognitiva y en las transformaciones de tratamiento permitirá que los estudiantes razonen, analicen y piensen sobre el enunciado, propongan diferentes alternativas de solución y utilicen múltiples registros de representación.

Godino (2002) señala:

Si queremos que los alumnos entiendan la razón de ser de la medida debemos enfrentarles a dichas situaciones, no tanto para que ellos reinventen por sí mismos las técnicas, sino para que puedan dominar los procedimientos de medida y atribuir un sentido práctico al lenguaje y normas que regulan la actividad de medir.
(p. 617)

Además, este estudio permitirá abordar los procesos de planeación, monitoreo y evaluación en donde los estudiantes realicen acciones conectadas a un análisis sistemático y consciente para descomponer la situación, revisar la estrategia y evaluar la solución. Por ello, la presente investigación plantea desarrollar procesos de regulación metacognitiva para las transformaciones de tratamiento en la solución de situaciones relacionadas con la fracción como medida y de esta manera mejorar en los estudiantes de grado séptimo el abordaje del objeto matemático en mención.

Por lo tanto, es importante, que el estudiante se apodere de posibilidades para transformar una representación de un objeto matemático con el fin de facilitar los procesos de comprensión y desarrollo de pensamiento lógico en relación con la fracción como medida. Como sugieren Buitrago y García (2012) los estudiantes que no realizan seguimiento a la estrategia, presentan dificultades con respecto a la habilidad de diseñar un plan, apoyando la no linealidad de la metacognición y expresando que las habilidades de planeación influyen directa o indirectamente en las de monitoreo y control.

En consecuencia, la dirección de este trabajo está encaminada a generar en el estudiante un pensamiento crítico, autónomo y reflexivo, capaz de tomar decisiones para trabajar en diversos escenarios en torno al objeto matemático fracción. Según Tamayo (2006) la metacognición es un componente constituyente de pensamiento crítico indicando que éste fortalece el desarrollo de

habilidades importantes como: interpretación, análisis, evaluación, inferencia, explicación y autorregulación.

3 OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Analizar de qué manera interviene los procesos de regulación metacognitiva en las transformaciones de tratamiento al solucionar situaciones de la fracción como medida

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Describir la transformación de tratamiento y los procesos de regulación metacognitiva que emplean los estudiantes en situaciones relacionadas con la fracción como medida
- Definir los procesos de regulación metacognitiva que intervienen en las transformaciones de tratamiento para solucionar situaciones relacionadas con la fracción como medida

4 ANTECEDENTES

Al realizar revisiones sobre investigaciones afines a este proyecto, se consideró en primer lugar el estudio denominado **“Objetos, significados, representaciones semióticas y sentidos”** de Bruno D’Amore (2006), analiza las transformaciones de tratamiento, la representación de un objeto matemático, el significado del objeto mismo y la variación que puede existir en su sentido.

El autor mediante episodios de unas clases de probabilidad y fracciones analiza el objeto matemático, su significado y representaciones semióticas. También presenta aspectos teóricos que se evidenciaron en las clases de tipo epistemológico, ontológico y semiótico. El aporte de esta investigación radica en los aspectos del análisis semiótico desde el lenguaje natural, de fracciones y porcentaje, es decir, la representación semiótica en el registro de lenguaje natural y de tratamiento.

Otra investigación que aborda un tema relacionado es la tesis de maestría realizada por Marín (2017) titulada: **Caracterización de tratamientos, sentidos y significados que los docentes de grado cuarto y quinto de primaria de la institución educativa técnico agropecuario taparcal emplean en la solución de situaciones relacionadas con la fracción como medida**”. Su finalidad es caracterizar los tratamientos, sentidos y significados de la fracción como medida en el proceso de aprendizaje del objeto matemático y las transformaciones de tratamiento mediante el planteamiento de situaciones y tareas que implican la comprensión en contexto del espacio, longitud y superficie.

Este estudio es relevante para la presente investigación en cuanto a la comprensión del significado de tratamiento, la metodología que emplea para abordar el problema y la parte teórica que está relacionada con el objeto de estudio.

Ahora bien, Vallejo F. y Tamayo O (2008) tratan en su trabajo sobre las **“Dificultades de los estudiantes de grado octavo en los procesos de tratamiento y conversión de los números racionales”**, analizan los conflictos en los procesos de tratamientos y conversiones entre registros semióticos que presentan los estudiantes al realizar las transformaciones semiótica textual, fraccionaria y gráfica mediante situaciones problema donde los estudiantes manifiestan ideas del qué hacer, pero fracasan en el cómo hacerlo. También estudian resultados de las

pruebas saber teniendo en cuenta las competencias y desempeños para argumentar su problema de investigación. Este estudio es fundamental para la presente investigación por el análisis que realizan al hacer tratamiento, antes del registro gráfico y las dificultades para representar el objeto de estudio en diversas formas.

Por otra parte, Silva C. (2004) en su artículo **“Educación en matemática y procesos metacognitivos en el aprendizaje”** trata la regulación metacognitiva en sus procesos de planeación, control y evaluación, además de aspectos generales de la Metacognición, donde se evidencia: el saber cómo se enfrenta a una tarea o cómo se resuelve un problema. También refiere que la reflexión acerca de sus propios procesos cognitivos es indagar la eficiencia en la ejecución del propósito de la tarea, así mismo en la formación en competencias de los procesos de enseñanza y aprendizaje en Latinoamérica. Así mismo nombra dominios como: el conocimiento metacognitivo, la experiencia metacognitiva; las estrategias de conocimiento y de control. Ésta última, incorpora acciones de regulación metacognitiva para la resolución de tareas y presenta todo el trabajo argumentado bajo la Metacognición donde enfatiza el nivel de conciencia del estudiante según su aprendizaje donde se posibilita cambio conceptual, de actitudes, de habilidades y mayor autonomía.

Kapa, E. (2002), en su artículo **“A metacognitive support during the process of problem solving in a computerized environment. Educational Studies in Mathematics”**, presenta un estudio con ambientes de aprendizaje que tiene como base metacognitiva las fases del proceso de resolución de problemas. El estudio fue realizado con estudiantes de grado octavo, formados en grupos, en los cuales a cada grupo se analizó una o dos fases específicas del proceso de Metacognición y resolución de problemas: 1) durante el proceso de solución y después de completar el proceso, 2) durante el proceso de solución solamente, 3) sólo al final del proceso y 4) sin soporte metacognitivo.

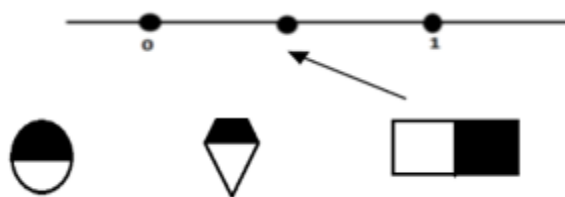
Esta investigación evidencia lo valioso de los ambientes de aprendizaje que ofrece soporte metacognitivo durante el proceso en cada una de sus fases. Además, la autora muestra la categorización de las estrategias metacognitivas como aspecto de gran utilidad en la organización y análisis de resultados de dicha investigación.

5 MARCO TEÓRICO

5.1 REGISTRO DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA:

La semiótica tiene por naturaleza definir una intensión comunicativa mediante signos, es necesario considerar el uso de diversas representaciones semióticas para definir y referenciar un objeto matemático. Fandiño (2010) afirma: “Lo único que el ser humano está en grado de hacer, respecto a un concepto matemático que quiere evocar, es el de elegir una representación en un registro semiótico oportuno, y trabajar sobre esta representación” (p.36). Se presentan diversos registros de representación semiótica para el concepto que formaliza la idea de dividir a mitad un entero con el fin de ejemplificar el uso de diversas representaciones. (Fandiño, 2010, p.37).

- Lenguaje común: Un medio, la mitad
- Lenguaje aritmético: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, en escritura fraccionaria; 0,5 en escritura decimal; 5×10^{-1} en escritura potencial; 50% en escritura porcentual.
- Lenguaje algebraico: $\{x \in Q^+ / 2x - 1 = 0\}$ escritura en la teoría de conjuntos; $y = (x): x \rightarrow \frac{x}{2}$; en escritura de funciones,
- Lenguaje figural:
- Esquemas pictográficos:



Son más que el medio por el cual disponen los individuos para exteriorizar sus representaciones mentales, para hacerlas visibles y accesibles a otros. Además de cumplir una función de comunicación, objetivación, son necesarias para el desarrollo de la actividad matemática misma, del funcionamiento cognitivo del pensamiento, tratamiento de información, toma de conciencia y de la comprensión. Como afirma Duval (2004) “Todo sucede como si para la gran mayoría de los alumnos la comprensión que logran de un contenido quedara limitada a la forma de representación”. (p. 28)

5.2 TRANSFORMACIONES DE TRATAMIENTO

Seguendo a Duval (1999/2004), toda representación está constituida por tres polos;

- el objeto representado
- el contenido de la representación, es decir, lo que una representación presenta del objeto
- la forma de la representación, es decir, su modalidad o su registro. (p. 16)

El tratamiento es la transformación de una representación (inicial) en otra representación (terminal), respecto a una cuestión, a un problema o a una necesidad, que proporcionan el criterio de interrupción en la serie de las transformaciones efectuadas. Un tratamiento es una transformación de la representación al interior del registro de representación o de un sistema. (Duval, 1999, p.42)

Por ejemplo:

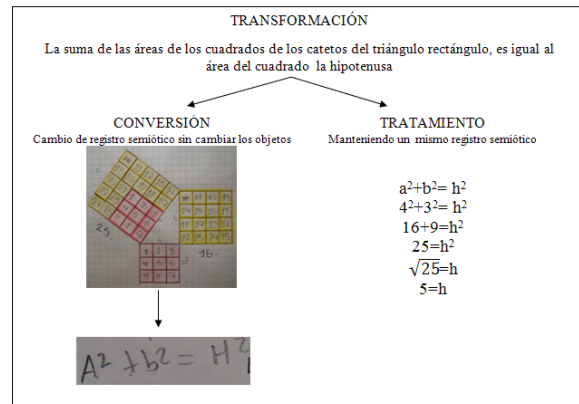
Imagen 1 Transformación de tratamiento al interior del mismo registro en el lenguaje aritmético de la escritura fraccionaria a la escritura decimal y de la escritura fraccionaria a la escritura exponencial



Tomado de (Fandiño, 2009 p.134)

Por lo tanto, el tratamiento se realiza dentro del mismo registro semiótico y corresponde a una secuencia de pasos, que produce en cada uno de ellos, una transformación algorítmica.

Imagen 2 Transformación de representaciones



Tomado de (Osorio, 2011, p. 21)

En esta categoría se desarrollan aspectos con respecto a los siguientes registros de representación semiótica: esquema pictórico, lenguaje verbal y lenguaje aritmético. Estos registros conducen a que los estudiantes articulen y generen cambios en cuanto a los sentidos asignados en una determinada tarea. Esta categoría tiene en cuenta la experiencia adquirida por los estudiantes en los procesos de aprendizaje de la fracción y el uso de diversos registros de representación y tratamientos. Duval (1999) afirma: “La enseñanza privilegia el aprendizaje de las reglas que conciernen la formación de las representaciones semióticas y las que conciernen su tratamiento” (p.46).

Por otro lado, cada uno de los aspectos desarrollados en esta categoría con respecto a múltiples registros de representación semiótica (esquema pictórico, lenguaje verbal y lenguaje aritmético) son considerados como subcategorías de las cuales se desprenden procesos asociados a la medida y a la gama de modificaciones posibles en las figuras vinculadas dentro del instrumento de indagación. El siguiente diagrama muestra las relaciones existentes entre la categoría de tratamiento, las subcategorías, los procesos o las modificaciones posibles:

Imagen 3 Categoría de análisis organizada en subcategorías, modificaciones y procesos



Tomado de (Marín, 2017 p.54)

Las modificaciones posibles tienen que ver con las modificaciones intrínsecas, mereológicas, posicionales y ópticas. Dichas modificaciones corresponden a uno de los tipos de aprehensión figural comprendidos dentro de los procesos de visualización planteados por Duval (1995) el cual señala: “Hay varias maneras de mirar un dibujo o una serie de estímulos visuales. Distinguimos cuatro aprehensiones cognitivas: percepción, secuenciales, discursivas y operatorias” (p.1). Estas modificaciones están relacionadas con la aprehensión operatoria la cual tiene lugar en los tratamientos figúrales y las diversas reconfiguraciones (Duval, 1999).

En la siguiente tabla se presenta la definición de cada modificación operatoria relacionada con la imagen 3:

Tabla 1 Modificaciones operatorias presentes en la categoría de tratamiento

Modificaciones mereológicas	Son modificaciones centradas en las relaciones entre las partes y el todo.
Modificaciones ópticas	Son modificaciones que apela a la imagen de la figura, por ejemplo, cuando se agranda, disminuye o se deforma la figura inicial.
Modificaciones posicionales	Son modificaciones frente al cambio de la figura en cuanto a su orientación es decir cuando se rota o se desplaza la figura de partida como las sub- figuras.
Modificaciones intrínsecas:	Son modificaciones que tienen que ver con la transformación de la organización perceptiva de la figura de partida a nivel interno bajo la introducción o inhibición de trazos

Nota: Definición de las modificaciones operatorias. Información tomada de (Marmolejo, 2010).

Cada subcategoría del tratamiento contiene además algunos procesos en cuanto a la medida que hacen parte de aspectos geométricos y métricos asignados a transformaciones discontinuas y asignaciones numéricas (Vasco, 2015). Estos procesos hacen referencias a tratamientos en cuanto a descomposición de figuras, operación entre conjuntos numéricos, uso de razones y proporciones, orientación de figuras geométricas, cambio de magnitudes y sus modificaciones.

5.3 FRACCIÓN COMO MEDIDA

La fracción como medida es un tema complejo en la enseñanza de las matemáticas debido a que su estudio requiere conceptualizaciones previas en cuanto a la medida. La fracción como medida es reconocida como: “La asignación de un número a una región o a una magnitud (de una, dos o tres dimensiones) producto de la partición equitativa de una unidad” (Perera, 2007, p 212). Por su parte Chamorro (2003) la define como la relación entre una parte y un todo (continua o discreta).

De acuerdo a Hincapié (2011),

La fracción a/b aparece cuando se desea medir una determinada magnitud, en la cual la unidad no está contenida un número entero de veces en la magnitud que se quiere medir. Para obtener la medida exacta se deben:

- Medir utilizando múltiplos y submúltiplos de la unidad.
- Realizar comparaciones con la unidad.

La conceptualización de fracción como medida permite al estudiante ser capaz de identificar que una fracción a/b es a veces $\frac{1}{b}$ es decir, que si repite 3 veces $\frac{1}{5}$ obtendrá $\frac{3}{5}$, y si lo repite 4 veces, obtendrá $\frac{4}{5}$ (p.24).

Teniendo en cuenta la conceptualización frente a situaciones como medida es necesario distinguir dos casos que relacionan su aplicación en las fracciones. Estos dos casos tienen que ver con el fraccionamiento de la unidad y la conmensurabilidad (León, 2011).

5.4 FRACCIONAMIENTO DE LA UNIDAD

En estas situaciones existe una cantidad de magnitud a medir que no es equivalente a la unidad o alguno de sus múltiplos.

Para precisar más la medida se divide la unidad en partes iguales y si una cantidad de magnitud mide a/b unidades quiere decir que dividiendo la unidad en b partes iguales la cantidad de magnitud a medir equivale a un número a de dichas partes. (León, 2011 p. 9)

5.5 CONMENSURABILIDAD

“Hace referencia a situaciones de medida en las que se comparan dos cantidades de una magnitud, estableciendo cuántas veces tiene que ser repetida cada una de ellas para obtener dos cantidades iguales” (León, 2011 p. 9).

Esto quiere decir, que en el proceso de comparación se determinan las veces que por ejemplo uno de los segmentos cabe en el otro, ya que al comparar magnitudes se puede encontrar una medida común.

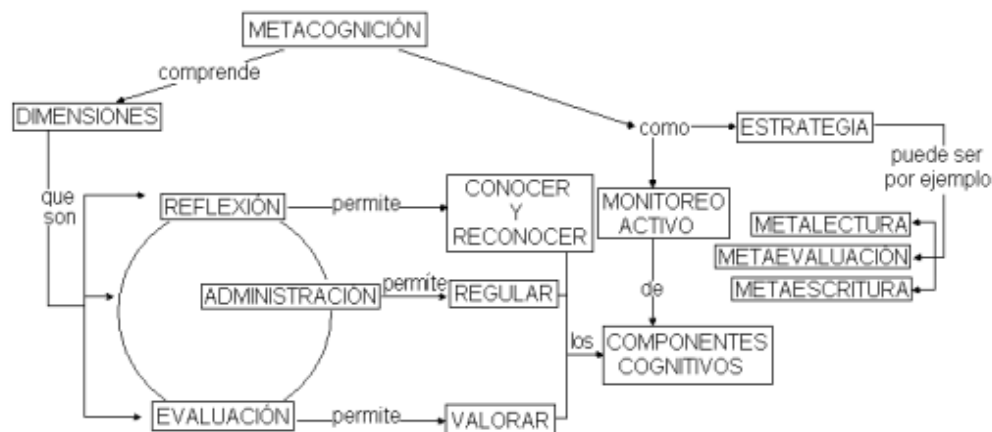
5.6 METACOGNICIÓN

Según la perspectiva de Brown (1987).

La Metacognición es el control deliberado y consciente de las acciones cognitivas. Las actividades metacognitivas son los mecanismos auto-regulatorios que utiliza un sujeto durante la resolución de un problema o al enfrentarse a una tarea y esto implica. (p.70)

- Tener conciencia de las limitaciones del propio sistema. Por ejemplo, poder estimar el tiempo que puede llevarnos una tarea determinada.
- Conocer el repertorio de estrategias de las que disponemos y usarlas apropiadamente. Identificar y definir problemas.
- Planificar y secuenciar acciones para su resolución.
- Supervisar, comprobar, revisar y evaluar la marcha de los planes y su efectividad (Gutiérrez, 2005, p.21).

Imagen 4 Concepto de Metacognición



Tomado de (Tovar, 2008, p.3)

5.7 REGULACIÓN METACOGNITIVA

La regulación metacognitiva tiene que ver con aspectos referentes a su propio conocimiento, para esto se debe tener en cuenta actividades planeadas que se puedan modificar a diferentes procedimientos y mediante la regulación lograr en los estudiantes un aprendizaje autónomo en

conocimientos reflexionar cómo actúan ante ello, favorece el rendimiento y desarrollo de pensamiento en ese caso matemático.

Tamayo (2006) menciona lo siguiente:

Siguiendo a Gunstone & Mitchell (1998) “El estudio de la Metacognición aborda tres aspectos generales: *conocimiento, conciencia y control* sobre los propios procesos de pensamiento. *El conocimiento metacognitivo* es el conocimiento que tienen las personas sobre sus propios procesos cognitivos; son conocimientos de naturaleza diferente que pueden referirse, según Flavell (1987), a los conocimientos sobre las personas, sobre las tareas o sobre las estrategias. Un estudiante que conozca en forma adecuada sus procesos cognitivos puede "hablar" o "reflexionar" sobre sus procesos de pensamiento propios y/o de los demás”. (p.2).

Por lo tanto, cada individuo se acerca a sus propios procesos cognitivos, fortalezas y debilidades. Según Tamayo (2006):

“El conocimiento metacognitivo se refiere al conocimiento que tienen las personas sobre sus propios procesos cognitivos. La Metacognición ha sido definida como la habilidad para monitorear, evaluar y planificar nuestro propio aprendizaje de manera aún más general fue definida por Flavell como cualquier *conocimiento sobre el conocimiento*”. (p.2)

Buitrago (2012) plantea que en la regulación hay tres procesos: planificación, control y evaluación, con momentos así:

Antes: consiste en la planificación de la estrategia para desarrollar el proceso de búsqueda de la solución de la situación.

Durante: se monitorea la realización de la estrategia, aquí el estudiante realiza actividades de verificación, rectificación y revisión de la estrategia planeada.

Después: evaluar el desarrollo de la estrategia también de los resultados obtenidos para analizar su eficacia.

6 METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

6.1 ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN

El estudio busca analizar las transformaciones de tratamiento en la solución de situaciones relacionadas con la fracción como medida al involucrar procesos de regulación metacognitiva en estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Francisco Torres León. Para esta investigación se definió trabajar bajo un enfoque cualitativo de tipo descriptivo – interpretativo para describir e interpretar información de los estudiantes.

Como plantean Dorio, Sabariego & Massot (2009) este enfoque cualitativo y a la vez interpretativo admite que sea empleado en pequeños grupos o comunidades por que la información obtenida de la realidad y las poblaciones de estudio pueden ser desarrolladas en un diseño flexible. “Esto exige la utilización de diversas técnicas interactivas, flexibles y abiertas, que permitan captar la realidad con todas las dimensiones que la completan” (p.277).

6.2 POBLACIÓN

La investigación se realizó mediante estudio de caso en niños del grado séptimo compuesto por 35 estudiantes, con edades entre 11 a 13 años aproximadamente de la Institución educativa Francisco Torres León, de Restrepo - Meta, la cual es una institución de carácter rural que cuenta con 1036 estudiantes de preescolar a once, atiende poblaciones desde el estrato 1 al 6 de diferentes sectores de Villavicencio, Restrepo, Cumaral y veredas aledañas.

Este estudio se utilizó una muestra de 8 estudiantes los cuales fueron seleccionados aleatoriamente según el listado del grupo para que todos tengan la misma posibilidad de ser elegidos. En lo que respecta a la codificación se hizo mediante las iniciales en mayúscula de primer nombre y primer apellido acompañado por la secuencia de un número iniciando desde el 1, terminando en 8. Un ejemplo puede ser el siguiente:

Nombre: Xymena Céspedes

Código: XC1

6.3 UNIDAD DE ANÁLISIS

Para la investigación y su respectivo análisis se tuvo en cuenta dos categorías principales: El tratamiento y la regulación metacognitiva. Estas categorías permitieron estudiar en los estudiantes procesos referentes a situaciones de la fracción como medida. En dichas categorías se tuvo en cuenta los procesos de visualización y procesos operatorios, planeación, monitoreo y evaluación.

De modo que, dentro de la categoría de la regulación metacognitiva, se analizó la planeación que implica la selección de estrategias adecuadas, describiendo los pasos que realizaron para el desarrollo de las actividades, también el monitoreo como la posibilidad que tiene el estudiante al comprender y modificar sus estrategias, haciendo verificación de las mismas y por último, la evaluación realizada al final de la tarea, que hace referencia a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz; evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia Tamayo (2006). Además, que se comprueba si el aprendizaje fue certero y eficaz para la realización de las actividades planeadas.

En cuanto a la categoría de tratamiento se tuvo en cuenta la destreza del estudiante en su proceso de aprendizaje de la fracción y diferentes registros de representación como el esquema pictórico, lenguaje común y lenguaje aritmético, de tal manera que logren relacionarlos en diversas situaciones planteadas. También se analizará un tipo de aprehensión figural dentro de los procesos de visualización, planteados por Duval (1995) el cual señala: “Hay varias maneras de mirar un dibujo o una serie de estímulos visuales. Distinguimos cuatro aprehensiones cognitivas: percepción, secuenciales, discursivas y operatorias” (p.1).

Por otra parte, el proceso de operacionalización, donde el estudiante realizó múltiples operaciones entre fracciones para asignar o modificar lo programado durante el desarrollo de las situaciones planteadas. Cabe señalar que en la literatura internacional esta es una categoría poco estudiada por lo que puede ofrecer grandes aportes.

6.4 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS

Como técnicas e instrumentos de recolección de información se usó el cuestionario escrito (abierto) y la entrevista no estandarizada, para averiguar métodos y estrategias que los

estudiantes utilizaron en la solución de situaciones relacionadas con la fracción como medida, las cuales se integraron como elementos de una unidad didáctica.

6.4.1 Cuestionario Escrito

Este permitió recoger de forma organizada, libre y extensa la información sobre las estrategias y metodologías que aplicaron los estudiantes del grado séptimo al solucionar situaciones relacionadas con la fracción como medida, analizando los procesos de regulación cognitiva y de tratamiento.

Como estrategia de investigación las preguntas fueron de tipo abierto o no estructurado en donde “se plantean preguntas y se deja al sujeto la posibilidad de emitir la respuesta en sus propios términos, aunque recomendándole que ésta sea de la mayor claridad y precisión posible” (Moreno, 2000, p.39).

Este cuestionario se aplicó en forma individual a partir de situaciones y preguntas de tipo metacognitivas, a través de tres fases: exploración, profundización y evaluación. Cada fase permitió recoger la información necesaria para saturar las categorías y posteriormente triangular los datos. A continuación, se describen cada una de las fases:

6.4.1.1 Fase de exploración:

Esta fase buscó identificar que procesos de regulación metacognitiva utilizó el estudiante cuando se enfrenta a situaciones de la fracción como medida y las transformaciones de tratamiento que empleó. Una de las situaciones a utilizar es la siguiente:

Imagen 5 Situación 1 de la fase de exploración de la unidad didáctica de la investigación

Situación 1: Observa la siguiente imagen:



- a. Vamos a dividir esta imagen en 8 partes iguales y para ello es necesario que nos ayudes diseñando un plan. Piensa en ese plan y escríbelo paso a paso en el siguiente espacio (utiliza los espacios que necesites):

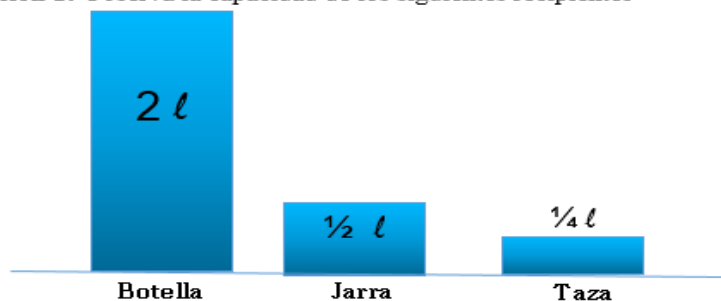
1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____

6.4.1.2 Fase de profundización

En esta fase se indujo al estudiante hacia procesos de regulación metacognitiva (monitoreo, planeación y evaluación) para que favorezca las transformaciones de tratamiento alrededor de la solución de la situación enmarcada en la fracción como medida. Un ejemplo de las situaciones utilizadas es el siguiente:

Imagen 6 Situación 2 de la fase profundización de la unidad didáctica de la investigación

Situación 1: Observa la capacidad de los siguientes recipientes



¹a. Escribe los datos que observas en cada uno de los recipientes e indica que quieren decir,

Taza: _____

Jarra: _____

Botella: _____

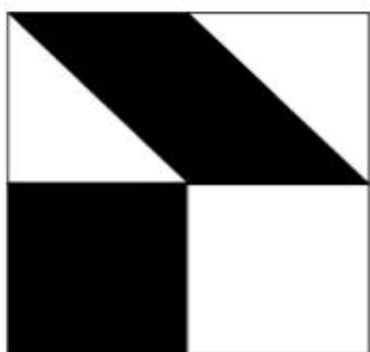
6.4.1.3 Fase de evaluación

En esta fase se buscó describir de qué manera los procesos de regulación metacognitiva fortalecen las transformaciones de tratamiento en situaciones de la fracción como medida. Para esta fase se aplicó otra parte del instrumento que consistió en proponer situaciones para que el estudiante solucionar libremente y en las cuales se refleje la pertinencia de los procesos de regulación metacognitiva en las transformaciones de tratamiento. Cada situación estuvo acompañada de una serie de preguntas que aportaron mayor información al investigador. Veamos un ejemplo:

Imagen 7 Situación de la unidad didáctica de la fase de evaluación

Situación 1:

A continuación, observarás un cuadrado con regiones pintadas de negro. Cada una de las regiones representa una forma distinta de dividir la unidad. La superficie que ocupa cada una de las regiones está determinada por un área específica que al compararla con la unidad (cuadrado) pueden ser expresadas como fracción.



- a. ¿Crees que las dos regiones son iguales? ¿Por qué consideras correcta tu respuesta?

- b. Cuéntanos que puedes hacer y qué pasos se pueden seguir para comparar las dos regiones sombreadas:

Tomando como referente a Cadavid (2014) y para efectos de la presente investigación los procesos de regulación metacognitiva se entendieron como subcategorías evaluadas a través de los siguientes indicadores:

Tabla 2 Categoría y subcategorías de la regulación metacognitiva

Categoría principal	Subcategorías	Concepto	Indicadores
Regulación metacognitiva	Planeación	La planeación implica la selección de estrategias apropiadas y la localización de factores que afectan el rendimiento tales como la predicción, las estrategias de secuenciación y la distribución del tiempo o de la atención selectiva antes de realizar la tarea; es decir, consiste en anticipar las actividades, prever resultados, enumerar pasos. Tamayo (2006)	• Permitir que realicen sus propias estrategias para el desarrollo de la actividad. • Describir los pasos que realizó para el desarrollo de las actividades.
	Monitoreo	El monitoreo se refiere a la posibilidad que se tiene, en el momento de realizar la tarea, de comprender y modificar su ejecución, por ejemplo, realizar auto-evaluaciones durante el aprendizaje, para verificar, rectificar y revisar las estrategias seguidas. Cadavid (2014)	• Seguimiento a la estrategia. • Verificación de la estrategia.
	Evaluación	La evaluación, realizada al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz; evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia. Tamayo (2006).	• Se comprueba si el aprendizaje fue certero y eficaz para la realización de las actividades planeadas

Nota: Categoría y subcategorías de la regulación metacognitiva (Cadavid, 2014 p.)

6.4.2 Entrevista No Estandarizada

Este tipo de instrumento es flexible y abierto, tiene el propósito de observar y analizar detenidamente los procedimientos que hicieron los estudiantes para resolver las situaciones planteadas sobre el cuestionario abierto, obteniendo información relacionada con la regulación cognitiva y transformaciones de tratamiento referentes a la fracción como medida. Goetz y Lecompte (1988) se refieren a la entrevista como “una guía en la que se anticipan las cuestiones generales y la información específica que el investigador quiere reunir” (p.134). Es decir, se estudió los componentes conceptuales y el contexto en el que el estudiante usa la fracción como medida.

Todas las sesiones de aplicación de entrevista no estandarizada fueron grabadas en audios y transcritas con el fin de registrar la mayor información posible y poder volver a las intervenciones de los estudiantes o repetir las situaciones cuantas veces sea posible. De hecho, permitió recopilar información para la categorización y análisis de datos.

Como resultado de lo anterior, tanto el cuestionario abierto como la entrevista no estructurada, permitieron contar con diferentes fuentes de recolección de información para una adecuada triangulación. Frente a esto Campbell y Fiske (1959) citado en Stake (1995, p 114) afirman:

Para conseguir constructos útiles e hipotéticamente realistas en una ciencia se requieren métodos múltiples que se centren en el diagnóstico del mismo constructo desde puntos de observación independiente, mediante una especie de triangulación. (p.81)

En consecuencia, para analizar las entrevistas se usó los siguientes códigos:

Tabla 3 Códigos para entrevistas

E1D#M# (Estudiante(n+1) fecha (día, mes))	Registro

6.5 PLAN DE ANÁLISIS

El análisis se realizó a partir de los datos obtenidos después de aplicar los instrumentos diseñados para las fases de exploración, profundización y evaluación.

En lo que respecta a la fase de exploración, después de haber aplicado el cuestionario, se transcribió la información escrita y la entrevista no estandarizada para ampliar la información, como se muestra a continuación:

Tabla 4 Transcripción de registro escrito y verbal de estudiantes

Código	Ítem	Transcripción registro escrito	Transcripción registro verbal
E1			

De la información anterior se extrajeron evidencias u oraciones que indicaron si el estudiante aplicó o no transformación de tratamiento, en qué tipo de registro se apoyó y que procesos de regulación metacognitiva utilizó el estudiante, con el fin de registrar claramente cómo se encuentra el estudiante antes de la fase de intervención (Ver tabla 5):

Tabla 5 Transformaciones de tratamiento, tipos de registro, procesos de regulación metacognitiva en el estudiante

Ítem	Código	Transcripción registro escrito	Transcripción registro verbal	Evidencia	Tipo de registro y modificaciones	Proceso de regulación metacognitiva	Observación

Para la fase de profundización en la cual se aplicó la segunda parte de la unidad didáctica, se utilizó como insumo de análisis los registros obtenidos en el diario de campo del investigador que describieron el actuar de los estudiantes en esta fase. De este registro general se extrajeron apartes que dan cuenta del proceso de cada estudiante, las evidencias de aprendizaje que se obtuvieron, como también las dificultades que se pudieron presentar. El investigador registró su propio análisis e interpretación. Lo anterior para definir poco a poco el impacto de la intervención (ver tabla 6).

Tabla 6 Interpretación del investigador a partir de los datos obtenidos en su diario de campo en la fase de profundización

Estudiante	Observación	Evidencias	Interpretación del investigador

Para la fase de evaluación, se transcribió cada uno de los datos, se extrajeron evidencias u oraciones y se analizaron los alcances frente a cada uno de los procesos de regulación metacognitiva y por ende la incidencia de dichos procesos sobre las transformaciones de tratamiento en situaciones de la fracción como medida.

En consecuencia, a los procesos del tratamiento, se tuvieron en cuenta las subcategorías de registro pictórico, lenguaje común y lenguaje aritmético, como se puede observar en la imagen 3 donde se presentan las categorías de análisis organizadas en subcategorías, modificaciones posibles y procesos, entre ellos la descomposición, operacionalización y razón. Además, se contemplan las modificaciones operatorias presentes en el tratamiento como se muestra en la tabla 1 definiéndolos entre meteorológicas, ópticas, posicionales e intrínsecas.

Finalmente se realizaron un comparativo entre los resultados obtenidos en la etapa de exploración, profundización y evaluación, lo que permitió sacar conclusiones sobre los resultados del proyecto. Para esto se usó el siguiente formato:

Tabla 7 Interpretación del investigador a partir de los datos obtenidos en su diario de campo en la fase de evaluación

Ítem	Código	Transcripción registro escrito	Transcripción registro verbal	Evidencia	Tipo de registro y modificaciones	Proceso de regulación metacognitiva	Observación

7 ANÁLISIS DE DATOS

7.1 INTRODUCCIÓN

Los análisis de datos están orientados a las diferentes fases del proyecto (exploración, profundización y evaluación), en este se examinaron las subcategorías de planeación, monitoreo y evaluación, así como el tratamiento de la fracción como medida. La información recogida en el cuestionario escrito y la entrevista no estandarizada se organizó y se clasificó mediante las unidades de registro lo cual permitió analizar algunos casos que dan cuenta de las situaciones resueltas por los estudiantes.

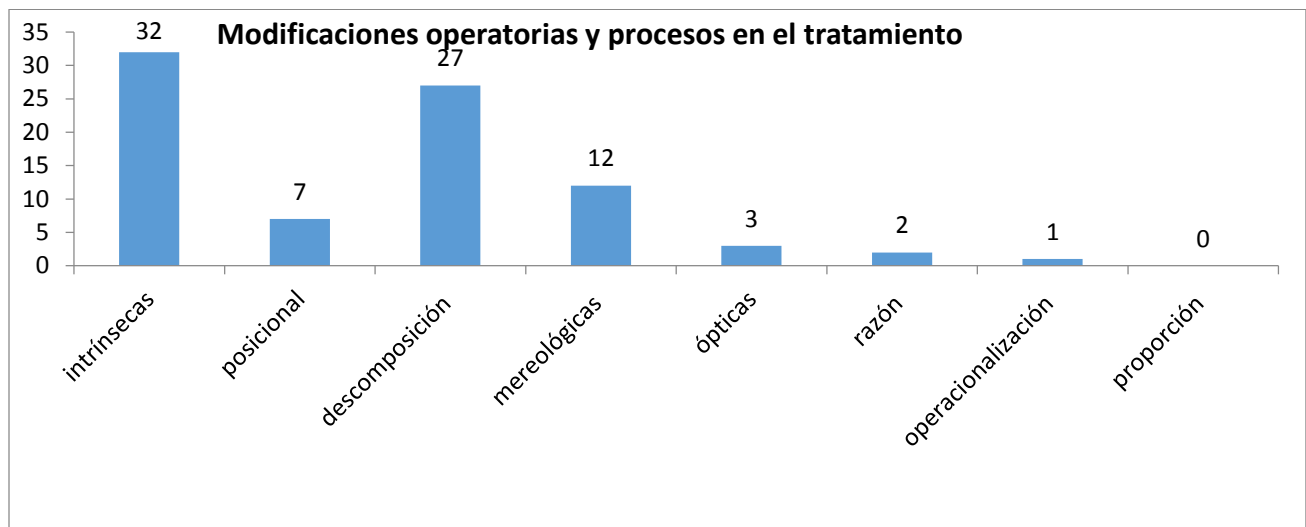
A continuación, se presenta el análisis de cada una de las fases:

7.2 ANÁLISIS FASE DE EXPLORACIÓN

El objetivo de este primer análisis está encaminado a describir los procesos de regulación metacognitiva y las transformaciones de tratamiento que emplean los estudiantes en la solución de situaciones relacionadas con la fracción como medida. Por tanto, al analizar las 194 oraciones con sentido extraídas en las intervenciones escritas y verbales de los estudiantes, se observaron que 74 unidades de registro correspondientes al uso de registros de representación semiótica, 84 a los procedimientos en el tratamiento y 36 al uso de procesos de regulación metacognitiva. A continuación, se precisa el análisis de estos hallazgos:

7.2.1 Análisis En Cuanto Al Tratamiento:

Gráfico 1 Modificaciones operatorias y procesos de tratamiento en la fase de exploración



El gráfico 1 muestra la tendencia general frente a las modificaciones y procesos en las transformaciones de tratamiento que los estudiantes de grado séptimo implementan en la solución de situaciones relacionadas con la fracción como medida. Se puede observar que las modificaciones que presentan mayor frecuencia tienen que ver con los procesos intrínsecos con 32 unidades de este registro, la descomposición con 27 unidades de registro y las modificaciones mereológicas con 12 registros. La primera tiene que ver con la organización perceptiva de la figura bajo la inhibición de trazos y la segunda con las primeras acciones de medición relacionadas dentro de los aspectos pre-métricos en donde es válido generar transformaciones discontinuas como romper y armar (Vasco, 2015).

Por otro lado, se observa que la operacionalización con una (1) unidad de registro es uno de los procesos en las transformaciones de tratamiento que evidencian mayor dificultad. Este proceso asociado a los diversos cálculos al interior de las operaciones básicas haciendo uso de las fracciones permite inferir que los estudiantes presentan dificultades en la adición y sustracción de fracciones, en la simplificación y en los cálculos que permiten relacionar fracciones equivalentes.

Haciendo alusión a lo anterior, posiblemente este tipo de dificultades esté relacionado con la conceptualización de los estudiantes en cuanto al uso de diversos registros de representación, como también a los vacíos en cuanto al dominio de procesos de regulación metacognitiva (planear, monitorear y evaluar).

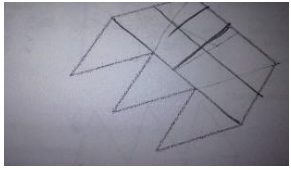
Ahora bien, es de anotar que las modificaciones mereológicas son recurrentes en los estudiantes tal vez porque dichas modificaciones implican que la unidad sea dividida en partes iguales, lo cual es muy común a causa del concepto aprendido en la fracción durante los años escolares en donde los docentes se alejan del concepto epistemológico de la fracción (Fandiño,2009).

A continuación, se presentan los siguientes casos que dan cuenta de algunas dificultades en cuanto al tratamiento en los diferentes procesos:

Figura 1 Modificación mereológica e intrínseca al interior del registro de tratamiento del estudiante SB4

Situación: Observa la siguiente imagen:  a. Vamos a dividir esta imagen en 8 partes iguales y para ello es necesario que nos ayudes diseñando un plan para solucionar la situación. Piensa en ese plan y escríbelo paso a paso en el siguiente espacio (utiliza los espacios que necesites):	Respuesta del estudiante SB4:  <i>“Divido la figura en triángulos iguales de esa manera logro 8 partes iguales”</i>
---	--

Figura 2 Modificación mereológica e intrínseca al interior del registro de tratamiento del estudiante JG5

Situación:  b. Teniendo en cuenta el paso a paso anterior, divide la siguiente imagen en ocho partes iguales.	Respuesta del estudiante JG5:  <i>“Profe pues la figura esta torcida, entonces se hace lo mismo.”</i>
---	--

En el primer caso se observa que el estudiante SB4 utiliza las modificaciones Mereológicas y las intrínsecas para resolver la situación, asumiendo dichas modificaciones como como un proceso natural en el cual se hace una inhibición de trazos y se busca que las partes sean iguales, sin embargo, en el caso del estudiante JG5 se observan que a pesar de usar las mismas modificaciones (Mereológicas, intrínsecas), este presenta dificultad a causa de una modificación

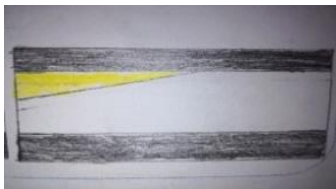
posicional la cual no es capaz de articular y tampoco relacionar con la situación anterior, ratificando los resultados expuestos en el grafico 1 en cuanto al bajo desempeño en el tratamiento a través de modificaciones posicionales (7 unidades de registro).

Figura 3 Modificación óptica y registro verbal al interior del registro de tratamiento del estudiante MB3

Situación dos: A continuación, observarás un rectángulo con dos regiones pintadas de negro. Cada una de las regiones representa una forma distinta de dividir la unidad. La superficie que ocupa cada una de las regiones está determinada por un área específica que al compararla con la unidad (rectángulo) pueden ser expresadas como fracción.  Observa las dos regiones pintadas de negro y compáralas entre sí a. ¿Las dos regiones pintadas de negro son iguales? ¿Por qué?	Respuesta del estudiante MB3: <i>“Si porque, aunque la línea negra de arriba esta recta y tenga lo mismo de ancho y de alto. La línea de abajo negra en la parte izquierda es más alta y en la parte derecha es más pequeña y si disminuimos la parte izquierda y se la colocamos a la derecha”</i> <i>“Profe las regiones son diferentes en su forma y medidas, se ve que una es pequeña y la otra no”</i> <i>“Por los tamaños y comparándolos”</i>
---	---

En este caso, el estudiante MB3, hace una modificación óptica haciendo uso del registro verbal al disminuir una de las partes para luego anexarla a la otra, por lo que cambia la percepción de la figura inicial. El estudiante expresa que al hacer este tratamiento las regiones son diferentes tanto en forma como en medidas. Por lo tanto, se observa una dificultad en la relación de equivalencia entre las partes de la figura.

Figura 4 Proceso de descomposición al interior del registro de tratamiento del estudiante VE6

Situación: A continuación, observarás un rectángulo con dos regiones pintadas de negro. Cada una de las regiones representa una  forma distinta de dividir la unidad. La superficie que ocupa cada una de las regiones está determinada por un área específica que al compararla con la unidad (rectángulo) pueden ser expresadas como fracción.	Respuesta del estudiante VE6: 
---	--

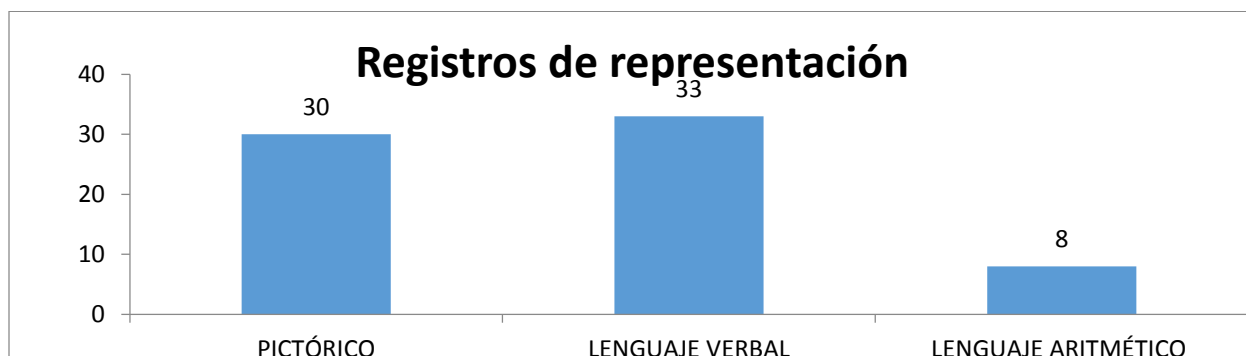
c. Muéstranos lo que puedes hacer en la imagen para que ambas regiones pintadas de negro sean gráficamente iguales.	<i>“Trace una línea formando un triángulo, y la otra un rectángulo, ahora si son iguales no cambie la forma de la figura</i>
---	--

En este caso el estudiante VE6 traza línea para reelaborar la figura con el fin de analizar si las partes son iguales. De acuerdo a los trazos el estudiante concluye que la forma no cambia, hace una descomposición y una nueva representación que no es equivalente a la figura original, a pesar que la descompone en varias partes, une alguna de ellas y cambia de lugar, el estudiante no logra representar la equivalencia entre las gráficas.

Este proceso de descomposición está relacionado con uno de los primeros pasos de la dinamización de la geometría. De acuerdo a Alsina & Planas (2008) “Componer figuras es la acción de unir dos o más figuras para obtener una nueva. Descomponer es, lógicamente, la operación inversa” (p.66). Eso quiere decir que el proceso de descomposición está asociado a las primeras acciones de medición relacionadas dentro de los aspectos pre-métricos en donde es válido generar transformaciones discontinuas como romper y armar y que estas dificultades se pueden presentar por vacíos conceptuales desde a lo largo de su formación (Vasco, 2015).

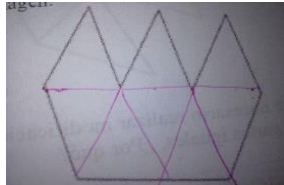
Ahora bien, las modificaciones anteriormente mencionadas están relacionadas directamente con el uso de diversos registros de representación (pictórico, lenguaje común, aritmético). Estas “representaciones semióticas son representaciones que son conscientes y externas, que permiten mirar el objeto a través de la percepción de estímulos, ya sea puntos, trazos, carácter y que tienen un valor de significantes (Ospina, 2012). Por lo tanto, en este análisis, se revisaron las oraciones con sentido que dieran cuenta de su uso en el tratamiento, encontrando que, de 71 oraciones con sentido, 30 corresponden al uso del registro pictórico, 33 al registro verbal y 8 al registro aritmético, como se muestra en la gráfica 2.

Gráfico 2 Registros de representación del tratamiento en la fase de exploración



A continuación, se presentan algunos casos que evidencian el uso de estos registros de representación:

Figura 5 Proceso pictórico al interior del registro de tratamiento del estudiante JG5

Situación 1: Observa la siguiente imagen:  a. Vamos a dividir esta imagen en 8 partes iguales y para ello es necesario que nos ayudes diseñando un plan para solucionar la situación. Piensa en ese plan y escríbelo paso a paso en el siguiente espacio (utiliza los espacios que necesites): 1. _____ 2 _____ 3. _____ 4 _____ 5. _____ 6. _____ 7 _____ 8. _____ 9. _____ 10.	Respuesta del estudiante JG5: <i>Primero lo hice en una hoja Después hice una línea Después partí lo interno en dos partes altas Partí de los lados una línea horizontal se me quedaban 4 y los 3 triángulos de arriba Partí un lado de un cuadro en dos Y me quedaron 4 cuadros más la parte que partí serían 5 más los triángulos</i> 
---	---

Este caso muestra que el estudiante JG5, hace uso adecuado del registro pictórico, porque realiza diferentes trazos para dividir la imagen en 8 partes iguales, ubicando las líneas en diferentes direcciones, pero conservando la equivalencia de la fracción, además presenta fortaleza en el argumento del lenguaje verbal, escribiendo detalladamente el proceso que realizó para lograr el registro de representación pictórico.

Figura 6 Proceso del lenguaje aritmético al interior del registro de tratamiento del estudiante JR1

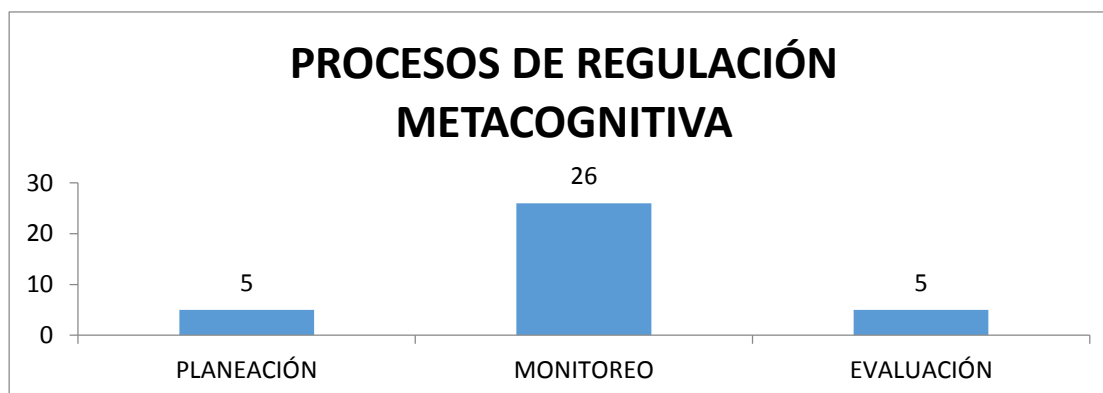
Situación 2: d. ¿A qué fracción corresponde cada una de las regiones sombreadas? ¿Por qué consideras correcta tu respuesta?	Respuesta del estudiante JR1: <i>“es rectangular y la otra es un triángulo”</i>
--	--

En este otro caso, el estudiante JR1, evidencia dificultad para hacer la representación a través del lenguaje aritmético, debido a que no representa la fracción de la figura y por el contrario hace una somera descripción, que no da cuenta de la cantidad representada en la fracción como medida.

Se infiere por lo tanto que los estudiantes se acercan más al registro verbal y al pictórico para apoyar sus razonamientos en las transformaciones de tratamiento a partir de modificaciones intrínsecas y la descomposición. Al parecer el lenguaje común es relevante en dicho tratamiento y la descomposición como parte de los procesos pre métricos que tiene el estudiante permite que el registro pictórico apoye mentalmente la construcción de una imagen. Es de anotar que a pesar de lo anterior la mayoría de estudiante no logra solucionar correctamente situaciones en el contexto de la fracción como medida en vista que sus procedimientos en la mayoría de casos son mecánicos y carentes de una reflexión previa.

7.2.2 Análisis Procesos De Regulación Metacognitiva:

Gráfico 3 Procesos de regulación metacognitiva en la fase de exploración



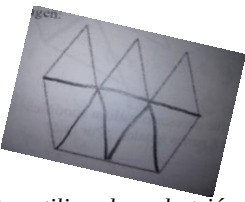
En la gráfica 3, se puede observar que hay 36 oraciones con sentido que dan cuenta del uso de proceso de regulación metacognitiva de las cuales 5 de ellas corresponden a la planeación, 26 al

monitoreo y 5 a la evaluación. Estos Procesos están vinculados a las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz para evaluar las estrategias a seguir en un determinado problema y que en términos de eficacia den los resultados esperados (Tamayo, 2006). Se evidencia entonces que el proceso más utilizado por los estudiantes es el monitoreo, lo cual es una debilidad inminente que impide el desarrollo adecuado y secuencial en la solución de una situación problema. Es de anotar que una posible dificultad en los procesos de regulación metacognitiva tiene que ver con las creencias de los estudiantes ya que al obtener mayor porcentaje en el monitoreo se puede inferir que hacen uso de contextos abordados anteriormente en problemas similares y que dan por válido el proceso (en el mayor de los casos procesos mecánicos). De acuerdo a Rodríguez (2005),

“Las creencias tienen, al igual que los conocimientos, un carácter genérico específico, y también siempre en referencia a un contexto, que se concretará en función de las características de la tarea. Así, las creencias que conformarán el contexto de una tarea matemática concreta formarán parte del macro contexto de creencias del sujeto, y, de entre estas, algunas se referirán al conocimiento específicamente matemático (micro contexto). (p. 52)

A continuación, se presentarán algunos casos que dan cuenta el uso de procesos de regulación metacognitiva y algunos de las dificultades:

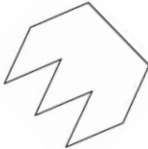
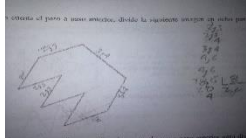
Figura 7 Proceso de planeación del estudiante AG2

Situación 1: Observa la siguiente imagen:  a. Vamos a dividir esta imagen en 8 partes iguales y para ello es necesario que nos ayudes diseñando un plan para solucionar la situación. Piensa en ese plan y escríbelo paso a paso en el siguiente espacio (utiliza los espacios que necesites): 1. _____ 2. _____ 3. _____ 4. _____ 5. _____ 6. _____	Respuesta del estudiante AG2:  <i>“saqué las partes utilizando cada triángulo que formaba esa figura”</i>
---	--

En cuanto al proceso (planeación) se puede observar durante la entrevista que el estudiante AG2 no argumenta sus procedimientos y no da cuenta del plan a seguir. Se observa carencia de estrategias y de recursos dedicados a la ejecución de un plan, no hay descripción de los pasos que desarrolló para lograr el objetivo de acuerdo con lo establecido por Klingler y Vadillo (2001) las estrategias metacognitivas podrían favorecer significativamente el proceso de aprendizaje, ya que le permite al estudiante reflexionar, posteriormente, sobre el proceso de aprendizaje acogido.

En cuanto al monitoreo, teniendo en cuenta que este hace un Seguimiento y verificación de la estrategia, es evidente que en dicho caso hace falta la supervisión constante de los pasos de tal manera que se permita la confirmación o replanteamiento de los mismos.

Figura 8 Proceso de monitoreo del estudiante VG6

Situación 1: b. Teniendo en cuenta el paso a paso anterior, divide la siguiente imagen en ocho partes iguales. 	Respuesta del estudiante VE6:  <i>“me tocó sumar otra vez y hacer lo mismo”</i>
--	--

En este caso la estudiante VE6, menciona su procedimiento indicando que “sumó otra vez”, sin embargo, su estrategia no es la correcta a pesar que intenta hacer un proceso de monitoreo. A la estudiante le falta revisión exhausta de la solución por lo que hay dificultad para comprender y modificar su ejecución (Tamayo, 2006). Por lo tanto, el proceso de monitoreo se queda corto.

Se infiere de lo anterior que en la solución de situación relacionadas con el contexto de la fracción como medida los estudiantes de grado séptimo presentan dificultades en cuanto al dominio de los procesos de regulación metacognitiva y que, a pesar de evidenciar frecuencias más altas en el uso del monitoreo, esto no garantiza que dicho proceso se desarrolle de la mejor manera. Es de anotar que para que el monitoreo y la evaluación sean consecuentes debe existir una adecuada planeación. Entonces siguiendo los planteamientos de Buitrago & García (2012): “Diseñar estrategias didácticas en las que se promuevan el desarrollo de actividades metacognitivas y en especial la regulación o control permitirá promover estudiantes capaces de enfrentar retos cognitivos que implique para cada uno de ellos aplicar proceso consientes que le ayudaran a: optimizar o reevaluar sus estrategias de resolución de problemas, posibilitando una

mayor profundidad en el aprendizaje; ya que se pasará de un aprendizaje mecánico a un aprendizaje más autónomo, en el que el estudiante tendrá la oportunidad de explorar por sus propios medios los caminos que lo llevarán al cumplimiento de su objetivo”. (p.24)

7.3 ANÁLISIS FASE PROFUNDIZACIÓN

En esta segunda parte del análisis se pretende analizar los avances que cada uno de los estudiantes presentaron al involucrar procesos de regulación metacognitiva en las transformaciones de tratamiento para solucionar situaciones relacionadas con la fracción como medida. El análisis se hizo tomando como evidencia las notas registradas en el diario de campo del investigador, ejercicios desarrollados por los estudiantes y entrevista no estructurada a los estudiantes. Este análisis permitió reorientar algunas actividades para profundizar en los aspectos más débiles y lograr mejores resultados.

De acuerdo a lo anterior, se presenta un análisis general por estudiante:

Tabla 8 Análisis general por estudiante de la regulación metacognitiva

Estudiante	Observación	Evidencias	Interpretación del investigador
JR1	JR1 hace análisis poco profundo, las estrategias poco diseñadas, pero el registro pictórico fue el adecuado, así como el lenguaje aritmético según las condiciones de cada situación.	Diario de campo del investigador Segunda Intervención del investigador Entrevista estudiante “profe se me dificulta un poco el proceso de monitoreo y evaluación”	Hay buen manejo de registro pictórico hace operaciones, pero falta conciencia en su proceso de aprendizaje por lo que se decide hacer un nuevo proceso de intervención para que logre adquirir otras habilidades referentes a los procesos de regulación metacognitiva.
AG2	El estudiante AG2 hace trazos en diferentes momentos y usa operaciones para solucionar las situaciones, además, escribe frases con sentido relacionados con el proceso de planeación.	Diario de campo del investigador Se evidencia el avance de los procesos de regulación metacognitiva y lenguaje aritmético.	El estudiante comprende los procesos de regulación metacognitiva, adoptando la planeación para decidir los pasos correctos, tiene buen registro pictórico y aritmético en cada una de las siguientes situaciones.
MB3	El estudiante hace registro de lenguaje aritmético y pictórico describiendo los	Fragmento de entrevista “profe, sé que debo planear las estrategias para	El progreso de este estudiante es notorio, observo que aumenta su registro de

	procesos relacionándolos con los dibujos para confirmar la solución que él da. También logra precisar estrategias detallando los pasos para llegar a una posible solución.	resolver las situaciones, debo escribir las frases porque yo sé hacer las operaciones y los dibujos”	lenguaje verbal debido a que el estudiante escribe de manera constante frases con sentido aplicando procesos de regulación metacognitiva, asimismo, se evidencia el uso del lenguaje aritmético y pictórico.
SB4	SB4, se nota más activo para reflexionar sobre su aprendizaje, pregunta sobre los procesos de regulación metacognitiva y usa las operaciones hace dibujos para solucionar las situaciones propuestas de la fase de profundización.	Diario de campo del investigador El estudiante muestra interés por desarrollar las situaciones, se nota el avance en los procesos de regulación metacognitiva y hace registros apropiados a las situaciones de fracción como medida.	Comprende la importancia de reflexionar sobre su aprendizaje, haciendo descripciones detalladas en los procesos de regulación metacognitiva, también, en los registros de tratamiento se observa los diferentes dibujos donde maneja cantidades y operaciones, expresándolos con fluidez.
JG5	El estudiante JG5, se nota confundido, escribe en los recuadros y hace dibujos con los cuales quiere dar respuesta a cada ítem de esta fase, redacta varias frases haciendo uso de la planeación y evaluación.	Fragmento de la entrevista “ profe ahora sé que debo examinar bien mis respuestas, rectificar mi planeación porque ahora entiendo más, además debo dibujar y comprobar lo que hago”	El estudiante hace registros pictóricos, con las condiciones de las situaciones y escribe oraciones con sentido para la planeación y muestra interés por rectificar lo trabajado proceso relacionado con la evaluación.
VE6	VE6 tiene mayor concentración, identifica fácilmente cuando debe hacer planeación, hace trazos, operaciones adecuadas dentro de las imágenes y escribe varias frases con sentido en los recuadros de cada situación.	Diario de campo del investigador En VE6, se refleja el cambio en la planeación, como escribe con facilidad los procesos, verifica sus soluciones y hace uso adecuado del lenguaje aritmético y pictórico.	En VE6, analizo que ahora se le facilita la planeación, porque describe fácilmente el paso a paso, fortalece de manera correcta el registro pictórico, hace uso de las operaciones cuestionándose si le queda bien, en lo cual examina nuevamente sus respuestas.
KH7	Afirma que debe hacer planeación al desarrollar los ejercicios, pensar muy bien antes de escribir y resolver la situación, hace los dibujos para confirmar que le haya quedado bien y utiliza las operaciones para los ítems que necesitaba.	Fragmento de la entrevista “profe yo aprendí, hago lectura, interpreto, planeo la estrategia, compruebo lo que hice, rectifico hasta mis operaciones y dibujos” Diario de campo del investigador El estudiante se muestra satisfecho y sorprendido por su aprendizaje con la	Hace reflexión de su aprendizaje mostrando cambios en el momento de desarrollar las situaciones, verificando las soluciones, la planeación, usando líneas y operaciones para cumplir las condiciones dadas de cada situación.

		intervención que se hizo en el aula.	
AA8	Rectifica sus procedimientos, hace los trazos, operaciones adecuadas para dar respuesta a las situaciones y escribe oraciones con sentido mostrando buenos procesos de regulación metacognitiva.	Fragmento de la entrevista “profe siempre inicio con planeación, eso me ayuda bastante, además porque me hace ver los errores que puedo cometer cuanto vuelvo y leo lo que hice, así aprendo más”	Tiene conciencia de las respuestas que da, escribe en forma detallada el paso a paso de las situaciones, hace nuevos dibujos, realiza operaciones que le permiten examinar la veracidad de las soluciones.

La intervención en el aula permitió que los estudiantes plasmen estrategias para dar solución a las situaciones problema, donde de manera consiente aplican los procesos de regulación metacognitiva, indicando los pasos en forma secuencial, fortaleciendo de esta forma el lenguaje verbal dentro del tratamiento de la fracción como medida, esto permitió que los estudiantes examinaran sus frases, de acuerdo con Tamayo (2006) plantea que: “Si un alumno tiene desarrolladas las capacidades de anticipación y planificación, podrá representarse mentalmente y explicitar, de ser necesario, las acciones que debe llevar a cabo para culminar la tarea con éxito” (p. 6).

También se trabajó el tratamiento con sus registros donde los estudiantes hacen trazos, dividen figuras, usan operaciones, se cuestionan sobre las soluciones que desarrollan donde hacen otras representaciones para verificar la solución, según los tipos de aprehensión figural comprendidos dentro de los procesos de visualización que incluyen las modificaciones Intrínsecas, mereológicas, posicionales y Ópticas (Duval 1995).

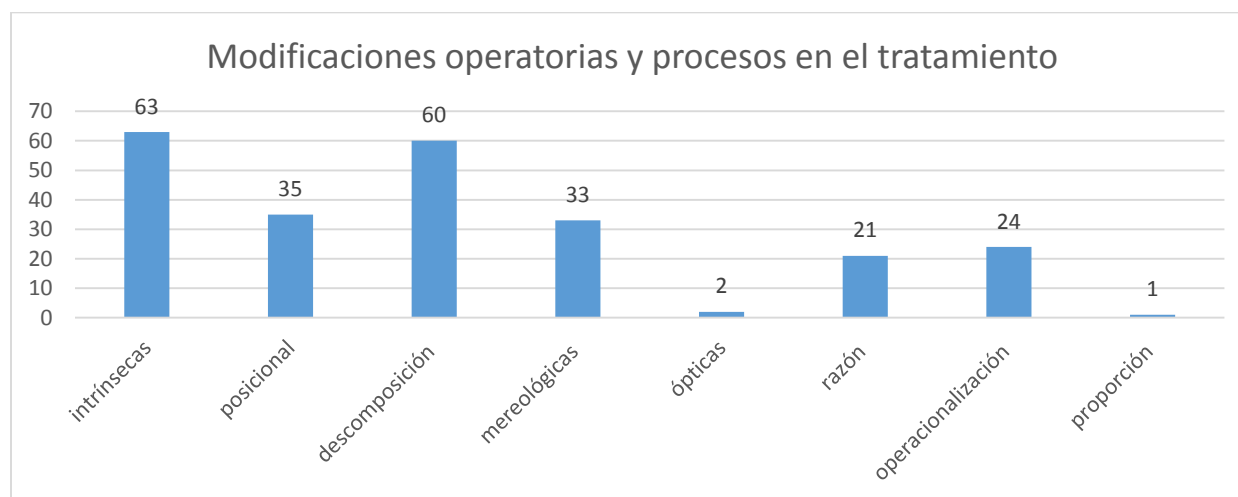
El estudiante muestra interés por desarrollar las situaciones, comprende la importancia de reflexionar sobre su aprendizaje, haciendo descripciones detalladas en los procesos de regulación metacognitiva, también, en los registros de tratamiento se observan los diferentes dibujos donde maneja cantidades y operaciones, expresándolos con fluidez, entonces hace registros apropiados a las situaciones de fracción como medida. De acuerdo con Tamayo (2006), se asume que la regulación metacognitiva mejora el rendimiento en diferentes formas: mejora el uso de la atención, proporciona una mayor conciencia de las dificultades en la comprensión y mejora las estrategias ya existentes. Se ha encontrado un incremento significativo del aprendizaje cuando se incluyen, como parte de la enseñanza, la regulación y la comprensión de las actividades. (p. 1)

7.4 ANÁLISIS FASE DE EVALUACIÓN

El objetivo de esta fase esta direccionado a analizar de qué manera los procesos de regulación metacognitiva intervienen en las transformaciones de tratamiento al solucionar situaciones relacionadas con la fracción como medida. Al examinar las 384 oraciones con sentido, extraídas en las participaciones escritas y verbales de los estudiantes, se observaron que 174 unidades de registro correspondientes al uso de registros de representación semiótica, 239 a los procedimientos en el tratamiento y 210 al uso de procesos de regulación metacognitiva, por lo que se precisa sobre el análisis de estos hallazgos:

7.4.1 Análisis En Cuanto Al Tratamiento:

Gráfico 4 Modificaciones operatorias y procesos de tratamiento en la fase de evaluación



En gráfico 4 evidencia la tendencia general respecto a las modificaciones y procesos de transformaciones de tratamiento que los estudiantes utilizan en la solución de relacionadas con la fracción como medida. Así también se muestra que las modificaciones que tienen mayor frecuencia están relacionadas con los procesos intrínsecos con 63 unidades de registro, la descomposición con 60 unidades de registro, la posicional con 35 unidades y las modificaciones mereológicas con 33 unidades de registro.

Ahora, en lo que respecta a la operacionalización hubo mayor frecuencia que en la fase de exploración, siendo un proceso de notable progreso debido a que pasó de una unidad de registro a 24 unidades, donde los estudiantes hicieron cálculos al interior de las diversas operaciones básicas con los fraccionarios y su simplificación.

A continuación, se presentan algunos casos que permiten visualizar los tratamientos en los diferentes procesos:

Figura 9 Modificaciones mereológicas en el proceso de tratamiento del estudiante KH7

Situación: A continuación, observarás un cuadrado con dos regiones pintadas de negro. Cada una de ellas representa una forma distinta de dividir la unidad. La superficie que ocupa cada región sombreada está determinada por un área específica que al compararla con la unidad (cuadrado) pueden ser expresadas como fracción.  De acuerdo a lo anterior soluciona los siguientes ítems: 1. De acuerdo a lo que observas en la gráfica, ¿será posible afirmar que las dos regiones pintadas de negro son iguales? Si ☐ No ☐ a. Justifica con tus propias palabras tu respuesta _____ _____ _____ _____ _____	Respuesta del estudiante KH7: “Si son iguales, tienen diferentes ubicaciones, pero indican la misma cantidad sombreada”
---	--

En este caso el estudiante KH7, hace un análisis donde hace referencia a la modificación mereológica, indicando que son cantidades iguales articulando de manera correcta con las diferentes ubicaciones en la que se encuentra la figura, esto es la relación estrecha con la modificación posicional. Por lo que se confronta con la fase de exploración donde hubo dificultad en el uso de los registros de representación y al hacer la intervención en el aula se examinó un gran avance tanto en la modificación mereológica (de 12 a 33 unidades) como en la posicional (de 7 a 35 unidades de registro). También se puede observar con la siguiente solución del estudiante JR1 el uso adecuado de la modificación posicional, lo que comprueba el fortalecimiento del uso de registros del tratamiento.

Figura 10 Modificación posicional en el proceso de tratamiento del estudiante JR1

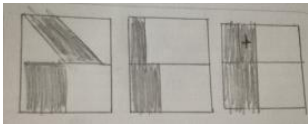
Situación: b. ¿Qué pasos se pueden seguir para comparar las dos regiones sombreadas y verificar que pueden ser o no iguales? Describe detalladamente con tus propias palabras:  _____ _____ _____ _____ _____ _____	Respuesta del estudiante JR1: 1. “Analice la imagen mirando su parte sombreada 2. Tracé una línea vertical en la imagen 3. Tracé una línea horizontal en la imagen 4. Luego analice las cantidades 5. Cambié de lugar la parte sombreada Comprobé que si son iguales”
--	--

Respecto a la modificación intrínseca el estudiante KH7 parte la figura, es decir, hace una organización perceptiva de la figura, donde luego une las partes para comprobar que son iguales las partes, entonces en esta modificación se observó un aumento de 31 unidades de registro respecto a la fase de exploración.

Figura 11 Modificaciones intrínsecas en el proceso de tratamiento KH7

Situación: b. ¿Qué pasos se pueden seguir para comparar las dos regiones sombreadas y verificar que pueden ser o no iguales? Describe detalladamente con tus propias palabras:  _____ _____	Respuesta del estudiante KH7: 1. “Primero partí el cuadrado total 2. Miré que cuadro me queda relleno 3. Observo que la parte izquierda de arriba tiene la mitad pintada 4. Observo que la parte derecha arriba tiene la mitad pintada 5. Si unimos ambas partes de arriba queda un cuadrado 6. Por lo que compruebo que si son iguales”
--	---

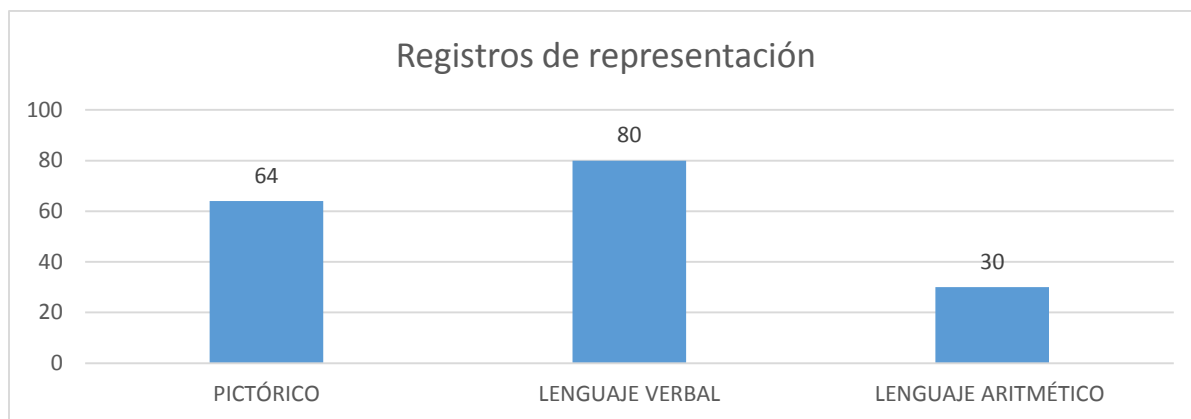
Figura 12 Modificaciones de descomposición en el proceso de tratamiento del estudiante JG5

Situación: c. Desarrolla en el siguiente espacio cada paso descrito en el punto anterior y si lo consideras pertinente puedes utilizar la siguiente imagen (puedes rayar en ella o hacer un nuevo dibujo) 	Respuesta del estudiante JG5:  “Profe, creo que exageré, hice 3 dibujos, pues para hacer el paso a paso”
---	---

Para este caso, el estudiante JG5 hace una descomposición de la figura original, analizando minuciosamente el gráfico y trazo que él propone, en donde se evidencia la evolución de esta modificación, pues en la fase de exploración se obtuvo un registro de 27 unidades mientras que en la de evaluación incremento a 60 unidades de registro.

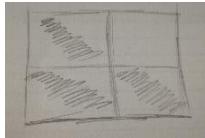
Para este análisis se revisaron las oraciones con sentido que están relacionadas con el uso de tratamiento, encontrando que, de 174 con sentido, 64 pertenecen al registro pictórico, 80 al registro de lenguaje verbal y 30 al registro aritmético, como se evidencia en la gráfica 5.

Gráfico 5 Registros de representación del tratamiento en la fase de evaluación



Por lo tanto, se presentan algunos casos que muestran el uso de estos registros de representación del tratamiento:

Figura 13 Registro pictórico en el proceso de tratamiento del estudiante JR1

Situación: d. Desarrolla en el siguiente espacio cada paso descrito en el punto anterior y si lo consideras pertinente puedes utilizar la siguiente imagen (puedes rayar en ella o hacer un nuevo dibujo) 	Respuesta del estudiante JR1:  “profe yo decido hacer otro dibujo, uno a mi forma para hacer desde el primer paso lo que escribí en mi planeación”
--	---

Para esta situación el estudiante JR1 usa el registro pictórico, debido a que hace trazos, líneas y sombrea la región, con un análisis adecuado y consciente donde aclara que lo desarrolla a su

forma para examinar su planeación, esto es entonces articular registro de tratamiento con proceso de monitoreo que hace parte de la regulación metacognitiva. Cabe notar que hubo un avance en las unidades de registro pasando de 30 a 64 unidades referentes al proceso pictórico.

Figura 14 Modificación operacional y lenguaje aritmético en el proceso de tratamiento del estudiante JG5

Situación:	Respuesta del estudiante JG5:
d. Escribe a que fracción corresponde cada una de las regiones pintadas de negro y argumenta el porqué de cada fracción. Región 1 _____ Región 2 _____ _____ _____	“Región 1. $\frac{1}{4}$ Región 2. $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ Porque la región 1, está dividida en 4 partes iguales y pintado de negro 1. La región 2, está dividida en 8 triángulos y pintados 2 triángulos, esa región se puede simplificar en la mitad y da igual a la región 1” “ya puedo analizar un poco más este tema, realmente ahora entiendo, las cantidades son iguales debo aplicar una operación”

Para este caso, están relacionados la modificación operacional con el lenguaje aritmético, porque el estudiante hace uso de operaciones para dar solución a la situación, escribiendo con claridad el proceso adecuado para desarrollarla, lo cual permitió observar el cambio de unidades de 8 a 30 registros. Y en lo que respecta a la modificación operacional hubo un registro de 1 a 24 unidades, donde también se muestra el progreso del aprendizaje de la fracción como medida en los estudiantes.

Figura 15 Registro del lenguaje verbal y planeación en el proceso de tratamiento del estudiante JR1

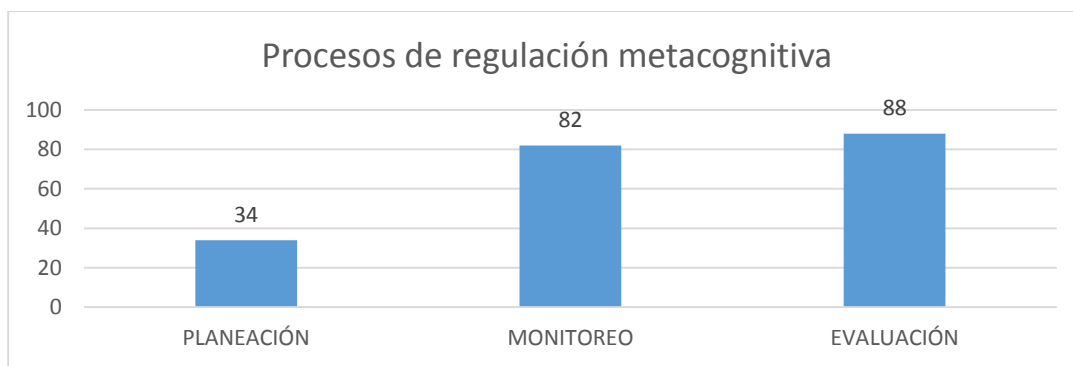
Situación:	Respuesta del estudiante JR1:
f. Escribe con tus propias palabras el plan que diseñaste para realizar el nuevo dibujo  _____ _____ _____	1. “Primero hice el cuadrado 2. Tracé una línea vertical 3. Tracé otra línea horizontal 4. Es decir, dividí la figura en 4 partes 5. Sombree con lápiz la misma cantidad de la fracción del dibujo original 6. Analicé si era la misma cantidad sombreada 7. Comparé las fracciones que están de negro”

El estudiante JR1, expresa con sus propias palabras la forma en que desarrollo la situación donde hace una estructuración como evidencia del lenguaje verbal y a la vez hace planeación de su

propuesta. Para lo cual, hay una notable diferencia entre los registros de la fase de exploración con 33 unidades y la fase de evaluación con 80 unidades de registro en el lenguaje verbal.

7.4.2 Análisis De Regulación Metacognitiva

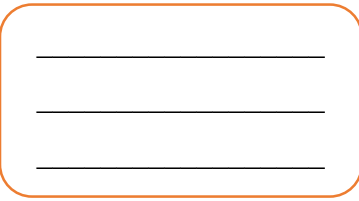
Gráfico 6 Procesos de regulación metacognitiva en la fase de evaluación



En la gráfica 6 se observa que hay 204 oraciones con sentido que dan cuenta del uso del proceso de regulación metacognitiva en los estudiantes de grado séptimo, de ellas 34 corresponden a la planeación, 82 al monitoreo y 88 a evaluación. Se puede evidenciar que el proceso con mayor frecuencia es el de evaluación.

A continuación, se presentan algunos casos que evidencien el uso de procesos de regulación metacognitiva:

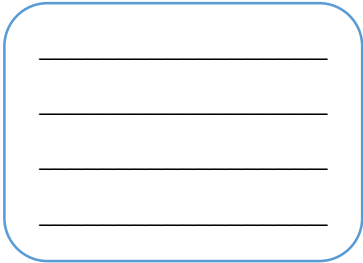
Figura 16 Proceso de planeación en la fase de evaluación del estudiante AA8

Situación:	Respuesta del estudiante AA8:
b. ¿Qué pasos se pueden seguir para comparar las dos regiones sombreadas y verificar que pueden ser o no iguales? Describe detalladamente con tus propias palabras:  	1. “Observé la imagen 2. Imaginé cómo desarrollar el ejercicio 3. Hice una cruz en todo el cuadrado 4. En el cuadro de abajo a la izquierda hice una línea diagonal 5. Luego muevo los triángulos que quedaron en el cuadro a la misma posición que la otra región negra 6. Leo nuevamente 7. Analizo los pasos 8. comprobando mi respuesta”

Al analizar el estudiante AA8 se observa que tiene un progreso significativo debido a que escribe de forma minuciosa los pasos a seguir, examina varias estrategias y define un listado de pasos para dar solución a la situación; incluso presentan un orden y secuencia lógica. El estudiante

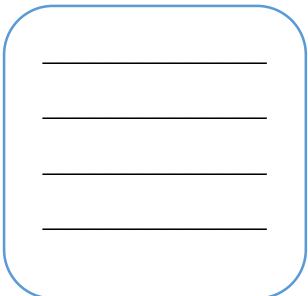
toma su tiempo para escribirlos, y reflexiona de manera constante. Se evidencia por lo tanto el aumento de 5 a 34 unidades de registro. De acuerdo a Weinstein y Mayer (1986) es importante “Planificar el curso de la acción para llegar a la meta” como una de sus estrategias de aprendizaje. (p.34)

Figura 17 Proceso de monitoreo en la fase de evaluación del estudiante MB3

Situación:	Respuesta del estudiante MB3:
f. Escribe con tus propias palabras el plan que diseñaste para realizar el nuevo dibujo 	1. “Dibujé la misma figura 2. Hice la línea vertical en la mitad 3. Hice la línea que marca la otra mitad 4. Coloree con lápiz la primera región 5. Luego dividí un cuadrito en la mitad 6. Coloree esa otra región 7. Rectifico mis frases 8. Rectifico las regiones sombreadas 9. Y sí, me dio la mismo”

En este registro se observa que el estudiante MB3 escribe los pasos para dar solución a la situación, allí rectifica sus propuestas, examina su coherencia y en consecuencia ajusta la solución. Este tipo de registros permite evidenciar un cambio de 26 a 82 unidades de registro que coincide con Swanson (1990) cuando menciona que “la habilidad para resolver problemas se optimiza, en la medida en que los estudiantes controlen y monitoreen las estrategias que emplean” (p.94). Así que el estudiante autoevalúa sus procedimientos, los modifica y replantea su plan durante el desarrollo de la solución. En consecuencia, algunos estudiantes reflexionan sobre las alternativas de solución de tal manera que se aseguran de aplicar la estrategia que resulta más efectiva.

Figura 18 Proceso de planeación en la fase de evaluación del estudiante VE6

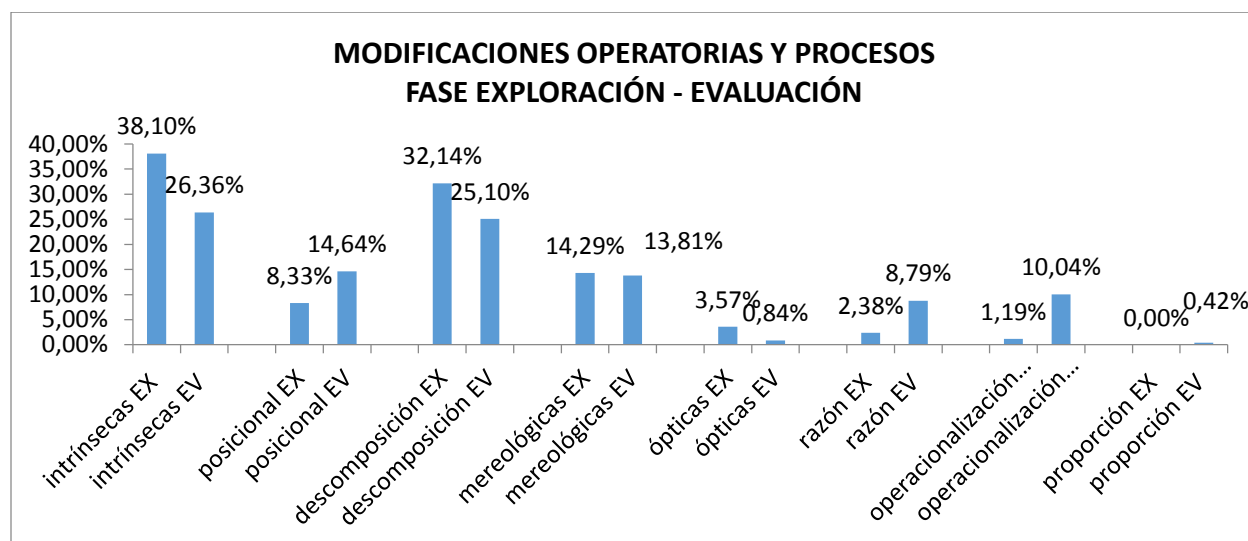
Situación:	Respuesta del estudiante VE6:
f. Escribe con tus propias palabras el plan que diseñaste para realizar el nuevo dibujo 	1. “Dibujé la misma figura 2. Hice la línea vertical en la mitad 3. Hice la línea que marca la otra mitad 4. Coloree con lápiz la primera región 5. Luego dividí un cuadrado en la mitad 6. Coloree esa otra región 7. Rectifico mis frases 8. Rectifico las regiones sombreadas 9. Y sí, me dio la mismo”

El estudiante VE6, verifica las expresiones descritas en la planeación que hizo para dar solución a la situación, como afirma Brown (1987), un estudiante que planea un enfoque para estudiar, tiene mayor eficacia en la regulación de la cognición. Sin embargo, en este caso, se presenta el proceso de evaluación dentro la regulación metacognitiva, donde rectifica las frases, las regiones y los dibujos. Por lo que se evidencia el fortalecimiento de la evaluación con un incremento de 5 a 88 unidades de registro, es decir, se revela que gran parte de los estudiantes usaron los conocimientos aprendidos durante la clase y analizaron las situaciones llevándolos a pensar en posibles soluciones de lo planteado. En palabras de Valencia (2017) la evaluación, realizada al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz; evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia. Tamayo (2006)

7.5 ANÁLISIS GENERAL ENTRE LAS FASES DE EXPLORACIÓN Y EVALUACIÓN

A continuación, se realizará el análisis general de las modificaciones, registros de representación y procesos de regulación metacognitiva entre las fases de exploración y la evaluación, el porcentaje empleado está relacionado con el porcentaje de 84 unidades de registro en la fase de exploración y 239 registros en la fase de evaluación. Teniendo en cuenta que se debe llevar a cabo un análisis proporcional y homogéneo se obtuvo el porcentaje frente a la incidencia de cada una de las transformaciones en el total de las unidades de registro de cada de estas fases.

Gráfico 7 Comparación de las modificaciones operatorias y procesos de tratamiento en las fases de exploración y evaluación



En esta grafica se puede evidenciar la comparación de las modificaciones y proceso utilizados en la fase de exploración y fase de evaluación al solucionar situaciones relacionadas con la fracción como medida. Se puede apreciar que algunos procesos y modificaciones mejoraron considerablemente como también algunos procesos conservaron prácticamente los mismos porcentajes. Uno de los procesos más evidentes son las modificaciones intrínsecas las cuales pasaron de un 38,10% a un 26,36%. Debido a que los estudiantes dejaron de concentrar toda su atención en tipo de modificaciones para abordar las de otro tipo. Ahora bien, en la fase de evaluación se puede notar que los estudiantes hacen uso en mayor proporción de los procesos de operacionalización, a la razón y a las modificaciones de tipo posicional.

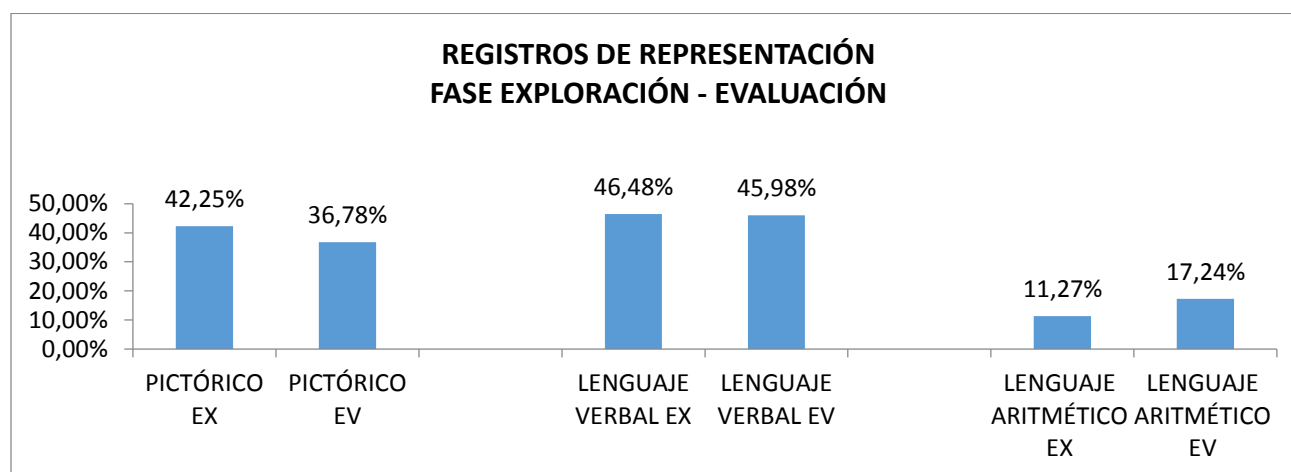
Por otro lado, en la descomposición hay un cambio de porcentaje significativo al aumentar en un 7,04 %, este proceso está asociado a las primeras acciones de medición relacionadas dentro de los aspectos pre-métricos en donde es válido generar transformaciones discontinuas como romper y armar (Vasco 2015), teniendo en cuenta que el proceso de descomposición está relacionado con uno de los primeros pasos de la dinamización de la geometría, por lo que los estudiantes trazaron líneas separando la figura original, también dibujaron aparte las figuras para analizarlas y llegar a la fracción.

En lo que respecta a la operacionalización, hubo un incremento valioso de 8,85%, inicialmente se evidenció debilidad en los estudiantes frente a esta modificación con un porcentaje de 1,19,

sabiendo que la operacionalización tiene que ver con diversos cálculos o procedimientos asociados a las “Siete operaciones aritméticas fundamentales: suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación y logaritmación” (Jiménez, 2007, p.24). Después de hacer la intervención en el aula esta modificación adquiere significado e importancia en los estudiantes para desarrollar los procesos de la fracción como medida, por lo tanto, son conscientes del uso de las operaciones para determinar la relación de las figuras y la fracción. En consecuencia, aumenta el número de unidades de registro en esta modificación de operacionalización. Cabe resaltar que esta modificación está inmersa en el proceso de lenguaje aritmético el cual hace alusión a las representaciones y operaciones que los estudiantes usan a través de la escritura fraccionaria, decimal, potencial o porcentual (Fandiño, 2009).

En relación con la proporción el nivel aumenta en 0,42 %, donde se hace evidente que los estudiantes empiezan a centrar su atención en este tipo de modificaciones. En palabras de Suárez (2009) “la razón que une las partes con el todo, la proporción establece una relación necesaria entre las partes y el todo y el conjunto de un objeto” (p.153). En consecuencia, el estudiante interpreta la fracción como se refleja en la modificación de la razón con una mejora considerable aumentando en 6,41%, donde se hace notable la conciencia del estudiante frente a la razón de la fracción como medida debido a que relaciona las regiones sombreadas, halla sus equivalencias, superpone las partes de las figuras y dibuja otras para determinar la veracidad de su solución. Esto es que los procesos corresponden a la “razón” y la “proporción”. Evidenciando que los dos procesos mantienen relación entre sí, debido a que la razón hace alusión a una división indicada y la proporción a la igualdad entre dos razones como afirma Lázaro (2003).

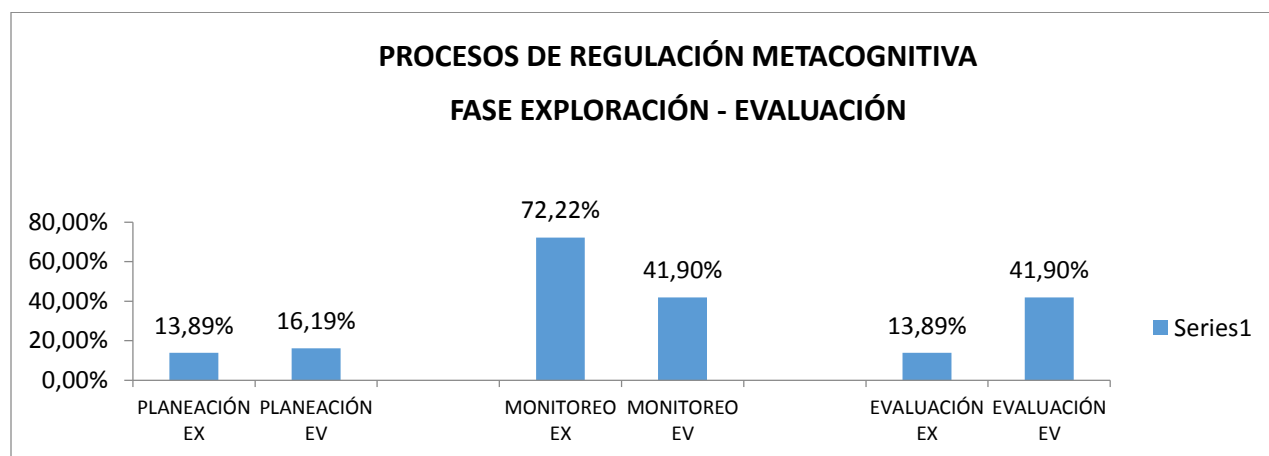
Gráfico 8 Comparación de los registros de representación en el proceso de tratamiento en la fase de exploración y evaluación



Al observar esta gráfica se nota la coherencia entre el aumento de porcentaje en la operacionalización y el uso del lenguaje aritmético, ya que la operacionalización tiene que ver con diversos cálculos o procedimientos asociados a las “siete operaciones aritméticas fundamentales: suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación y logaritmación” como lo considera Jiménez (2007, pág.24), por ende, hubo una mejora significativa de 5,97% en el uso del lenguaje aritmético el cual hace alusión a las representaciones y operaciones que los estudiantes utilizan a través de la escritura fraccionaria, decimal, potencial o porcentual (Fandiño, 2009). En consecuencia de lo anterior, se muestra que hay un equilibrio en el lenguaje verbal, así como en el registro pictórico, de acuerdo con Duval “Las figuras y los esquemas permiten representar la totalidad de las relaciones entre los elementos que constituyen un objeto o una situación” (1999, p.59), lo que permitió evidenciar una disminución en el uso de esos procesos, esto se debe a que los estudiantes no tomaron gran relevancia al dibujar a pesar que hay un buen proceso que permitieron determinar la medida de cada región sombreada haciendo uso de la fracción. Antunes (2006) menciona: “Las competencias pictóricas y la consiguiente capacidad de reproducir o crear imágenes mediante trazos o colores son inherentes al ser humano” (p.55), de esta manera los estudiantes se concentraron y abordaron los procesos direccionándolos hacia el registro aritmético, el cual tiene un notable aumento en su porcentaje y está estrechamente relacionado con la fracción como medida, por ende, los estudiantes aplicaron más operaciones aritméticas para dar solución a las situaciones planteadas, como define Godino

(2004) “la comprensión del sistema de números racionales pone en juego diversas nociones relacionadas, como fracciones, razones, decimales, así como una rica y compleja variedad de situaciones de uso y medios de expresión. Su estudio está condicionado por la progresiva comprensión de las operaciones aritméticas y de las situaciones de medición de magnitudes no discretas” (pág. 223).

Gráfico 9 Comparación de los registros de representación en el proceso de tratamiento en la fase de exploración y evaluación



En este grafico se evidencia que respecto a los procesos de regulación metacognitiva, los estudiantes planean más sus procedimientos. Se evidencia que la planeación aumenta un 2,3% lo cual indica los planes diseñados por los estudiantes son elaborados, tienen un orden lógico, son más específicos y describieron las diversas acciones a seguir. De acuerdo con Tamayo (2006), “La planeación engloba las acciones que se realizan antes de la tarea e implica la selección de estrategias apropiadas y la localización de factores que afectan el rendimiento”. Por consiguiente, la planeación es un proceso esencial en el momento de examinar la regulación metacognitiva, en palabras de Gravini e Iriarte (2008) “la planeación es la estrategia que hace referencia a la capacidad de selección y organización a través de las cuales es posible abordar los problemas” (p.187). Por lo tanto, los datos permitieron considerar la intención del estudiante en el momento de planear sus actividades apoyado en Flavell (1979), las experiencias metacognitivas tienen más probabilidad de que ocurra en situaciones que inducen pensamiento muy consciente, en situaciones que requieren una planificación de ante mano y una evaluación después.

Es de anotar que el monitoreo disminuyó en un 30,32%, esto es que los estudiantes planean, desarrollan el proceso, pero ya no le están prestando atención a solucionar ese proceso de manera

inmediata, entonces verifican su proceso, analizan lo que hicieron, teniendo en cuenta que el monitoreo para Tamayo (2015) “se refiere a la posibilidad que se tiene, en el momento de realizar la tarea, de comprender y modificar su ejecución, por ejemplo, realizar autoevaluaciones durante el aprendizaje, para verificar, rectificar y revisar las estrategias seguidas” (pág. 128). Por ende, los estudiantes ahora reflexionan sobre este proceso tomando tiempo para controlar las estrategias a usar, como menciona Flavell (1979) “el monitoreo procede a través de las acciones e interacciones entre conocimiento metacognitivo, experiencias metacognitivas, metas/tareas y acciones/estrategias” (p.109). Es así que los estudiantes evidenciaron mediante las actividades acciones con predicción, coordinación y revisión.

En el proceso de evaluación hay una mejoría donde el 41,90% de estudiantes están verificando sus procedimientos, considerando que “la evaluación realizada al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz, y evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia” Tamayo (2015, pág. 128); por lo que el aumento en el porcentaje es significativo e importante dentro de los procesos de regulación metacognitiva, debido a que los estudiantes lograron comprobar, corregir, valorar su plan, analizar sus estrategias y acciones usadas al desarrollar las situaciones. Como expresa Miranda (2005) “La evaluación comprueba los resultados, facilitan la corrección de errores, y además permiten al estudiante darse cuenta de sus propias posibilidades en el aprendizaje” (p.201).

Para finalizar, Tamayo, Zona y Loaiza (2017) refiere que “En la medida en que las personas conozcan de manera más detallada sus procesos de pensamiento y de acción podrán de manera más efectiva monitorear y evaluar sus desempeños”, en efecto los procesos de regulación metacognitiva están relacionados entre sí, tanto la planeación, como el monitoreo y la evaluación, todo esto evidenciado en la intervención en el aula donde los estudiantes diseñaron planes elaborados, específicos y con coherencia, también demostraron procesos de monitoreo y evaluación, donde mostraron un seguimiento a la estrategia que ellos plantearon. La existencia de los procesos realizados antes, durante y después de una situación requiere relación entre el plan de inicio, el monitoreo desarrollado y los resultados dados por los estudiantes. Por lo que, los procesos de planeación, monitoreo y evaluación son más significativos al vivenciarlos con los estudiantes y llevarlos a la práctica.

En lo que respecta a las transformaciones de tratamiento, después de hacer la intervención en el aula, los estudiantes consideraron de mayor importancia el lenguaje aritmético en la escritura fraccionaria, evidenciando el uso de las modificaciones de operacionalización, proporción y razón. Pero inicialmente se observó dificultades en los estudiantes al relacionar la parte numérica con lo geométrico en sus diferentes contextos, esto es la estructuración de diversos conceptos matemáticos en el tratamiento de la fracción como medida.

8 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Las conclusiones que se presentan a continuación parten de la información analizada en cada una de las fases del proyecto (exploración, profundización, evaluación) frente a los procesos de regulación metacognitiva y las transformaciones de tratamientos en la solución de situaciones relacionadas con la fracción como medida.

8.1 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES FRENTE A LOS PROCESOS DE REGULACIÓN METACOGNITIVA

- Los resultados obtenidos en este proyecto de investigación permiten ratificar la importancia que tienen los procesos de regulación metacognitiva en la solución de situaciones relacionadas con la fracción como medida ya que los estudiantes mejoraron sus desempeños en las transformaciones de tratamiento, asignación de sentidos y desarrollo de procedimientos que dan cuenta de un pensamiento reflexivo, autónomo que involucra acciones de planeación, monitoreo y evaluación. Estos procesos permitieron además que los estudiantes regularan su aprendizaje.
- considerar la intención del estudiante al ordenar sus actividades. Según Flavell (1979), las experiencias metacognitivas tienen más probabilidad que ocurran en situaciones que inducen pensamiento consciente, en situaciones que requieren una planificación de ante mano y una evaluación después. De ahí recomendar que, los estudiantes deben desarrollar habilidades para predecir, organizar procedimientos en forma secuencial, describir diversas acciones a seguir y elaborar la solución de las situaciones relacionadas con la fracción como medida, a través de estrategias e instrumentos didácticos en el aula donde apliquen con mayor frecuencia los procesos de regulación metacognitiva.
- El monitoreo permite que los estudiantes verifiquen las transformaciones de tratamiento y los procesos a intervenir en la fracción como medida. Involucrar acciones de análisis y representación de la fracción como medida, controlar las estrategias a usar y realizar acciones de predicción, coordinación y revisión de procedimientos.
- Al profundizar sobre los procesos de regulación metacognitiva los estudiantes verifican sus procedimientos, hacen uso de procesos de visualización en el tratamiento y

comprueban sus planteamientos. En la evaluación los estudiantes replantean estrategias, buscan alternativas y optimizan los caminos a seguir permitiéndoles corregir, valorar el plan, analizar las estrategias y generar acciones en el desarrollo de las situaciones de la fracción como medida. En consecuencia, a este proceso, es importante proponer e implementar unidades didácticas dentro de la planeación curricular de las Instituciones que privilegien el desarrollo de procesos metacognitivos de tal manera que los estudiantes en el aula y fuera de ella apliquen la planeación, monitoreo y evaluación al resolver actividades no sólo en el contexto de la fracción como medida sino en otros contextos matemáticos.

- Los procesos de regulación metacognitiva están relacionados entre sí, tanto la planeación, como el monitoreo y la evaluación debido a que los estudiantes incorporan el uso de cada estrategia en la solución de situaciones de la fracción como medida y las transformaciones de tratamiento para analizar los procesos realizados antes, durante y después. De ahí que los procesos de planeación, monitoreo y evaluación son más significativos al vivenciarlos con los estudiantes y llevarlos a la práctica. Tamayo, Zona y Loaiza (2017) refiere que “En la medida en que las personas conozcan de manera más detallada sus procesos de pensamiento y de acción podrán de manera más efectiva monitorear y evaluar sus desempeños” (p.99). En efecto, los procesos de regulación metacognitiva se encuentran relacionados, por lo que la investigación hizo evidente que los estudiantes siguen una estrategia, la organizan, verifican y comprueban. Es decir, realizan planes lógicos, bien elaborados y evaluaron de forma eficaz. Por esta razón es que se hace necesario sugerir en continuar con proyectos de investigación y de aula, donde se indaguen y analicen los procesos de regulación metacognitiva potenciando de esta manera el aprendizaje autónomo en los estudiantes.

8.2 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES FRENTE AL TRATAMIENTO EN SITUACIONES DE LA FRACCIÓN COMO MEDIDA

- Los estudiantes hacen mayor uso del lenguaje verbal y el lenguaje aritmético en las transformaciones de tratamiento a partir del uso de procesos de regulación metacognitiva en la solución de situaciones relacionadas con la fracción como medida. Además, los usos de los registros semióticos se relacionan principalmente en las modificaciones

posicionales y en el uso de la proporción. Por lo que el uso del lenguaje verbal permitió expresar a los estudiantes diferentes modificaciones que surgen mentalmente frente a una imagen o cuerpo geométrico incluso pensar en las posibles operaciones que puede realizar. Es decir, refiere la importancia existente entre interiorizar y manifestar oralmente lo que hemos aprendido o queremos aprender ya que esto permite plantear o resolver las dudas generadas alrededor de una situación (Benito, 1994).

- En el uso del lenguaje verbal, los estudiantes recurren a proponer, planear y argumentar sus tratamientos, establecen relaciones con las modificaciones posicionales, la rotación y traslación de figuras. De ahí que los estudiantes utilizaron estas modificaciones mediante este registro del lenguaje verbal de tal forma que le posibilita examinar y argumentar las transformaciones de tratamiento en la fracción como medida. Debido a eso, se sugiere plantear actividades de la fracción como medida donde los estudiantes tengan la posibilidad de establecer diferentes relaciones entre las modificaciones y procesos tanto en la transformación de tratamiento como en los procesos metacognitivos.
- Es notable la coherencia entre el aumento de la operacionalización y el uso del lenguaje aritmético; ambos registros se complementan para determinar las relaciones que llevan al estudiante a producir y generar tratamiento. Es de anotar que la implementación de los procesos de regulación metacognitiva dan cuenta de una mejora en el uso del lenguaje aritmético y su tratamiento. Por lo que se observó que el proceso de mayor relevancia en el uso del lenguaje aritmético tiene que ver con la operacionalización. La operacionalización hacer referencias a los diversos cálculos o procedimientos asociados a las “siete operaciones aritméticas fundamentales: suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación y logaritmación” (Jiménez, 2007, p.24).
- Los estudiantes direccionan sus estrategias hacia el registro aritmético e interpretan las operaciones aritméticas para establecer la fracción como medida de las figuras sombreadas, como refiere Godino (2004) “su estudio está condicionado por la progresiva comprensión de las operaciones aritméticas y de las situaciones de medición de magnitudes no discretas” (p. 223).

- Los estudiantes hallan modelos similares dentro de las figuras, confrontan particularidades del objeto y verifican información, estas acciones proporcionan al estudiante procesos mentales respecto a una figura para su tratamiento de tal manera que considera las diferentes descomposiciones. Este proceso de descomposición les ayudó a los estudiantes a generar comparación entre las propiedades de los objetos medibles. “Esta relación entre la descomposición y la comparación de dicho objeto a través del lenguaje verbal parece estar articulada con la función cognitiva que cumple el lenguaje en la actividad matemática” (Marín, 2017, p.75). Entonces la observación se convierte para los estudiantes en un proceso esencial para solucionar situaciones de la fracción como medida a través de la percepción y la comparación.
- La descomposición de imágenes posibilita la comparación con la unidad para establecer el número relacionado con la medida, este proceso está vinculado con las modificaciones posicionales de modo que los estudiantes tienen la oportunidad y alternativa de comparar y determinar la fracción como medida. Es interesante mencionar que se pueden realizar modificaciones en diferentes temáticas y contextos, donde el papel del docente es vital debido a que puede recrear otras formas didácticas en la enseñanza de las matemáticas.
- Existe una relación entre el registro aritmético y operacional, los dos se integran para determinar otros tratamientos, en este sentido los estudiantes dan especificaciones sobre sus procesos en la transformación de tratamiento de situaciones relacionadas con la fracción como medida. Por lo que el uso del lenguaje aritmético en las transformaciones de tratamiento hace alusión a las representaciones y operaciones que los estudiantes utilizan a través de la escritura fraccionaria, decimal, potencial o porcentual (Fandiño, 2009).
- La fracción como medida requiere la vinculación de varios conceptos matemáticos como también del dominio de habilidades en cuanto al uso de procesos que hacen parte de aspectos geométricos y métricos y los tipos de aprensión figural. Por ende, cabe mencionar que es fundamental aplicar estrategias que estructuren y relacionen constantemente situaciones geométricas con el pensamiento numérico y espacial para fortalecer las competencias de análisis, deducción e inferencias matemáticas a partir de procesos metacognitivos, además de favorecer en los estudiantes el pensamiento lógico matemático.

8.3 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES FRENTE A LA RELACIÓN ENTRE LOS PROCESOS DE REGULACIÓN METACOGNITIVA Y TRATAMIENTO.

- La regulación metacognitiva y las transformaciones de tratamiento se relacionan en un punto donde la planeación, el monitoreo y la evaluación hacen frente a las acciones de los estudiantes en la fracción como medida. Ambos son colindantes y necesarios para solucionar cualquier situación en este contexto. “en la medida en que las personas conozcan de manera más detallada sus procesos de pensamiento y de acción podrán de manera más efectiva monitorear y evaluar sus desempeños” (Tamayo, 2017, p.99). De modo que es indispensable proponer nuevas formas de enseñanza dentro de las aulas de clase, de tal manera que se evidencie el aprendizaje autónomo con procesos metacognitivos y empleen la transformación de tratamiento con otras relaciones que fortalecen el proceso de aprendizaje en los estudiantes.
- El monitoreo y el lenguaje verbal generan un vínculo importante en el tratamiento de la fracción como medida ya que el estudiante verifica sus procedimientos y afirma los mismos a través del lenguaje verbal y en muchos casos le permite replantear las acciones. Por su parte Flavell (1979) considera que: “el monitoreo de la empresa cognitiva procede a través de las acciones e interacciones entre conocimiento metacognitivo, experiencias metacognitivas, metas/tareas y acciones/estrategias” (p.109). A la vez Kapa (2002) sostiene: “en la medida en que los sujetos controlen y monitoreen las estrategias que usan, su habilidad para resolver problemas se optimiza” (p.40).
- El fortalecimiento de los procesos de regulación metacognitiva permitió mejorar en los estudiantes sus razonamientos para generar transformaciones de tratamiento en situaciones de la fracción como medida y a su vez mejorar considerablemente la solución de situaciones en este contexto. Por consiguiente, se hace necesario invitar y promover el estudio de estas relaciones entre los diferentes procesos de regulación metacognitiva y transformación de tratamiento, además porque se contribuye a favorecerlos debido a que existen pocos referentes de investigación en esta línea.

9 REFERENCIAS

- Alsina, A., & Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva: Propuesta para una educación matemática accesible*. Madrid, España: Narcea, S.A. de Ediciones.
- Antunes, C. (2006). *Estimular las inteligencias múltiples: Qué son, cómo se manifiestan, cómo funcionan*. Madrid, España: Narcea, S.A. de Ediciones.
- Benito, A. S. (1994). *La expresión oral y escrita en las Matemáticas de la Educación Secundaria obligatoria: Una experiencia de trabajo en el aula*. *Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*. ISSN 1130-488X, N° 16, pp. 99-110.
- Brown, D.A, & Sullivan, A, P. (1987) *Enhancing Instructional Time Through Attention to Metacognition*. *Journal of Learning Disabilities*, 20 (2), pp.66-75.
- Buitrago Molina, S. M., & García Castro, L. I. (2012). Procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas matemáticos.
- Burón O. J. (1999). *Enseñar a aprender: Introducción a la metacognición*. España: ediciones mensajero.
- Cadavid Alzate, V. (2014). Relaciones entre la metacognición y el pensamiento viso-espacial en el aprendizaje de la estereoquímica. Universidad Autónoma de Manizales, Colombia
- Campbell, D. & Fiske, D. (1959): "Convergent and discriminant validation by multitrait-multimethod matrix" *Psychological Bulletin*. N. 56. Pp. 81-105.
Recuperadode:[http://marces.org/EDMS623/Campbell%20DT%20&%20Fiske%20DW%20\(1959\)%20Convergent%20and%20discriminant%20validation%20by%20the%20multi%20trait-multimethod%20matrix.pdf](http://marces.org/EDMS623/Campbell%20DT%20&%20Fiske%20DW%20(1959)%20Convergent%20and%20discriminant%20validation%20by%20the%20multi%20trait-multimethod%20matrix.pdf)
- Chamorro, M. (2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Madrid, España: Editores Pearson Educación.
- D'Amore, B. (2006). *Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido*. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Número especial. ISSN: 1665-2436

- De Zubiría, J. (2014, 06 de abril). *Las razones del bajo desempeño en las pruebas PISA*. El Tiempo. Recuperado de: http://www.eltiempo.com/vida-de-hoy/educacion/las-razones-el-bajo-desempeno-en-las-pruebas-pisa_13789475-4
- Dorio, I., Sabariego, M., & Massot, I. (2009). Características generales de la metodología cualitativa. En R. Bisquerra (coord.), *Metodología de la investigación educativa* (pp. 277). La Muralla, S.A. Madrid, España.
- Duval, R. (1995). *Geometrical Pictures: kinds of representation and specific processing*. En R. Sutherland y J. Mason (Eds.), *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education*, Springer, Berlín, 142-157.
- Duval, R. (1995). *Geometrical Pictures: kinds of representation and specific processing*. En R. Sutherland y J. Mason (Eds.), *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education*, Springer, Berlín, 142-157.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y Pensamiento Humano*. Santiago de Cali, Colombia: Universidad del Valle, Grupo de Educación Matemática.
- Duval, R. (2004). *Semiósis Y Pensamiento Humano*. Universidad del Valle, Instituto de educación y pedagogía, Grupo de Educación matemática. Cali, Colombia
- Fandiño, M. I. (2009). *Las fracciones aspectos conceptuales y didácticos*. Bogotá, Colombia: Editorial. Magisterio.
- Fandiño, M. I. (2010). *Múltiples aspectos del aprendizaje de la matemática*. Bogotá, Colombia: Editorial Magisterio.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. *American psychologist*, 34, 906-911.
- Flavell, J. H. (1987). Speculations about the nature and development of metacognition. En Weinert, F. E., & Kluwe, R., *Metacognition, motivation and understanding*. London: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Godino, J. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada.

- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Vol. 22, nº 2.3, pp.237-284. Recuperado de: http://www.ugr.es/~jgodino/funcionessemiomaticas/04_enfoque_ontosemiotico.pdf
- Goetz, J., & Lecompte, M. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid, España: Editorial Morata.
- Gravini, M. L., & Iriarte, F. (2008). *Procesos metacognitivos de estudiantes con diferentes estilos de aprendizaje*. *Psicología desde el caribe*, 3-5.
- Gunstone, R. F., & Mitchell, I. J. (1998). Metacognition and conceptual change. En Mintzes, Wandersee, & Novak (eds.), *Teaching Science for Understanding*. California: Academic Press
- Gutiérrez, D. (2005). Fundamentos teóricos para el estudio de las estrategias cognitivas y metacognitivas. *Investigación Educativa Duranguense*.
- Hincapié, C. P. (2011). *Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados, con los docentes de primaria de la Institución Educativa San Andrés de Girardota* (Tesis de Maestría). Universidad Nacional. Medellín, Colombia.
- Jiménez, J. (2007). *Guía para el examen Piense II (matemáticas)*. Mexico: Umbral Editores, S.A. de C.V
- Kapa, E. (2002). *A metacognitive support during the process of problem solving in a computerized environment*. *Educational Studies in Mathematics*, 317-336.
- Klinger, C. y Vadillo, G. (2001). *Psicología Cognitiva*. Estrategias de prácticas docentes México.
- Lázaro, L (2003). *Refuerzo de matemáticas para apoyo y diversificación curricular*. Madrid, España: Narcea S. A de Ediciones.
- León, G. (2011). *Unidad Didáctica: Fracciones* (Tesis de Maestría). Universidad de Granada España.
- Marín, J. (2017). *Caracterización de tratamientos, sentidos y significados que los docentes de grado cuarto y quinto de primaria de la institución educativa técnico agropecuario taparcal emplean en la solución de situaciones relacionadas con la fracción como medida*. Universidad del Caldas. Manizales. Colombia.

- Marmolejo, G. 2010. La visualización en los primeros ciclos de la educación básica. Posibilidades y complejidad. *Revista Sigma*, núm. 10(2). pp.10-26. Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3714823>
- Ministerio de educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Recuperado de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf
- Ministerio de educación Nacional. (2016). *Derechos básicos del aprendizaje DBA v.2*. Recuperado de http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf
- Miranda-Casas, A., Acosta-Escareño, G., Tárraga-Mínguez, R., Fernández, M. I., & Rosel-Remírez, J. (2005). *Nuevas tendencias en la evaluación de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas. El papel de la metacognición*. *Revista de Neurología*, 97(102), pp. 189-213
- Moreno, M. (2000). *Introducción a la metodología de la investigación educativa II*. México, D. F: Editorial Progreso, S.A.
- Perera P, Valdemoros M. 2009. Enseñanza experimental de las fracciones en cuarto grado. *Educación Matemática*. 21(1):29-61.
- Osorio, L. (2011). *Representaciones semióticas en el aprendizaje del teorema de Pitágoras*. Universidad Autónoma de Manizales. Manizales. Colombia.
- Ospina, D. (2012). *Las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto Función lineal* (Tesis de Maestría). Universidad Autónoma, Manizales, Colombia.
- Silva, C. (2004). *Educación en matemática y procesos metacognitivos en el aprendizaje*. *Revista del Centro de Investigación Universidad La Salle*, 7, pp 81 - 91.
- Swanson, H.L. (1990). *Influence of metacognitive knowledge and aptitude on problem solving*. *Journal of Educational Psychology* 82 (2), 306-314.
- Tamayo A., Oscar Eugenio; Zona, Rodolfo; Loaiza Z., Yasaldez Eder. (2015). *El pensamiento crítico en la educación algunas categorías centrales en su estudio*. Manizales. Colombia.

- Tamayo, A. O. (2006). *Los bordes de la pedagogía: del modelo a la ruptura. La metacognición y los modelos para la enseñanza y aprendizaje de las ciencias*. Universidad Pedagógica Nacional. Primera edición. Pp. 275 -306.
- Tamayo, O. (2006). *La Metacognición en los modelos para la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias*. Universidad Autónoma de Manizales.
- Tamayo, Zona y Loaiza (2017). *La metacognición como constituyente del pensamiento crítico en el aula de ciencias*. TED: Tecné, Episteme y Didaxis.
- Tovar, J. (2008). *Modelos metacognitivos como integrador de estrategias de enseñanza y estrategias de aprendizaje de las ciencias y su relación con las competencias*. Revista iberoamericana de educación. Universidad Antonio Nariño. 46, pp 3.
- Valencia, M. A. (2017). *Posible aporte de la regulación metacognitiva al cambio en los modelos explicativos del concepto de onda mecánica*. Manizales, Colombia.
- Vallejo, F. & Tamayo, O. (2008). *Dificultades de los estudiantes de grado octavo en los procesos de tratamiento y conversión de los números racionales*. Revista Latinoamericana de Estudios Educativos. Colombia. Volumen 4(2).
- Vasco, C. E. (2015). *Los Sistemas Métricos en la Didáctica de las Matemáticas y las Ciencias*. Manuscrito no publicado.
- Weinstein, C. E. y Mayer, R. E. (1986). *The teaching of learning strategies*. En M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching*. New York: McMillan.

10 ANEXO A

Unidad didáctica

SOLUCIÓN DE SITUACIONES RELACIONADAS CON LA FRACCIÓN COMO MEDIDA A TRAVÉS DE PROCESOS DE REGULACIÓN METACOGNITIVA Y TRANSFORMACIONES DE TRATAMIENTO

INTRODUCCIÓN

Esta unidad didáctica tiene como eje central abordar el objeto matemático fracción desde el contexto de la medida para describir de qué manera los procesos de regulación metacognitiva intervienen en las transformaciones de tratamiento en la solución de situaciones relacionadas con la fracción como medida en estudiantes del grado séptimo.

OBJETIVO GENERAL:

Desarrollar procesos de regulación metacognitiva para analizar de qué manera intervienen en las transformaciones de tratamiento al solucionar situaciones de la fracción como medida

ESTÁNDAR BÁSICO DE COMPETENCIA:

Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.

DBA:

Describe y utiliza diferentes algoritmos, convencionales y no convencionales, al realizar operaciones entre números racionales en sus diferentes representaciones (fracciones y decimales) y los emplea con sentido en la solución de problemas.

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE O DESEMPEÑOS ESPERADOS:

Construye representaciones geométricas y pictóricas para ilustrar relaciones entre cantidades.

TIEMPO:

La unidad didáctica está organizada en tres momentos, para ser desarrollados en los siguientes tiempos:

1. Exploración: 3 horas

2. Profundización: 6 horas

3. Evaluación: 2 horas

Esto significa que el tiempo para la aplicación de la unidad didáctica corresponde a seis clases, que se realizan a lo largo de tres semanas en el calendario escolar.

RECURSOS:

Para el desarrollo de la unidad didáctica en cada uno de los momentos los estudiantes requieren de los siguientes materiales:

- ✓ Lápiz
- ✓ Borrador
- ✓ Regla
- ✓ Colores
- ✓ Hojas

Fase de exploración

Nombres y Apellidos: _____

Objetivo: Identificar que procesos de regulación metacognitiva y que transformaciones de tratamiento utiliza el estudiante cuando se enfrenta a situaciones de la fracción como medida.



Materiales

- ✓ Regla
- ✓ Lápiz
- ✓ Borrador
- ✓ Colores

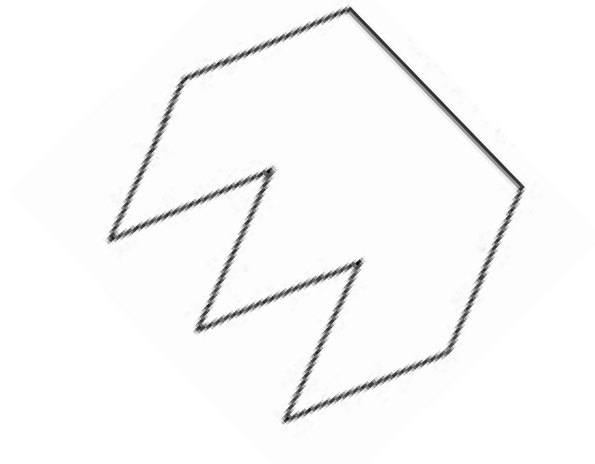
Situación 1: Observa la siguiente imagen:



- a. Vamos a dividir esta imagen en 8 partes iguales y para ello es necesario que nos ayudes diseñando un plan para solucionar la situación. Piensa en ese plan y escríbelo paso a paso en el siguiente espacio (utiliza los espacios que necesites):

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____
6. _____
7. _____
8. _____
9. _____
10. _____

- b. Teniendo en cuenta el paso a paso anterior, divide la siguiente imagen en ocho partes iguales.



- c. Cuéntanos si fue necesario realizar modificaciones en el paso a paso anterior para dividir esa imagen en 8 partes iguales, ¿Por qué?

Situación 2:

A continuación, observarás un rectángulo con dos regiones pintadas de negro. Cada una de las regiones representa una forma distinta de dividir la unidad. La superficie que ocupa cada una de las regiones está determinada por un área específica que al compararla con la unidad (rectángulo) pueden ser expresadas como fracción.



Observa las dos regiones pintadas de negro y compáralas entre sí,

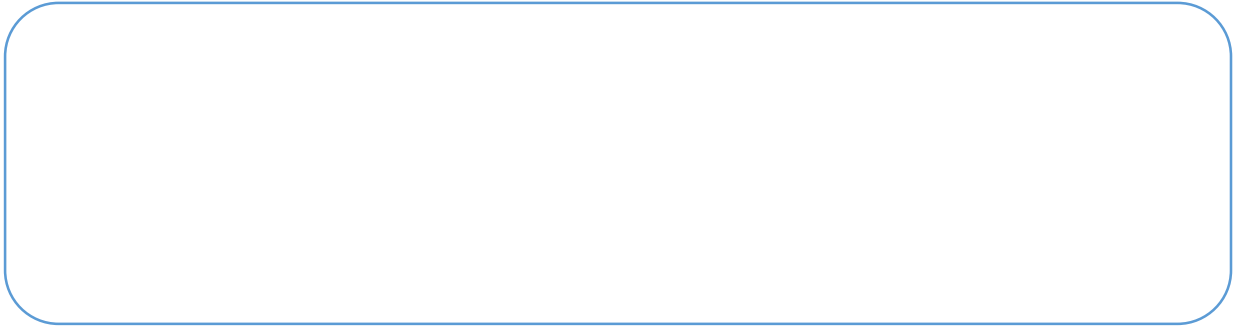
- a. ¿Las dos regiones pintadas de negro son iguales? ¿Por qué?

- b. Cuéntanos que puedes hacer para comparar las dos regiones pintadas de negro (puedes plantear varias alternativas):

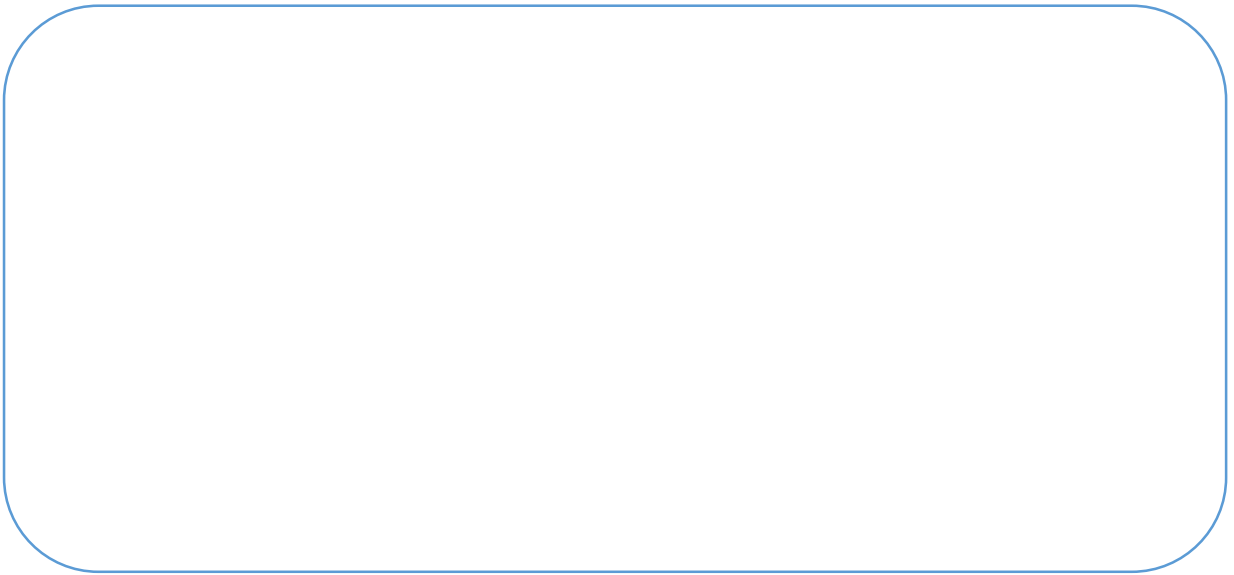
- c. Muéstranos lo que puedes hacer en la imagen para que ambas regiones pintadas de negro sean gráficamente iguales



- d. ¿A qué fracción corresponde cada una de las regiones sombreadas? ¿Por qué consideras correcta tu respuesta?



- e. ¿Tienes una forma diferente de representar la imagen anterior? Si tu respuesta es afirmativa dibuja esta forma



Fase de profundización

Nombres y apellidos: _____

Objetivo: Inducir al estudiante hacia procesos de regulación metacognitiva para abordar las transformaciones de tratamiento alrededor de la solución de la situación enmarcada en la fracción como medida.



Materiales

- ✓ Regla
- ✓ Lápiz
- ✓ Borrador
- ✓ Colores

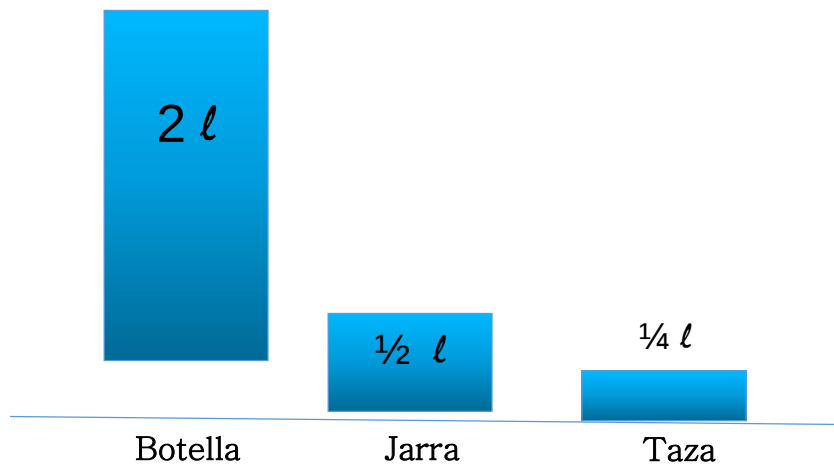
La fase de profundización se realizará a través de diferentes momentos de la clase que lleven al estudiante a la comprensión y aplicación de la regulación metacognitiva respecto a la fracción como medida.

Momento 1: La regulación metacognitiva en la fracción como medida

En esta primera parte se conceptualizará con los estudiantes el término de regulación metacognitiva y cada uno de sus procesos. Para ello, los estudiantes deberán resolver algunas situaciones donde la planeación, el monitoreo y la evaluación hacen parte de la solución. Los casos a trabajar son los siguientes:

Caso 1.

Situación 1: Observa la capacidad de los siguientes recipientes



¹a. Escribe los datos que observas en cada uno de los recipientes e indica que quieren decir,

¹ Enunciado de problemas incluidos en libros de primaria, página 293. Tomado de: MATEMÁTICAS PARA MAESTROS. Manual para el estudiante- edición octubre 2004. Juan D. Godino. Departamento de Didáctica de la

Taza: _____

Jarra: _____

Botella: _____

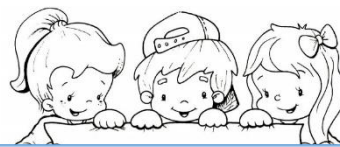


Querido estudiante recuerda lo importante de:

- ✓ Diseñar un plan
- ✓ Escribir ordenadamente y paso a paso la forma de solucionar la situación
- ✓ Extraer los datos e información relevante
- ✓ Realizar gráficos o dibujos que te ayuden a interpretar la situación.

- b. Cuéntanos detalladamente lo que puedes hacer, los pasos que se pueden seguir para que: el contenido de la jarra sea igual al contenido de la taza y represéntalo mediante dibujos

- c. Se requiere almacenar en botellas de 2 litros el agua contenida en ocho tazas de $\frac{1}{4}$, traza tu plan para determinar la cantidad de botellas que se necesitan y realiza los dibujos que creas convenientes

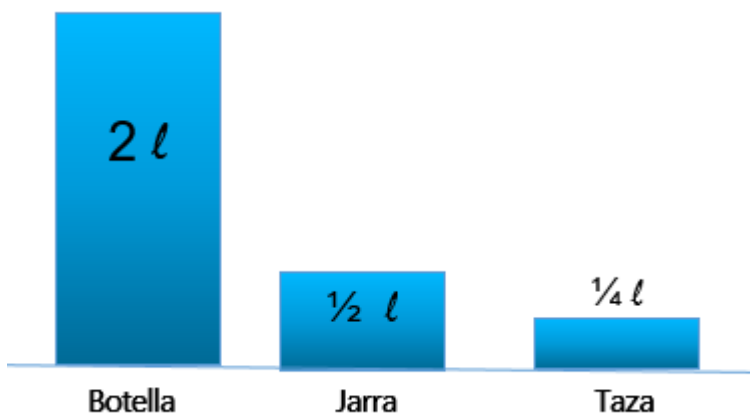


Conclusión: Con un plan en forma ordenada y detallada, puedes comprender mejor la situación que te presentan.

Reflexión: ¿Consideras que la estrategia de planeación realmente ha ayudado a

Caso 2.

- d. Compara la cantidad de líquido de la taza con la cantidad de líquido de la botella. Escribe el análisis de la comparación que acabas de realizar:



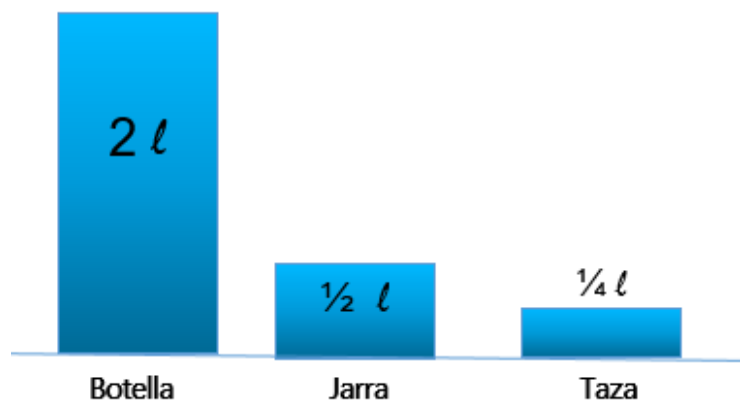
No olvides lo importante que es llevar a cabo el proceso de supervisar y revisar tu solución.

- e. Expresa las razones por las cuales consideras que el análisis de la comparación de las cantidades de líquido de la taza con la cantidad de líquido de la botella es correcto.

Momento 2: La fracción como medida

En esta segunda parte se conceptualizará al estudiante sobre los diferentes contextos de la fracción enfatizando principalmente en la fracción como medida. La conceptualización se realizará de la siguiente manera:

- f. ¿Consideras que existe otra forma de representar estas cantidades? Si tu respuesta es afirmativa, muéstranos esa otra forma de representar la situación.

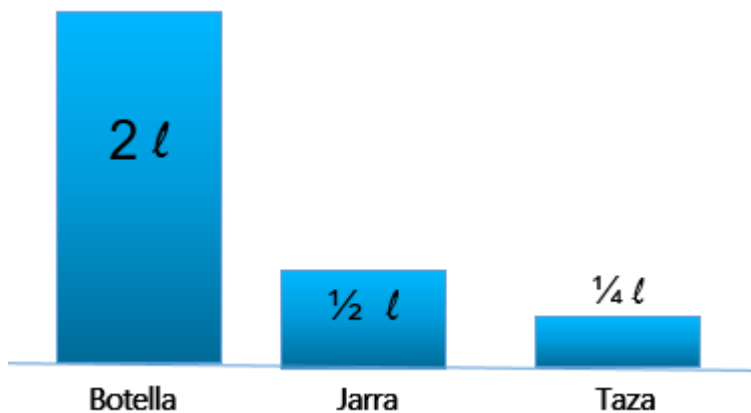




Conclusión: Ten en cuenta de comprobar tu solución, pueden existir otras soluciones, es importante observar, revisar los pasos que realizas para dar respuesta a las situaciones que te plantean.

Reflexión: ¿Das seguimiento a los procedimientos que realizas en tu proceso de aprendizaje? ¿Por qué?

- g. Revisa si es posible o no simplificar las fracciones que representan las cantidades de los tres recipientes, expresa el proceso que realizaste para analizar esta situación, puedes hacer dibujos o procedimientos numéricos.



Reflexiona sobre la fase de evaluación, valorando y verificando la solución de la situación.

Empty rounded rectangular box for student response.

- h. Describe la relación que encontraste al realizar las comparaciones entre los tres recipientes y la conclusión a la que llegaste.

Momento 3: Practica

En esta tercera parte, se aplicará la regulación metacognitiva respecto a la fracción como medida a través de la siguiente situación:

Situación 2:

²



Bandera

Observa la bandera:

- a. Escribe la fracción que observas en cada una de las franjas que forman la bandera

² Ejercicio de aplicación página 83. Tomado de Los fraccionarios en primaria: retos, experiencias didácticas y alianzas para aprender matemáticas con sentido / ed., Judith Arteta Vargas; Rafael Escudero Trujillo ... [et al.]. – Barranquilla: Editorial Universidad del Norte, 2012. Adaptado por Juan Pablo Marín Grisales. Estudiante Maestría en Didáctica de la Matemáticas. Universidad de Caldas- Manizales.

- b. Cuéntanos detalladamente lo que puedes hacer, los pasos que se pueden seguir para que la franja amarilla sea igual a la franja azul y represéntalo mediante dibujos.



A large, empty rounded rectangular box for drawing or writing.

- c. Compara la unión de las franjas rojas y azules, escribe el análisis de comparación que acabas de realizar, consideras que esas uniones de franjas medirán lo mismo que la franja amarilla



- d. Expresa las razones por las cuales consideras que es correcto el análisis de la comparación de la unión de las franjas rojas y azules podría ser la misma medida que la franja amarilla.

A large, empty rounded rectangular box for drawing or writing.

- e. ¿Consideras que existe otra forma de representar las mismas medidas de las franjas de la bandera? Muéstranos mediante dibujos esa forma de representar la misma situación



Fase de evaluación

Nombre: _____

Objetivo: Describir de qué manera los procesos de regulación metacognitiva aborda el tratamiento en situaciones de la fracción como medida.



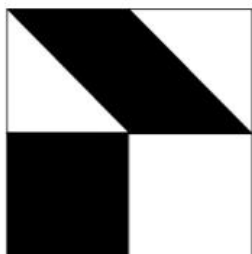
Materiales

- ✓ Regla
- ✓ Lápiz
- ✓ Borrador
- ✓ Colores

Para esta fase se aplicará otra parte del instrumento que consiste en proponer situaciones para que el estudiante solucione libremente y en las cuales se refleje la incidencia de los procesos de regulación metacognitiva en las transformaciones de tratamiento. Cada situación estará acompañada de una serie de enunciados que aportarán mayor información al investigador.

Situación 1:

A continuación, observarás un cuadrado con dos regiones pintadas de negro. Cada una de ellas representa una forma distinta de dividir la unidad. La superficie que ocupa cada región sombreada está determinada por un área específica que al compararla con la unidad (cuadrado) pueden ser expresadas como fracción.



De acuerdo a lo anterior soluciona los siguientes ítems:

1. De acuerdo a lo que observas en la gráfica, ¿será posible afirmar que las dos regiones pintadas de negro son iguales?

Sí

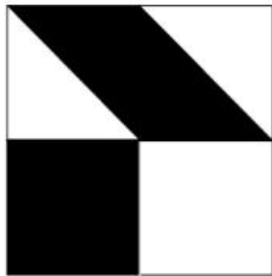


No



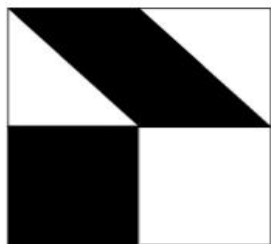
- a. Justifica con tus propias palabras tu respuesta

- c. Desarrolla en el siguiente espacio cada paso descrito en el punto anterior y si lo consideras pertinente puedes utilizar la siguiente imagen (puedes rayar en ella o hacer un nuevo dibujo)



- d. Escribe a que fracción corresponde cada una de las regiones pintadas de negro y argumenta el porqué de cada fracción.

Región 1 _____ Región 2 _____



- f. Con tus propias palabras el plan que diseñaste para realizar el nuevo dibujo

- g. Escribe las razones por las cuales puedes afirmar que ambos dibujos representan lo mismo. ¿se conservan las medidas en las regiones sombreadas del dibujo original y el que acabas de hacer?

Situación 2:

María compro una botella de yogur de 0,75 litros. Por su parte, Juanito compró una botella de yogur de 1 litro, pero este decide beber un poco. Juanito le propone a María realizar un cambio afirmando que en su botella de yogur queda más contenido, pero María se niega justificando que ambos tienen lo mismo.

- a. Teniendo en cuenta la situación anterior quien tiene la razón



Juanito



María



Justifica tu respuesta:

- b. ¿Cuéntanos Qué pasos se pueden hacer para comparar las dos cantidades y verificar quien de los dos tiene la razón?:

- c. Soluciona el problema utilizando paso a paso lo descrito en el punto anterior y al finalizar verifica cuidadosamente tu respuesta.

- d. Al analizar cada paso anterior y la solución final de dicha situación ¿hay algún cambio en la respuesta con respecto al primer ítems (a) ?

Sí

☐

No

☐

Porque? _____

¿Quieres proponer otra solución?